續修四庫全書

《續修四庫全書》編纂委員會編

續修四庫全書

上海古籍出版社

一〇四五・子部・天文算法類

割圜密率捷法

道光己亥孟秋
石梁岑氏校刊

割圜密率捷法序

欽天監監正明靜庵先生自童年親受數學於
聖祖仁皇帝至老不倦病革時以遺稿一帙囑其季子景臻命
際新續而成之曰此割圜密率捷法也內圜徑求周弧背求弦
求矢三法本泰西杜氏德美所著實古今所未有也亟欲公諸
同志惜僅有其法而未詳其義恐人有金針不度之疑予積解
有年未能卒業汝與同學者務續而成之則予志也　先生沒
際新尋緒推究質以平日所聞而授之言遇有疑義則與　先
生之季子景臻及門人張良亭相與討論而良亭景臻亦時同
推步校錄越數年甲午始克成書嗚呼　先生往矣弟子所繼
續者既以未得正於　先生爲歉而又以　先生未得親見是
書之成爲痛也　先生之爲是解也殆發其自得之義不期而
與作者相遇耳非因其法而得其義者所可比也故即謂爲
先生之遺法也可然　先生之心惟期千古之疑釋於天下後
世而已矣至於法之立於人立於已皆所弗計也乾隆甲午孟
夏受業陳際新謹序

割圜密率捷法序

昔元家藏鈔本割圜捷法一帙不知爲何人之書故疇人傳未載今致仕歸揚州讀天長岑氏紹周所校刻割圜密率捷法四卷及甘泉羅氏茗香䟦始知是書爲滿洲明靜菴先生撰于乾隆之時蓋自八綫表成推算有成數而未發其理墨守者誰復推其所以然此書則以已意悟明其法任求何邊之數不過幾次乘除一二時即可得之眞步天捷法也羅氏又欲補撰疇人傳敘述宋元以來精心求大圜而實事求是之人於秦李朱趙及

本朝明陳諸公接補爲傳使四元諸法學者得而習之不其偉歟夫大西洋人來於明末乘諸古法失傳之時所以有功於天學迨及末流多習天主邪教惑誘爲害所以

命其同國若使今之人益明古法不但有所接續且使西法不得擅爲秘術庶幾中土之書明明布列步天之士藹藹周行是所望也

道光二十年正月節性齋老人阮元序

割圜古法也圜不割則無由知圜之周自魏劉徽注九章算術以勾股術用圜內六邊形起算從其六觚之環即爲徑一周三之古率由是而弧矢之術生焉元趙友欽革象新書用圜內四邊形起算由是而西人之六宗三要二簡法生焉元郭邢臺授時草立天元一求弧矢猶仍古率徑一周三不知周三者舉成數約而言之也九章少廣注載漢張衡率圜周冪五方周冪八此與宋秦九韶數學九章環田三積術謂以徑冪進位爲實開方爲圜周率同又九章方田注載劉歆率徑一千二百五十周三千九百二十七注載王莽銅斛云云未詳誰氏之率玆據隋志定此爲歆率　劉徽率徑五十周一百五十七吳王蕃率徑四十五周一百四十二迨劉宋南徐州從事祖沖之更開密率以圜徑一億爲一丈圜周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽朒數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽正數在盈朒之間於是定徑一百一十三周三百五十五爲密率又定徑七周二十二爲約率後世因之斯爲最密外此如明陳藎謨太極率徑一周三一五二五邢雲路率徑一周三一二六又三才奇率徑一周三一二一三

二〇三四邢氏二率前率見疇人傳後三才奇率見古今律秝考方以智通雅載徑十七周五十二康熙朝袁士龍智術與顧長發率同爲徑一周三二二五或失之少或失之多皆不逮祖氏率厥後西士亞奇默德作圜書三題其第二題定周三倍徑又七十之十則朒周三倍徑又七十一之十則盈以數考之朒率即祖氏之約率約率本大於密率而盈率更小於密率八千二十三分之六唯利瑪竇等用內容外切諸術屢求勾股割之又割內外相課定爲徑一周三一四一五九二六五三五八九七九三二三八四以之立

表求八線理密數繁然入算必資乎表曩讀梅文穆公赤水遺珍載杜氏德美有不須開方秪立乘除之數求周徑密率及正弦正矢捷法特未詳立法之根學者恒苦莫抉其旨監正明靜庵先生既其弟子陳舜五先生因杜氏圜徑求周及弧求弦矢三術推廣引伸更補成弦矢求弧六術使環轉相生術無賸義詳加圖解著爲是書閒爲某氏所秘未經刊布汪孝嬰廣文初甚詆斥杜術爲巧合繼見是書始翻然改悔見衡齋算學第三冊洎第六冊中陽湖董孝廉亦因未見是書用梁積釋連比例

爲割圜圖解載在方立遺書建功竊以爲方今算學昌明凡天元四元以及大衍求一諸術皆次第復彰於世何可使是書復湮閒與吾友羅子茗香述及此事茗香以舊鈔本見示據云係從戴大寇簡恪公家藏原本影鈔因亟假錄其副算校付梓以公同好伏思是書于割圜之理推闡無遺尤可舍表徑求八線朱小梁觀察曾據術求得四十位周徑率爲徑一周三一四一五九二六五三五八九七九三二三八四六二六四三一八六三六七四七二三一七九五一四小餘七一五一九與割圜本法所求者

合蓋推其原先設十百千萬諸分弧如本法乘除之以求合於弦之二十四分八十分百六十八分矢之十二分三十分五十六分諸數俾弧矢奇耦率可互通向之莫抉其旨者一旦豁然是誠術之至精且捷者也其謄寫魯魚算式舛錯悉爲校正閒有隱晦難於布算亦各加案詳釋刻既竣爲述其緣起如此時

道光己亥孟秋既望天長岑建功紹周氏識

割圜密率捷法目錄

割圜密率捷法卷一

步法

圜徑求周

法置通徑三因之爲第一條次置第一條四除之又二除之又三除之（或三數連乘得二十四爲法除之亦可後倣此）得數爲第二條次置第二條九因之四除之又四除之又五除之得數爲第三條次置第三條二十五乘之四除之又六除之又七除之得數爲第四條次置第四條四十九乘之四除之又八除之又九除之得數爲第五條次置第五條八十一乘之四除之又十除之又十一除之得數爲第六條次置第六條一百二十一乘之四除之又十二除之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之四除之又十四除之又十五除之得數爲第八條次置第八條二百二十五乘之四除之又十六除之又十七除之得數爲第九條次置第九條二百八十九乘之四除之又十八除之又十九除之得數爲第十條次置第十條以三百六十一乘之四除之又二十除之又二十一除之得數爲第十一條併十一條之

數得總數卽圜周
按此卽後通弦求弧背法也三因通徑卽圜內容六等邊之周數也圜內容六等邊每邊與半徑等故省比例乘除之數其四除各次所通用也初次加二除三除二次加四除五除皆依次遞加一數以爲法也初次用九乘二次用二十五乘皆依次遞加二數自乘以爲法也三自乘爲九三加二得五五自乘爲二十五下倣此此以通徑數至億者爲例故遞求至十一條遇通徑數小者次數可省若依各數遞加爲法求至無窮皆能得其密數也

弧背求正弦
法以弧背本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數二除之又三除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第六率數四除之又五除之得數爲第三條應加書於第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第八率數六除之又七除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三 相併第二條

第四條相併兩總數相減得數卽正弦
按此以連比例遞求四六八率以加減二率也四率用二除三除六率用四除五除皆依次遞加一數以爲法也四率爲減六率爲加八率又爲減相間以爲消息也數小者尚可省數大者依次求之建功案此加減乃西法通例也若援古開方例以正負別加減于二四六八等應減之條爲負數用斜畫作誌似較另書之例甚便且無混淆之慮

弧背求正矢
法以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率二除之得數爲第一條次置第一條以三率乘之一率除之得第五率數三除之又四除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第七率數五除之又六除之得數爲第三條應加書于第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第九率數七除之又八除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數卽正矢
按此以連比例遞求五七九率以加減三率也三率用二除

五率用三除四除亦依次遞加一數以爲法也加減亦相間
爲消息也其法大概與求正弦同

弧背求通弦

法以弧背本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數四除之又二除之又三除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第六率數四除之又四除之又五除之得數爲第三條應加書于第

一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第八率數四除之又六除之又七除之得數爲第四條應減書于第二條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數即通弦

按此法與求正弦法同但通加一四除耳若四除第三率爲常用之數則每次之四除可省通弦求弧背同此

弧背求矢

法以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得連比例第三率四除之又二除之得數爲第一條次置第一條以三率乘之一率除之得第五率數四除之又三除之又四除之得數爲第二條應減另書之次置第二條以三率乘之一率除之得第七率數四除之又五除之又六除之得數爲第三條應加書于第一條之下次置第三條以三率乘之一率除之得第九率數四除之又七除之又八除之得第四條應減書于第二條之下第一條第三條相併第二條第四條相併兩總數相減得數即矢

按此法與弧背求正矢同但通加一四除耳若四除第三率爲常用之數則每次之四除可省矢求弧背亦同

通弦求弧背

法以通弦本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率通弦爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數四除之又二除之又三除之得數爲第二條次置第二條九乘之又以三率乘之一率除之得第六率數四除之又四除之又五除之得數爲第三條次置第三條二

十五乘之又以三率乘之一率除之得第八率數四除之又六除之又七除之得數爲第四條次置第四條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十率數四除之又八除之又九除之得數爲第五條次置第五條八十一乘之又以三率乘之一率除之得第十二率數四除之又十除之又十一除之得數爲第六條次置第六條一百二十一乘之又以三率乘之一率除之得第十四率數四除之又十二除之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之又以三率乘之一率除之得第十六率數四除之又十四除之又十五除之得數爲第八條併諸條得總數卽弧背

按此卽前圜徑求周所用之法也若二率與一率等則比例可省諸法不論求弧線求直線但視第幾條得數首位已在單位下便可住若首位尙在單位前者須依次再推方密

正弦求弧背

法以正弦本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率正弦爲連比例第二率求得連比例第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率數二除之又三除之得數爲第二條次置第二條九因之又以三率乘之一率除之得第六率數四除之又五除之得數爲第三條次置第三條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第八率數六除之又七除之得數爲第四條次置第四條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十率數八除之又九除之得數爲第五條次置第五條八十一乘之又以三率乘之一率除之得第十二率數十除之又十一除之得數爲第六條次置第六條一百二十一乘之又以三率乘之一率除之得第十四率數十二除之又十三除之得數爲第七條次置第七條一百六十九乘之又以三率乘之一率除之得第十六率數十四除之又十五除之得數爲第八條併諸條得總數卽弧背

按此法與通弦求弧背法同但通省一四除耳

正矢求弧背

法倍正矢爲第一條次以半徑爲連比例第一率倍正矢爲連比例第三率三率自乘一率除之得第五率數三除之又四除

之得數爲第二條次置第二條四因之又以三率乘之一率除之得第七率數五除之又六除之得數爲第三條次置第三條九因之又以三率乘之一率除之得第九率數七除之又八除之得數爲第四條次置第四條十六乘之又以三率乘之一率除之得第十一率數九除之又十除之得數爲第五條次置第五條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第十三率數十一除之又十二除之得數爲第六條次置第六條三十六乘之又以三率乘之一率除之得第十五率數十三除之又十四除

之得數爲第七條次置第七條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十七率數十五除之又十六除之得數爲第八條併諸條得總數又爲連比例第三率與連比例第一率半徑相乘開平方得連比例第二率卽弧背

按此法與通弦正弦求弧背之理同惟多一開平方耳除法始于三四乘法遞加一數以自乘用數小異焉

矢求弧背

法置矢八乘之（卽四乘又二乘）得數爲第一條次以半徑爲連比例第一率第一條爲連比例第三率三率自乘一率除之得第五率數四除之又三除之又四除之得數爲第二條次置第二條四乘之又以三率乘之一率除之得第七率數四除之又五除之又六除之得數爲第三條次置第三條九乘之又以三率乘之一率除之得第九率數四除之又七除之又八除之得數爲第四條次置第四條十六乘之又以三率乘之一率除之得第十一率數四除之又九除之又十除之得數爲第五條次置第五條二十五乘之又以三率乘之一率除之得第十三率數四除

之又十一除之又十二除之得數爲第六條次置第六條三十六乘之又以三率乘之一率除之得第十五率數四除之又十三除之又十四除之得數爲第七條次置第七條四十九乘之又以三率乘之一率除之得第十七率數四除之又十五除之又十六除之得數爲第八條併諸條得總數又爲連比例第三率與連比例第一率半徑相乘開平方得連比例第二率卽弧背

按此法與正矢求弧背同但第一條加一四因餘加一四除

耳以上九法皆至精至密任有圓線求直線有直線求圓線雖推至無窮靡不合也但遇設數大者推算次數較多故增後法

餘弧求正弦正矢

視所設之弧過四十五度者與象限弧相減得餘弧次用餘弧按弧背求正矢正弦法求得餘弧正矢爲本弧餘矢與半徑相減即得本弧正弦求得餘弧正弦爲本弧餘弦與半徑相減即得本弧正矢

餘矢餘弦求本弧

視所設正弦正矢數大于四十五度者與半徑相減得餘矢餘弦次用餘矢餘弦按正矢正弦求弧背法求得弧背爲餘弧與象限弧相減即得本弧

以上二法施之弧背求正弦正矢已爲省便施之正矢正弦求弧背尚有不能省便者故又設後法

借弧求正弦餘弦 餘弦即半徑正矢之較三角形用正矢甚少故借弧求餘弦

視設弧過三十度至六十度內者借四十五度之弧背與所設弧背相減得較弧背按前法求得較弧之正弦正矢次以半徑爲一率借弧之弦線 正弦餘弦數同 爲二率較弧之正弦正矢相加減 設弧小于借弧求正弦則加求餘弦則減設弧大于借弧求正弦則減求餘弦則加 爲三率求得四率爲弦較與借弧弦線相加減 設弧小于借弧求正弦則減求餘弦則加設弧大于借弧求正弦則加求餘弦則減 得數爲設弧正弦餘弦

借正弦餘弦求弧背

有正弦求弧背視正弦在十分半徑之三之內者用本法求之過十分半徑之九者用餘矢求本弧法求之若過十分半徑之

三至十分半徑之六者借三十度之正弦餘弦用之若過十分半徑之六至十分半徑之八者借四十五度之正弦餘弦用之若過十分半徑之八至十分半徑之九者借六十度之正弦餘弦用之法先求得本弧餘弦然後以本弧正弦與借弧正弦相減得正弦較爲股以本弧餘弦與借弧餘弦相減得餘弦較爲勾求得弦爲較弧通弦次按前通弦求弧背法求得弧背爲較弧與借弧相加減 本弧正弦大于借弧正弦爲加小于借弧正弦爲減 即得本弧有餘弦求弧背以餘弦爲餘弧正弦如前求得弧背爲本弧之餘弦與

象限弧相減即得本弧

割圜密率捷法卷一終

割圜密率捷法卷二

用法

今之法所以密於古者以其能用三角形也然三角形非八線表不能相求若一時不得其表雖精于其法者亦無從措手惟用此法以之立表則甚易以之推三角形則不用表而得數與用表者同其用可謂溥矣爰著法數條如左

角度求八線

設圜半徑一千萬求四十三度二十一分五十秒之正弦幾何

一率周天秒	一二九六〇〇〇
二率倍圜周定率	六二八三一八五三
三率角度化秒	一五六一一〇
四率弧背	七五六八四二六三

法以周天度化爲一百二十九萬六千秒爲一率倍圜周定率通徑設爲二千萬倍于定率故圜周亦倍之得六千二百八十三萬一千八百五十三爲二率設度化爲一十五萬六千一百一十秒爲三率乘除得四率七百五十六萬八千四百二十六小餘三帶小餘一位單位數方密後仿此爲弧背角度爲旋轉一周之圜周之虛數弧背爲半徑上曲線爲第一條書右次以半徑一千萬爲連比例第一率第

一條即弧背為連比例第二率乘除得連比例第三率五百七十二萬八千一百零七為比例常用之數次置第一條以三率乘之一率除之得四率數六除之與二除之又三除之同得七十二萬二千五百四十五八為第二條書左次置第二條以三率乘之一率除之得六率數二十除之與四除之又五除之同餘倣此得二萬零六百九十四為

右

第一條　七五六八|四二六|三
第三條　二〇六九四|〇
第五條　二|二
七五八九一二二|伍

左

第二條　七二二五四五|八
第四條　二八二|〇
七二二八二七|八

七五八九一二二|伍
七二二八二七|八
六八六六二九四|七

第三條書右次置第三條以三率乘之一率除之得八率數四十二除之得二百八十二為第四條書左每次得數降二位第四條數尚有三位須求第五條數次置第四條以三率乘之一率除之得十率數七十二除之得二二為第五條書右第五條數止一位第六條數必在小餘下故可省求次併右三條得總數七百五十八萬九千一百二十二五併左二條得總數七十二萬二千八百二十七八置右總數減左總數得六百八十六萬六千二百九十五一小餘七進為一在舊法當一減一加累求之今以應加者書右應減者書左只用加一次減一次較為省便即四十三度二十一分五十秒之正弦

線也

一率　周天秒　一二九六〇〇〇
二率　借圓周定率　六二八三一八五三
三率　較度化秒　五八九〇
四率　較弧背　二八五五五五二

右

第一條　二八五五五五|二
三八|八
較弧正弦　二八五五一六|四

左

第二條　三八|八

右

第一條　四〇七七|〇
〇|二
較弧正矢　四〇七六|八

左

第二條　〇|二

又法借四十五度與所設弧度相減餘一度三十八分十秒為較度化秒比例得較弧背二八五五五五二先求正弦以弧背為第一條書右次以半徑為連比例第一率第一條為連比例第二率求得連比例第三率八一五四為比例常用之數次置第一

條以三率乘之一率除之得四率數六除之得三八八為第二條書左第二條得數僅二位而比第一條數降四位則第三條數必降至奇零下即無庸求

一率　半徑　一〇〇〇〇〇〇〇
二率　借弧正弦　七〇七一〇六八
三率　較弧正弦正矢和　二八九五九三二
四率　正弦較　二〇四七七三

七〇七一〇六|八
二〇四七七|三
六八六六二九|五

左右二條相減得二八五五一六四為較弧正弦次求正矢置前所得第三率之數二除之得四〇七七為第一條書右次置第一條以三率乘之一率除之得五率數十二除之得小餘二為第二條書左左右二條相減得四〇七六八為較弧正矢次以半徑

一〇〇〇〇〇〇〇爲一率四十五度正弦七〇七一〇六八爲二率較弧正弦正矢相加（設弧小于借弧故加）得二八九五九三二爲三率乘除得四率二〇四七七三爲正弦較與四十五度正弦七〇七一〇六八相減餘六八六六二九五爲設弧正弦與前得數相同

設圜半徑一千萬求四十三度二十一分五十秒之餘弦幾何

法用周天秒及圜周定率比例得弧背（法數俱見前題）次以圜半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得第三率（數見前）二除

之得二八六四〇五三五爲第一條書右次置第一條以三率乘之一率除之得五率數十二除之得一三六七一三三爲第二條書左次置第二條以三率乘之一率除之得七率數三十除之得二六一〇三爲第三條書右次置第三

右	
第一條	二八六四〇五三|五
第三條	二六一〇|三
第五條	|一
	二八六六六六四|〇

左	
第二條	一三六七一三|三
第四條	二六|七
	一三六七四〇|〇

	二八六六六六四
	一三六七四〇
正矢	二七二九九二四
	一〇〇〇〇〇〇〇
餘弦	七二七〇〇七六

條以三率乘之一率除之得九率數五十六除之得二六七爲第四條書左次置第四條以三率乘之一率除之得十一率數九十除之得小餘一爲第五條書右次併右三條得總數二八六六六六四併左二條得總數一三六七四〇置右總數減左總數得二七二九九二四爲四十三度二十一分五十秒之正矢與半徑相減得七二七〇〇七六即所求之餘弦也

又法借四十五度與所設度相減得較弧度分秒比例得較弧弧背求得正弦及正矢（數俱見前題）乃以半徑爲一

一率	半徑	一〇〇〇〇〇〇〇
二率	借弧餘弦	七〇七一〇六八
三率	較弧正弦正矢較	二八一四三九六
四率	餘弦較	一九九〇〇七八

七〇七一〇六八|
一九九〇〇七|八
七二七〇〇七五|八

率四十五度餘弦七〇七一〇六八

爲二率較弧正弦正矢相減得二八一四三九六爲三率乘除得四率一九九〇〇七八與四十五度餘弦相加得七二七〇〇七六即設弧餘弦與前得數同

設圜半徑一千萬求四十六度三十八分十秒之正弦幾何

法以所設弧度分秒與象限九十度相減餘四十三度二十一分五十秒爲餘弧以餘弧求得正矢（法數俱見前題）與半徑相減得七二七〇〇七六即設弧之正弦也

又法借四十五度與所設度相減餘一度三十八分十秒爲較

弧以較弦求得正弦正矢次以半徑爲一率四十五度正弦爲二率較弧正弦正矢相減餘爲三率求得四率爲正弦較與四十五度正弦相加得七二七〇〇七六即設弧之正弦也法數俱與前題求餘弦同

設圜半徑一千萬求四十六度三十八分十秒之餘弦幾何

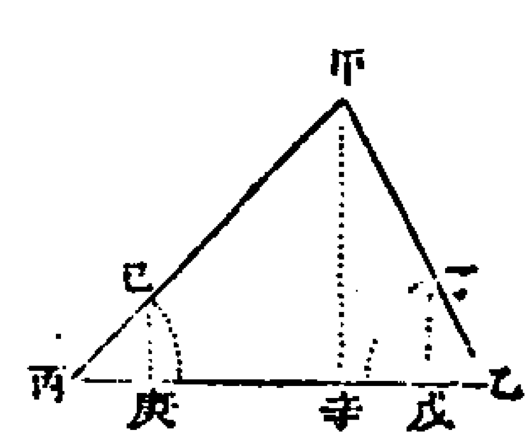
法以所設度分秒與象限九十度相減餘四十三度二十一分五十秒爲餘弧以餘弧求得正弦六八六六二九五即設弧之餘弦也法數俱見前題

又法求得設弧與四十五度較弧之正弦正矢次以半徑爲一率四十五度餘弦爲二率較弧正弦正矢相加爲三率乘除得四率與四十五度餘弦相減得六八六六二九五即設弧之餘弦也法數俱與前題求正弦同

直線三角形邊角相求

設甲乙丙直線三角形甲乙邊一丈八尺七寸三分甲角七十四度乙角六十二度求餘二邊一角各幾何

如圖甲乙丙形有甲乙邊及甲乙二角求餘二邊一角先併二



一率　周天度　三六〇
二率　倍圜周率　六二八三一八五三
三率　乙角餘度　丙角度　二八　四四
四率　乙角餘弧背　丙角弧背　四八八六九二　七六七九四五

角與半周相減得丙角四十四度次以圜周度與倍圜周率比例得乙角餘弧背四八八六九二丙角弧背七六七九四五命半徑爲十萬求得乙餘角正矢一一七〇五與半徑相減餘八八二九五爲乙角正弦丁戊求得丙角正弦己庚六九四六五八次以半徑乙丁爲一率乙角正弦丁戊爲二率甲

右

第一條　一一九四〇|八
第三條　一|八
一一九四二|六

一一九四二|六
二三七|六
一一七〇五〇　乙餘角正矢
一〇〇〇〇〇
八八二九五　乙角正弦

第一條　七六七九四|五
第三條　二二二|五
七七〇一七|〇

左

第二條　二三七|六

第二條　七五四八|一
第四條　三|一
七五五一|二

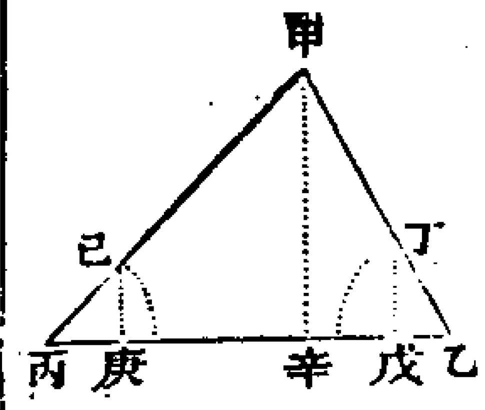
七七〇一七|〇
七五五一|二
六九四六五八　丙角正弦

一率　半徑
二率　乙角正弦
三率　甲乙
四率　甲辛
一率　丙角正弦
二率　半徑
三率　甲辛
四率　甲丙

乙邊爲三率求得四率一丈六尺五寸三分七釐六毫爲中垂線甲辛次以丙角正弦己庚爲一率半徑己丙爲二率中垂線甲辛爲三率求得四率二丈三尺八寸零六釐八毫爲甲丙邊次以中垂線甲辛爲股甲乙邊爲弦求得勾八尺七寸九分三釐二毫爲小分底乙辛又以中垂線甲辛爲股甲丙邊爲弦

求得勾一丈七尺一寸二分五釐二毫爲大分底丙辛併二分底得二丈五尺九寸一分八釐四毫爲乙丙邊

設甲乙丙直線三角形甲丙邊二丈三尺八寸零六釐八毫乙丙邊二丈五尺九寸一分八釐四毫丙角四十四度求餘二角一邊各幾何



法先比例得丙角弧背見前題求得正矢二八〇六六與半徑相減得七一九三四爲丙角餘弦丙庚次以半徑丙己

爲一率丙角餘弦丙庚爲二率甲丙邊爲三率求得四率一丈七尺一寸二分五釐二毫爲大分底丙辛與乙丙邊相減餘八尺七寸九分三釐二毫爲小分底乙辛次以甲丙邊自乘大分底丙辛小分底乙辛和較相乘二積相減餘數開平方得一丈八尺七寸三分爲甲乙邊兩腰分底和較相乘之積與兩腰和較相乘之積等亦即與

右

第一條 二九四八七〇

第三條 二八〇四

二九五一五四

左

第二條 一四四九一

第四條 三

一四四九四

二九五一五四

一四四九四

二八〇六六〇 丙角正矢

一〇〇〇〇〇

七一九三四〇 丙角餘弦

一率 半徑

二率 丙角餘弦

三率 甲丙

四率 丙辛

一率 甲乙

二率 乙辛

三率 半徑

四率 乙角餘弦

兩腰方相較之積等故大腰自乘之積內減分底和較相乘之積餘即小腰自乘之積也次以甲乙邊爲一率小分底乙辛爲二率半徑乙丁爲三率求得四率

第一條 四六九四七一

第二條 一七二四三

第三條 一七一〇

第四條 二二四

第五條 三三

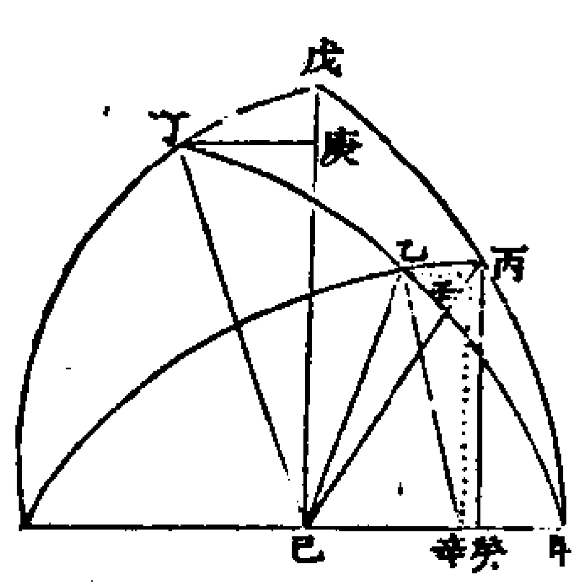
第六條 五

四八八六八八

四六九四七一爲乙角餘弦乙戊次按以乙角餘弦爲乙餘角正弦用正弦求弧背法求得弧背四八八六八八以一度之弧背數一七四五三三除之餘得二十八度爲乙餘角度與九十度相減得六十二度即乙角度次併乙丙二角與半周相減得七十二度爲甲角度

弧線三角形邊角相求

設黃赤大距二十三度二十九分太陽黃道實行酉宮十度問赤道同升度及距緯度各幾何



如圖取渾圜八分之一甲乙丙正弧三角形甲丁爲黃道甲戊爲赤道甲爲春分甲角爲交角即丁戊大距度丁己爲半徑丁庚爲正弦乙爲太陽甲乙爲太陽距春分黃道度四十度甲丙爲

一率　周天分
二率　倍圜周率
三率　大距分
四率　大距弧背

一率　周天度
二率　倍圜周率
三率　黃道度
四率　黃道弧背

距春分赤道度乙丙爲距緯乙辛爲
黃道正弦乙壬爲距緯正弦自壬至
辛聯辛壬線成乙辛壬勾股形與丁
己庚勾股形爲同式形丙癸爲赤道
正弦丙己癸與壬己辛亦爲同式勾
股形法先比例得大距弧背丁戊四〇
九八六一四八黃道弧背甲乙六九八
一三一七求得大距正弦丁庚三九八

右

第一條　八｜四一六八九〇四
第三條　八｜三六九
六｜八七五九九〇四

左

第二條　九｜一五七四一一
第四條　八｜三
七｜五五七四一一

六｜八七五九九〇四
七｜五五七四一一
大距正弦　九｜二二八四八九三

第一條　〇｜七一三一八九六
第三條　九｜九一八三一
第五條　〇｜一
九｜七三一五九九六

第二條　五｜一一〇一七六五
第四條　三｜〇六一
八｜一六二七六五

九｜七三一五九九六
八｜一六二七六五
黃道正弦　一｜六七八七二四六

一率　半徑
二率　大距正弦
三率　黃道正弦
四率　距緯正弦

四八二三黃道正弦乙辛六四二七八
七六次以半徑丁己爲一率大距正弦
丁庚爲二率黃道正弦乙辛爲三率求得
四率二五六一三九五爲距緯正弦
乙壬次按正弦求弧背法求得二五九
〇二六二九爲距緯弧背以一秒之
弧背四八四八一三六八除之得五三四二
八爲距緯秒數遞以六十進之得十

第一條　八｜四九三一六五三
第二條　七｜七〇〇八二
第三條　八｜六二八
第四條　二｜二三
第五條　四｜一
距緯弧背　九｜二六二〇九五二

一率　距緯餘弦
二率　壬辛線
三率　半徑
四率　赤道正弦

四度五十分二十八秒卽太陽距赤
道北之緯度次以半徑乙己爲弦距緯
正弦乙壬爲股求得勾九六六六三九
八爲距緯餘弦己壬又以黃道正弦乙辛
爲弦距緯正弦乙壬爲股求得勾五八
九五四九三六爲壬辛線次以距緯
餘弦己壬爲一率壬辛線爲二率半徑
丙己爲三率求得四率六〇九八九五

正弦較
八｜七六〇一七〇七
九｜五五九九九〇六
九｜一一一一七九〇

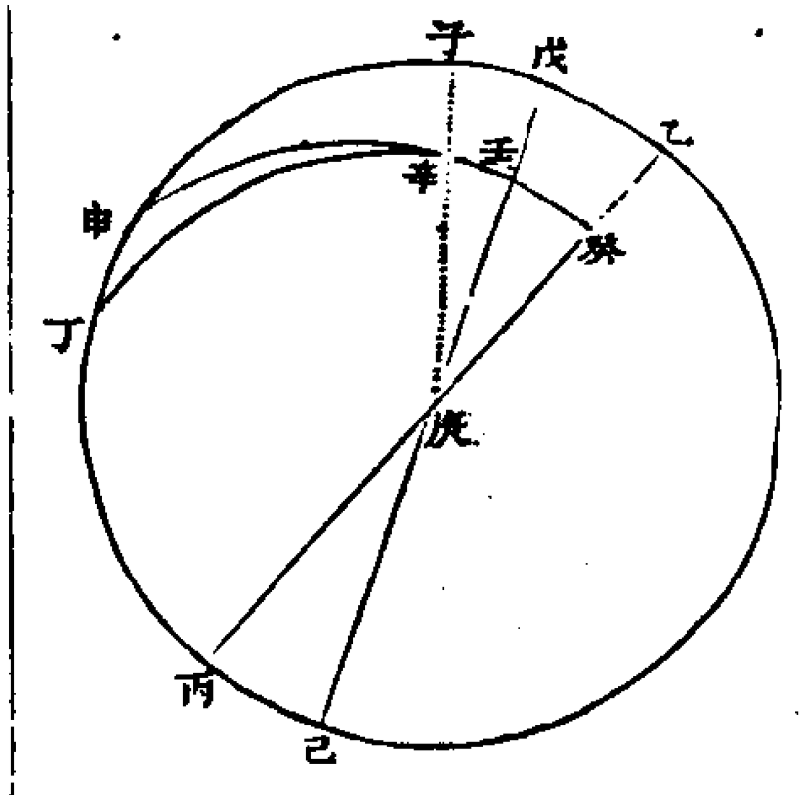
餘弦較
七｜七一八四二九七
八｜七六〇一七〇七
九｜九四七三五八〇

第一條　三｜九八七三九二一
第二條　三｜二〇九
第三條　六｜二
弧背較　二｜三九六四九二一

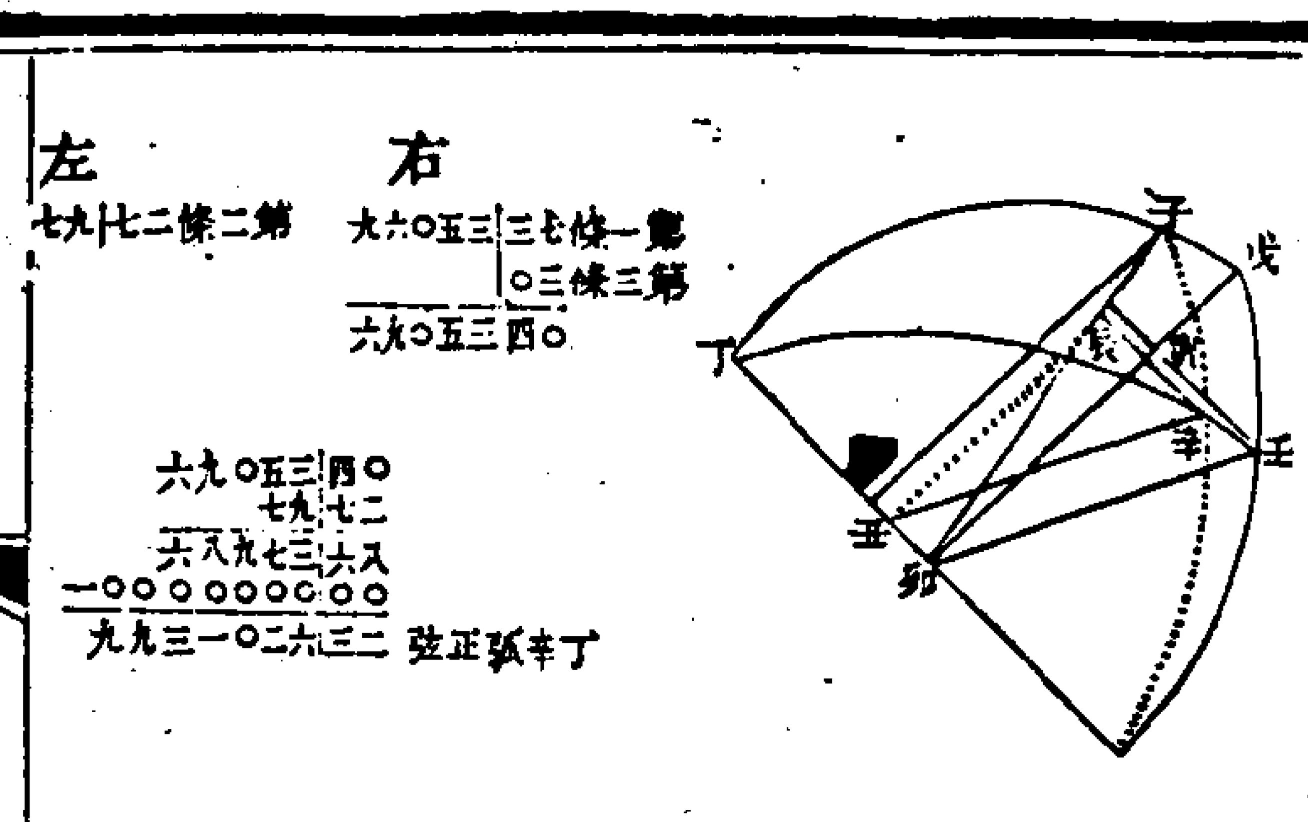
五九爲赤道正弦丙癸或以半徑距緯正弦和較相乘爲一率黃道正弦距緯正弦和較相乘爲二率半徑自乘爲三率求得四率爲赤道正弦自乘方開平方得赤道正弦次用借弦求
弧背法以赤道正弦與四十五度正
弦相減餘九七一一一一九爲股求
得赤道餘弦己癸七九二四八一七七
與四十五度餘弦相減餘八五三七
四九九爲勾求得弦一二九三七八

九三為較弧通弦用通弦求弧背法求得一二九四六九三二
為較弧背以一秒之弧背數除之得數以六十遞進之得七度
二十五分零五秒為較弧度與四十五度相減得三十七度三
十四分五十五秒為距分赤道度加春分距冬至九十度滿三
十度進一宮為酉宮零七度五十四分五十五秒卽太陽赤道
同升也

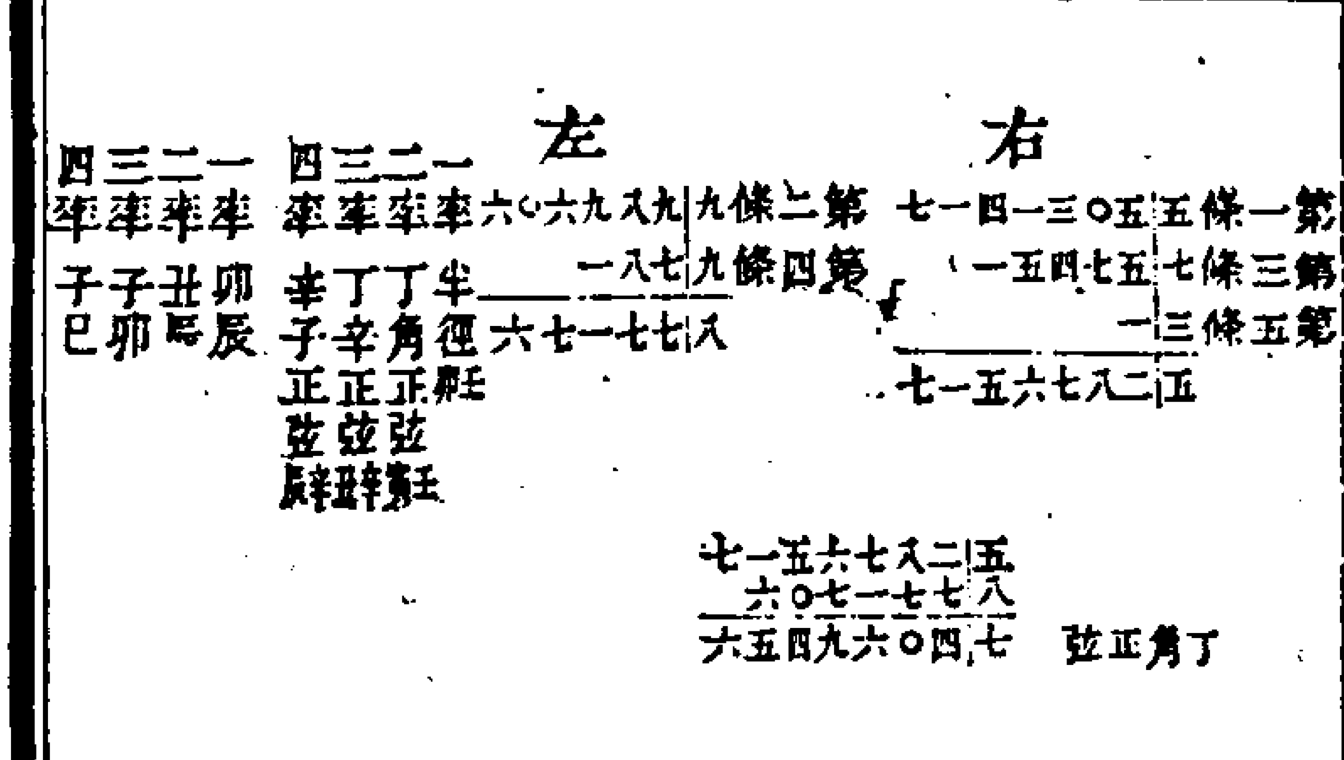
設金星黃道經度午宮十度五十五分緯北六度四十四分黃
赤大距二十三度二十九分問赤道經緯度各幾何



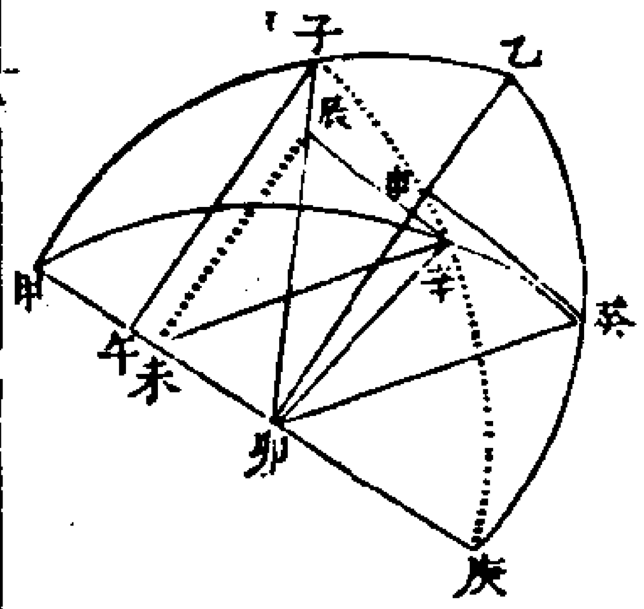
如圖甲為赤極乙丙為赤道丁為黃
極戊己為黃道己為冬至戊為夏至
庚為秋分辛為金星成甲丁辛斜弧
三角形甲丁為二極相距丁辛為星
距黃極甲辛為星距赤極丁角為星
距夏至黃道經度當戊壬弧甲角為星距冬至赤道經度當丙
癸弧此形有甲丁丁辛二邊及丁角求甲辛邊及甲角自秋分
庚點星辛點作庚子象限弧辛子為形外垂弧用丁辛子甲辛



子二正弧三角形算之先用丁辛子
形如第二圖比例得丁辛星距黃極
之餘弧背卽辛壬星距黃道北緯度之弧背一一七
五一八八三三求得正矢六八九七
四與半徑相減得九九三一〇二六
為丁辛星距黃極之正弦辛丑又比例
得丁角星距夏至黃道弧背七一四
一三〇五五求得正弦壬寅六五四九



六〇五次以半徑壬卯為一率丁角正
弦壬寅為二率丁辛正弦辛丑為三率求
得四率六五〇四四三〇為垂弧正
弦辛辰次用辛丑辰勾股形有辛丑弦
辛辰股求得丑辰勾七五〇四五一
〇次以垂弧餘弦卯辰為一率丑辰為
二率半徑子卯為三率求得四率九八
八〇一三九為垂弧距黃極丁子之正



一〇〇〇〇〇〇〇
九八八〇一三九
餘矢 〇〇一一九八六一
三
第一條 二三九七二二|〇
第二條 四七八|九
第三條 一|五
三率 二四〇二〇二|四
二率即弧背 一五四九八四六

弦子己次以垂弧距黃極之正弦與半徑相減餘一一九八六一為餘矢按正矢求弧背法求得弧背一五四九八四六以一秒之弧背除之得三一九六八滿六十遞進之得八度五十二分四十八秒為餘弧與九十度相減得八十一度零七分一十二秒為垂弧距黃極子丁與二極相距度甲丁相

右
第一條 一五九五二五九|〇
第三條 四五一|一
一五九五七一〇|一

左
第二條 四二四一四|二
第四條 二|六
四二四一六|八

一率 半徑子卯
二率 垂弧距赤極正弦子午
三率 垂弧餘弦卯辰
四率 辰未線

一五九五七一〇|一
四二四一六|八
餘弧正矢 一五五三二九三|三
一〇〇〇〇〇〇〇
甲子弧正弦 八四四六七〇六|七

減得五十七度三十八分一十二秒為垂弧距赤極子甲如第三圖以甲子之餘度三十二度二十一分四十八秒比例得弧背五六四八四六七二求得正矢一五五三二九三三與半徑相減得八四四六七〇六七為垂弧距赤極之正弦子午次以半徑子卯為一率垂弧距赤極正弦子午為二率垂

星距赤極餘矢 八六三八四六
二
第一條 一一二七六九二|〇〇
第二條 二四八七四|三三
第三條 五七三|〇〇
第四條 一五|九一
第五條 |四九
三率 一七五三一五五|七三
二率即弧背 四一八七〇七〇

一率 星距赤極正弦辛未
二率 垂弧正弦辛辰
三率 半徑卯癸
四率 星距夏至赤道正弦癸申

弧餘弦卯辰為三率求得四率六四一五七三九為辰未線次以辰未為勾辛辰為股求得辛未弦九一三六一五四四為星距赤極正弦以正弦與半徑相減餘八六三八四六為星距赤極餘矢按正矢求弧背法求得弧背四一八七〇七〇以一秒之弧背除之得八六三六四五為秒數遞以六

第一條 六八一四一|六
第二條 |一
較弧背 六八一四一|七

七一一九四四〇
七〇七一〇六八
正弦較 〇〇四八三七二

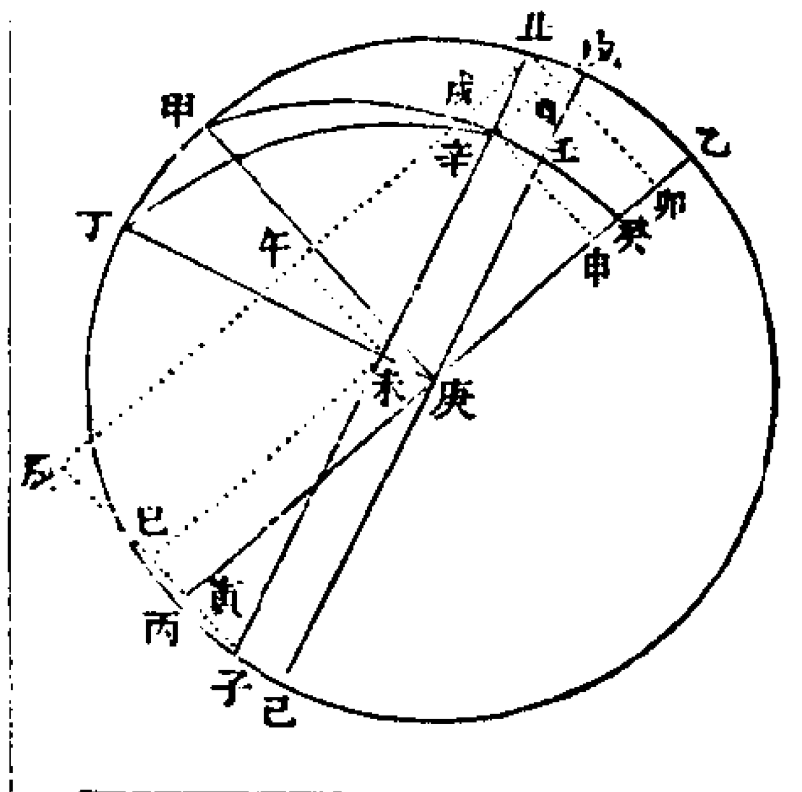
七〇七一〇六八
七〇二三〇七四
餘弦較 四七九九四

較弧通弦 六八一四一|六

十進之得二十三度五十九分二十四秒半為星距赤極餘度即星距赤道北緯度癸辛與象限九十度相減得六十六度零三十五秒半為星距赤極甲辛次以星距赤極正弦辛未為一率垂弧正弦辛辰為二率半徑卯癸為三率求得四率七一一九四四〇為星距夏至赤道正弦癸申隨求得餘弦卯申七

○二三○七四用借弦求弧背法借四十五度之正弦餘弦減得正弦較四八三七二餘弦較四七九九四求得較弧通弦六八一四一六次按通弦求弧背法求得較弧背六八一四一七以一秒之弧背除之得一四○五五爲秒數滿六十進之得二十三分二十五秒半與借弧四十五度相加滿三十度進一宮得一宮十五度二十三分二十五秒半爲星距夏至赤道宮度加夏至距冬至六宮得七宮爲午宮十五度二十三分三十五秒半卽金星赤道經度也

設金星黃道北緯度六度四十四分赤道北緯度二十三度五十九分二十四秒三十微黃赤大距二十三度二十九分問黃道經度赤道經度各幾何



如圖以星距黃極丁辛與二極相距甲丁相加得一百零六度四十五分爲總弧甲子相減得五十九度四十七分爲較弧甲丑比例得丙子總弧減去象限弧背二九二三四二六五求得正弦子寅二八

右

第一條　二九二三四二六|五
第三條　三一七七|九
二九二三六○四|四

左

第二條　四一六四一|三
第四條　|三
四一六四一|六

二九二三六○四|四
四一六四一|六
二八八一九六二|八　總弧餘弦

右

第一條　五二七三八○三|二
第三條　三三九七|六
五二七七二○二|八

左

第二條　二四四四六七|一
第四條　二二|三
二四四四八九|六

五二七七二○二|八
二四四四八九|六
五○三二七一三|二　較弧餘弦

八一九六三爲總弧餘弦比例得乙丑甲丑之餘弧背五二七三八○三二求得正弦丑卯五○三二七一三爲較弧餘弦以兩餘弦相加得七九一四六七六子辰折半得三九五七三三八辰巳與午未等爲中數爲一率比例得辛癸甲辛之餘弧背四一八七○六九一求得正弦辛申四○六五七九四爲星距赤極

右

第一條　四一八七○六九|一
第三條　一○七二|四
四一八八一四一|五

左

第二條　一二二三四二|九
第四條　四|四
一二二三四七|三

四一八八一四一|五
一二二三四七|三
四○六五七九四|二　星距赤極餘弦

二八八一九六二|八　總弧餘弦
五○三二七一三|二　較弧餘弦
七九一四六七六|○
三九五七三三八　中數

五○三二七一三|二　較弧餘弦
四○六五七九四|二　星距赤極餘弦
○九六六九一九|○　矢較

餘弦與較弧餘弦丑卯相減餘九六六九一九爲矢較丑酉與戌辛等爲二率半徑戊庚爲三率求得四率二四四三三五七一二爲星距夏至黃道正矢戊壬求得弧背七一四一二八五五以一秒之弧背除之得一四七三○○爲秒數收作一宮十度五十五分爲星距夏至黃道度加六宮得七宮爲午宮

十度五十五分為金星黃道經度矢較比例之理詳見考成上編次以星距赤極辛甲正弦為一率星距夏至黃道經度丁角正弦為二率星距黃極辛丁正弦為三率求得四率七一一九四三九為星距夏至赤道經度甲角外正弦求得弧背秒數收作一宮十五度二十三分二十五秒半各數俱見前題加六宮得七宮為午宮十五度二十三分二十五秒半即金星赤道經度也

一率　中數戊午
二率　矢較辛戊
三率　半徑庚戊
四率　丁角正矢三戊

正矢　一二　七五三三四四二
第一條餘　四二　四一七六八八四
第二條餘　○八　九九九八九一
第三條餘　六○　六六九二一
第四條餘　一三　八一○一
第五條餘　六四　八八
第六條餘　九一　八
第七條餘　九七
三率　五八　五九七九九○五
弧背　五　五八二一四一七

一率　甲辛正弦
二率　丁角正弦
三率　丁辛正弦
四率　甲角正弦

割圜密率捷法卷二終

割圜密率捷法卷三

圖解上

弧矢弦相求圖解

凡解有因法而得者有不因法而得者因法而得者法如是解如是止也不因法而得者法如是解不止于如是也不因法而得何以有是解乎蓋其初非為法解也亦欲自立一法與前法並行及深思而得之乃與作者脗合遂以為是法之解故法如是而解之曲暢旁通不止于如是也　先生初聞杜泰西圖徑求周弧背求弦求矢之法知其義深藏而不可不求甚解欲自立一法以觀其同異因思古法有二分弧法西法又有三分弧法則遞分之亦必有法也由是思之遂得五分弧及七分弧次列三分弧五分弧七分弧三數觀之見其數可依次加減而得遂加減至九十九分弧然其分數皆奇數也又思之遂得二分弧依前法遞推至四分弧六分弧加減至百分弧則偶數亦備矣然猶分而不能合也又思之奇偶可合矣然遂層求之數多則繁若果至千萬分猶未易也又思之其數可超位而得則以

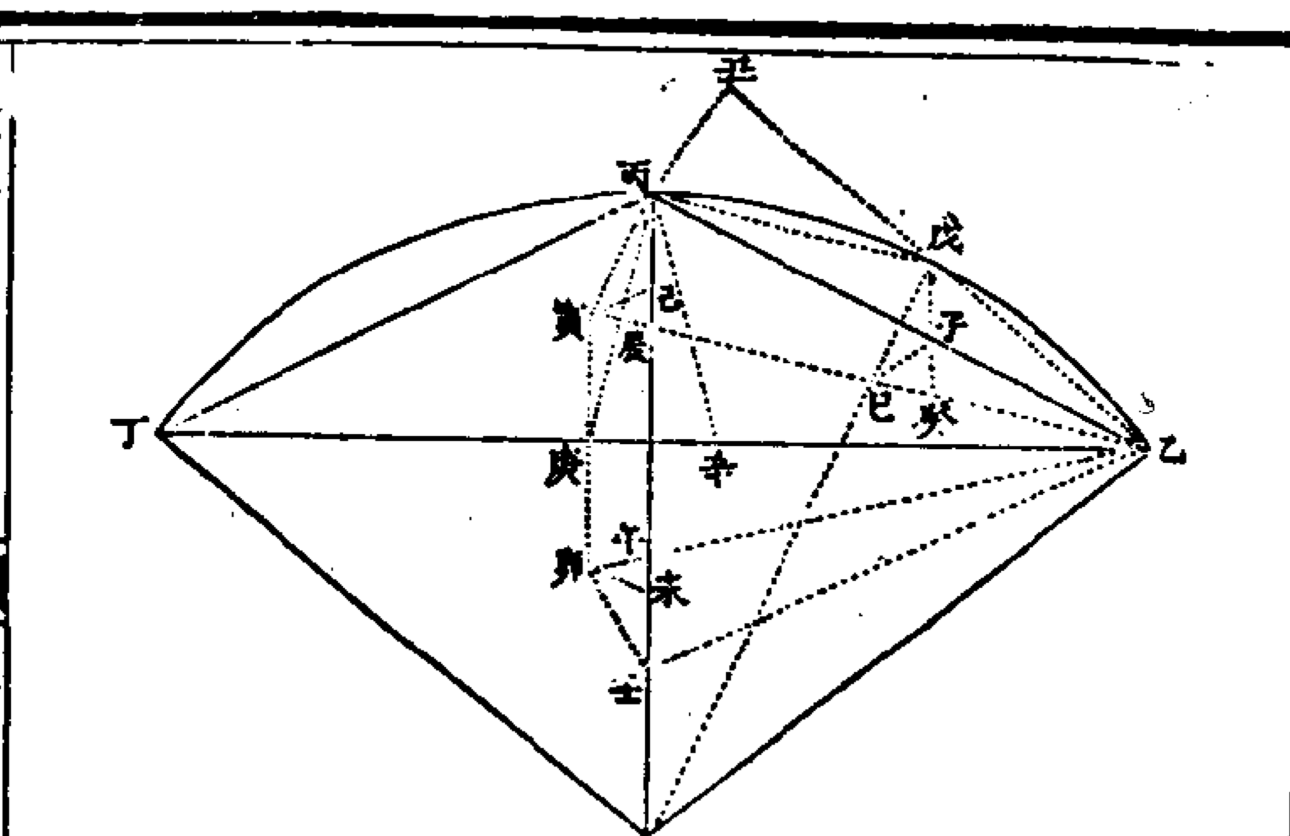
二分弧五分弧求得十分弧以十分弧求得百分弧以十分弧百分弧求得千分弧以十分弧千分弧求得萬分弧既得百分弧千分弧萬分弧三數然後比例相較而弧矢弦相求之密率捷法于是乎成及其成也與杜泰西之法無異遂以是爲解焉豈非不因法而得者乎計其次第相求以至成書約三十餘年今觀其解初若與本法絕不相侔及循序而進而其法之必由乎此又有確然無可疑者至于設一術取一數反覆求之諸法皆立而其用未盡誠所謂法如是解不止于如是也際新親承指授且不敢違遺命今輯其解並述其意云

分弧通弦率數求全弧通弦率數

按分弧通弦求全弧通弦卽弧背求通弦所由起也若以數求之不勝其繁今用借根方法專取其率數率數定則數可得而求矣

設有圜周一弧二分之命圜半徑爲連比例第一率一分弧通弦爲連比例第二率求全弧通弦率數幾何

此題用勾股法求之甚易然不能與諸法相通故設此問觀者依次求之則知其不可易矣



如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲圜周之一弧乙丙弧丙丁弧俱爲二分弧之一爲一分弧乙丁爲全弧通弦乙丙丙丁俱爲一分弧通弦今命甲乙類爲連比例第一率乙丙類爲連比例第二率求乙丁當連比例之率數是三線本非一連比例欲設法以取之也試任平分一分弧乙

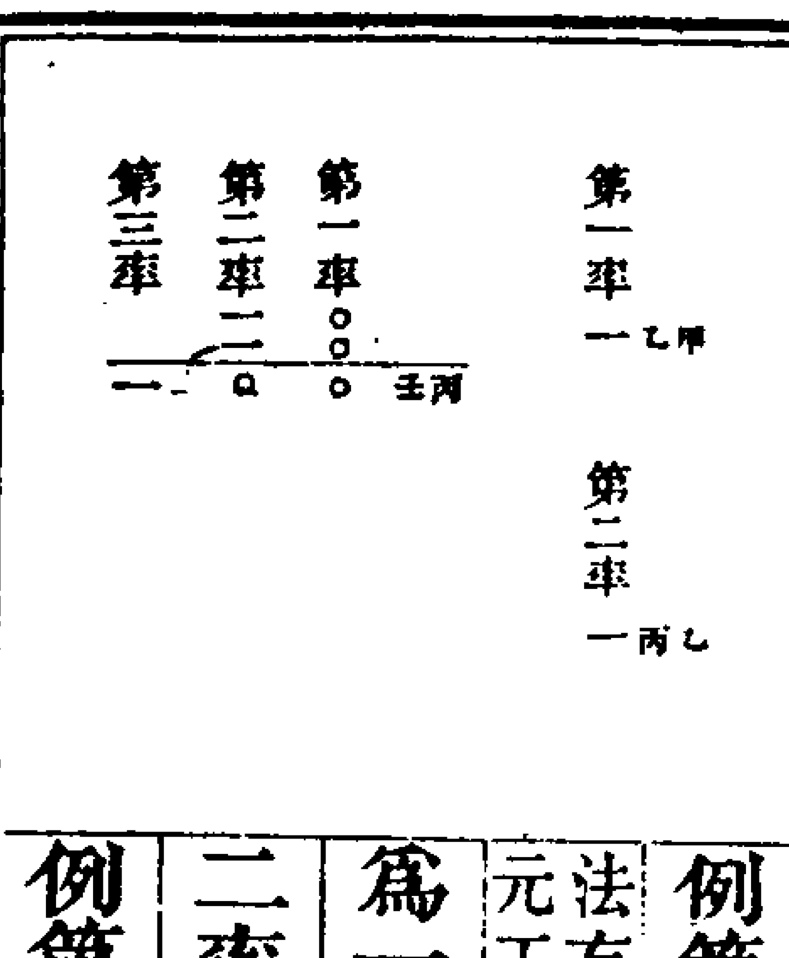
丙于戊作甲戊半徑乙戊丙戊半分弧通弦又與乙戊相等作乙己線成甲乙戊乙戊己連比例三角形見數理精蘊次自乙丁二點取乙丙丙丁之分截乙丁線于庚于辛作丙庚丙辛二線成乙丙庚丙庚辛丁丙辛丙辛庚亦同連比例三角形與甲乙戊乙戊己連比例三角形爲同式形凡心角邊角對弧等則心角比邊角大一倍對乙丙丙丁一分弧之甲心角倍大于乙丁二邊角則對乙戊半分弧之甲心角必與對乙丙丙丁一分弧之乙丁二邊角等兩等邊三角形一角等餘二角必等故爲同式形如以甲乙與乙戊之比同于乙戊與戊己之比又以甲乙與戊己之比同于乙丙或丙丁與庚辛之比兩邊比例同式則此形一三率

相比必同于彼形一三率相比既得庚辛則以乙丙或丙丁一分弧通弦倍之得乙丁多一庚辛減去庚辛卽得乙丁爲全弧通弦若依此求之固易易也然題無乙戊半分弧通弦又甲乙戊形與乙丙庚形非一連比例今又設法先以乙戊半分弧通弦爲二率求得乙丙所生三率之數然後以乙丙所生三率之數轉求得戊己之數爲三率則二形可合爲一連比例矣試自乙點取乙丙之分作乙壬線成甲乙丙乙丙壬連比例三角形乙丙爲二率丙壬爲三率又自戊點取戊己之分作戊癸線自己點取己癸之

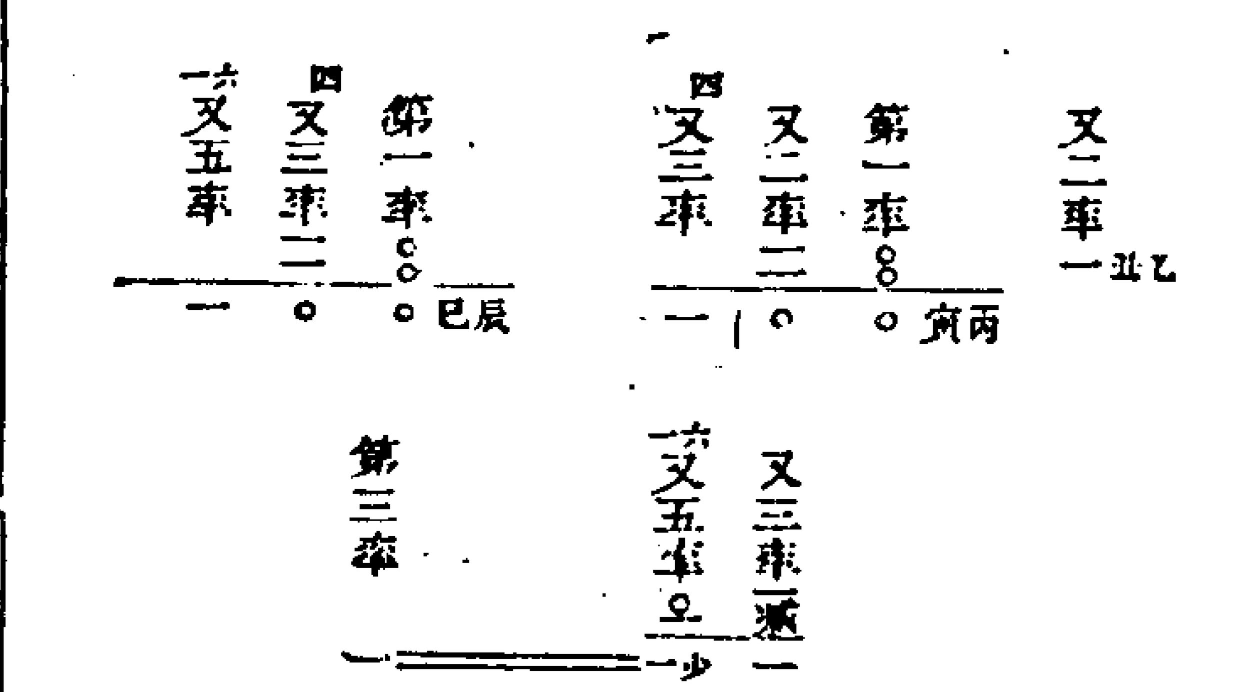
分作己子線成乙戊己戊己癸己癸子連比例三角形乙戊爲二率戊己爲三率己癸爲四率癸子爲五率次將乙戊乙己引而倍之成乙丑寅同式形又將乙丑寅形以乙寅爲軸展爲乙寅卯形則乙丙與乙庚合丙乙寅角庚乙寅角爲平分角又將乙卯庚形以乙卯爲軸展爲乙壬卯形則乙庚與乙壬合庚乙卯角壬乙卯角亦爲平分角又自寅點取寅辰之分作寅己線則丙寅辰寅辰己連比例形與戊己癸己癸子連比例形相等二形爲戊丙乙寅二平行線內兩三角形其角必等各邊又相平行故爲相等如以甲乙爲連比例第一率倍乙戊得乙丑與乙戊戊

丙併等爲又二率求得又三率爲丑寅寅卯併甲乙戊丙四邊形與乙丑寅卯四邊形爲同式形與丙寅寅卯卯壬併等乙丑丙寅庚卯壬五句股形之乙角俱等又兩兩同用一邊故五形俱相等爲戊己之四倍比丙壬三率多一辰巳十六分又五率之一丙寅或壬卯與丙辰或壬午等寅卯與辰未或巳午等是丙寅寅卯卯壬併之三率比丙壬三率多一辰巳或午未丙寅與戊己等辰巳與癸子等丙寅寅卯卯壬併之三率爲戊己之四倍求得五率必爲癸子之十六倍故與癸子等之辰巳爲十六分五率之一也乃以一又三率少十六分又五率之一爲丙壬三率之數轉求得丙寅寅卯卯壬併之數四歸之得丙寅與戊己等是戊己之數不生于乙戊而生于乙丙丙壬原生于乙丙甲乙戊

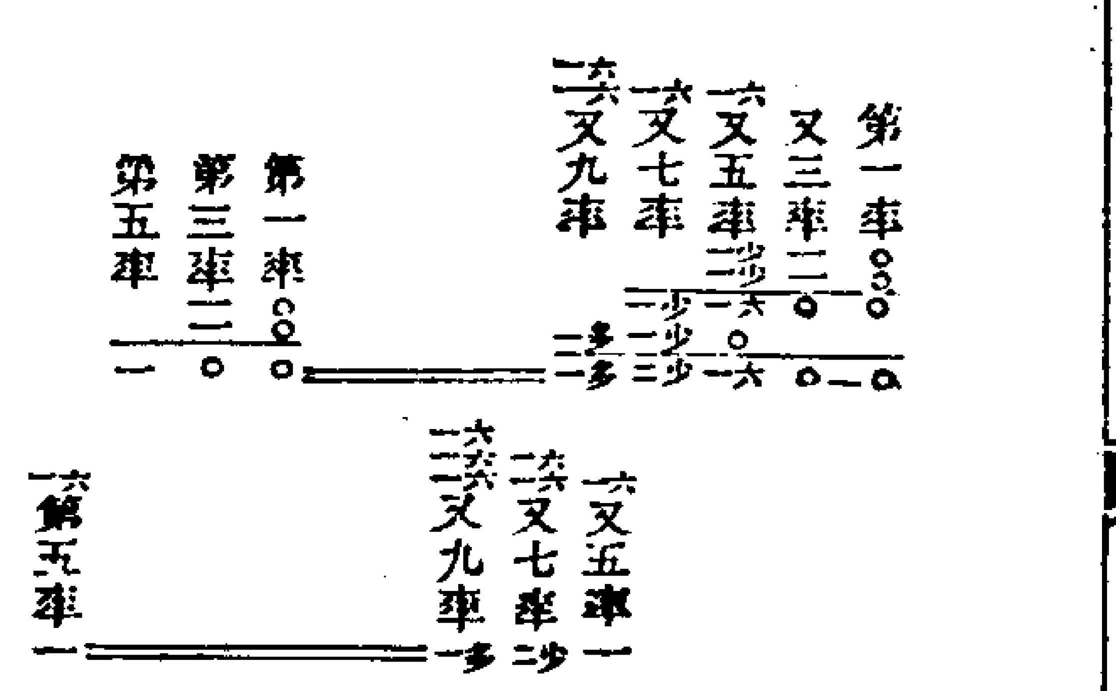
乙丙庚二形雖非一連比例而其數已合爲一連比例矣然後以甲乙與戊己之比同于乙丙與庚辛之比而得庚辛爲二倍一分弧通弦與全弧通弦之較也法借一根爲半徑甲乙爲連比



例第一率又借一根借根方法任借數根俱可故古法有立天元一地元一人元一者四元玉鑑又有所謂四元者皆此類也爲一分弧通弦乙丙爲連比例第二率二率自乘一率除之得一根爲連比例第三率丙壬其式先列率數于上隨所



用列之次如乘法列之以下條乘上條一率無數下書○二率一乘一率○下書○乘二率一得一書三率下降位代一率除建功案一率○二率一左右平列副置上下二位以下位由右而左偏乘上位故二率之下位一乘二率之上位一仍得一卽爲三率也下凡乘法悉倣此又另借一根爲倍半分弧通弦乙丑爲連比例又二率又二率自乘一率除之式同上得一根爲

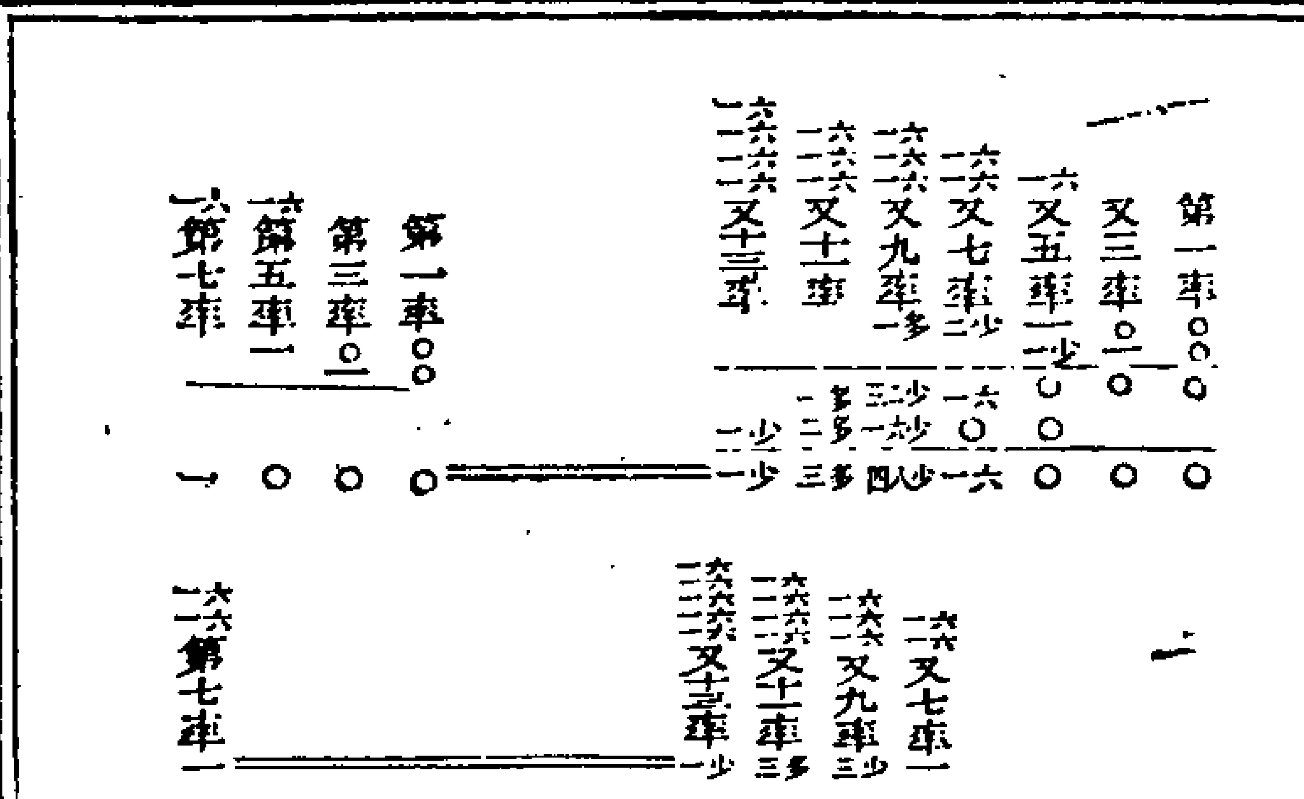


又三率丑寅寅卯併亦卽丙寅寅卯卯壬併四歸之書分母四于三率上以代四歸得四分又三率之一丙寅又以四分又三率之一丙寅與戊己等自乘一率除之降位代一率除後倣此得十六分分母四自乘得十六分母書于率上代除後倣此又五率之一辰巳與癸子等置又三率減去十六分又五率之一得一又三率少十六分又五率之一與一第三率丙壬之數等其式爲二

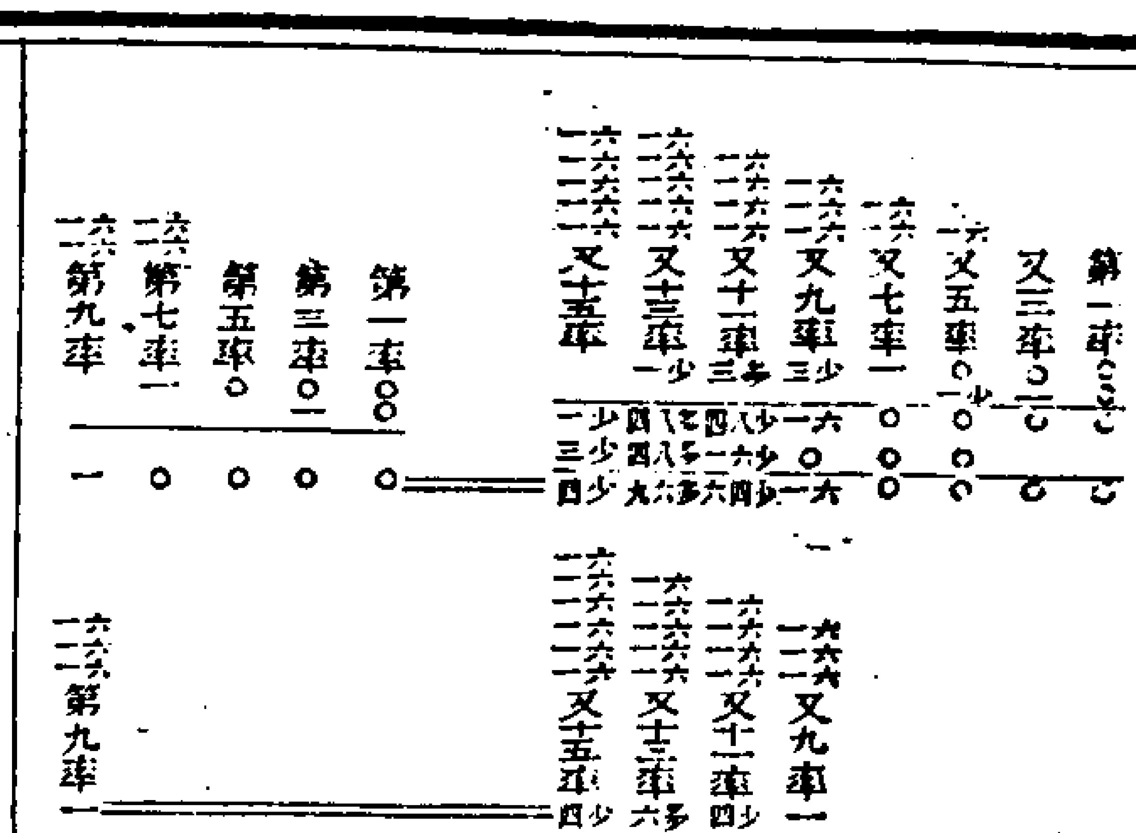
○建功案又三率一又五率十六分之一左右平列相減得又三率一少十六分又五率之一各書于各率之下層列于右與左第三率一爲相等凡相等之數借根方例悉于兩式之中以雙線別之次求連比例各率相等數橫列又一率又三率又五率等各率數于右第一率第三率第五率等各率數于左以後隨所用續書之至十五率止右書一三率少十六分五率之一自乘一率無數書○于下以下三率一乘上一率○仍書○于三率下下倣此乘上三率一得一爲五率全數全數乘全數仍得全數五率分母爲十六卽書十六于五率下分母卽全數乘上少十六分五率之一得少十六分七率之一書分母十六于七率上書一于七率下旁記少

號下倣此次以下少十六分五率之一乘上一三率得少十六分七率之一又乘上少十六分五率之一得多二次十六分九率之一五率分母十六分自乘故爲二次十六分卽書兩十六分于九率上三四五次者並倣此乘訖併之得十六分五率之十六少十六分七率之二多二次十六分九率之一左書一三率自乘得一五率二得數爲相等以右五率分子十六爲法除右得數取十六分之一之數後同五率十六得一七率二不足法于七率上加一分母十六書原數二于下九率亦如之得十六分五率之一少二次十六分七率之二多三次十六分九率

之一除左得數得十六分五率之一二得數爲同母相等次另書五率同母相等數于上三率相等數于下各相乘以右下三率一徧乘上數得二次十六分七率之十六即十六分七率之一故下以十六除之爲二次十六分七率之一餘仿此少三次十六分九率之三十二多三次十六分十一率之一以下少十六分五率之一徧乘上數得少三次十六分九率之十六多三次十六分十一率之二少四次十六分十三率之一併之得二次十六分七率之十六少三次十六分九率之四十八多三次十六分十一率之三少四次十六分

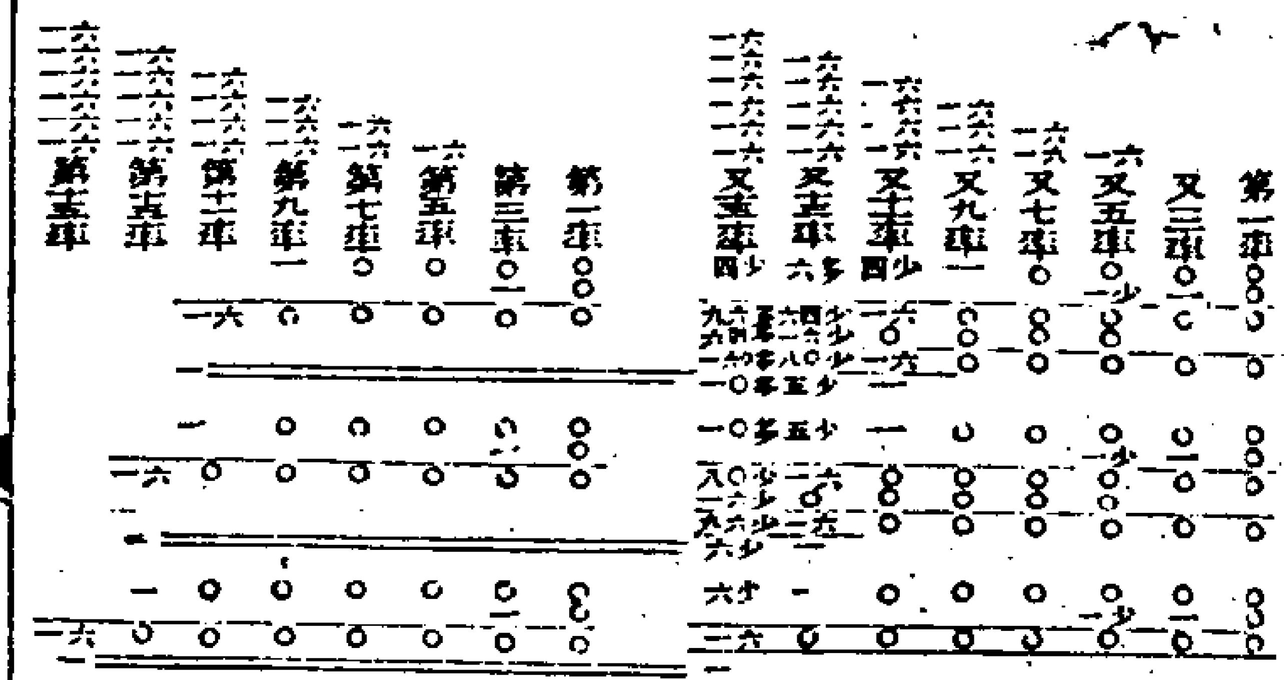


十三率之一以左下三率一乘上十六分五率之一得十六分七率之一二得數相等以右七率分子十六爲法除右得數七率十六得一九率四十八得三十一率十三率皆不足法于各率上加一分母十六書原數于下得二次十六分七率之一少三次十六分九率之三多四次十六分十

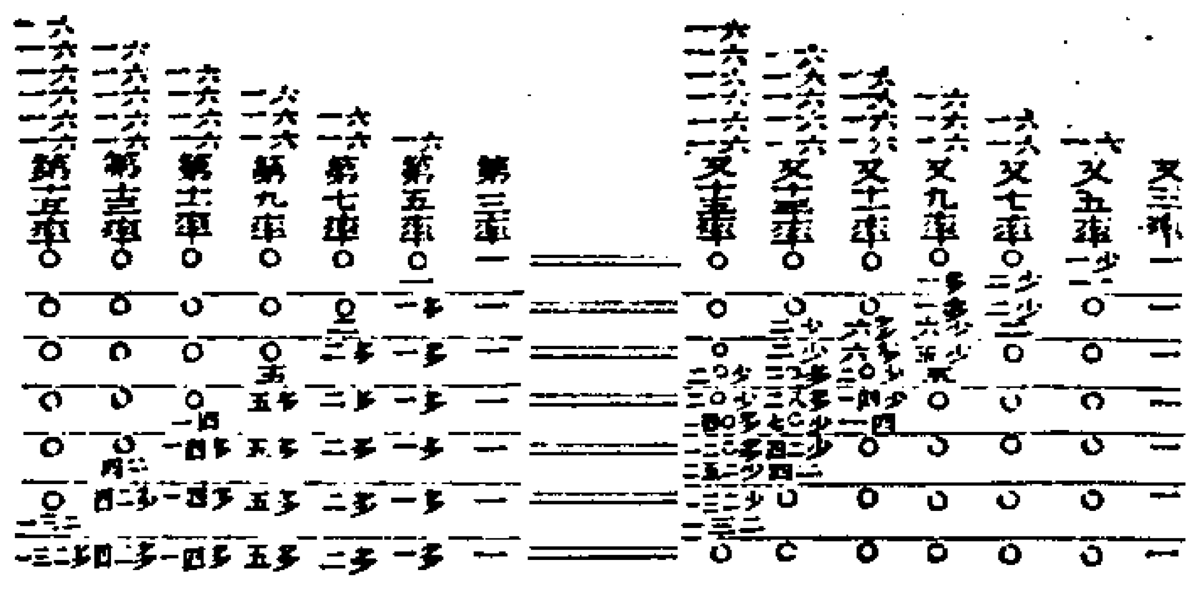


一率之三少五次十六分十三率之一除左得數得二次十六分七率之一二得數爲同母相等次另書七率同母相等數于上三率相等數于下各相乘以右三率一徧乘上數得三次十六分九率之十六少四次十六分十一率之四十八多五次十六分十三率之四十八少五次十六分十五率之一以少十六分五

率之一徧乘上數得少四次十六分十一率之十六多五次十六分十三率之四十八少五次十六分十五率之三十五率後截去不用故求至十五率止蓋連比例至十五率爲數已密至弧背弦矢相求法則又可依次而定不待盡求也併之得三次十六分九率之十六少四次十六分十一率之六十四多五次十六分十三率之九十六少五次十六分十五率之四以左三率一乘上二次十六分七率之一得二次十六分九率之一二得數相等以右九率分子十六爲法除右得數九率十六得一十一率六十四得四十三率九十六得六十五率四不足法



于上加一分母十六書原數于下得三次十六分九率之一少四次十六分十一率之四多五次十六分十三率之六少六次十六分十五率之四除左得數得三次十六分九率之一二得數爲同母相等下俱仿此次另書九率同母相等數于上三率相等數于下依前法乘除得四次十六分十一



率之一少五次十六分十三率之五多六次十六分十五率之十與四次十六分十一率之二得數爲同母相等次另書十一率同母相等數于上三率相等數于下乘除得五次十六分十三率之一少六次十六分十五率之六與五次十六分十三率之一二得數爲同母相等次另書十三

率同母相等數于上三率相等數于下乘除得六次十六分十五率之一同數右不用後率數故同相等既得各率相等數乃置三率相等數于上依右所少數取左右相等數累加之多少異號者以減爲加多數大從多號少數大從少號加五率一分相等數得右一三率少七率二分分母俱如前多九率一分與左一三率多五率一分等次加七率二分相等數得右一三率少九率五分多十一率六分少十三率二分與左一三率多五率一分七率二分等次加九率五分相等數得右一三率少十一率十四分多

十三率二十八分少十五率二十分與左一三率多五率一分七率二分九率五分等次加十一率十四分相等數得右一三率少十三率四十二分多十五率一百二十分與左一三率多五率一分七率二分九率五分十一率十四分等次加十三率四十二分相等數得右一三率少十五率一百三十二分與左一三率多五率一分七率二分九率五分十一率十四分十三率四十二分等次加十五率一百三十二分相等數得右一三率與左一三率多五率一分七率二分九率五分十一率十四

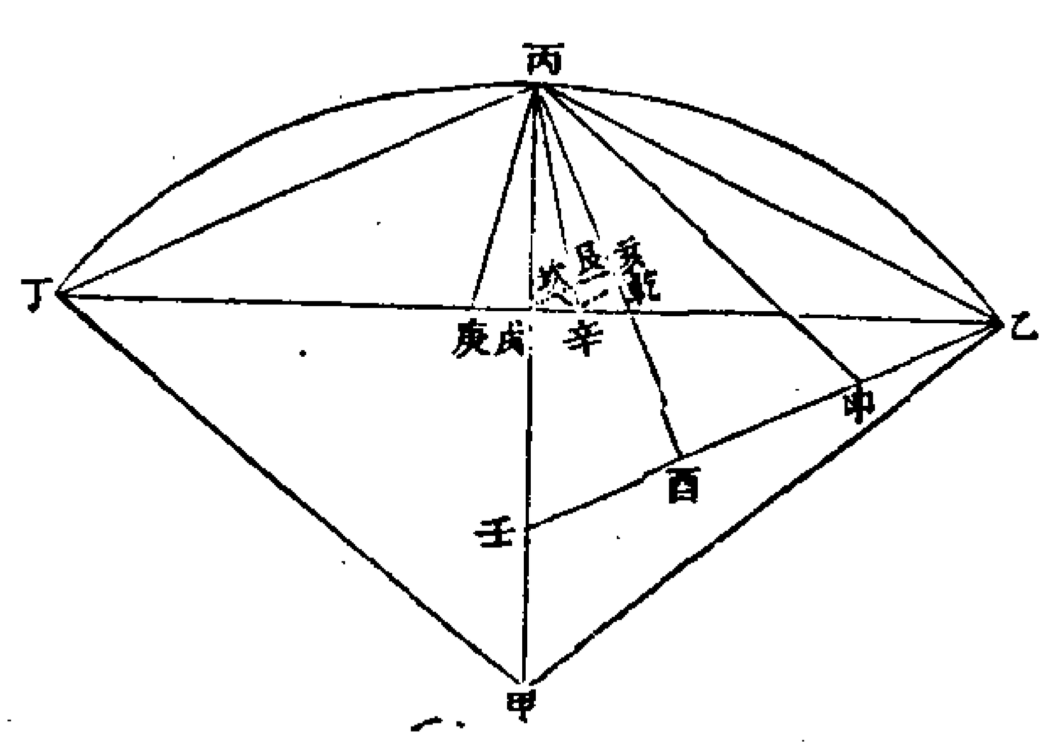
分十三率四十二分十五率一百三
十二分等左得數卽第三率丙壬求又
三率丙寅寅卯卯壬併之共率數也四歸之
於各率上加一分母四代之得四分三率及各率
分數之一丙寅又爲三率戊己以二率乙丙
乘之一率甲乙除之降一位代除得四分四
率之一及六八等各率分數分母分子皆同
惟各降率數一位爲倍一分弧通弦乙丙丙併

	第一率	○○	○
	第二率	○二	○
四	第三率	一	○
四	第四率	○	一
四一六	第五率	一多	○
四一六	第六率	○	一多
四一六一六	第七率	二多	○
四一六一六	第八率	○	二多
四一六一六一六	第九率	五多	○
四一六一六一六	第十率	○	五多
四一六一六一六一六	第十一率	一四多	○
四一六一六一六一六	第十二率	○	一四多
四一六一六一六一六一六	第十三率	四二多	○
四一六一六一六一六一六	第十四率	○	四二多
四一六一六一六一六一六一六	第十五率	一三二多	○
四一六一六一六一六一六一六	第十六率		一三二多

	第二率	二減	二
四	第四率	○二	一少
四一六	第六率	○一多	一少
四一六一六	第八率	○二多	二少
四一六一六一六	第十率	○五多	五少
四一六一六一六一六	第十二率	○一四多	一四少
四一六一六一六一六一六	第十四率	○四二多	四二少
四一六一六一六一六一六一六	第十六率	○一三二多	一三二少

與全弧通弦乙丁之較庚辛乃置一分弧
通弦二二率二因之得二二率乙庚丁辛
併減去四分四率之一及各率分數
庚辛本位無數遇下數則以加爲減多變爲少得二二率
少四分四率之一四分又十六分六
率之一四分又二次十六分八率之二四分又三次十六分十
率之五四分又四次十六分十二率之十四四分又五次十六
分十四率之四十二四分又六次十六分十六率之二百三十

二卽一分弧通弦求二分全弧通弦之率數也如有圜半徑及
一分弧通弦之數求二分全弧通弦之數以圜半徑爲連比例
第一率一分弧通弦爲連比例第二率求得連比例第四率及
第六第八等各率數次按分數取而併之與倍一分弧通弦相
減卽二分全弧通弦之數也
又法按前圖于乙丙壬形內自丙點至乙壬線與丙壬相等作
丙申線其所截壬申爲連比例第四率又自丙點與乙壬線取
直角作丙酉線壬酉與申酉等兩腰等兩分底必等爲二分四率之一又



自戊點與壬酉平行作戊亥線爲四
分四率之一丙戊爲丙壬二分之一戊亥必爲壬酉二分之一爲壬申四分之一先用乙丙庚丙庚辛連比
例形取戊亥所當庚辛之數試自辛
點與戊亥平行作辛乾線與辛戊及
庚戊俱等戊丙乾角與丙乙戊角等亦卽與庚丙辛角等辛丙戊爲辛角則庚丙戊辛丙乾俱爲辛角三直角三角形一銳角俱等又兩兩同用一邊則餘邊角自無不等又自辛與戊亥取直角作辛坎線與亥乾等

則坎亥與辛乾等又戌艮與戌辛等壬乙戌角與丙丁戌角等丙丁與乙壬必平行戌艮與乙壬平行即與丙丁平行戌辛艮形爲丁丙辛形內所截之同式兩等邊三角形故戌艮與戌辛等戌辛艮與丙庚辛乙丙庚爲連比例三角形乃命丙庚爲連比例又三率二分之一與乙丙二率求得庚辛乙丙比丙庚同于丙庚比庚辛與戌辛辛乾併等爲四分又四率之一折半得戌辛二分又四分又四率之一即八分之一與乙丙二率求得坎艮丁丙比戌辛同于戌辛比坎艮爲四分又十六分又六率之一于戌辛辛乾併四分又四率之一內減去坎艮又四分又十六分又六率之一得四分又四率之一少四分

又十六分又六率之一爲戌亥所當庚辛之數然後以此數轉求得庚辛之數爲庚辛所當戌亥之數即所用之四率數也法借一根爲半徑甲乙爲連比例第一率又借一根爲一分弧通弦乙丙爲第二率二率自乘一率除之得一根丙壬爲第三率二歸之得二分三率之一丙戌二分三率之一自乘二率除之得四分四率之一戌亥又另借二分根之一爲二分又三率之一丙庚自乘以二率除之得四分

甲乙
第一率一
第一率〇〇
第二率二〇
第三率一

乙丙
第二率一
第二率〇〇
二第三率二〇
四第四率一

又四率之一庚辛二歸之得二分又四分即八分又四率之一戌辛二分又四分又四率之一自乘二率除之得四分又十六分又六率之一坎艮置四分又四率之一庚辛與戌辛辛乾併等亦即與戌艮亥坎併等減去四分又十六分又六率之一坎艮得四分又四率之一少四分又十六分又六率之一戌辛與四分第四率之一

第二率〇〇〇
二又三率一二〇
四又四率一
二四又四率一

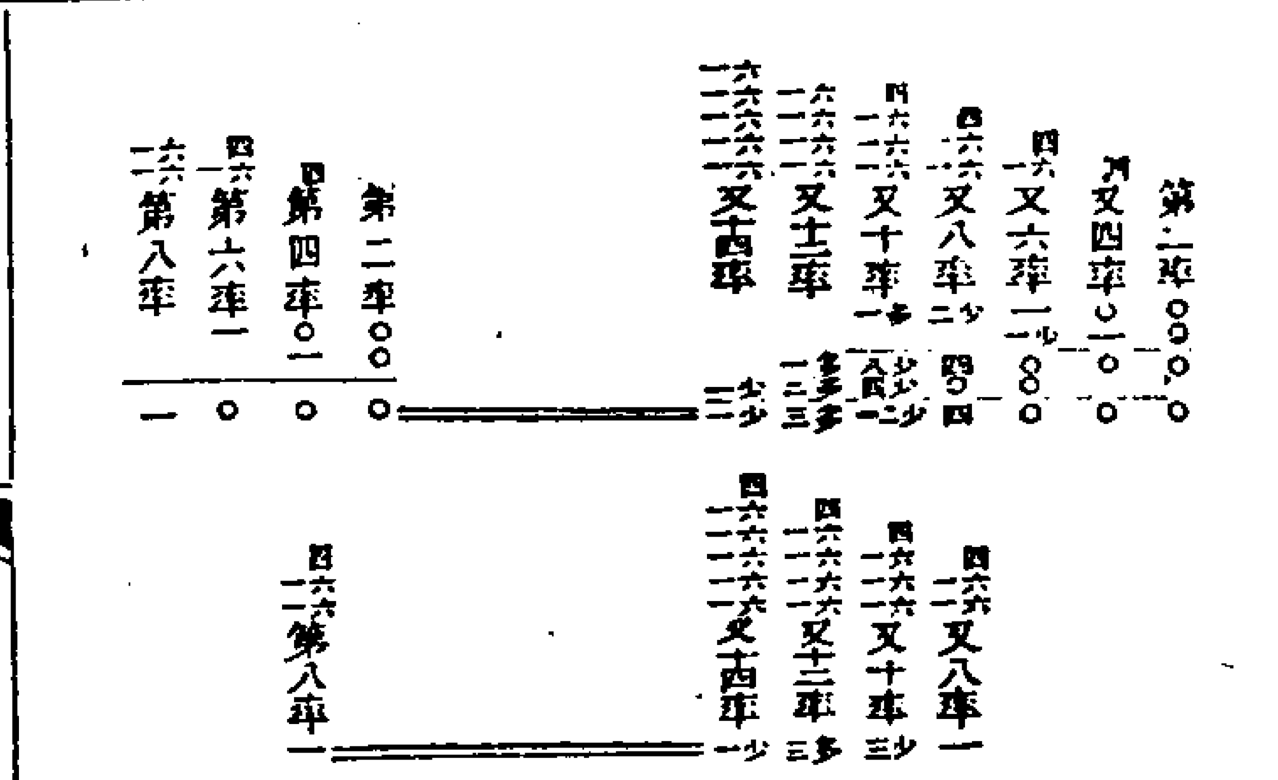
第二率〇〇〇
二四又四率一二〇
四六又六率一
四又四率一〇一
四六又六率〇二少
四第四率

戌辛爲四率相等數次求各率相等數右書四分又四率之一少四分又十六分又六率之一自乘二率除之降一位代之得四分又十六分六率之一少二次十六分八率之二多三次十六分十率之一左書四分四率之一自乘二率除之得十六分六率之一二得數相等以右六率分子四爲法除

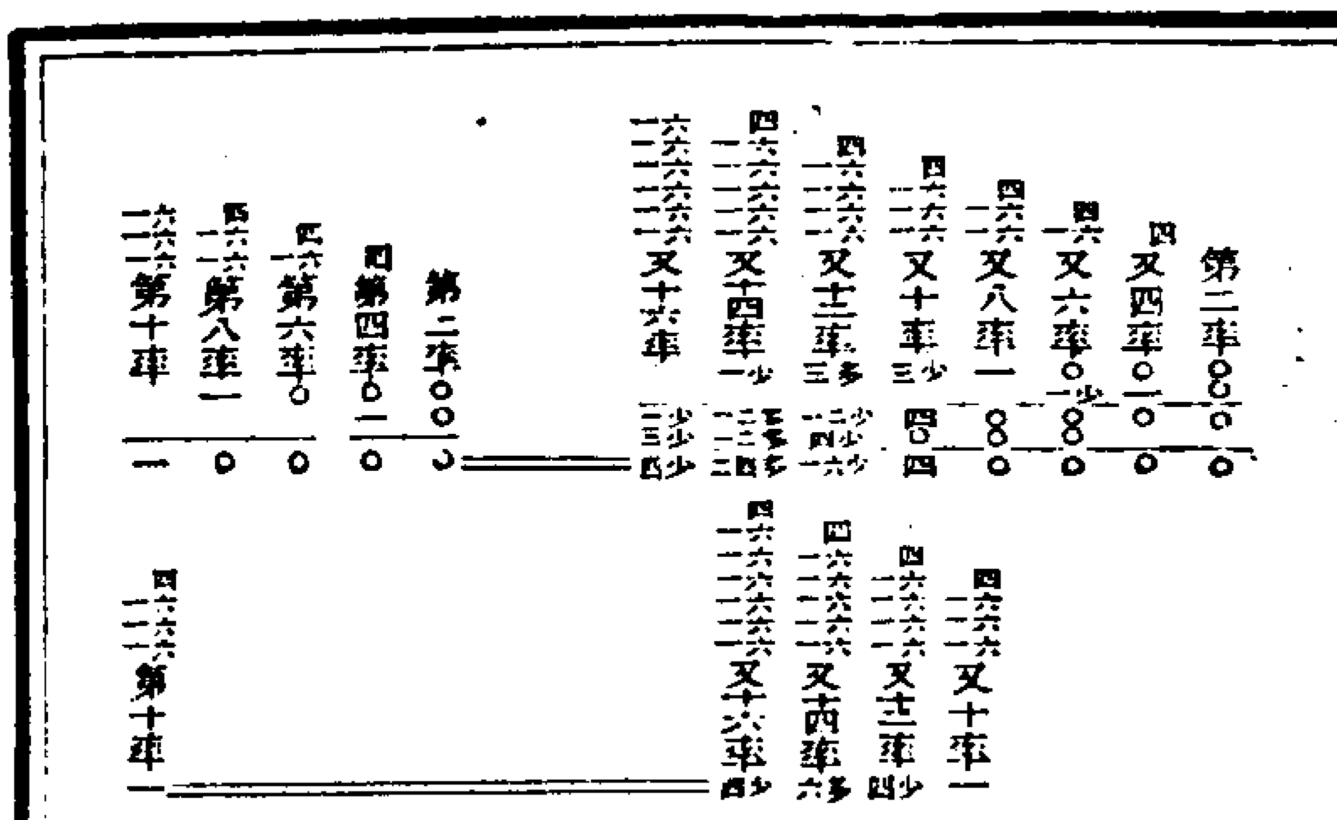
第二率〇〇〇
四又四率二〇
四六又六率二少四
二六又八率二少少
二六六又十率二多

四六又六率一
四六六又八率二少
四六六八又十率一多

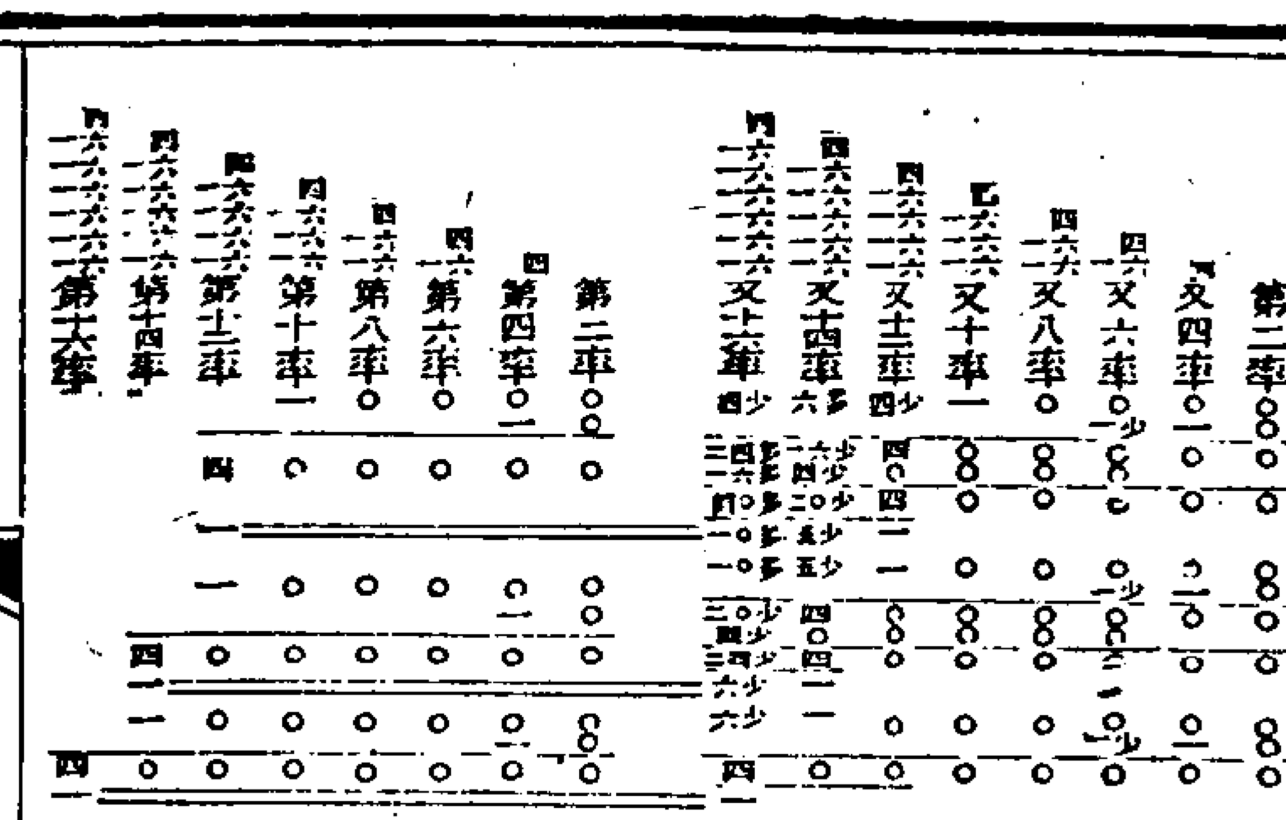
第二率〇〇
四第四率二〇
六第六率一
四六第四率



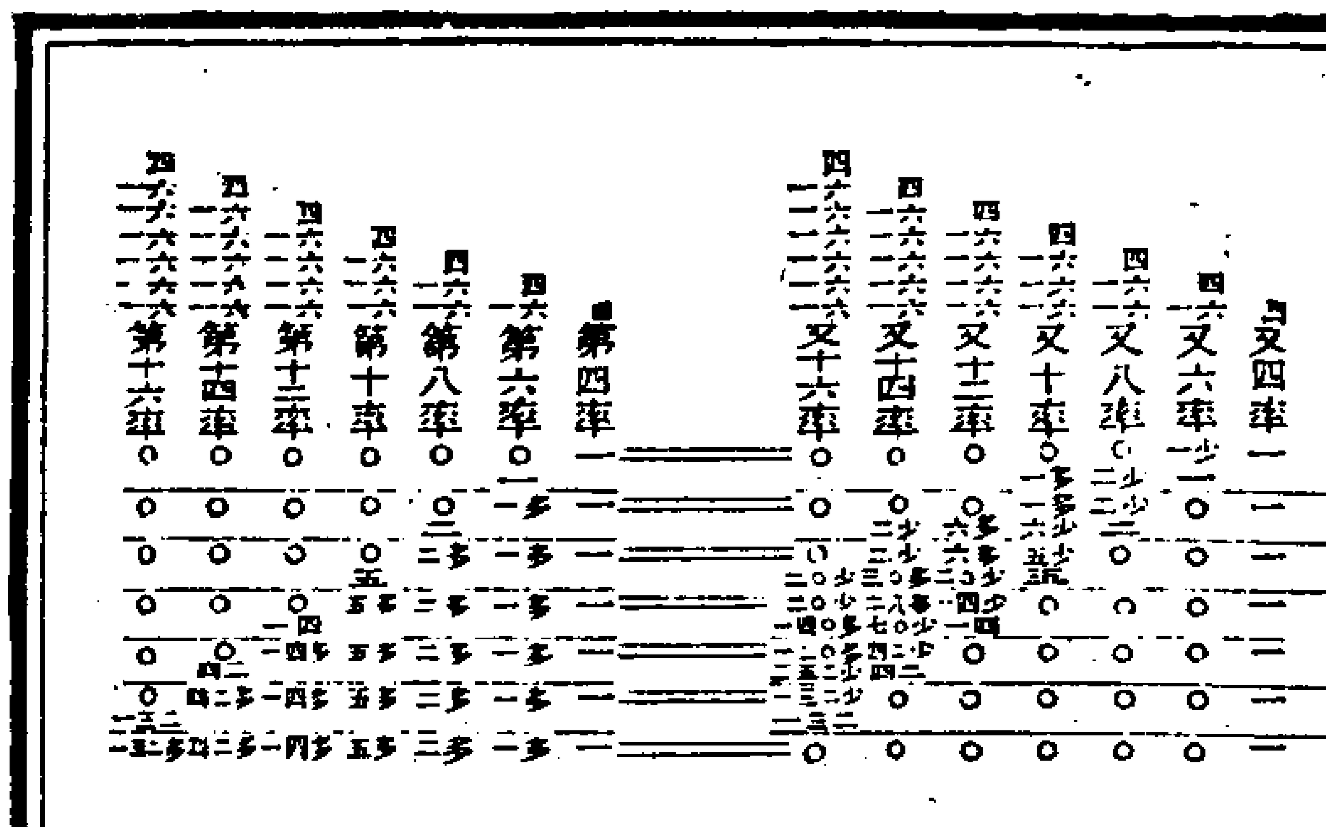
右得數得四分又十六分六率之一少四分又二次十六分八率之二多四分又三次十六分十率之一除左得數得四分又十六分六率之一二得數為同母相等右乘除俱與前同惟先加分母四故數少異耳下不復詳次另書六率相等數于上四率相等數于下乘除得四分又二次十六分八率之一少四分又三次



十六分十率之三多四分又四次十六分十二率之三少四分又五次十六分十四率之一與四分又二次十六分八率之一等次另書八率相等數于上四率相等數于下乘除得四分又三次十六分十率之一少四分又四次十六分十二率之四多四分又五次十六分十四率之六少四分



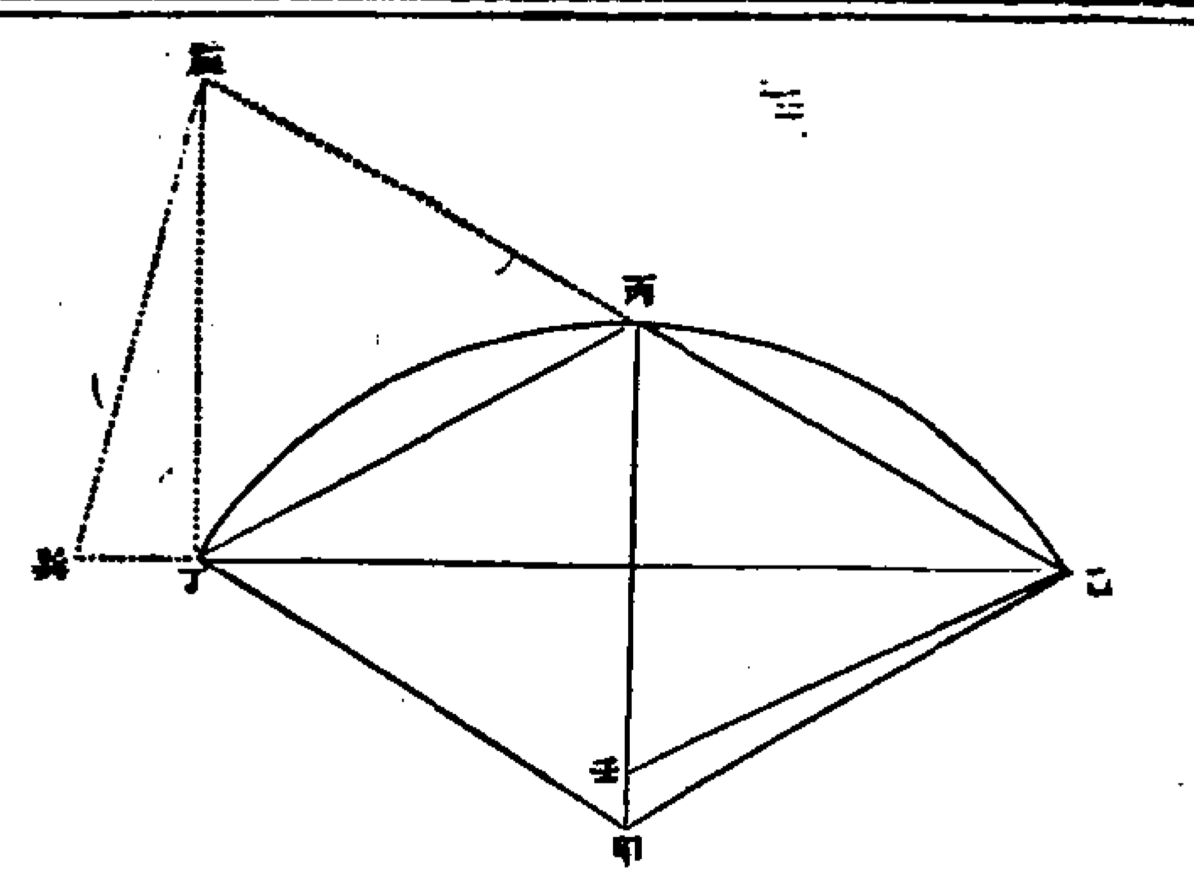
又六次十六分十六率之四與四分又三次十六分十率之一等次另書十率相等數于上四率相等數于下乘除得十二率一分分母如前少十四率五分多十六率十分與十二率一分等次另書十二率相等數于上四率相等數于下乘除得十四率一分少十六率六分與十四率一分等次另



書十四率相等數于上四率相等數于下乘除得十六率一分與十六率一分等既得各率相等數乃置四率相等數于上依右所少數取左右相等數累加之俱如前法得右四率一分與左四率一分多六率一分八率二分十率五分十二率十四分十四率四十二分十六率一百三十二分等左

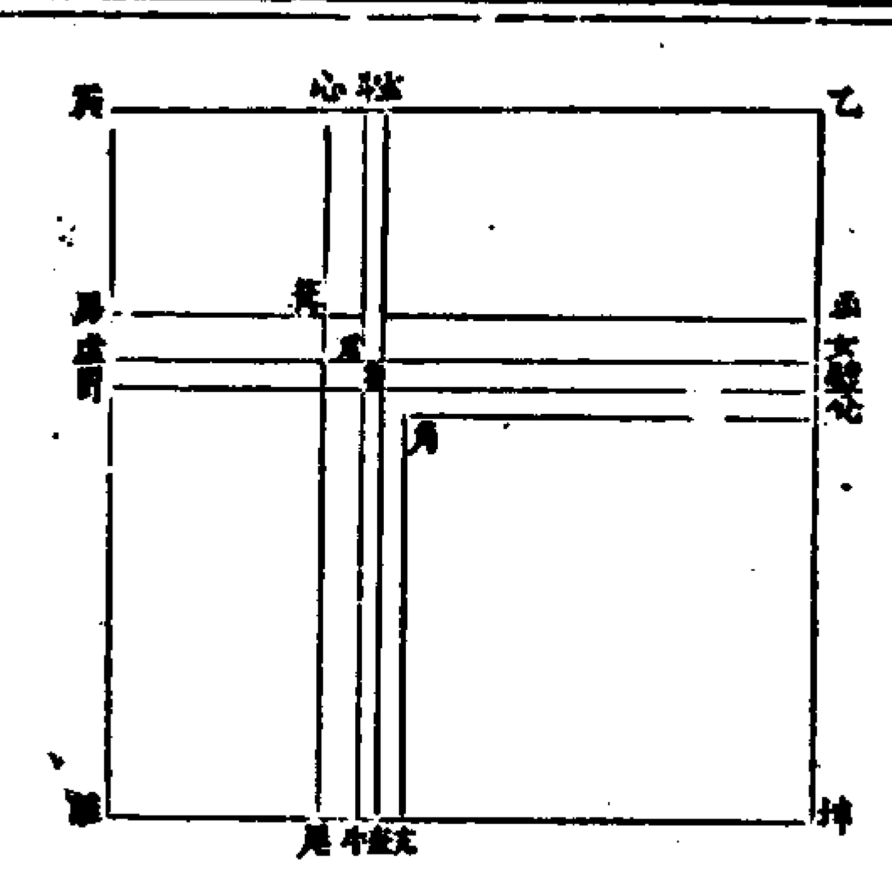
得數卽四分第四率之一戊亥求四分又四四率之一庚辛卽戊辛辛乾併之共率數也倍二率減去式見上四分四率之一及各率分數庚辛得二二率少四分四率之一四分又十六分六率之一四分又一次十六分八率之三四分又三次十六分十率之五四分又四次十六分十二率之十四四分又五次十六分十四率之四十二四分又六次十六分十六率之一百三十二爲二分全弧通弦率數與前數悉合也

三法按前圖將乙丙線引長至震爲乙丙之倍自丁點與丙壬



作平行相等線其末交于震丁角爲直角成乙丁震勾股形乙震倍二率爲弦丁震三率爲勾乙丁二分全弧通弦爲股將乙丁線依乙震之分引長至巽作震巽線成乙震巽兩等邊三角形丁巽爲股弦較求得丁巽股弦較之率與乙震倍二率相減卽得乙丁股之率數

求丁巽股弦較率數法如又圖建功

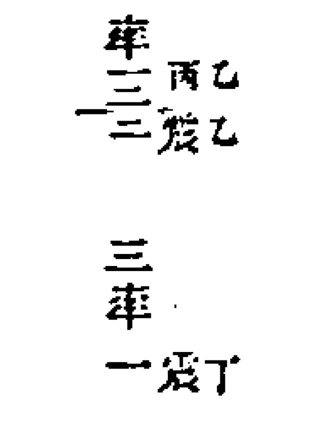


案此圖卽前圖乙震弦自乘冪乙震離坤爲弦方積圖取明顯不拘原度兌角亢坤爲股方積乙兌角亢離震磬折積與股弦和較相乘之長方積等卽勾方積若以股弦和乙震兌角併除勾方積卽得股弦較乙兌類矣然股之數尙未知也惟弦爲倍連比例第二率勾爲

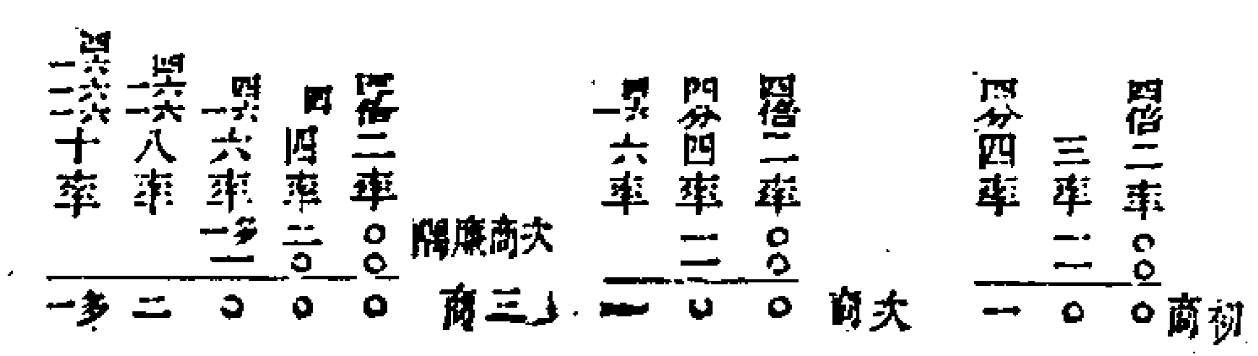
連比例第三率可以相比而取股弦較之率數矣以勾二三率自乘爲實倍弦得四二率爲法除之得乙氐類四分四率之一比股弦較乙兌小一氐兌夫四倍二率爲乙震震離之和以除乙角離震磬折積而得乙氐類是乙角離震磬折積與乙震房氐心震離尾長方積併等亦卽與乙箕離震磬折積震箕平方積併等而震箕平方積必與氐角尾箕磬折積等乙箕離震磬折積加震箕平方積與乙角離震磬折積等同減一乙箕離震磬折積則所餘之氐角尾箕磬折積震箕平方積必爲相等次求氐兌之差以四分四率之一自乘得震箕方積與氐角尾箕磬折積

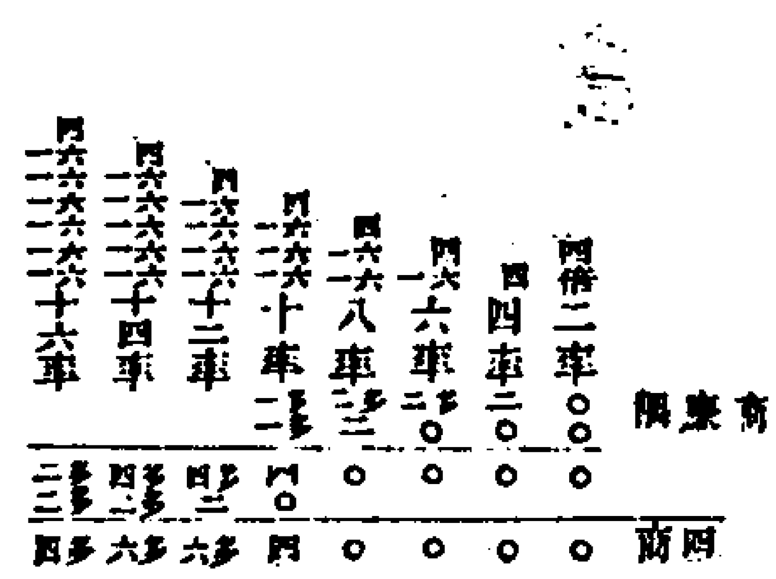
等若以氐箕兌角二邊抑除之卽得氐兌類相差之數矣然兌角之數亦未知也惟震箕四率之方積與二率可以爲比乃以震箕方積爲實仍以四二率爲法除之得氐女類四分又十六分六率之一比股弦較乙兌尙小一女兌夫四二率爲氐房心尾之和以除氐角尾箕磬折積而得氐女類是氐角尾箕磬折積與氐虛斗尾二長方積併等亦卽與女箕尾危心危虛箕二磬折積併等則心危虛箕磬折積必與女角牛危磬折積等氐危尾箕磬折積加心危虛箕磬折積與氐角尾箕磬折積等同減一氐危尾箕磬折積則所餘之心危虛箕女角牛危磬折積必爲相等而心危虛箕磬折面之廉長卽四分四率之一隅卽六率數乃倍四率數爲廉法以六率數爲隅法相加得廉隅共法以隅法乘之得心危虛箕磬折積與女角牛危磬折積等以四二率除之得女壁類四分又二次十六分八率之二多四分又三次十六分十率之一比股弦較乙兌尙小一壁兌依前理推之則壁角奎婁磬折積必與斗婁胃危磬折積等依前法求得廉隅共積以四二率除之得女壁外之十率數必仍小于壁兌而室婁胃震方外附之磬折積又可以求壁兌之差焉是股弦較方所

得之四率數猶初商也六率八率猶次商三商也用連比例率數推之故先求得初商而後用初商平方積以求次商得次商而後用次商廉隅積以求三商準此而遞推之則股弦較之率數密矣今詳著算式于後以與圖互發焉法置二率一根乙丙倍之得二二率爲弦乙震以三率一根丁震爲勾勾自乘倍弦得四二率除之得四分四率之一四二率爲除法書四倍于二率上三率自乘降位代二率除率上書分母四代四除餘同前爲股弦較初商心箕次以初商四分四



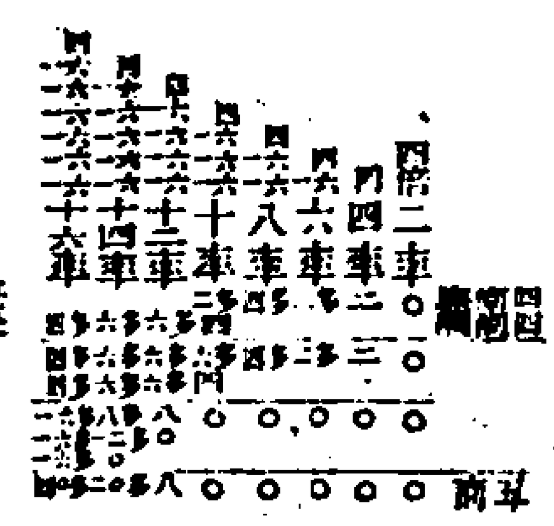
率之一自乘四二率除之得四分又十六分六率之一四分之一自乘得十六分之一又四除之故得四分又十六分之一爲股弦較次商斗心次倍初商得四分四率之二爲廉法以四分又十六分六率之一爲隅法相加得四分四率之二多四分又十六分六率之一爲廉隅共法以隅法四分又十六分六率之一乘之得斗危虛箕磬

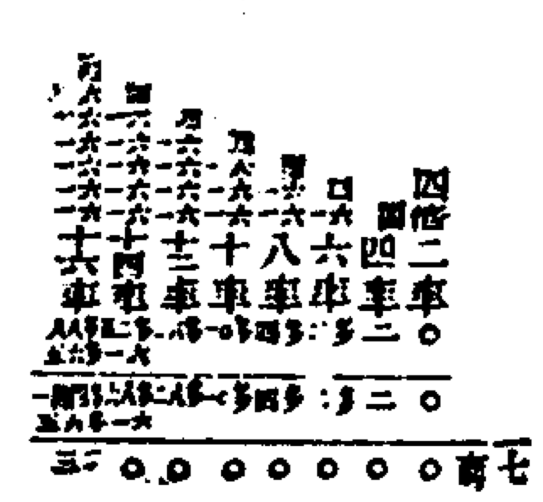


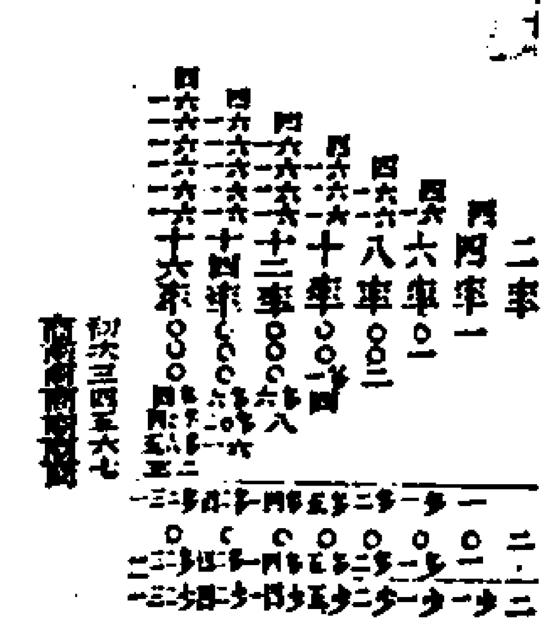


折積以四倍二率除之得四分又二次十六分八率之二四分與四分又十六分相乘得二次十六分又四除之故得四分又二次十六分多四分又三次十六分十率之一四分又十六分自乘得三次十六分又四除之故得四分又三次十六分下仿此為三商數

斗實　次倍初商次商共數為廉法三商數為隅法相併以隅法乘之四倍二率除之得四分又三次十六分十率之四多四分又四次十六分十二率之六四分又五次十六分十四率之六四分又六次十六分十六率之四為四商數次倍前三商共數為廉法四商數為隅法相併此條廉隅共法至八率已足用書至十六率以備其數下同以隅法乘之四倍二率除之得十二率八分分母俱同前多十四率二十分十六率四十分為五商





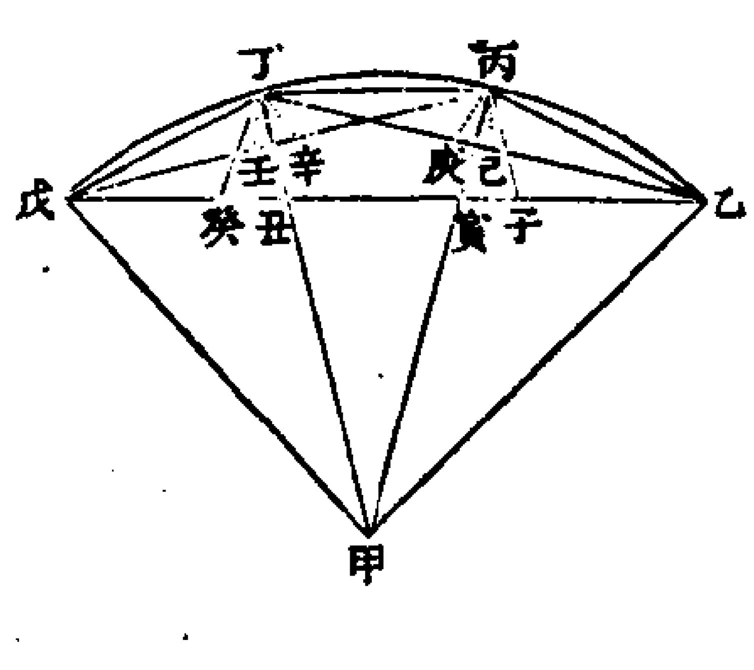


數次倍前四商共數為廉法五商數為隅法相併以隅法乘之四倍二率除之得十四率十六分多十六率五十六分為六商數次倍前五商共數為廉法以六商數為隅法相併以隅法乘之四倍二率除之得十六率三十二分為七商數併諸商數得四率一分多六率一分八率二分十率五分十二率十四分十四率四十二分十六率一百三十二分為股弦較率數置弦數二三率減去股弦較率數得股率數為二分全弧通弦之率數亦與前同也

設有本弧之通弦率數求二倍弧之通弦率數

法同前本弧之通弦加一分弧之通弦二倍弧之通弦如二分全弧之通弦後仿此

設圜周一弧三分之命圜半徑為連比例第一率一分弧通弦為連比例第二率二分弧通弦率數如前題所得求全弧通弦



率數幾何

如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁戊爲圜周一弧乙戊爲全弧通弦乙丙類弧爲三分弧之一乙丙類直綫爲三分弧之一之通弦乙丙丁或丙丁戊二弧爲三分弧之二乙丁或丙戊爲三分弧之二之通弦己庚或辛壬爲二倍三分弧之一之通弦乙丙丙丁類與三分弧之二之通弦乙丁類之較試自乙戊二點取乙丁或戊丙之分截

乙戊全弧通弦于癸于子自丙丁二點至癸子二點作丁癸丙子二線又與丁癸丙子相等作丁丑丙寅二線成乙丁癸丁癸丑戊丙子丙子寅二相等連比例三角形與乙丙庚丙庚己類丁丙己丙丁壬戊丁辛三形皆與之等之連比例三角形爲同式形二乙角所對之丙丁丁戊二弧二戊角所對之乙丙丙丁二弧皆爲三分弧之一則角必等故爲同式餘已見前甲乙類半徑爲連比例第一率乙丙類三分弧之一之通弦爲連比例第二率則丙庚類爲第三率己庚類爲第四率以乙丙與己庚之比同于乙丁或戊丙與癸丑或子寅併之比而得癸丑子寅併然後倍

乙丁或丙戊得乙戊多一癸子減去癸丑子寅併尚多一寅丑與丙丁等丙丁癸寅丙丁丑子二形之四邊俱兩兩平行故必等再減一丙丁得乙戊即全弧通弦求率數法借一根爲三分弧之一之通弦乙丙類爲第二率倍之得二二率減去三分弧之二之通弦乙丁類率數前題所得得四率一分分母數俱同前多六率一分八率二分十率五分十二率十四分十四率四十二分十六率一百三十二分爲倍一

二率三
〇二

四率〇一少
一一多
一一少
二二
二

六率〇一少
一一多
一一少
一一多
一四少多
二少

八率〇二少
二多
二少多
二二三少少多
四四四
四少

十率〇五少
五多
五少多
五五少少多
八四八〇
一〇少

十二率〇一四少
一四多
一四少
一四多
二〇少少多
八八八三
二八少

十四率〇四二少
四二多
四二少
四二多
五六〇二少少多
二〇六五四八
八四少

十六率〇一三二少
一三二多
一三二少
一三二多
一六八〇少多
五六〇八四
二六四少

分弧通弦率數與二分全弧通弦率數之較庚己類乃以所得率數較與二分全弧通弦率數相乘以二率除之以下條逐位數乘上條乘訖併之多少異號者相減少數大從少號餘同前得四率二分少六率二分八率四分十率十分十二率二十八分十四率八十四分十六率二百六十四分爲應減四率數倍二分弧通弦率數減去所得四率率數再減去一分弧通弦一二率得

乘減減

二率三 四 四二 三 二率 五

四率一少 二少 二多 四少 四少 四率 一少

六率一少 二少 二少 〇

八率二少 四少 四少 〇

十率五少 一〇少 一〇少 〇

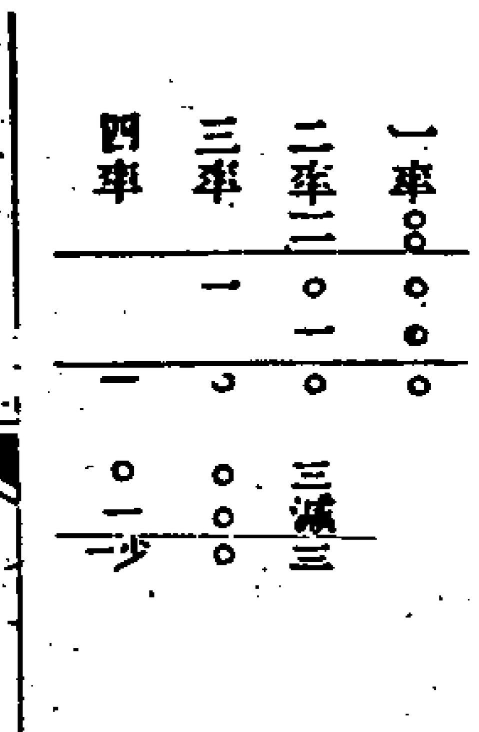
十二率一四少 二八少 二八少 〇

十四率四二少 八四少 八四少 〇

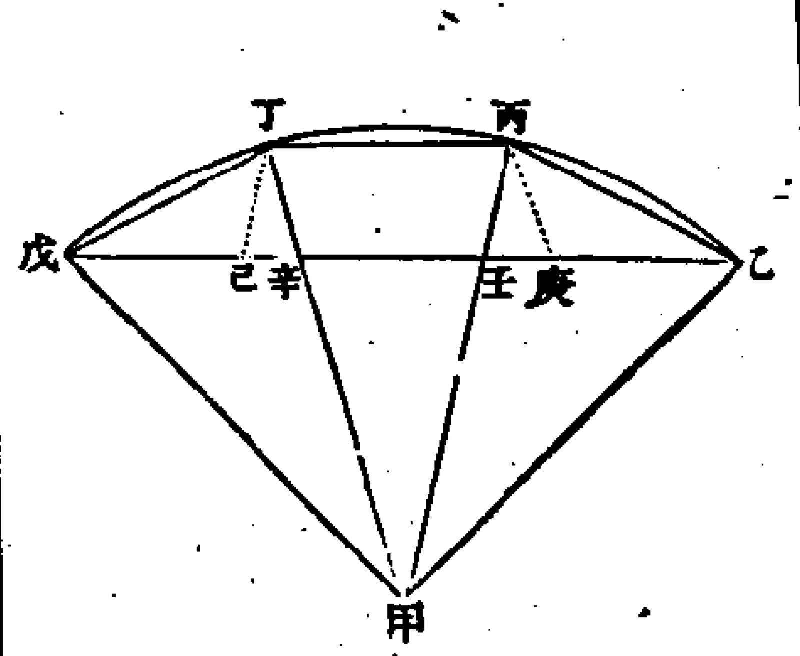
十六率一三二少 二六四少 二六四少 〇

三二率少四分四率之四即三二率少一四率爲全弧通弦率數也

又法借一根爲半徑爲連比例第一率又借一根爲一分弧通弦爲第二率二率自乘一率除之得第三率二三率相乘一率除之得第四率然後三因第二率減一第四率得三二率少一四率即全弧通弦率數如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁戊爲全弧乙戊爲全弧通弦乙丙類弧爲一分



弧乙丙類直線爲一分弧通弦試自丙丁二點與丁辛丙壬相等作丁己丙庚二線成甲乙丙乙丙壬丙壬庚與甲戊丁戊丁辛丁辛己相等兩連比例三角形甲乙類爲一率乙丙類

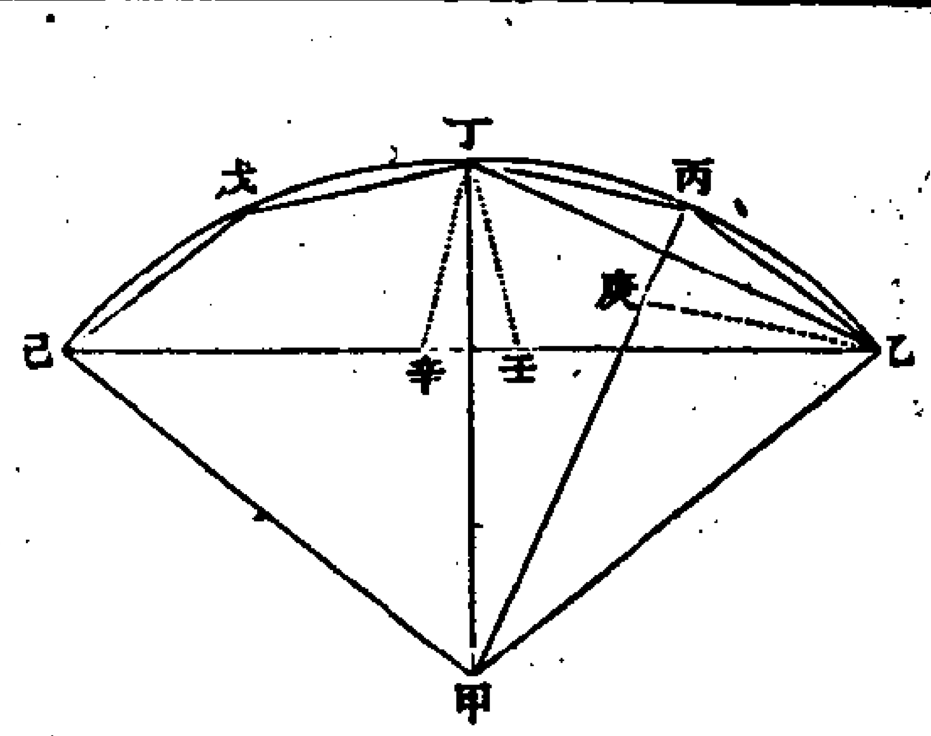


爲二率丙壬類爲三率庚壬類爲四率乙丙與乙壬等戊丁與戊辛等丙丁與己壬或庚辛亦等庚丙壬己丁辛二角與丙甲丁角等則丙庚與丁辛丁己與丙壬爲平行而丙丁與己壬或庚辛又爲平行故必相等故三因乙丙類得乙戊多一己辛或庚壬減去一己辛或庚壬得乙戊爲三二率少一四率即全弧通弦率數也此法甚易然與前法不能相通故置爲又法若依本法逐分求之即可推至無窮但逐層乘除未免數繁今設隔一分加減法於後

設有圜周一弧四分之命圜半徑爲連比例第一率一分弧通弦爲連比例第二率二分弧通弦率數如前題所得求全弧通弦率數幾何

如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁戊己爲圜周一弧乙己

爲全弧通弦乙丙類弧爲四分弧之一乙丙類直線爲四分弧之一之通弦乙丙丁或丁戊己爲二分弧乙丁或丁己爲二分弧通弦試自乙點與乙丙相等作乙庚線則甲乙丙乙丙庚爲連比例三角形自乙己二角取



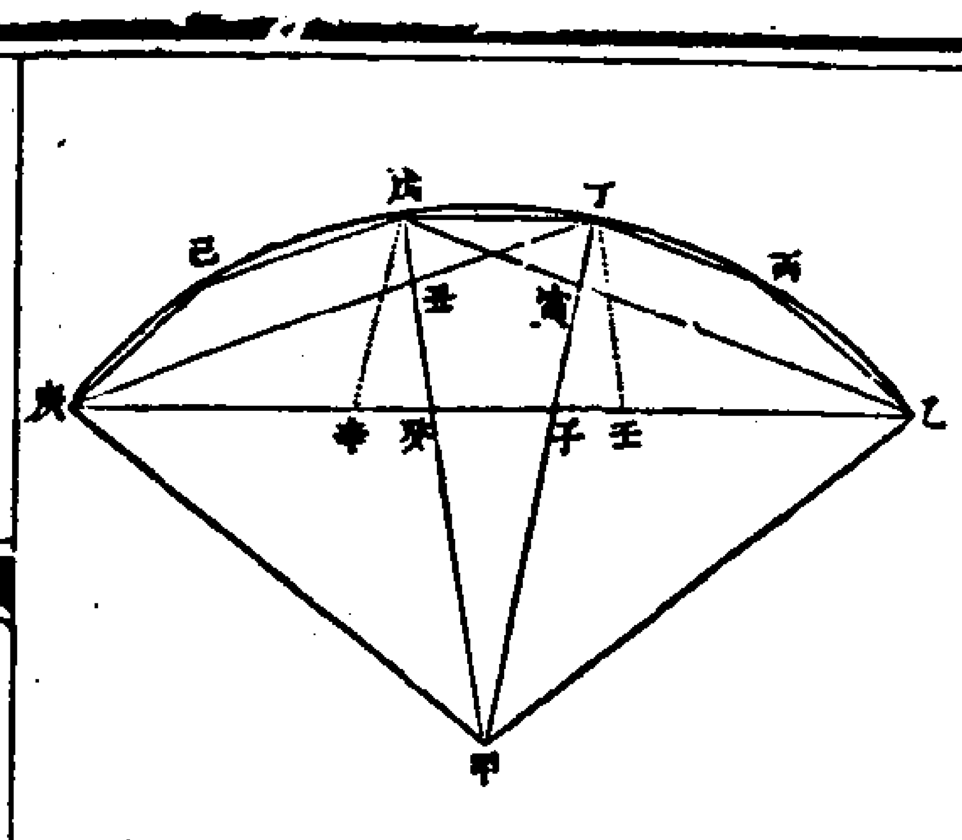
乙丁丁己之分截乙己線于辛于壬作丁辛丁壬二線則乙丁辛或己丁壬與丁辛壬亦爲連比例三角形與甲乙丙丁丙庚

	二率	四率	六率	八率	十率	十二率	十四率	十六率
	二	八	一六少	一六多	三二多	八〇少	二二四少	六七二少
乘	三	一少	一少	二少	五少	一四少	四二少	一三二少
減	[illegible]	二少 八多	二少 一六少	四少 一六少	一〇少 五二少	二八少 八〇少	八四少 二二四少	二六四少 六七二少
	四	一〇少	一四多	一二多	二二多	五二多	一四〇多	四〇八多

連比例三角形爲同式形解見前第一題以甲乙半徑與丙庚之比同于乙丁或丁已與辛壬之比而得辛壬然後倍乙丁或丁已得乙已多一辛壬減去一辛壬即乙已全弧通弦今按乙丁通弦率數即前二分全弧通弦率數甲乙與丙庚爲第一率與第三率相比則乙丁或已丁率數降二位二率降爲四率四率降爲六率即如三率乘一率除下仿此 即可得辛壬率數乃將二分全弧通弦率數見前降二位得四率八分少六率十六分八率十六分十率三十二分十二率八十分十四率二百二十四分十六率六百七十二分爲應減四率分數次置二分全弧率數二因之得四二率少四率二分六率二分八率四分十率十分十二率二十八分十四率八十四分十六率二百六十四分減去前所得四率分數少減少得數仍爲少下數大反減得數變爲多多減少則相加得數仍爲少 得四二率少四率十分多六率十四分八率十二分十率二十二分十二率五十二分十四率一百四十分十六率四百零八分

爲四分全弧通弦率數

設有圜周一弧五分之命 半徑爲連比例第一率一分弧通弦爲連比例第二率三分弧通弦率數如前題所得求全弧



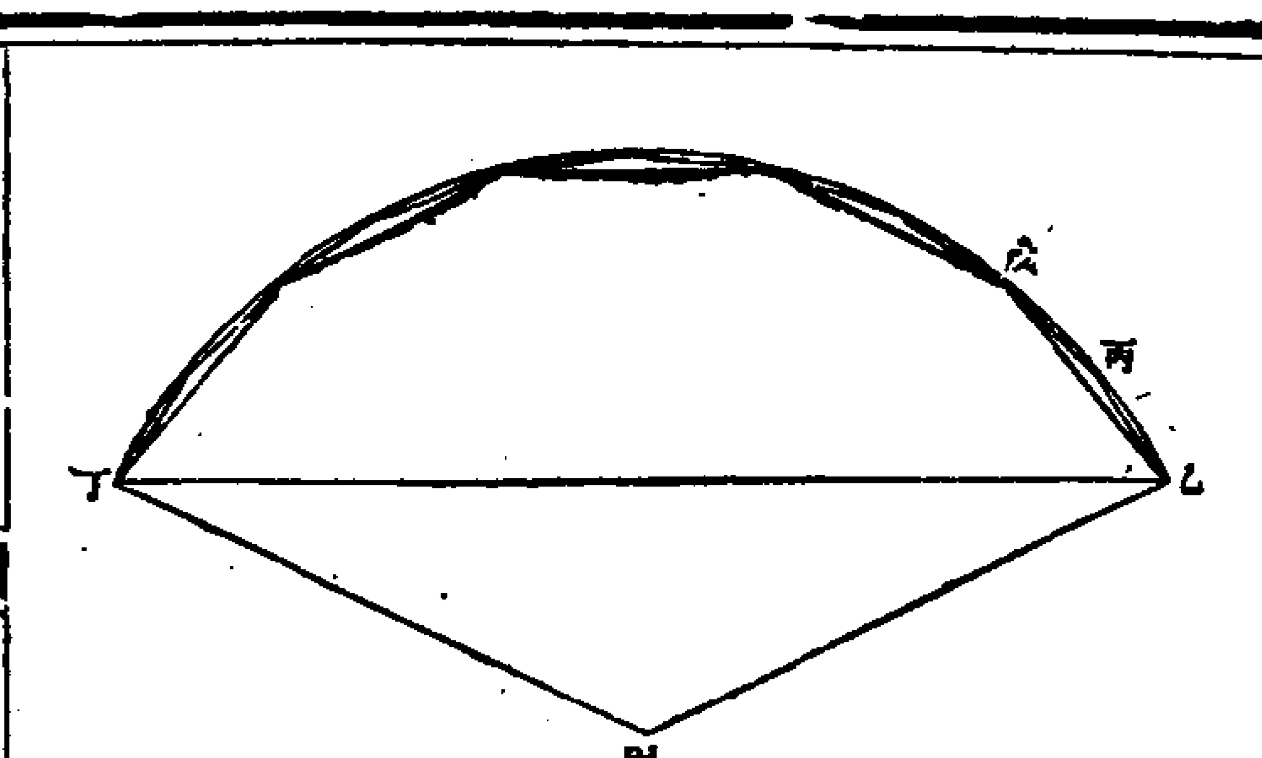
如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁戊巳庚爲圜周一弧乙庚爲全弧通弦乙丙類弧爲五分弧之一乙丙類直線爲五分弧之一之通弦乙丙戊或丁戊庚爲三分弧乙戊丁庚爲三分弧通弦試自乙庚二點取乙戊或丁庚之分截乙庚線于辛于壬作戊辛丁壬二線與甲丁甲戊二半徑各爲平行依前解乙戊辛與甲丁戊形同式辛角必與甲丁戊角等丁戊辛子四邊形丁辛二角形丁戊子辛二線平行則戊子二角必等戊辛丁子二線必平行丁戊癸壬形同成乙戊辛戊辛癸與庚丁壬丁壬子相等兩連比例三角形與甲丁戊丁戊丑或戊丁寅連比例三角形爲同式形解見前 以甲丁類半徑與戊丑或丁寅之比同于乙戊或丁庚與辛癸或壬子之比既得辛癸或壬子則倍乙戊或丁庚得乙庚多一辛壬減去辛癸

二率三
四率一少二
六率一少

或壬子尙多一辛子或壬癸與丁戊等（解見前）再減一戊丁卽得乙庚爲全弧通弦率數法置三分弧通弦率數（見前）降二位得三四率少一六率次置三分弧通弦率數二因之得六二率少五四率多一六率再減去一分弧通弦率數得六二率少二四率減去前所得四一二率（上取隔三位者減之如六分弧則減二分弧者七分弧則減三分弧者）得五二率少五四率多一六率爲五分全弧通弦率數按此隔一分加減之法較逐位遞求者固爲易矣然析至千萬分亦不勝其繁故又設以兩分數弧通弦率數求兩分數乘得一分數弧通弦率數之法于後

設圜半徑爲連比例第一率一分弧通弦爲連比例第二率二分全弧通弦率數五分全弧通弦率數俱如前題所得求十分全弧通弦率數幾何（二五相乘之數）

如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲十分全弧乙丁爲全弧通弦乙丙爲一分弧其直線爲一分弧通弦乙丙戊爲二分弧爲全弧五分之一乙戊爲二分弧通弦法以甲乙半徑爲連比例第一率乙戊爲二分弧通弦率數爲連比例第二率求得連比例第四率第六率各率數（因五分弧率數至第六率止）次以五分弧各率數乘上所得各率數逐條加減之卽得全弧通弦率數（若以五分弧通弦率數爲二率求得四率至十六率各率數次以二分弧通弦各率數乘上所得各率數加減之亦得）蓋以二分弧爲一分弧十分全弧爲五分全弧立算也布算之式先置二分全弧通弦率數自乘一率除之得四三率少四分五率之四卽四三率少一五率爲三率率數次以三率率數與二率率數相乘一率除之得四率三十二分少六率一百九十二分多八率一百九十二分



一率〇〇
二率三〇
三率〇四〇
四率一少二〇
五率〇〇三少三〇
六率一少二
七率
八率
九率
十率
十一率
十二率
十三率
十四率
十五率
十六率
四三率四
四少五率一少

十六率	十五率	十四率	十三率	十二率	十一率	十率	九率	八率	七率	六率	五率	四率	三率	二率	一率
一三二少	○	四二少	○	一四少	○	五少	○	二少	○	一少	○	一○	○四	一○○	○○
[illegible]	○	[illegible]	○	[illegible]	○	[illegible]	○	[illegible]	○	[illegible]	○一少	三二	○	○	
八九六多	○	三八四多	○	一九二多	○	一二八多	○	一九二多	○	一九二少	○	三二	四		
八九六多	○	三八四多	○	一九二多	○	一二八多	○	一九二多	○	一九二少	○一少	三二○	○四	○○	○○
[illegible]	○	[illegible]	○	[illegible]	○	[illegible]	○	[illegible]	○	[illegible]	○○	○○	○	○	○
[illegible]		[illegible]		[illegible]		[illegible]		[illegible]		[illegible]		二六			

十率一百二十八分十二率一百九十二分十四率三百八十四分十六率八百九十六分為四率率數又以三率率數與四率率數相乘一率除之得六率二千零四十八分少八率二萬零四百八十分多十率六萬一千四百四十分少十二率四萬零九百六十分十四率二萬零四百八十

	十六率	十四率	十二率	十率	八率	六率	四率	二率
	一三二少	四二少	一四少	五少	二少	一少	一少	三三
第一條減	六六○少	二一○少	七○少	二五少	一○少	五少	五少	一○
	四四八○多	一九二○多	九六○多	六四○多	九六○多	九六○少	一六○	
第二條	五一四○少	二一三○少	一○三○少	六六五少	九七○少	九五五多	一六五少	一○
加	二四五七六少	二○四八○少	四○九六○少	六一四四○多	二○四八○少	二○四八		
第三條	二九七一六多	二二六一○少	四一九九○少	六○七七五多	二一四五○少	三○○三多	一六五少	一○

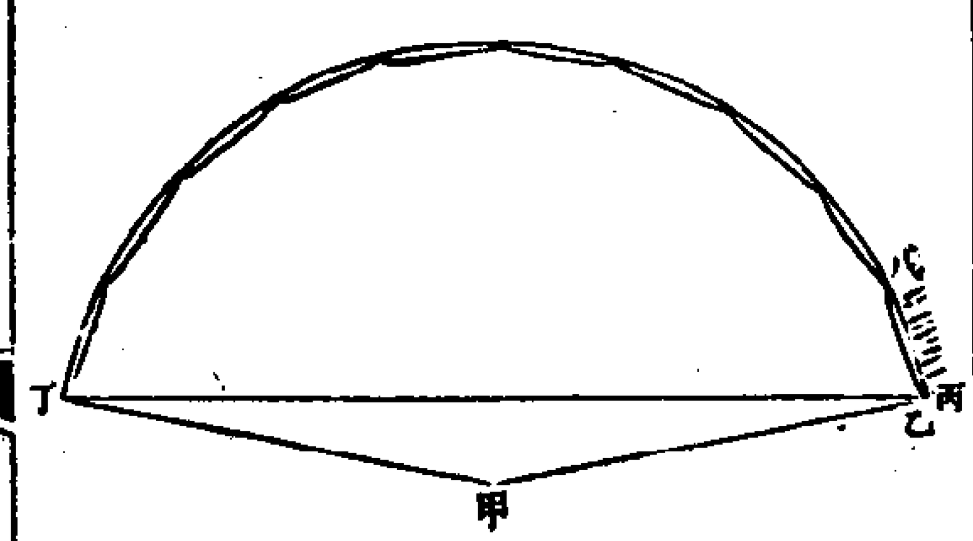
分十六率二萬四千五百七十六分為六率率數既得四率六率率數乃以五分全弧通弦之二率數五偏乘二率率數即二分全弧通弦率數得十倍二率少四率五分六率五分八率十分十率二十五分十二率七十分十四率二百一十分十六率六百六十分為共二率數為第一條又以五分全弧

通弦應減之四率率數五偏乘四率率數得四率一百六十分少六率九百六十分多八率九百六十分十率六百四十分十二率九百六十分十四率一千九百二十分十六率四千四百八十分為應減之共四率數建功案四率率數即前所求得之三十二四率少六率一百九十二分多八率一百九十二分多十率一百二十八分多十二率一百九十二分多十四率三百八十四分多十六率八百九十六分以五分全弧通弦應減之四率率數五偏乘之即得應減之共四率數與第一條相減得十倍二率少四率一百六十五分多六率九百五十五分少八率九百七十分少十率六百六十五分少十二率一千零三十分少十

四率二千一百三十分少十六率五千一百四十分為第二條又以五分全弧通弦應加之六率率數一偏乘六率率數仍得前數與第二條相加得十倍二率少四率一百六十五分多六率三千零三分少八率二萬一千四百五十分多十率六萬零七百七十五分少十二率四萬一千九百九十分少十四率二萬二千六百一十分少十六率二萬九千七百一十六分為第三條即十分全弧通弦率數也

設圜半徑為連比例第一率一分弧通弦為連比例第二率十

分全弧通弦率數如前題所得求百分十分自乘之數全弧通弦率數幾何

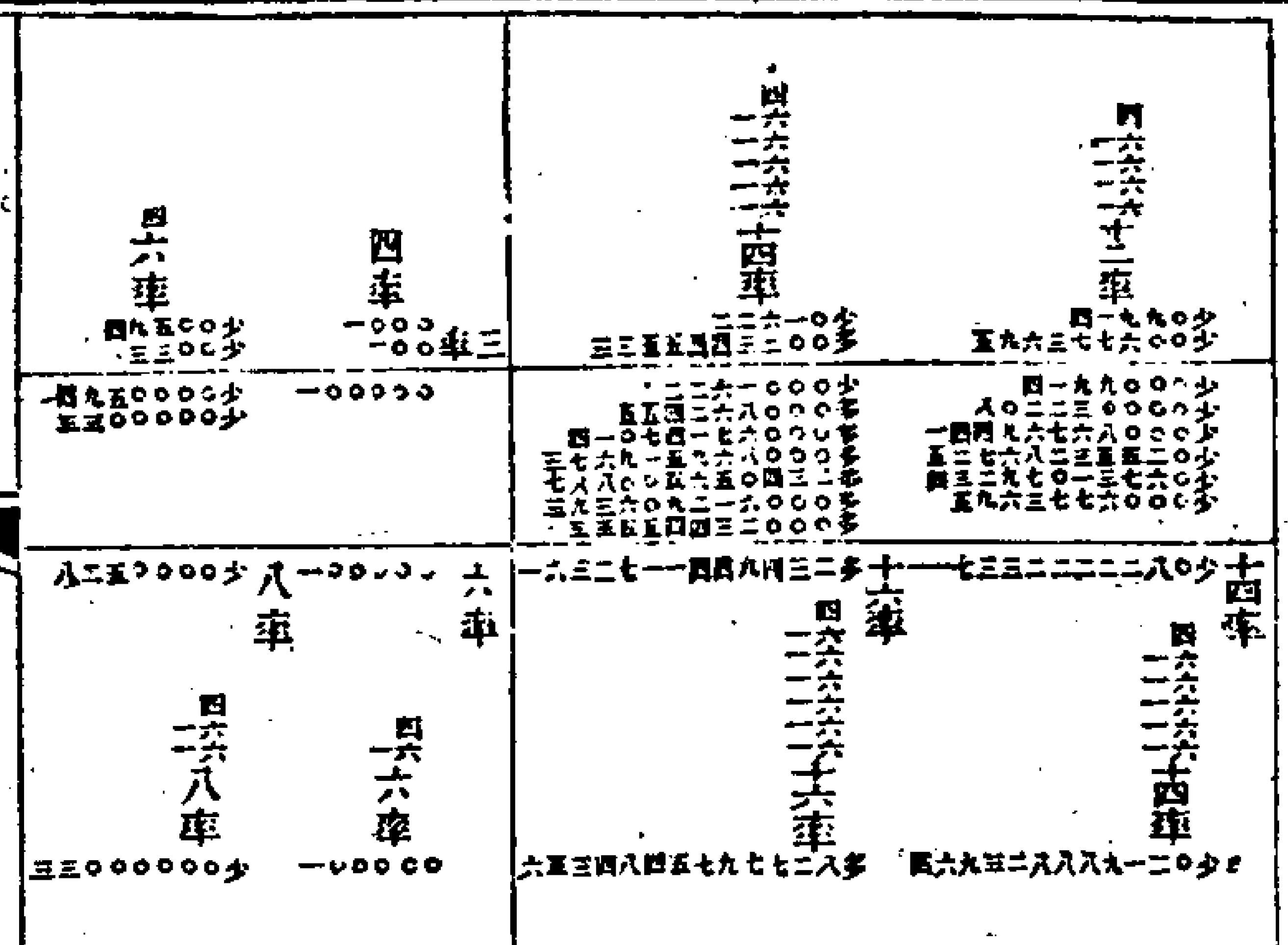


如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲百分全弧乙丁爲全弧通弦乙丙爲一分弧其直線爲一分弧通弦乙丙戊爲十分弧又爲全弧十分之一乙戊爲十分弧通弦法以甲乙半徑爲連比例第一率乙戊十分弧通弦之率數爲連比例第二率求得第四率第六率至第十六率各率數次以十分弧通弦各率共數徧乘所得各率諸數逐條加減之卽得全弧通弦率數蓋以十分弧爲一分弧以百分全弧爲十分全弧立算也先置十分全弧通弦自乘一率除之得一○○此後位數漸多專書九數以便觀覽三率少五率三三○○分多七率一六八九六○分少九率四三九二九六○分多十一率六五六○一五三六分少十三率五九六三七七六○○分多十五率三三五五四四三二○○分爲三率率數次以二率率數與三率率數相乘一率除之得一○○○四率少六率四九五○○分多八率四一六七九○○分少十率一九七二二七八○○分多十二率五八七四一三三九八○分少十四率一一七三三二二二八○分多十六率一六三三七一一四四九四三二分爲四率率數以十倍二率爲一二率故求得百倍三率爲一三率千倍四率爲一四率餘倣此次依前各率原分母數列之四

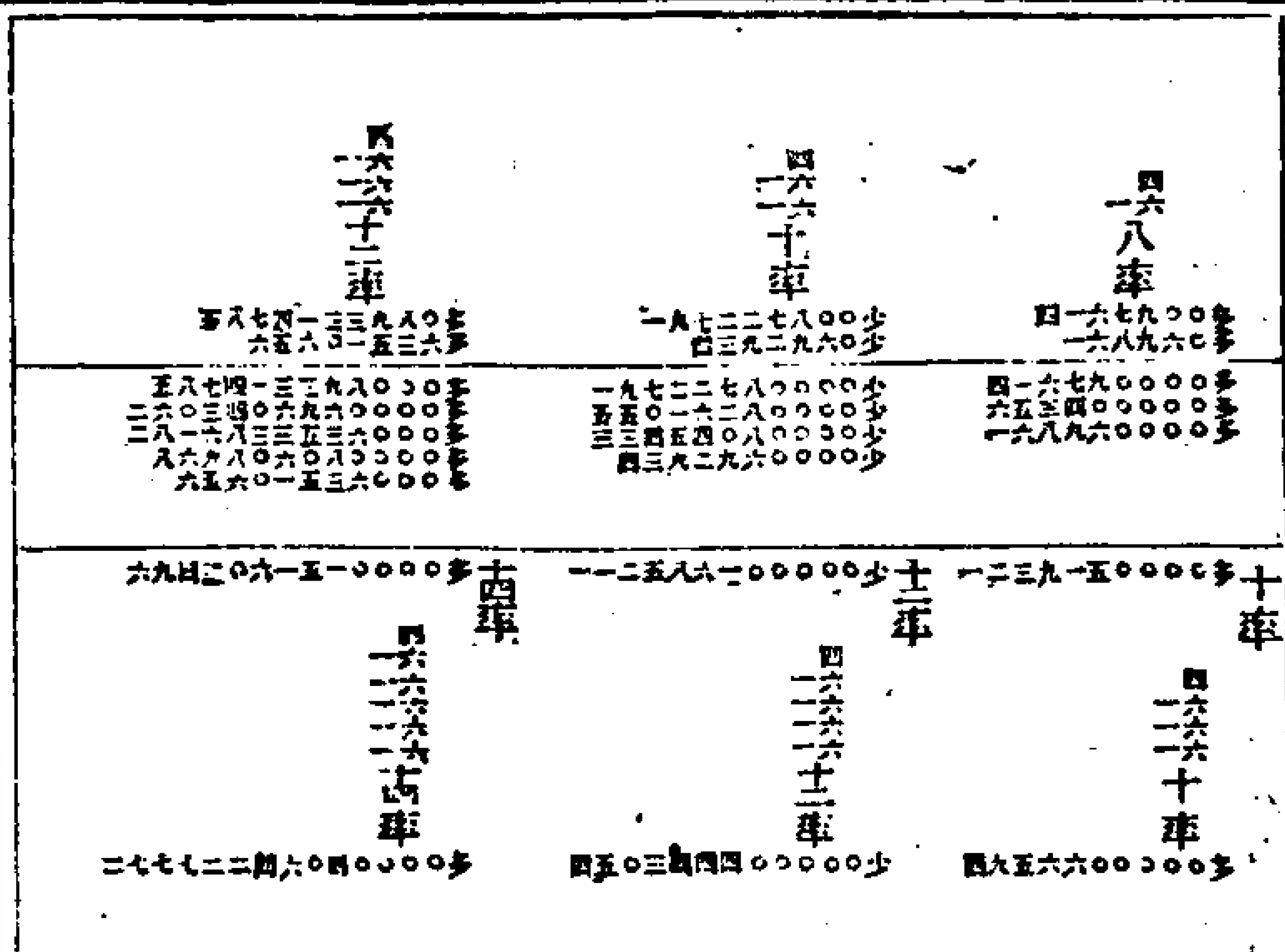
三率	一○○
五率	三三○○少
七率	一六八九六○多
九率	四三九二九六○少
十一率	六五六○一五三六多
十三率	五九六三七七六○○少
十五率	三三五五四四三二○○多

四率	一○○○
六率	四九五○○少
八率	四一六七九○○多
十率	一九七二二七八○○少
十二率	五八七四一三三九八○多

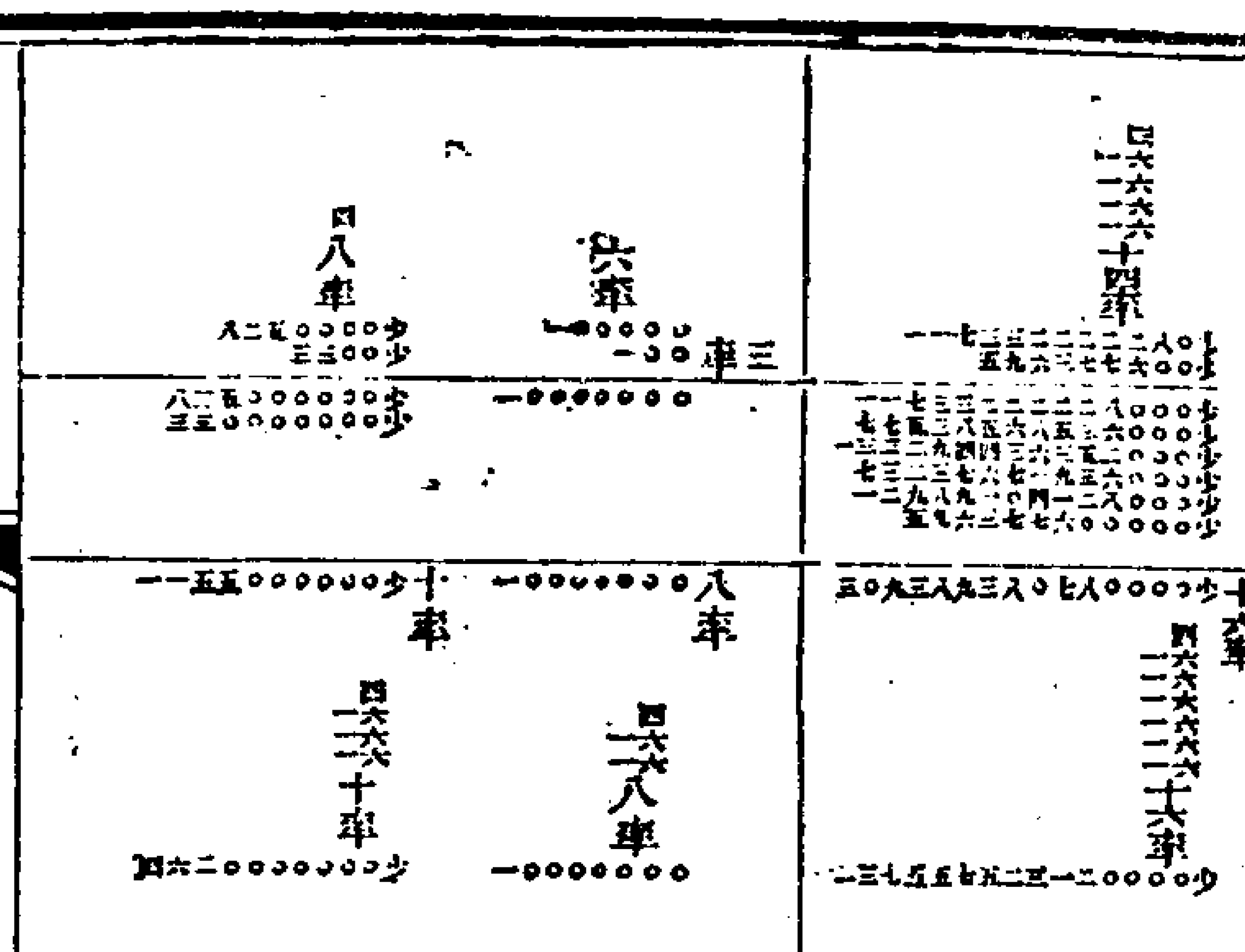
四率	一○○○
六率	一九八○○○少
八率	一六六七一六○○多
十率	七八八九一一二○○少
十二率	二三四九六五三五九二○多



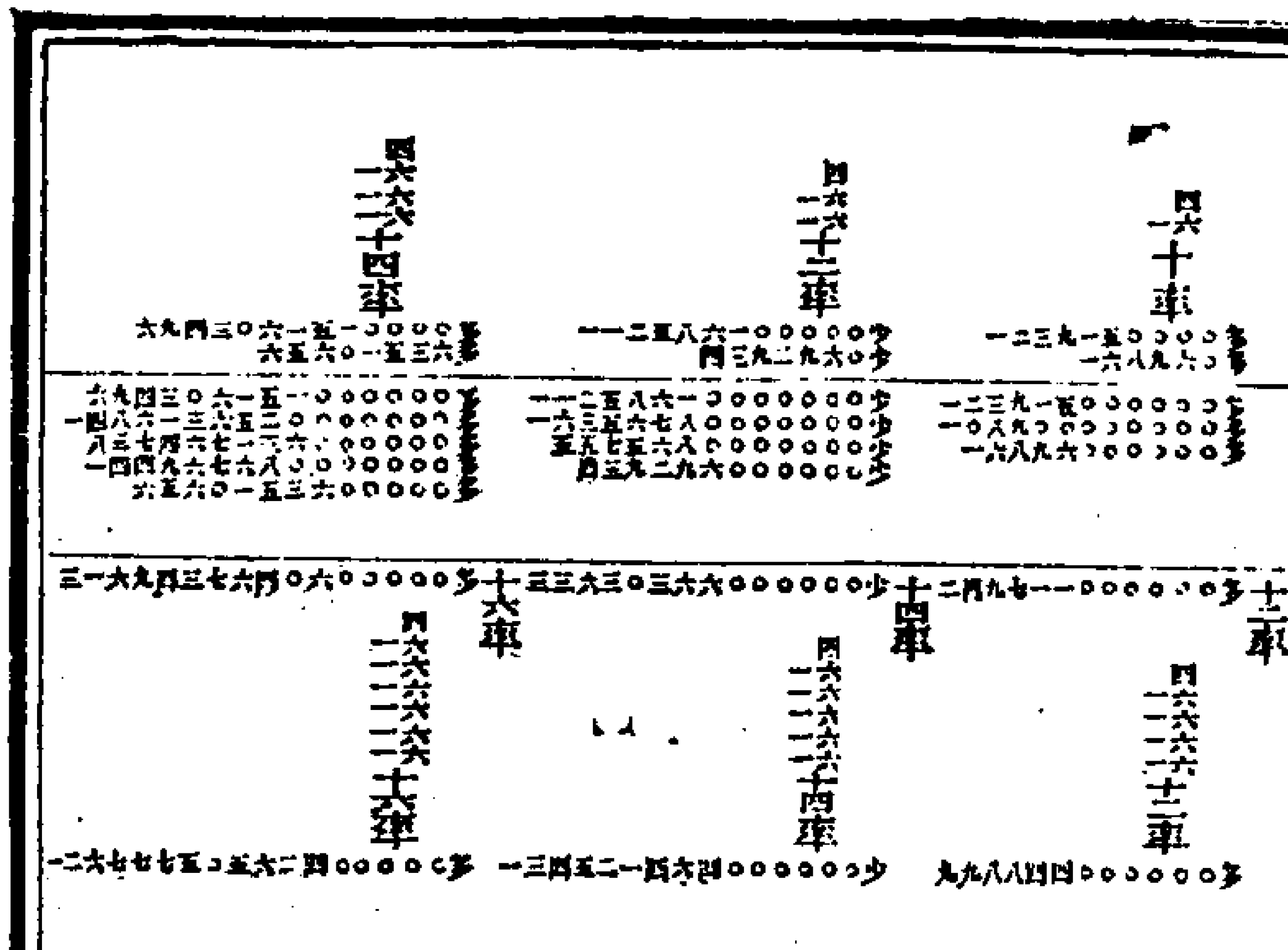
率子數書原數餘率子數以四因之四率加分母四餘率加分母十六十六為四之四倍故子數以四因之餘仿此得四率一〇〇〇分少六率一九八〇〇〇分多八率一六六七一六〇〇分少十率七八八九一一二〇〇分多十二率二三四九六五三五九二〇分少十四率四六九三



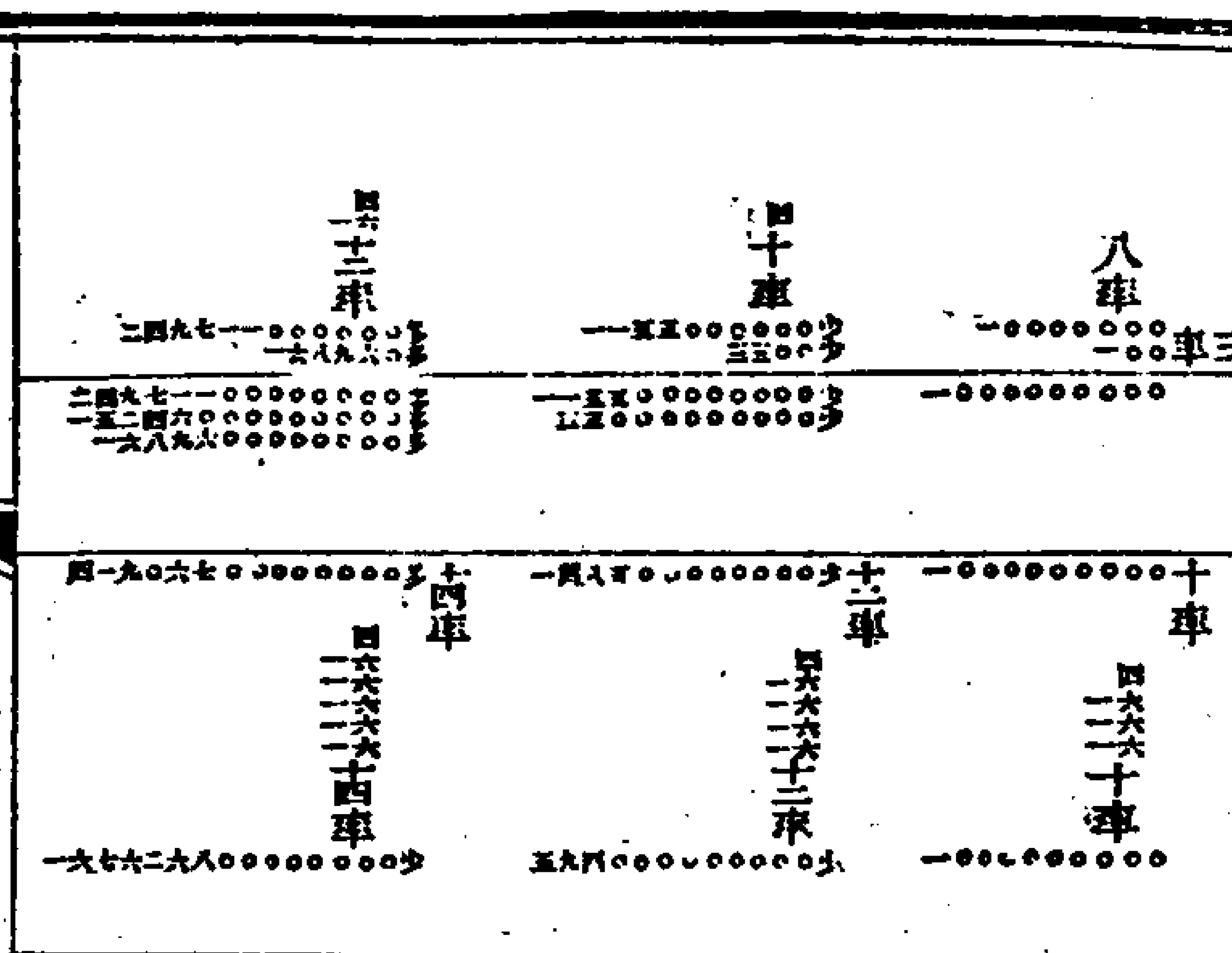
二八八八九一二〇分多十六率六五三四八四五七九七七二八分為四分四率之一之率數以備後四分四率之共率數相乘之用六八等率同此又以三率率數與四率率數相乘一率除之得一〇〇〇〇六率少八率八二五〇〇〇〇分多十率一



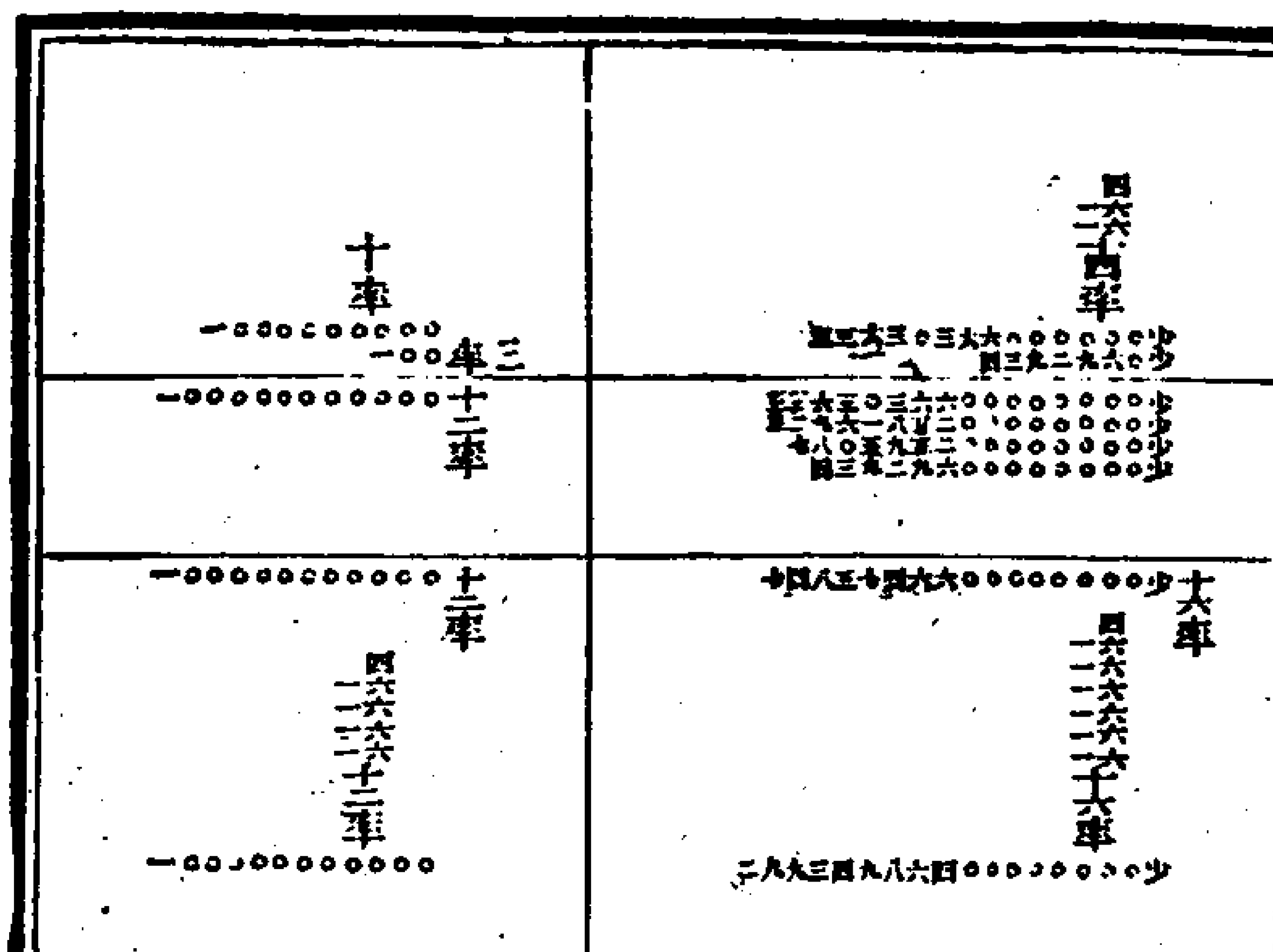
二三九一五〇〇〇分少十二率一二五八六一〇〇〇〇〇分多十四率六九四三〇六一五一〇〇〇分少十六率三〇九三八九三八〇七八〇〇〇〇分為六率率數依各率原分母列之得四分又十六分六率之一之率數此條六率加分母四



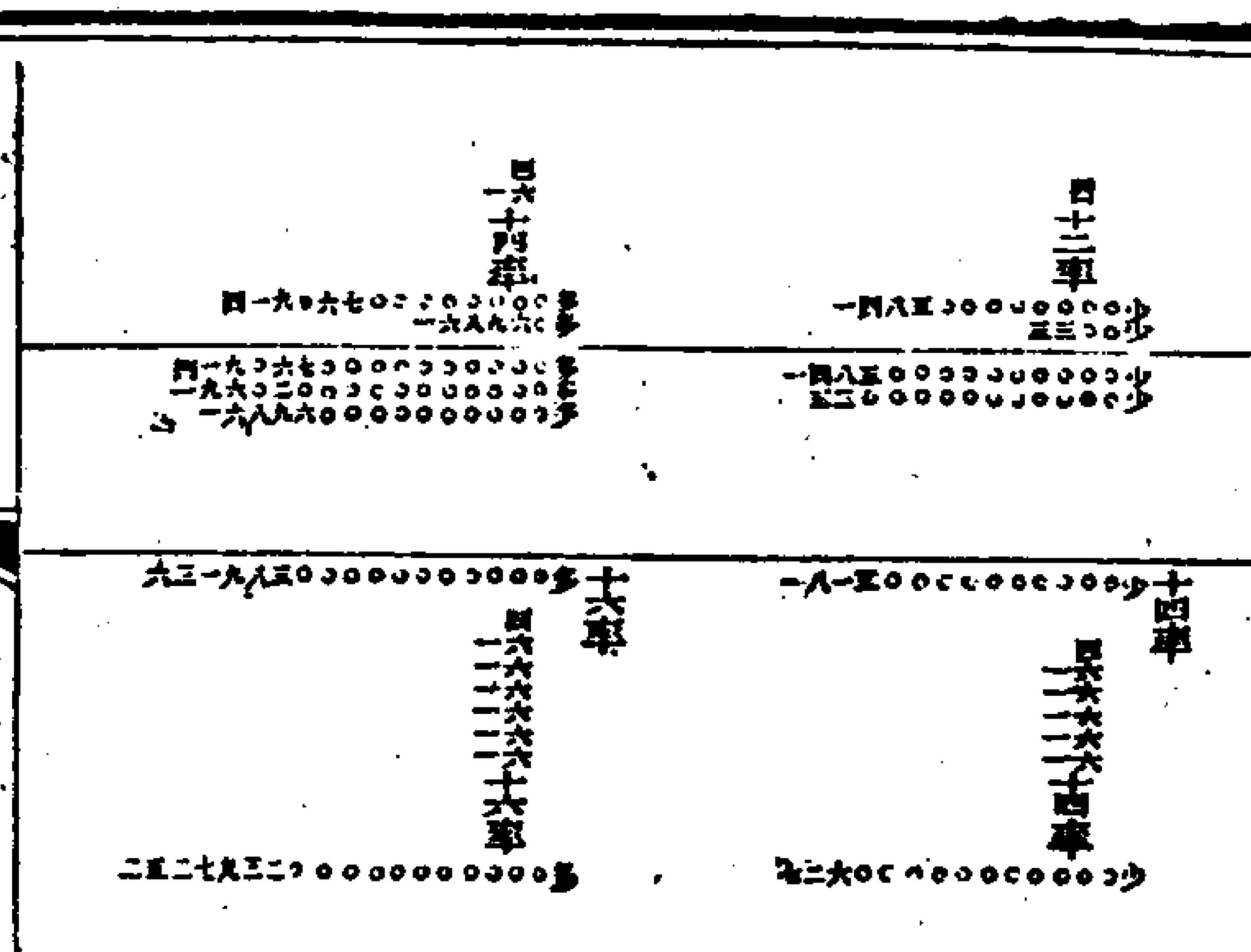
一次十六一次餘率加分母十六二次其一次同為十六者不計餘一次六率為加分母四餘率為加分母十六故六率子數書原數餘率子數四因之又以三率率數與六率率數相乘一率除之得一千萬八率少十率一一五五百萬分多十二率二四九七一一百萬分少十四率三三六三〇三六六百萬分多十六率三一



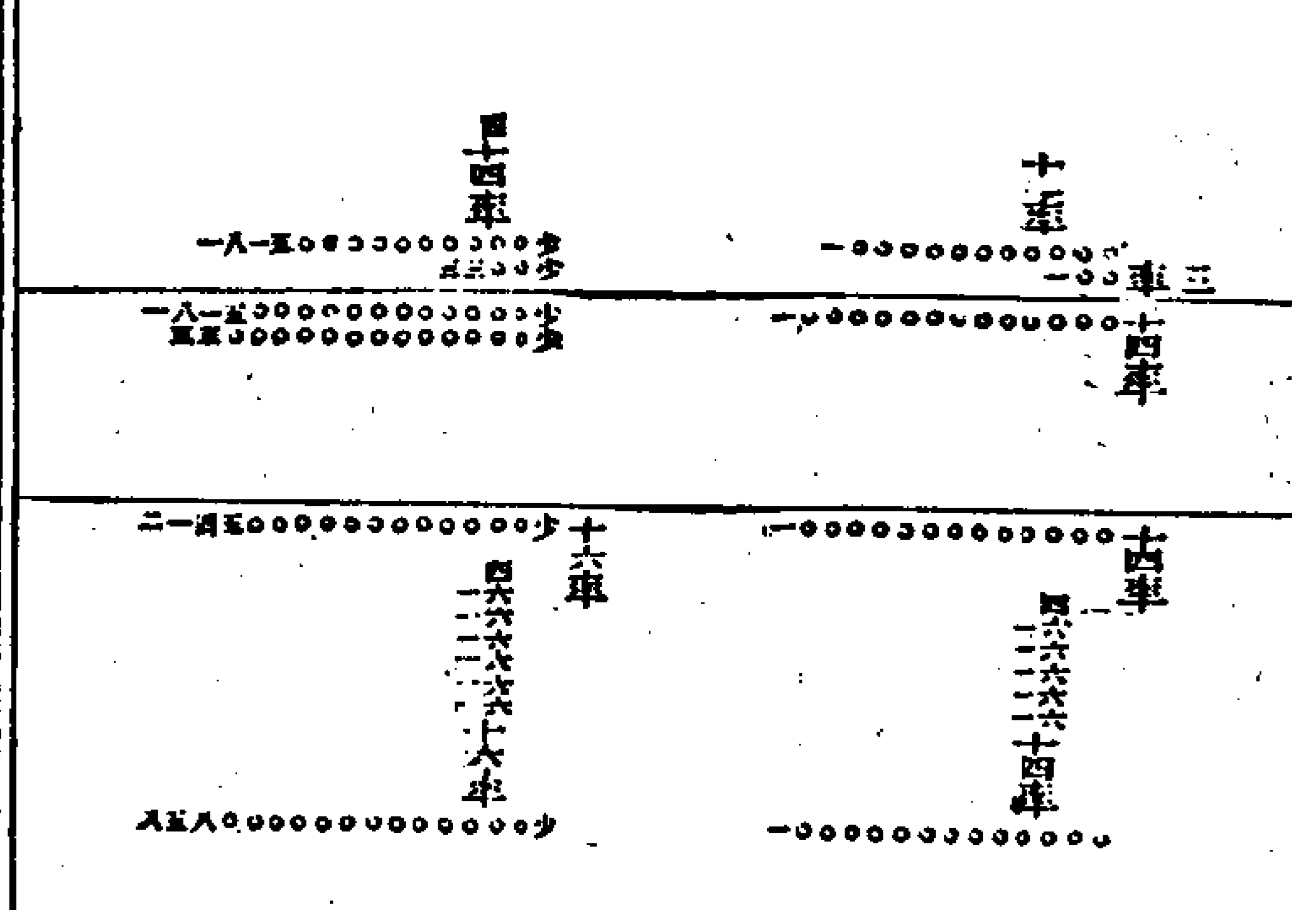
六九四三七六四。六十萬分爲八率率數依各率原分母列之得四分又二次十六分八率之一之率數（法同前）又以三率率數與八率率數相乘一率除之得一十億十率少十二率一四八五億分多十四率四一九。六七億分少十六率七四八三



七四六六億分爲十率率數依各率原分母列之得四分又三次十六分十率之一之率數又以三率率數與十率率數相乘一率除之得一千億十二率少十四率一八一五百億分多十六率六六三一九八三百億分爲十二率率數依各率原分母列



之得四分又四次十六分十二率之一之率數又以三率率數與十二率率數相乘一率除之得一十兆十四率少十六率二一四五兆分爲十四率率數依各率原分母列之得四分又五次十六分十四率之一之率數又以三率率數與十四率率數



相乘一率除之得一十兆十六率爲十六率率數依原分母列之得四分又六次十六分十六率之一之率數此以十分弧通弦率數爲二率率數求得各率率數又依各原率原分母數取其一分之率數也乃以十分弧通弦率數之二率共數一徧乘

	十四率
三率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
十六率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

四一六六六六 二二二二二 十六率

一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

	二率	四率
第一條 減	一〇〇	一六五〇少 一六五〇〇
第二條 加	一〇〇	一六六六五〇少
第三條 減	一〇〇	一六六六五〇少
第四條 加	一〇〇	一六六六五〇少
第五條 減	一〇〇	一六六六五〇少
第六條 減	一〇〇	一六六六五〇少
第七條 減	一〇〇	一六六六五〇少
第八條	一〇〇	一六六六五〇少

二率率數卽十分弧通弦率數得一〇〇二率少四率一六五〇分多六率三〇〇三〇分少八率二一四五〇〇分多十率六〇七七五〇分少十二率四一九九〇分少十四率二二六一〇〇分少十六率二九七一六〇分爲共二率率數爲第一條又以

	六率	八率	十率
第一條	三〇〇三〇多 三二六七〇〇〇〇少	二一四五〇〇少 二七五〇八一四〇〇〇多	六〇七七五〇多 一三〇一七〇三四八〇〇〇少
第二條	三二七〇〇〇三〇多 三〇〇三〇〇〇〇〇	二七五一〇二八五〇〇少 九九〇九九〇〇〇〇〇〇少	一三〇一七〇九五五七五〇多 一四八八四六六九八〇〇〇〇〇多
第三條	三三三〇〇〇〇三〇多	一〇一八五〇〇二八五〇〇少 二一四五〇〇〇〇〇〇〇	一五〇一四八四〇七五五七五〇多 九九〇九九〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
第四條	三三三〇〇〇〇〇三〇多	三一六三五〇〇二八五〇〇少	一一四一一五八四〇七五五七五〇多 六〇七七五〇〇〇〇〇〇〇〇
第五條	三三三〇〇〇〇〇〇三〇多	三一六三五〇〇二八五〇〇少	一七四八八八八四〇七五五七五〇多
第六條	三三三〇〇〇〇〇〇三〇多	三一六三五〇〇二八五〇〇少	一七四八八八八四〇七五五七五〇多
第七條	三三三〇〇〇〇〇〇三〇多	三一六三五〇〇二八五〇〇少	一七四八八八八四〇七五五七五〇多
第八條	三三三〇〇〇〇〇〇三〇多	三一六三五〇〇二八五〇〇少	一七四八八八八四〇七五五七五〇多

十分弧通弦率數應減之四率共分數徧乘四率一分率數得四率一六五〇〇分少六率三二六七〇〇〇分多八率二七五〇八一四〇〇〇分少十率一三〇一七〇三四八〇〇〇分多十二率三八七六九二八四二六八〇〇分少十四

	十二率	十四率
第一條	四一九九〇〇少 三八七六九二八四二六八〇〇多	二二六一〇〇少 七七四三九二六六七〇四八〇〇少
第二條	三八七六九二八八四六七〇〇少 一三五二三八四二三五二〇〇〇〇少	七七四三九二六六四七八七〇〇多 八三四〇〇〇五四八五八一二〇〇〇〇多
第三條	一三五六二六一一六二〇四六七〇〇少 二一四二五二〇三八〇〇〇〇〇〇〇多	八三四七七四九四一二四五九八七〇〇多 二八八五四八五四〇二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
第四條	二二七八一四七四九六二〇四六七〇〇少 三六一〇〇三五〇〇〇〇〇〇〇〇〇少	二九六八九六二八九六二四五九八七〇〇多 一〇一八七五一八七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
第五條	五八八八一八一四九六二〇四六七〇〇少 四一九九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	一三一一六四八一六六六九二四五九八七〇〇多 三〇四八四七四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
第六條	六三〇八〇八一四九六二〇四六七〇〇少	一六二〇四九五五六六九二四五九八七〇〇多 二二六一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
第七條	六三〇八〇八一四九六二〇四六七〇〇少	一五九七八八五五六六六九二四五九八七〇〇多
第八條	六三〇八〇八一四九六二〇四六七〇〇少	一五九七八八五五六六六九二四五九八七〇〇多

率七七四三九二六六七〇四八〇〇分多十六率一〇七八二四九五五六六二五一二〇分爲共四率率數建功案置前所求得之第三條十分弧通弦率數十倍二率少四率一六五分多六率三〇〇三分少八率二一四五〇分多十率六〇七七五分少十二率四一九九〇分少十四率二二六一〇分少十六率二九七一六分各超一位爲百分弧通弦率數橫列第一條副以十

	十六率
第一條	二九七一六〇少 一〇七八二四九五五六六二五一二〇多
第二條	一〇七八二四九五五六九二二二八〇少 三七一六三八五二四一九二九三六〇〇〇〇少
第三條	三七一七四六三四九一四八六二八二二八〇少 二七一九三七七四九五六三四八〇〇〇〇〇〇多
第四條	二七五六五五二一三〇五四九六六二八二二八〇少 一八一九二九八七九八四六〇〇〇〇〇〇〇〇少
第五條	二〇九四九五四〇一一五一四九六六二八二二八〇少 一〇六一四七八六四六八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
第六條	三一五六六三二六五八三一四九六六二八二二八〇少 一九三九九三八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
第七條	二九六二四三八八五八三一四九六六二八二二八〇少 二九七一六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
第八條	二九九二一五四八五八三一四九六六二八二二八〇少

分弧通弦率數之四率共分數一六五徧乘前所求得之四率一分率數少六率一九八〇〇〇分多八率一六六七一六〇〇分少十率七八八九一一二〇〇分多十二率二三四九六五三五九二〇分少十四率四六九三二八八八九一二〇分多十六率六五三四八四五七九七七二八分卽得此以減第一條得一〇〇二率少四率一六六六六五〇分多六率三三七〇〇〇三〇分少八率二七五一〇二八五〇〇分多十率一三〇一七〇九五五七五〇分少十二率三八七六九二八八數列于第一條下以下求千分弧萬分弧通弦仿此

四六七○○分多十四率七七四三九二六六四七八七○○分少十六率一○七八二四九五五六九二三三八○分爲第二條又以十分弧通弦率數應加之六率共分數三○○三偏乘六率一分率數得共六率率數以加第二條得一○○二率少四率一六六六五○分多六率三三三○○○○三○分少八率一○一八五○○二八五○○分多十率一五○一四八四○七五五七五○分少十二率一三五六二六一一六二○四六七○○分多十四率八三四七七四九四一二四五九八七○○分少十六率三七一七四六三四九一四八六二八二三八○分爲第三條依次累求建功案以六率共分數三○○三偏乘前所求得之六率一分率數少八率三三○○○○○○分多十率四九五六六○○○○○分少十二率四五○三四四四○○○○○分多十四率二七七七二二四六○四○○○○分少十六率一二三七五五七五二三一二○○○○分卽得第二條下之加數用加第二條得第三條數又以八率共分數二一四五○偏乘前所求得之八率一分率數少十率四六二○○○○○○○分多十二率九九八八四四○○○○○○分少十四率一三四五二一四六四○○○○○○分多十六率一二六七七七五○五六二四○○○○○分卽得第三條下之減數以減第三條得第四條數依次累求悉如此法以下求千分弧萬分弧通弦仿此至第八條各率數加減號不同而算皆用加惟第六條求第七條則用減蓋此條率數多少同號故也得一○

○二率少四率一六六六五○分多六率三三三○○○○三○分少八率三一六三五○○二八五○○分多十率一七四八八八八四○七五五七五○分少十二率六三○八○八一四九六二○四六七○○分多十四率一五九九七八八五五六六六九二四五九八七○○分少十六率二九九二一五四八五八三一四九六六二八二二八○分卽百分全弧通弦率數也

設圜半徑爲連比例第一率一分弧通弦爲連比例第二率有十分全弧通弦率數百分全弧通弦率數皆見前題所得求千分十分百分相乘之數全弧通弦率數幾何

法以圜半徑爲連比例第一率十分弧通弦率數爲連比例第二率求得第四率第六率至第十六率各率率數見前次以百分全弧通弦各率率共數偏乘十分全弧通弦各率諸數同上逐條加

	二率	四率	六率
第一條 減	一○○○	一六五○○少	三○○三○○多
		一六六六五○○○○	三二九九六七○○○○○多
第二條 加	一○○○	一六六六六六五○○少	三二九九七○○○三○○多
			三三三○○○○三○○○○○○
第三條 減	一○○○	一六六六六六五○○少	三三三三三○○○○○○三○○多
第四條 加	一○○○	一六六六六六五○○少	三三三三三○○○○○○三○○多
第五條 減	一○○○	一六六六六六五○○少	三三三三三○○○○○○三○○多
第六條 加	一○○○	一六六六六六五○○少	三三三三三○○○○○○三○○多
第七條 減	一○○○	一六六六六六五○○少	三三三三三○○○○○○三○○多
第八條	一○○○	一六六六六六五○○少	三三三三三○○○○○○三○○多

減之即得全弧通弦率數蓋以十分全弧爲一分弧以千分全弧爲百分全弧立算也若以百分全弧爲一分弧千分全弧爲十分弧其理亦同其圖解步法俱與前同茲不復詳惟載逐條加減之數于後以備參考建功

案前求百分弧用第三條十分弧通弦率數各超一位爲百分弧通弦率數今求千分弧則仍用十分弧通弦率數各超二位爲千分弧通弦率數橫列第一條乃以前所求得第八條百分弧通弦率數之四率共分數一六六六六五○偏乘四率一分率數爲第一條下之減數以六率共分數三三三○○○○三○偏乘六率一分率數爲第二條下之加數悉如前求百分弧依次累求

右第八條所得即千分全弧通弦之率數也

設圜半徑爲連比例第一率一分弧通弦爲連比例第二率有十分全弧通弦率數千分全弧通弦率數並見前題所得求萬分十分千分相乘之數全弧通弦率數幾何

法以十分弧爲一分弧以萬分全弧爲千分全弧立算列式如左

建功案以十分弧通弦率數各超三位爲萬分弧通弦率數橫列第一條乃以前所求得第八條千分弧通弦率數之四率共分數一六六六六六五〇〇偏乘四率一分率數爲第一條下之減數餘悉如前

	二率	四率	六率	八率
第一條減	一〇〇〇〇	一六五〇〇〇少 一六六六六六五〇〇〇〇〇	一〇〇三〇〇〇多 三二九九九九六七〇〇〇〇〇〇少	二一四五〇〇〇〇少 二七七八五九七二二一四〇〇〇〇〇多
第二條加	一〇〇〇〇	一六六六六六六六五〇〇〇少	三二九九九九七〇〇〇三〇〇〇多 三三三三三〇〇〇〇〇〇三〇〇〇〇〇〇〇	二七七八五九七二四二八五〇〇〇〇少 一〇九九九八九〇〇〇〇〇九九〇〇〇〇〇〇〇〇少
第三條減	一〇〇〇〇	一六六六六六六六五〇〇〇少	三三三三三三三〇〇〇〇〇〇〇三〇〇〇多	一〇九九九九一七七八六〇七一四二八五〇〇〇〇少 三一七四四九二〇六四三一四二八五〇〇〇〇〇〇〇〇〇
第四條加	一〇〇〇〇	一六六六六六六六五〇〇〇少	三三三三三三三〇〇〇〇〇〇〇〇三〇〇〇多	三一七四六〇三〇六三四九二一四五七一四二八五〇〇〇〇少
第五條減	一〇〇〇〇	一六六六六六六六五〇〇〇少	三三三三三三三〇〇〇〇〇〇〇〇三〇〇〇多	三一七四六〇三〇六三四九二一四五七一四二八五〇〇〇〇少
第六條加	一〇〇〇〇	一六六六六六六六五〇〇〇少	三三三三三三三〇〇〇〇〇〇〇〇三〇〇〇多	三一七四六〇三〇六三四九二一四五七一四二八五〇〇〇〇少
第七條減	一〇〇〇〇	一六六六六六六六五〇〇〇少	三三三三三三三〇〇〇〇〇〇〇〇三〇〇〇多	三一七四六〇三〇六三四九二一四五七一四二八五〇〇〇〇少
第八條	一〇〇〇〇	一六六六六六六六五〇〇〇少	三三三三三三三〇〇〇〇〇〇〇〇三〇〇〇多	三一七四六〇三〇六三四九二一四五七一四二八五〇〇〇〇少

割圜密率捷法卷三　四六

	十率	十二率
第一條	六〇七七五〇〇〇多 一三一四八五〇六八五一四八〇〇〇〇〇〇少	四一九九〇〇〇〇少 二九一六〇八五四三三九一〇六八〇〇〇〇多
第二條	一三一四八五〇六八五七五五七五〇〇〇多 一六五二一八二四七八〇一四八六七八〇〇〇〇〇〇〇多	三九一六〇八五四〇三九五二八七〇〇〇〇少 一五〇一一三二九八八五三三五一〇三三二〇〇〇〇〇〇〇少
第三條	一六五二一八四七九二八六五五五五五七五〇〇〇多 一四六六六一五三三三七一三一九九六七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少	一五〇一一三三三八〇一四二〇五〇七二七二六七〇〇〇〇少 三一七〇八二二三五一四八七九三七六八六五四〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
第四條	一四六六六一八五五五六一一二八三二五五五五五七五〇〇〇多 一七六三五二〇二八五六六八四〇七五五五九七五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	三一七〇八三七三六二八二一七三九一〇七〇四七二七二六七〇〇〇〇少 一〇四七五三一〇四九六八七〇三四〇八八〇一一五五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
第五條	一七六三六六六九四八八五三九六三六六八四〇七五五五五五五七五〇〇〇多	一〇四七五六二七五八〇六〇六六二三〇五四〇二六二〇四七二七二六七〇〇〇〇少 六四一二二八一六〇一九一〇〇六六九六二〇四七二六七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
第六條	一七六三六六六九四八八五三九六三六六八四〇七五五五五五五七五〇〇〇多	六四一三三二九一六四六六八一二七六二四三五二六六九六二〇四七二七二六七〇〇〇〇少
第七條	一七六三六六六九四八八五三九六三六六八四〇七五五五五五五七五〇〇〇多	六四一三三二九一六四六六八一二七六二四三五二六六九六二〇四七二七二六七〇〇〇〇少
第八條	一七六三六六六九四八八五三九六三六六八四〇七五五五五五五七五〇〇〇多	六四一三三二九一六四六六八一二七六二四三五二六六九六二〇四七二七二六七〇〇〇〇少

割圜密率捷法卷三　四七

[illegible]十四率

[illegible]	少
[illegible]	少
[illegible]	多
[illegible]	多
[illegible]	多
[illegible]	少
[illegible]	多
[illegible]	少
[illegible]	多
[illegible]	少
[illegible]	多
[illegible]	
[illegible]	多
[illegible]	多

[illegible]十六率

[illegible]	少
[illegible]	多
[illegible]	少
[illegible]	少
[illegible]	少
[illegible]	多
[illegible]	少
[illegible]	少
[illegible]	少
[illegible]	少
[illegible]	少
[illegible]	少
[illegible]	少
[illegible]	
[illegible]	少

右第八條所得卽萬分全弧通弦之率數也

弧背求通弦率數法解

弧圜線也弦直線也二者不同類也不同類雖析之至于無窮不可以一之也然則終不可相求乎非也弧與弦雖不可以一之苟析之至于無窮則所以不可一之故見矣得其不可一之故卽可因理以立法是又未嘗不可以一之也何爲而不可相求乎今取百分千分萬分弧通弦率數比例相較而得弧背求通弦之率數其法旣確然無疑而其數視求各分弧通弦率數轉爲簡易于此見數理自然之變化誠非人之智力所能測也其法詳著于後

法以百分千分萬分弧共二率數爲二率（百分弧以一百爲二率千分萬分弧以一千一萬各爲二率）以求各率分數求四率分數以百分弧二率共數一百自乘得一萬爲三率數（連比例二率自乘一率除之得三率今二率爲一百一率仍爲一一除實得原數故二率自乘卽得三率數也四率仿此）再乘得一百萬爲四率數爲實置百分弧四率分數（四分四率之一六六六五〇）四歸之（得四一六六六二小餘五）爲應減四率數爲法法除實得二十四〇〇二（四不盡）是全四率爲應減四率之二

十四倍有餘應減四率爲全四率二十四分之一不足也次以千分弧二率共數一千自乘得一百萬爲三率數再乘得十億爲四率數爲實置千分弧四率分數四分四率之一六六六六六五○○四歸之得四一六六六六六二五○○爲應減四率數爲法法除實得二十四分○○○○二四不盡是全四率亦爲應減四率之二十四倍有餘應減四率亦爲全四率二十四分之一不足但有餘不足之差較百分弧則微耳次以萬分弧二率共數一萬自乘得一億爲三率再乘得一兆爲四率數爲實置萬分弧四率分數一六六六六六六六五○○○四歸

之得四一六六六六六六六六二五○爲應減四率分數爲法法除實得二十四分○○○○○○二四不盡是全四率仍爲應減四率之二十四倍有餘應減四率仍爲全四率二十四分之一不足但差數較千分弧愈微耳夫二十四分之數不改惟奇零之差遍弧愈近則愈微若徑以弧背爲二率則奇零必盡而爲二十四分整數矣爰定弧背

二率一
四率二四分之一

求通弦應減之四率爲二十四分之一焉蓋羃求而奇零不盡者此弧線直線之所以不可一也去奇零而用整分者因其不可一而得其所以可一也次求

六率分數以百分弧四率數前四歸四率分數所得四一六六二小餘五與三率一萬相乘得六率數四一六六二五○○○爲實置百分弧六率共分數三三三○○○○三○以第一分母四歸之又以第二分母十六除之得數五二○三一二五小餘不用爲應加六率數爲法法除實得八十分○七不盡又捷法置原四率共分數一六六六六五○以三率一萬乘之得六率分數一六六六五○○○○○爲實置六率共分數以第二分母十六除之得數二○八一二五○一小餘不用爲應加六率分數與四率同母爲法法除實得數同前第一分母數四兩率所同故法實各省一除而得數無異後俱用此法若分母同二三次或四五次者皆仿此是以

應減四率分數求得六率分數爲應加六率分數之八十倍有餘而應加六率分數爲應減四率分數求得六率分數八十分之一不足也後同次置千分弧四率共分數一六六六六六五○○以三率百萬乘之得六率分數一六六六六六五空八位爲實置六率共分數三三三三三○○○○○○三○○以第二分母十六除之得數二○八三三一二五○○○一八爲應加六率分數與前率同母後仿此爲法法除實得八十分○○七不盡次置萬分弧四率共分數一六六六六六六六五○○○以三率一億乘之得六率分數一六六六六六六五空十一位爲實置六率共分數三三三三三三三○○○○○○○

〇三〇〇〇以第二分母十六除之得數二〇八三三三一二五〇〇〇〇〇一八七爲應加六率分數爲法法除實得八十分〇〇〇〇〇七不盡是八十分之數不改而奇零之差愈推愈微爰定弧背求通弦應加之六率爲二十四分之一又八十分一分之一焉四率分數求得六率分數已爲二十四分之一六率分數取應加分數又爲八十分之一故應加六率爲全六率二十四分之一又八十分一分之一焉

二率一
二四 四率一減
二四 八〇 六率一加

求八率分數置百分弧六率共分數前見以三率一萬乘之得八率分數三三三〇〇〇〇三〇截去末四位便算爲實置八率共分數三一六三五〇二截去末四位以第三分母第一第二分母兩率俱同十六除之得數一九七七八八爲應減八率分數爲法法除實得一百六十八分四二不盡次置千分弧六率共分數以三率百萬乘之得八率分數三三三三三〇〇〇〇〇三〇〇截去末六位爲實置八率共分數三一七四四九二〇六四三一四截去末六位以第三分母十六除之得數一九八四〇五七五四〇一九爲應減八率分數爲法法除實得一百六十八分〇〇四二不盡次置萬分弧六率共分數以三率一億乘之得八率分數三三三三三三三三〇〇〇〇〇〇截去末十二位爲實置八率共分數三一七四六〇二〇六三四九二一截去末十二位以第三分母十六除之得數一九八四一二六二八九六八二爲應減八率分數爲法法除實得一百六十八分四〇〇〇〇四二不盡是一百六十八分之數不改而奇零之差愈推愈微爰定弧背求通弦應減之八率爲二十四分之一又八十分一分之一又一百六十八分一分之一焉六率分數求得八率分數爲二十四分之一又八十分一分之一八率分數取應減分數又爲一百六十八分之一故應減八率分數爲全八率二十四分之一又八十分一分之一又一百六十八分一分之一後仿此

二率一
二四 四率一減
二四 八〇 六率一加
二四 八〇 一六八 八率一減

求十率分數置百分弧八率共分數以三率一萬乘之得十率分數三一六三五〇〇二八五〇〇截去末四位爲實置十率共分數一七四八八八八四〇七五截去末四位以第四分母數十六除之得數一〇九三〇五五二五四爲應加十率分數爲法法除實得二百八十九分四一不盡自十率後所得分數奇零之差百分弧尚差至單位千分弧則皆在單位下矣次置千分弧八率共分數以三率一百萬乘之得十率分數三一七四四九二〇六四三二一截去末十三位爲實置十率共分數一七六三五二〇二八五六截去末十三位以第四分母十六除之得數一一〇二二〇〇一七八爲應加十率分數爲法法除實得二百八十八分〇四一不盡次置萬分弧八率共分數以三率一億乘之得十率分數三一七四六〇六三四七四六〇二〇六三四九二一截去末二十位爲實置十率共分數一七六三六六六九四八八五三截

去末二十位以第四分母十六除之得數一〇二二九一八四三〇三為應加十率分數為法法除實得二百八十八分〇〇〇一四不盡是二百八十八分之數不改而奇零之差愈推愈微爰定弧背求通弦應加

二率一
四率二四一減
六率二四八〇一加
八率二四八〇一六八一減
十率二四八〇一六八二八八一加

之十率為二十四分之一又八十分一分之一又一百六十八分一分之一又二百八十八分一分之一焉求十二率分數置百分弧十率共分數以三率一萬乘之得十二率分數一七四八八八八四〇七五截去末八位為實置十二率共分數六三〇八〇八一四

九截去末八位以第五分母數十六除之得數三九四二五五〇九為應減十二率分數為法法除實得四百四十三分五九不盡次置千分弧十率共分數以三率一百萬乘之得十二率分數一七六三五二〇二八五六六八四截去末十六位為實置十二率共分數六四一二二八一六〇一九一截去末十六位以第五分母數十六除之得數四〇〇七六七六〇〇一一為應減十二率分數為法法除實得四百四十分〇三五不盡次置萬分弧十率共分數以三率一億乘之得數一七六三六六九四八八五三九六三截去末二十五位為實置十二率共分數六四一三三二九一六四六六八一截去末二十五位以第五分母十六除

之得數四〇〇八三三〇七二七九一七為應減十二率分數為法法除實得四百四十分〇〇〇三五不盡是四百四十分之數不改而奇零之差愈推愈微爰定弧背求通弦應減之十二率為

二率一
四率二四一減
六率二四八〇一加
八率二四八〇一六八一減
十率二四八〇一六八二八八一加
十二率二四八〇一六八二八八四四〇一減

二十四分之一又八十分一分之一又一百六十八分一分之一又二百八十八分一分之一又四百四十分一分之一焉求十四率分數置百分弧十二率共分數以三率一萬乘之得十四率分數六三〇八〇八一四九六二〇四截去末八位為實置十四

率共分數一五九七八八五五六六六九截去末八位以第六分母十六除之得數九九八六七八四七九一為應加十四率分數為法法除實得六百三十一分六四不盡次置千分弧十二率共數以三率一百萬乘之得十四率分數六四一二二八一六〇一九一〇截去末二十位為實置十四率共分數一六四三九七五八二四五七三截去末二十位以第六分母十六除之得數一〇二七四八四八九〇三五為應加十四率分數為法法除實得六百二十四分〇七五不盡次置萬分弧十二率共分數以三率一億乘之得數六四一三三二九一六四六六八一二七六截去末三十位為實置十四率共分數一六四四四一三八五七七九四

四五截去末三十位以第六分母十六除之得數一○二七七七五八六六一一二一五為
應加十四率分數為法法除實得六百二十四
分○○○七五不盡是六百二十四分之數不改而奇
零之差愈推愈微爰定弧背求通弦應加之十
四率為二十四分之一又八十分一分之一又
一百六十八分一分之一又二百八十八分一
分之一又四百四十分一分之一又六百二十
四分一分之一焉求十六率分數置百分弧十

二率	一
四率	一減 二四
六率	一加 [illegible]
八率	一減 [illegible]
十率	一加 [illegible]
十二率	一減 [illegible]
十四率	一加 [illegible]

四率共分數以三率一萬乘之得十六率分數一五九七八八五五六六六九
二四截去末十位為實置十六率共分數二九九二一五四八五八三一截去末十位以第
七分母十六除之得數一八七○○九六七八六四為應減十六率分數為
法法除實得八百五十四分四四不盡次置千分弧十四率共數以
三率一百萬乘之得十六率分數一六四三九七五八二四五七三三截去末二十五位
為實置十六率共分數三一三○八五三三一九三五截去末二十五位以第七次分
母十六除之得數一九五六七八三三二四五為應減十六率分數為法法
除實得八百四十分一四不盡次置萬分弧十四率共分數以三率

一億乘之得十六率分數一六四四四四一三八五七七九四四五截去末三十八位為實
置十六率共分數三一三二二六四○一二七一一四截去末三十八位
以第七次分母十六除之得數一九五七六六五○○七九四
四為應減十六率分數為法法除實得八百四
十分○○一四不盡是八百四十分之數不改而奇零
之差愈推愈微爰定弧背求通弦應減之十六
率為二十四分之一又八十分一分之一又一
百六十八分一分之一又二百八十八分一分

二率	一
四率	一減 [illegible]
六率	一加 [illegible]
八率	一減 [illegible]
十率	一加 [illegible]
十二率	一減 [illegible]
十四率	一加 [illegible]
十六率	一減 [illegible]

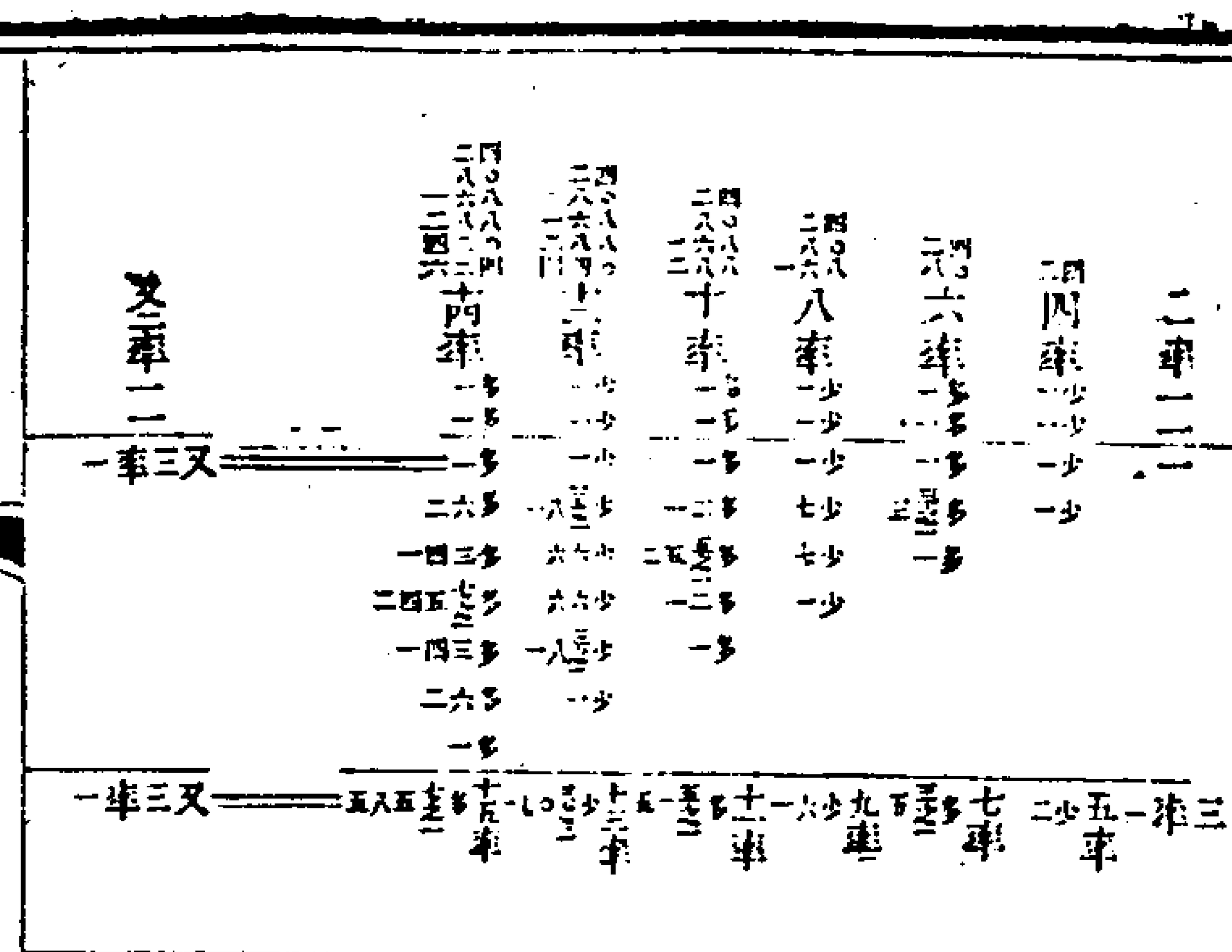
之一又四百四十分一分之一又六百二十四分一分之一又
八百四十分一分之一焉各率分數既定則有圜半徑及弧背
之數求通弦之數易易矣然先求得各率全數次按分母數除
之六率而後分母遞加則不勝其繁今按各率分數即各率全
數用分母除得之數若用以求後率則只用遞加之一分母除
之即可得後率分數布算甚為省便乃定有圜半徑及弧背求
通弦之法以半徑為連比例第一率弧背為連比例第二率求
得四率取其二十四分之一為應減分數又以應減之四率分

數求得六率分數取其八十分之一爲應加分數又以應加之六率分數求得八率分數取其一百六十八分之一爲應減分數又以應減之八率分數求得十率分數取其二百八十八分之一爲應加分數又以應加之十率分數求得十二率分數取其四百四十分之一爲應減分數又以應減之十二率分數求得十四率分數取其六百二十四分之一爲應加分數又以應加之十四率分數求得十六率分數取其八百四十分之一爲應減分數按圜半徑一千萬弧背求通弦至八率已足用惟通弦求弧背須至十六率而通弦求弧背即弧背求通弦之數而轉用之故弧背求通弦亦取至十六率然後以各應加之數與弧背相併各應減之數相併兩總數相減即得通弦之數又各分母數遞加則漸大今復析爲小數且使其順序以便取用試將分母均以四歸之則二十四得六八十得二十一百六十八得四十二二百八十八得七十二四百四十得一百一十六百二十四得一百五十六八百四十得二百一十而六爲二三相乘之數二十爲四五相乘之數四十二爲六七相乘之數七十二爲八九相乘之數一百一十爲十十一相乘之數一百五十六爲十二十三相乘之數二百一十爲十四十五相乘之數是四歸爲各率之所同四率則加二歸三歸三數除三次與三數連乘除一次者同六率則加四歸五歸八率則加六歸七歸十率則加八歸九歸十二率則加十除十一除十四率則加十二除十三除十六率則加十四除十五除依次遞加一數以爲法易知而便於記憶莫有過於此者且由此而推之則十八率之加十六除十七除二十率之加十八除十九除以至於無窮皆可得而定矣

通弦求弧背法解

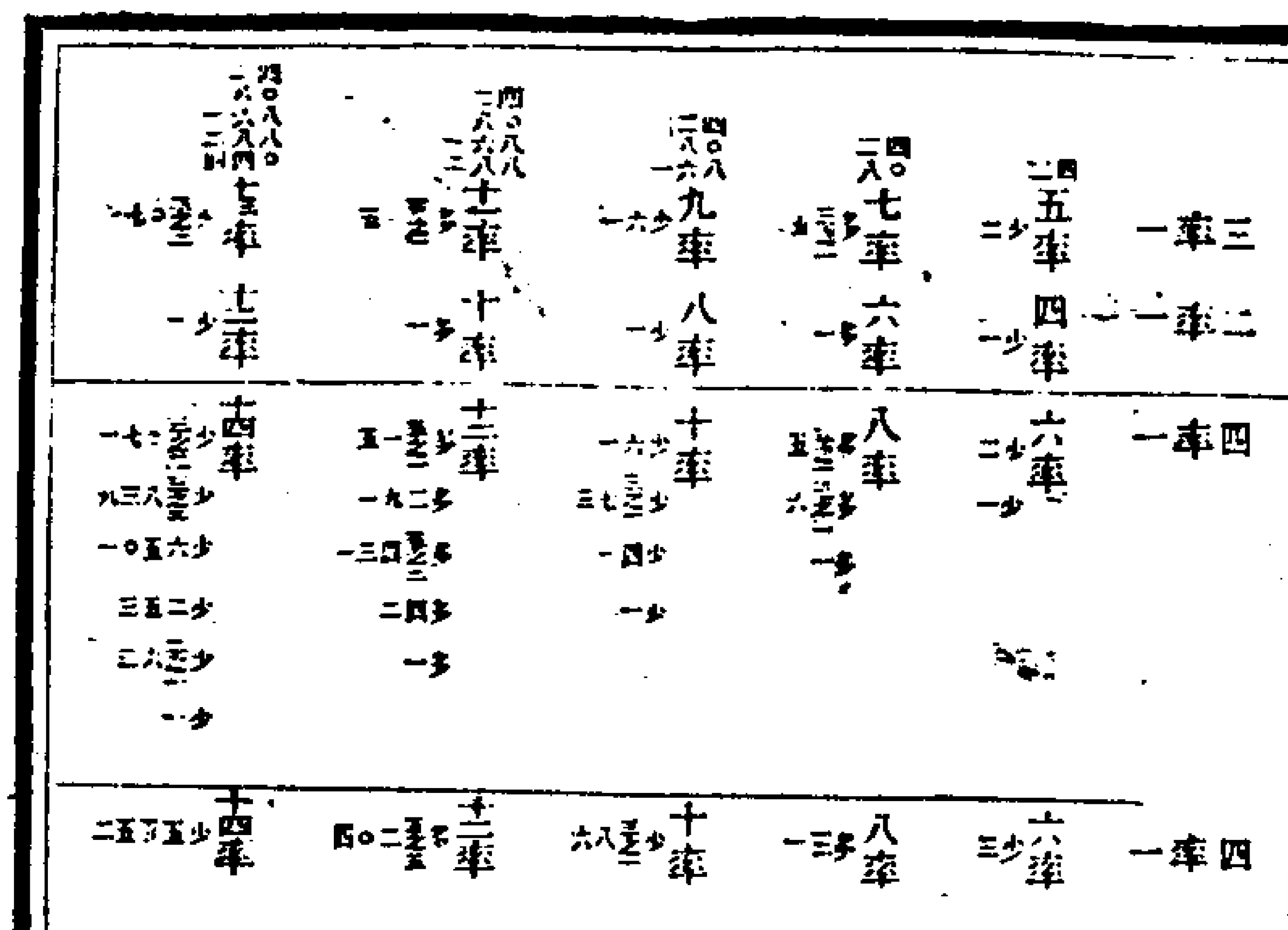
弧背求通弦率數既定用其率數反求之即可得通弦求弧背率數法以圜半徑爲連比例第一率弧背求通弦其率數爲連比例第二率求得第四第六等各率數按弧背求通弦其率數內所少率數遞加之詳見後至得一整二率而止又另借一根爲通弦爲連比例第二率與前對求得各率遞加之至十六率而止其所得之共率數即通弦求弧背之率數也蓋通弦率數由弧背而得而弧背率數又即因通弦率數而定其環轉相生之妙亦猶求二分弧通弦率數前二法之義也其求各率及遞加

之法俱與前同茲具算式於後至其中數有與前不同者則詳言之以備參考

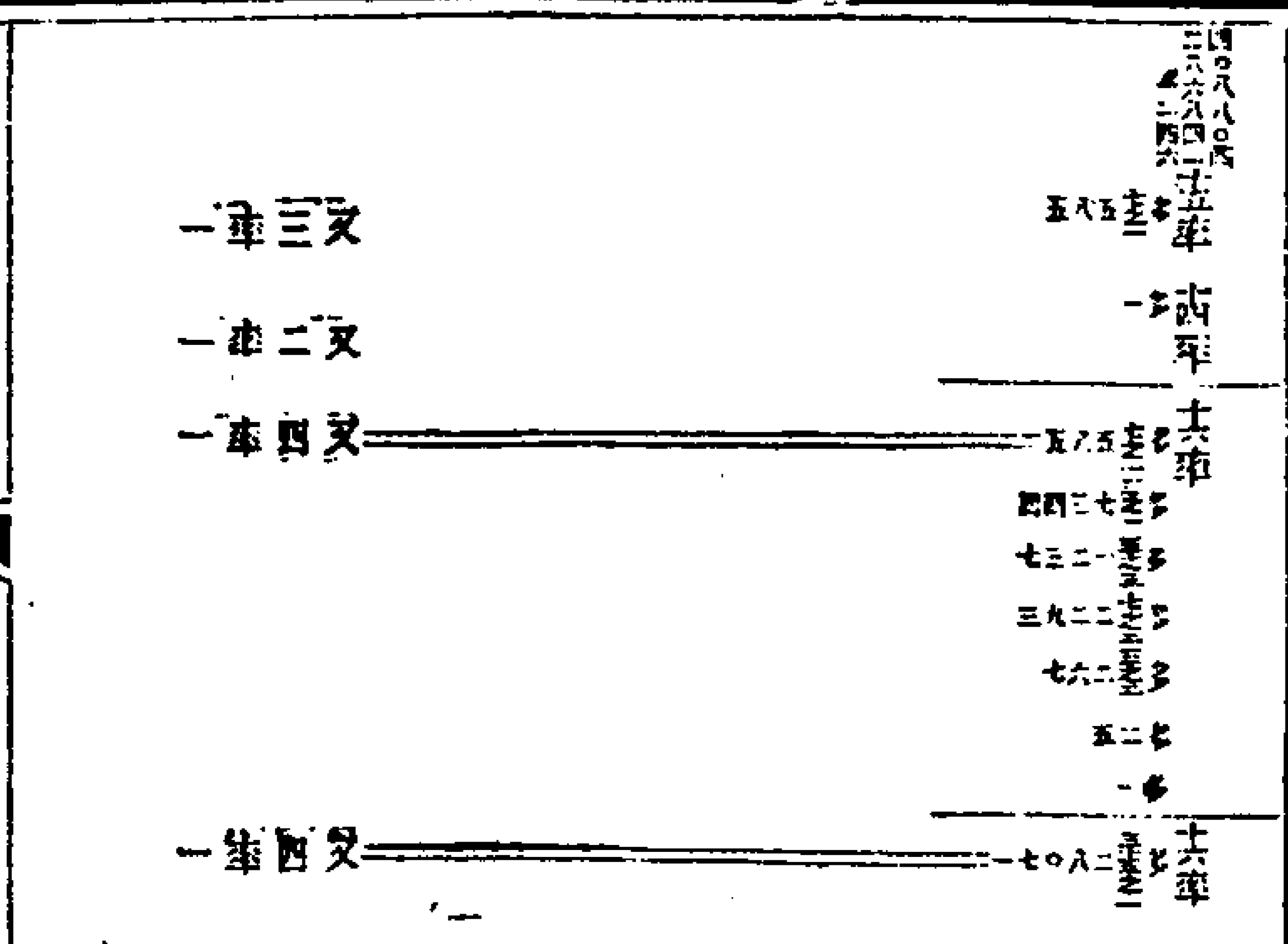


此二率求三率式也各率全數或分數相乘得所求各率相當之分數其理同前但前分母數俱同今各母數多寡迥殊則得數多奇零不盡者茲畧舉數端以明之如二十四分四率之一自乘一率除之應得二十四分又二十四分七率之一今七率之上原分母爲二十四分又八十分其第一次分母二十四分同者不論以第二次分母二十四分與八十分比之則爲一與三又三分之一故得七率分數爲三分又三分之一也又如二十四分又八十分六率之一自乘一率除之應得二十四分又八十分又二十四分又八十分十一率之一今十一率之上原分母第一次第二次俱同第三次則爲一百六十八分第四次則爲二百八十八分以二十四

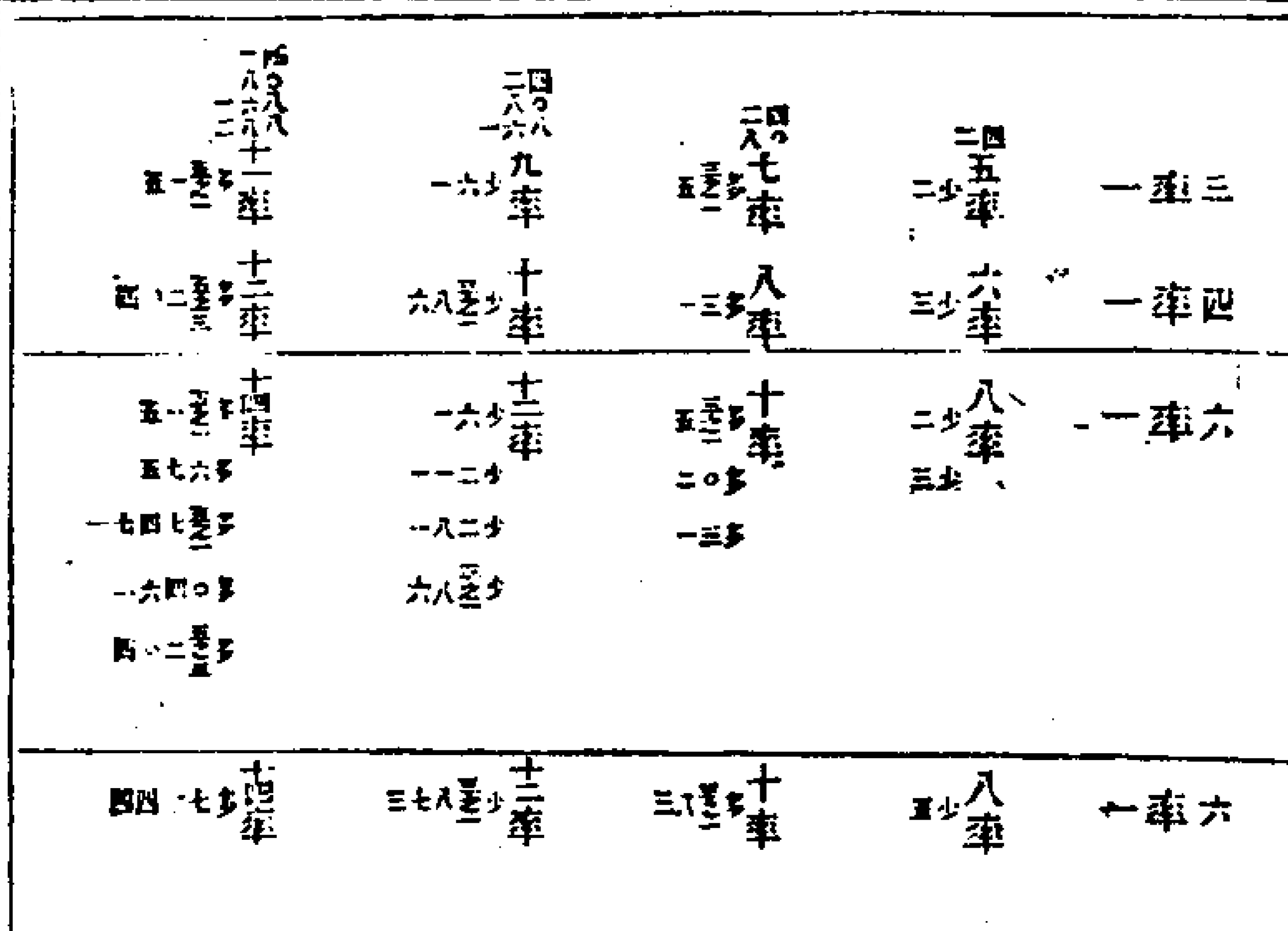
分又八十分與一百六十八分又二百八十八分比之以二十四八十相乘爲一率一百六十八二百八十八相乘爲二率一分爲三率乘除求四率則爲一與二十五又五分之一故得十一率分數爲二十五分又五分之一也又如二十四分又八十分又一百六十八分八率之一與二十四分又八十分六率之一相乘一率除之應得二十四分又八十分又一百六十八分又二十四分又八十分十三率之一今十三率之上原分母數第一第二第三次同第四次則爲二百八十八分第五次則爲四百四十分以二十四分又八十分與二百八



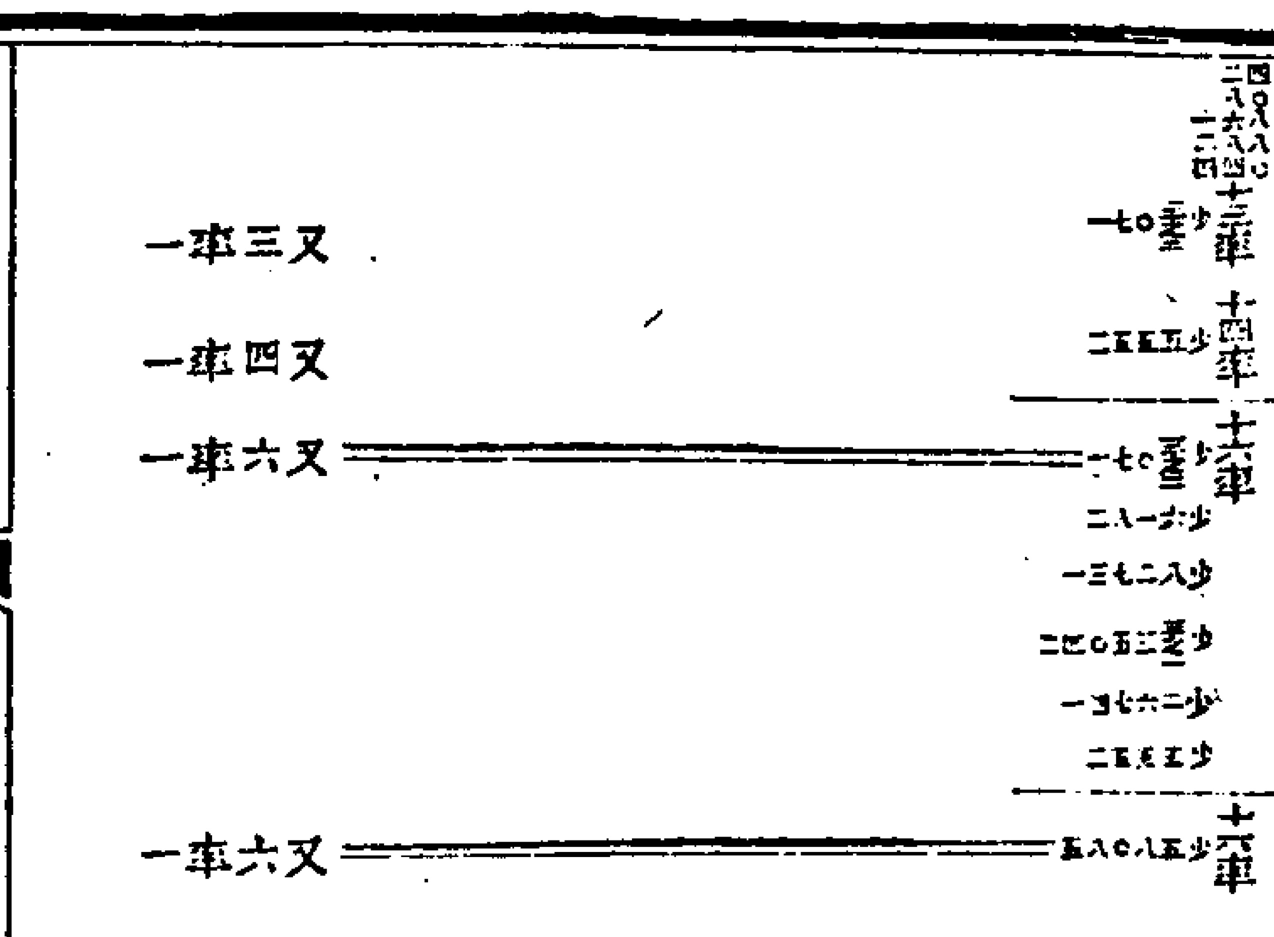
十八分又四百四十分比之上同則爲一與六十六故得十三率分數爲六十六也又如八率之一分自乘一率除之應得二十四分又八十分又一百六十八分又二十四分又八十分又一百六十八分十五率之一今十五率之上原分母前三次俱同



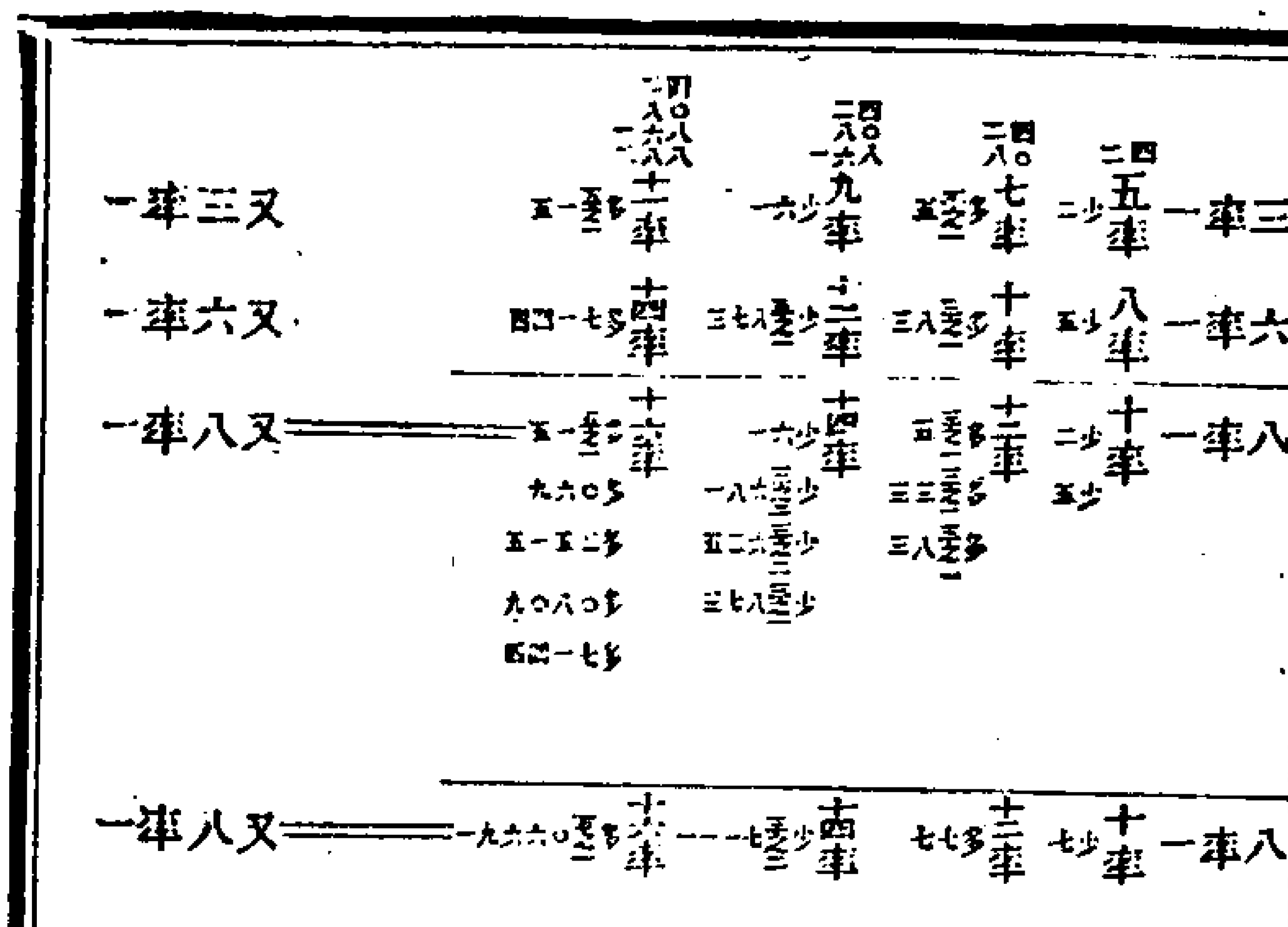
第四次則爲二百八十八分第五次則爲四百四十分第六次則爲六百二十四分以二十四分又八十分又一百六十八分與二百八十八分又四百四十分又六百二十四分比之二十四八十一百六十八三數連乘爲一率二百八十八四百四十六百二十四三數連乘爲二率一分爲三率乘除求四率則爲



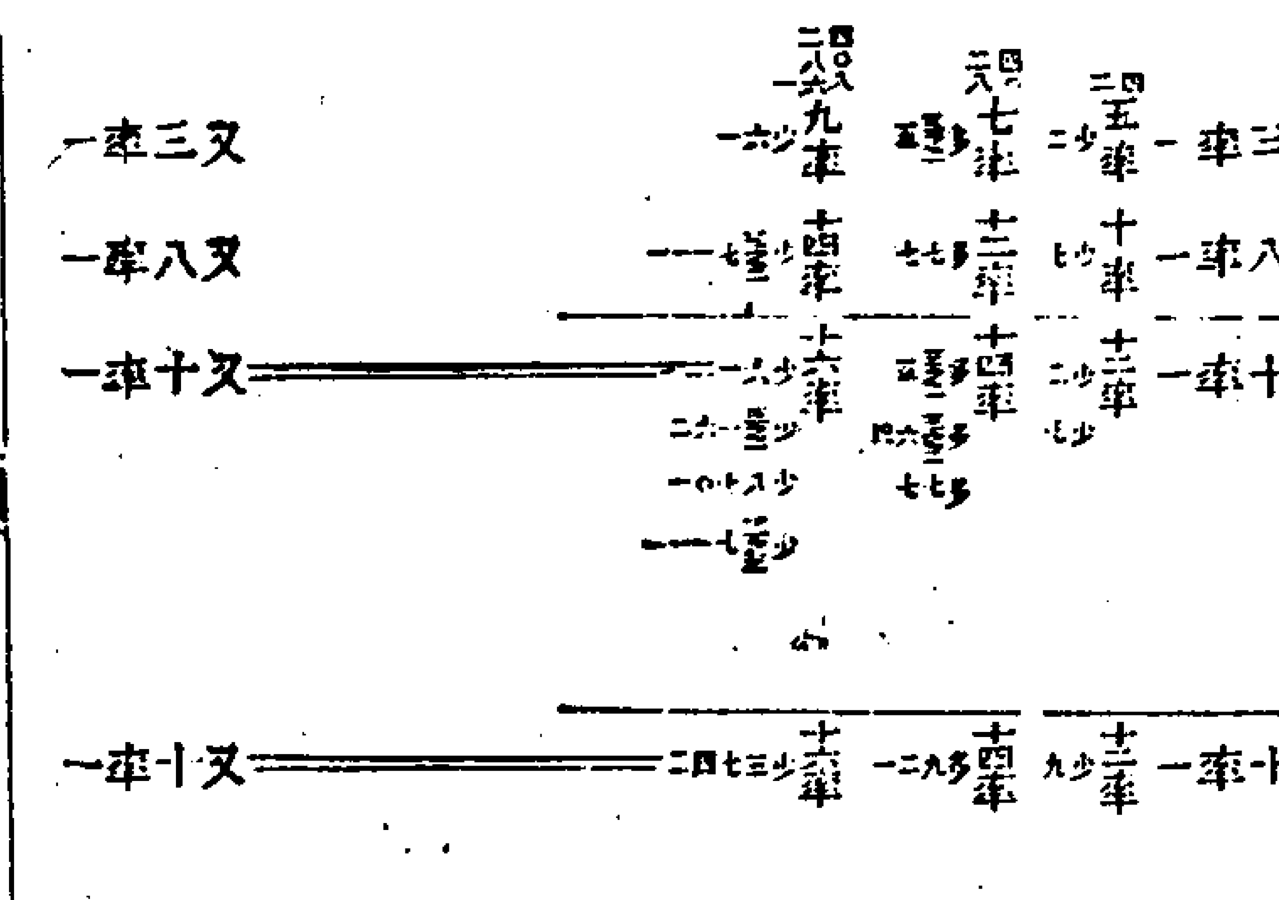
一與二百四十五又七分之一故得十五率分數爲二百四十五分又七分之一也餘皆仿此推之建功案二率自乘一率除之得三率法以二率副置上下二位使各率全數橫列七行自左而右上下相當挨次徧乘上位其乘得數與乘得之率數亦挨次遞降乘訖各併各率所乘諸數即爲求得之三率各率數也其法與前並同惟此有各分母各率之母數多寡迴異試以各行所寄之母數詳言之俾



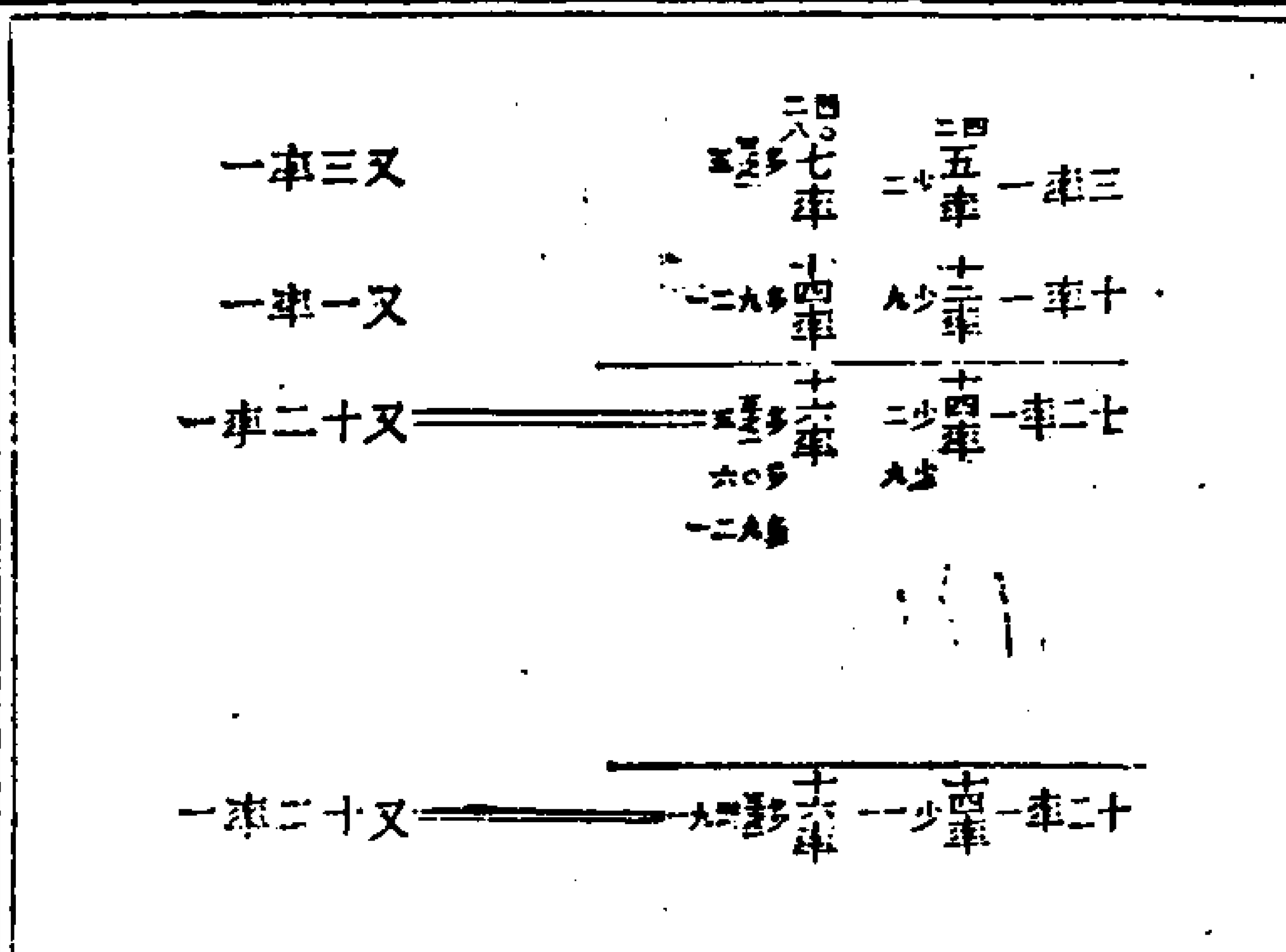
各率求法悉通爲一律據本法以二十四分爲第二行除法其自第二行起者因第一行恒爲一無分母也以八十分一百六十八分二百八十八分四百四十分爲第二行乘各率之總母以二十四分八十分相乘爲第三行除法以一百六十八分二百八十八分相乘爲第三行自乘總母以二百八十八分四百四十分相乘爲第三第四兩行相乘總母以四百四十分六百二十四分相乘爲第三第五兩行相乘總母以二十四分八十分一百六十八分相乘爲第四行除法以二百八十八分四百



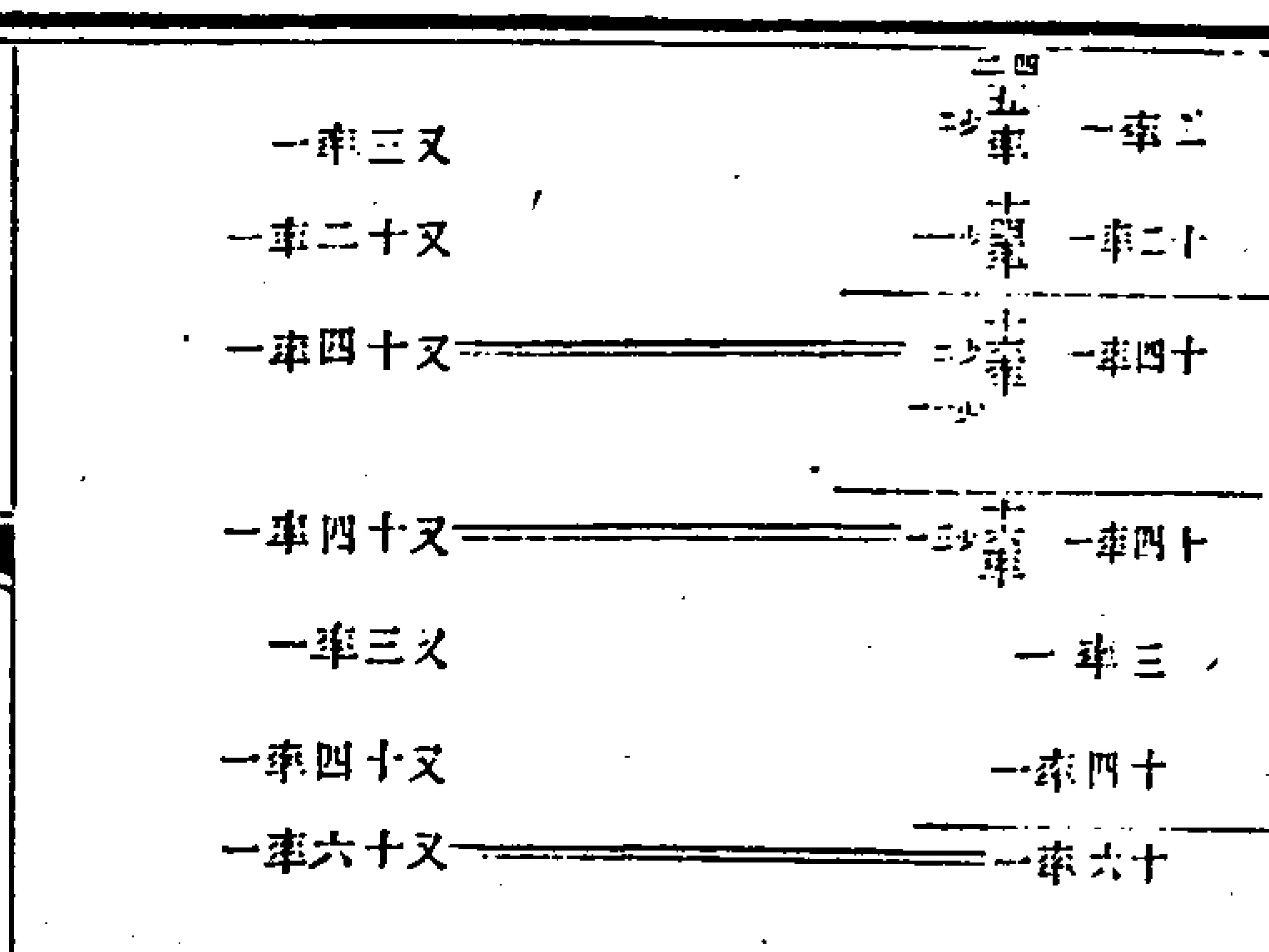
四十分六百二十四分相乘爲第四行自乘總母蓋以下位第二行乘上位第二行以次各行不過多一乘一除以下位第三行乘上位第三行以次各行則多兩次乘除以下位第四行乘上位第四行則多三次乘除又第四行自乘即得第七行數至七行而止故不須再求然乘除愈多則其法愈煩今變通約分數用總乘總除改爲捷法如第二行自乘得第三行除本數自乘外再用十乘三除以二行乘三行得第四行亦除本數相乘外再用七乘以二行乘四行得第五行則再用十二乘以二行



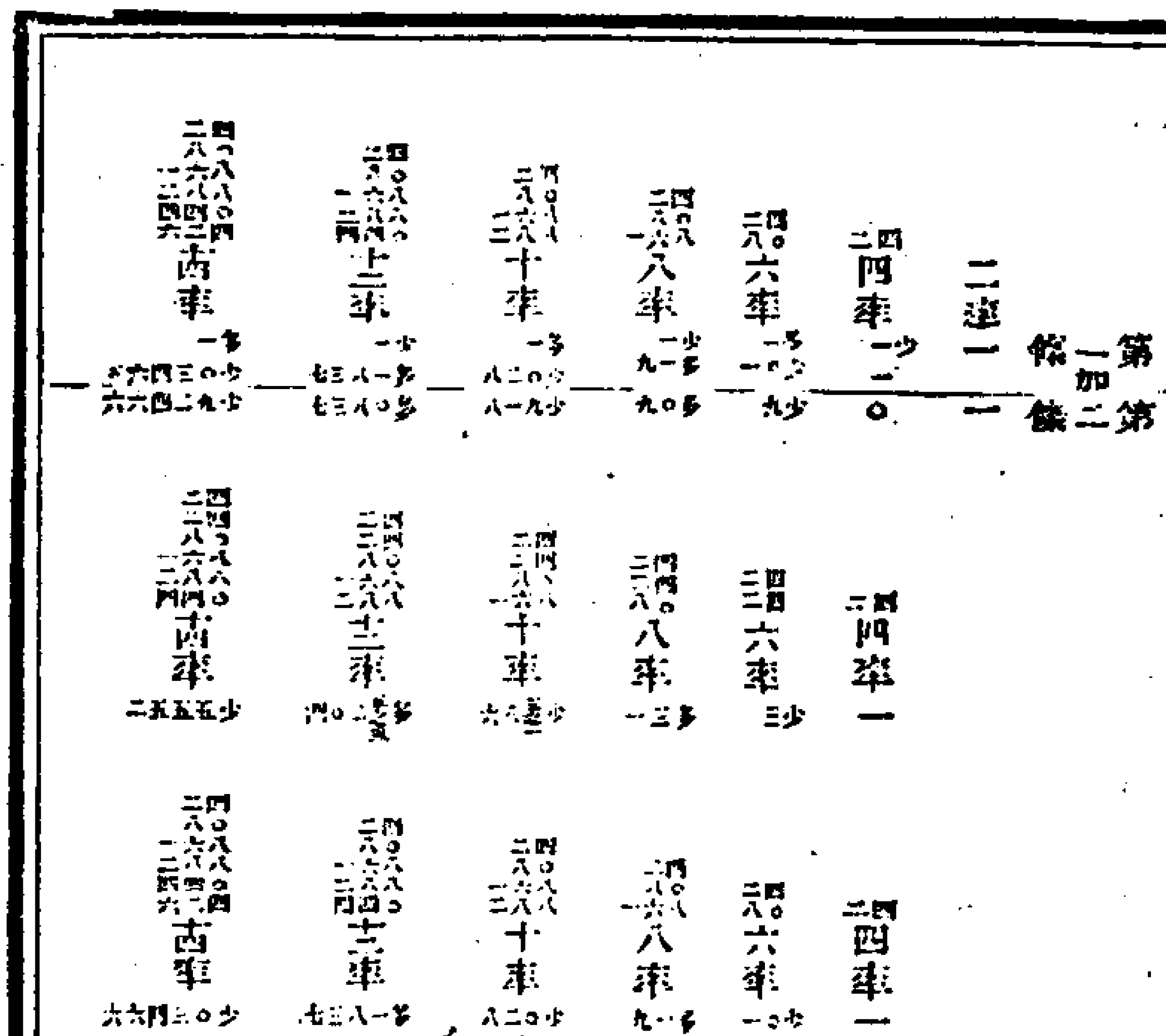
乘五行得第六行則再用五十五乘三除以二行乘六行得第七行則再用二十六乘如第三行自乘得第五行則一百二十六乘五除以三行乘四行得第六行則六十六乘以三行乘五行得第七行則一百四十三乘如第四行自乘得第七行則一千七百一十六乘七除皆先以本數乘訖然後再以此數乘除之或止乘不除即得今所求之二率各率數其本數上下均爲一故二行自乘即以三除十得三又三之一爲第三行又二行乘三行即以七爲第四行是也餘悉仿此至二率三率相乘得



四率各行所加之乘除各母并同先置三率于上二率于下如第二行上位五率少二與下位四率少一雖五率與四率率數不同而其同爲第二行也則一即以爲第二行自乘也可其少二與少一爲兩本數相乘仍得二再用十乘三除得第三行多六又三之二是也其三率四率相乘得六率則置三率于上四率于下如第二行上位五率少二與下位六率少三以少二與少三兩本數相乘得六再用十乘三除得第三行多二十是也求各行諸數及求八率十率十二率十四率十六率諸數悉依



捷法各行用各行乘除諸分册可以類推



法以弧背求通弦其率數各（即二率數）及又二率數各為第一條左右置於上次取前所得四率共率數（並各率分母數）及又四率數另書於下於各率上俱加一二十四分母數即如二十四除之（取四率二十四）

分之一又將原分母數書於右各率之下通之使其同母如六率三通為十八率十三通為九十一之類按右第二條四率少一分數左右各加之得第二條建功案置第一條於上視第一條四率少一因取四率一分少六率三多八率十三少廿率六十八又三之一多廿二率四百二十二又五之三少十四率二千五百五十五多十六率一萬七千八十二又三十五之一為加條用加第一條為第二條其齊同之法與前求各率並同在四率初不過一乘一除無分煩簡然自八率以次則連乘連除未免較煩今改用捷法六率用十乘三除八率用七乘十率用十二乘十二率用五十五乘三除十四率用二十六乘十六率用三十五乘故六率少三

第三條加二條

以十乘三除得十其八率多十三以七乘之得九十一其十率少六十八又三之一通分內子得二〇五以十二乘之又以分母三除之得八百二十其十二率十次四率十六率悉仿此取前所得六率共率數及又六率數另書之於各率上俱加二十四及八十兩分母數即如二十四除之又八十除之又將原分母數書於右各率之一通之使其同母如八率五通為三五之類按右第二條六率少九分數左右各九因加之得第三條餘仿此建功案置第二條于上視第二條六率少九因取六率一分少八率五名

第四條加三條

十率三十八又三之一少十二率三百七十八又三之一多十四率四千四百一十七少十六率五萬八千八十五為加條用加九倍於第二條內為第三條其齊同捷法八率用七乘十率用一百二十六乘五除十二率用六十六乘十四率用一百四十三乘十六率用二百七十三乘故八率少五以七乘之得三十五又九倍得三百一十五其十率多三十八又三之一通分

內子得一一五以一百二十六乘之五除之又以分母三除之得九百六十六又九倍得八千六百九十四其十二率十四率十六率並同又第三條應加八率二百二十五倍為第四條捷法十率用十二乘十二率用六十六乘十四率用一千七百一十六乘七除十六率用七百一十五乘又第四條應加十率一萬一千二十五倍為第五條捷法十二率用五十五乘三除十

四率用一百四十三乘十六率用七百一十五乘又第五條應加十二率八十九萬三千二十五倍為第六條捷法十四率用二十六乘十六率用二百七十三乘又第六條應加十四率一億八百五萬六千二十五倍為第七條捷法十六率用三十五乘又第七條應加十六率一百八十二億六千一百四十六萬八千二百二十五倍為第八條其十六率僅一分而止無分母

不須再求

依次加至第八條右得

一整二率為弧背左得

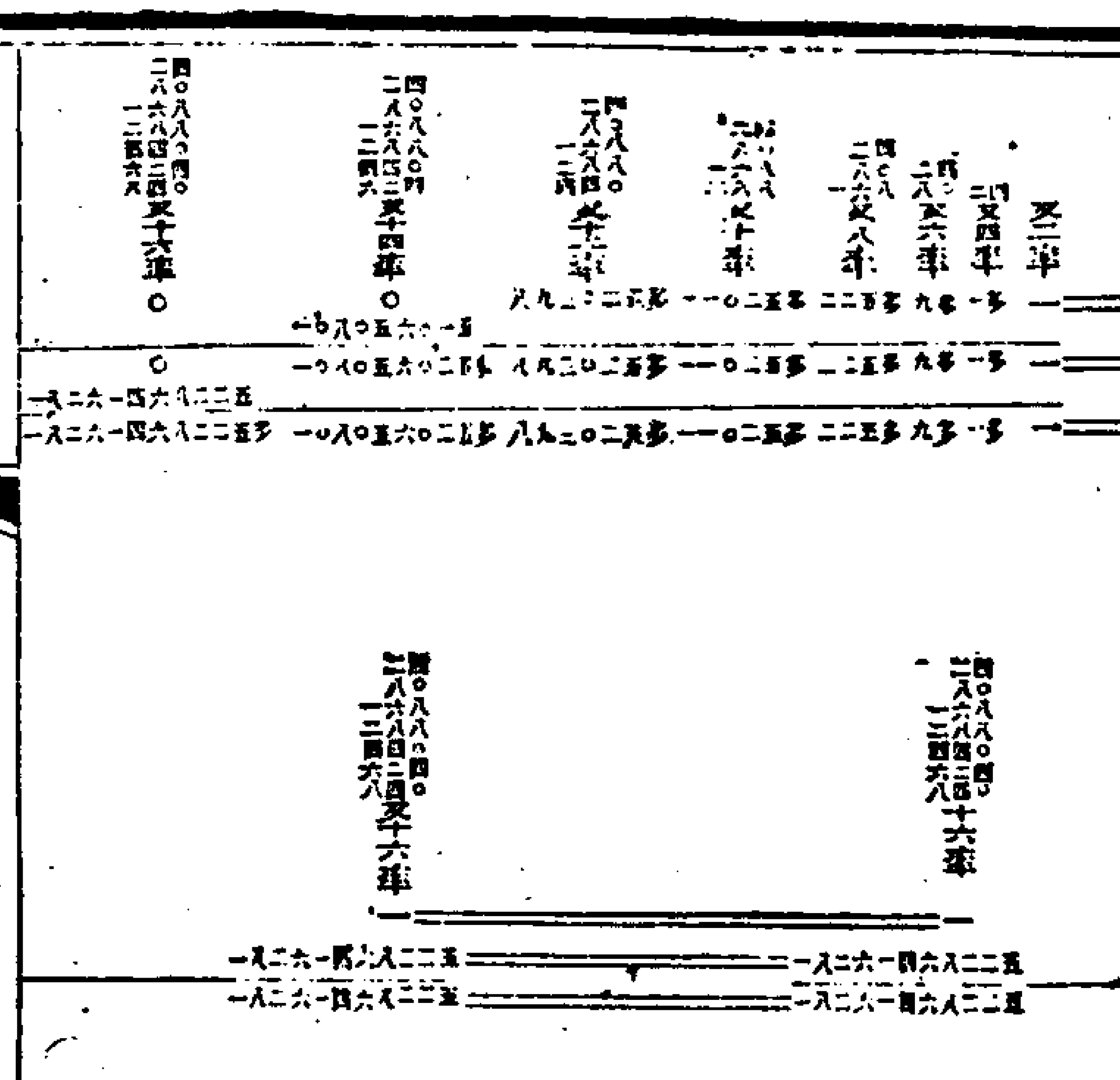
一二率多四率一分六

率九分八率二二五分

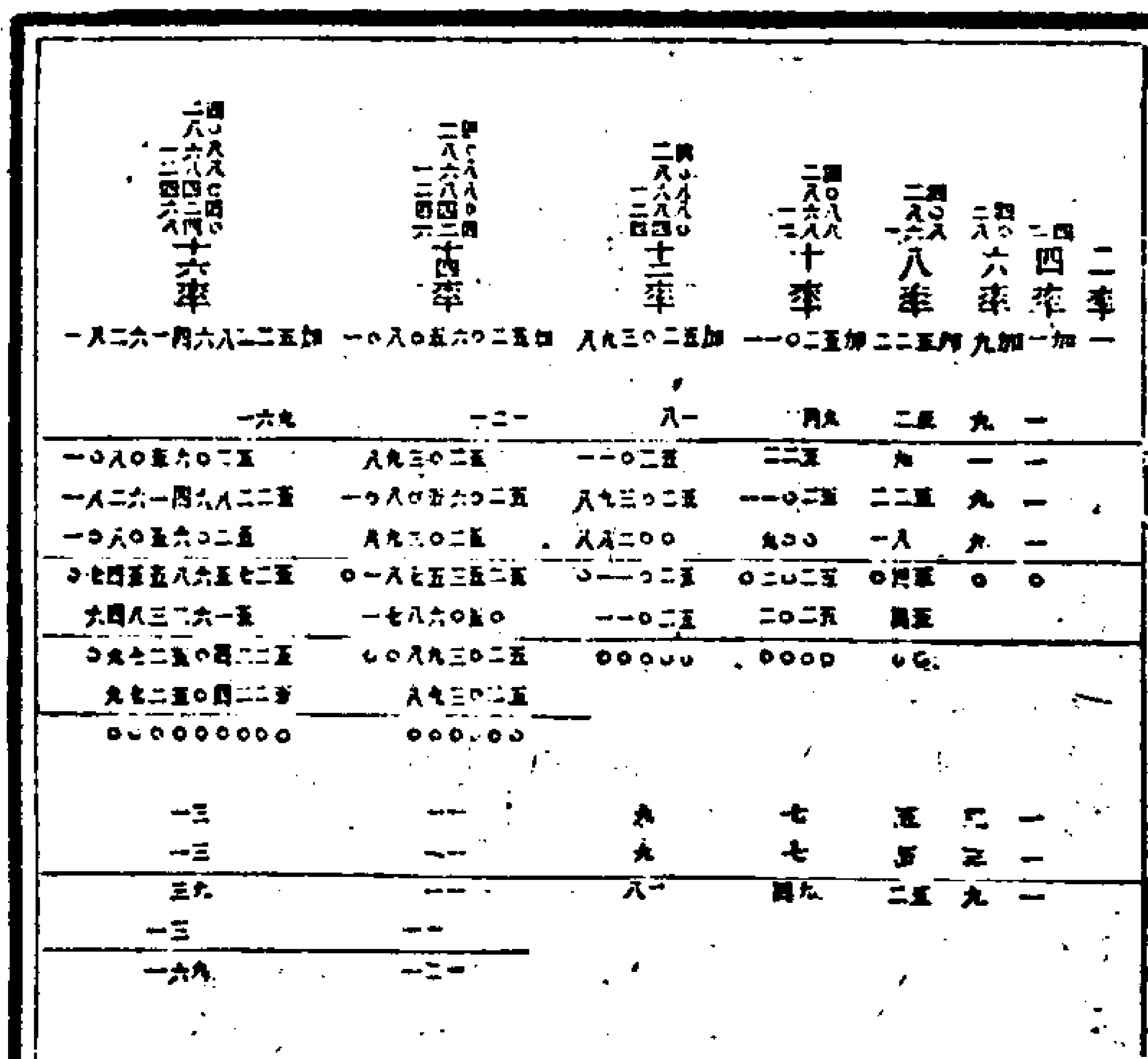
十率一一〇二五分十

二率八九三〇二五分

十四率一〇八〇五六



○二五分十六率一八二六一四六八二二五分卽通弦求弧背之率數也又各率分數漸增與弧背求通弦皆爲一分者不同至六率須用乘法乘九至八率須兼用乘除二二五乘九除向後分數



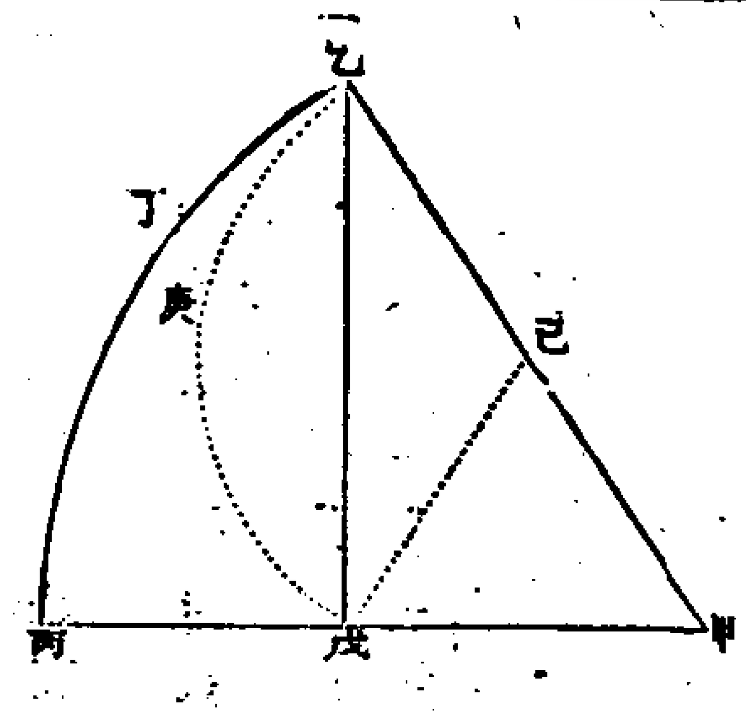
愈多布算較繁今逐次以前率分數除後率分數建功案此除法也以二率一分加四率一分六率九分八率二二五分十率一一○二五分十二率八九三○二五分十四率一○八○五六○二五分遞降二位使二率爲四率四率爲六率横列于上爲前率分數副以四率一分六率九分八率二二五分十率一一○二五分

十二率八九三○二五分十四率一○八○五六○二五分十六率一八二六一四六八二二五横列于下使各率逐行上下相當上位爲法下位爲實以法除實如第二行上位法一下位實九以法約實足九倍乃以九通法一得九書于實下與實相減適盡卽定除得數爲九書于法上又如第三行上位法九下位實二百二十五以法約實足二十倍乃以二十通法九得一百八十書于實下與實相減餘實四十五卽定初次除得數爲二十書于法上副以法九約餘實足五倍乃以五通法九得四十五書于餘實之下與餘實相減適盡卽定第二次除得數爲五書于初次除數二十之次爲除得數二十五餘悉仿此則四率得一分六率得九分八率得二十五分十率得四十九分十二率得八十一分十四率得一百二十一分十六率得一百六十九分而一爲一自乘九爲三自乘二十五爲五自乘四十

九爲七自乘八十一爲九自乘一百二十一爲十一自乘一百六十九爲十三自乘其根皆遞加二數是其比例乘除俱與弧背求通弦法同惟四率而後當先取遞加二數自乘之數以乘前率分數耳如求六率分數先以一加二得三自乘得九以乘四率分數然後比例得六率分數四歸之又四歸之又五歸之爲六率分數求八率分數先以三加二得五自乘得二十五以乘六率分數然後比例得八率分數四歸之又六歸之又七歸之爲八率分數後仿此然其數既依次而推且各差有加無減皆屬簡便但得數降位較遲須多求數次始爲密焉

弧背正弦相求法解

三角形八線用正弦而不用通弦今按弧背通弦相求之法省一四歸卽弧背正弦相求之法圖解如左



如圖甲爲圜心甲乙甲丙皆爲半徑乙丁丙爲弧背乙戊爲正弦試將甲乙半徑平分于己自己至戊作己戊線與甲己乙己等甲乙戊爲勾股形倍之爲直角長方形直角長方形內兩對角斜線必交于中心自中心至四角必皆相等己戊與甲己乙己皆爲直角長方形內中心至四角線故皆相等乃以己爲心己乙爲半徑作乙庚戊弧與乙丁丙弧等己乙小圜半徑爲大圜半徑之半若小圜角與大圜角等則小圜角所當弧背必爲大圜角所當弧背之半今甲己戊三角形己甲己戊二邊等甲戊二角亦等併甲戊二內角與己一外角等是小圜之乙己戊爲大圜甲角之倍則小圜己角所當乙庚戊弧必與大圜甲角所當乙丙弧相等無疑矣則乙丁丙弧之正弦乙戊卽爲乙庚戊弧之通弦矣故以乙丁丙弧之數爲乙庚戊弧之數求得乙庚戊弧之通弦乙戊卽乙丁丙弧之正弦以乙丁丙弧之正弦乙戊爲乙庚戊弧之通弦求得乙庚戊弧之數卽乙丁丙弧之數也然用小圜乙庚戊弧乙戊通弦亦當用小圜乙己半徑今仍用大圜甲乙半徑是用倍半徑爲首率矣求得三率必爲二歸之數再以一率與三率爲比必爲兩次二歸之數是逐次比例之中已黙寓一四歸矣故弧背通弦相求之法省一四歸卽爲弧背正弦相求之法也

割圜密率捷法卷三終

割圜密率捷法卷四

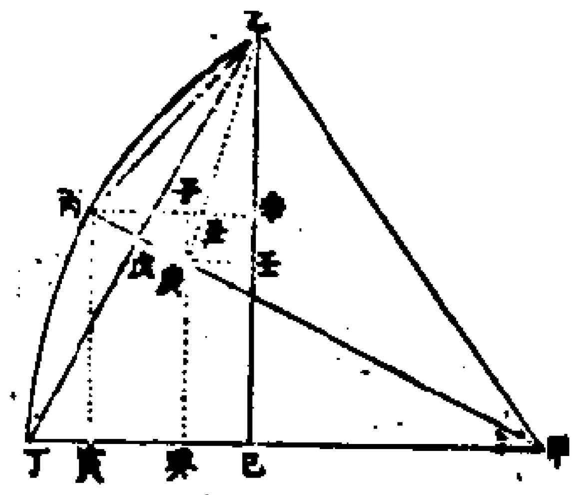
圖解下

分弧正矢率數求全弧正矢率數

按分弧正矢求全弧正矢卽弧背求正矢之法所由起也

設圜周一弧二分之命圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之一求全弧正矢率數幾何

如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲圜周之一弧乙丙丙丁皆爲二分弧之一爲一分弧乙丙爲一分弧通弦乙戊爲一



分弧正弦丙戊爲一分弧正矢乙丁爲全弧通弦乙己爲全弧正弦丁己爲全弧正矢自乙與乙丙相等作乙庚線自丙自庚與甲丁平行作丙辛庚壬二線過庚點與乙己平行作子癸線其甲乙丙與乙丙庚丙庚丑爲同式連比例三角形兩等邊三角形一角等餘角必等爲同式大形之小邊與小形之大邊相等爲連比例三兩等邊三角形兩兩同用一角又同用一邊故爲同式連比例今命甲乙半徑爲一率丙戊一分弧正矢爲二分三率之一則乙丙一分弧通弦爲二率丙庚倍丙戊爲三率庚子丑與乙丙戊爲同式形丑角與丙角等子戊二角皆爲直角餘一角必等故爲同式庚壬與丙戊等勾股形一銳角等爲同式若一邊又等則餘二邊必等丙乙戊角對丙丁一分弧戊乙壬角所對之弧與乙丙丁全弧等其角必倍于丙乙戊角戊乙庚角原與丙乙戊角等則庚乙壬角亦必與丙乙戊角等是三勾股形皆爲同式而乙戊與乙庚又爲三形兩兩同用之一邊故庚壬必與丙戊等也己癸與庚壬等又作丙丁弧正弦線丙寅則丁寅爲正矢亦與丙戊等癸寅與丙子等今有甲乙半徑丙戊正矢求丁己全弧正矢先倍丙戊得丙寅與丙丑等次以甲乙與丙戊之比同於丙寅與子丑之比得子丑與丙丑相減餘丙子與癸寅等倍丙

戊得丁寅己癸併與癸寅等之丙子相加得丁己卽乙丙丁全弧之正矢也此法設數求之甚易今欲累求之使通於無窮故必用借根方法法借一根爲半徑甲乙爲連比例第一率又借一

一率〇〇〇
二率一一〇
三率一
第一乘得
一率〇二〇
四率〇〇
二三率一二

根爲一分弧通弦乙丙爲連比例第二率二率自乘一率除之得三率丙庚二歸之得二分三率之一爲一分弧正矢丙戊率數求全弧正矢丁己率數二因一分弧正矢率數得二分三率之二

丙庚與丙丑等為第一條又以半徑為一率一分弧正矢二分三率之一為三率第一條二分三率之二亦為三率三率率數相乘一率除之得五率為二分又二分五率之二子丑為應減之數

一率〇〇〇	三率一二〇	三五率二		
		第一條減	二三率二	三五率〇二
		第二條加	二二	二少
		第三條	四	二少

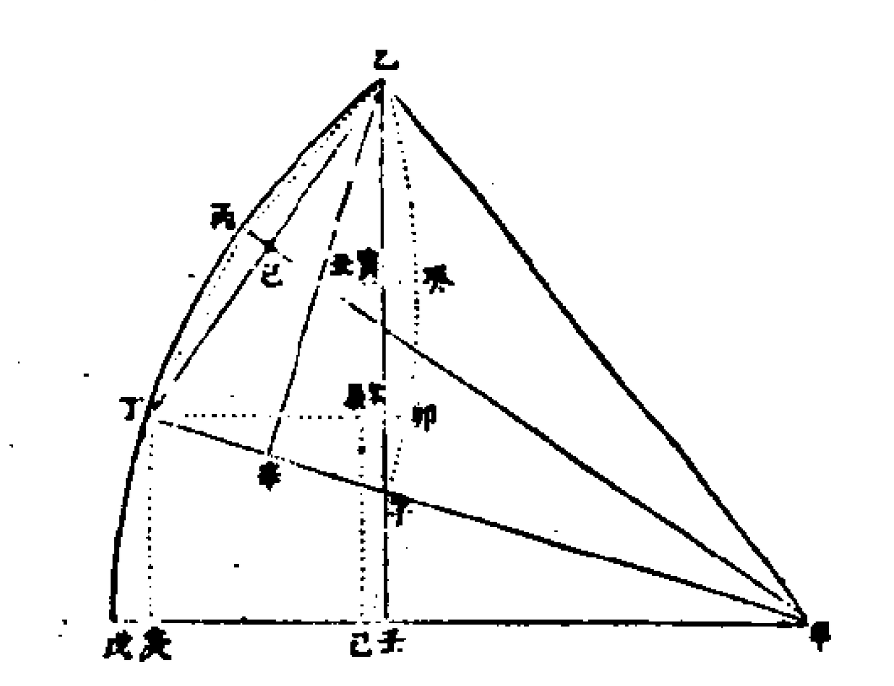
以減第一條得二分三率之二少二次二分五率之二為第二條倍一分弧正矢得二分三率之二丁寅癸己併為常加之數各分數弧求全弧俱加此數與第二條相加得二分三率之四少二次二分五率之二為第三條即二分全弧正矢率數也

又法以半徑為連比例第一率二分弧通弦率數見前卷為第二率求得第三率率數為四三率少四分五率之四見求十分弧通弦率數即二分又二分五率之二二歸之得二分三率之四少二分又四分五率之四與前法得數同但分母分子之數變用以累求各分數弧正矢則不如本法為簡便也

設有本弧之正矢率數求倍弧之正矢率數

法同前本弧之正矢如一分弧之正矢二倍弧之正矢如全弧之正矢後仿此

設圜周一弧三分之命圜半徑為連比例第一率一分弧正矢為連比例第三率二分之一二分弧正矢率數如前題所得求三分全弧正矢率數幾何



如圖甲為圜心甲乙類為半徑乙丙丁戊為圜周一弧乙丙類弧皆為三分弧之一為一分弧乙丙丁為二分弧丙己戊庚皆為一分弧正矢丁辛為二分弧正矢戊壬為三分全弧正矢試以乙辛為軸將乙丙丁辛面右展為乙癸子辛面則乙丁辛乙子辛乙己丑乙寅丑乙丙丁乙癸子各形皆兩兩相等乙辛線旁之兩乙角等甲丑辛與乙丑己甲子壬與乙子辛皆為兩直線相交上二直角三角形為同式二乙角必與二甲角等各甲角皆等則二乙角自等矣故乙丁線右展為乙子線必與乙壬線合丁子為倍二分弧正矢自丁點與甲戊平行作丁卯線取癸寅一分弧正矢之分距乙壬平行作辰己線丁子卯與甲丁戊為同式形甲丁二角為二平行線內相對之角必等癸子寅形與丁戊庚形同式相等寅

子與丁庚既平行癸子與丁戊亦必平行是丁子卯角與甲丁戊角亦爲二平行線內相對之角必等二角既等餘一角必等故爲同式子卯午與丁戊庚亦爲同式形子卯午與癸子寅同式故亦與丁戊庚同式今有半徑甲乙類有一分弧正矢丙己戊庚癸寅類二分弧正矢丁辛辛子及各率數求三分弧正矢戊壬率數法置二分弧正矢率數二因之得二分三率之八少二次二分五率之四丁子與丁卯等爲第一條又以半徑爲一率一分弧正矢率數二分三率之一爲三率第一條又爲三率三率率數相乘一率除之得五率爲二次二

第一條
二二率四二八
三五率二少四少

分五率之八少三次二分七率之四卯午或取第一條率數降二位三率降爲五率五率降爲七率即如三率乘一率除餘倣此得數亦同見解前求四分全弧通弦率數爲應減之數以減第一

一率○○○○○
二三率一八○○○
三五率四少八○八
三七率
第一條　第二條減一　第三條加二　第四條
八○八　八　八一　七二九
四少　四少八　一二少　一二少　一二少
四少　四少　四多　四多　四多

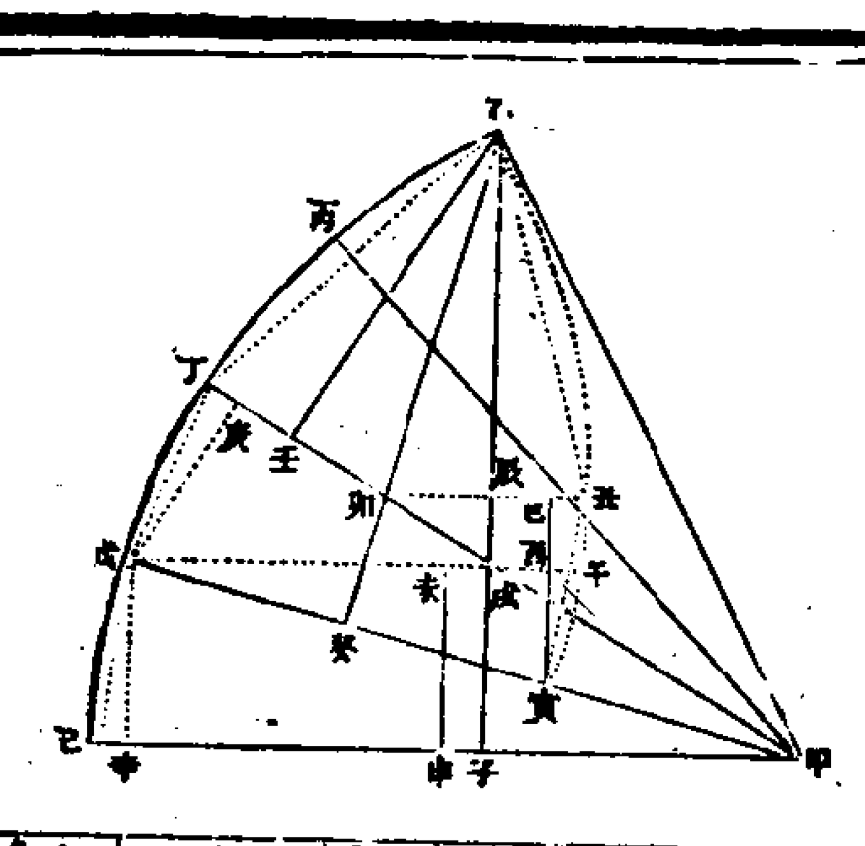
條得二分三率之八少二次二分五率之十二多三次二分七率之四丁午爲第二條又減一分弧正矢二分三率之一癸寅與辰午等得二分三率之七少二次二分五率之十二多三次二分七率之四丁辰與庚已等爲第三條倍一分弧正矢率數得二次三率之二

戊庚壬己併相加得二分三率之九少二次二分五率之十二多三次二分七率之四戊壬爲第四條即三分全弧正矢之率數也此題求得丁午與庚壬等加一戊庚即得戊壬然與前後題加減有異故必先減癸寅後加戊庚壬己併取其盡一也

設圜周一弧四分之命圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之一二分弧正矢三分弧正矢各率數如前題所得求四分全弧正矢率數幾何

如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁戊己爲圜周一弧乙丙類弧皆爲四分弧之一爲一分弧乙丙丁弧爲二分弧乙丙戊

弧爲三分弧丁庚己辛皆爲一分弧正矢丁壬爲二分弧正矢戊癸爲三分弧正矢己子爲四分全弧正矢試以乙癸爲軸將



乙丁戊癸面右展爲乙丑寅癸面其乙壬卯與乙卯辰乙丁壬與乙丑辰卯癸戊庚與卯癸寅己丁戊庚與丑寅已各形皆兩相等又自戊點與甲已平行作戊午線取丑已一分弧正矢之分距乙子平行作未申線戊寅

午與戊甲己寅午酉與戊己辛皆爲同式解見前未酉與丑辰等未戊與丑己戌酉與辰己各等故未戊戌酉併與丑己辰己併亦等今有半徑甲乙類有一分弧正矢己辛類二分三分弧正矢丁壬戊癸各率數求四分全弧正矢己子率數法置三分弧正矢率數二因之得二分三率之十八少二次二分五率之二十四多三次二分七率之八戊寅與戊午等爲第一條又取第一條率數降二位書之得二次二分五率之十八少三次二分七率之二十

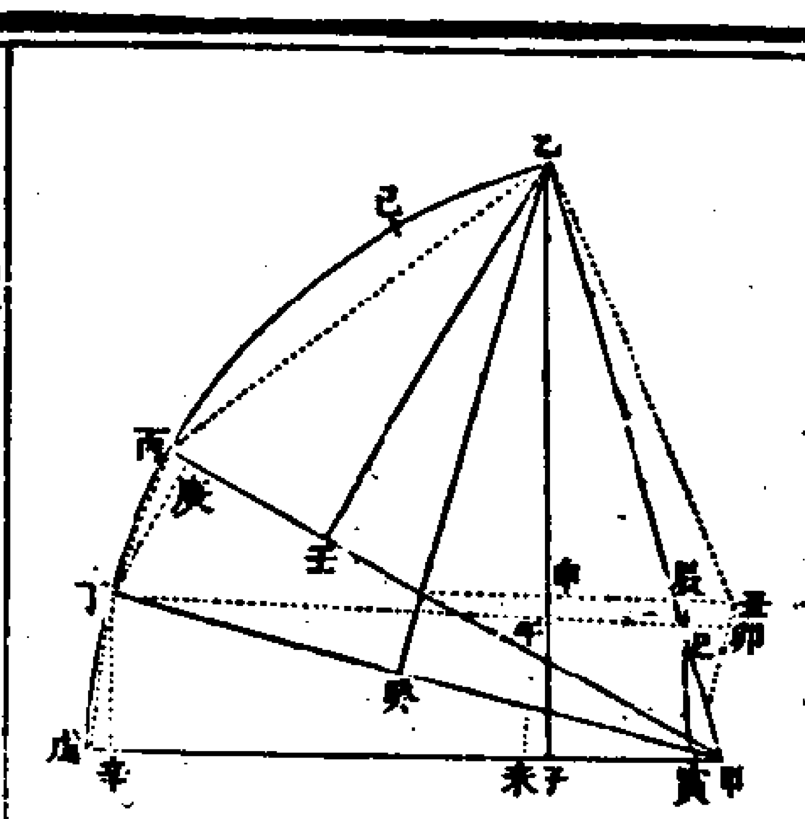
	二二率九二	三五率一二少	三三七率四多	三三三九率
第一條乘	一八	二四少	八多	
減		一八	二四少	八少
第二條	一八	四二少	三二多	八少
減	四	二少		
第三條	一四	四〇少	三二多	八少
加	二			
第四條	一六	四〇少	三二多	八少

四多四次二分九率之八午酉爲應減之數以減第一條得二分三率之十八少二次二分五率之四十二多三次二分七率之三十二少四次二分九率之八戊酉爲第二條又減上二分弧正矢丑辰卽丁壬與未酉等率數二分三率之四少二次二分五率之二得二分三率之十四少二次二分五率之四十多三次二分七率之三十二少四次二分九率之八戊未與辛申等爲第三條倍一分弧正矢率數得二分三率之二己辛子申併相加得二分三率之十六少二次二分五率之四十多三次二分七率之三十二少四次二分九率之八己子爲第四條卽四分全弧正矢之率數也

設圜周一弧五分之命圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之一三分弧正矢四分弧正矢各率數如前題所得求五分全弧正矢率數幾何

如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁戊爲圜周一弧乙己類弧皆爲五分之一爲一分弧乙己丙爲三分弧乙丙丁爲四分弧丙庚戊辛皆爲一分弧正矢丙壬爲三分弧正矢丁癸爲四分弧正矢戊子爲五分全弧正矢試以乙癸爲軸將乙丙丁癸

面右展爲乙丑寅癸面其左右二形內各三角形及四不等邊形皆兩兩相等見前題自丁與甲戊作平行線截丑寅線於卯截辰寅線於己丁寅卯與甲丁戊寅卯己與丁戊辛皆爲同式形見前題



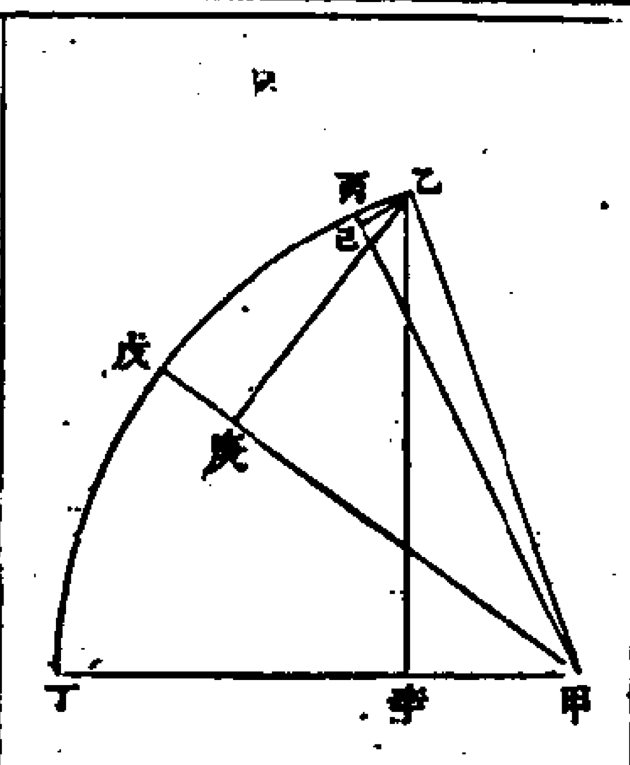
又取丑辰之分距乙子平行作午未線則丑申與己午等見前題今有半徑甲乙類有一分弧正矢戊辛類三分四分弧正矢丙壬丁癸各率數求五分全弧正矢戊子率數法置四分弧正矢率

數二因之得三率三十二分分母見前少五率八十分多七率六十四分少九率十六分丁寅為第一條又取第一條率數降二位書之得五率三十二分少七率八十分多九率六十四分少十一率十六分十一率分母為五次二分向後分母俱遞加二分一次為應減之數己卯以減第一條得三率三十二分少五率一百一十二分多七率一百四十四分少九率八十分多十一率十六分丁己為第二條又減三分弧正矢丙壬與丑申及己午皆等率數三率九分少五率十二分多七率四分得三率二十三分少五率一百分多七率一百四十分少九率八十分多十二率十六分丁午與辛未等為第三條倍一分弧正矢得三率二分戊辛子未併相加得三率二十五分少五率一百分多七率一百四十分少九率八十分多十一率十六分丁戊子為第四條即五分全弧正矢之率數也按此逐層加減遞求之法與求通弦率數隔一位加減遞求之法畧同次設以兩分數弧正矢率數求兩分數乘得一分數

乘條	三率	五率	七率	九率	十一率
	一六二	四○少	三二多	八少	
第一條減	三二	八○少 三二	六四多 八○少	一六少 六四多	一六少
第二條減	三二 九	一一二少 一二少	一四四多 四多	八○少	一六多
第三條加	二三 二	一○一少	一四○多	八○少	一六多
第四條	二五	一○○少	一四○多	八○少	一六多

弧正矢率數之法

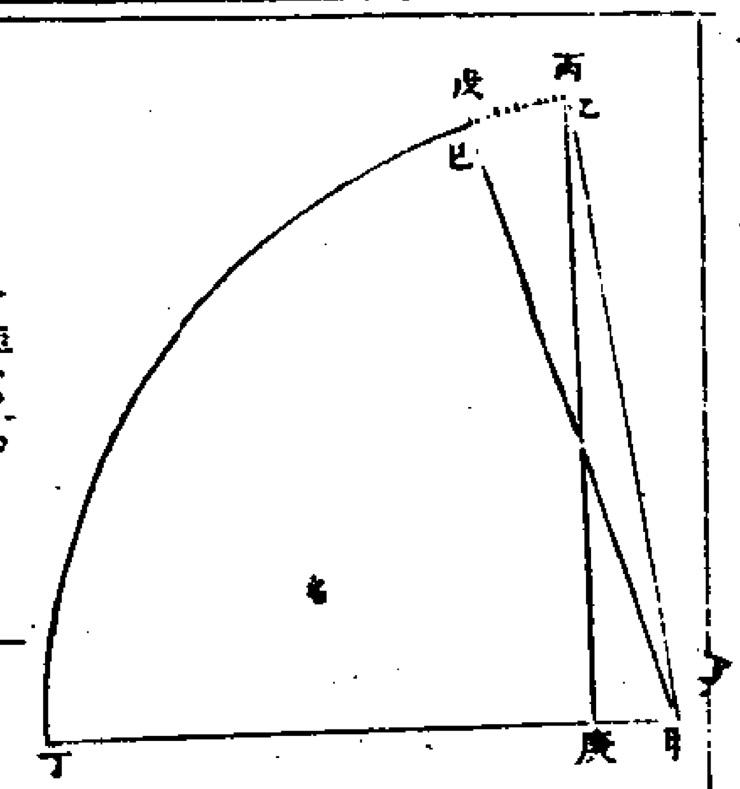
設圜半徑為連比例第一率一分弧正矢為連比例第三率二分之一二分全弧正矢率數五分全弧正矢率數俱如前題所得求十分二五相乘之數全弧正矢率數幾何



如圖甲為圜心甲乙類為半徑乙丙丁為十分全弧乙丙為一分弧乙丙戊為五分弧為全弧二分之一丙己為一分弧正矢戊庚為五分弧正矢丁辛為全弧正矢法以甲乙半徑為連比例第一率戊庚五分弧正矢率數為連比例第三率求得連比例第五率率數二分弧率數至五率止故不用後率次以二分弧正矢三率五率各率數乘上三率及所得五率各率數相減即得全弧正矢率數若以二分弧正矢率數為三率求得五率至十七率各率數次以五分弧正矢各率數乘上所得各率數加減之亦得蓋以五分弧為一分弧十分全弧為二分全弧立算也法與求十分弧通弦率數無異不復詳著惟列加減乘除之數以備參考其所得第二條即十分全弧正矢之率數也

設圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之一十分全弧正矢率數如前題所得求百分全弧正矢率數幾何

如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙丁爲百分全弧乙丙爲一分弧乙丙戊爲十分弧爲全弧十分之一乙丙弧之正矢爲一分弧正矢戊已爲十分弧正矢丁庚爲百分全弧正矢法



以甲乙半徑爲連比例第一率戊已十分弧正矢率數爲連比例第三率求得連比例第五率第七率至第十七率各率數次以十分弧正矢各率共數徧乘所得各率諸數逐條加減之即得全弧正矢率數蓋以十分弧爲一分弧百分全弧爲十分全弧立算也法與求百分弧通弦無異故不詳其法而載其數至千分萬分弧並此圖亦省之

三三十三乘

七二八〇〇少
二三七五八二四〇〇多
三四三二〇〇〇〇〇少
三六八四八〇〇〇〇〇少
七七七六九二五〇〇〇少
四一七一二〇〇〇〇〇少

一五九七六一二五〇〇〇少

三三十五乘

五一二〇〇多
九五〇八〇九六〇〇少
六四〇六四〇〇〇〇多
一一三二五六〇〇〇〇〇多
五一〇五二五二〇〇〇〇多
六八八二四八〇〇〇〇〇多
二三七五八二四〇〇〇〇多

一五五六〇一六〇〇〇〇〇多

三三十七乘

七二八〇〇〇〇〇〇〇少
二一一四一一二〇〇〇〇少
一六五九二〇四四〇〇〇〇少
四四〇四七八七二〇〇〇〇少
三九二〇一〇九六〇〇〇〇少
九五〇八〇九六〇〇〇〇少

一一一五三四九八〇〇〇〇〇少

七二八〇〇少
一五九七六一二五〇〇〇少
一〇五六〇〇〇〇〇〇多
八一六七五〇〇〇〇〇多
一一三三五五〇〇〇〇〇多

二〇五五九〇〇〇〇〇〇多

五一二〇〇多
一五五六〇一六〇〇〇〇〇多
三四三二〇〇〇〇〇〇〇少
五二二七二〇〇〇〇〇〇少
一八七〇三五七五〇〇〇〇〇少
一五九七六一二五〇〇〇〇〇少

四〇二五〇一〇〇〇〇〇〇〇少

六四〇六四〇〇〇〇〇〇多
一六九八八四〇〇〇〇〇〇多
一一九七〇二八八〇〇〇〇〇多
二九三九〇六〇六二五〇〇〇〇多
一五五六〇一六〇〇〇〇〇〇多

四五六五三九五八二五〇〇〇〇多

七二八〇〇少
二〇五五九〇〇〇〇〇〇多
一六五〇〇〇〇〇〇〇〇少
六六〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

八二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

五一二〇〇多
四〇二五〇一〇〇〇〇〇〇〇少
一〇五六〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一〇八九〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
二〇五五九〇〇〇〇〇〇〇〇〇多

三二五〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇多

三四三二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
六九六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
三三九二二三三〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
四〇二五〇一〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

八一四八五二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

割圜密率捷法卷四　十三

一乘　〇〇〇

三乘　一〇〇〇〇

五乘　一六五〇少〇〇

七乘　一〇五六〇多　一〇〇〇〇〇〇〇

三三九乘　三四三二〇少　四八九〇〇〇〇〇少　一〇〇〇〇〇〇〇〇

三三十一乘　六四〇六四多　一一三五五〇〇〇〇多　一六五〇〇〇〇〇〇〇少　四八九〇〇〇〇〇〇〇少

九乘　一〇〇〇〇〇〇〇〇

六六〇〇〇〇〇〇〇〇少

〇〇〇　一〇〇〇　一六五〇少〇〇　一〇五六〇多〇〇　三四三二〇少　一〇〇〇〇〇〇〇　六四〇六四多　六六〇〇〇〇〇〇〇〇少　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

十一乘　一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

割圜密率捷法卷四　十四

三三十三乘

七二八〇〇少
一五九七六一二五〇〇〇少
一〇五六〇〇〇〇〇〇多
八一六七五〇〇〇〇〇多
一一三三五五〇〇〇〇〇多

二〇五五九〇〇〇〇〇〇多

三三十五乘

五一二〇〇多
一五五六〇一六〇〇〇〇多
三四三二〇〇〇〇〇〇〇少
五二二七二〇〇〇〇〇〇少
一八七〇三五七五〇〇〇〇少
一五九七六一二五〇〇〇〇〇少

四〇二五〇一〇〇〇〇〇〇〇少

三三十七乘

六四〇六四〇〇〇〇〇〇多
一六九八八四〇〇〇〇〇〇多
一一九七〇二八八〇〇〇〇〇多
二六三六〇六〇六二五〇〇〇〇多
一五五六〇一六〇〇〇〇〇〇多

四五六五三九五八二五〇〇〇〇多

七二八〇〇少
二〇五五九〇〇〇〇〇〇多
一六五〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
六六〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

八二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

五一二〇〇多
四〇二五〇一〇〇〇〇〇〇〇少
一〇五六〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一〇八九〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
二〇五五九〇〇〇〇〇〇〇〇〇多

三二五〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇多

三四三二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
六九六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
三三九二二三三〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
四〇二五〇一〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

八一四八五二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

一乘　〇〇〇
三乘　一〇〇〇
五乘　一六五〇少〇〇
七乘　一〇五六〇少〇〇
三三九乘　三四三二〇少〇〇
三三十一乘　六四〇六四多〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

十三乘

〇〇〇　一〇〇〇　一六五少〇　一〇五六〇多〇〇　三四三二〇少〇〇　六四〇六四多〇〇

〇〇〇　一〇〇〇　一六五少〇　一〇五六〇多〇〇　三四三二〇少〇〇　六四〇六四多〇〇

三三三三三三十三率
七二八〇〇多
七二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

三三三三三三三十五率
五一二〇〇多
三二五〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一六五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
九二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
九九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

三三三三三三三三十七率
一〇五六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一三六一二五〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
三二五〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
四七一七三五〇〇〇〇〇〇〇〇〇多

七二八〇〇〇
五一二〇〇多
九九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一六五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
九九〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

十五率
一一五五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

七二八〇〇〇
五一二〇〇
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

十七率
一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

	三率	三五率	三三七率	三三三九率
第一條	一〇〇〇〇	一六五〇〇〇〇多	一〇五六〇〇〇〇多	七四三二〇〇〇少
		一六五〇〇〇〇〇	五四四五〇〇〇〇〇〇少	七九七六九二五〇〇〇多
減第二條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	五四五五五六〇〇〇多	七九八〇三五七〇〇〇少
			一〇五六〇〇〇〇〇〇〇	五二二七二〇〇〇〇〇〇〇少
加第三條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	五三〇七〇〇三五七〇〇〇少
				三四五二〇〇〇〇〇〇〇〇〇
減第四條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少
加第五條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少
減第六條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少
加第七條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少
減第八條	一〇〇〇〇	一六六六五〇〇〇少	一一一〇五五五六〇〇〇多	三九六二七〇〇三五七〇〇〇少

右三率率數自乘一率除之得五率率數三率率數五率率數相乘一率除之得七率率數逐次求至第十七率率數之式也其以十分弧正矢各率共數徧乘所得各率諸數得應加應減之數與求通弦率數法無異茲不復詳惟列逐條加減之式

三三三三三十一率
六四〇六四〇〇多
六八八二四八〇〇〇〇〇少
六八八三一〇六四〇〇多
一一九七〇二八八〇〇〇〇〇多
一二〇三九一一九二〇六四〇〇多
二二六五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
二三八五一一一九二〇六四〇〇多
六四〇六四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
八七九一九一一一九二〇六四〇〇多
八七九一九一一一九二〇六四〇〇多
八七九一九一一一九二〇六四〇〇多

三三三三三三十三率
七二八〇〇〇〇多
三九二〇一〇九六〇〇〇〇多
三九二〇一八二四〇〇〇〇少
一六八七〇七八八〇〇〇〇〇〇〇少
一六九〇九九八九八二四〇〇〇〇少
七一五五八四八八〇〇〇〇〇〇〇〇多
七二二四九九八六九八二四〇〇〇〇少
五二八五二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
六〇〇七七七四八六九八二四〇〇〇〇少
七二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一三二八七七七四八六九八二四〇〇〇〇少
一三二八七七七四八六九八二四〇〇〇〇少
一三二八七七七四八六九八二四〇〇〇〇少

三三三三三三三十五率
五一二〇〇〇〇多
一五六八八三五八四〇〇〇〇少
一五六八八四〇九六〇〇〇〇多
一六四三一五二八九六〇〇〇〇〇〇少
一六四四七二一七三六九六〇〇〇〇多
一三八一三八三四二〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一三九七七六三〇六四八五六九六〇〇〇〇多
二〇八二四〇〇三二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
二二二二二一八三三八四九三六九六〇〇〇〇多
七二〇七二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
七四四二九二八八四九三六九六〇〇〇〇多
五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一四五四九三八三三八四九二六九六〇〇〇〇多
一四五四九三八三三八四八六九六〇〇〇〇多

三三三三三三三三十七率
二一七六〇〇〇少
四五八九二六七二三二〇〇〇多
四五八九二六九四〇八〇〇〇少
一一七七八一九九四八八〇〇〇〇〇〇少
一一七六二七八八七五七四〇八〇〇〇少
一九一〇〇四三八四七一四〇〇〇〇〇〇〇多
一九二一八二六三五八九七四〇八〇〇〇少
五二二〇二七一〇五六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
五四一二四五一七一九八九七四〇八〇〇〇少
三四三四二三八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
三九七五四七六一七一九八九七四〇八〇〇〇少
五九一三六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
九八八九〇七六一七一九八九七四〇八〇〇〇少
二一七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一二〇六五〇七六一七一九八九七四〇八〇〇〇少

右第八條所得即百分全弧正矢之率數也

設圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率二分之二有十分全弧正矢率數百分全弧正矢率數皆見前題所得

問千分十分百分相乘之數全弧正矢率數幾何

法以十分弧爲一分弧十分全弧爲百分全弧立算其以十分弧正矢率數爲連比例第三率求第五率第七率至第十七率各率數已見前題以百分弧正矢各率共數徧乘所得各率諸數與求千分弧通弦率數法無異俱不復詳惟列逐條加減之式于後求萬分弧正矢率數同此

	三率	五率	七率
第一條	一〇〇〇〇	一六五〇〇〇〇少	一〇五六〇〇〇〇〇多
減		一六六六五〇〇〇〇〇〇	五四九九四五〇〇〇〇〇〇〇少
第二條	一〇〇〇〇	一六六六六五〇〇〇〇〇少	五四九九五五五六〇〇〇〇〇多
加			一一一〇五五五六〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
第三條	一〇〇〇〇	一六六六六六五〇〇〇〇〇少	一一一一一〇五五五五五六〇〇〇〇〇多
減			
第四條	一〇〇〇〇	一六六六六六五〇〇〇〇〇少	一一一一一〇五五五五五六〇〇〇〇〇多
加			
第五條	一〇〇〇〇	一六六六六六五〇〇〇〇〇少	一一一一一〇五五五五五六〇〇〇〇〇多
減			
第六條	一〇〇〇〇	一六六六六六五〇〇〇〇〇少	一一一一一〇五五五五五六〇〇〇〇〇多
加			
第七條	一〇〇〇〇	一六六六六六五〇〇〇〇〇少	一一一一一〇五五五五五六〇〇〇〇〇多
減			
第八條	一〇〇〇〇	一六六六六六五〇〇〇〇〇少	一一一一一〇五五五五五六〇〇〇〇〇多

九率	十一率
三四五二〇〇〇〇〇少	六四〇七四〇〇〇〇多
八〇五六六九三二四〇〇〇〇〇多	六九五一三〇四八〇〇〇〇〇〇少
八〇五六七二八五七〇〇〇〇〇少	六九五一三六八八六四〇〇〇〇多
四四九七二五〇二二〇〇〇〇〇〇〇〇〇少	一二五八八七〇三〇〇三八〇〇〇〇〇〇〇〇多
五四九八〇五五八九二八五七〇〇〇〇〇少	一二五八八七七二五一七四八八六四〇〇〇〇多
三九六二七〇〇三五七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	二六一九三八二二三五六二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
三九六八一九八四一二八九二八五七〇〇〇〇〇少	二六一六六四一一一二八七一七四八八六四〇〇〇〇多
	八七九一九一一一九二〇六四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
三九六八一九八四一二八九二八五七〇〇〇〇〇少	八八一八〇七七六〇三一九二七一七四八八六四〇〇〇〇多
三九六八一九八四一二八九二八五七〇〇〇〇〇少	八八一八〇七七六〇三一九二七一七四八八六四〇〇〇〇多
三九六八一九八四一二八九二八五七〇〇〇〇〇少	八八一八〇七七六〇三一九二七一七四八八六四〇〇〇〇多
三九六八一九八四一二八九二八五七〇〇〇〇〇少	八八一八〇七七六〇三一九二七一七四八八六四〇〇〇〇多

十三率
七二八〇〇〇〇〇〇少
三七五九三一〇六九六〇〇〇〇〇〇多
三九五九三一一四二四〇〇〇〇〇〇少
一七七四二三七五〇八五〇五〇〇〇〇〇〇〇〇少
一七七四二七七一〇一六一九二四〇〇〇〇〇〇少
八一四六九一五六六三九五六三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
八一四八六八九九[illegible]五七九一九二四〇〇〇〇〇〇少
七二五三[illegible]六七三三四五二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
七二六一四七七四二三三九三八五七九一九二四〇〇〇〇〇〇少
一三二八七七七四八六九八二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一三三六〇三八九六二四〇五七九三八五七九一九二四〇〇〇〇〇〇少
一三三六〇三八九六二四〇五七九三八五七九一九二四〇〇〇〇〇〇少
一三三六〇三八九六二四〇五七九三八五七九一九二四〇〇〇〇〇〇少

十五率

五一二〇〇〇〇〇〇多
一五八四五二四一九八四〇〇〇〇〇〇少
一五八四五二四二四九六〇〇〇〇〇〇多
一七二八〇四二二八二四八九六〇〇〇〇〇〇〇〇少
一七二八〇五八一二七七三二〇九六〇〇〇〇〇〇多
一五九四九九〇八五六三九二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一五九五一六三六六二二〇五六三〇二〇九六〇〇〇〇〇〇多
二八五七八一〇七三二九八〇四〇三二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
二八五九四〇五八九六六四二六〇八八三〇二〇九六〇〇〇〇〇〇多
一一三一五四八九七一二一一二五七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一三一八六四七一一八〇〇九二一八六〇八八三〇二〇九六〇〇〇〇〇〇多
一四五五九三八三三八四七三六九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一四六八一二一八二九六七三七八八一八六〇八八三〇二〇九六〇〇〇〇〇〇多
一四六八一二一八二九六七三七八八一八六〇八八三〇二〇九六〇〇〇〇〇〇多

割圜密率捷法卷四 十九

十七率

二一七六〇〇〇〇〇少
四六三五一五九九〇四三二〇〇〇〇〇多
四六三五一五九九二六〇八〇〇〇〇〇少
一二三八六六九〇七一九〇四八八〇〇〇〇〇〇〇〇少
一二三八六七三七〇七〇六四八〇六〇八〇〇〇〇〇少
二二〇五三九九六〇二二五七三八〇七五二五〇〇〇〇〇〇〇多
二二〇五五二三四六九六二八〇六七四三三一〇八〇〇〇〇〇少
七一六四一一〇八一四六三一三三〇五六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
七一六六三一六三三八一〇〇九五八六四七四三三一〇八〇〇〇〇〇少
八二六八三〇八四七八二一六六二四六四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
六二七五四七四七九四五五四五二五五九八六四七四三三一〇八〇〇〇〇〇多
一六八〇四九三七八〇九六〇二一八八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一六八六七二九二五五七五四七七三四〇五五九八六四七四三三一〇八〇〇〇〇〇少
一二〇六五〇七六一七一九五八九七四〇八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一二二五三七四九〇九七五三四四五一四二〇九五九八六四七四三三一〇八〇〇〇〇〇少

右第八條所得卽千分全弧正矢之率數也

設圜半徑爲連比例第一率一分弧正矢爲連比例第三率一分之一有十分全弧正矢率數千分全弧正矢率數皆見前題所得求萬分十分千分相乘之數全弧正矢率數幾何

三率

第一條	一〇〇〇〇〇〇〇〇
減	
第二條	一〇〇〇〇〇〇〇〇
加	
第三條	一〇〇〇〇〇〇〇〇
減	
第四條	一〇〇〇〇〇〇〇〇
加	
第五條	一〇〇〇〇〇〇〇〇
減	
第六條	一〇〇〇〇〇〇〇〇
加	
第七條	一〇〇〇〇〇〇〇〇
減	
第八條	一〇〇〇〇〇〇〇〇

割圜密率捷法卷四 二十

五率

一六五〇〇〇〇〇〇〇少
一六六六六六五〇〇〇〇〇〇〇〇少
一六六六六六六五〇〇〇〇〇〇〇少
一六六六六六六五〇〇〇〇〇〇〇少
一六六六六六六五〇〇〇〇〇〇〇少
一六六六六六六五〇〇〇〇〇〇〇少
一六六六六六六五〇〇〇〇〇〇〇少
一六六六六六六五〇〇〇〇〇〇〇少
一六六六六六六五〇〇〇〇〇〇〇少

七率

一〇五六〇〇〇〇〇〇〇多
五四九九九九四五〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
五四九九九五五五五六〇〇〇〇〇〇〇多
一一一一一〇五五五五五六〇〇〇〇〇〇〇〇〇
一一一一一一一〇五五五五五五六〇〇〇〇〇〇〇多
一一一一一一一〇五五五五五五六〇〇〇〇〇〇〇多
一一一一一一一〇五五五五五五六〇〇〇〇〇〇〇多
一一一一一一一〇五五五五五五六〇〇〇〇〇〇〇多
一一一一一一一〇五五五五五五六〇〇〇〇〇〇〇多

三三九率

三四三二〇〇〇〇〇〇〇〇少
八〇五七四九一九四二五〇〇〇〇〇〇〇多
八〇五七四九二二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇少
五四九九九七二五〇〇〇二二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
五四九九九八〇五五七五一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇少
三九六八一七八四一二八九二八五七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
三九六八二五三四一二六九八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇少
三九六八二五三四一二六九八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇少
三九六八二五三四一二六九八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇少
三九六八二五三四一二六九八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇少
三九六八二五三四一二六九八四三二一四二八五七〇〇〇〇〇〇〇少

三三十一率

六四〇六四〇〇〇〇〇〇多
六九五一九九三〇四八〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
六九五一九九三一一二〇六四〇〇〇〇〇〇多
一二五九四九三七〇二五〇五〇三八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一二五九四九四三九七七〇四一四九二〇六四〇〇〇〇〇〇多
二六一九〇一〇九五二五〇九二八五六二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
二六一九〇二三五四七四八三二六二六六三四九二〇六四〇〇〇〇〇〇多
八八一八〇七七六〇三一九二七一七四八八六四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
八八一八三三九五〇五五四七四六二八一四九〇六三四九二〇六四〇〇〇〇〇〇多
八八一八三三九五〇五五四七四六二八一四九〇六三四九二〇六四〇〇〇〇〇〇多
八八一八三三九五〇五五四七四六二八一四九〇六三四九二〇六四〇〇〇〇〇〇多
八八一八三三九五〇五五四七四六二八一四九〇六三四九二〇六四〇〇〇〇〇〇多

三三三十三率

七二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
三九五九七一二七〇六五六〇〇〇〇〇〇〇〇多
三九五九七〇二七一四二四〇〇〇〇〇〇〇〇少
一七七五一一六一二五三八二一〇〇五〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一七七五一一六五二〇三五二三七一九二四〇〇〇〇〇〇〇〇少
八一五八二一九一一七〇六六四二四七〇六三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
八一五八二三六八六八二三一六二八二三〇〇一九二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
七二七四九一四〇二二六三三九七一九二八一二八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
七二七四九九五六〇五〇〇二六七四二四四四一〇三〇〇一九二四〇〇〇〇〇〇〇〇少
一三六六〇三八九六二四〇五七九三八五七九一九二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一三三六一一一七一二三六一八四三八八四六六一六八四一〇三〇〇一九二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一三三六一一一七一二三六一八四三八八四六六一六八四一〇三〇〇一九二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一三三六一一一七一二三六一八四三八八四六六一六八四一〇三〇〇一九二四〇〇〇〇〇〇〇〇〇少

三三三三十五率

五一二〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一五八四六八一〇八一九八四〇〇〇〇〇〇〇〇少
一五八四六八一〇八二四九六〇〇〇〇〇〇〇〇多
一七二八八九八〇二二一四〇二四八九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一七二八八九八一八〇六〇八三五七二〇七六〇〇〇〇〇〇〇〇多
一五九七二〇三八二九三八七七八七八三五三五七〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一五九七二〇五五五六二八五九六八四四三七一四二〇九六〇〇〇〇〇〇〇多
二八六六三一六一二四九一七七九二八一九六八二四三二〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
二八六六三三二〇九六九七三三七五六七九三六六八六九一五二〇九六〇〇〇〇〇〇〇〇多
一三二二六七八五七二七八一七三五九一九二四〇〇四七六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇少
一三二二七〇七二三六一〇二七〇五六五三〇七六八四一二八六九一五二〇九六〇〇〇〇〇〇〇〇多
一四六八一二一八二九六七三七八八一八六〇八八二〇二〇九六〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇多
一四六八二五四一〇〇三九七三九八四五六六五三六一一七八〇一二六八六九一四二〇九六〇〇〇〇〇〇〇〇多
一四六八二五四一〇〇三九七三九八四五六六五三六一一七八〇一二六八六九一四二〇九六〇〇〇〇〇〇〇〇多

十七率
少 [illegible]
多 [illegible]
少 [illegible]
少 [illegible]
少 [illegible]
多 [illegible]
少 [illegible]
少 [illegible]
少 [illegible]
多 [illegible]
少 [illegible]
少 [illegible]
少 [illegible]
多 [illegible]
少 [illegible]

右第八條所得卽萬分全弧正矢之率數也

弧背求正矢率數法解

弧背求正矢率數亦取百分千分萬分弧正矢率數依次比例相較而得與弧背求通弦率數法同比例算數如左

法以百分千分萬分弧三率共分數爲三率二分之一倍之去分母二卽如倍之爲三率百分弧以一萬分爲三率千分弧以一百萬分爲三率萬分弧以一億分爲三率以求各率分數求五率分數置百分弧三率共分數二分之一萬以三率一萬乘之得五率分數二分之一億爲實置百分弧五率共分數一六六六五○○○○二歸之得數八三三二五○○爲法法除實得十二分○○一二不盡解見前次置千分弧三率共分數二分之一百萬以三率一百萬乘之得五率分數二分之一兆爲實置千分弧五率共分數一六六六六六五空五位二歸之得數八三三三三二五空四位爲法法除實得十二分○○○○一二不盡次置萬分弧三率共分數二分之一億以三率一億乘之得五率分數二分之一京爲實入算截去末六位置萬分弧五率共分數一六六六六六六五○截去末六位二歸之得數八三三三三三三三二五爲法法除實得十二分○○○○○一二不盡爰定弧背求正矢應減之五率爲二分之一又十二分一分之一焉

一二率一

三五率少一

求七率分數置百分弧五率共分數一六六六五○○○以三率乘之得七率分數一六六六五空七位爲實置百分弧七率共分數一一一○五五五六○○○二歸之得數五五五二七七八○○○爲法法除實得三十分○一二不盡次置千分弧五率共分數一六六六六六五空五位以三率乘之得七率分數一六六六六五○○○截去後七位爲實置千分弧七率共分數一一一一○五五五五截去後七位二歸之得數五五五五五二七七八爲法法除實得三十分○○○一二不盡次置萬分弧五率共分數一六六六六六六六五空七位以三率乘之得七率分數一六六六六六六五○○截去後十三

位為實置萬分弧七率共分數一一一一一一一〇五五截去後十三位二歸之得
數五五五五五五五二七為法法除實得三十分〇〇〇〇〇一二不盡爰定弧背
求正矢應加之七率為二分之一又十二分一分之一又三十
分一分之一焉求九率分數置百分弧七率共
三率一
五率一少
七率一多
分數一一一〇五五五六〇〇〇以三率乘之得九率分數
一一一〇五五五六〇〇〇截去後四位為實置百分弧九率共分
數三九六二七〇〇三五截去後四位二歸之得數一九八一三五〇一七為法法除實得
五十六分〇五不盡次置千分弧七率共分數一一一一〇五五五五五截去後六位

以三率乘之得九率分數一一一一一〇五五五五五截去後十二位為實置千分
弧九率共分數三九六八一九八四一截去後十二位二歸之得數一九八四〇九九二〇為
為法法除實得五十六分〇〇〇五不盡次置萬分弧七率共分數一一
一一一一〇五五九截去後十二位以三率乘之得九率分數一一一一一〇五五五截
三率一
五率一少
七率一多
九率一少
去後二十位為實置萬分弧九率共分數三九六八二五三四
一截去後二十位二歸之得數一九八四一二六七〇為法法除
實得五十六分〇〇〇〇五不盡爰定弧背求正矢應
減之九率為二分之一又十二分一分之一又

三十分一分之一又五十六分一分之一焉求十一率分數置
百分弧九率共分數三九六二七〇〇三五七〇截去後二位以三率乘之得十一
率分數三九六二七〇〇三五七〇截夫後六位為實置百分弧十一率共分數八七
九一九一一一九截去後六位二歸之得數四三九五九五五五九為法法除實得九十
分一四不盡次置千分弧九率共分數三九六八一九八四一二八截去後十位以三率
乘之得十一率分數三九六八一九八四一二八截去後十六位為實置千分弧十
一率共分數八八一八〇七七六〇截去後十六位二歸之得數四四〇九〇三八八〇為
法法除實得九十分〇〇一四不盡次置萬分弧九率共分數三九六八二五

三四一二六截去後十八位以三率乘之得十一率分數三九六八二五三四一二六截去後
二十六位為實置萬分弧十一率共分數八八一八三三九五〇截去後二十六位二歸
之得數四四〇九一六九七五為法法除實得九十分〇〇〇一四不盡爰定弧
背求正矢應加之十一率為二分之一又十二分一分之一又
三十分一分之一又五十六分一分之一又九十分一分之一
焉求十三率分數置百分弧十一率共分數八九七一九一一一九二截去五位
以三率乘之得十三率分數八七九一九一一一九二截去後九位為實置百分
弧十三率共分數一三二八七七七四八截去後九位二歸之得數六六四三八八七四為

法法除實得一百三十二分三三不盡次置千分弧十一率共分數八八一八○七七六○三截去後十五位以三率乘之得十三率分數八八一八○七七六○三截去後二十一位為實置千分弧十三率共分數一三三六○三八九六截去後二十一位二歸之得數六六八○一九四八為法法除實得一百三十二分○○三三不盡次置萬分弧十一率共分數八八一八三三九五○五五截去後二十四位以三率乘之得十三率分數八八一八二三九五○五五截去後三十二位為實置萬分弧十三率共分數一三三六一一一七一二截去後三十二位二歸之得數六六八○五五八五六、為法法除實得一百三十二分○○○○三三不盡爰定弧背求正矢應減之十三率為二分之一又十二分一分之一又三十分一分之一又五十六分一分之一又九十分一分之一又一百三十二分一分之一焉求十五率分數置百分弧十三率共分數一三二八七七七四八六六九截去後七位以三率乘之得十五率分數一三二八七七七四八六九截去後十一位為實置百分弧十五率共分數一四五四九三八三三截去後十一位二歸之得數七二七四六九一六為

三率一
五率一少
七率一多
九率一少
十一率一多

三率一
五率一少
七率一多
九率一少
十一率一多
十三率一少

法法除實得一百八十二分六五不盡次置千分弧十三率共分數一三三六○三八九六二四○截去後十八位以三率乘之得十五率分數一三三六○三八九六二四○截去後二十四位為實置千分弧十五率共分數一四六八一二八二九截去後二十四位二歸之得數七三四○六○九一四為法法除實得一百八十二分○○六五不盡次置萬分弧十三率共分數一三三六一一七一二三六一八截去後二十八位以三率乘之得十五率分數一三三六一一七一二三六一八截去後三十六位為實置萬分弧十五率共分數一四六八二五四一○○三九截去後三十六位二歸之得數七三四一二七○五○一九為法法除實得一百八十二分○○○六五不盡爰定弧背求正矢應加之十五率為二分之一又十二分一分之一又三十分一分之一又五十六分一分之一又九十分一分之一又一百三十二分一分之一又一百八十二分一分之一焉求十七率分數置百分弧十五率共分數一四五四九三八三三八四九截去後八位以三率乘之得十七率分數一四五四九三八三三八四九截去後十二位為實置百分弧十七率共分數一二○六五○七六一七截去後十二位二歸之得數六○一二五三八○八為法法除實得

三率一
五率一少
七率一多
九率一少
十一率一多
十三率一少
十五率一多

二百四十一分一不盡次置千分弧十五率共分數一四六八一二一八二九一六七截去後二十二位以三率乘之得十七率分數一四六八一二一八二九六七截去後二十八位爲實置千分弧十七率共分數一二二三三七四九〇九截去後二十八位二歸之得數六一一六八七四五四爲法法除實得二百四十分〇一不盡一次置萬分弧十五率共分數一四六八二五四一〇〇三九截去後三十六位以三率乘之得十七率分數一四六八二五四一〇〇三九截去後四十四位爲實置萬分弧十七率共分數一二二三五四四四八四截去後四十四位二歸之得數六一一七七二二四二爲法法除實得二百四十分〇〇〇一不盡一爰定弧背求正矢應減

之十七率爲二分之一又十二分一分之一又三十分一分之一又五十六分一分之一又九十分一分之一又一百三十二分一分之一又一百八十二分一分之一又二百四十分一分之一焉既得各率分數依前弧背求通弦法定之以半徑爲連比例第一率弧背爲連比例第二率求得三率取其二分之一爲正矢初數又以初數求得五率分數取其十二分之一爲應減分數又以應

三率一
五率一少
七率一多
九率一少
十一率一多
十三率一少
十五率一多
十七率一少

減之五率分數求得七率分數取其三十分之一爲應加分數又以應加之七率分數求得九率分數取其五十六分之一爲應減分數又以應減之九率分數求得十一率分數取其九十分之一爲應加分數又以應加之十一率分數求得十三率分數取其一百三十二分之一爲應減分數又以應減之十三率分數求得十五率分數取其一百八十二分之一爲應加分數又以應加之十五率分數求得十七率分數取其二百四十分之一爲應減分數然後以各應加之數與初數相併各應減之

數相併兩總數相減卽得正矢之數又分母二爲一二相乘之數十二爲三四相乘之數三十爲五六相乘之數五十六爲七八相乘之數九十爲九十相乘之數一百三十二爲十一十二相乘之數一百八十二爲十三十四相乘之數二百四十爲十五十六相乘之數是三率爲一歸二歸五率爲三歸四歸七率爲五歸六歸九率爲七歸八歸十一率爲九歸十歸十三率爲十一除十二除十五率爲十三除十四除十七率爲十五除十六除依次遞加一數以爲法準此而可推之於無窮悉與弧背

求通弦法同

正矢求弧背法解

法以圜半徑為連比例第一率弧背求正矢共率數倍之各率上偏減一同用之分母二即如加倍為連比例第三率率數求得第五第七等各率數按第三率共率數內所少率數遞加之至得一整三率而止為弧背為二率之三率又另借一根為倍正矢為連比例第三率與前對求得各率遞加之至十七率而止其所得之共率數即正矢求弧背為二率之三率之共率數既得第三率則與第一率相乘開平方得第二率即為弧背其理俱與通弦求弧背同但多一開平方耳至求各率數及通分法俱詳于前茲惟列算之式如左

正矢	三率一	[illegible]五率一少	[illegible]七率一多	[illegible]九率一少	[illegible]十一率一多	[illegible]十三率一少	[illegible]十五率一多	[illegible]十七率一少
三率	三率一	[illegible]五率一少	[illegible]七率一多	[illegible]九率一少	[illegible]十一率一多	[illegible]十三率一少	[illegible]十五率一多	[illegible]十七率一少

又正矢二

此倍正矢為三率式也各率上減去分母二即同以二乘各率子數也

右以三率率數求五七九等率率數俱與通弦求弧背同建功案三率自乘一率除之得五率法與前二率自乘得三率同惟分母與前不同其本法亦甚煩改用捷法如第二行自乘用五乘二

第一條加第二條

第二條加第三條

乘

除以二行乘三行用十四乘三除以二行乘四行用十五乘二除以二行乘五行用十一乘以二行乘六行用九十一乘六除如第三行自乘用十四乘以三行乘四行用三十三乘以三行乘五行用一千一乘五除如第四行自乘用四百二十九乘四除餘悉與前通弦求弧背遞求各率法同

第三條加第四條

乘

第四條第五條加第六條

乘

割圜密率捷法卷四

第六條加
第七條加
第八條

一三率　三五率　七率　九率　十一率　十三率　十五率　十七率

割圜密率捷法卷四

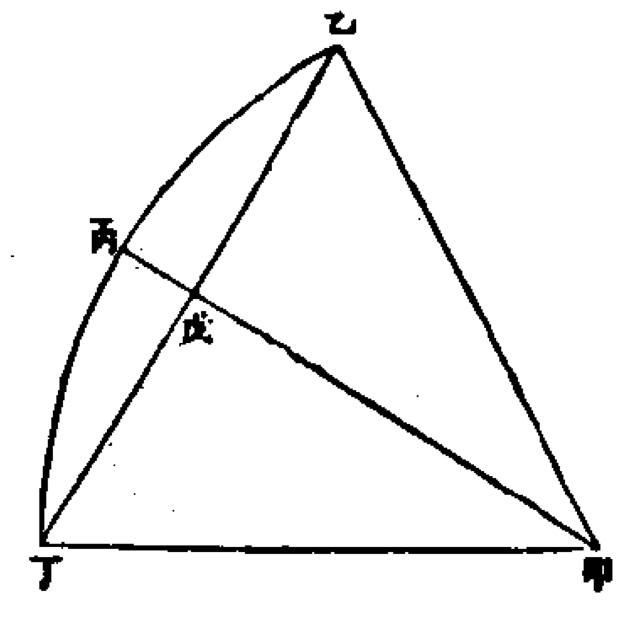
割圜密率捷法卷四

依次加至第八條右得一整三率爲以弧背爲二率之三率左得一三率加五率一分七率四分九率三六分十一率五七六分十三率一四四○○分十五率五一八四○○分十七率二五四○一六○○分即倍正矢爲三率求以弧背爲二率之三

率之共率數也建功案此與通弦求弧背法同惟分母各別如第一條應加五率為第二條其七率用五乘二除九率用十四乘三除十一率用十五乘二除十三率用十一乘十五率用九十一乘六除十七率用二十乘又第二條應加七率為第三條其九率用十四率三除十一率用十四乘十三率用三十三乘十五率用一千一乘十五除十七率用三百六十四乘三除又第三條應加九率為第四條其十一率用十五乘二除十三率用三十三乘十五率用四百二十九乘四除十七率用二百八十六乘又第四條應加十一率為第五條其十三率用十一乘十五率用一千一乘十五除十七率用二百八十六乘又第五條應加十三率為第六條其十五率用九十一乘六除十七率用三百六十四乘三除又第六條應加十五率為第七條其十七率用二十乘又第七條應加十七率為第八條其十七率僅一分而止無分母亦不須再求又逐次以前率分數除後率分數建功案此除法也與前通弦求弧背置前率分數於上後率分數於下上法下實以法除實同五率得一分七率得四分九率得九分十一率得十六分十三率得二十五分十五率得三十六分十七率得四十九分而一為一自乘四為二自乘九為三自乘十六為四自乘二十五為五自乘三十六為六自乘四十九為七自乘是五率以後當取遞加一數自乘之數以乘前率分數也其比例乘除遞加之法俱與通弦求弧背同

弧背矢相求法解

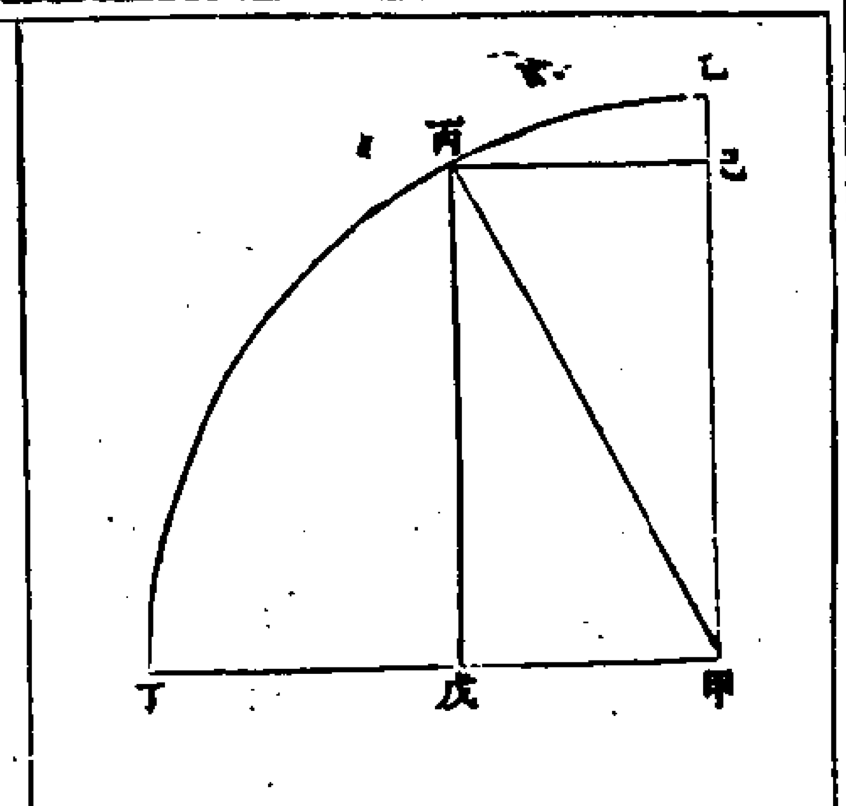
古法用矢矢與通弦成直角而在弧弦之中三角形八線用正矢而不用矢然其法不可不備也今按弧背正矢相求之法加一四歸即弧背矢相求之法圖解如左



如圖甲為圜心甲乙類為半徑乙丙丁為弧背乙丁為通弦丙戊為矢若以乙丙或丙丁半弧按弧背求正矢法求得正矢丙戊即乙丙丁弧之矢如以丙戊矢按正矢求弧背法求得乙丙或丙丁弧倍之即乙丙丁弧今不用半弧即以全弧為二率是倍二率矣比例得三率是四倍三率矣三率為比例常用之數是每次加四倍也故每次加四歸焉如以丙戊矢求乙丙丁弧倍之加四因為連比例第三率率數而每次比例取分數則皆加四歸弧背通弦相求之法省一四歸即弧背正弦相求之法弧背正矢相求之法加一四歸即弧背矢相求之法其義正互相發也

弧矢弦正餘互用法解

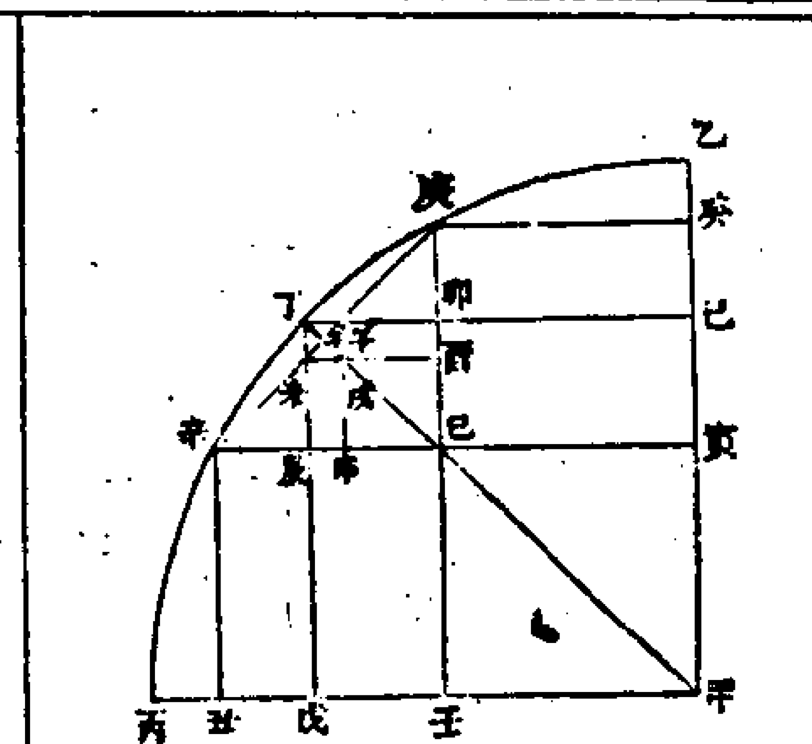
如圖甲為圜心甲乙類為半徑乙丙丁為象限弧設丙丁為本弧乙丙為餘弧丙戊為正弦丁戊為正矢丙己為餘弦乙己為餘矢乙己餘矢即甲乙半徑與丙戊正弦之較己丙餘弦即甲



丁半徑與丁戊正矢之較如有丙丁弧求丙戊正弦丁戊正矢先以丙丁弧與乙丙丁象限弧相減得乙丙弧爲餘弧次用乙丙弧依弧背求正矢法求得乙已正矢爲丙丁本弧之餘矢與甲乙半徑相減餘甲已與丙戊等卽丙丁本弧之正弦線依弧背求正弦法求得丙已正弦爲丙丁本弧之餘弦與甲丁半徑相減餘丁戊卽丙丁本弧之正矢也如有丙戊正弦求丙

丁弧背先以丙戊正弦與甲乙半徑相減得乙已餘矢次以乙已餘矢依正矢求弧背法求得乙丙弧爲丙丁弧之餘弧與乙丁象限弧相減得丙丁弧卽丙戊正弦之弧背有丁戊正矢求丙丁弧背先以丁戊正矢與甲丁半徑相減得丙已餘弦次以丙已餘弦依正弦求弧背法求得乙丙弧爲丙丁弧之餘弧與乙丁象限弧相減得丙丁弧卽丁戊正矢之弧背也此法因丙丁戊形弧弦矢甚大仍用本法求之則比例加減次數較繁故用餘形爲省便焉

借弧求正弦餘弦法解

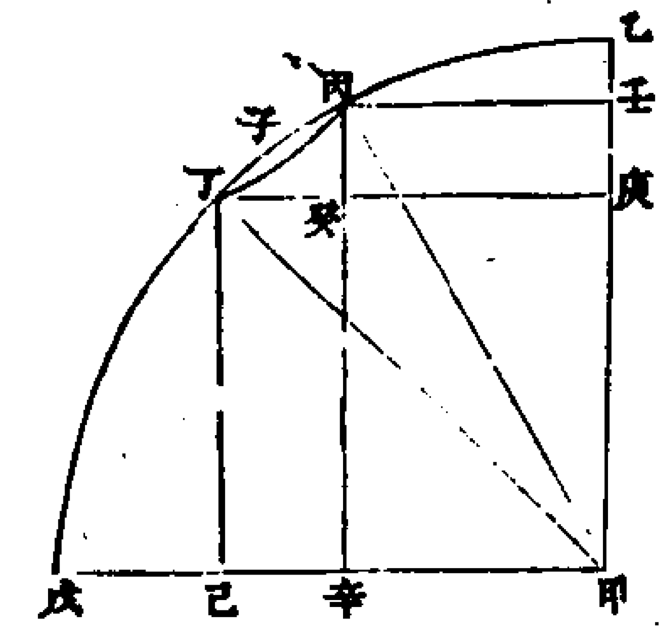


如圖甲爲圜心甲乙類爲半徑乙丙爲象限弧乙丁丙丁爲半象限弧各四十五度爲借弧丁戊丁已二正弦相等甲戊甲已二餘弦亦相等四弦線合爲甲戊丁已正方形丙庚爲設弧大於丙丁借弧其較弧爲丁庚丙辛爲設弧小於丙丁借弧其較弧爲丁辛設二較弧相等庚壬爲大弧正弦庚癸爲大弧餘弦庚

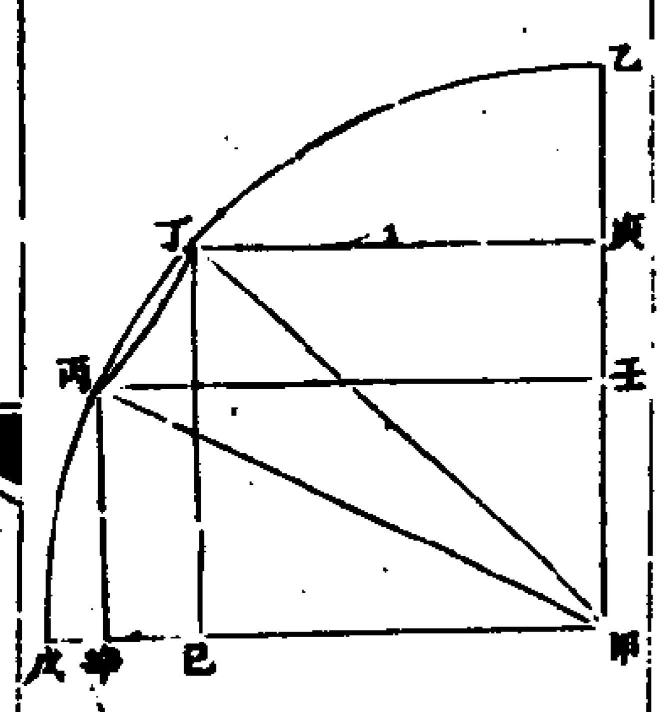
子爲較弧正弦丁子爲較弧正矢辛丑爲小弧正弦辛寅爲小弧餘弦辛子爲較弧正弦與庚子等丁子爲較弧正矢二較弧同用庚卯爲大弧借弧正弦較丁卯爲大弧借弧餘弦較丁辰爲小弧借弧正弦較辛辰爲小弧借弧餘弦較庚辛已爲半正方形所截甲戊丁已正方之丁卯已辰亦爲正方形庚辛倍較弧通弦卽二較弧正弦倂所截甲戊丁已正方之丁午未爲半正方形內甲丁半徑所分之丁子午丁子未亦爲二半正方形丁子與子午等亦與子未等試自午點與庚壬平行作午申線自未點與辛寅平

行作未酉線分爲丁午戊未已申戊酉二正方形庚午卯庚未酉辛未辰辛午申俱爲半正方形如較弧正弦正矢相加則爲庚未或辛午相減則爲庚午或辛未以半徑與四十五度正餘弦之比同於庚未與未酉之比或辛午與午申之比又同於庚午與庚卯之比或辛未與辛辰之比得庚卯爲大弧正弦較與借弧正弦丁戊相加得庚壬卽大弧正弦得未酉爲大弧餘弦較與借弧餘弦丁已相減餘已卯與庚癸等卽大弧餘弦得午申爲小弧正弦較與借弧正弦丁戊相減餘辰戊與辛丑等卽小弧正弦得辛辰爲小弧餘弦較與借弧餘弦丁已相加得辛寅卽小弧餘弦也

借正弦餘弦求弧背法解



如圖甲爲圓心甲乙類爲半徑乙丙丁戊爲象限弧丁已爲所設正弦丁庚爲所設餘弦求丁戊弧背乃借相近之丙戊弧三十度四十五度六十度正餘弦數顯明易知親所設之弧量取用之丙辛爲借弧正弦丙壬爲借弧餘弦以正弦丁已與借弧正弦丙辛相減餘丙癸爲正弦較以餘弦丁庚與借弧餘弦丙壬相減餘丁癸爲餘弦較次以丙癸正弦較爲股丁癸餘弦較爲勾求得丙丁弦爲丙子丁弧之通弦次用丙丁通弦依通弦求弧背法求得丙子丁弧爲



較弧與丙戊借弧相減得丁戊弧卽丁已正弦丁庚餘弦所求之弧背也此係所借之弧大於所求之弧若所借之弧小於所求之弧如第二圖其

求較弧之法俱與前同惟求得丙丁較弧則與丙戊借弧相加得丁戊弧卽丁已正弦丁庚餘弦所求之弧背也

割圓密率捷法卷四終

割圜密率捷法四卷首卷步法次卷用法其第三第四兩卷則法解分上下也是書乃乾隆中監正明靜庵先生所著未竟緒其門人陳舜五先生續成之陳序謂靜庵先生病革時以遺稿見授又謂遇有疑義則與先生之季子景臻及門人張艮亭相與討論而艮亭景臻亦時同推步校錄越數年甲午始克成書案靜庵先生名明安圖奉天正白旗生員其季子景臻名明新門人張艮亭名肱吾郡寶應人後官農部主政陳則宛平生員祖貫八閩後官靈臺郎舜五其號也甲午為乾隆三十九年陳

又謂計其次第相求以至成書約三十餘年見本書卷三弧矢弦相求法解然則是書刱始于乾隆之初當乾隆壬午癸未間距甲午之前僅十年耳先生猶官監正張甫博士陳與景臻均食俸生其時老成具在山東新城齊東野先生克昌以員外郎留監副任外夷三進士如熱爾瑪尼亞國劉喬年先生松齡以監正食三品俸同國鮑義人先生友管官左副波爾都噶俚亞國傅清臣先生作霖以右副食三品俸外此四方俊傑通籍在監者更復不少誠極一時之盛宜乎下位之賢得以紹承師蓋其著述幼冥有

如此士琳鄉讀衡齋算學兼聞亡友董方立言知有是書久矣道光初元忝廁靈臺徧訪同人迄無知者嗣從吾師戴簡恪公家影鈔原本因得盡發其蒙竊惟割圜肇自九章大測生于八線舊傳弧背求矢濫觴已久然非密率自西士入中土設六宗三要諸術為割圜八線起算法始大備六宗者圜內容三邊四邊五邊六邊十邊十五邊是已三要者以正弦求餘弦以本弧正餘弦求倍弧半弧正餘弦是已復又推廣之用益實歸除及益實兼減實歸除增求圜內容十四邊十八邊與夫三分之一

通弦于是最小者為五分之弦其自一分至四分之弦則中比例求之特取數紆回不能隨度以求弦矢故非表無以濟算杜氏原法雖捷但僅傳其術未晳厥旨且秪能以弧求弦矢是書既補成弦矢求弧諸術更為圖說法解以明立術之原亡友董子初得九術因其乘除諸母數有合于垜積招差謂割圜連比例術圖解上中下三卷以垜積解其術之當然而于術之所以然則闕如焉孰若是書三隅悉反一貫胥通數不必符乎六宗法不必依乎三要而弧與弦矢彼此互求得之頃刻可謂愈精

愈簡矣說者謂西法遠遜中法此蓋本吾鄉阮大保相國疇人傳利瑪竇論吾中土之法之精微深妙有非西人所能及者一語誠以中法由理得數形上之謂也西法由器得數形下之謂也算自明季寖疏禮失求野宋及遠人近年中法盛行唐宋以來諸算書悉皆佚而復顯由是得證彼之中比例即古今有術彼之益實歸除及益實兼減實歸除即古正負開方術彼之借根方即古立天元一術名異實同初非西人所獨剏且彼之割圜仍不外屢求句股究亦本諸中法以故中學興而西人退然

西法亦有不可沒者如弧矢八線以密率圜周爲用列表旣便測圜較確復因八線積數太多乘除匪易設連比例求對數以加減代乘除爲用尤捷斯二者術之最善者也故至今並重于世是書屏卻屢求句股舊法亦設連比例術弦取耦率矢取奇率別剏乘除諸母寓中法之理于西法之中士琳曾據術推演其得數與表無異因之互校八線對數得表中列數刊錯者凡五條其一度十三分二十秒正切當爲八三二九〇九三四二四九原表八三二九一九三四二四九六度四十一分十秒正弦當爲九〇六

六〇六四八三一二原表九〇六六六六四八三一二十二度五十分正弦當爲九三四六五七九四一一七原表前頁不錯後頁九三四六五五九四一一七十六度三十二分十秒正切當爲九四七二六〇九〇〇〇〇原表九四七二六〇〇〇〇〇〇〇四十二度三十二分四十秒正切當爲九九六二七二八七五六〇原表九九六二七二八七四六〇是此書不獨可舍表以求八線且可據八線以覈表中刊刻之誤交相成而迭爲用輔益是資洵割圜不易之金鍼其視八線表也宜益加珍重又安得目爲西法而忽之邪石梁岑君請以刊布原鈔本算式謄寫錯

亂因與排比整齊並屬岑君算校加案及其刻成而爲詳考志之以補疇人傳之闕云道光己亥秋中甘泉羅士琳茗香氏跋

句股割圜之書三卷余友戴君東原所撰戴君之於治經分數大端各究洞源委步算其一也余嘗謂儒者仰不知天道不可以通經如命羲和爲堯典之端首一啟卷蓋已茫然詩大雅十月之交鄭氏箋爲周正虞劆推之在周幽王六年建酉之月劉原甫乃云定用夏正春秋襄公二十一年二十四年比月連書日食推步家姜岌一行皆言無比月頻食之理楊士勛穀梁傳疏以爲疑古有之而漢初高帝文帝二十八年之閒比月日食者再此經史不決之大疑他端未易剖析者遽數之不能終其物也前六載余抄得八綫表者稍稍究之今夏

初戴君以所爲句股割圜記示余讀其文辭殆非秦漢已後書其於古今步算之大全約以二千言而盡可謂奇矣戴君自識於終篇曰因周髀首章之言衍而極之然則記中立法稱名一用古義蓋若劉原甫之禮補亡欲踵古人傳記之後體固不得不爾也余獨慮習今者未能驟通古乃附注今之平三角弧三角法於下又以治經之士能就斯記卒業則凡疇人子弟所守以及西國測量之長胥貫徹靡遺焉是以併著之

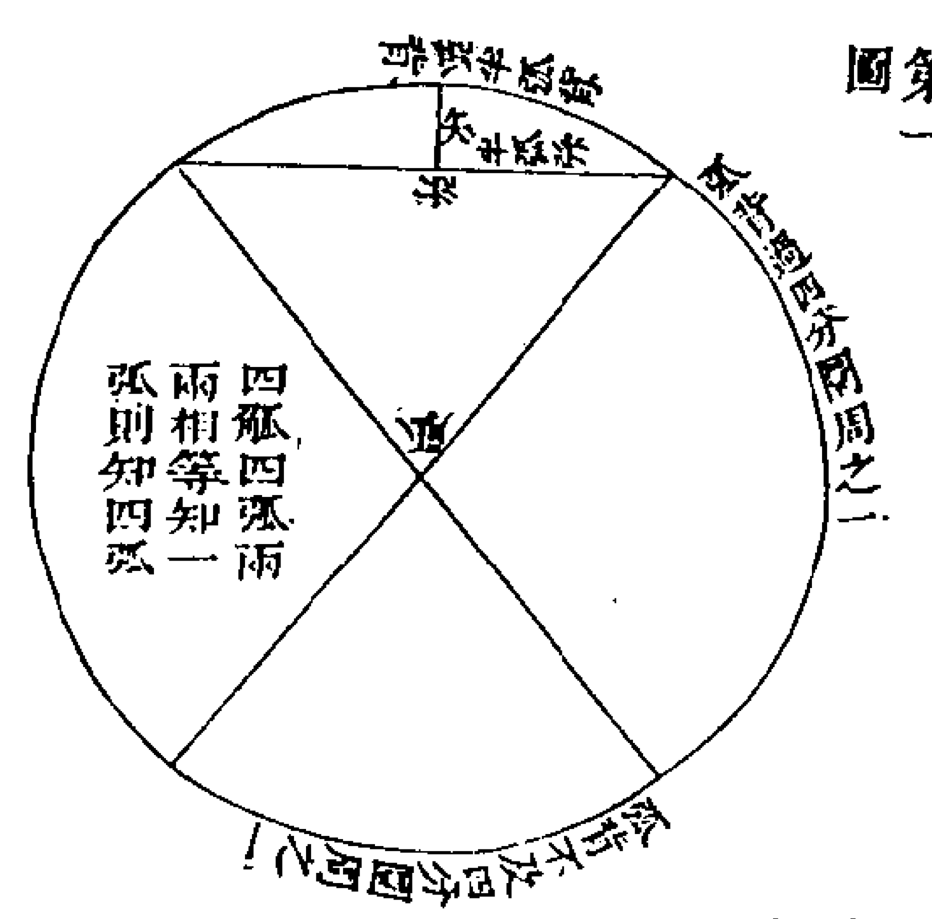
乾隆二十三年著雝攝提格壯月歙吳思孝書於存存書屋

句股割圜記上　戴氏七經小記四

割圜之法中其圜而觚分之截圜周爲弧背縆弧背之兩端曰弦值弧與弦之半曰矢

凡圜周截之其形勢如弓弩之弧謂之弧背凡兩直畫相交其交處成隅折曰觚觚者稜角之謂不圜而有方角皆曰觚六觚八觚是也兩直畫之交以所交爲圜之中心外截圜周成四觚背凡矢必直弧背與弦弦之正中元郭守敬授時歷草云凡渾圜中割成平圜任割平圜之一分成弧矢形皆有弧背有弧弦有矢割弧背之形而半之則有半弧背有半弧弦有矢

第一圖

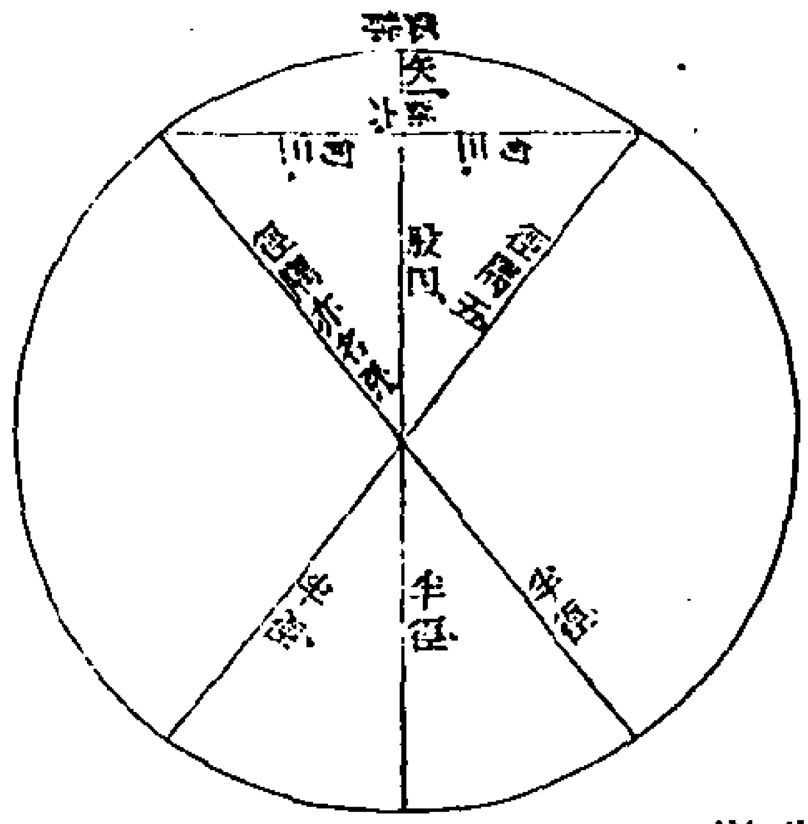


兩直畫交於圜之中心所成之觚或倨或句必兩兩相等而二其弧背亦兩兩相等而二或適四分圜周之一或不及四分圜周之一

弧矢之內成相等之句股二半弧弦爲句減矢於圓半徑餘爲股綖句股之兩端日徑隅亦謂之弦句股之弦適圓半徑也

凡直畫交於圓之中心外抵圓周者皆成圓徑自中心至周爲圓半徑兩直畫之交截圓周必外成弧矢形內成三弧形其矢引長之交於圓之中心截三弧形成相等之兩句股外用半弧背內用一句股授時歷草云因弧矢生句股形以半弧弦爲句矢減半徑之餘爲股半徑則常爲弦

第二圖



設矢一弦六圓之爲句三股四弦五起其率隨其短長小大之變準此凡弦不變而句與股雖弦大小者以此爲率

天體渾圓也如黃赤道各成一規則皆平圓古割圓法以半弧背與句股合爲用由乘除開方以盡句股由句股以盡弧矢由弧矢以盡平圓渾圓步算之能事畢矣

弧矢之內成相等之句股二半弧弦爲句減矢於圓半徑餘爲股綖句股之兩端日徑隅亦謂之弦句股之弦適圓半徑也

凡直畫交於圓之中心外抵圓周者皆成圓徑自中心至周爲圓半徑以兩直畫相交截圓周成弧矢形者四必兩兩相等弧矢形有弧背有弦有矢其內至圓心各成三弧形亦兩兩相等凡矢必當弧背與弦之正中引長之則成圓徑剖三弧形成句股形者二有句有股有徑隅橫者爲句直者爲股斜者爲徑隅股亦名髀徑隅亦名弦

弧矢形半之其用有三日半弧背日半弧弦日矢其內連一句股句即半弧弦矢與股共成圓半徑

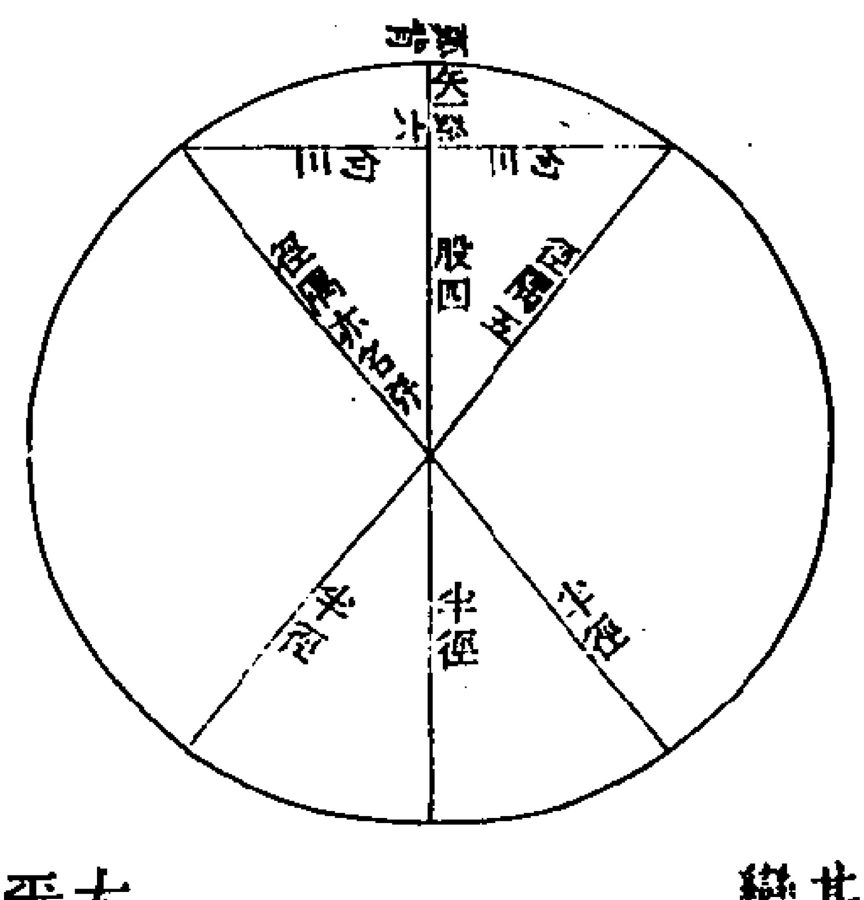
凡用半猶之用全故割圓法以半弧背與句股合爲用凡直畫平分之爲分數圜畫周分之爲度謂之弧度

元郭守敬授時歷草弧矢割圓圖其說云凡渾圓中割成平圓任割平圓之一分成弧矢形皆有弧背有弧弦有矢割弧背之形而半之則有半弧背有半弧弦有矢因弧矢生句股形以半弧弦爲句矢減半徑之餘爲股半徑則常爲弦　以上即第一圖

又云句股內又成小句股則有小句小股小弧而大小可以互求或立或平可以互用　因二至黃赤之距成大句股因各度黃赤之距成小句股

此篇乃東原手書於榮登洪二哥本上其本乃乾隆三十三年吳氏所刻与五禮通考所載同蓋初脫藁本也皆以第二圖為第一圖故須補此段今既補第一圖則此為羨文矣乾隆戊戌中秋日飲于玉虹樓(?)待月至三鼓煞(?)雲竟天微流月影乃歸而記此　孔繼涵

第二圖



設矢一弧六圖之爲句三股四弧五起其率隨其短長小大之變準此凡弧不變而句與股隨弧大小者以此爲率

大體渾圜也如黃赤道各成一規則皆平圜古割圜法以半弧背與句股合爲用由乘除開方以盡句股由句股以盡弧矢由弧矢以盡平圜渾圜步算之能事畢矣

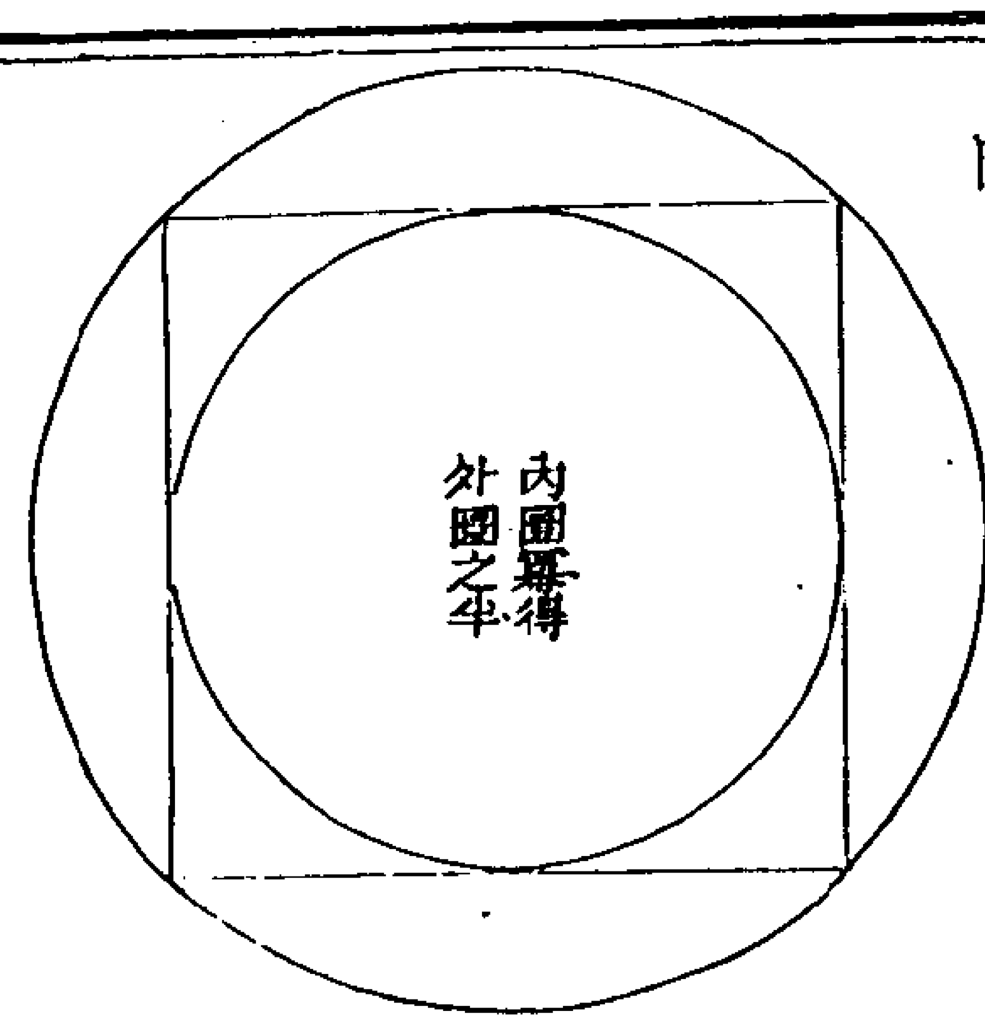
方圜之周徑信其周以爲袤以徑爲廣其冪咸四倍於方圜之冪

漢儒釋經於圜之周徑用周三徑一約計大致非密率也算家圜率定於祖沖之隋書律歷志曰古之九數圜周率三圜徑率一其術疏舛宋末南徐州從事史祖沖之更開密法以圜徑一億爲一丈圜周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽朒數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽正數在盈朒二限之閒後人用徑一圜三一四一五九二六五入算本於祖氏所推也圜之周徑求其冪周與徑相乘四

而一得圜冪冪者覆巾之名故算家謂平圜平方之積爲冪猶方之周徑相乘四而一爲方冪也凡方徑一周計之必四故方內容圜方冪四圜冪則爲三一四一五九二六五同徑之方冪與圜冪亦猶同徑之方周與圜周其差數適相符合圜之內函方其內復函圜則內圜適外圜之半方之內函圜其內復函方則內方適外方之半句股之數由斯起矣

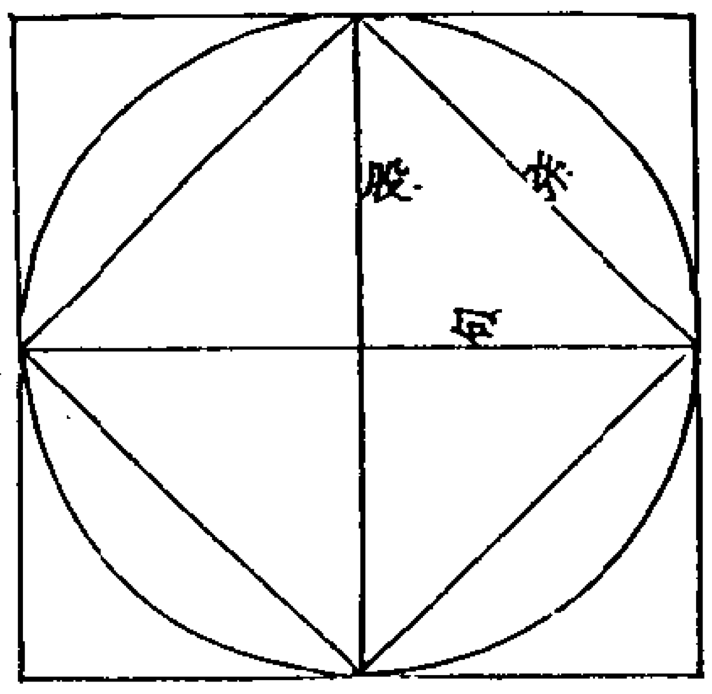
知方圜周徑之率則知同徑之方圜圜冪與方冪之差亦猶圜周與方周之差也知內外方倍半之率則知句股弧可以互求亦猶方與斜可以互求也

第三圖



如外圜徑二萬分周六萬二千八百三十一分八釐五毫有奇冪三萬一千四百一十五萬九千二百六十分有奇則內圜徑萬四千一百四十二分有奇周四萬四千四百一十八分有奇其圜冪萬五千七百零七萬九千六百三十二分有奇凡圜之周與冪不可以圖顯然觀後圖內外方其理亦互相通貫也

第四圖



如外方徑二萬分周八萬分冪四萬萬分則內方徑萬四千一百四十二分有奇周五萬六千五百六十八分有奇其方冪二萬萬分於外方冪減內方餘四隅與內方剖之爲四相等以外方之半徑爲每半徑爲股內方徑爲之弦句成一小方必得外方冪四之一股成一小方如之合二小方共得外方冪之半而弦所成之方即內方亦得外方冪之半此句股弦所以互求之根故周髀算經欲陳句股術先言數之法出於圜方觀是圖顯然矣

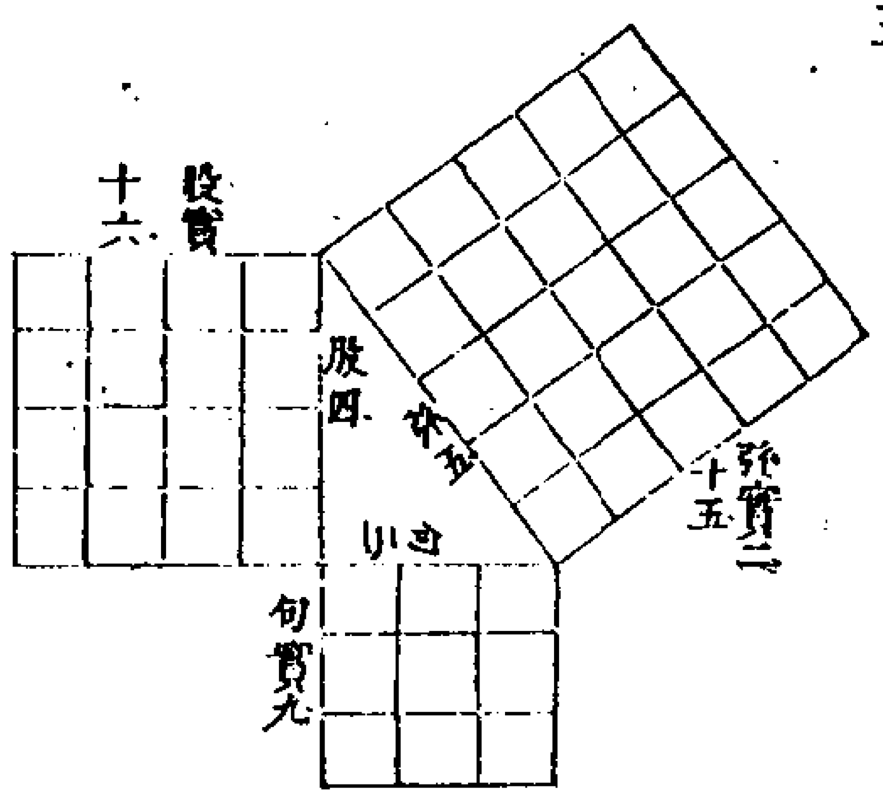
句股弦三矩凡直畫有分數刻識者謂之矩方之各自乘得方冪合句與股二方適如弦之大方

周髀算經云數之法出於圜方圜出於方方出於矩矩出於九九八十一故折矩取十有二折之以爲句廣三股脩四徑隅五又云兩矩共長二十有五是謂積矩積矩者句實九股實十六弦實二十五變方爲長觀之合句實股實爲一矩弦實爲一矩其長相等句股弦之率不在三四五適得整數而在句自乘方股自乘方合之爲弦自乘方凡句股弦所爲方冪並以率率之

句七股二十四則弦二十五　句八股十五則弦十七　句九股四十則弦四十一　句十一股六十則弦六十一

皆以句股實之和爲弦實適相合

第五圖

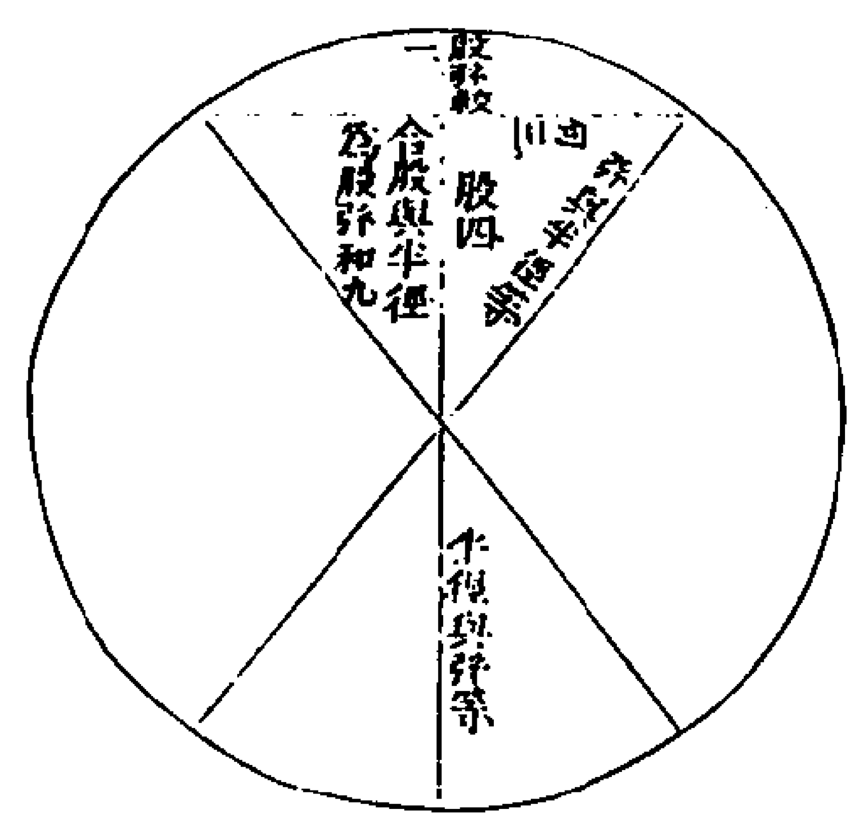


設句三股四弦五圖之併句實股實爲弦實於弦實內減句實餘爲股實減股實餘爲句實三矩互求之率必得其二則可以知其三隨其大小短長準此

句股第一術
有句有股求其弦句自乘股自乘併之開方得弦
如句七丈股二十四丈句自乘得四十九丈股自乘
得五百七十六丈相併共六百二十五丈爲弦實開
方得弦二十五丈
句股第二術
有句有弦求其股句自乘弦自乘相減開方得股
如句八丈弦十七丈句自乘得六十四丈弦自乘得
二百八十九丈相減餘二百二十五丈爲股實開方
得股十五丈

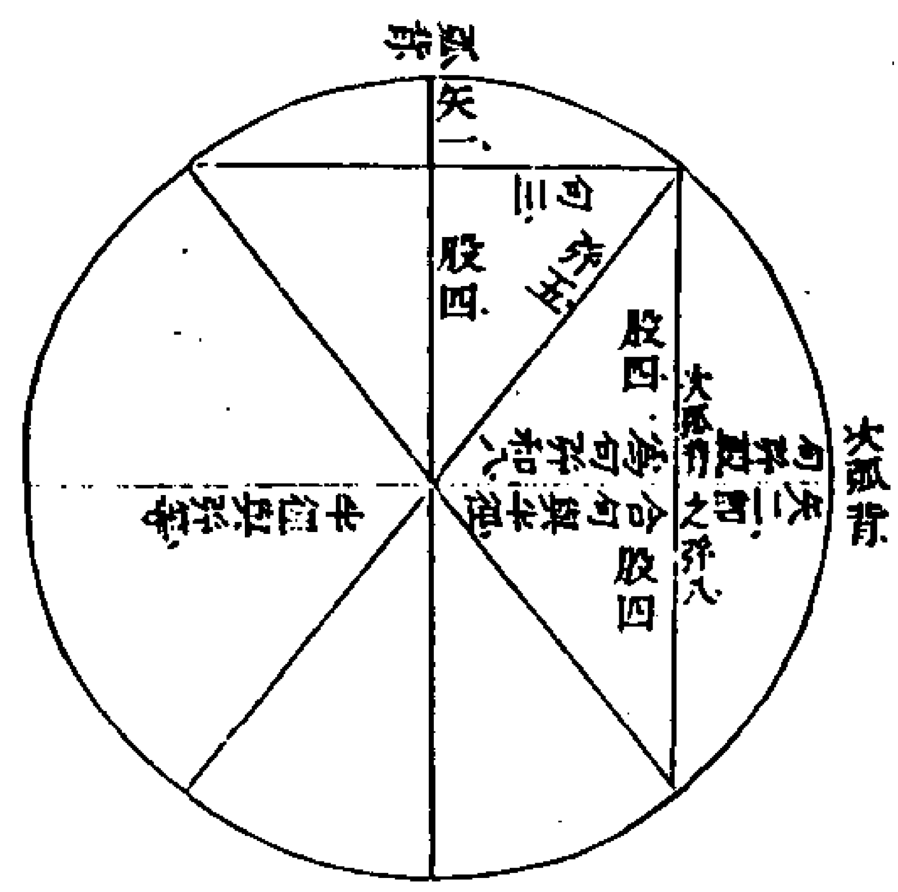
句股第三術
有股有弦求其句股自乘弦自乘相減開方得句凡
曰句曰股者其名可互易故與第二術同
如股二十四丈弦二十六丈股自乘得五百七十六
丈弦自乘得六百七十六丈相減餘百丈開方得句
十丈
減矢於圜徑餘爲股弦和矢恆爲股弦較凡兩數相併爲和相減餘爲較和
較相乘爲句之方
此借句股和較之率言之在弧矢術矢不及圜半徑
爲小矢過圜半徑爲大矢圜徑內減小矢得大矢減

大矢則得小矢
第六圖



減句於圜半徑餘爲次弧背之矢倍股爲次弧弦減次
弧背之矢於圜徑餘爲句弦和其矢爲句弦較和較相
乘爲股之方
股弦較句弦較皆小矢也股弦和句弦和皆大矢也
句與股之名可互易弧背次弧背之名亦可互易合
弧背次弧背爲圜半周合半弧背次半弧背爲四分
圜周之一合小矢大矢爲圜徑合矢與次半弧弦爲
圜半徑合半弧弦與次弧背之矢亦爲圜半徑

第七圖



句股第四術

有半弧弦（又名內矩分）有矢求其圜徑半弧弦自乘矢除之加矢為圜徑

如半弧弦八丈矢二丈半弧弦自乘得六十四丈為實矢二丈為法除之得三十二丈是為大矢加矢二丈共三十四丈為圜徑

句股第五術

有矢有圜徑求半弧弦以矢為股弦較於圜徑減矢餘為股弦和和較相乘開方得句句即半弧弦倍之為全弦

如矢二丈圜徑五十二丈圜徑內減矢餘五十丈是為大矢小矢大矢相乘得百丈為句實開方得句十丈

句股第六術

有半弧弦有圜徑求矢以半弧弦與圜半徑相減得次弧背之矢為句弦較相併為句弦和和較相乘開方得股股即次半弧弦（又名次內矩分）以減圜半徑得矢

如半弧弦七丈圜徑五十丈於圜半徑二十五丈內減半弧弦餘十八丈為句弦較以減圜徑餘三十二丈為句弦和和較相乘得五百七十六丈為股實開

方得股二十四丈以減圜半徑餘一丈為矢

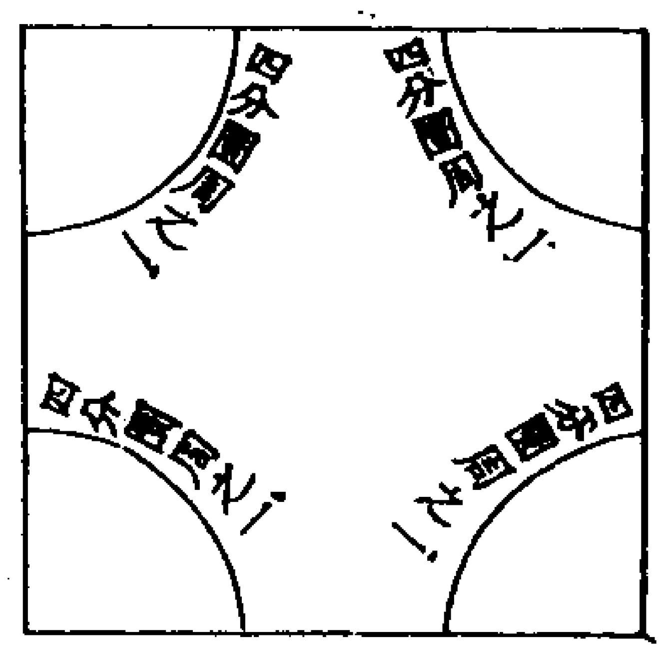
方圜相函之體用截圜之周徑而函句股和較之率四分圜周之一如之規方之四隅而函圜之周凡四觚如之因方以為句股函圜之半周凡三觚如之

凡句股形其一觚折而成方倨句中矩（吳曰今名直角又名正方角）所規之弧適四分圜周之一餘兩觚所規之弧併之亦適四分圜周之一合三弧適圜半周方形剖之成兩句股故半於方形所函

凡三觚形不折而成方或倨（吳曰今名鈍角）或句（吳曰今名銳角）合三觚所規之弧適圜半周四觚剖之成三觚者二故半於

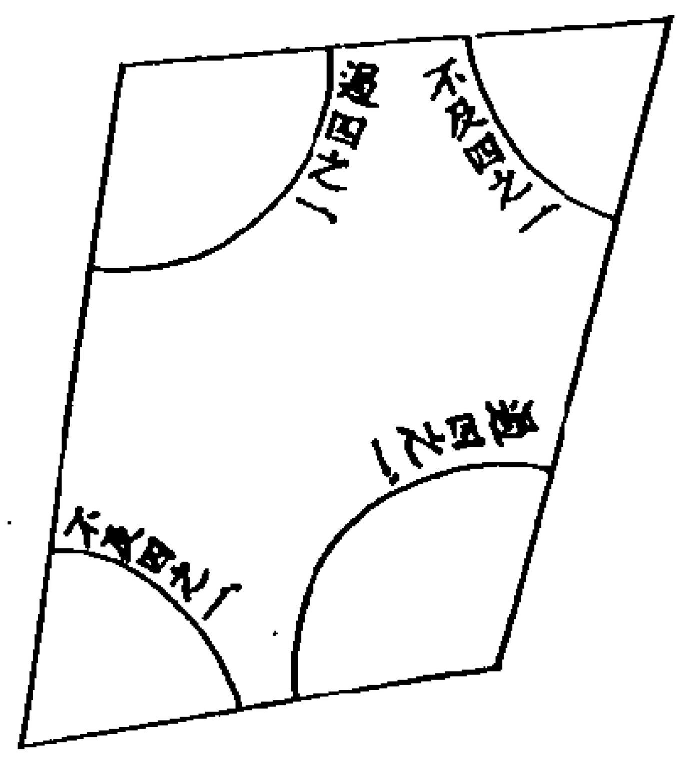
四弧所函知方形及四弧之函全圜則知句股及三弧之函半圜也

第八圖



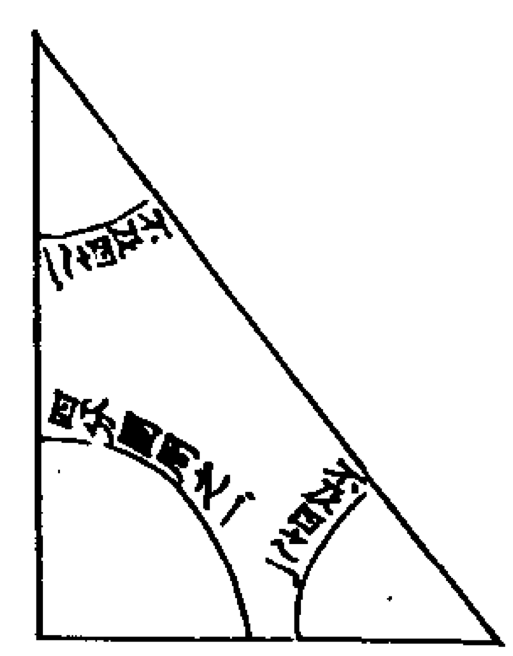
合四隅所規之弧適得圜之周

第九圖



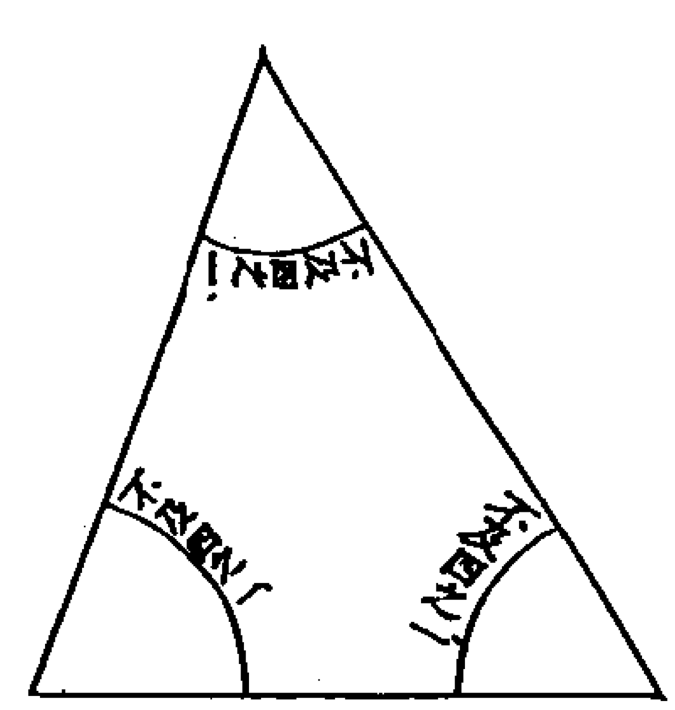
合四弧亦得圜之周

第十圖



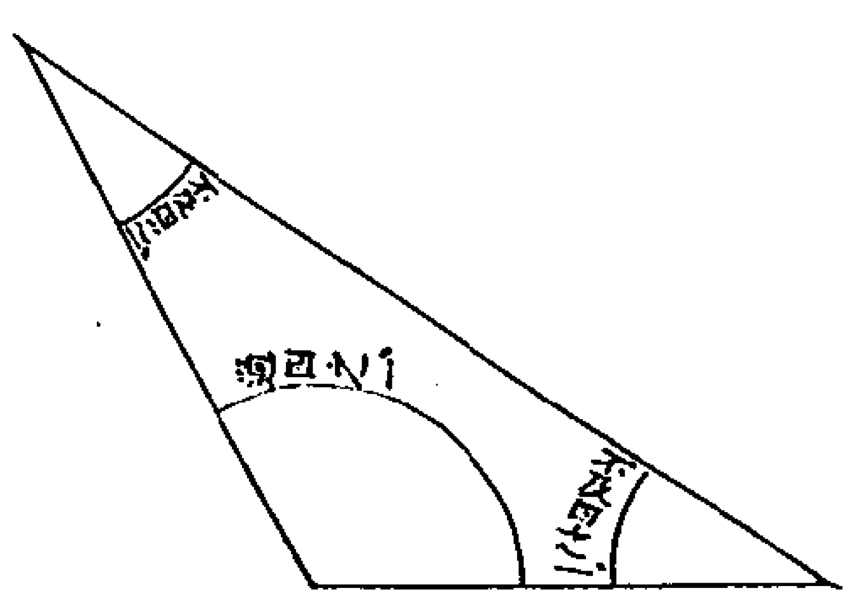
兩弧不及四分圜周之一者測知一弧以減四分圜周之一則得其餘一弧

第十一圖



三弧皆不及四分圜周之一測知一弧以減半周餘為兩弧之和減兩弧則餘一弧

第十二圖



一弧適四分圜周之一餘兩弧合之必不及四分圜周之一合三弧亦適半周三弧形有二其與半周相減之率同

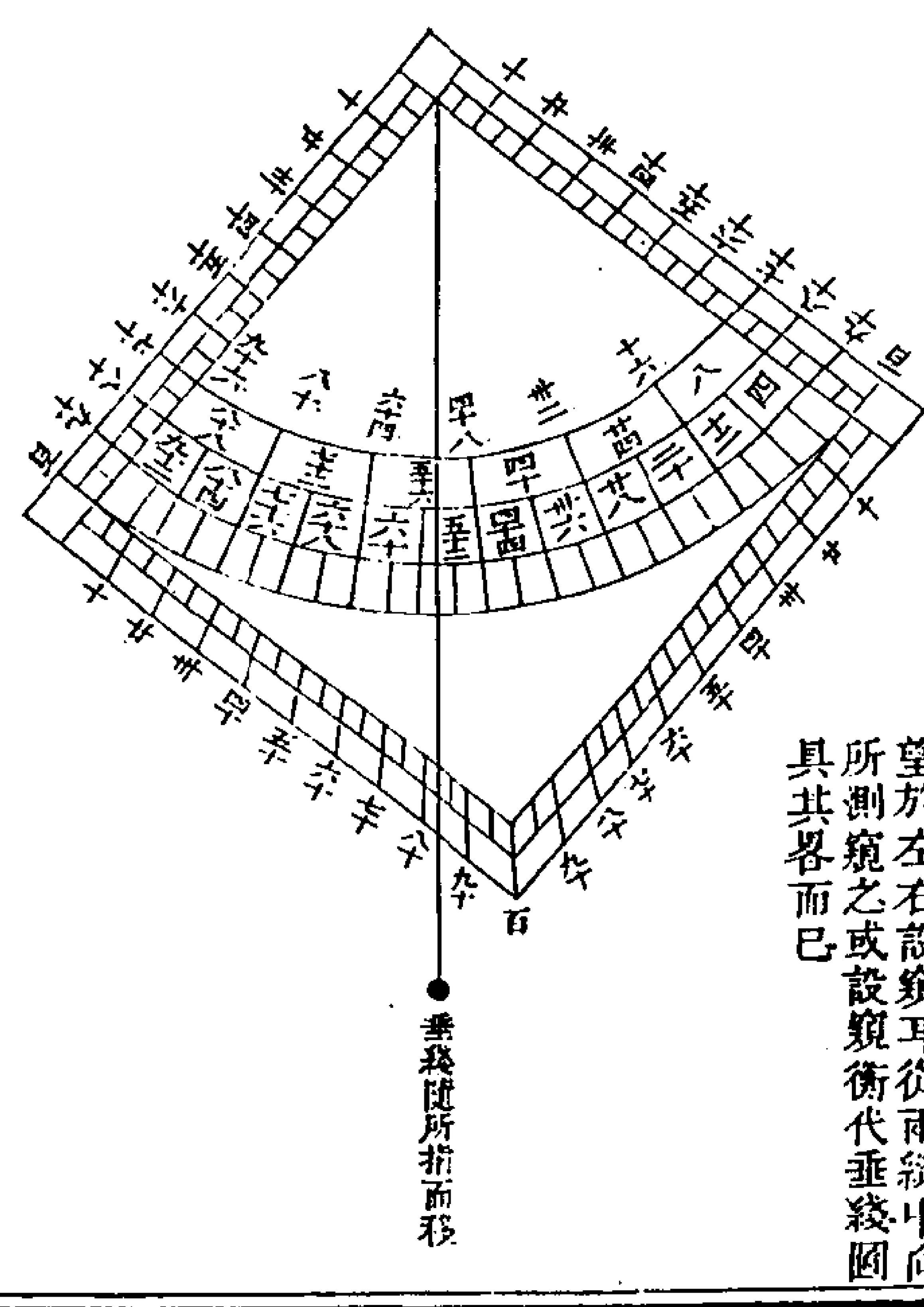
爲矩以準望凡百分以矩之百分爲圜半徑自一隅規
之其隅設垂綫截一矩之規成半弧背者二弧外之句
謂之矩分引徑隅爲弦謂之徑引數股適圜半徑也次
弧外之股謂之次矩分弦謂之次引數句適圜半徑也
規法九十有六限限四之一矩之規其限二十有四爲
元本作限十之
立成以起算

周髀算經曰平矩以正繩偃矩以望高覆矩以測深
卧矩以知遠環矩以爲圜合矩以爲方方屬地圜屬
天天圜地方方數爲典以方出圜

劉徽注九章算術於方田章附割圜之説以半圜徑

二尺半之一尺爲圜裏六弧之一面半徑爲弦半面
爲句句弦求股得股轉減半徑得餘爲小句半面又
爲小股句股求弦得小弦是爲割六弧成十二弧之
一面如是累析爲二十四弧四十八弧九十六弧今
圜周設九十六限準諸割圜累析之數

第十三圖

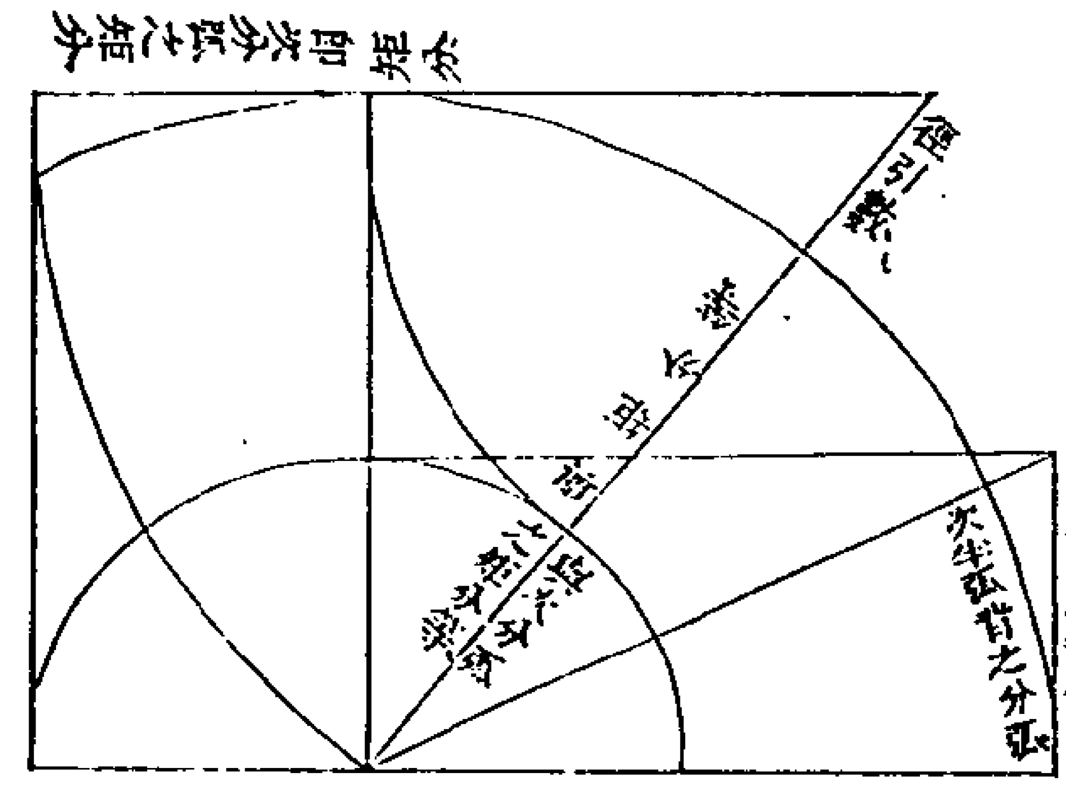


矩百分作矩時細分之用以準望於左右設窺耳從兩縫中向所測窺之或設窺衡代垂綫圖具其畧而已

積矩函分萬如次矩分而一得過滿百之矩分凡規限
半弧背也半弧弦以爲句謂之內矩分其股謂之次內
矩分規限倍之爲半弧背曰倍弧規限之半曰分弧矩
分以爲句取次半弧背之分弧矩分加於句爲之弦得
徑引數

準望之矩其分數止於百視垂綫所值在規限十二
以內得矩分若規限十二以外則得次矩分故以法
通之而後矩分不窮於用其矢與內矩分及次弧背
之矢與次內矩分用綫橫截之視外畔方數即得惟
徑引數次引數屬斜行不能截取故亦以法通之

第十四圖



句股第七術

有次矩分求矩分以積矩爲實次矩分爲法除之得矩分

如次矩分五十以除積矩萬得矩分二百

有矩分求次矩分以積矩爲實矩分爲法除之得次矩分

如矩分八十除積矩萬得次矩分百二十五

右卽廣袤互求之法方百者自乘其冪萬廣五十袤二百相乘其冪亦萬廣八十袤百二十五相乘其冪如之以冪爲實廣除之得袤袤除之得廣

句股第八術

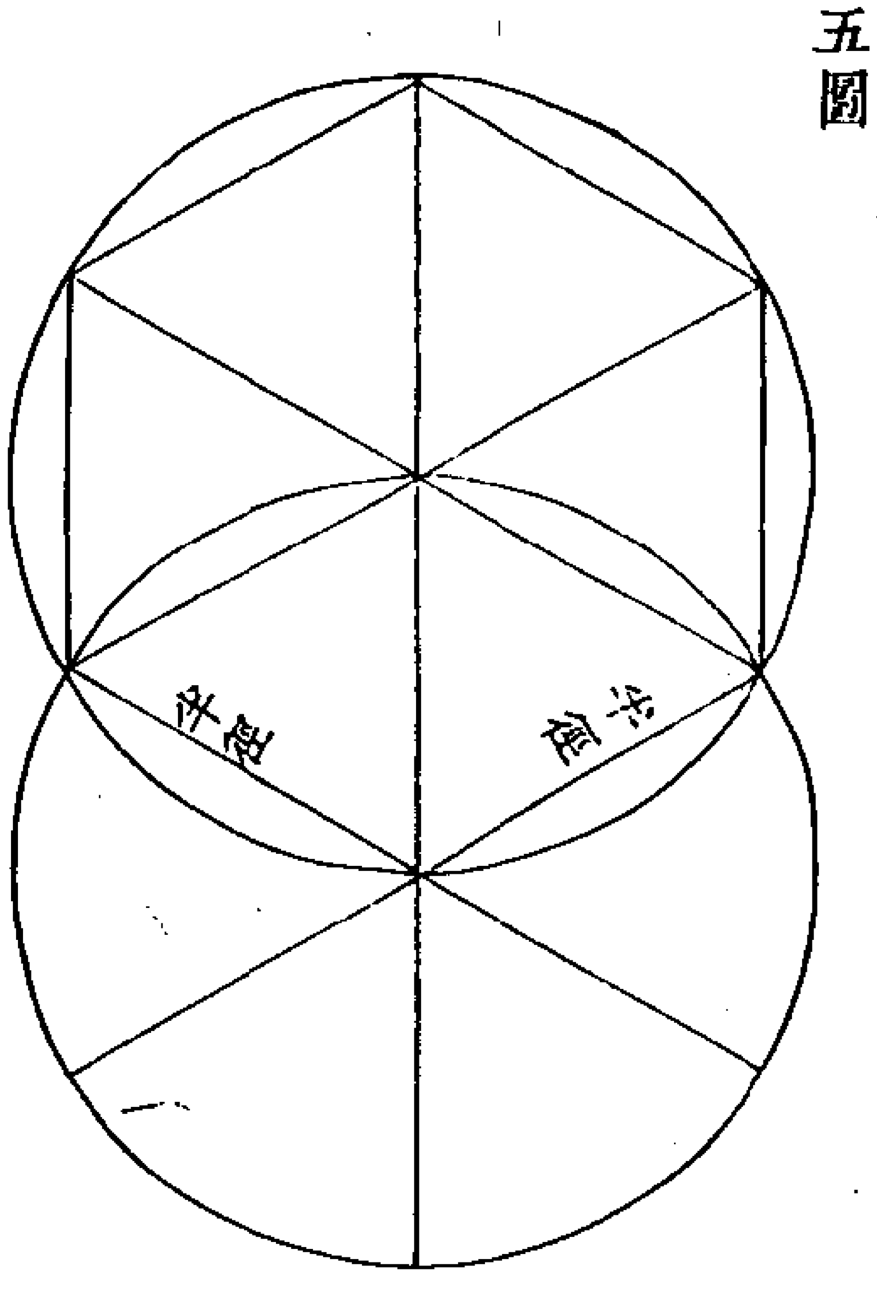
有矩分求徑引數以矩分之規限減一矩之規二十四限餘爲次弧（卽次半弧背）半之爲次弧之分弧取其矩分加於所有之矩分得徑引數

如垂綫値次矩分五十七分七強（仍有奇零曰強）其規限八爲次弧以次矩分除積矩得百七十三分二十萬算強（一分爲百萬算）其規限十六乃以次弧之半四取其矩分二十六分八弱（微不足曰弱）加於十六限之矩分得徑引數

圜周六分之其弧弦適圜半徑是故周三徑一者六觚之周也

圜周大於六觚之周爲六弧背與六弧弦之差

第十五圖

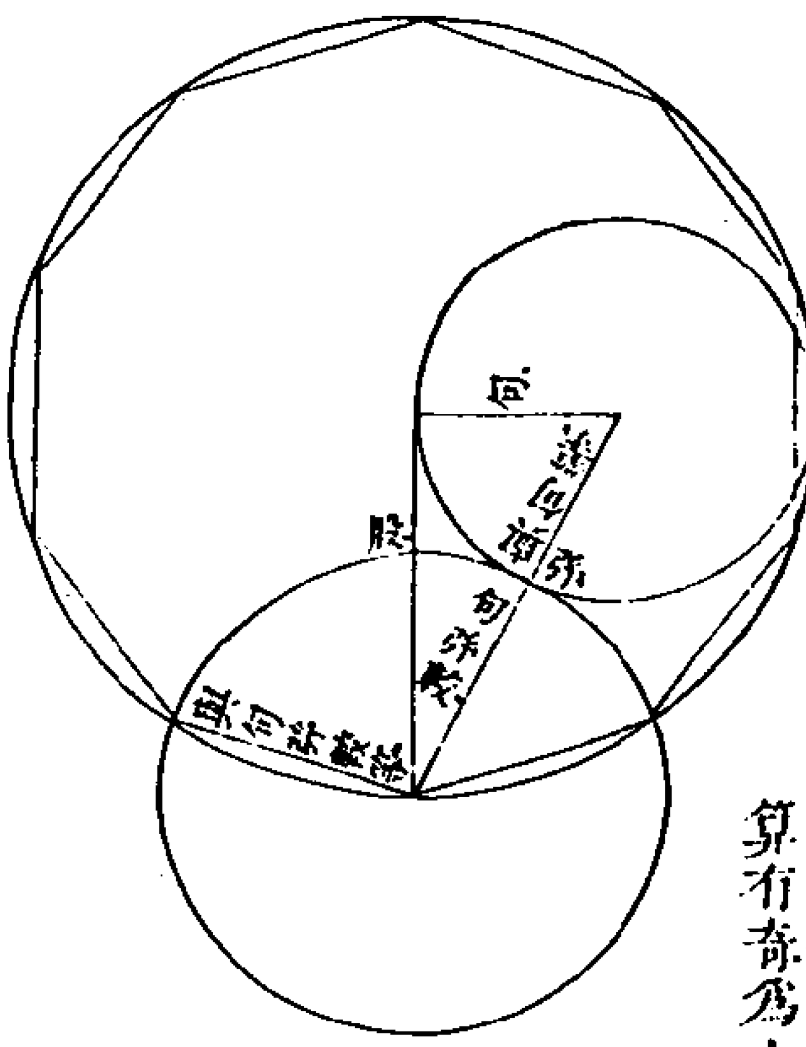


六觚之一面適得圜半徑並兩圜觀之其數顯然梅氏平三角舉要云劉徽祖沖之以割六弧起數趙友欽以四角起數割圜諸率皆自此出

圜半徑爲股。半之爲句。求其弦。句弦較十之。是爲十弧之周。

分圜周爲十弧。其弧弦半之爲四限八分之內矩分。即十九限。二分之次內矩分。立成三〇九〇一六九九半弱 合前六弧之率。其弧弦半之爲十八限之內矩分。即十六限之次內矩分。立成五〇〇〇〇適足 參以十二限之矩分次矩分相等。適圜半徑內矩分次內矩分亦相等。準前方內函圜圜內復函方之率。得內方徑半之爲十二限之內矩分及次內矩分。立成七〇七一〇六七八有奇 此推立成之根也

第十六圖



句股各自乘併之萬二千五百分爲弦實開方得弦百一十一分八十萬零三千三百九十八算有奇減句五十分餘六十一分八十萬零三千三百九十八算有奇爲十弧之弦

圜周之外內所成句股弦皆方數也隨徑隅所指割圜周成弧背皆圜限也限同則外內相應句股弦三矩通一爲率。外內相應句股弦三矩通一爲率。斯可以小大互權矣

小句	小股	小弦	表一
大句	大股	大弦	表二

句股第九術

凡句股弦小大互求必得其三則可以知其四以原有之兩矩定其率今有之一矩合而權之異乘同除 如前表隅表互權異名乘同名除凡用表倣此 得所求之一矩 吳曰古異乘同除今名三率者是也二率與三率異名相乘爲實一率與三率同名爲法除之得所求之數爲第四率凡四率可以迭更互求

小股與大句相乘小句除之得大股

小句與大股相乘小股除之得大句

大股與小句相乘大句除之得小股

大句與小股相乘大股除之得小句 已上句與股互求

小弦與大句相乘小句除之得大弦

小句與大弦相乘小弦除之得大句

大弦與小句相乘大句除之得小弦

大句與小弦相乘大弦除之得小句 已上句與弦互求

小弦與大股相乘小股除之得大弦

小股與大弦相乘小弦除之得大股

大弦與小股相乘大股除之得小弦

大股與小弦相乘大弦除之得小股已上股與弦互求

割圜之法盡於句股互權如句三股四句六股八小大同限也以小句三為廣以大股八為袤其羃二十四以小股四為廣大句六為袤其羃亦二十四故三除之得八八除之得三四除之得六六除之得四又如句三股四弦五句弦較二句弦和八股弦較一股弦和九二與四四與八成句股小大同限也以小句二為廣以大股八為袤其羃十六以小股四與大句四成方面其羃亦十六故二除之得八八除之得二

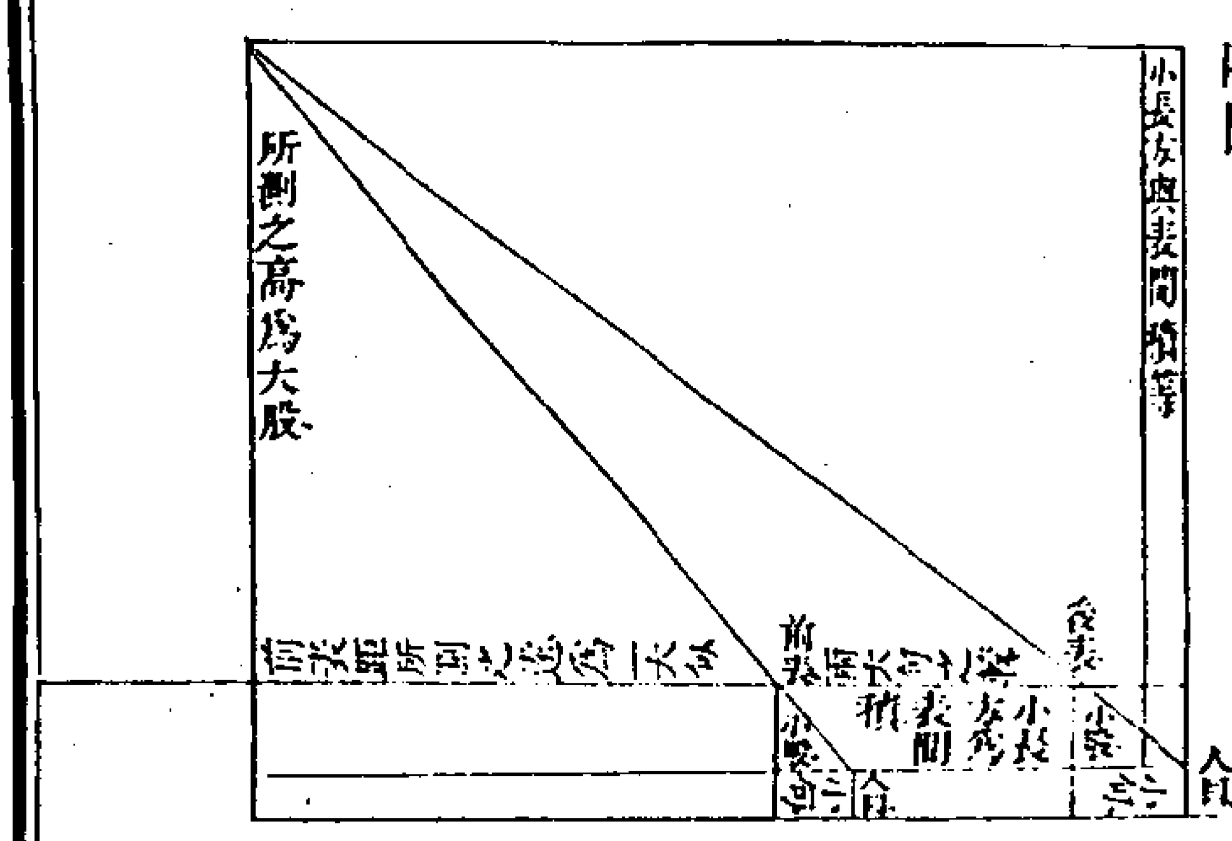
四除之得四四開方亦得四一與三三與九成句股小大同限也以小句一為廣大股九為袤其羃九以小股三大句三成方面其羃亦九故一除之得九九除之得一三除之得三三開方亦得三此古算家句股測望用異乘同除小大互求之故在乘除本法如一人出粟三斛計三人共出粟若干以三斛與三人相乘得九斛論異乘同除為原有之一人出粟三斛定其率今有之三人以其率率之當以三與三乘以一除凡除遇一則省除故一乘而得又如三人共分粟九斛計一人得粟若干以三人除九斛得三斛論異乘同除為原有之三人共得粟九斛定其率今有之一人以其率率之當以九與一乘以三除凡乘遇一則省乘故一除而得益異乘同除之於乘除本法非有更端則句股之小大互求於乘除本法亦非有更端凡或乘或除皆函小大互求及廣袤之羃此至明淺易知者然神而明之極步算之巧平圜渾圜之變不出此矣

吳曰凡準望於表長減人目高以乘表距所測處之遠人目去表之數除之加表得所測之高即小股乘

大句小句除之得大股也若重測於表長減人目高以乘兩表閒前後表相去之數古人謂之表閒積人目前後去表兩數相減為較除之加表得所測之高此小股乘兩大句之較兩小句之較除之得大股也若以人目去前表之數或去後表之數乘表閒人目前後去表兩數較除之得前表或後表距所測處之遠此任以一小句乘兩大句之較兩小句之較除之各得其一大句也凡表為小股人目去前後表各為一小句其較為兩小句之較所測高為大股前後表距所測處各為一大句兩表閒為兩大句之較其前後各成同

限之大小句股故能以小知大迭更互求無所不通高深廣遠一理皆句股比例之一端附論之

附圖

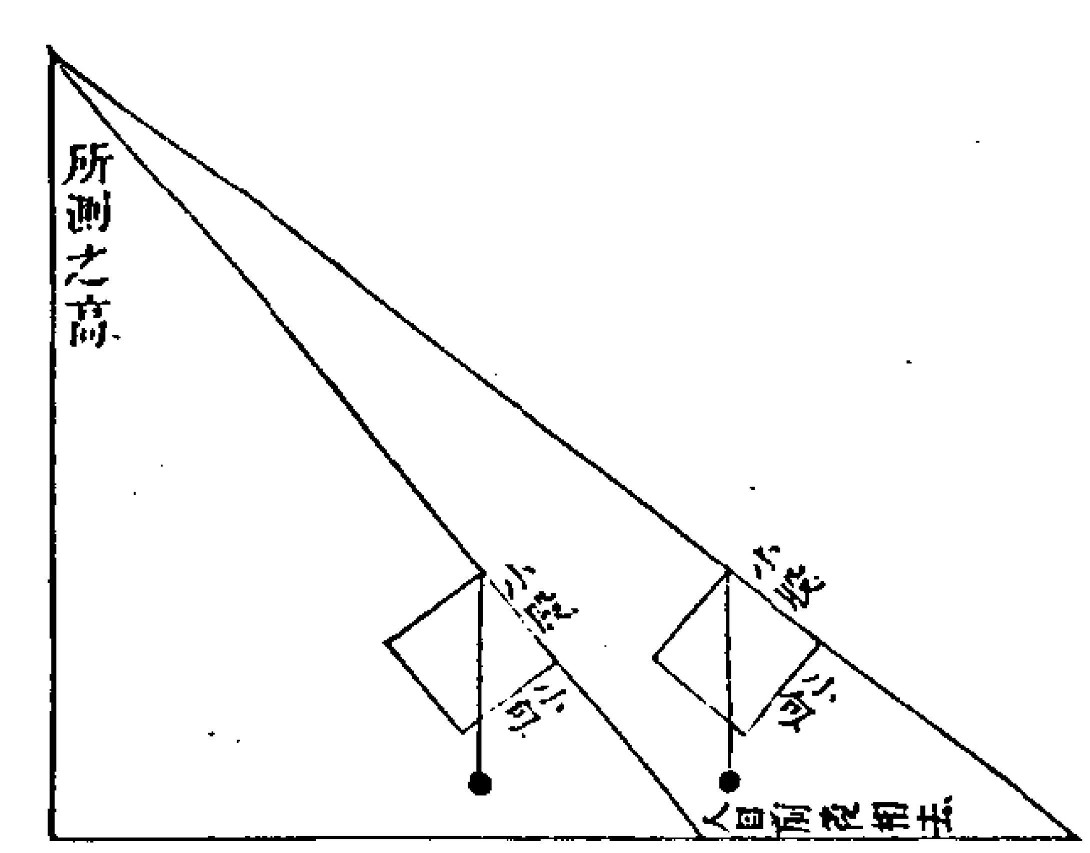


如隔水測其崖高前表臨水後表退三丈一尺九寸有半表長去水面一丈五尺人目高五尺去前表八尺後表一丈二尺五寸睇望之表端與所測之高齊於表長減人目高餘一丈是爲兩小股以乘兩表閒得三萬一千九百五十寸是爲表閒積即小股乘兩大句之較所得數也以前後人目去表之數相減餘四尺五寸即兩小句之較也以除表間積得大股七丈一尺加表長得崖高去水面八丈六尺

人目去前表八尺是爲一小句以乘大股七十一尺得五百六十八尺以小股十尺除之得大句五丈六尺八寸爲水面之闊

若以前表八尺乘表閒三十一尺九寸五分得二百五十五萬六千分以兩小句之較四尺五寸除之得大句亦同

附圖



此用準望之矩不必立表如上所測置兩桼桼上偃矩睇望之度兩矩設垂綫處去地五尺爲人目高其相去三丈六尺四寸有半前測垂綫值矩分八十後測垂綫值次矩分八十以次矩分除積矩得矩分百二十五矩之百分爲小股兩矩分爲兩小句相減餘四十五爲兩小句之較以小股百乘兩矩相去三丈六尺四寸五分得三十六萬四千五百分以兩小句之較四十五除之得大股八百一十分加人目去地五尺得崖高八丈六尺前測矩分八十是爲一小句以乘大股八百一十分得六萬四千八百分以小股百分除之得一大句六丈四尺八寸此前測遠水八尺也若以前測矩分八十乘兩矩相去三丈六尺四寸五分得二十九萬一千六百分以兩小句之較四十五除之得大句六丈四尺八寸亦同

弧之外內其句股弦平行觀之成同限之句股三

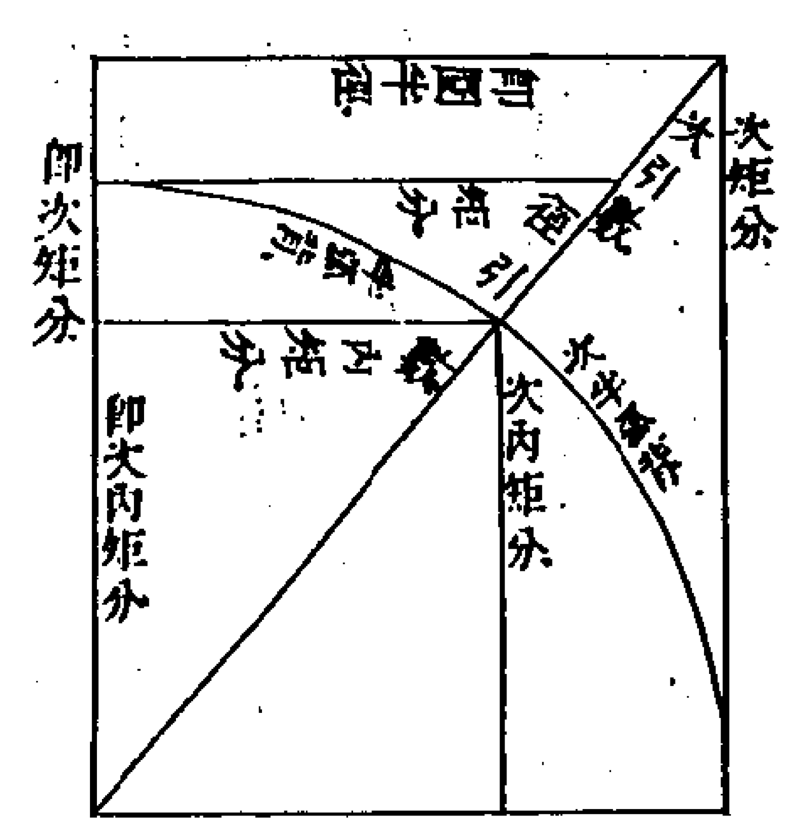
句	股	弦
內矩分	次內矩分	徑隅
矩分	圜半徑	徑引數
圜半徑	次矩分	次引數

表一 表二 表三

半弧背次半弧背其在一矩之規其句股弦平行相應合二爲一故可以迭更互求凡句股弦三者平行則必同限

圜半徑徑隅適得矩之百分不待求而得用之求他數且免乘除之煩

第十七圖



凡圜半徑內減次內矩分卽半弧背之矢減內矩分卽次弧背之矢半弧背次半弧背之名至是則矩分次矩分等之名亦變而是矣曰是記之矩分內矩分徑引數八綫表名正切正弦正割其次矩分次內矩分次引數八綫表名餘切餘弦餘割合正矢餘矢成八綫

句股第十術

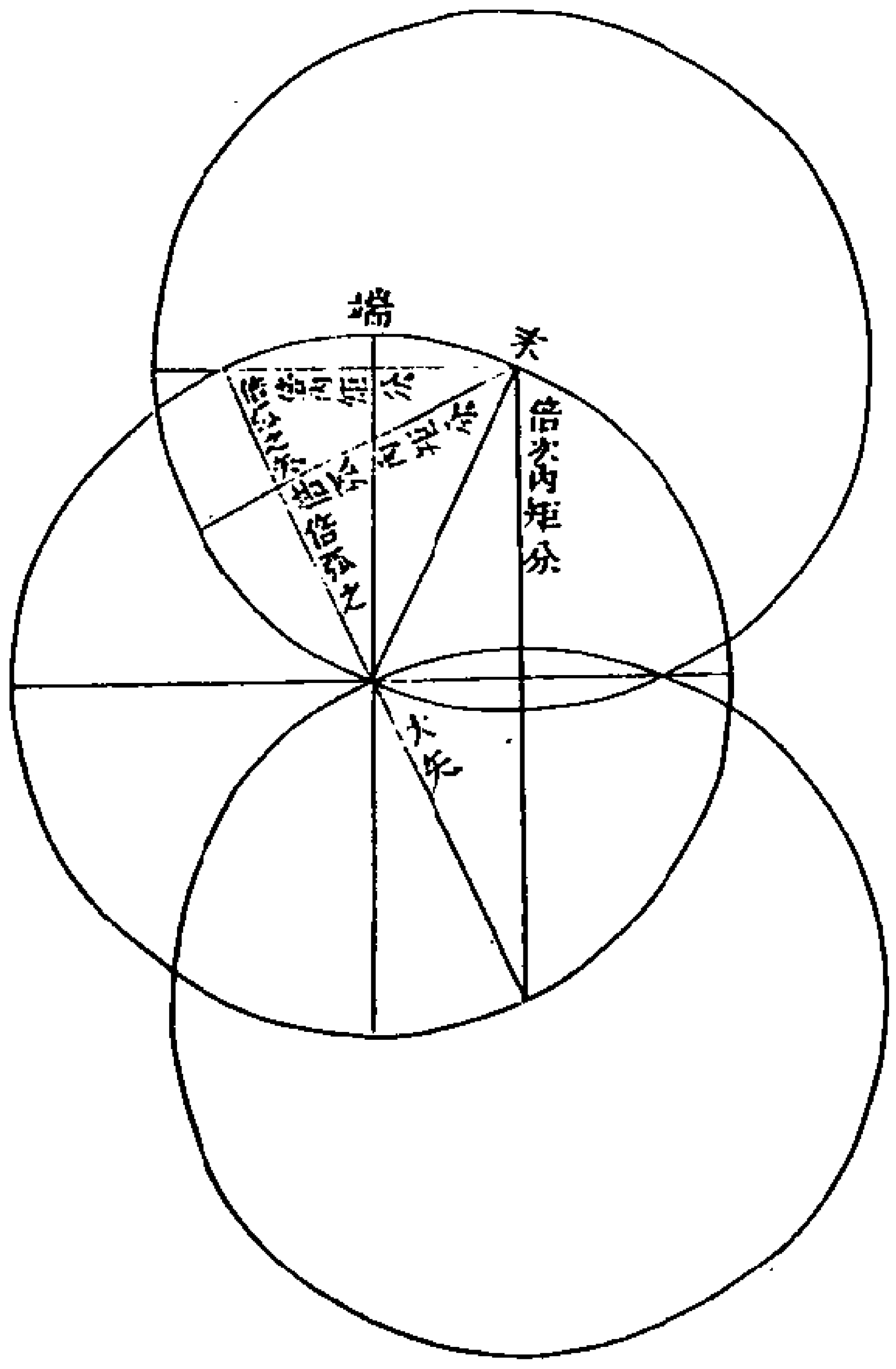
立成三句股互求內矩分求次內矩分及求大小矢已見前第六術內矩分減圜半徑得次弧背之矢以加圜半徑得次弧背之大矢小矢大矢相乘開方得次內矩分若先有次內矩分減圜半徑則得矢以加圜半徑得大矢小矢大矢相乘開方得內矩分有次內矩分有內矩分求矩分以圜半徑乘內矩分次內矩分除之得矩分有內矩分有次內矩分求次矩分以圜半徑乘次內矩分內矩分除之得次矩分若積矩爲實卽圜半徑與徑隅相乘之數次內矩分除之得徑引數內矩分除之得次引數其互求省除者有內矩分有徑引數求矩分以內矩分乘徑引數徑隅除之得矩分有次內矩分有次引數求次矩分以次內矩分乘次引數以徑隅除之得次矩分有次引數有矩分求徑引數以次引數乘矩分圜半徑除之得徑引數有徑引數有次矩分求次引數以徑引數乘次矩分圜半徑除之得次引數

如前六觚之率得十六限之次內矩分五〇〇〇〇〇〇〇以減圜半徑萬萬算得矢五〇〇〇〇〇〇〇此五千萬也後凡列立成倣此以加圜半徑得大矢一五〇〇〇〇〇〇〇小矢大矢相乘爲實開方得內矩分八六六〇二五四〇圜半徑乘內矩分次內矩分除之得矩分一七三二〇五〇八一又以積矩爲實次內矩分除之得徑引數二〇〇〇〇〇〇〇〇內矩分除之得次引數一一五四七〇〇五四以次內矩分乘次引數徑隅除之得次矩分五七七三五〇二七前表內求內矩分次內矩分者各四求矩分次矩分徑引數次引數者亦各四凡二十有四擇其省便於算者用之術內不盡列也後凡術所不列而具於表者倣此內矩分次內矩分倍其數合倍弧之弦矢成同限之句

股三

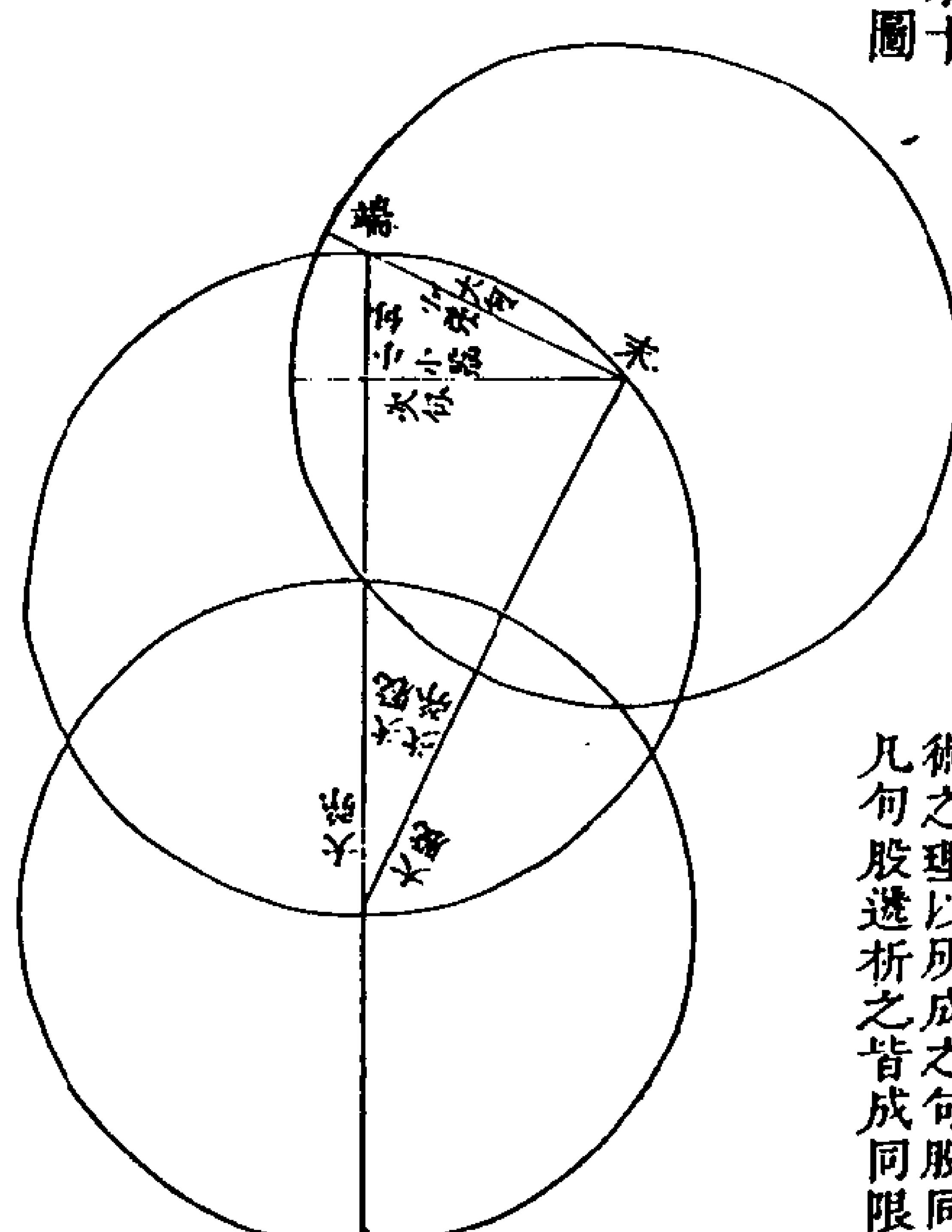
	句	股	弦
表一	內矩分	次內矩分	徑隅
表二	矩分	圜半徑	徑引數
表三	圜半徑	次矩分	次引數
表四	倍內矩分	倍次內矩分	圜徑
表五	倍弧內矩分	倍弧之大矢	倍次內矩分
表六	倍弧之矢	倍弧內矩分	倍內矩分

第十八圖



凡句股之限必自圜之中心割圜得之若自圜周割圜則成倍限半之乃得其限

第十九圖



卽前圖轉觀之凡矢與內矩分爲句股必得其規限之半前第四第五第六三術之理以所成之句股同限故可互求

凡句股遞析之皆成同限之句股

矢與圜半徑成方冪半之分弧內矩分之方也

凡大小矢相乘必與內矩分自乘等矢爲句內矩分爲股又以內矩分爲句大矢爲股其句股同限矢自乘內矩分自乘併之必與矢乘圜徑等是爲分弧內矩分倍之所自乘方冪矢爲句內矩分爲股分弧內矩分倍之爲弦則分弧內矩分自乘必得其四之一凡方面倍冪必四倍矢乘圜半徑卽矢乘圜徑之半故半之與分弧內矩分自乘等合前第四第五第六三術及第六第七第十八十九四圖觀之其理數可以互明

減次矩分於次引數其較爲分弧之矩分

若減矩分於徑引數則其較爲次半弧背之分弧矩

分合前第八術及第十四圖觀之其理數可以互明

句股第十一術

求分弧內矩分及次內矩分以矢與圜半徑相乘半之開方得分弧之內矩分以內矩分與分弧之內矩分相乘矢除之得分弧之次內矩分既得分弧之內矩分次內矩分用前第十術悉得諸數或以圜徑乘分弧之內矩分卽分弧之內矩分倍之與圜半徑相乘之數內矩分除之得分弧之徑引數若矢除之則得分弧之次引數其互求省算者以次矩分與次引數相減得分弧之矩分若矩分與徑引數相減則得次半弧背之分弧矩分

如十二限之內矩分次內矩分相等並七〇七一〇六七八以減圜半徑得矢二九二八九三二一與圜半徑相乘半之爲實開方得六限之內矩分三八二六八三四三又以十二限之內矩分與六限之內矩分相乘爲實十二限之矢爲法除之得六限之次內矩分九二三八七九五三又如十二限之矩分次矩分相等適滿圜半徑其徑引數次引數亦相等以次矩分一〇〇〇〇〇〇〇與次引數一四一四二一三五六相減得六限之矩分四一四二一三五六

句股第十二術

求倍弧內矩分及次內矩分以內矩分與次內矩分相乘倍之爲實卽內矩分乘倍次內矩分之數徑隅除之得倍弧內矩分若內矩分自乘倍之爲實卽內矩分乘倍內矩分之數徑隅除之得倍弧之矢減矢於圜半徑得倍弧之次內矩分

如二限之內矩分一三〇五二六一九與次內矩分九九一四四四八六相乘倍之爲實徑隅除之得四限之內矩分二五八八一九〇二又以二限之內矩分自乘倍之爲實徑隅除之得四限之矢三四〇七四一三以減圜半徑餘九六五九二五八七爲四限之次內矩分

小大兩弧之和較互權也小弧次內矩分以爲弦兩弧和較之內矩分半和爲之句次內矩分半和爲之股小弧內矩分以爲弦兩弧和較之次內矩分半較爲之句內矩分半較爲之股有大弧互權之率若大弧次內矩分以爲弦兩弧和較之內矩分半較爲之句次內矩分半和爲之股大弧內矩分以爲弦兩弧和較之次內矩分半較爲之句內矩分半和爲之股有小弧互權之率

句	股	弦	
大弧內矩分	大弧次內矩分	徑隅	表一
兩弧和較內矩分半和	兩弧和較次內矩分半和	小弧次內矩分	表二

兩弧和較（次內矩分半較）　兩弧和較（內矩分半較）　小弧（內矩分）　三表

句　股　弦

小弧（內矩分）　小弧（次內矩分）　徑隅　一表

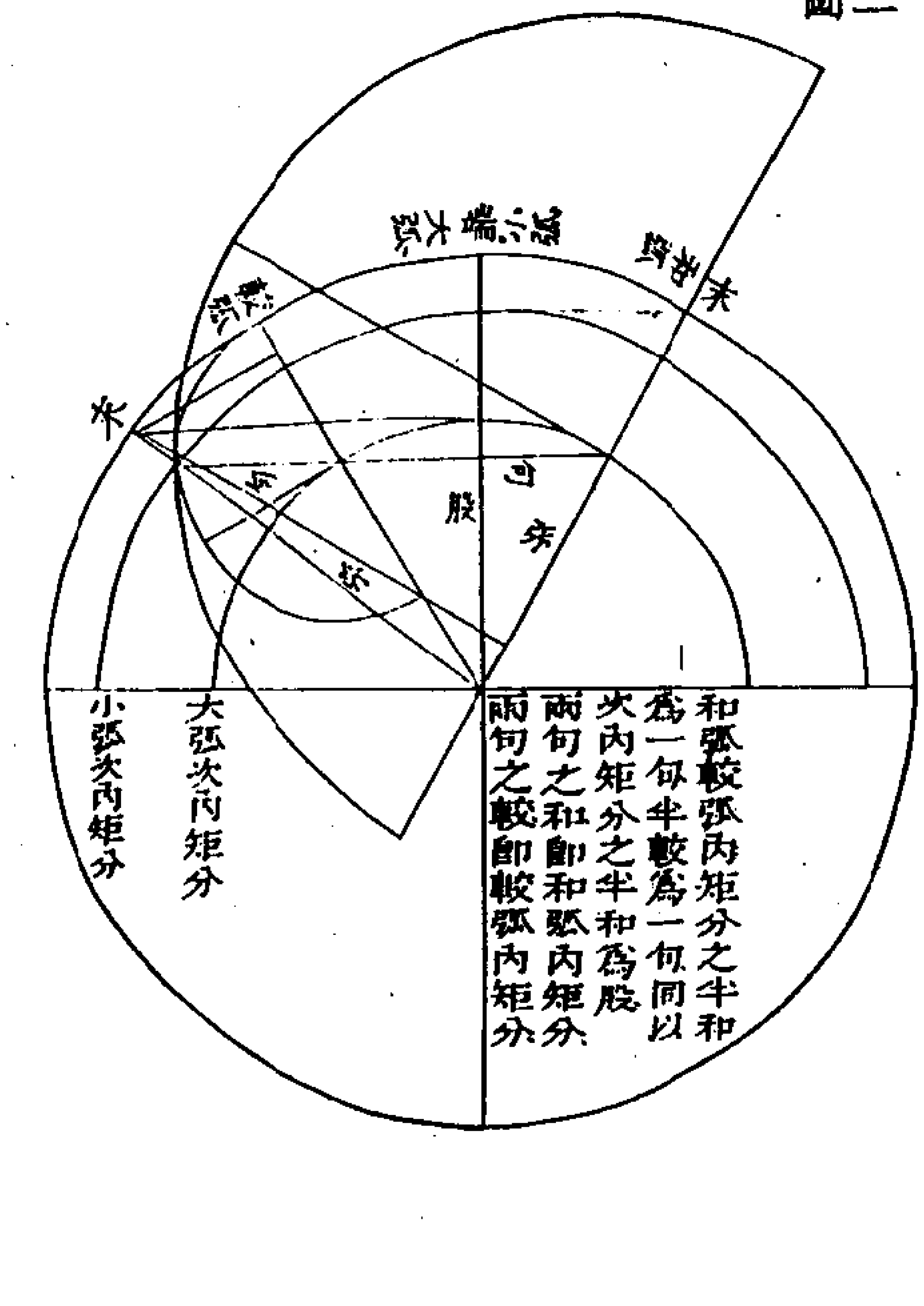
兩弧和較（內矩分半較）　兩弧和較（次內矩分半和）　大弧（次內矩分）　二表

兩弧和較（次內矩分半較）　兩弧和較（內矩分半和）　大弧（內矩分）　三表

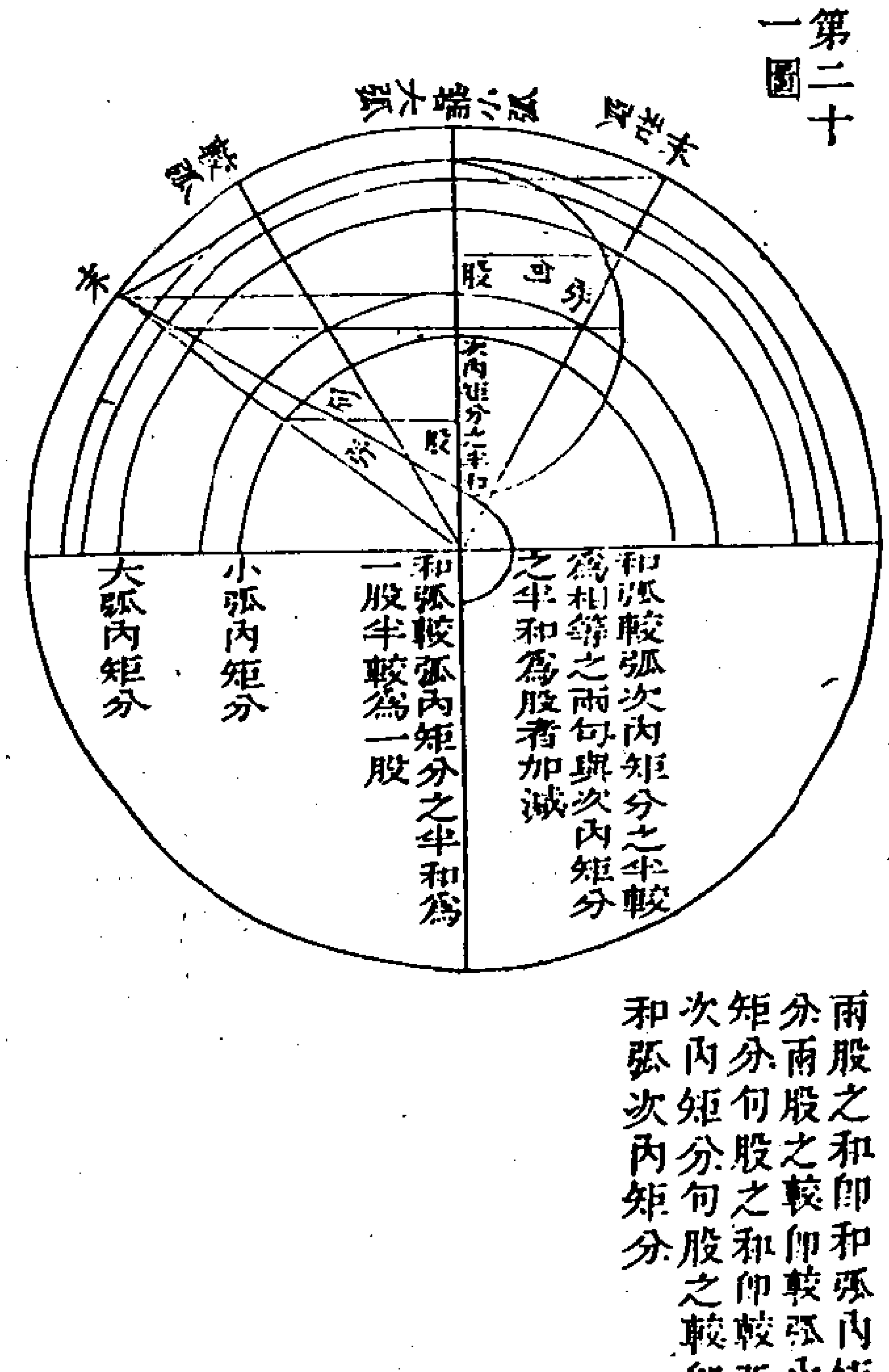
小弧次內矩分爲弦以大弧權之所得之句即和弧較弧之內矩分半和大弧次內矩分爲弦以小弧權之所得之句即和弧較弧之內矩分半較故兩句之和即和弧內矩分兩句之較即較弧內矩分小弧內矩分爲弦以大弧權之所得之句即和弧較弧之次

內矩分半較小弧次內矩分爲弦以大弧權之所得之股即和弧較弧之次內矩分半和故句與股之和即較弧次內矩分句與股之較即和弧次內矩分或大弧內矩分次內矩分爲弦以小弧權之所得之句股同

第二十圖



第二十一圖



句股第十三術

有大小兩弧求其和弧較弧內矩分及次內矩分以大弧內矩分與小弧次內矩分相乘徑隅除之得和弧較弧內矩分之半和以大弧次內矩分與小弧內矩分相乘徑隅除之得和弧較弧內矩分之半較加半較於半和爲和弧內矩分減半較於半和爲較弧內矩分

以大弧內矩分與小弧內矩分相乘徑隅除之得和弧較弧次內矩分之半較以大弧次內矩分與小弧次內矩分相乘徑隅除之得和弧較弧次內矩分之

半和加半較於半和爲較弧次內矩分減半較於半和爲和弧次內矩分

如八限之內矩分五〇〇〇〇〇〇〇與六限之次內矩分九二三八七九五二相乘徑隅除之得四六一九三九七六四六爲十四限及二限之內矩分半和以八限之次內矩分八六六〇二五四〇與六限之內矩分三八二六八三四三相乘徑隅除之得三三一四一三五七二八爲十四限及二限之內矩分半較兩數相加得十四限之內矩分七九三三五三三三四相減得二限之內矩分一三〇五二六一九又

圜周三百八十四限限十分分十萬算謂之規限割圜法也周百度度六十分分六十秒滿萬算成一度謂之刻度赤道法也周三百六十五度二萬四千二百三十二分滿百萬算成一度謂之日度黃道法也日度以經歲爲之準視歲印用規度平歲實算變日度則得氣朔日躔變刻度則得黃赤遍分有規限求日度者以日度乘規限除百日

以八限之內矩分與六限之內矩分相乘徑隅除之得一九一三四一七一五五爲十四限及二限之次內矩分半較以八限之次內矩分與六限之次內矩分相乘徑隅除之得八〇〇一〇三一四二三爲十四限及二限之次內矩分半和兩數相加得二限之次內矩分九九一四四四八六相減得十四限之次內矩分六〇八七六一四三既得二限用求分弧術得一限及半限諸數又用十觚之率得四限八分諸數以與四限爲和較得八分及八限八分以半限與八分得三分及一限三分以三分與五分得二分以

二分三分得一分或用求倍弧術或用和較術各限分之立成靡不得矣

弧之外內句股弦終於一矩之規方圜之致備矣

半弧背適一矩之規者矢與半弧弦適滿圜半徑而無矩分等諸數亦無次半弧背凡規限之有諸數者必不滿一矩之規凡內矩分次內矩分皆不滿圜半徑

圜周九十六限限十分分七十五秒謂之規限赤道法也周三百六十五度二萬四千二百三十二分滿百萬算成一度謂之日度黃道法也日度以經歲爲

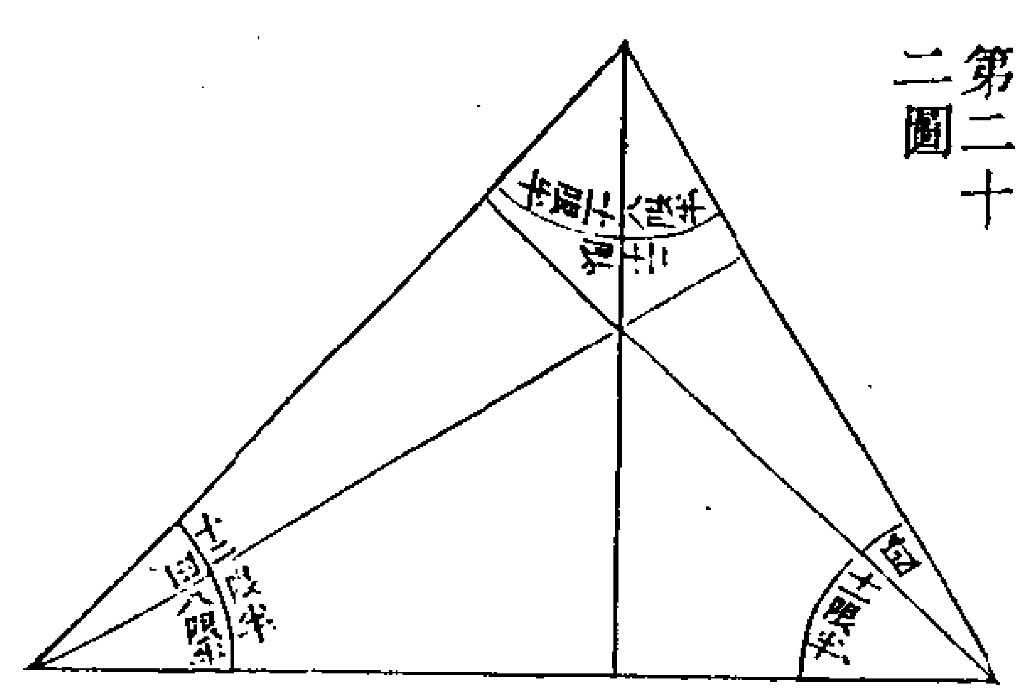
度求規限者規限乘日度除刻度與日度規
限互求亦然
規限半之百九十二限爲圜半周又半之九十六
限爲一矩之規推步家謂之象限在刻度以
度言二十五度以分言二千五百分以秒言萬分
秒在日度則九十一度三十一萬零五百八十算又
半之四十八限應分至啟閉之衡曰衡限在
刻度以度言十二度五十算以分言七百五十分以
秒言九千秒在日度則四十五度六十五萬五千
二百九十算六分圜周之一凡六十四限在刻度
以分言通千分半之三十二限爲一宮又半之
十六限應中氣節氣之策曰策限在刻度
以分言二百五十分以秒言通三千秒在日度
十五度二十一萬八千四百三十算故規限求刻
度以二十五乘以九十六除若求其分秒以千乘
以六十四除則得分以三千乘十六除則得秒有
規限求日度以千五百二十一萬八千四百三十乘
以十六除刻度日度求規限乘除易刻度
日度以三萬六千五百二十四萬二千三百二十
乘以百除其刻度若干分求日度以六千來
八十七萬三千七百二十乘以千除刻度
秒求日度以五百卅七萬二千八百一十
十除

之準經歲即平歲實用規限立算得晝夜刻分變日度則得氣朔日躔有規限求日度者以日度乘規限除有日度求規限者規限乘日度除

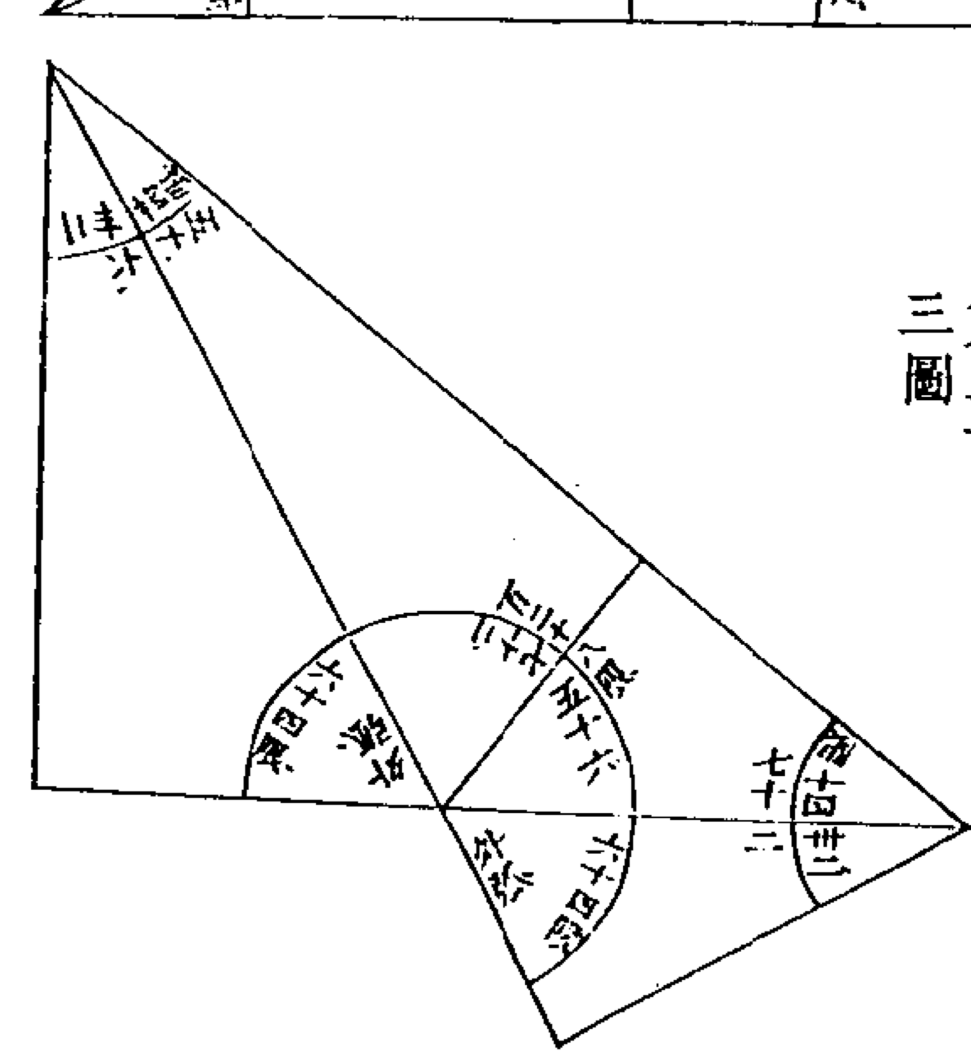
規限半之四十八限爲圜半周又半之二十四限爲一矩之規推步家謂之象限又半之十二限應分至啟閉之衡曰衡限六分圜周之一凡十六限半之八限爲一宮又半之四限應中氣節氣之策曰策限在日度十五度二十一萬八千四百三十算故規限求日度以千五百二十一萬八千四百三十乘以十六除日度求規限乘除互易

凡同限互權之率句股之大恒也句股應矩之方變而三弧不應矩之方以句股御之截爲句股六而同限者各二三三交錯是以展轉互權半弧背過一矩之規以減圜半周而得外弧三弧句於句股吳曰今之銳角截其內吳曰凡銳角用本角弧度三弧一倨於句股吳曰今之二鈍角一銳角引而截其外吳曰惟鈍角用外角弧度

第二十二圖



第二十三圖



古割圜法書闕失傳授時歷草有弧矢割圜圖主於共半弧背之句股小大互求實足以盡割圜之理凡小大可互求者未有非共半弧背者也近人殫精此學如梅定九薛儀甫諸家兼通西洋之說有八綫表平三角弧三角等法雖別立名目於古之句股弧矢不異惜譯書時欲張其說凡一語可該必衍爲千百言多其端緒使觀之者目眩而莫測其涯涘又諱言立法之本出於句股弧矢轉謂句股不能御三角三角能御句股以梅氏考論之詳於平三角舉要論三角形用正弦爲比例之理凡爲圖者十而不能知其

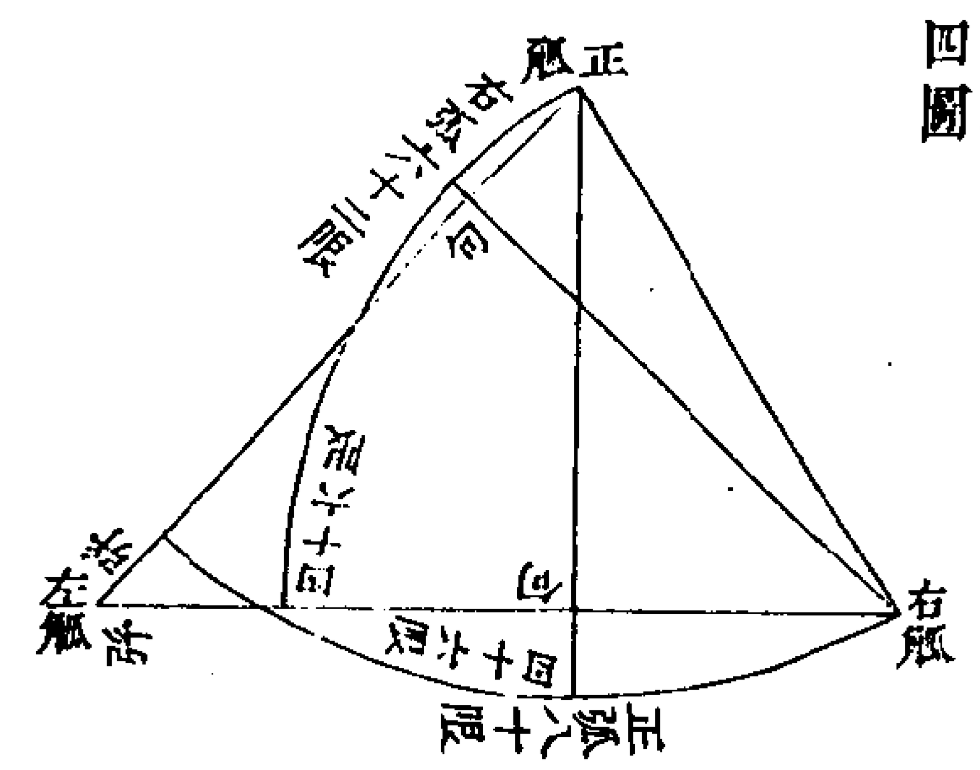
爲共半弧背之句股其他大抵類此
所知之距爲弦其對弧之規限內矩分爲之股所測之
距爲弦測知之規限內矩分爲之股
凡矩分與徑引數爲句與弦內矩分與徑隅爲句與
弦徑隅恒等而內矩分不等故以內矩分當截三弧
爲六句股之距而與弧之對距成句股兩內矩分爲
句兩對距爲弦猶之截兩弧之距爲句兩對距爲弦
也兩徑隅如一適當三弧之餘一距兩內矩分爲句
徑隅爲弦猶之餘一距爲弦也若兩徑引數小大不
等不可齊之如一以當一距徑引數等則矩分必隨

之而等與截三弧之距小大不等者不相應矣故不
可以矩分互權

句此測器立成之數	句此所準望之實數	弦此準望所測	
正弧內矩分	截右弧之距	對正弧之距	表一
右弧內矩分	截正弧之距	對右弧之距	表二
正弧內矩分	截左弧之距	對正弧之距	表一
左弧內矩分	截正弧之距	對左弧之距	表二
右弧內距分	截左弧之距	對右弧之距	表一
左弧內矩分	截右弧之距	對左弧之距	表二

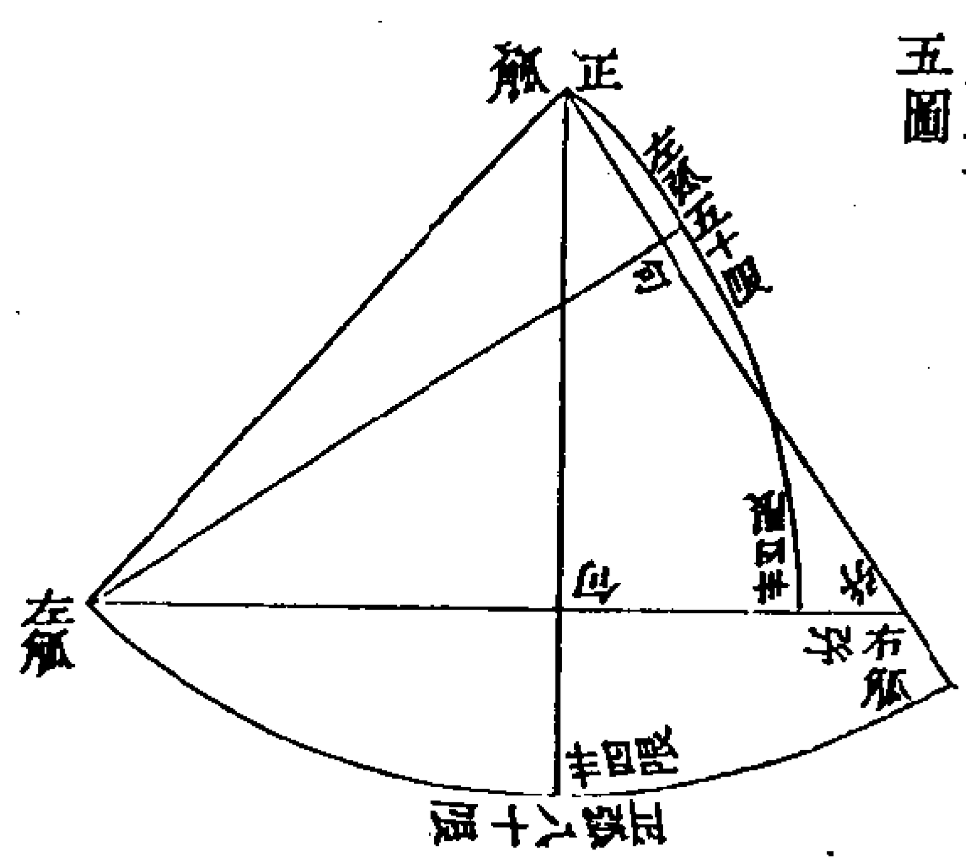
表所列者分互求之率三明同限之句股各三也

第二十四圖



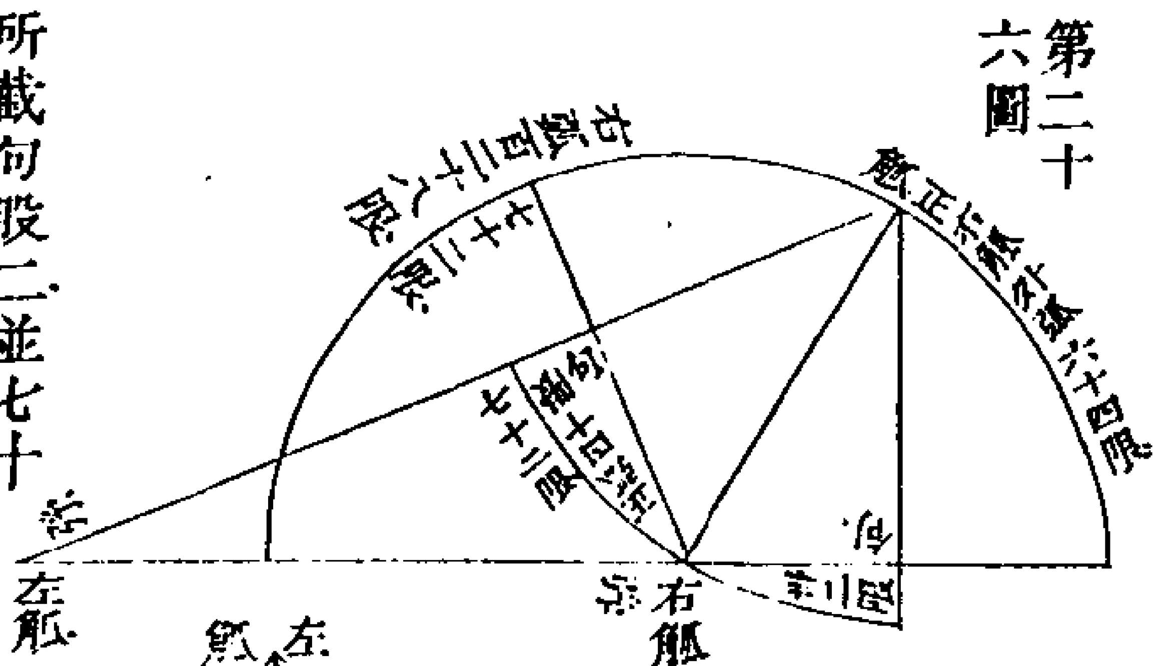
所截句股二並四十六限

第二十五圖



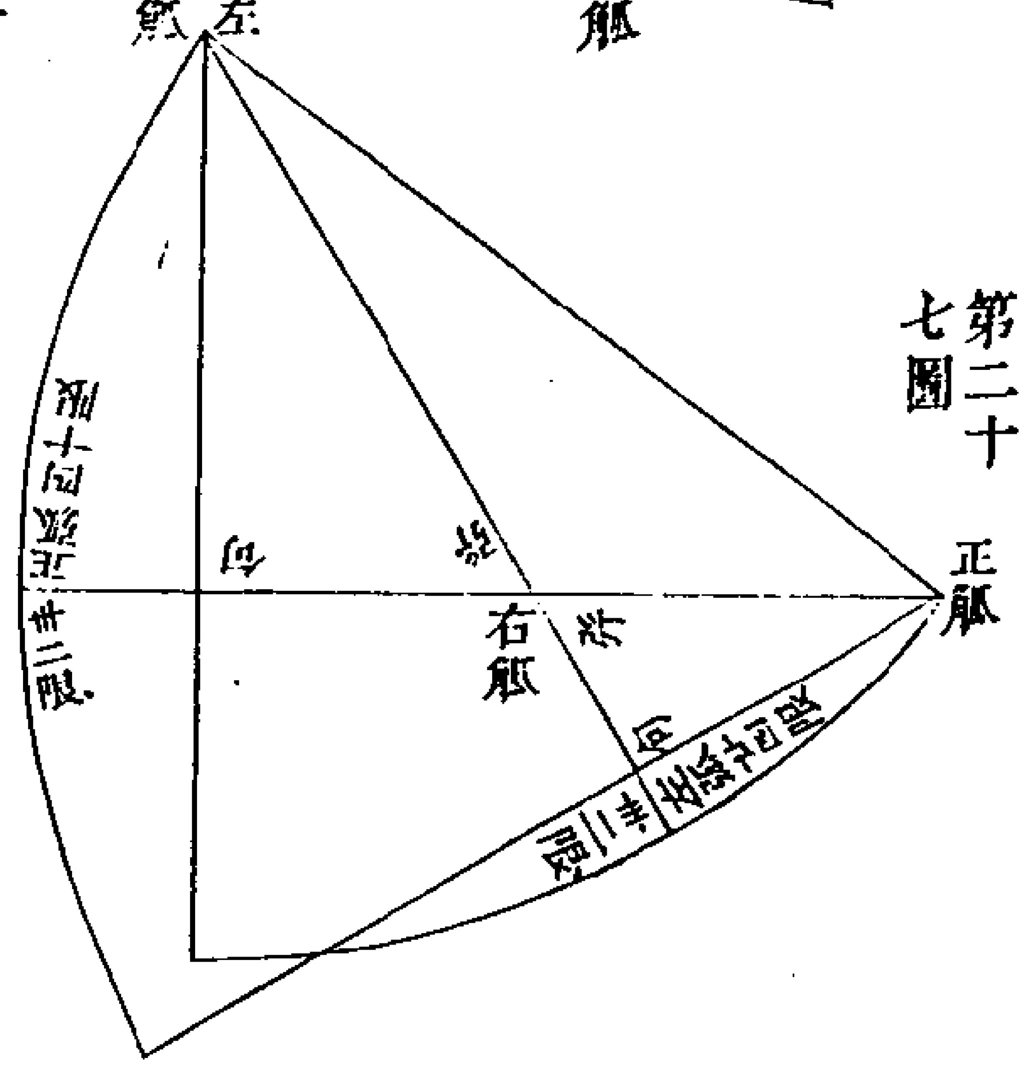
所截句股二並三十四限

第二十六圖



所截句股二並七十二限

第二十七圖



所截句股二並三十二限

凡準望度兩測之距及兩測所得規限求距所準望之遠成三距三弧兩測相距與兩測各距所準望處而三兩測爲兩弧所準望處對兩測之距爲一弧亦合之而三凡三弧之規限併之適圜半周故測知兩弧規限則知其三凡弧之規限內矩分各與對距相應故必以相對之弧與距定其率然後以餘弧之規限內矩分各與所對之距互求

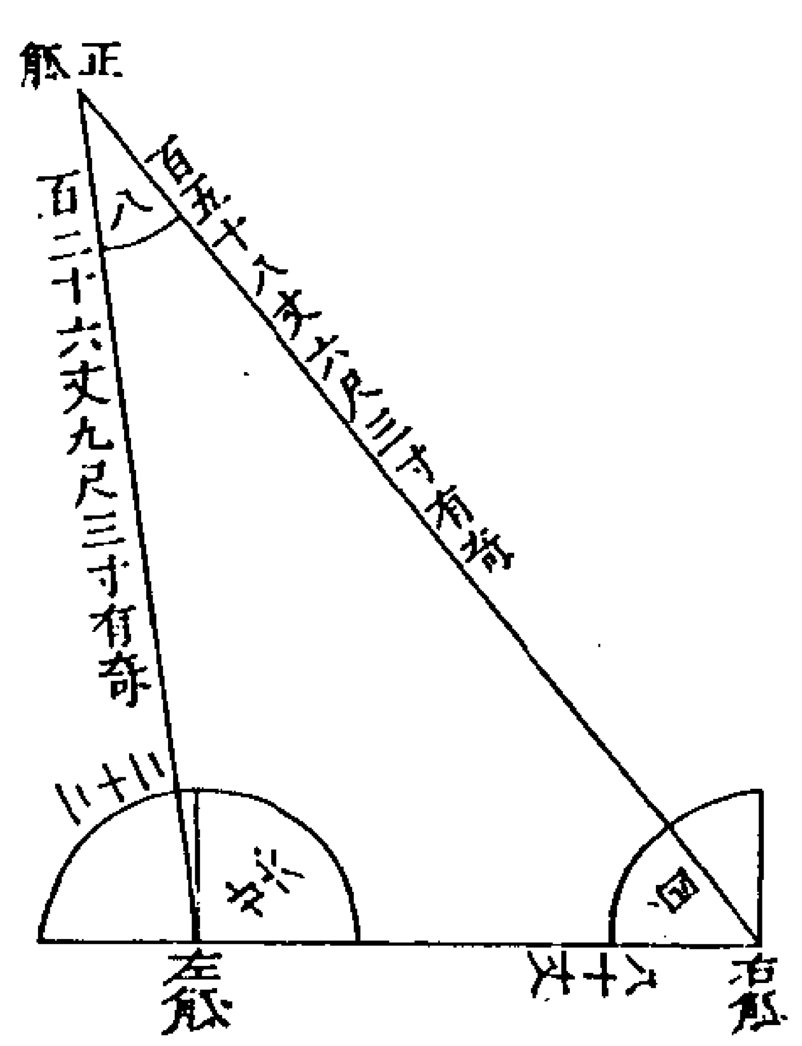
凡倨於句股之一弧其規限過一矩之規用外弧內矩分互求之率同三弧或用內弧或用外弧皆以對所知之距爲正弧規限爲正弧其距爲對正弧之距餘兩弧爲對所求兩距之弧若以距求弧則其距爲對所求一弧之距

句股第十四術吳曰今名兩角夾一邊求餘角餘邊所知之兩角不夾所知之一邊術同

有正弧及對正弧之距有對所求一距之弧規限求其距以對所求一距之弧規限內矩分乘對正弧之距正弧內矩分除之得所求之距

如前測窺衡指二十二限爲左弧之外弧右移八十丈窺衡指十四限爲右弧之弧以外弧二十二減圜半周四十八限餘二十六限爲左弧之弧合左右弧共四十以減圜半周餘八限是爲正弧之弧以右弧十四限內矩分七九三三五三三四與對正弧之距八十丈相乘得六三四六八二六七二〇爲實以正弧八限之內矩分五〇〇〇〇〇〇〇除之得一二六九三六五三四四爲左弧距所測之遠百二十六丈九尺三寸六分有奇若左弧之外弧二十二限內矩分九九一四四四八六與八十丈相乘得七九三一五五八八八〇爲實以正弧八限之內矩分除之得一五八六三一一七七六爲右弧距所測之遠百五十八丈六尺三寸一分有奇

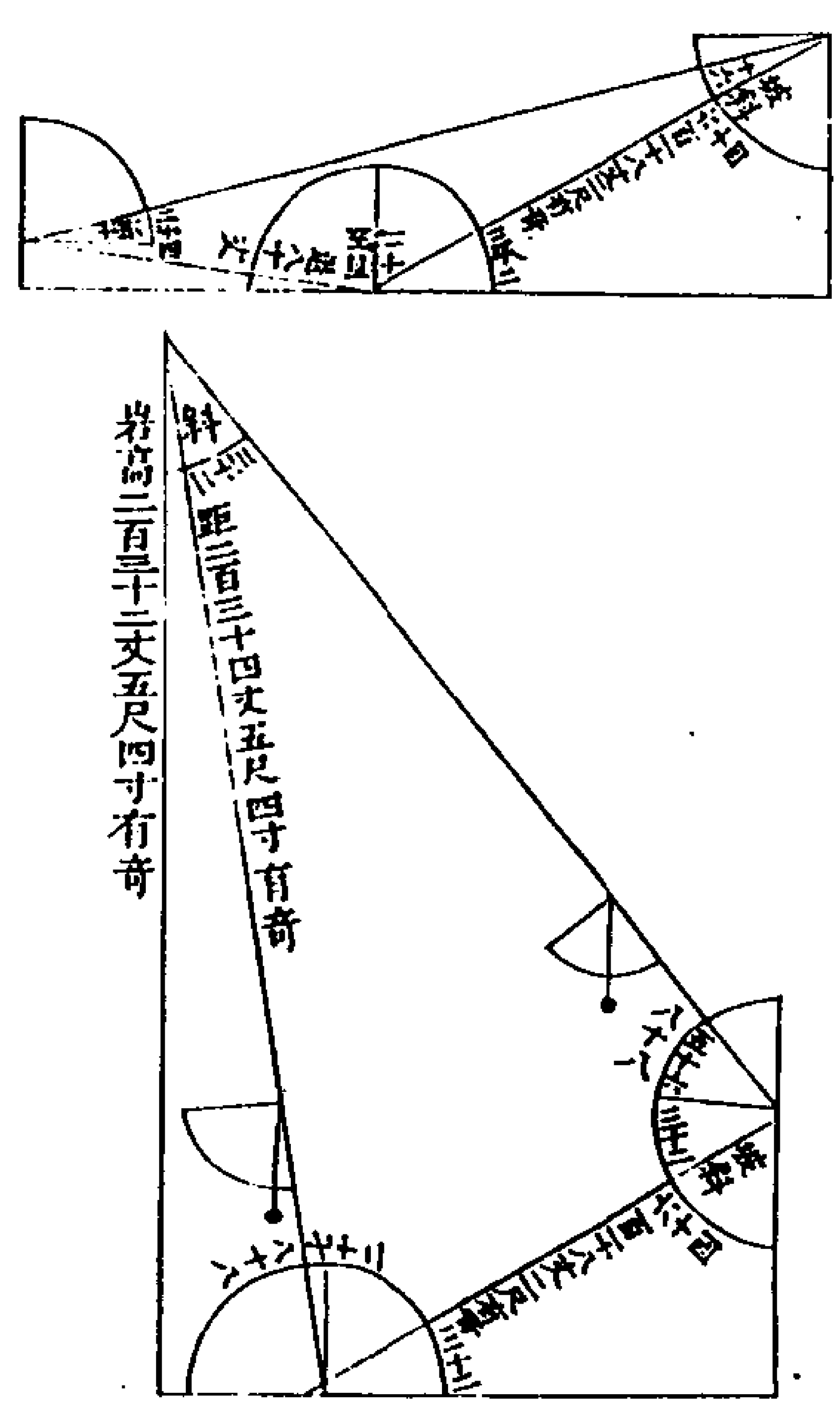
附圖



如斜坡下測坡之高得高弧八限退八十丈於對坡
測之得高弧四限其地高於前測二限以加前後測
得後測之弧六限前測之外弧十限其弧三十八限
也合兩弧共四十四限與圜半周相減得正弧之弧
四限以後弧六限之內矩分三八二六八三四三椉
兩測之距八十丈得三〇六一四六七四四爲實以
正弧四限之內矩分二五八八一九〇二爲法除之
得一二八二八六〇二九五三三爲斜坡百一十八
丈二尺八寸六分有奇因借斜坡測山岩之高於坡
上測得高弧十四限坡下測得高弧二十二限以坡

之斜爲弦其句弦弧八限則股弦弧必十六限以上
測十四限加一矩之規共三十八限內減股弦弧十
六限餘爲上弧之弧二十二限以下測二十二限併
前所測坡之高弧八限共三十限以減圜半周得下
弧之弧十八限合上下兩弧共四十限以減圜半周
得正弧之弧八限以上弧二十二限之內矩分九九
一四四四八六椉斜坡爲實以正弧八限內矩分五
〇〇〇〇〇〇〇爲法除之得坡下斜距山岩二百
三十四丈五尺四寸八分有奇用大小句股互求得
岩高

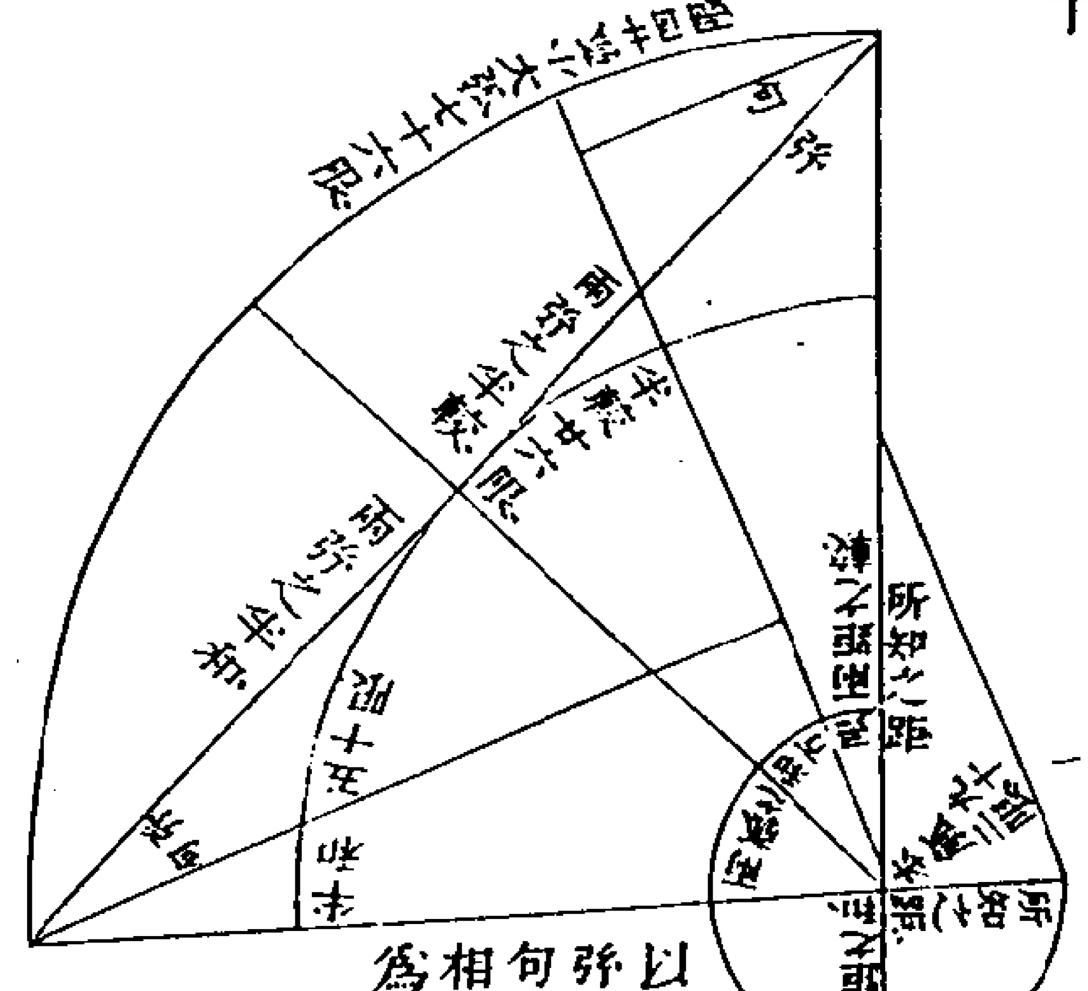
附圖



句股第十五術吳曰今名兩邊一角角有所對之邊求餘角餘邊
有正弧及對正弧之距有對所求一弧之距求其弧
規限以對所求一弧之距椉正弧內矩分對正弧之
距除之得所求之弧規限內矩分此即前術轉而用之
或測知兩距一弧所知之弧所知之兩距旁之則於圜
半周減一弧規限餘爲兩弧規限之和半之爲半和限
兩距之和較與半和限半較限之矩分相應
凡兩數通爲和較累增而上皆成倍半之率如大小
兩弧相加爲和弧相減爲較弧和弧較弧又相加爲
和必倍於大弧相減爲較必倍於小弧惟兩弧之半

和半較相加則爲大弧相減爲小弧

第二十八圖



以兩弧之和規之成弧背則弧弦與大小弧內矩分成同限之句股二其限必與兩弧之半較相等大小弧內矩分爲句弧弦爲其兩弦之和

句股第十六術吳曰今名兩邊夾一角求餘角餘邊用梅氏切綫分外角法

和兩距及一觚規限所知之兩距旁於所知之觚其觚曰本觚規限曰本弧減本弧於圜半周餘爲所求兩觚規限之和吳曰今名外角半之爲兩弧之半和以所知兩距之較乘兩弧之半和矩分兩距之和除之得兩弧之半較矩分以半和半較相加得對大距之觚規限若相減則得對小距之觚規限既知三觚兩距則如前第十四術得對本觚之距

如測得一距二十八丈八尺六寸七分五釐一毫三秒四忽一距二十一丈一尺三寸二分四釐八毫六秒六忽於兩距之交測得窺衡指六十四限是爲本弧以減圜半周餘百二十八限爲所求兩觚規限之和半之六十四限爲半和以兩距之較七丈七尺三寸五分零二毫六秒八忽乘半和限之矩分一七三二〇五〇八〇得一三三九七四五九五爲實兩距之和五十丈爲法除之得半較限矩分二六七九四九一九檢立成爲十六限以加半和限得大弧八十限以減半和限得小弧四十八限

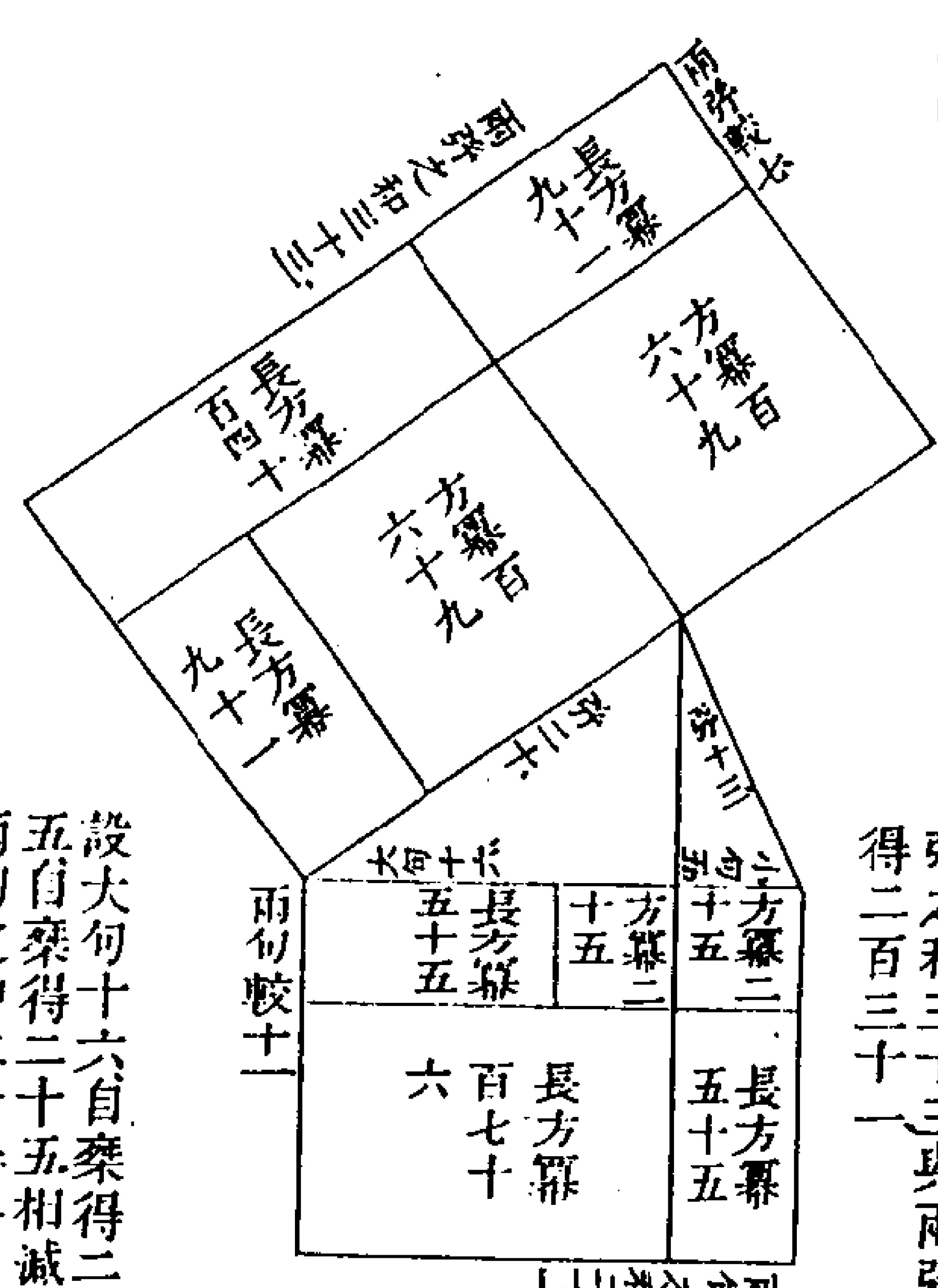
凡矩分隨數之和較得以相權凡內矩分必兼和較小大相權也

凡用立成求小大句股先有弦求句或求股者以徑隅當其弦內矩分當其句次內矩分當其股先有股求句或求弦者以圜半徑當其股矩分當其句徑引數當其弦先有句求股或求弦者以圜半徑當其句次矩分當其股次引數當其弦至若規限小大微異則內矩分次內矩分之小大各成句股者欹斜異勢惟矩分可共以圜半徑爲股而小大平行爲句如第二十八圖弧弦與小大兩弧之內矩分成句股弧弦爲兩弦之和兩弦之和較半之恒與兩距之和較相應然兩弦之半和卽爲半和限內矩分兩弦之半較

不可爲半較限內矩分於弧弦內更作一規易兩弦之半和半較爲半和限半較限矩分而兩距之和較與兩弦之半和半較相應者卽與半和限半較限之矩分相應矣

吳曰三角形任以兩邊爲弦餘一邊或爲兩句之和銳角形之邊或對鈍角之邊或爲兩句之較鈍角旁之邊截之成句股二兩弦之和較相乘得長方冪同於兩句之和較相乘所得長方冪也以兩句之和除之得兩句之較若較除之則得和以是爲三邊求角之率分三角形爲兩句股然後用句股求角法以八綫表之半徑全數與句相乘弦除之得句弦所交之角餘弦此術爲平三角法邊角互求之一記中所不載者

附圖



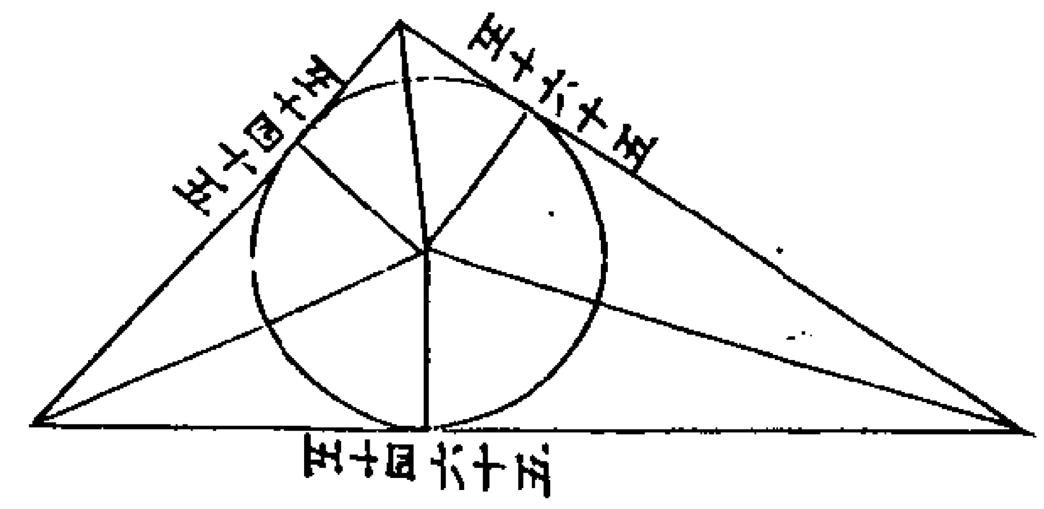
設大弦二十自乘得四百小弦十三自乘得百六十九相減餘二百三十一兩弦之和三十三與兩弦之較七相乘亦得二百三十一

設大句十六自乘得二百五十六小句五自乘得二十五相減餘二百三十一兩句之和二十一與兩句之較十一相乘亦得二百三十一

又術凡三角之容圜半徑截三邊爲六而相等者各二成角旁相等之邊以爲股皆以容圜之半徑爲之句三邊相併半之爲半和三邊各與半和相減而得三較角所對邊之較卽邊所對角兩旁相等之邊也先知三邊求其角以三較連乘連乘者兩較相乘得數餘一較又乘之半和除之開方得容圜半徑以八綫表半徑全數與容圜半徑相乘角所對邊之較除之得半角之正切倍之得角若三較連乘又乘以半和則開方得三角形積半和除之得容圜半徑三角形積者容圜半徑與半和相乘之冪也此求角求積及容圜三術交通皆不論

角之銳鈍頗爲便用

附圖



設大邊百一十次邊八十小邊六十相併共二百五十半之百二十五爲半和三邊各與半和相減大邊之較十五次邊之較四十五小邊之較六十五合次邊小邊之較卽大邊合大邊小邊之較卽次邊合大邊次邊之較卽小邊兩兩相等而會於角之兩旁與容圓半徑成句股

句股割圜記上終凡一千零七十七字

用九十六為赤道度分十一度於今八綫表三度四十五分一分於今二十二分半

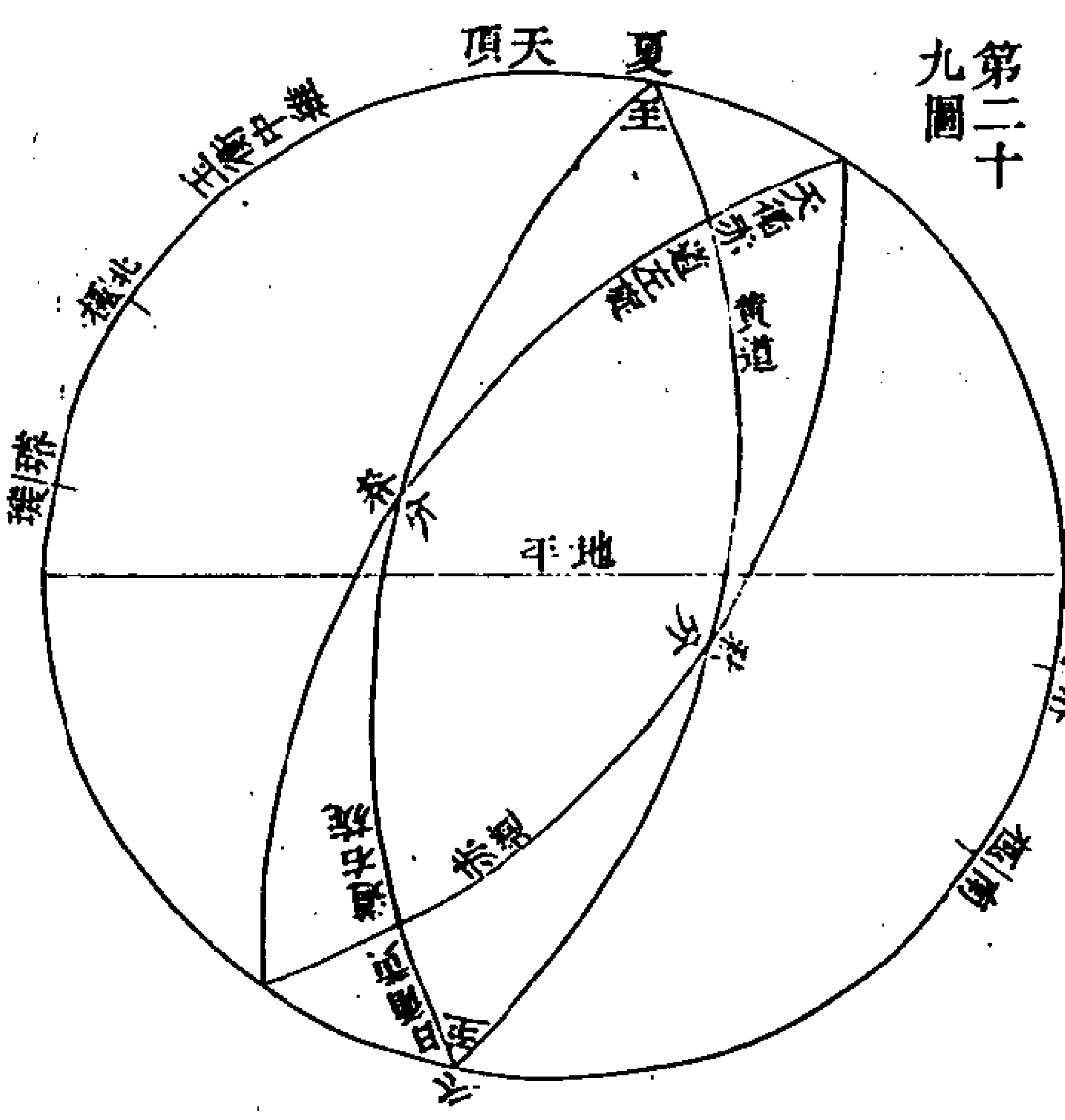
句股割圜記中　新安戴震撰

渾圜中共圜而規之二規之交循圜半周而得再交如赤道爲一規黃道爲一規赤道卽周髀之中衡黃道自南而北交於春分自北而南交於秋分二分相距半天周

距交四分圜周之一規之翕闢之節也

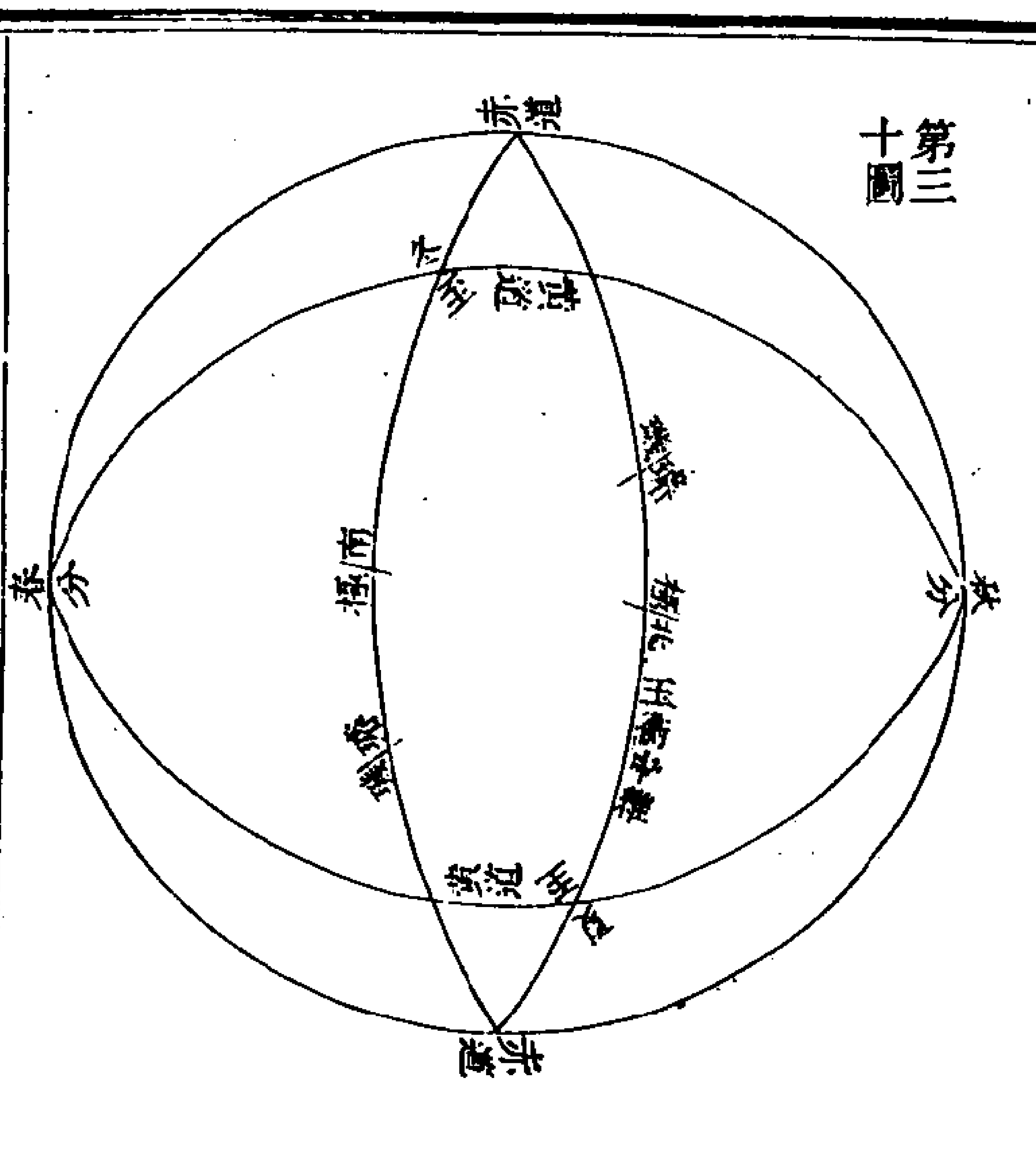
如分至相距四分天周之一更爲一規過二至二極爲玉衡之中維（吳曰今名二極二至交圈）赤道距北極黃道距北極璿璣（吳曰今名黃道極）皆四分天周之一北極璿璣距正北極與黃道距赤道相等

第二十九圖



玉衡中維平視
黃赤道側視

第三十圖

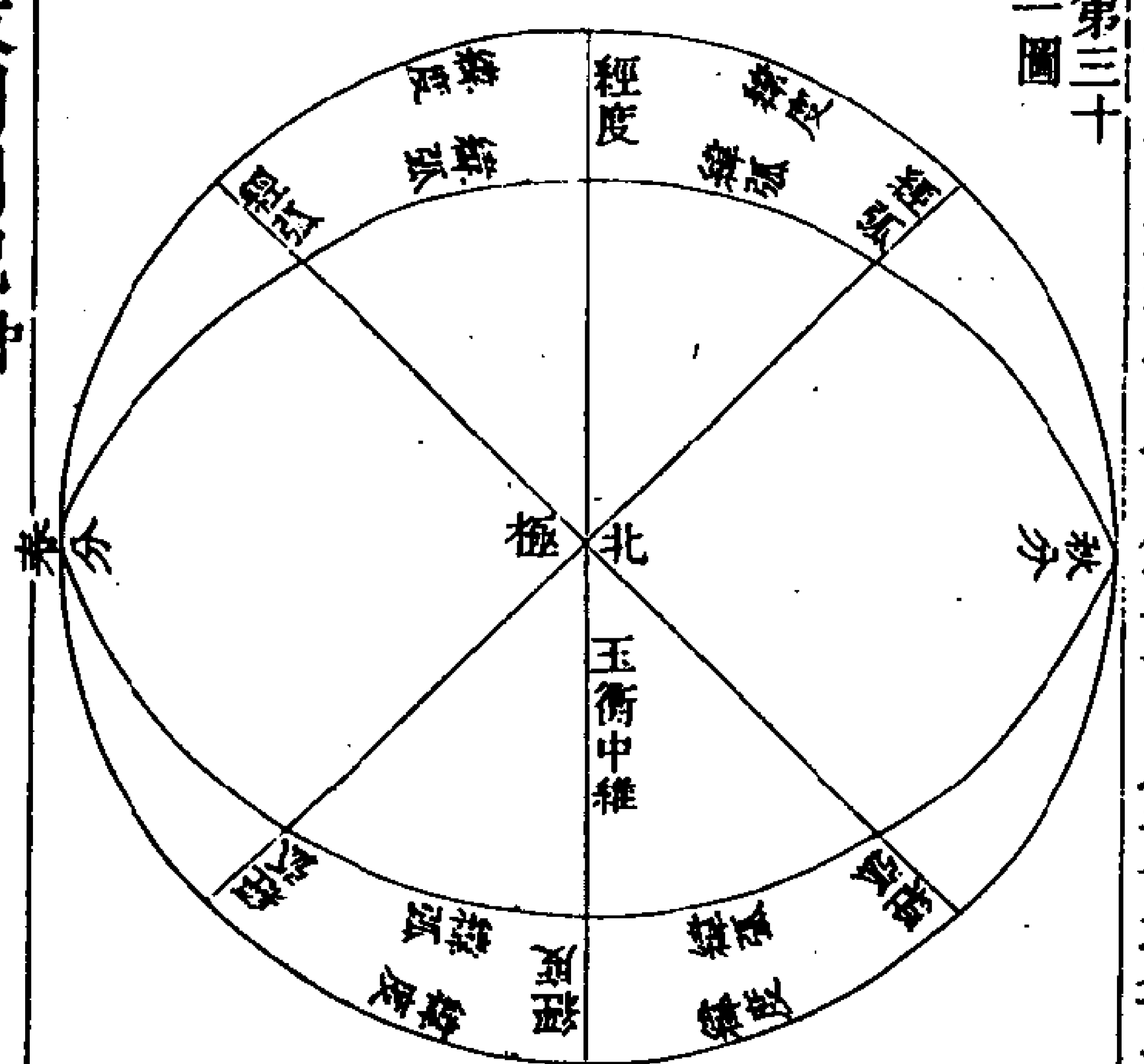


赤道平視黃道及玉衡中維皆側視

緣是以爲經謂之經限横截經限之外謂之緯限
大傳禮東西爲緯南北爲經故古歷皆以黃赤道之
度爲緯度二道二極相距之度爲經度吳曰今歐邏巴反之緯度
之宗赤道是也經度之宗玉衡中維是也黃赤道二
至相距之度授時歷草謂之二至內外半弧背夏至爲內冬至
爲外吳曰今名黃赤大距赤道離二至之度授時歷草謂之赤道半弧
背吳曰今從二分起數則爲赤道餘弧 赤道自二至起數
經之內規之謂之經弧緯之內截其規謂之緯弧
經弧如各度黃赤道相距之數授時歷草謂之黃赤
道內外半弧背春分後爲內秋分後爲外吳曰今名黃赤距緯緯弧如日躔黃道離

二至之數授時歷草謂之黃道半弧背吳曰今爲黃道餘弧

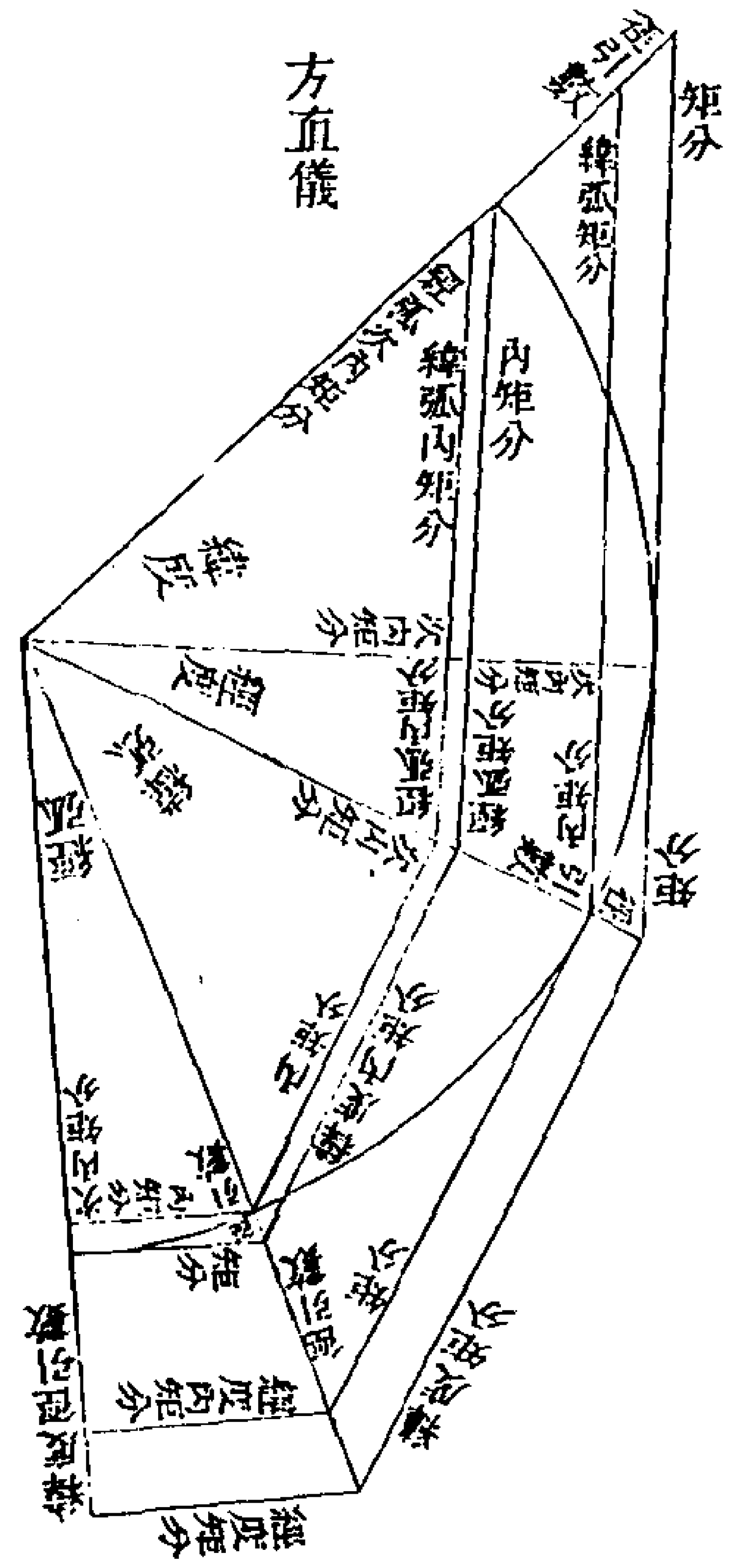
第三十一圖



赤道平視黃道側視截二道之規皆正視以北極爲運圖之頂自頂視下則赤道爲其中圜黃道側勢如張弓交於北極之規但成一直綫而已

經緯之限界其外經緯之弧截其內是爲半弧背者四
以句股御之半弧背之外內矩分平行相應得同限之
句股弦各四古弧矢術之方直儀也

第三十二圖



儀不具次矩分之句股徑隅、面各一圜半徑爲句次矩分爲股次引數爲弦與本弧外內矩分之句股弦三三相應詳上篇第十二圖方直儀所不必具而可知者加一於四而五、是故參其體、兩其用、用也者旁行而觀之也、旁行以用於經限、則經弧矩分爲句、緯限次內矩分爲之股、經弧內矩分爲句、緯弧次內矩分爲之徑隅、

句	股	弦	互求率一
經度矩分	圜半徑	經度徑引數	表一
經度內矩分	經度次內矩分	徑隅	表二
圜半徑	經度次矩分	經度次引數	表三
經弧矩分	緯度次內矩分	虛	表四
經弧內矩分	虛	緯弧次內矩分	表五

表一表二表三皆經度本有之句股弦、所謂參其體也、表四表五平行相應之句股弦、所謂兩其用也、體與用可以按表互求、

旁行用於緯限、則緯弧矩分爲句、經限次內矩分爲之股、緯弧內矩分爲句、經弧次內矩分爲之徑隅、

句	股	弦	互求率二
緯度矩分	圜半徑	緯度徑引數	表一
緯度內矩分	緯度次內矩分	徑隅	表二
圜半徑	緯度次矩分	緯度次引數	表三
緯弧矩分	經度次內矩分	虛	表四
緯弧內矩分	虛	經弧次內矩分	表五

旁行用於經弧、則經限矩分爲句、緯限徑引數爲之股、經限內矩分爲句、緯弧徑引數爲之徑隅、

句	股	弦	互求率三
經弧矩分	圜半徑	經弧徑引數	表一
經弧內矩分	經弧次內矩分	徑隅	表二
圜半徑	經弧次矩分	經弧次引數	表三
經度矩分	緯度徑引數	虛	表四
經度內矩分	虛	緯弧徑引數	表五

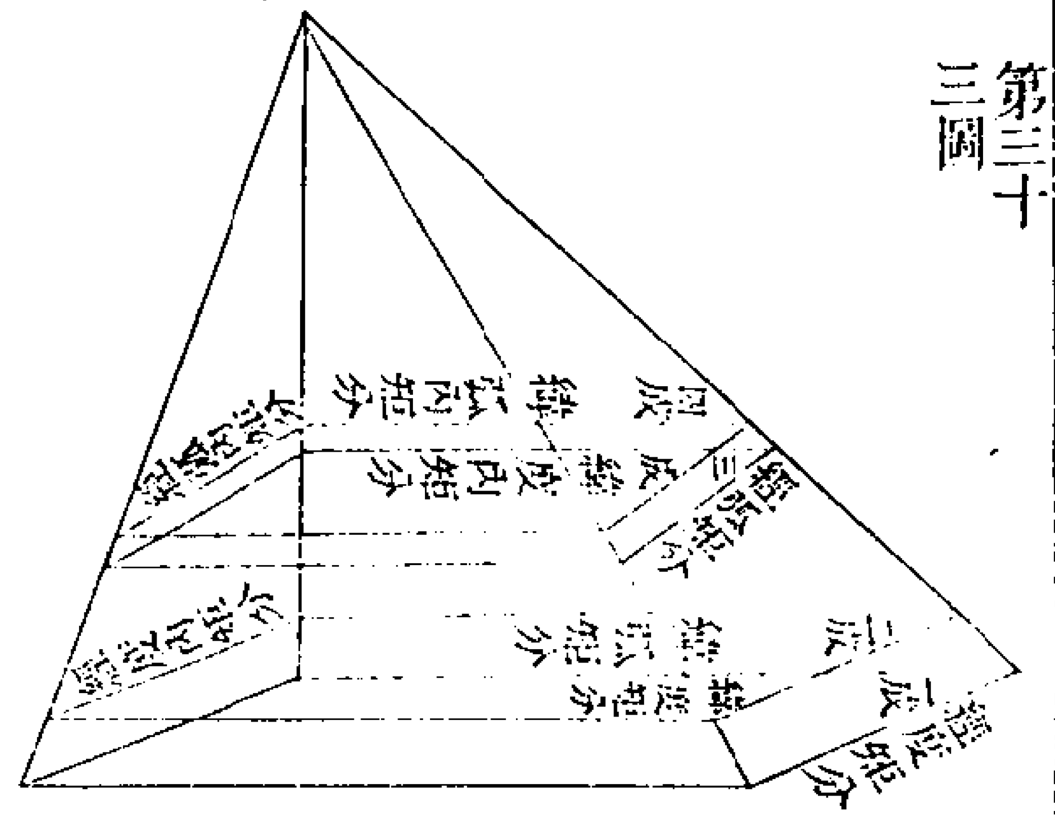
旁行用於緯弧則緯限矩分爲句經限徑引數爲之股
緯限內矩分爲句經弧徑引數爲之徑隅

互求率四	句	股	弦
表一	緯弧矩分	圜半徑	緯弧徑引數
表二	緯弧內矩分	緯弧次內矩分	徑隅
表三	圜半徑	緯弧次矩分	緯弧次引數
表四	緯度矩分	經度徑引數	虛
表五	緯度內矩分	虛	經弧徑引數

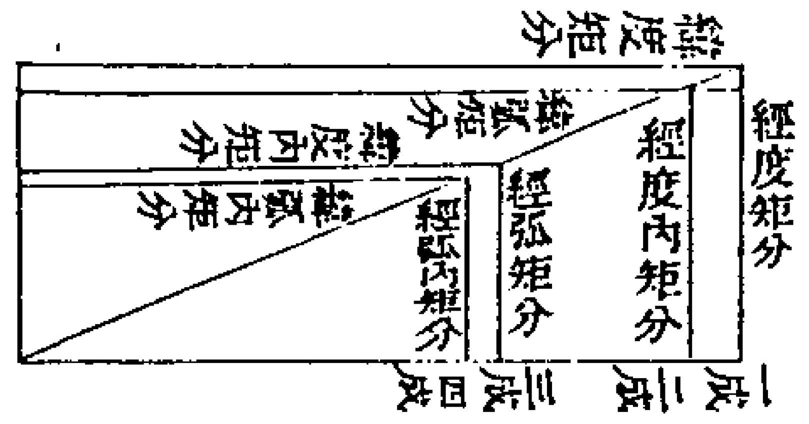
儀之立也爲方四成旁行而得同限之句股四經限矩分爲句則緯限矩分爲之股經限內矩分爲句則緯弧

矩分爲之股經弧矩分爲句則緯限內矩分爲之股經弧內矩分爲句則緯弧內矩分爲之股

第三十三圖



第三十四圖



此即今之線比例黄道餘弦乘大距正弦半徑除之得距緯正弦也指名不同非古無是術也舉此例其餘

互求率五	句	股	弦
表一	經度矩分	緯度矩分	虛
表二	經度內矩分	緯弧矩分	虛
表三	經弧矩分	緯度內矩分	虛
表四	經弧內矩分	緯弧內矩分	虛

凡句股二十有四爲互求之率五遵古已降推步起日至斯其本法也

句股第十五術

有經度吳曰如黃赤大距亦名黃赤交角有緯弧吳曰如黃道離二至度若起二分則爲黃道餘弧求經弧吳曰如黃赤距緯以經度內矩分乘緯弧次內矩分徑隅除之得經

弧內矩分於前表中擇其用徑隅半徑省除者餘並不具列

授時歷草云置黃赤道小弦緯弧次內矩分旁行用於經度故名黃赤道小弦以二至內外半弧弦即經度內矩分乘之爲實黃赤大弦即經度徑隅爲法除之得黃赤道內外半弧弦即經弧內矩分

句股第十六術

有經度有緯弧求緯度吳曰如起二至赤道離度若起二分則爲赤道餘弧以緯弧矩分乘經度徑引數圜半徑除之得緯度矩分

句股第十七術

有經度有經弧求緯弧以經度次引數乘經弧內矩分圜半徑除之得緯弧次內矩分

句股第十八術
有經度有經弧求緯度以經度次矩分乘經弧矩分
圜半徑除之得緯度次內矩分
句股第十九術
有緯度有經弧求緯弧以緯度內矩分乘經弧次內
矩分經隅除之得緯弧內矩分
句股第二十術
有緯度有經弧求經度以經弧矩分乘緯度經引數
圜半徑除之得經度矩分
句股第二十一術

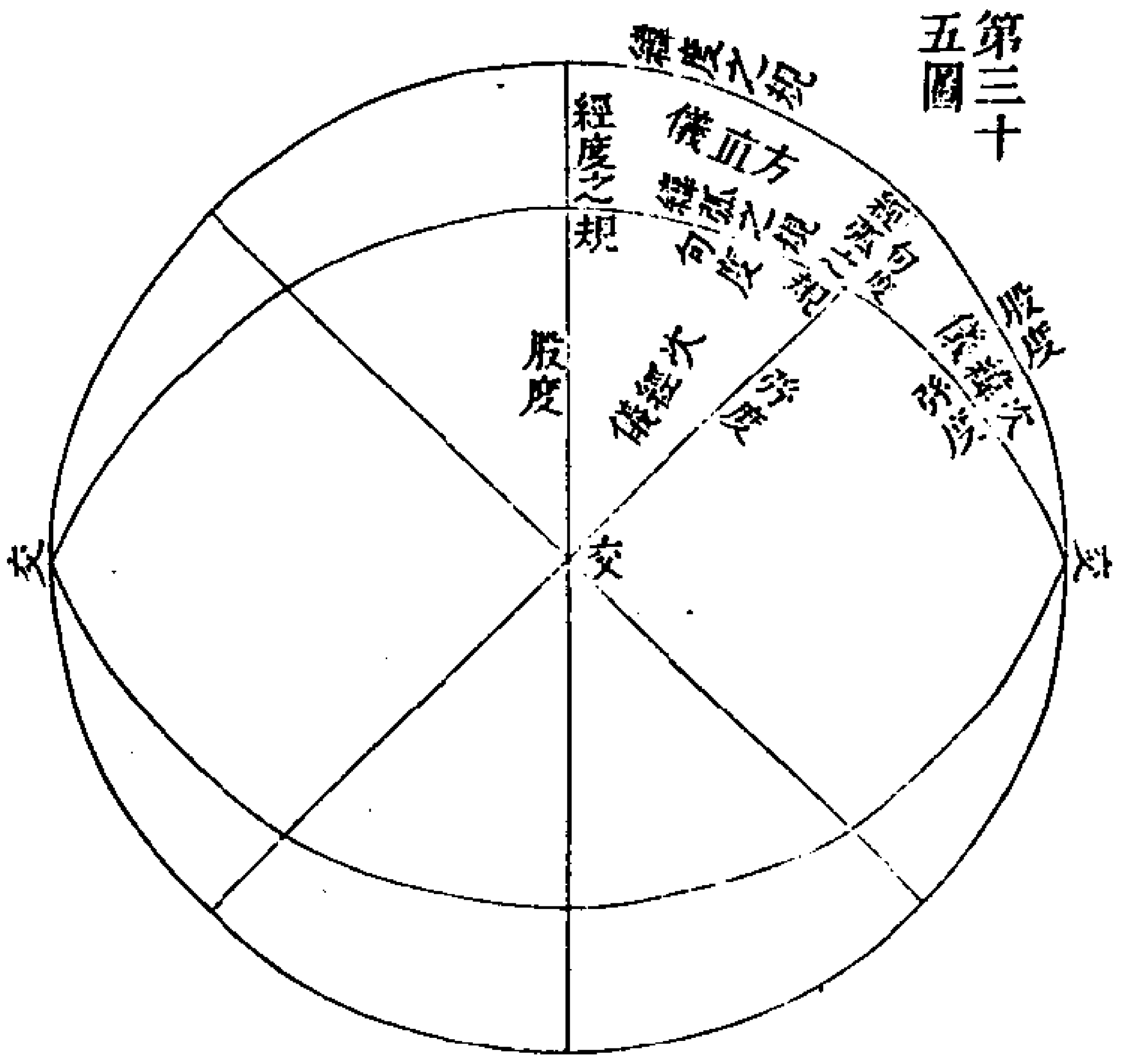
有經度有緯度求緯弧以緯度矩分乘經度次內矩
分圜半徑除之得緯弧矩分
句股第二十三術
有經度有緯度求經弧以經度矩分乘緯度次內矩
分圜半徑除之得經弧矩分
句股第二十四術
有緯度有緯弧求經弧以緯度次引數乘緯弧內矩
分圜半徑除之得經弧次內矩分
句股第二十五術
有緯度有緯弧求經度以緯度次矩分乘緯弧矩分

圜半徑除之得經度次內矩分
句股第二十五術
有經弧有緯弧求緯度以緯弧內矩分乘經弧徑引
數徑隅除之得緯度內矩分
或以緯弧內矩分與徑隅相乘經弧次內矩分除之
得緯度內矩分列此以明古法授時歷草云置黃道半弧弦卽緯
弧內矩分以周天半徑卽緯弧徑隅乘之爲實赤道小弦經弧次內矩分旁行用於緯度
故名赤道小弦爲法除之得赤道半弧弦卽緯度內矩分
句股第二十六術
有經弧有緯弧求經度以經弧內矩分乘緯弧徑引

數徑隅除之得經度內矩分
吳曰就黃赤道言之古推步起二至或先知二至黃
赤距及黃道有經度有緯弧或先知二至黃赤距有緯度有經弧及各度黃赤
距有經度有經弧或先知赤道及各度黃赤距有緯度有經弧或先知二
至黃赤距及赤道有經度有緯度或先知赤道黃道有緯度有緯弧或先
知各度黃赤距及黃道有經弧有緯弧皆以其二得其四古謂
之二至黃赤距者今之大距古謂之各度黃赤距者
今之距緯
引而伸之以經限爲節者其二規皆緯也自交巳至經
弧謂之次緯儀以緯限爲節者其二規皆經也自交巳

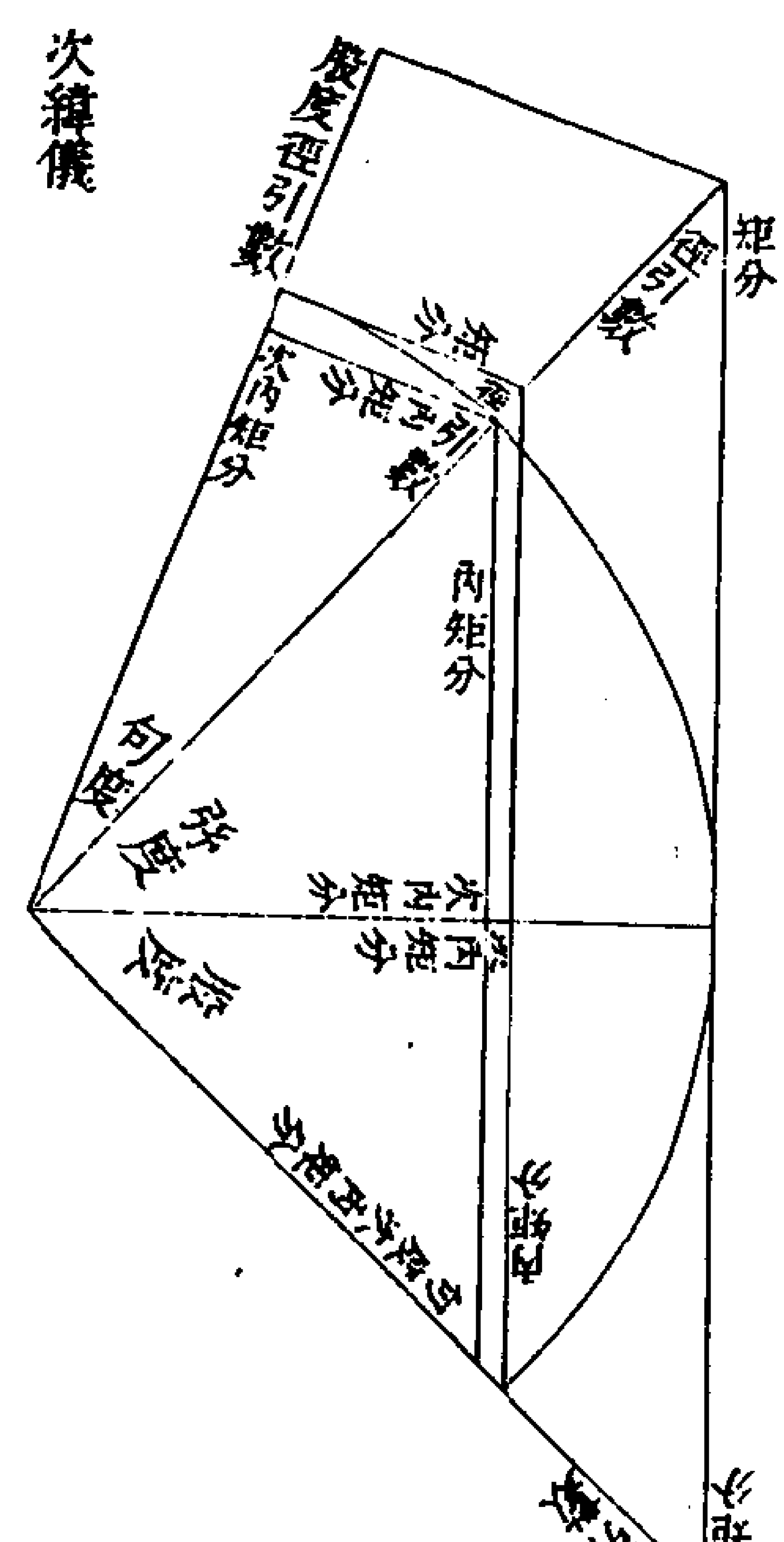
至緯弧謂之次經儀儀各為半弧背者三成規限之句股徑隅（背全之正弧三角）于是命半弧背之外內矩分曰方數句股徑隅規限句股徑隅也者古弧矢術也必以方數句股徑隅御之方數為典以方出圜立術之通義也次緯儀經弧為其句限緯限之次半弧背為其股限緯弧之次半弧背為其隅限

第三十五圖



規限句股徑隅其外內矩分平行相應得同度之方數句股徑隅各三

第三十六圖



儀不具次矩分之句股徑隅面各一加一於三而四旁行觀之股限徑引數為股則隅限徑引數為之徑隅以用於句限

互求率一	句	股	弦
表一	句度矩分	圜半徑	句度徑引數
表二	句度內矩分	句度次內矩分	徑隅
表三	圜半徑	句度次矩分	句度次引數
表四	虛	股度徑引數	弦度徑引數

句限次內矩分為徑隅則隅限次內矩分為之股以用於股限

	句	股	弦
互求率十二			
表一	股度矩分	圓半徑	股度徑引數
表二	股度內矩分	股度次內矩分	徑隅
表三	圓半徑	股度次矩分	股度次引數
表四	虛	弦度次內矩分	句度次內矩分

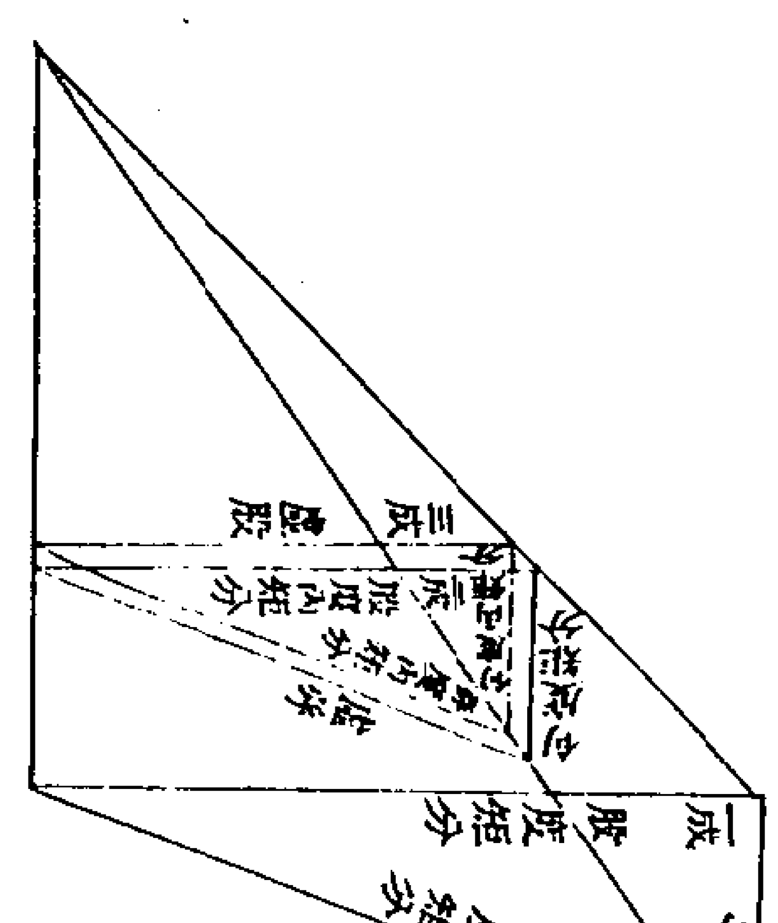
股限次內矩分為股。則句限徑引數為之徑隅。以用於隅限。

	句	股	弦
互求率十三			
表一	弦度矩分	圓半徑	弦度徑引數
表二	弦度內矩分	弦度次內矩分	徑隅
表三	圓半徑	弦度次矩分	弦度次引數
表四	虛	股度次內矩分	句度徑引數

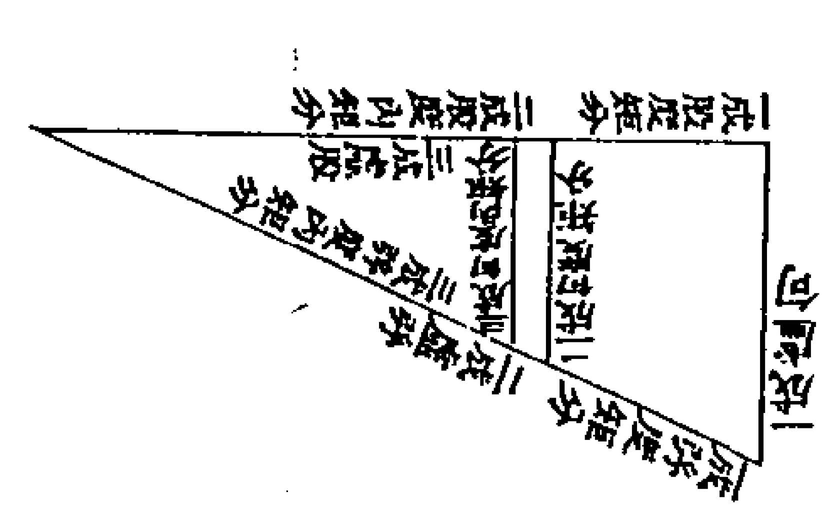
儀之立也。旁行而得同限之方數句股徑隅三。為三成。股限矩分為股。則隅限矩分為之徑隅。句限矩分為句。則股限內矩分為之股。隅限內矩分為徑隅。則句限內矩分為之句。取節於方直儀之經限。以為其限。合方直儀次緯儀成斜剖之立方形兩端必成同度句股形

吳曰此一條。備正弧三角之理與法。就此心十有八字神而明之。可以盡推步之能事矣。

第三十七圖



第三十八圖



	句	股	弦
互求率四			
表一	經度矩分	圓半徑	經度徑引數
表二	經度內矩分	經度次內矩分	徑隅
表三	圓半徑	經度次矩分	經度次引數
表四	虛	股度矩分	弦度矩分
表五	句度矩分	股度內矩分	虛
表六	句度內矩分	虛	弦度內矩分

凡句股十有八。為互求之率四。次經儀亦如之。次緯儀翕闢之節經限也。是故有經。有經限。互求之率。次經儀翕闢之節緯限也。有緯。有緯限。互求之率。

方直儀次緯儀梗概之法畧有餘諸儀之圜度與外內方數句股弦但存方直儀次緯儀之弧度本稱而理自見其製並倣是二者爲之不別具圖表檢五儀通率及十儀通率則各得其用矣

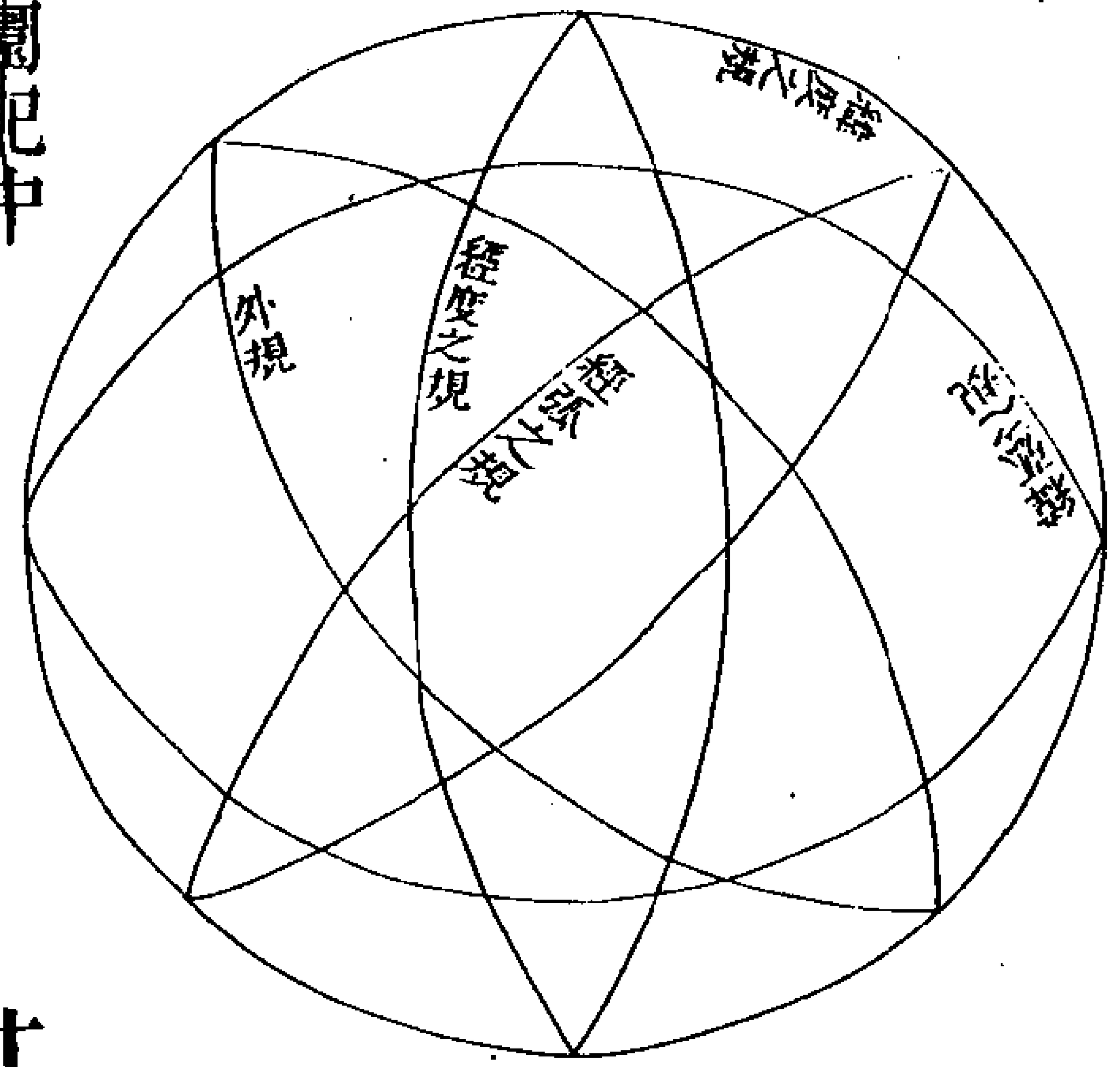
距經緯之弧四分圜周之一規之謂之外規

如交於北極璿璣爲一規

爲總儀凡構綴之規法五皆四分之以爲其限而交加前衍之

第三十九圖

總儀



分儀半弧背四合而爲儀者五曰方直儀曰右方儀曰右次方儀曰左方儀曰左次方儀

右方儀經弧次半弧背爲其經度外規度爲其緯度緯弧爲其經弧緯度次半弧背爲其緯弧

右次方儀緯弧次半弧背爲其經度經度爲其緯度緯度次半弧背爲其經弧外規次半弧背爲其緯弧

左方儀外規度爲其經度緯弧次半弧背爲其緯度經度次半弧背爲其經弧經弧爲其緯弧

左次方儀緯度爲其經度經弧次半弧背爲其緯度外規次半弧背爲其經弧經度次半弧背爲其緯弧

五儀通率	左平面	右平面	右欹面	左欹面
方直儀	經度	緯度	經弧	緯弧
右方儀	經弧次半弧背	外規度	緯弧	緯度次半弧背
右次方儀	緯弧次半弧背	經度	緯度次半弧背	外規次半弧背
左方儀	外規度	緯弧次半弧背	經度次半弧背	經弧
左次方儀	緯度	經弧次半弧背	外規次半弧背	經度次半弧背

半弧背三合而爲儀者十曰次緯儀曰次經儀曰兩緯儀曰兩經儀曰次經緯度儀儀之句度股度互易則外內矩分各旋而易故五名而其儀十

次緯儀爲方直儀之右儀旋而爲右方儀之左儀則

易句度爲股度股度爲句度有外規度互求之率
次經儀爲方直儀之左儀弦度次半弧背爲其句度（即緯弧主次緯儀爲之通率）經度次半弧背爲其股度句度次半弧背爲其弦度（即經弧次半弧背）有股度次半弧背互求之率（即緯度）
旋而爲左方儀之右儀則經度次半弧背爲其句度弦度次半弧背爲其股度句度次半弧背爲其弦度有外規度互求之率
兩緯儀爲右方儀之右儀弦度次半弧背爲其句度外規次半弧背爲其股度股度次半弧背爲其弦度有句度次半弧背互求之率

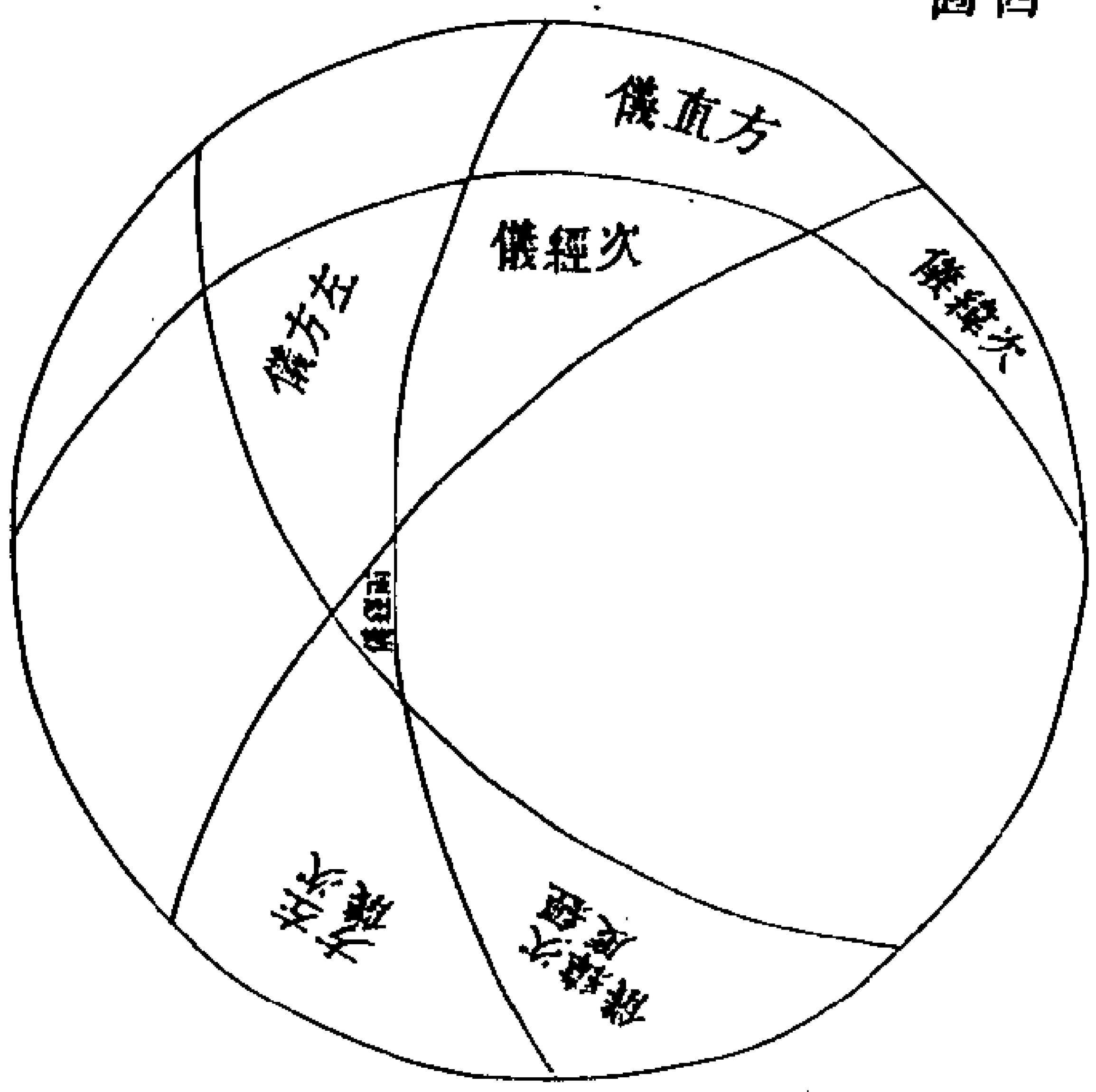
旋而爲右次方儀之左儀則外規次半弧背爲其句度弦度次半弧背爲其股度股度次半弧背爲其弦度有經度互求之率
兩經儀爲左方儀之左儀句度爲其句度外規次半弧背爲其股度經度爲其弦度互求之率
旋而爲左次方儀之右儀則外規次半弧背爲其句度句度爲其股度經度爲其弦度有股度次半弧背互求之率
次經緯度儀爲右次方儀之右儀股度爲其句度經度次半弧背爲其股度外規度爲其弦度有弦度互求之率
旋而爲左次方儀之左儀則經度次半弧背爲其句度股度爲其股度外規度爲其弦度有句度次半弧背互求之率

（股度弦度二規侖爾之節）	句	股	弦	十儀通率
經度	句度	股度	弦度	次緯儀
外規度	股度	句度	弦度	次緯儀之旋
股度次半弧背	弦度次半弧背	經度次半弧背	句度次半弧背	次經儀
外規度	經度次半弧背	弦度次半弧背	句度次半弧背	次經儀之旋
句度次半弧背	弦度次半弧背	外規次半弧背	股度次半弧背	兩緯儀
經度	外規次半弧背	弦度次半弧背	股度次半弧背	兩緯儀之旋
弦度	句度	外規次半弧背	經度	兩經儀
股度次半弧背	外規次半弧背	句度	經度	兩經儀之旋
弦度	股度	經度次半弧背	外規度	次經緯度儀
句度次半弧背	經度次半弧背	股度	外規度	次經緯儀之旋

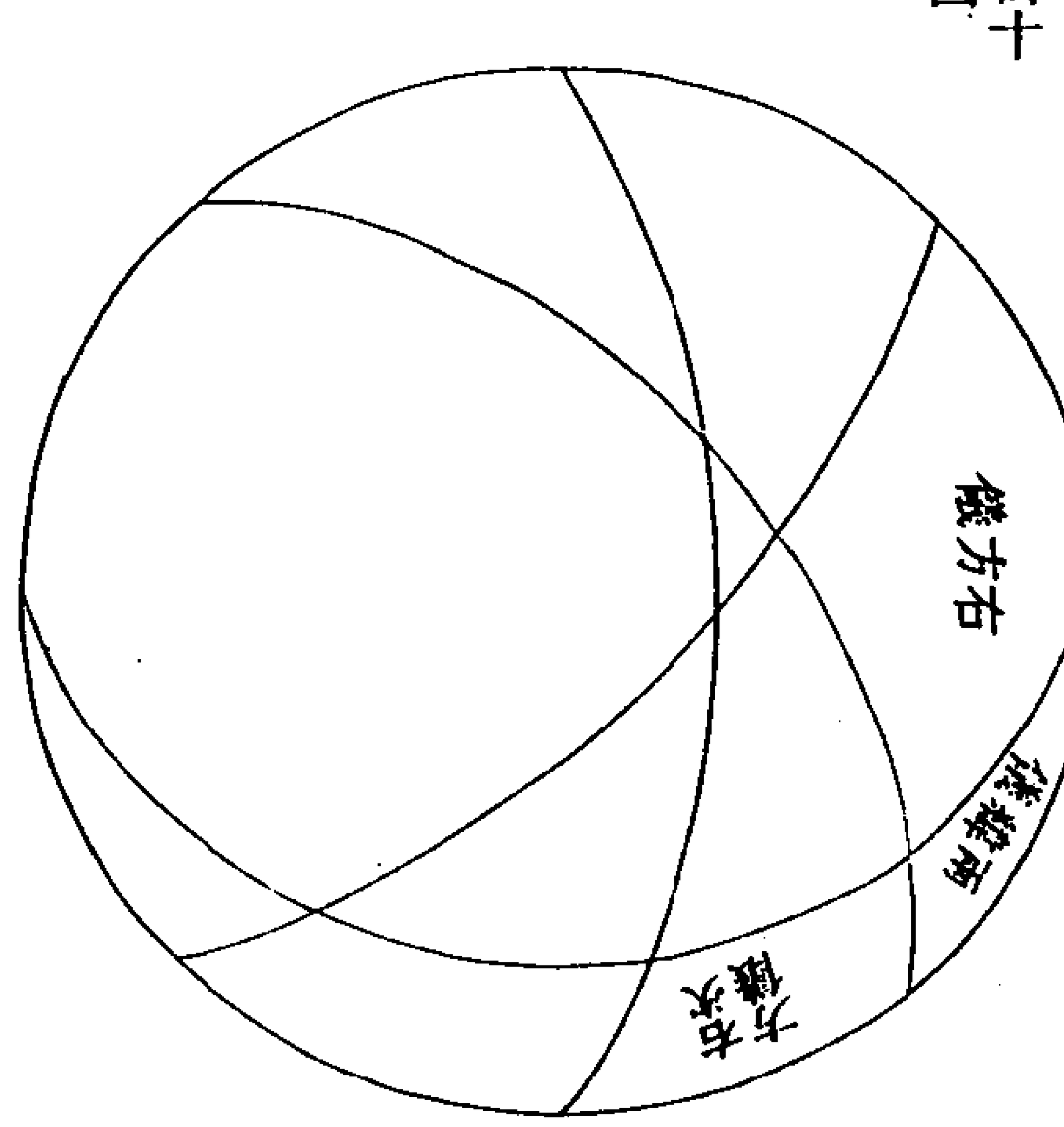
吳曰今之正弧三角法有三角三弧凡六事借黃赤道名之曰黃道弧者次緯儀之弦度也曰赤道弧者股度也曰黃赤距弧者（亦名距緯弧）句度也有直角其度適一象限是爲句度股度交處有黃赤交角其度即黃赤大距方直儀之經度也是爲弦度股度交處有黃

道交極圈角右方儀左方儀之外規度爲其度是爲句度弦度交處方直儀之經弧卽黃赤距弧緯度爲赤道餘弧緯弧爲黃道餘弧斯記設諸儀於渾圜循環一徧極正弧三角法所未備亦補梅勿菴塹堵測量所未備雖不必盡用於正弧三角法之用八綫比例無或遺矣

第四十圖



第四十一圖



凡爲儀十有五是謂一終得方數之句股徑隅三百弧矢術之正整之就敘矣

句股第二十七術第十九術通用

有句度有股度求弦度以句度徑引數乘股度徑引數圜半徑除之得弦度徑引數

句股第三十八術第二十五術通用

有句度有弦度求股度以弦度次內矩分乘句度徑引數徑隅除之得股度次內矩分

句股第三十九術第二十五術通用

有股度有弦度求句度以股度徑引數乘弦度次內

矩分。圜半徑除之得句度次內矩分。句度股度之名可互易則與前術同
已。上。三距互求者三。吳曰如黃道離二分度赤道同二十度黃赤距度三者互求用次緯儀
二十刻本作廿
句股第三十二術第十七術通用
有經度有句度求弦度以經度次引數乘句度內矩
分。圜半徑除之得弦度內矩分。
句股第三十三術第十八術通用
有經度有句度求股度以經度次矩分乘句度矩分
圜半徑除之得股度內矩分
句股第三十四術第二十三術通用
有經度有股度求弦度以經度徑引數乘股度矩分

圜半徑除之得弦度矩分
句股第三十五術第二十四術通用
有經度有股度求句度以經度矩分乘股度內矩分
圜半徑除之得句度矩分
句股第三十四術第十五術通用
有經度有弦度求句度以經度內矩分乘弦度內矩
分。徑隅除之得句度內矩分
句股第三十五術第十六術通用
有經度有弦度求股度以經度次內矩分乘弦度矩
分徑隅除之得股度矩分

已。上。一觚一距求其餘距者六。經度恆爲所知之一
觚規度。吳曰如經度爲黃赤交角度則黃赤距爲句赤道爲股黃道爲弦經度當黃道交極圈角度則赤道爲句黃赤距爲股黃道爲弦皆用次緯儀已備
句股第三十六術第二十二術通用
有句度有股度求經度以圜半徑乘句度矩分股度
內矩分除之得經度矩分或用兩經儀之旋。吳曰今之又次形法
爲股度經度弦度。同第三十三術以股度次引數乘句度矩分
圜半徑除之得經度矩分
句股第三十七術第二十六術通用
有句度有弦度求經度以徑隅乘句度內矩分弦度

內矩分除之得經度內矩分或用兩經儀爲句度經
度弦度。同第三十一術以弦度次引數乘句度內矩分圜半徑
除之得經度內矩分
句股第三十八術第二十四術通用
有股度有弦度求經度以圜半徑乘弦度矩分股度
矩分除之得經度徑引數或用次經緯度儀爲句度
經度股度。同第三十二術以弦度次矩分乘股度矩分圜半徑
除之得經度次內矩分
已。上。兩距求一觚者三。經度恆爲所求之一觚規度。
吳曰如求黃赤交角則黃赤距爲句赤道爲股黃道爲弦求黃道交極圈角則赤道爲句黃赤距爲股黃道爲弦凡一觚一距

與餘距互求其術九餘一觚如之

句股第三十九術

有經度有句度求外規度用次經緯度儀之旋爲句度經度弦度（同第三十術）以句度徑引數乘經度次內矩分圜半徑除之得外規度內矩分

句股第四十術

有經度有股度求外規度用兩緯儀之旋爲經度弦度句度（同第三十四術）以經度內矩分乘股度次內矩分徑隅除之得外規度次內矩分

句股第四十一術

有經度有弦度求外規度用次經緯度儀爲股度經度弦度（同第三十三術）以弦度徑引數乘經度次矩分圜半徑除之得外規度矩分

已上一觚一距求一觚者三。經度恆爲所知之觚規度。外規度恆爲所求之觚規度。（吳曰如求黃道交極圈角以經度爲黃赤交角度黃赤距爲句赤道爲股黃道爲弦或黃道交極圈角求黃赤交角則經度又當黃道交極圈角外規度當黃赤交角易赤道爲句黃赤距爲股而弦不改）

句股第四十二術

有經度有外規度求弦度用兩緯儀之旋爲經度句度股度（同第三十三術）以經度次矩分乘外規度次矩分圜半徑除之得弦度次內矩分

句股第四十五術

有經度有外規度求句度用次經儀之旋爲句度經度弦度（同第三十二術）以外規度次引數乘經度次內矩分圜半徑除之得句度次內矩分

句股第四十四術

有經度有外規度求股度用兩緯儀之旋爲經度句度弦度（同第三十二術）以經度次引數乘外規度次內矩分圜半徑除之得股度次內矩分（若所求之一距不論句度股度恆以句度當之經度恆爲對所求一距之觚規度則與前術同）

已上兩觚求一距者三。（吳曰如黃赤交角及黃道交極圈角求黃道赤道黃赤距）凡兩觚與距互求其術六。擇諸儀省便於算者用之。不可勝用也術中無煩具列

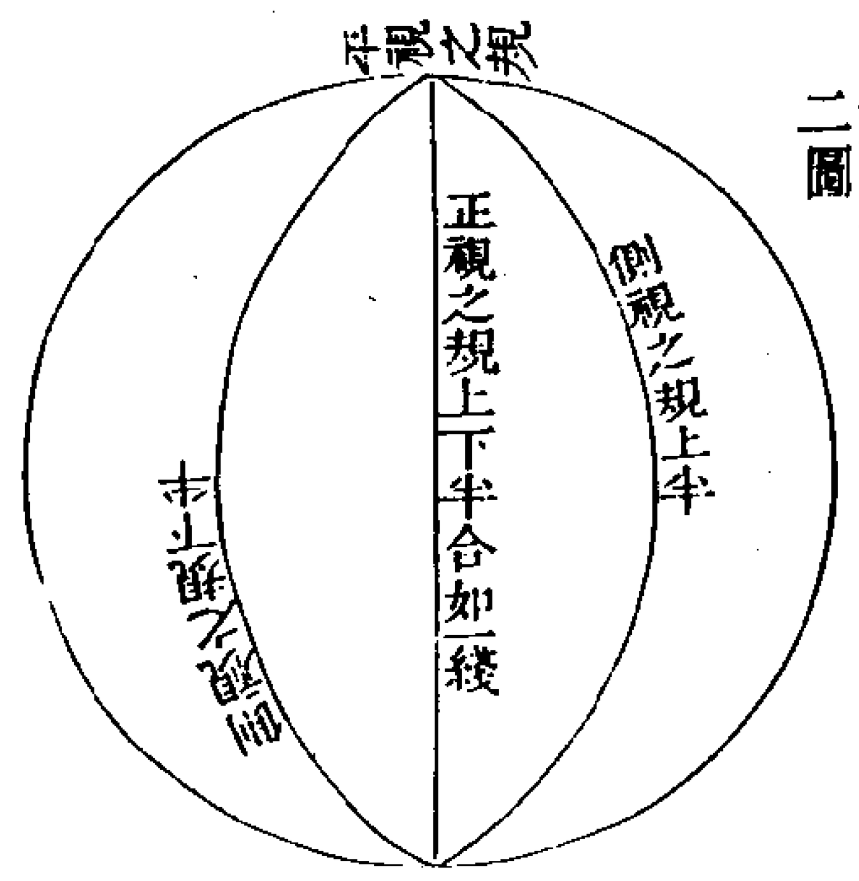
吳曰就黃赤道起二分言之黃道赤道黃赤距爲正弧三角之三邊其三角一直角爲赤道交極圈角兩銳角爲黃赤交角黃道交極圈角置直角不須求三邊互求者三黃赤交角與三邊互求者九黃道交極圈角與三邊互求者亦九（理同黃赤交角與三邊互求）合兩角與邊互求者又得九（黃赤交角與三邊求黃道交極圈角者三黃道交極圈角與三邊求黃赤交角者亦三同屬一理）共二十事斯記約其術十有八

句股割圜記中終凡九百七十三字

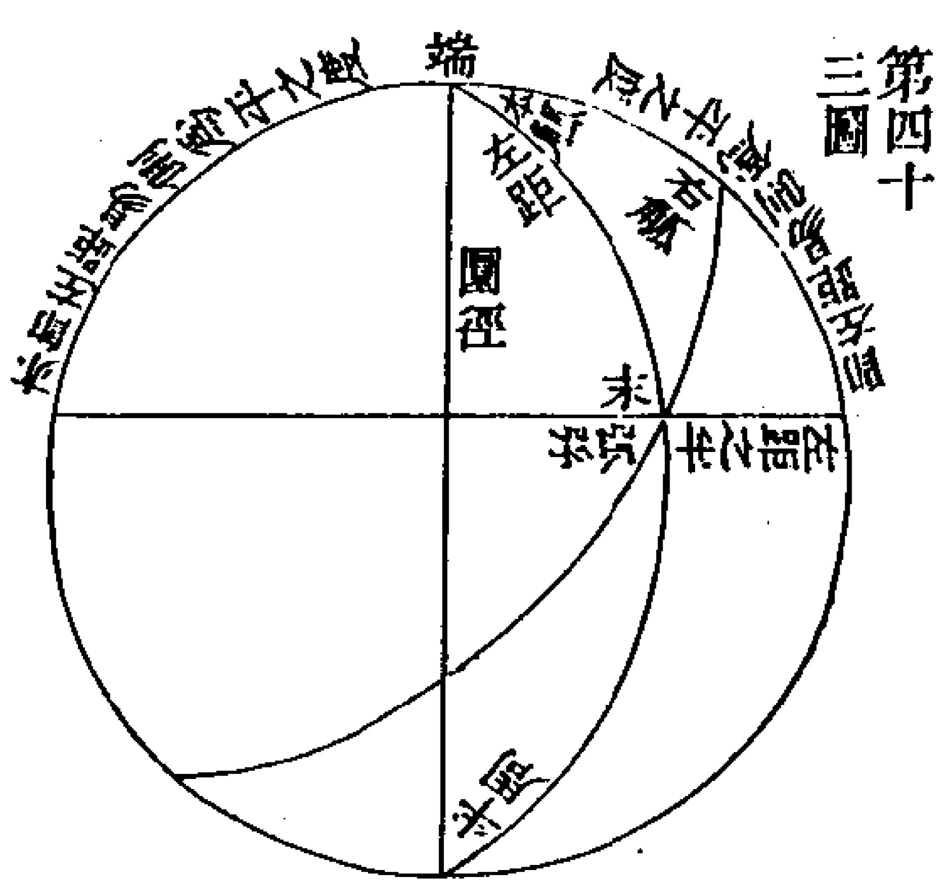
句股割圜記下　　新安戴震撰

三觚非弧矢術之正以句股弧矢御之渾圜之規限正視之中繩側視之隨其高下而羨惟平視之中規胥以平寫之術規限之端竟半周得圜徑衡截圜徑齊規限之末抵外周得規限所爲半弧弦弧與弦易正側之勢以爲平於是命外周之限分爲其規限

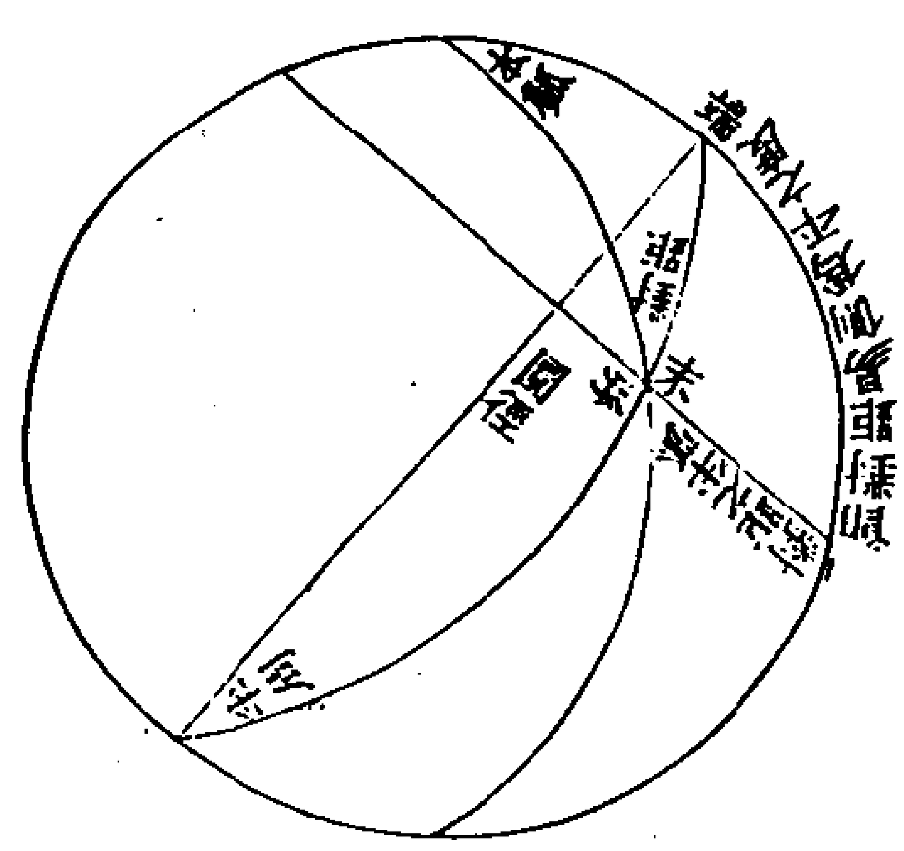
第四十二圖



第四十三圖



第四十四圖

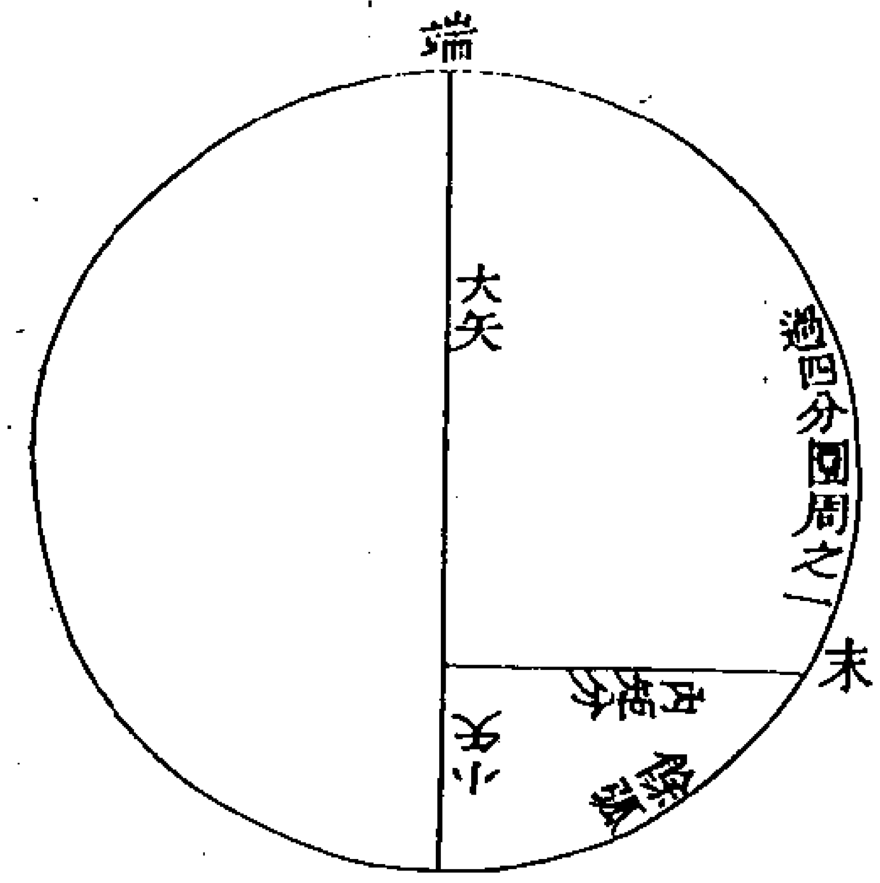


凡矢屬於規限之端弦屬於規限之末一從一衡相遇也用矢用內矩分準是率率之

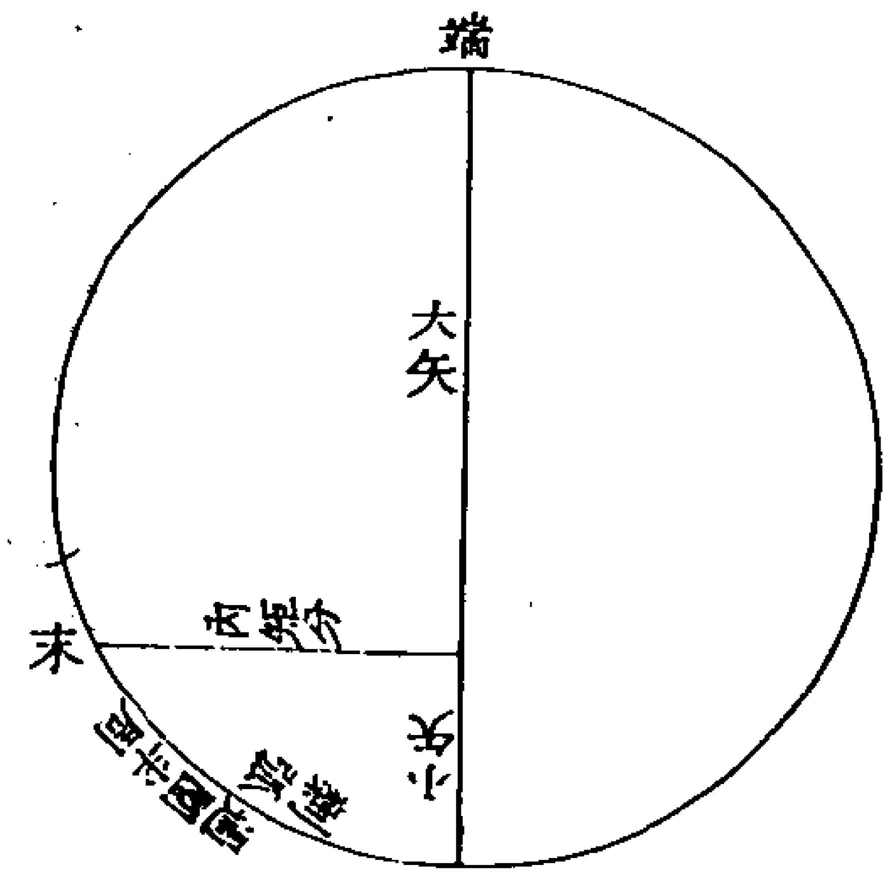
過四分圜周之一用大矢過半周如之適四分圜周之一矢與半弧弦皆適圜半徑用半徑爲矢爲內矩分適四分圜周之三如之適圜半周大矢宜甚大滿圜徑用圜徑爲矢過四分圜周之三猶往而復仍用小矢

凡過四分圜周之一以減半周而得餘弧過半周以半周減之而得剩弧減餘弧剩弧之矢於圜徑得大矢惟過四分圜周之三以減圜周用其餘弧之矢

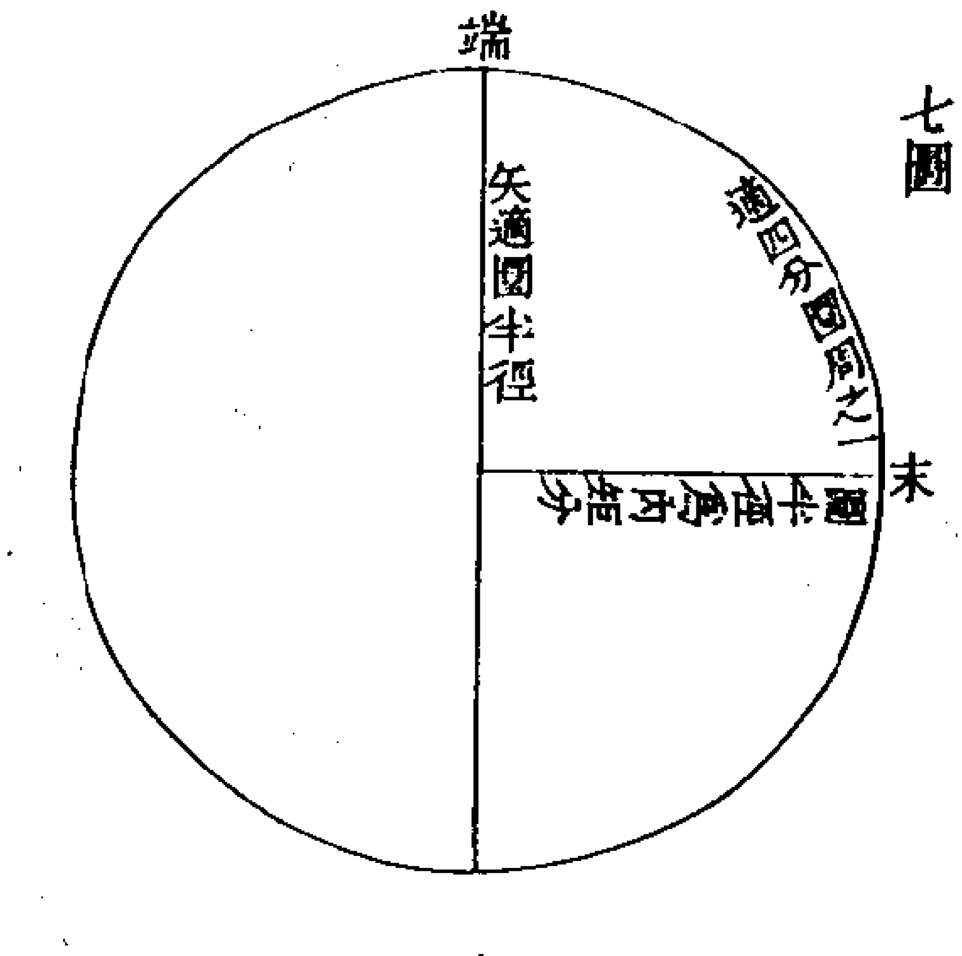
第四十五圖



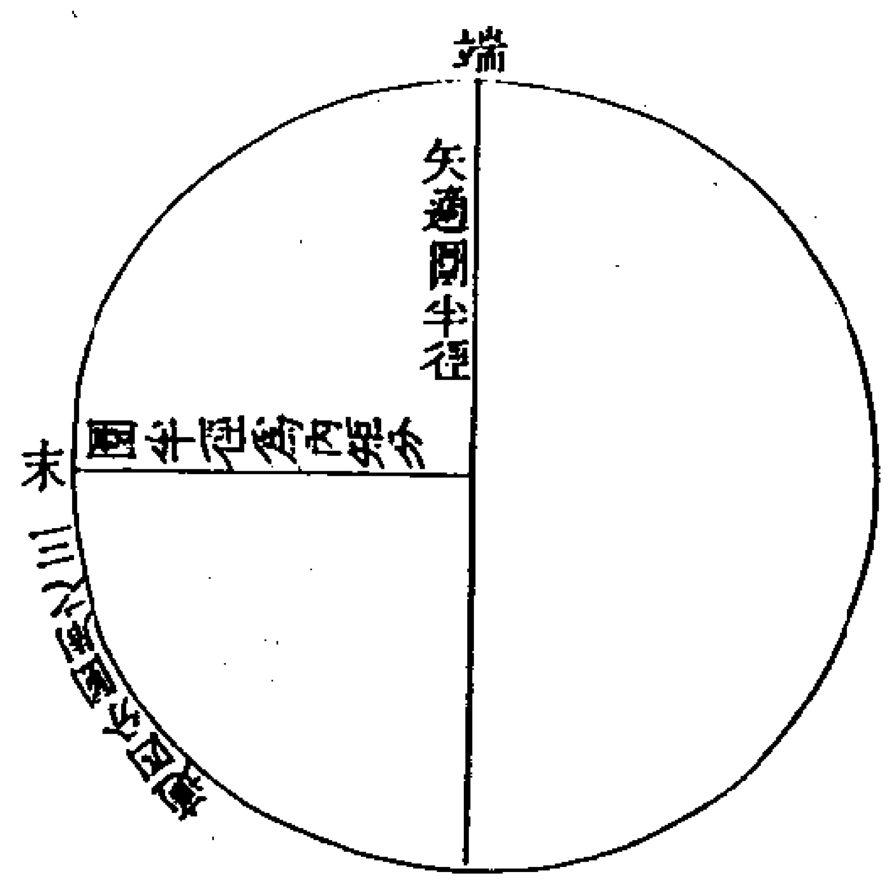
第四十六圖



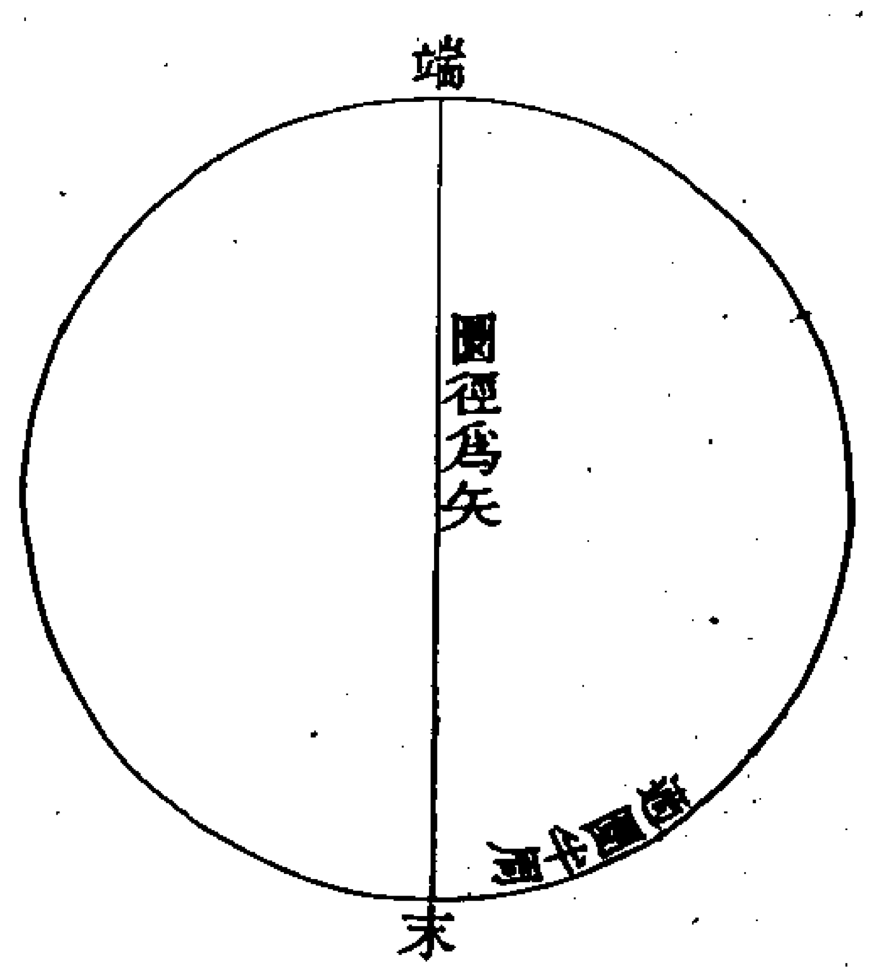
第四十七圖



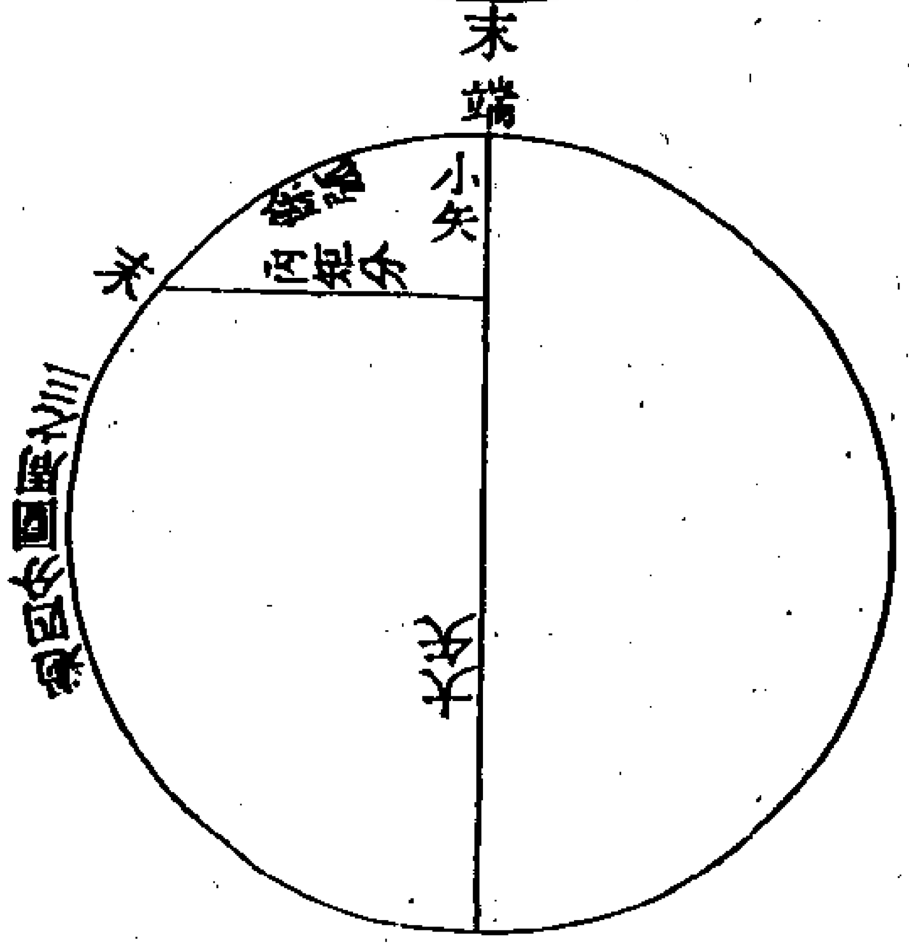
第四十八圖



第四十九圖

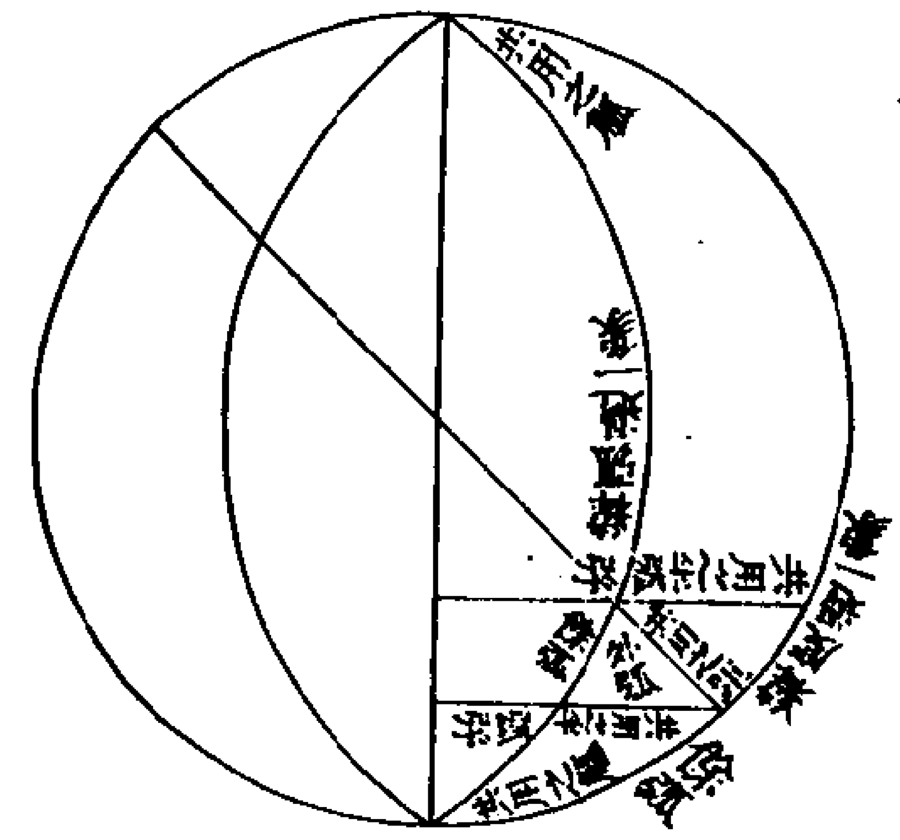


第五十圖

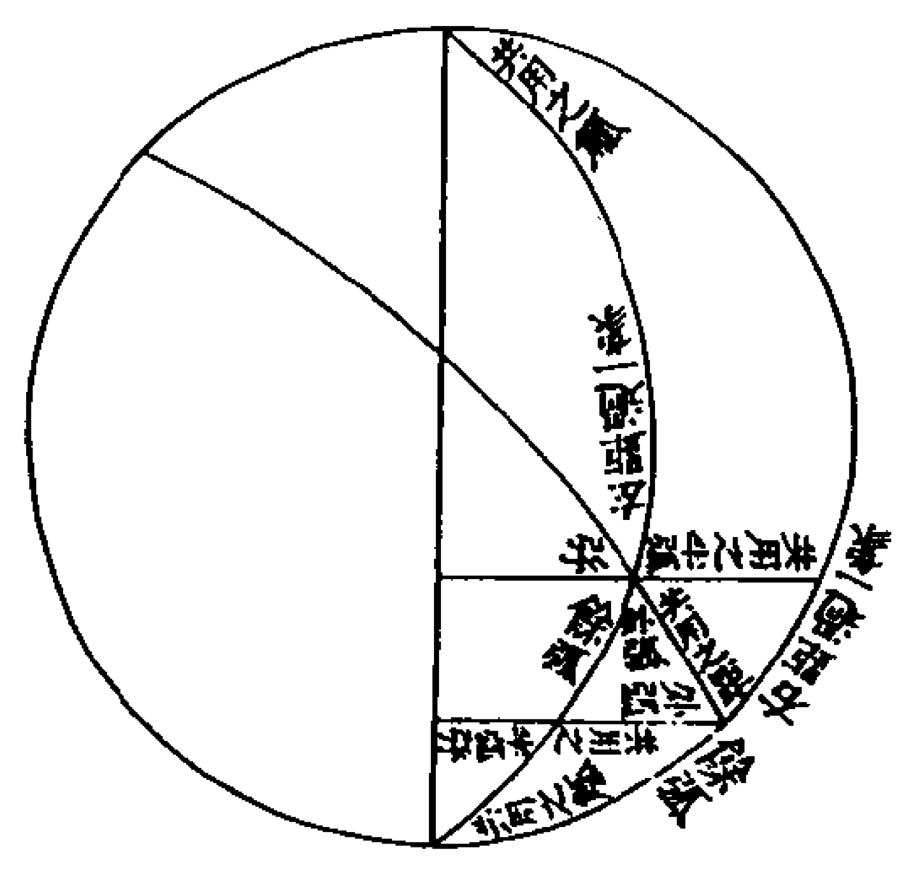


四分圜周之一。古推步法謂之象限。周天分四象是爲一矩之規。率之變也。減兩距於圜半周。用其餘弧爲兩距。減對兩距之觚於圜半周。用其外弧爲兩觚。內矩分共用之半弧弦也。餘一距及其對觚共用之觚與距也。

第五十一圖



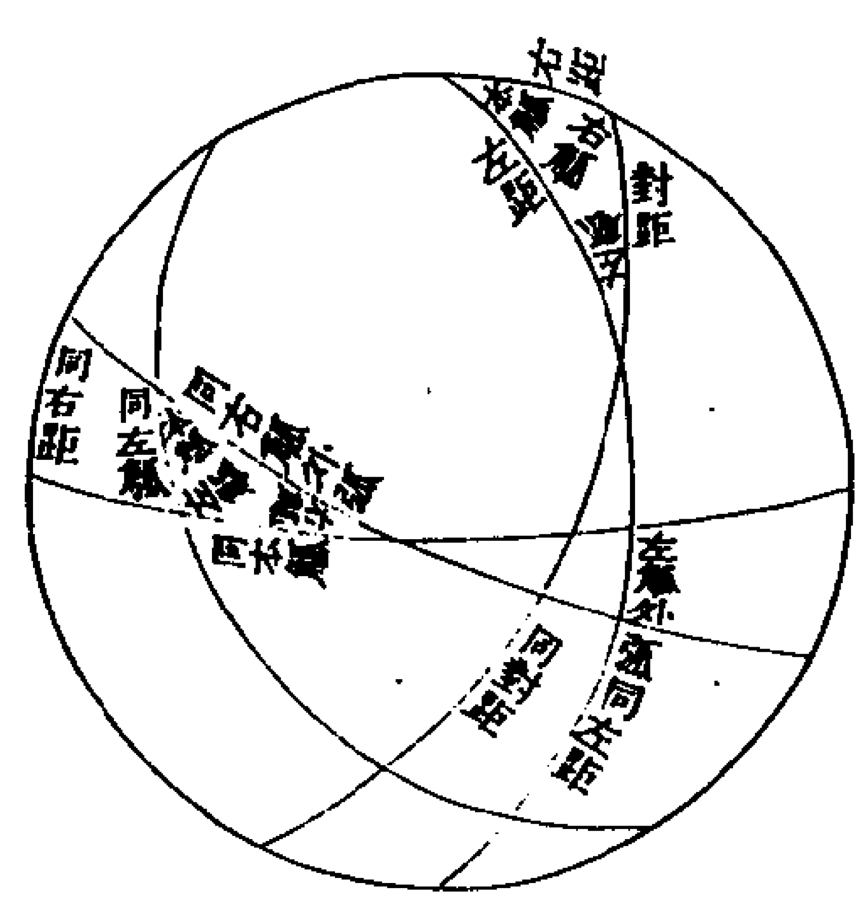
第五十二圖



吳曰上圖正弧三角法之變率共用之距卽句度兩餘弧一爲股度一爲弦度其直角無內外弧之別下圖斜弧三角法之變率理同今名次形法

若三弧各以爲渾圜之一極距弧四分圜周之一規之三規之交成三弧三距則弧同其距之規限距同其弧之規限

第五十三圖



第五十四圖

吳曰上圖三邊俱小一鈍角二銳角下圖三角俱鈍兩大邊一小邊皆斜弧三角法之邊盡易爲角角盡易爲邊以入算者今亦名次形法餘倣此求之

前術大小倨句之體更也後術弧與距之體更也

吳曰今之斜弧三角法有銳角有鈍角或三角俱銳或兩銳一鈍或兩鈍一銳或三角俱鈍其三邊或俱不滿一象或一邊過之或兩邊過一象或三邊俱過約其大致有相對之邊角及對所求之邊角用邊角互求法有相對之邊角又有一邊或一角非對所求之邊角則用垂弧法截爲兩正弧三角若有兩邊一角求對角之邊或有三邊求角則用矢較法不能直用三法者如上前後二術易大邊爲小邊易鈍角爲銳角及邊易爲角角易爲邊然後隨其體勢總不出

三法之範圍矣

句股相權之大恆弧之規限內矩分各與對距相應三距爲渾圜之規限則弧之內矩分與對距之內矩分相應相應而展轉互權矣

所知之弧與所知之距爲相對之弧與距其弧曰正弧其距曰對正弧之距所知之弧與所求之距爲相對之弧與距其弧曰對所求一距之弧或所知之距與所求之弧相對其距曰對所求一弧之距

凡弧與距適四分圜周之一者內矩分適圜半徑

句股第四十五術 吳曰此適角互求法以對角求對適

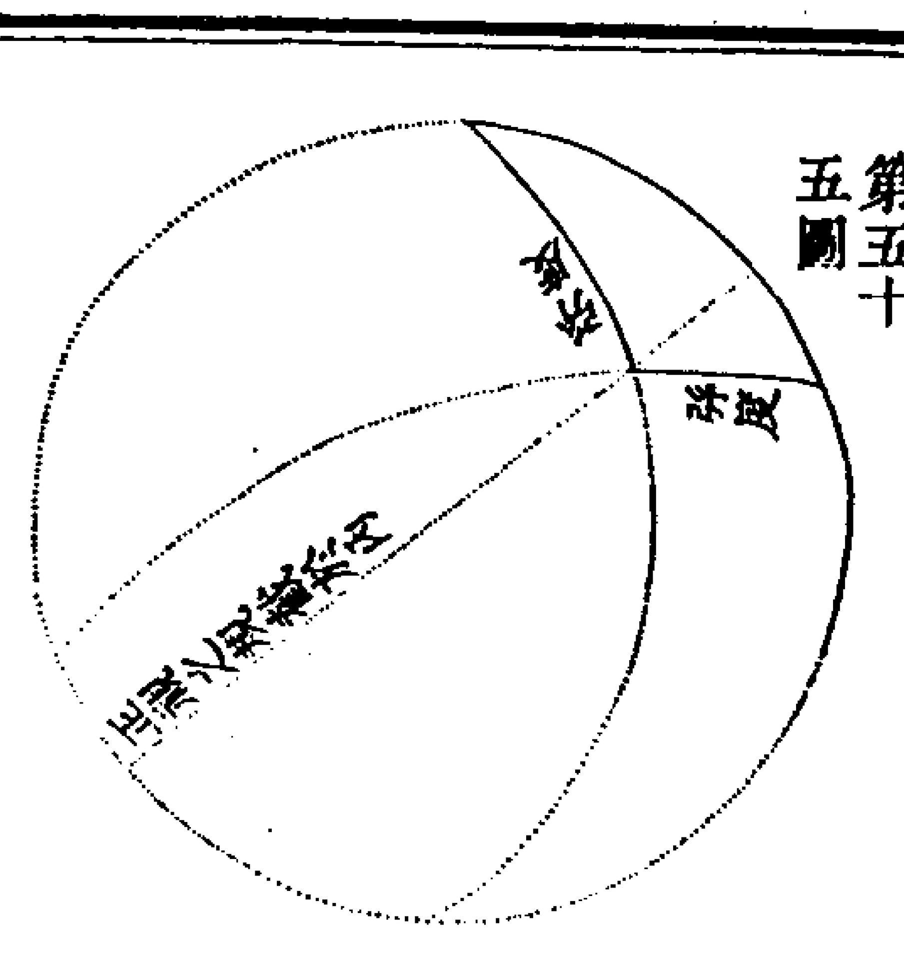
以對正弧之距內矩分乘對所求一距之弧內矩分正弧內矩分除之得所求之距內矩分

句股第四十六術 吳曰此亦適角互求法以對適求對角

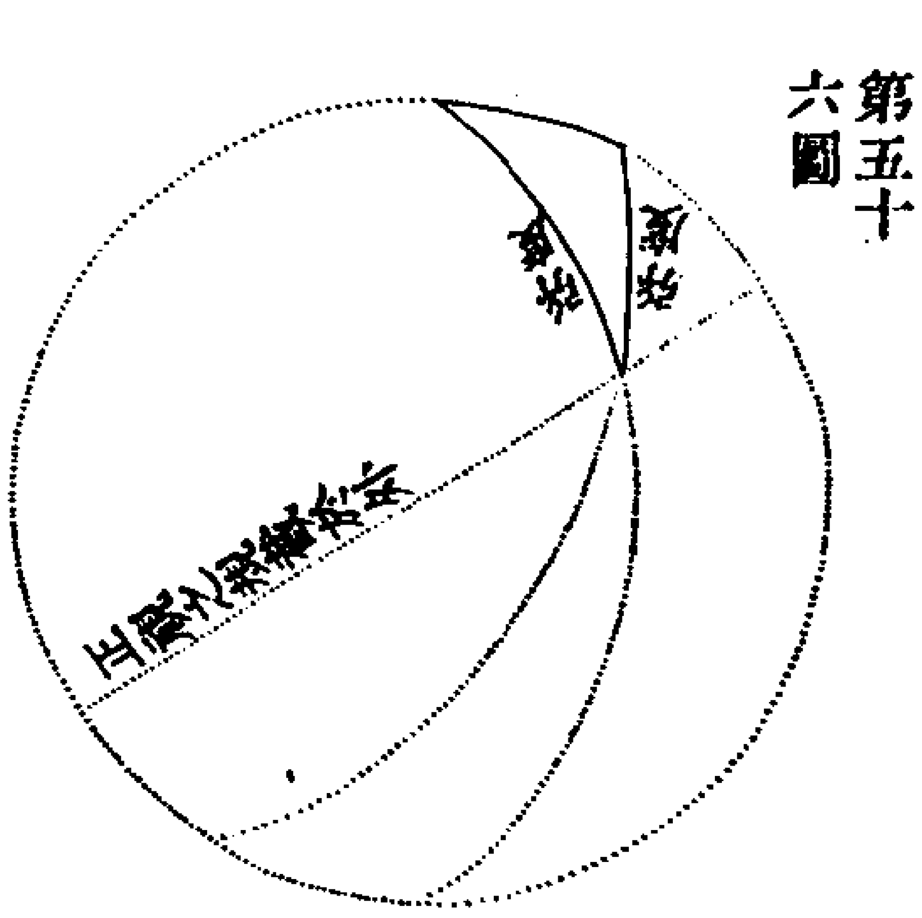
以正弧內矩分乘對所求一弧之距內矩分對正弧之距內矩分除之得所求之弧內矩分若所求爲倨於句股之弧則所得爲其外弧內矩分以外弧減圜半周得所求之弧

所求非對距對弧則截之成規限句股徑隅者二各視次緯儀之率通之

第五十五圖



第五十六圖



吳曰如圖側視之規倶成弦度正視之規今所謂垂弧與平視之規相遇成直角可互易爲句度股度凡垂弧或在形內或在形外須細辨之

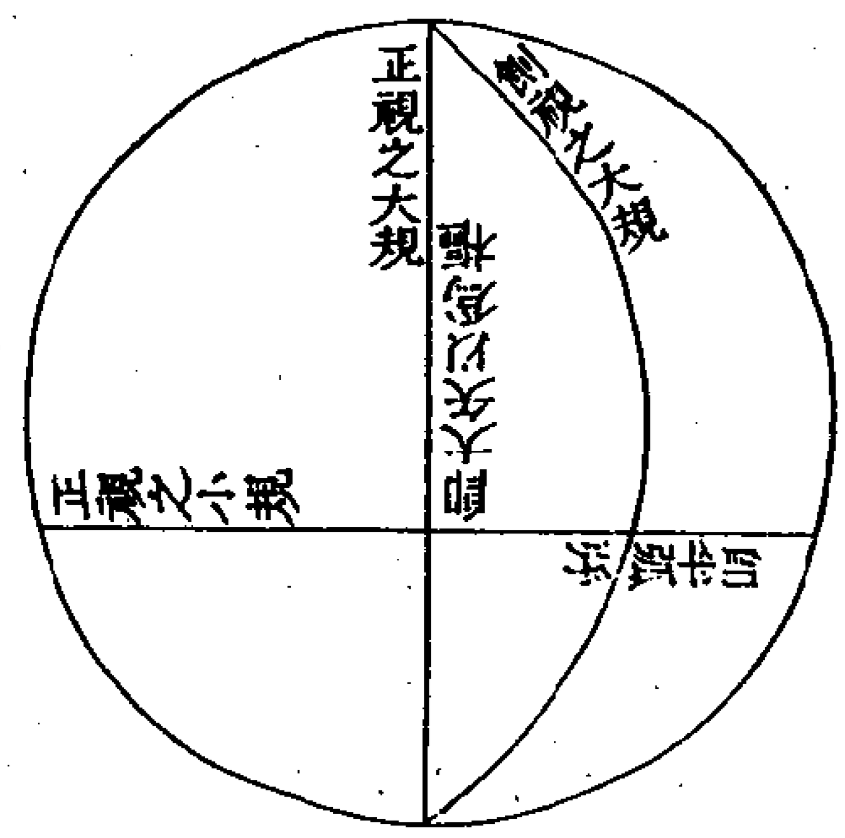
句股第四十七術 吳曰此垂弧法及作垂弧於次形法

三弧皆句於句股自內截之分一弧及其對距爲二成圜度之句股弦者二三弧一倨於句股或自內截之分倨於句股之一弧及其對距爲二或自外截之而倨於句股之弧有外弧亦皆成圜度之句股弦者二若兩弧倨於句股或三弧並倨用前變率大小倨句之體更別成一三弧然後或截其內或截其外既得圜度之句股弦隨其體勢無不與次緯儀相應按中篇諸術求之

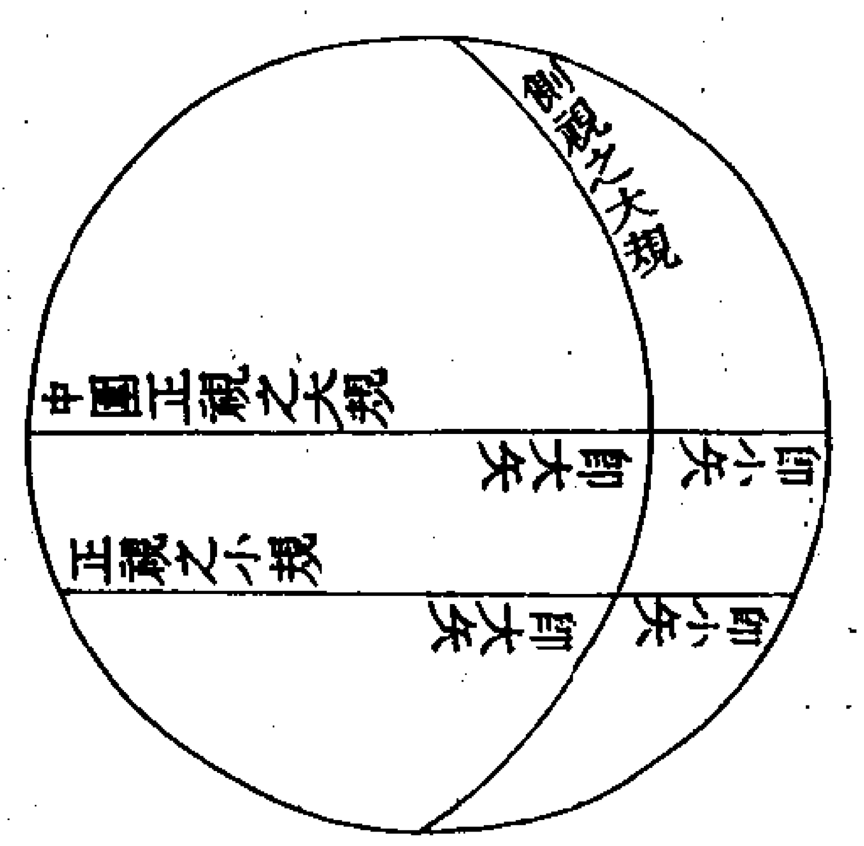
凡內矩分爲半弧弦其弧背渾圜大規也半弧弦不滿

圜半徑者以矢爲樞以半弧弦規之成渾圜之小規吳曰今名距等圈其周徑距大圈之周徑平行相等衡截正視側視之規移其度爲平視側視之規亦截小規而與中圜之大規相應截小規之徑爲大小矢則與中圜大規之徑爲大小矢相應

第五十七圖



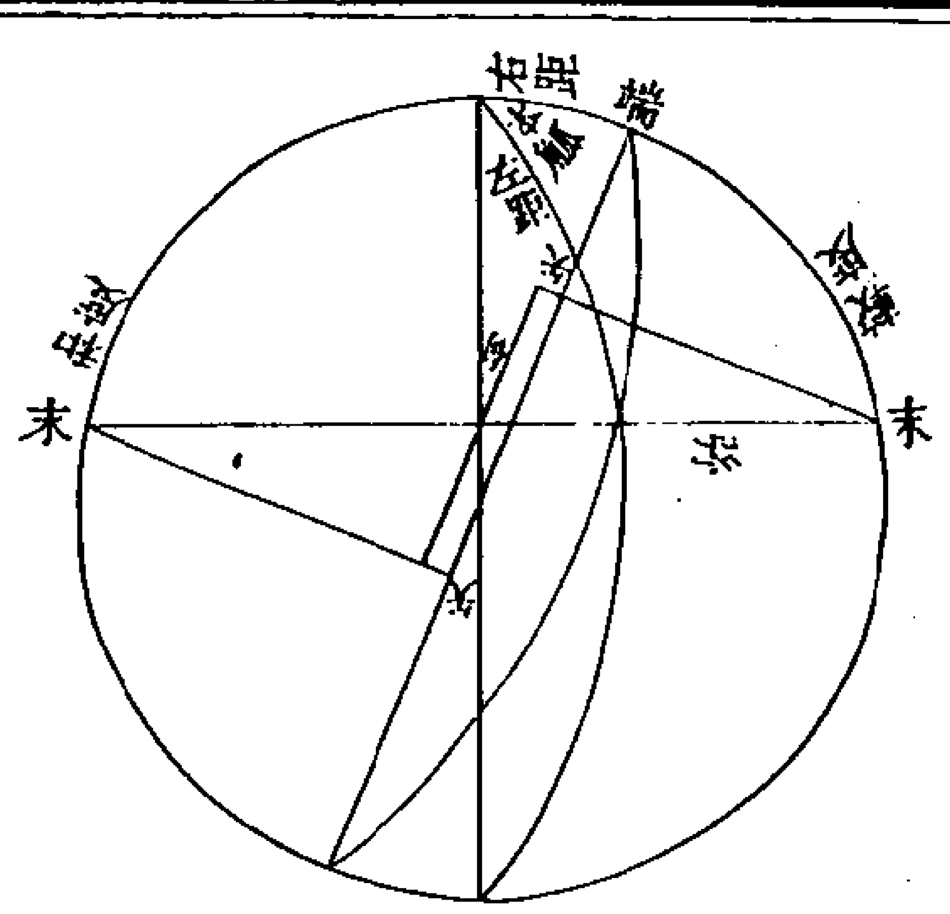
第五十八圖



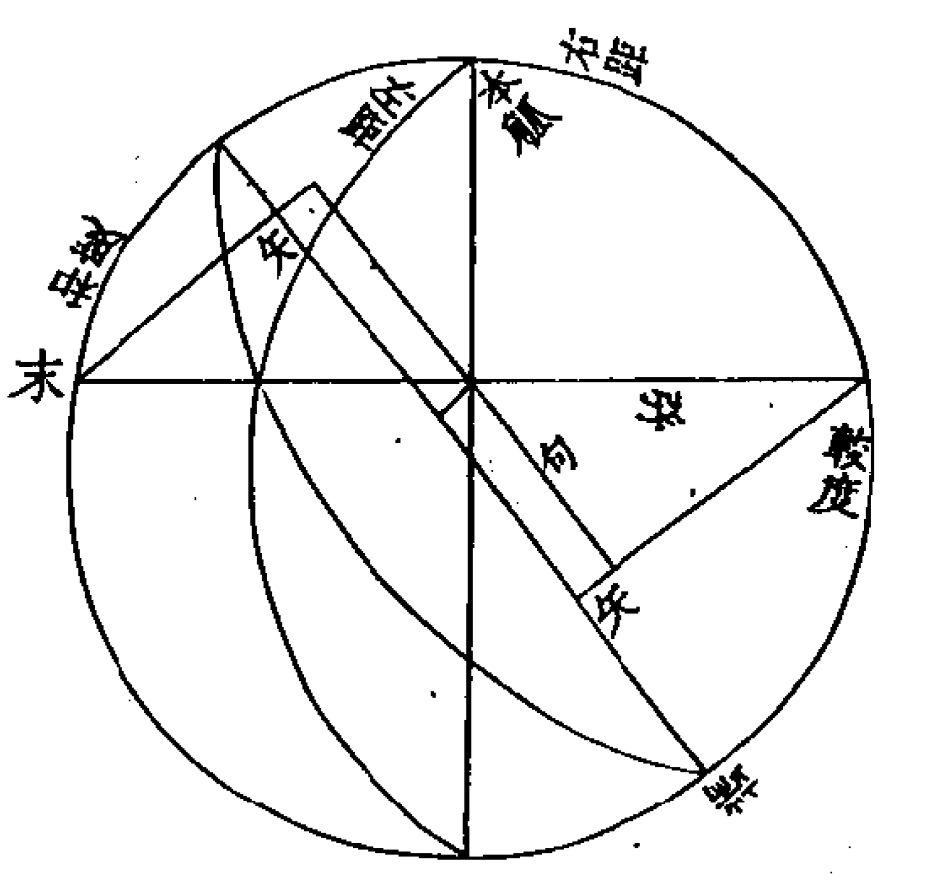
吳曰凡正視之規規與徑視之如一綫故施於圖既爲大小規又即爲半弧弦及矢也

三弧之用兩距和較也所求之弧或所知之弧所知之兩距旁之其弧謂之本弧旁於本弧之右距以平寫之爲平視之規則左距爲側視之規截左距之末成小規而識左距於平兩距和限較限之矢較半之爲矢半較以爲句小規之半徑爲之徑隅

第五十九圖



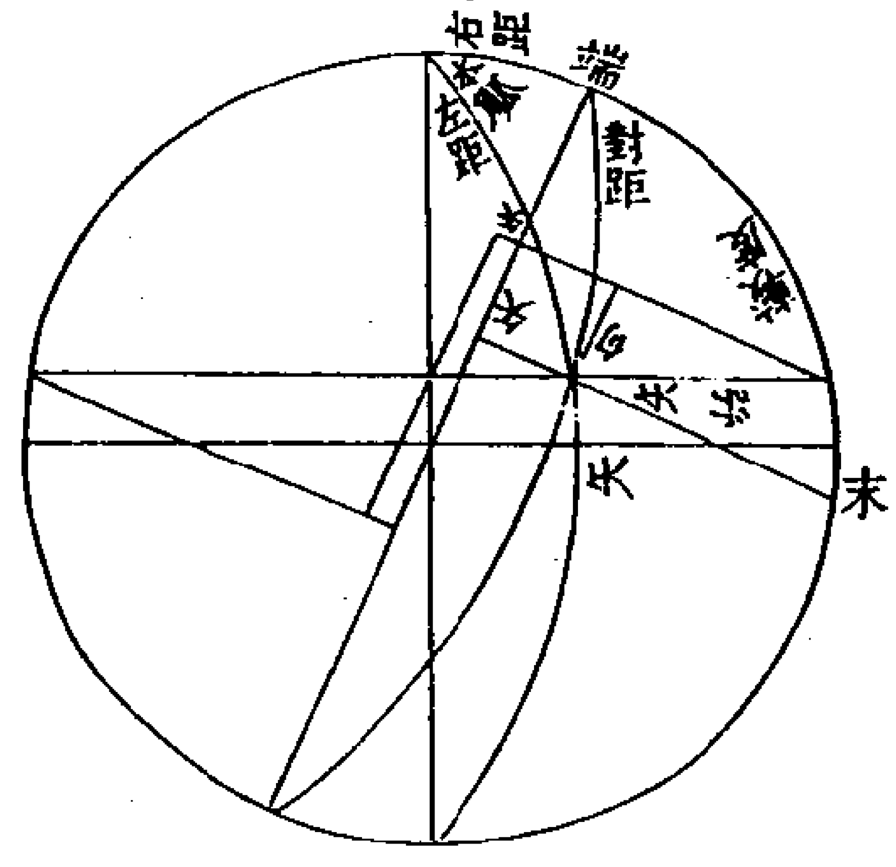
第六十圖



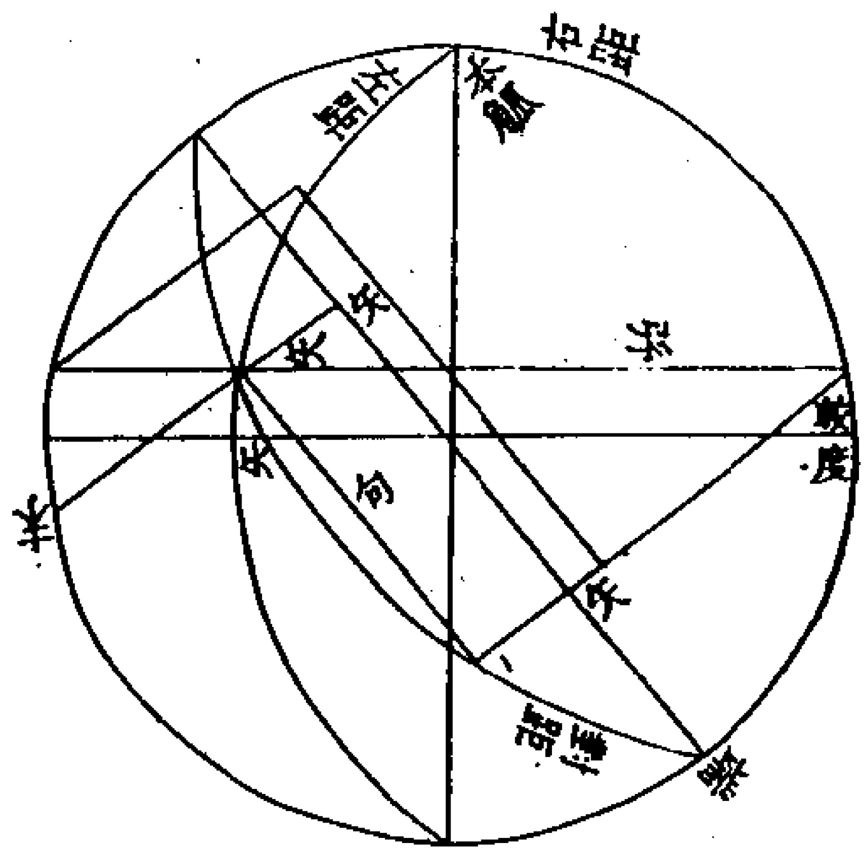
吳曰上圖三邊俱小一鈍角二銳角下圖三角俱鈍兩大邊一小邊所用和度較度之矢半較爲句小規半徑爲弦則一也

以較限與對本弧之距兩矢較爲句。左距側視之規截
小規之徑成大小矢爲之徑。隅。

第六十一圖



第六十二圖



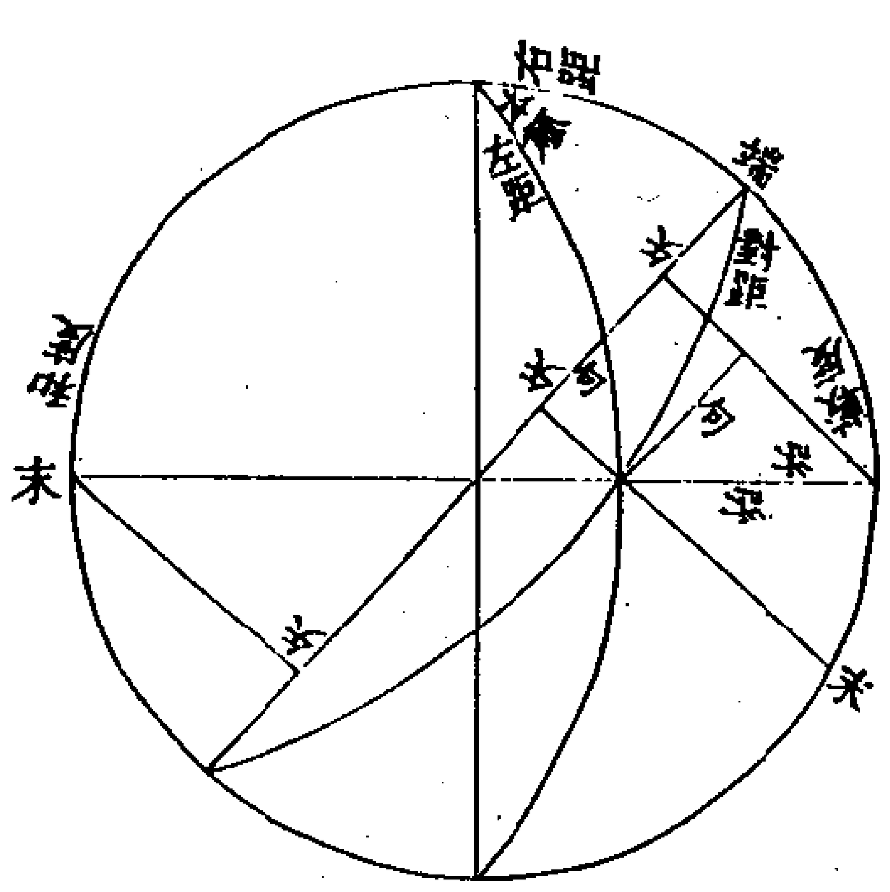
前兩圖矢半較小規半徑成句與弦此兩圖矢較小規之矢成句與弦而兩句與中圜大規矢半徑互求猶兩弦與之互求也大規之矢即本弧之矢

如是得同限之句股二。而句與徑隅通一爲率凡弧之
規度中圜大規也大小規之半徑及其矢竝通一爲率。

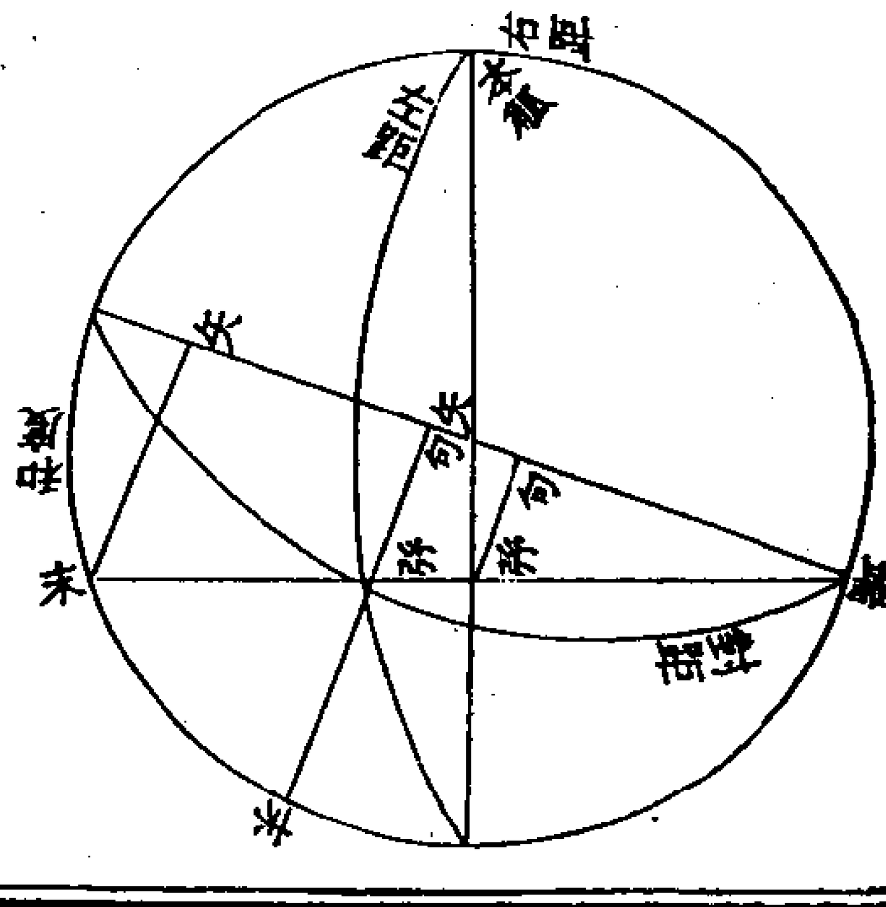
句　弦　本弧規度
矢半較 和度較度　小規半徑　大規半徑　一表
矢較 較度對距　小規之矢　大規之矢　二表

若左距適四分圜周之一則所成之規適爲中圜大規。小規之半徑即左距所爲半弧背之弦凡半弧背適四分圜周之一者半弧弦亦適圜半徑 若左右距相等無較限。
則和限之矢半之爲句小規之半徑爲之徑隅對距之
矢爲句。小規之大小矢爲之徑隅 若無較度而左距又適四分圜周之一和度必適圜半周以圜徑爲之矢半之即半徑不復成句股對距之矢即爲本弧之矢亦不復成句股對距之度即本弧規度直不須求矣

第六十三圖



第六十四圖



上圖無小規尤足明大小規之矢半徑通一爲率下圖無較度和度之矢半之爲句而對距之矢即爲句以與中圜大規矢半徑互求

吳曰據八綫表減餘弦於半徑全數爲正矢即小矢并餘弦半徑爲大矢梅勿菴環中黍尺卷五云角旁兩弧度（即左距右距）相加爲總（即兩距之和度）相減爲存（即兩距之較度）視總弧過象限以總存兩餘弦相加不過象限則相減並折半爲初數若總弧過兩象限與過象限法同（其餘弦仍相加）過三象限與在象限內同（其餘弦仍相減）若存弧亦過象限則反其加減（總弧過象限或過半周宜相加今反以相減若總弧過於三象限宜相減今反以相加）並以兩餘弦同在一半徑相減不然則加也如勿菴法用時宜審餘弦同在半徑不同在半徑蓋過一象限過半周餘弦皆在外半徑不過象限過三象限餘弦皆在內半

徑知此庶幾加減不誤又過一象限過半周皆與半周相減而用餘弧剩弧之餘弦過三象限與圜周相減而用其餘弧之餘弦知此庶幾用餘弦不誤二條當爲勿菴補其例其書又云或總弧適足半周用半徑爲總弧餘弦若角旁兩弧同數則無存弧用半徑爲存弧餘弦此勿菴遷就之法非算理也適足半周無餘弧戴君所謂大矢宜甚大滿圜徑耳不當設半徑爲餘弦又無存弧者無由有存弧之餘弦而空設半徑以入加減二者不可以算理揆之因知兩餘弦加減立法之根殆屬假借斯記立新法改用兩矢較半之與勿菴所得初數同不須强設且免詳審加減之煩

以弧求距求對距之矢也以距求弧求本弧規隅之大小矢也

句股第四十八術（吳曰此矢較法今名兩過夾一角求對過及兩角夾一過求對角）

知一弧兩距而距在弧之左右求對弧之距其弧曰本弧以左右兩距相併爲和度相減爲較度和度較度之矢相減半之爲矢半較（吳曰即所謂初數又名中數但彼用餘弦此用矢立法不同耳）乘本弧之矢圜半徑除之得對距與較度之兩矢較加較度矢即對距之矢凡無較度則用和度之矢半之

乘本弧之矢所得即對距之矢若知兩弧一距而弧在距之兩端準前易弧爲距易距爲弧則其術同

句股第四十九術（吳曰此亦矢較法今名三過求角及三角求過）

知三距求弧所求之弧曰本弧以旁兩距相併爲和度相減爲較度對距之矢與較度之矢相減爲兩矢較與圜半徑相乘和度較度之矢半較除之得本弧之矢凡無較度則圜半徑乘對距之矢和度之矢半之除之得本弧之矢若三弧求距準前易弧爲距易距爲弧則亦三距求弧矣凡矢或小矢或大矢例已見前

總三篇凡爲圖五十有五爲術四十有九記二千四百一十七字因周髀首章之言衍而極之以備步算之大全補六藝之逸簡書成實著雝攝提格之歲日在營室也

吳曰準望簡法首章云爲矩以準望凡百分大其器則分十之謂之小分矩積其分萬小分百萬以矩之百分爲圜半徑自一觚規之規度適四分圜周之一其觚設垂綫截規度成半弧背者二弧背外方謂之矩分半弧弦謂之內矩分垂綫在弧內謂之徑隅圜半徑徑隅一也抵弧外與矩分相應謂之徑引數矩

分過滿百不與垂綫值垂綫所指知次弧背之矩分矩積爲實次矩分爲法實如法而一得過滿百之矩分減半弧背於規度是爲次半弧背半之以其矩分加於半弧背之矩分得徑引數內矩分與弧外方數平行相應也規度全圜凡百應晝夜之數度六十分以十分爲一小度應晝夜之刻分分不容六千則參分其小度命以太少三之一曰少半度三之二曰太半度一矩之規小度百有五十方圓之致備矣非圓無以盡方之變非方無以明圓之用

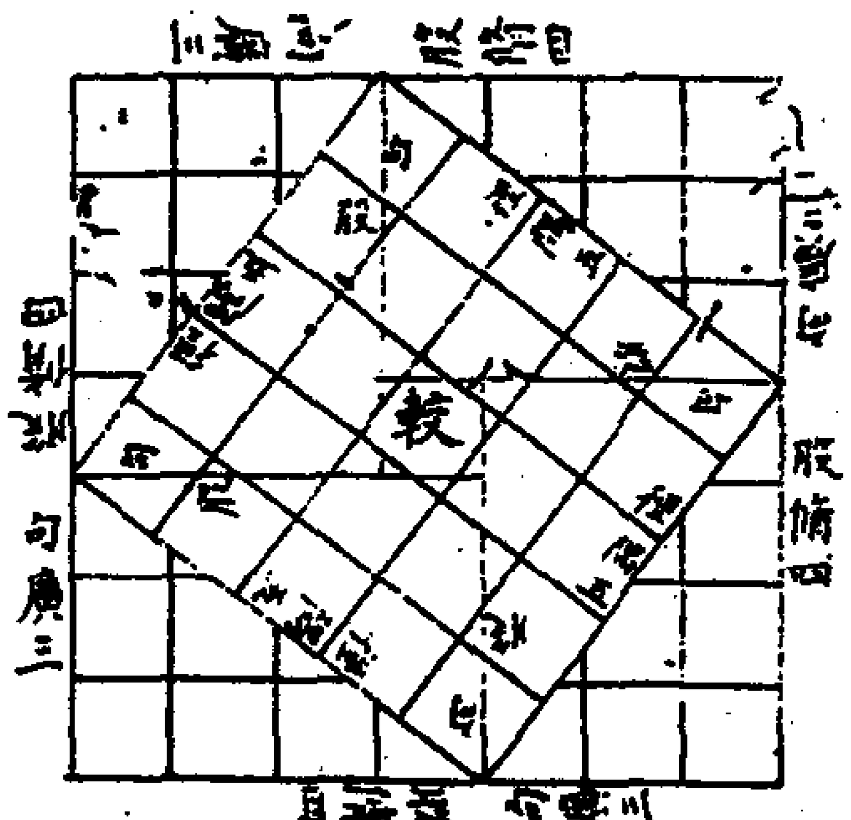
又曰天本無度步算家設度以推測日月星之行古法三百六十五度四分度之一（古歲實三百六十五日四分日之一晷率大致耳耋隨宜修改不與天爭時）每晝夜日右旋一度度也者行而過之之名今用三百六十整度則每晝夜日行不及一度雖失名度之義算器無妨用之此擬周髀製矩故用古刻法爲度法（古晝夜百刻刻六十分凡十分爲一小刻隸十二辰每一辰八大刻二小刻梁天監中改爲晝夜九十六整刻今刻法用之）得名度者日左旋一刻所度也

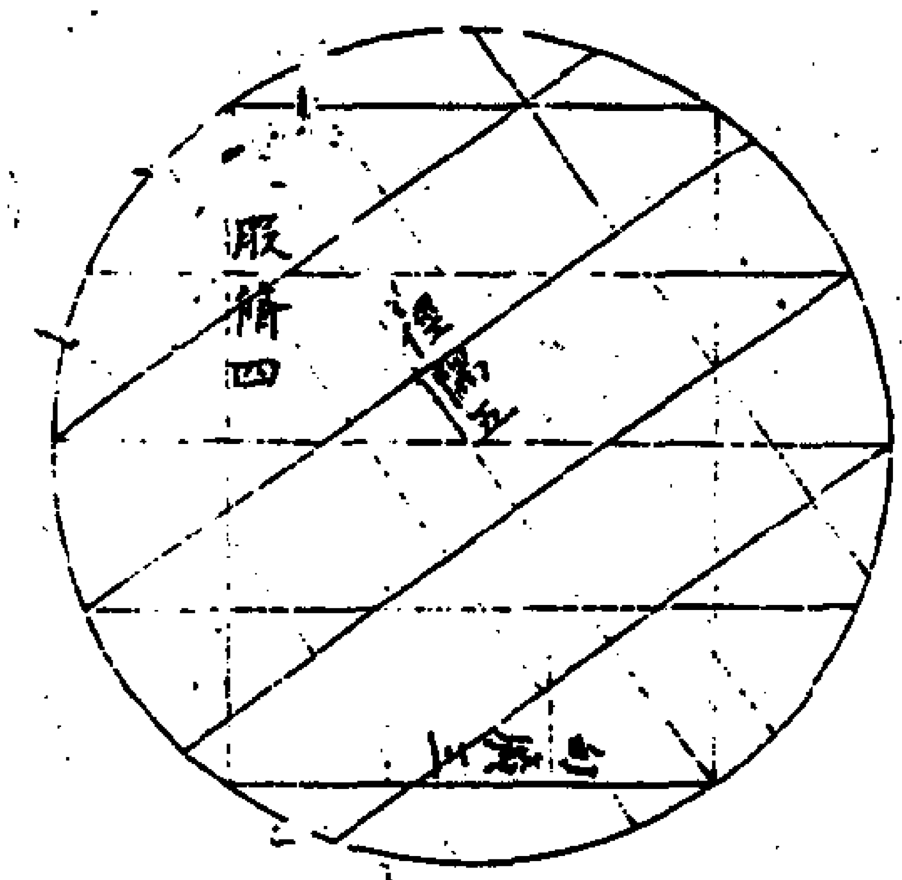
句股割圜記下終凡六百八十九字

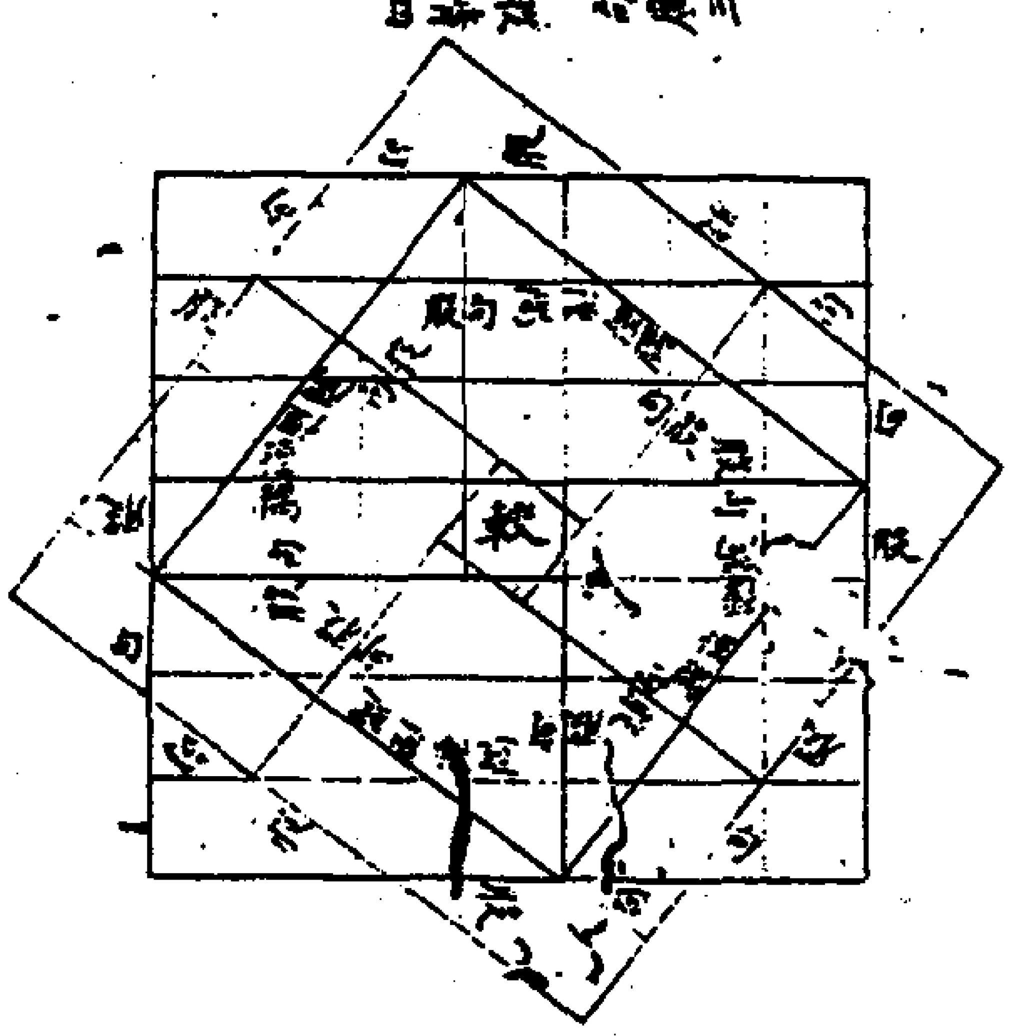
準望簡法

新安戴震記

周髀曰數之法出於圓方圓出於方方出於矩矩出於九九八十一故折矩以為句廣三股脩四徑隅五

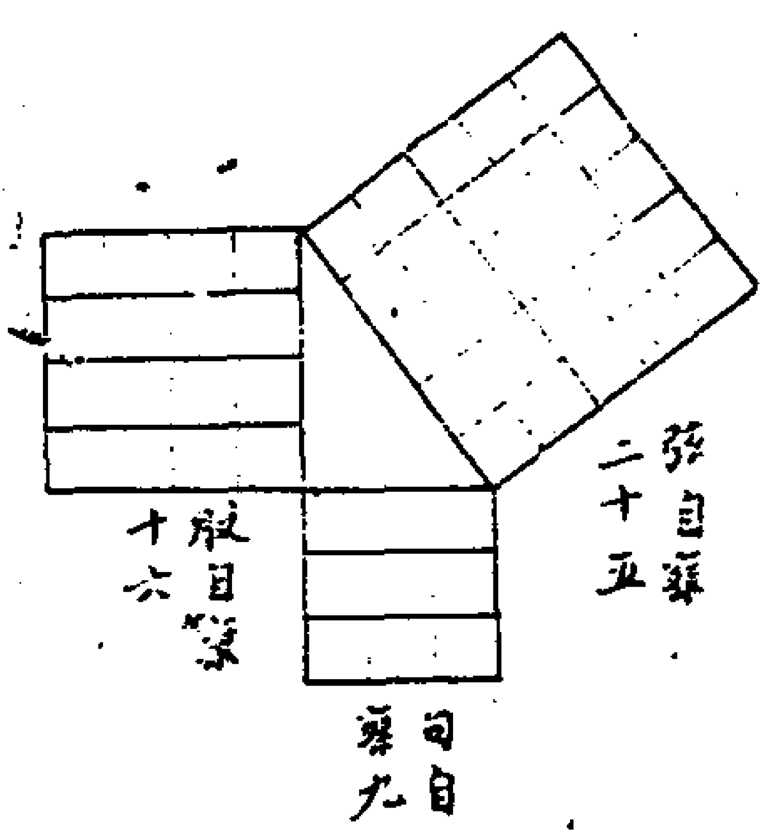






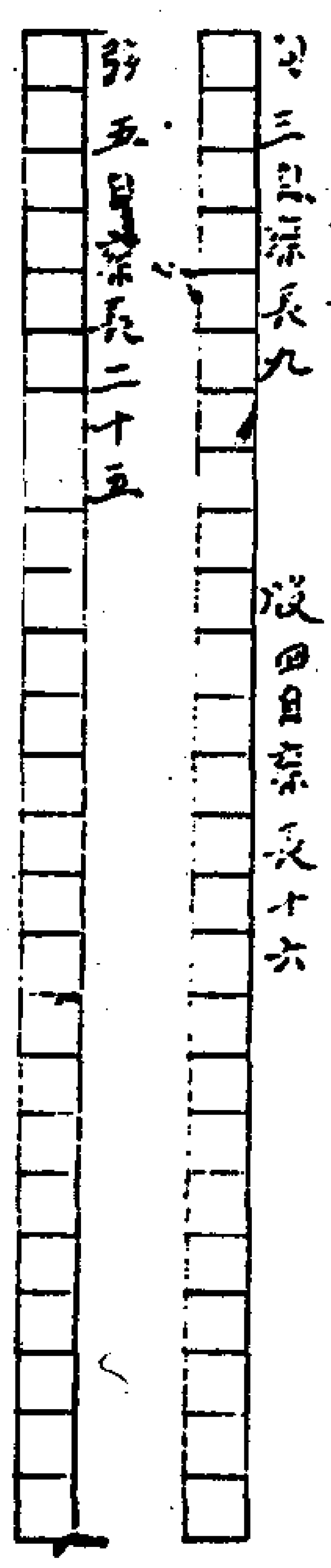
設圓內容長方其廣三其脩四其斜弦必五三角皆立圓定於此徑通於圓之徑

既方之外半(當作太)其一矩環而共盤得成三四五句股弦各自乘方為三矩乃太一矩而以兩矩或相併或相減即得其所太一矩之實開方除之得成句股弦三四五循環互求之率



弦方內容一句實一股實併句實股實即得弦實

兩矩共長二十有五是謂積矩以所積直計之則曰長弦自乘積二十五為最長之方矩句自乘積九股自乘積十六合九與十六亦長二十五適與之等成兩矩相等以此為積矩之通率故句股求弦則兩積相併句弦求股股弦求句則兩積相減也



又曰平矩以正繩偃矩以望高覆矩以測深臥矩以知

遠環矩以為圜，合矩以為方，方屬地，圜屬天，天圜地方。方數為典，以方出圜。又曰：智出於句，句出於矩。余考周髀之言，欲補古者準望之遺，擬而作器，名之曰矩，從古所志也。

矩者，準望器也。有方度，以句股為用；有圜度，以徑隅為用。

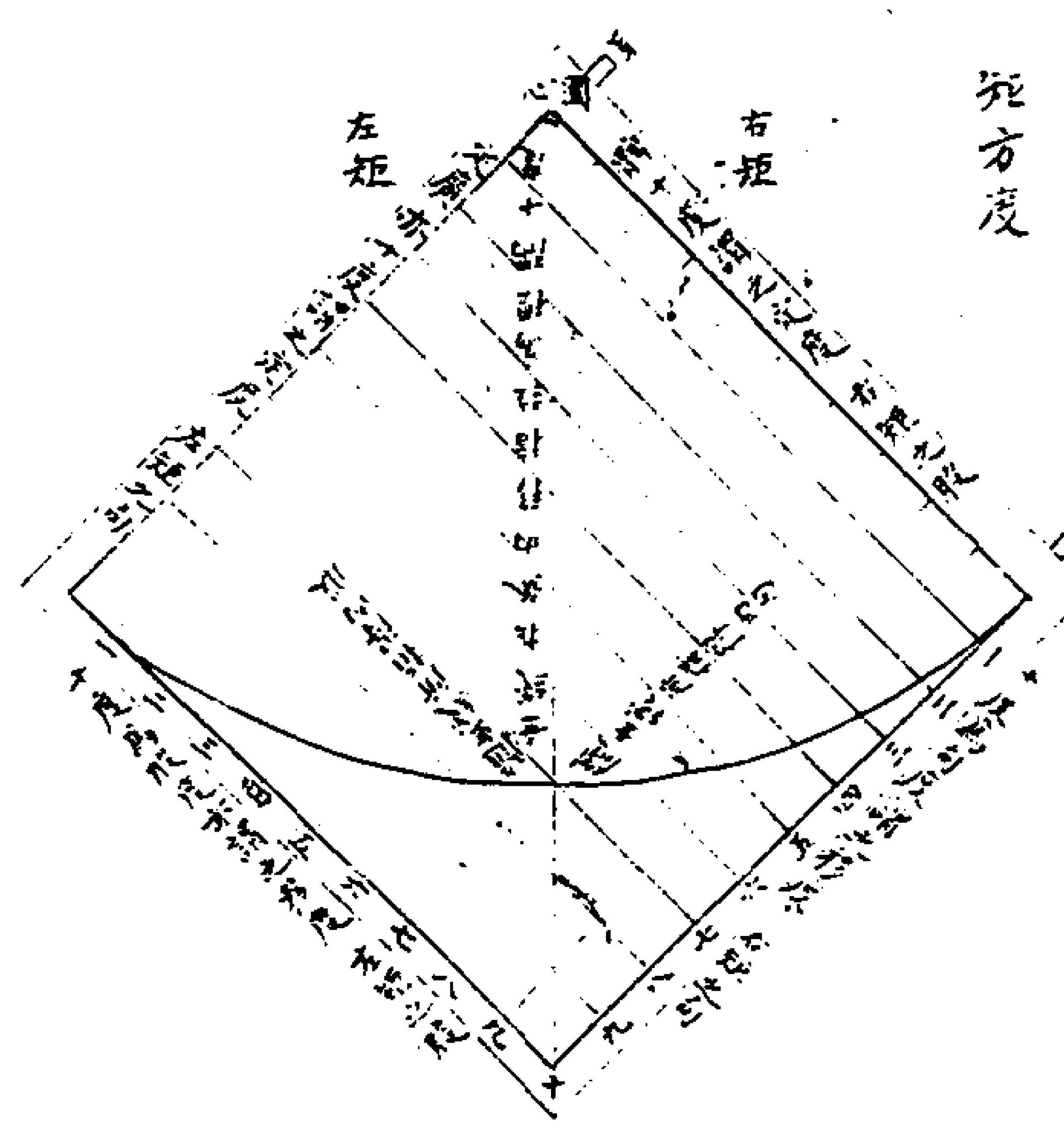
方度，四其積矩之長，凡百方之縱橫各十，每一度積百分，縱橫各十，矩積為度百，為分萬也。

此十度之矩，大者可為百度之矩，則矩積為度萬，為分百萬。今步算家用八綫表，其數倍密於此，然彼乃撿得之數，未足為密。八綫生於象限九十度，眡垂綫所指象限弧度，與垂綫所指矩之邊度，分疏密回相等爾。

以矩之一角為圜心，以其方之十度為圜半徑，而規其弧，取周髀環矩以為圜之義弧得全圜四之一，居宋已未錯之一象亦乃象限於圜心設垂綫，以界左矩右矩，而得大小四句股。

右矩，其邊為髀，髀者股也，異其名，所以別於左矩之股其平度截弧外為句，於八綫名正切弧內隨徑隅所指為內句，於八綫名正弦，凡正弦正切之反亦可名為餘弦餘切髀設兩耳焉，眡以為準。

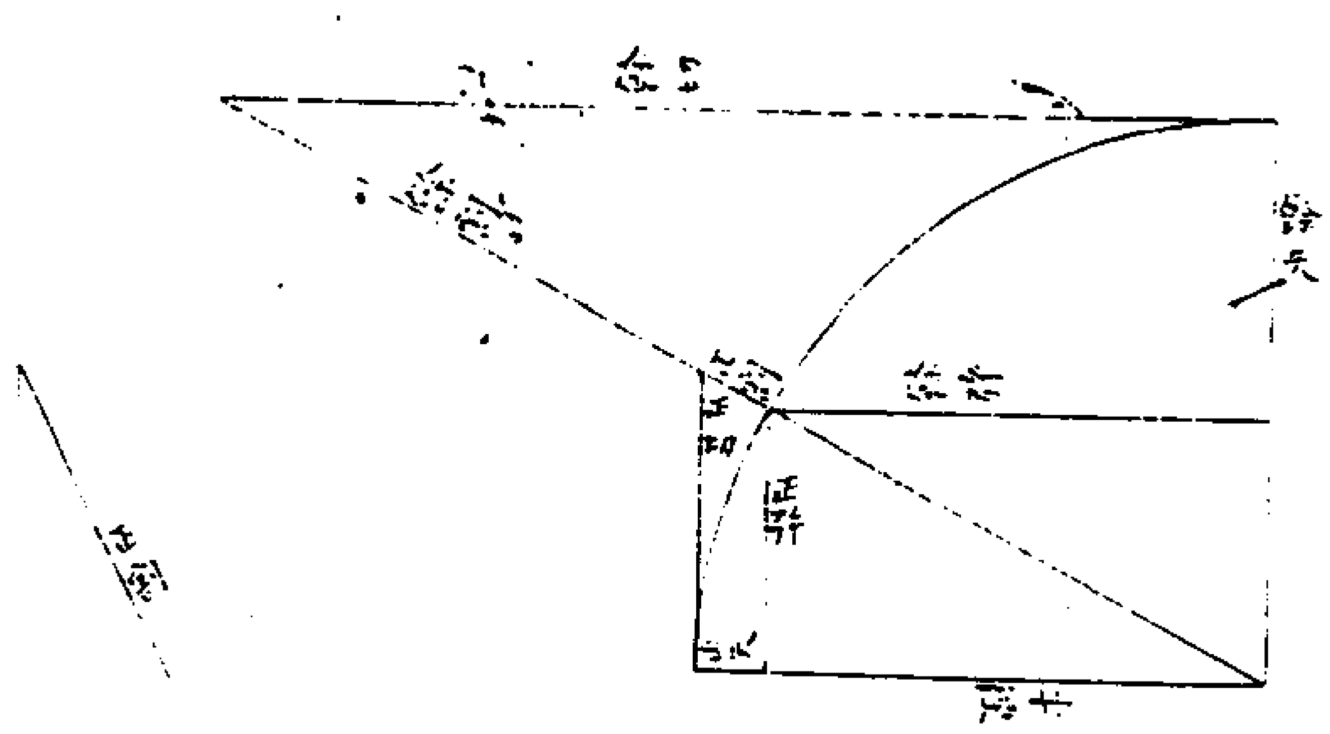
左矩，其邊為定廣，廣亦句也，異其名，所以別於右矩之句其平度截弧外為股，於八綫名餘切弧內隨徑隅所指為內股，於八綫名餘弦，凡餘弦餘切之反亦可名為正弦正切股與髀對邊也，廣與句對邊也。

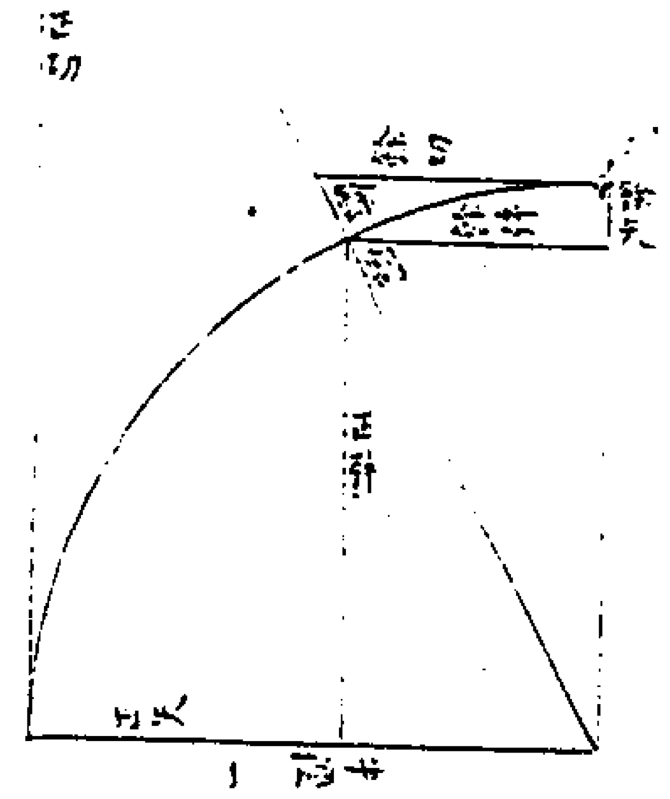


每度各有分，此圖去畧。

垂綫隨所指而移。

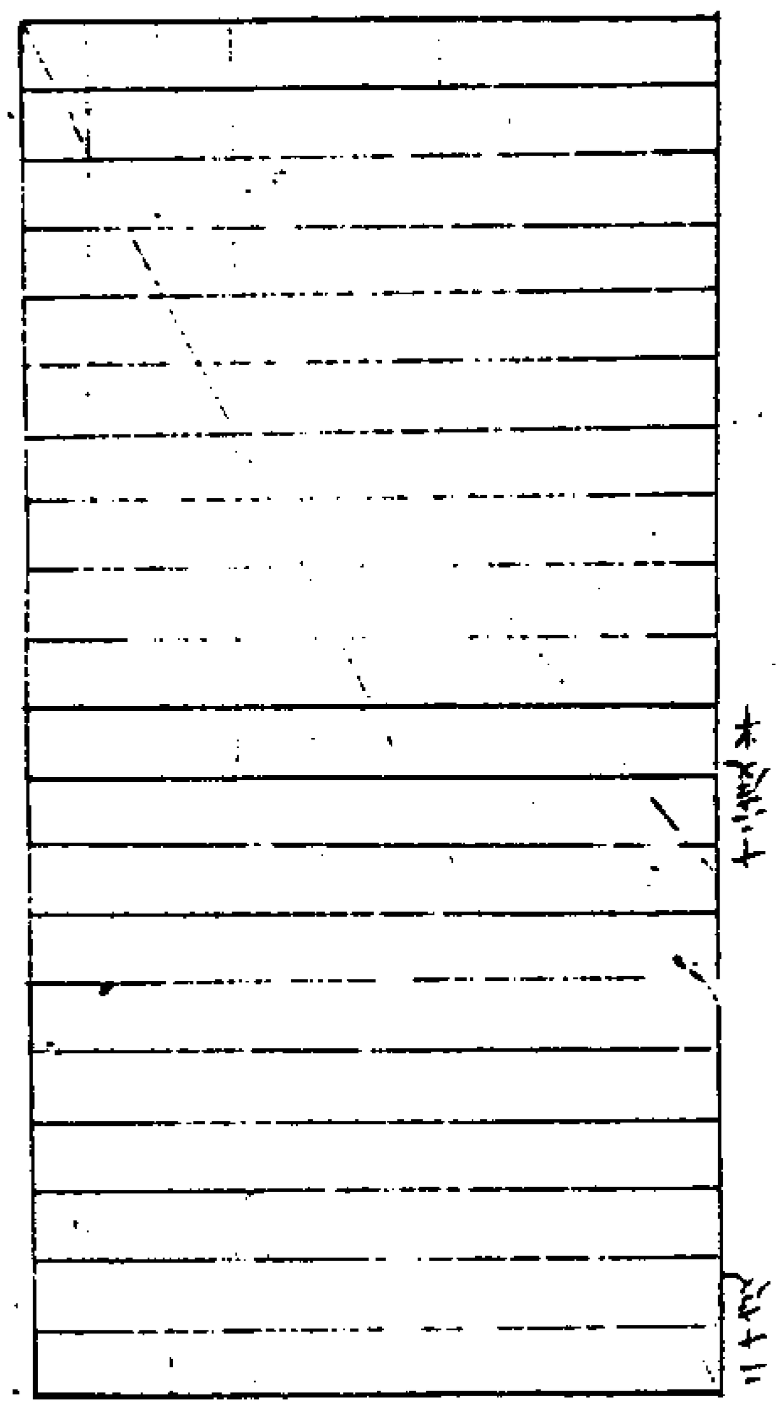
移垂綫過十度，左矩右矩各以遞互視之。





割圜八綫截於一象，其工算之名可以互易，八綫生於弧之度分，以圜出方也；矩則所謂方數為典，以方出圜。

句過十度則垂綫移在股通之以所指股之度分為濃矩積為度百為分萬為實實如濃而一凡實如濃而一分各為歸除得句股過十度則垂綫移在句通之以所指句之度分為濃矩積為實實如濃而一得股準此以通之而後矩不窮於用矣



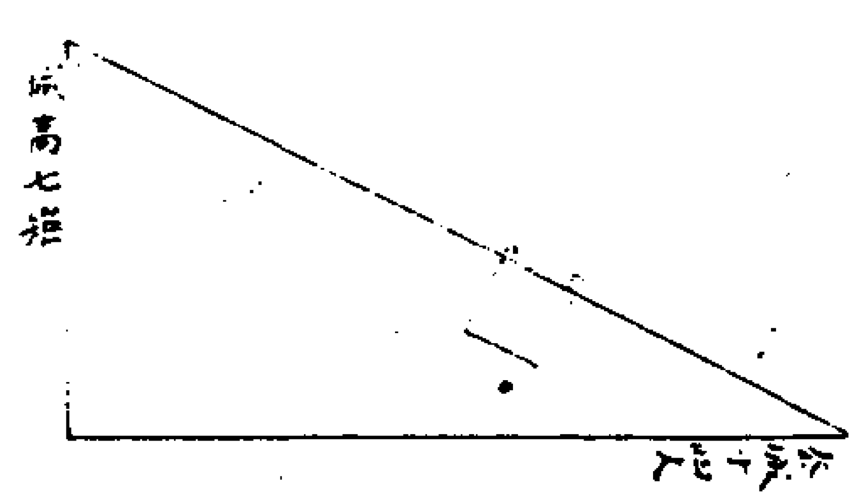
設重綫指矩五度引而長必與二十度相值垂綫指矩八度引而長必與十二度半相值以方形明之廣五脩二十其積必百廣八脩十二有半其積亦百又以句股比例明之句五股十句十股必二十半與倍之比例也句八股十句十股必十二有半四與五之比例也

凡有高有形勢或測其高或測其遠者高恒為股遠恒為句故矩之髀右矩與股左矩恒當高句右矩與廣左矩恒當遠

凡言當者皆相為比例異乘同除可以展轉互求公以四率列之二率三率相乘為實一率為法除之得第四率為所求之數凡四率二與一互易則四與三互易三與二互易則四與一互易皆相當之比例也

設太城十四大測城高垂綫在股五度通之二十度得句是為城高七雉即七丈

此以定廣十度當太城十四丈股五度當城高七丈若以句二十度當太城十四丈則髀十度當城高七丈



用左矩為比例

一率	定廣十度	股五度
二率	股五度	定廣十度
三率	太城十四丈	城高七丈
四率	城高七丈	太城十四丈

用右矩為比例

一率	句二十度	髀十度
二率	髀十度	句二十度
三率	太城十四丈	城高七丈
四率	城高七丈	太城十四丈

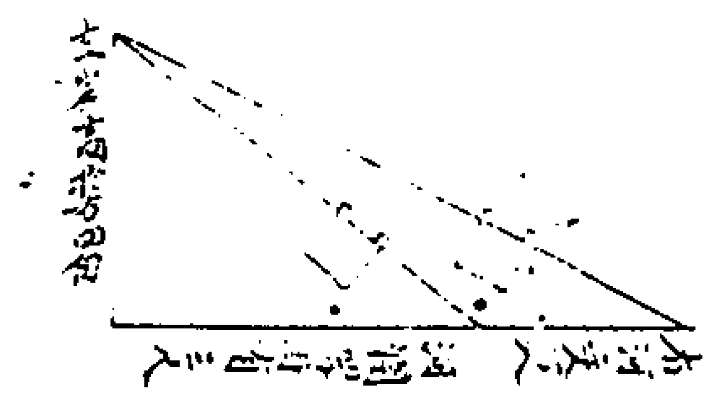
左矩之定廣右矩之髀皆十度以入算降位即當除法位即省乘

若兼測更辨定度移度以當高遠之定與移左矩之廣右矩之髀皆定度也左矩之股右矩之句皆移度也二遠一高或句股遠有前後兩測也空用右矩移度在句二高一遠或句股高與高上之高兩測也空用左矩移度在股移度者有小大和較而當重測之兩距

設河左岸高於右岸自右岸頭水測之垂綫在股八度退二丈一尺重測垂綫在股五度通之得前測句十二度半後測句二十度此二遠一高空用右矩故以股度為句度較七度半是為左岸高於右四仞七尺曰仞四仞二丈八尺河闊四尋八尺曰尋四尋三丈二尺有三尺

此以兩句較七度半當退二丈一尺髀十度當左岸

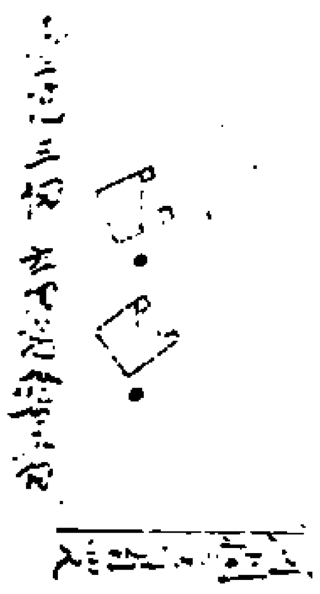
高於右二丈八尺。前測句十二度半，當河闊三大五尺。



用右矩為比例

一率	兩句較七度半	兩句較七度半
二率	斷十度	前測句十二度半
三率	右岸距河二丈一尺	右岸距河二丈一尺
四率	左岸高於右二丈八尺	河闊三丈五尺
一率	斷十度	前測句十二度半
二率	前測句十二度半	斷十度
三率	左岸高於右二丈八尺	河闊三丈五尺
四率	河闊三丈五尺	左岸高於右二丈八尺
一率	斷十度	前測句十二度半
二率	兩句較七度半	兩句較七度半
三率	左岸高於右二丈八尺	河闊三丈五尺
四率	右岸距河二丈一尺	右岸距河二丈一尺

設河左高岸臨河有臺高三仞，自河右岸頻水測右岸之高，垂綫在句八度；次測臺高，垂綫在句五度；通之得前測股十二度半，後測股二十度（此臺高一邊定尺左矩故變句度為股度）。較七度半，是為左岸高於右五仞，河闊三尋有四尺。此以兩股較七度半當臺高二丈一尺，前測股十二度半當左岸高於右三丈五尺，定廣十度當河闊二丈八尺。

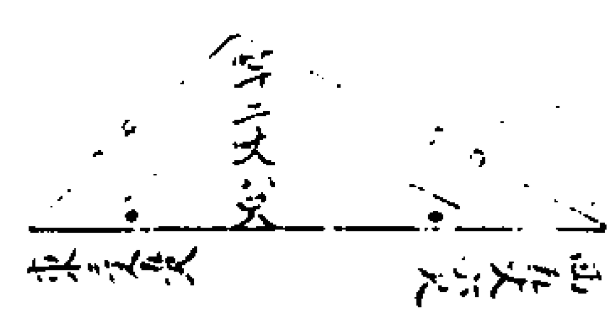


用左矩為比例

一率	兩股較七度半	兩股較七度半
二率	前測股十二度半	定廣十度
三率	臺高二丈一尺	臺高二丈一尺
四率	左岸高於右三丈五尺	河測二丈八尺

展轉互求與前同，惟用左矩為異。

設池東西廣九丈一尺，池中立一竿，自東測竿杪，垂綫在股八度，又自西測之，垂綫在股五度，通之得前測句十二度半，後測句二十度，和三十二度半，是為竿杪下至與人目齊凡二丈八尺，池東至竿三丈五尺，池西至竿五丈六尺。此以兩句和當池廣，斷當池中立竿，兩測句度當竿東西至池畔。



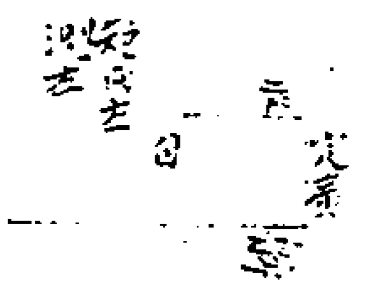
用右矩為比例

一率	兩句和三十二度半	斷十度
二率	斷十度	前測句十二度半
三率	池廣九丈一尺	竿二丈八尺
四率	竿二丈八尺	池東至竿三丈五尺

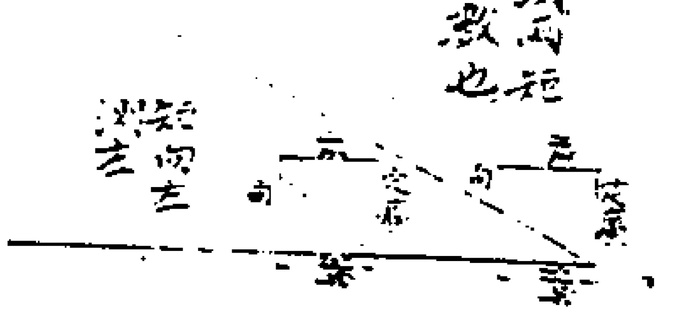
展轉互求與前同，惟以和較為異。

凡測遠而無高下形勢者，惟以垂綫指所測縱橫相當為比例。矩向左測左，斷股橫而句廣縱，不移矩重測用句（若垂綫指股則變為句度），移矩重測用股（若垂綫指句則變為股度）。

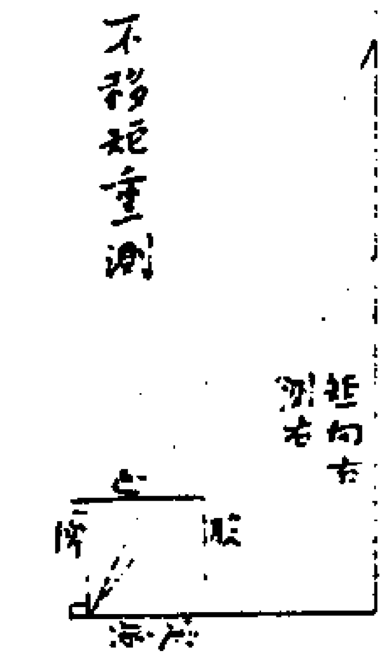
不移矩重測所指有兩處也

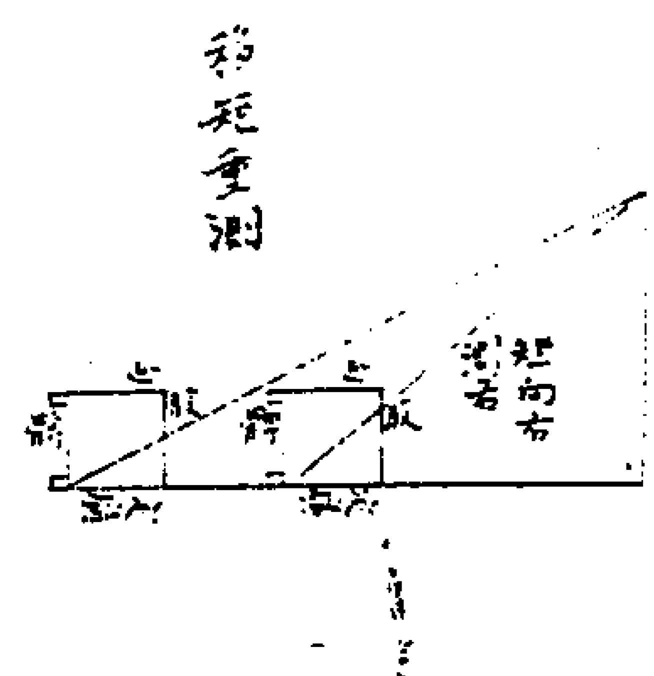


移矩重測兩矩相去之數也



矩向右測右，斷股縱而句廣橫，不移矩重測用股，移矩重測用句。

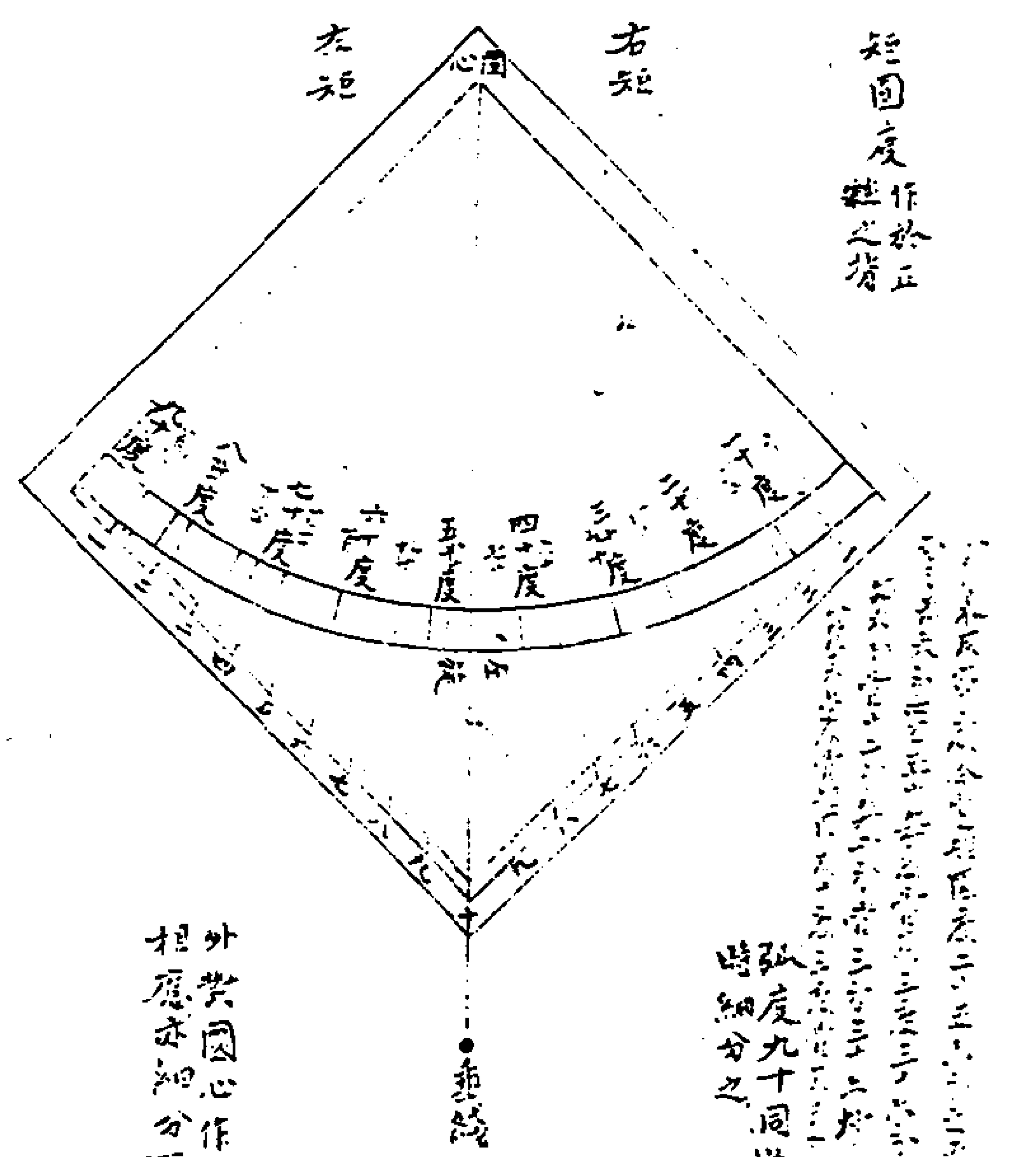




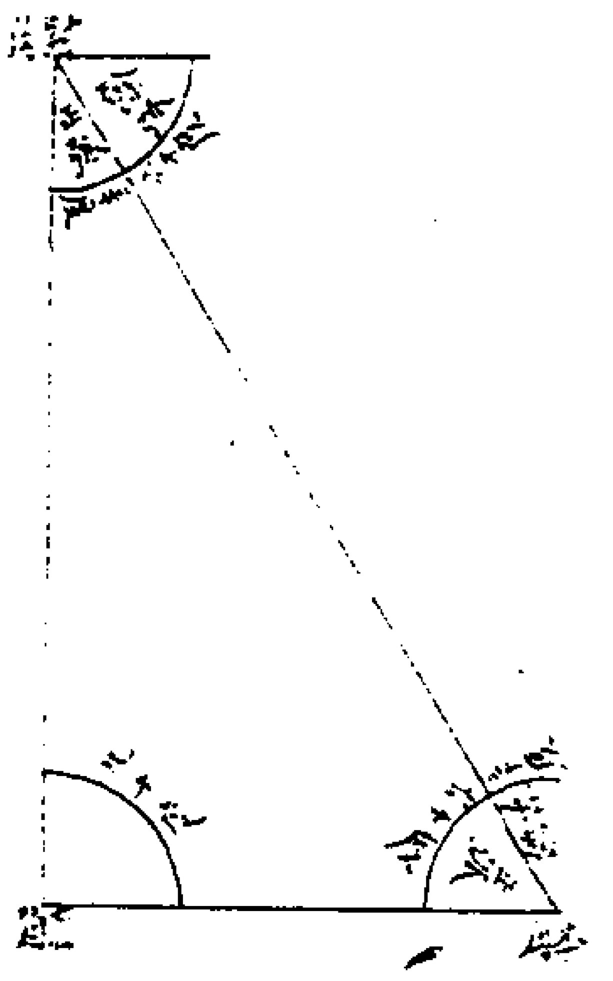
準望之遠高深廣遠一也皆以矩上之句股（是為小句小股又為原有之句又原有之股）與所測之句股形（是為大句大股又為今有之句或今有之股求今之股或今有之股求今之句）而相當而成比例異乘同除得所求重測者和較之比例也若更求人目斜距則用句度或股度者既內句或內股之度而以徑隅比例求之

圓度全圓三百六十配周天之數（三百有六十）天本無度步算家設度以推測日月星之行古遠三百六十五度有奇每晝夜日行一度度者行而過之之名今用三百六十整度便於布算則每晝夜日行不及一度雖失名度之義其器無妨用之

矩之弧舉一反三之道也其度九十度各有分於矩之背重為方而規弧其中左旋識其度分以應乎天之左旋也重為方者內方四币如正矩外方闊圓心之右二邊以正矩之方度識於內方對圓心而隅出之內方之內無方度不以方圓相離也其外識之所謂方數為與也非圓無以盡方之變非方無以明圓之周



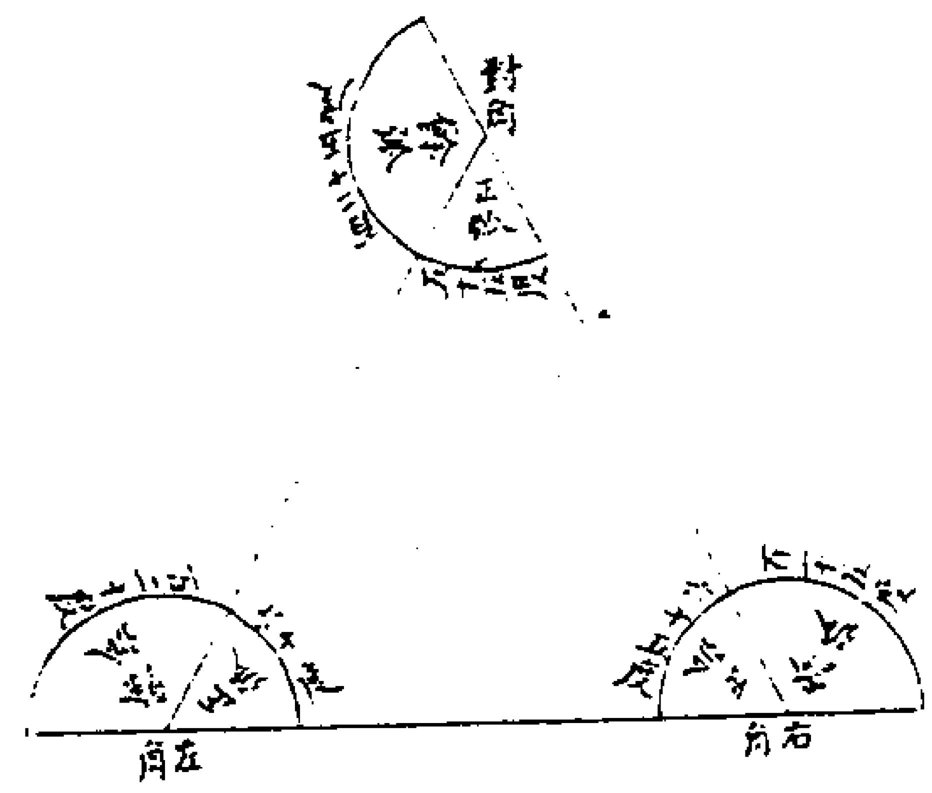
句股形一直角（句股名正角）二小角（又名為鋭角）以直角為圓心所規之弧全矩九十度也二小角各為圓心其各所規之弧併之亦九十度任以一為本角一為對角於九十度減本角弧度餘為對角弧度



設本角六十度對角必三十度本角之正弧與對角之餘弧等本角之餘弧與對角之正弧等併兩角共九十度與直角等併本角對角直角凡百八十度

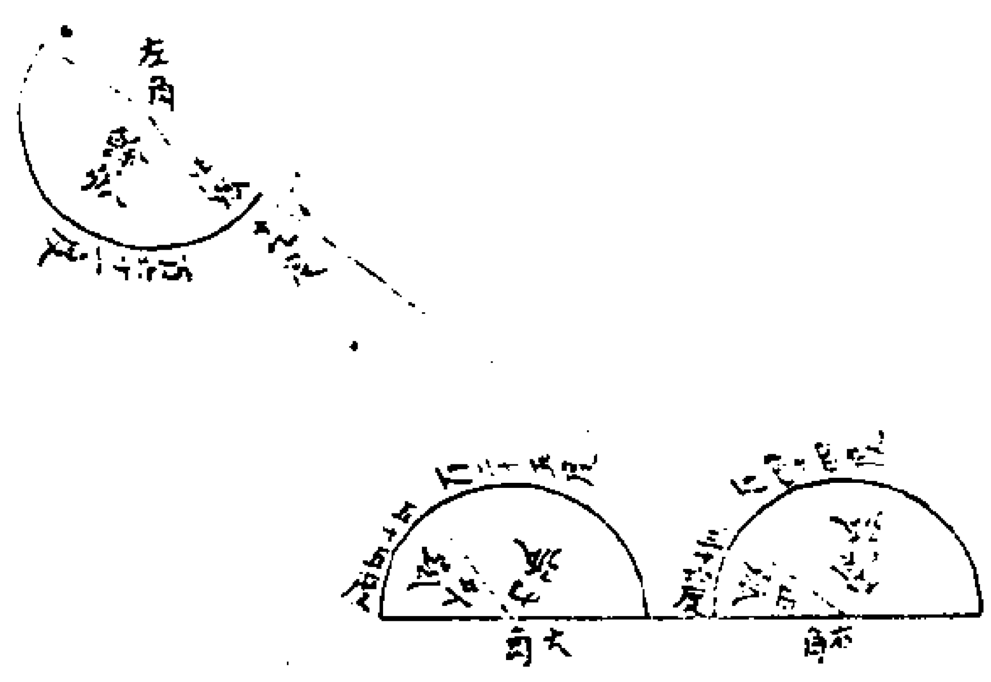
若無直角而成三小角者各為圓心所規之弧皆不及九十度併三弧共百八十度減一弧餘為兩弧之和減

兩弧對餘一弧



設右角六十五度左角六十度對角五十五度併右角左角共百二十五度與對角餘弧等併左角對角共百一十五度與右角餘弧等併對角右角共百二十度與左角餘弧等併三角度凡百八十度

有一弧過九十度者餘兩弧之和必不及九十度是為一大角（今名為鈍角）二小角

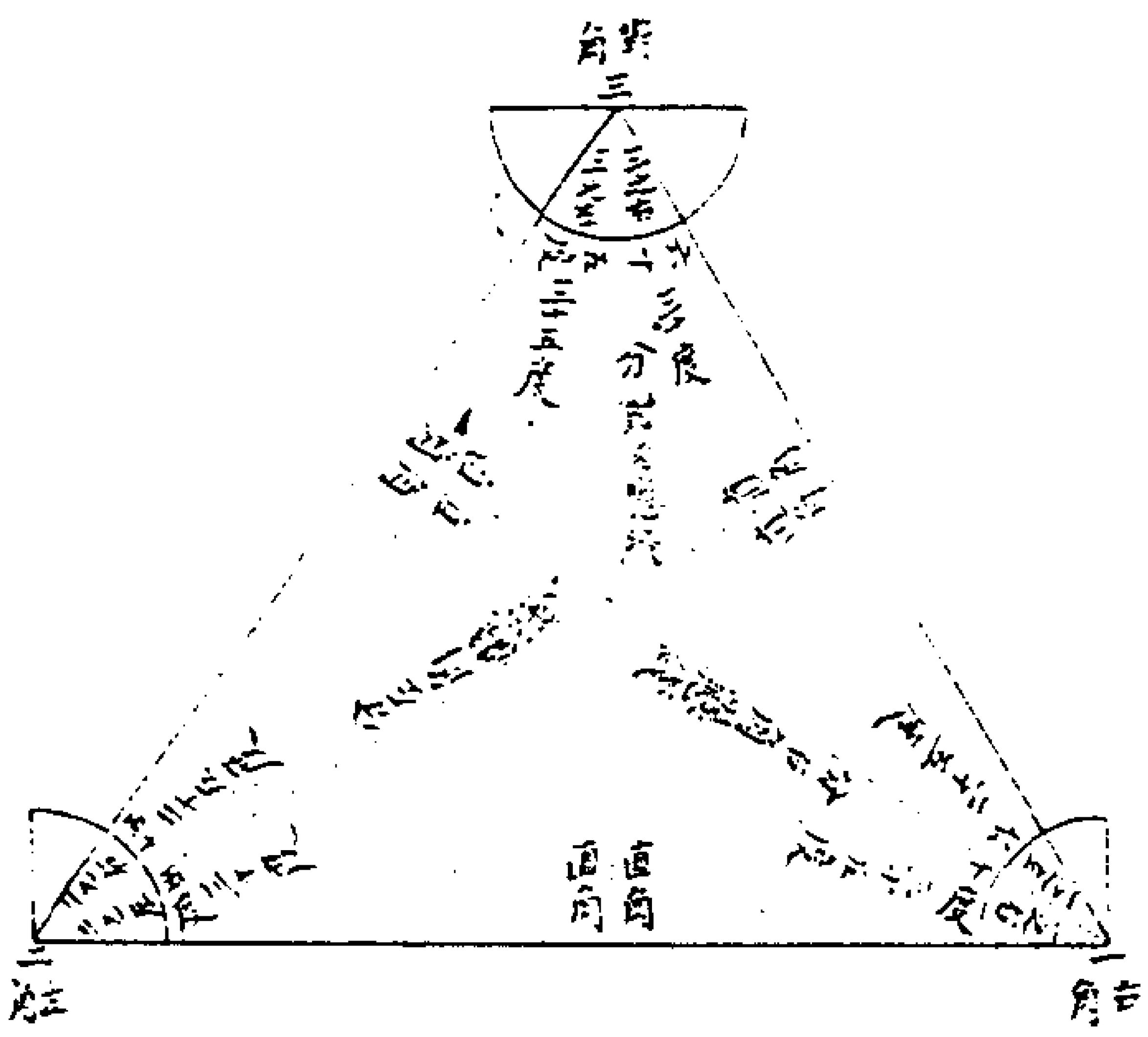


設大角百二十五度右角三十六度左角必十九度併大角右角共百六十一度與左角餘弧等併右角左角三十五度與大角外弧等併左大角共百四十四度與右角餘弧等併大角右角左角凡百八十度

凡此例互求之源皆句股衍也句股應乎矩矩出於九九八十一是以有數可推有例可比三角中無直角則不成句股不應乎矩無數可推無例可比矣必以句股御之使成句股而止此古者句股割圓所以盡測量之義也

三角互為圓心而視之凡三弧以句股御之分其弧為六而同度者各二是為句股六（角亦六）而三三句股與三同度之句股可以比例互求

三小角者任以一角為對角其二角為右角左角右為一左為二對為三於九十度減右角弧度餘為對角之右弧亦即為左角之左弧減左角弧度餘為對角之左弧亦即為右角之右弧



設對角六十五度右角六十度左角五十五度是為三小角共百八十度容直角成六句股三十五度者二二三之左一之右三十度者二二之右三之右二十五度者二一之左二之右[illegible]以生比例得兩角一邊可以知三邊矣極之九平三角法無中論三正弦與三邊比例亦知其可以比例之根生於句股同其也

是故自一指三之內方度（即右角之正弦）當分對角之懸綫二三之距為之弦（即右角之對邊）自三指一之內方度（即對角之正弦）當分右角之懸綫一二之距為之弦（即對角之對邊）比三之左一之右句股比例也

一率	右角內方度	對角內方度
二率	二三之距	一二之距
三率	對角內方度	右角內方度
四率	一二之距	二三之距

自二指一之內方度（即右角之正弦）當分右角之懸綫一三之距為之弦（即左角之對邊）自一指二之內方度（亦右角正弦）當分左角之懸綫二三之距為之弦比一之左二之右句股比例也

一率	左角內方度	右角內方度
二率	一三之距	二三之距
三率	右角內方度	左角內方度
四率	二三之距	一三之距

自三指二之內方度（亦對角正弦）當分左角之懸綫一二之距為之弦自二指三之內方度（亦左角正弦）當分對角之懸綫一三之距為之弦比二之左三之右句股比例也

一率	對角內方度	左角內方度
二率	一二之距	一三之距
三率	左角內方度	對角內方度
四率	一三之距	一二之距

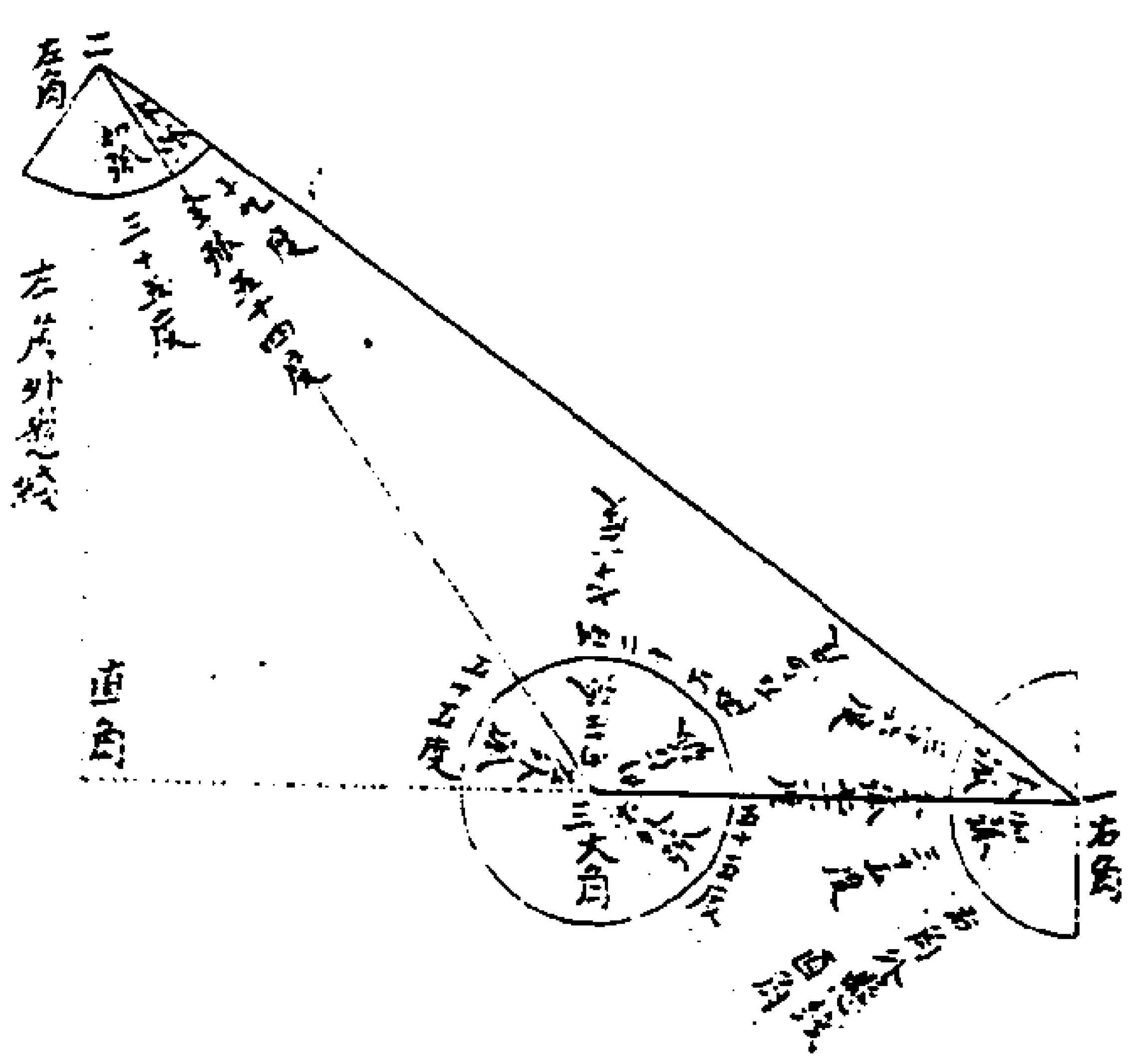
一大角二小角者大角必在三角之中恒以為三餘或為右或為左紀以一二（亦右為一左為二）左右角不能於形內成句股則引一三之距為底一二二三之距皆為弦截二句股（左角合弧為一句股加弧為一句股）又引二三之距為底一二一三之距皆為弦截二句股（右角合弧為一句股加弧為一句股）形外成同度之句股二故大角有外弧二小角各有加弧截形（分大角內弧）及合形外內交錯而成同度之句股四故大角有內右弧內左弧小角各有全弧合本弧加弧也是共為句股六於九十度減右角本弧餘為大角之內右弧亦即為左角之全弧減左角本弧餘為大角之內左弧亦即為右角之全弧於百八十度減大角內弧餘為外弧如是者二為右外弧左外弧

二小角之和必與大角之外弧相等

大角之內弧減九十度餘必與加弧相等

九十度減大角外弧餘為小角之加弧減加弧亦餘為外弧

大角用外弧小角用本弧以有加弧通其窮故也



設大角一百二十五度右角一十九度左角三十六度亦共一百八十度截直角成句股七十一度者二三之左一之全五十四度者二三之右二之全而二小角之加弧皆三十五度大角之外弧左右為用皆五十五度

是故自二指三之內方度（即左角之正弦）當分大角之懸綫一三

之距為之弦（即右角之對邊）自三指二之內方度（即大角左外弧之正弦）當左角之外懸綫一二之距為之弦（即大角之對邊以外懸綫當中懸綫亦即左外弧之對邊）此三之右二之全句股比例也

一率	左角內方度	外弧內方度
二率	一三之距	一二之距
三率	外弧內方度	左角內方度
四率	一二之距	一三之距

自一指三之內方度（即右角之正弦）當分大角之懸綫二三之距為之弦（即右角之對邊）自三指一之內方度（即大角右外弧之正弦）當右角之外懸綫一二之距為之弦（大角之對邊亦即右外弧之對邊）此三之左一之全句股比例也

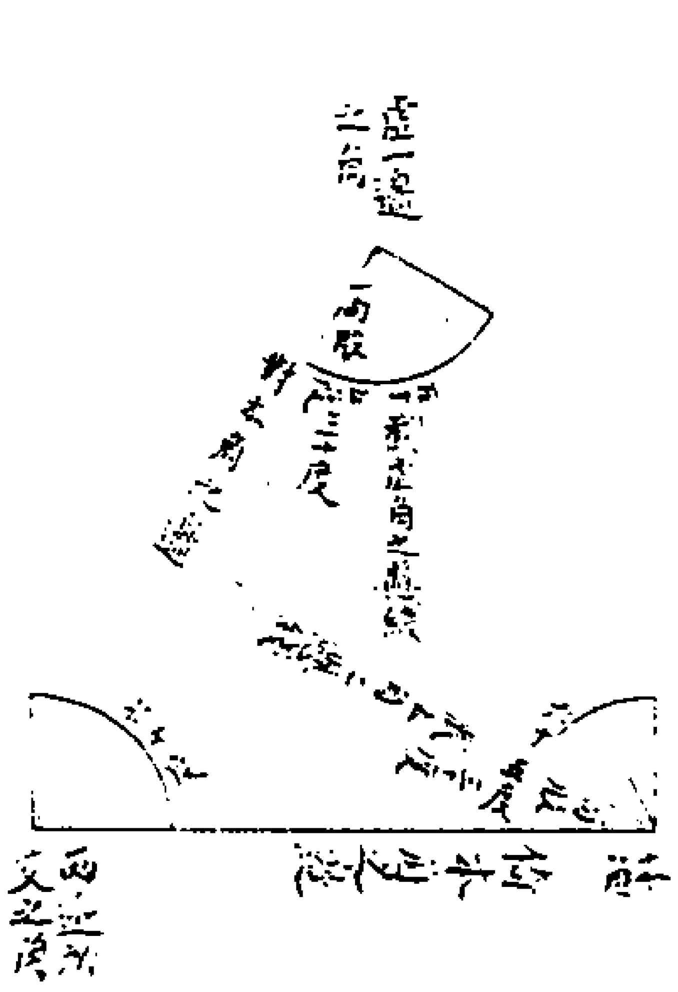
一率	右角內方度	外角內方度
二率	二三之距	一二之距
三率	外弧內方度	右角內方度
四率	一二之距	二三之距

自二指一之內方度（亦左角正弦）當右角之外懸綫一三之距為之弦自一指二之內方度（亦右角正弦）當左角之外懸綫二三之距為之弦（此以外懸綫當中懸綫觀之）比形外之句股比例也

一率	左角內方度	右角內方度
二率	一三之距	二三之距
三率	右角內方度	左角內方度
四率	二三之距	一三之距

比例互求之術知兩角弧度則知三角弧度（三角共百八十度）知一邊可以知三邊矣凡小角皆用本弧惟大角通之以外弧若但知一角弧度而兩邊測知其距角或在兩邊之交或不在兩邊之交角不在兩邊之交一為倚本角之邊一為對本角之邊本角外之兩角一為兩邊所交之角一為虛一邊之角

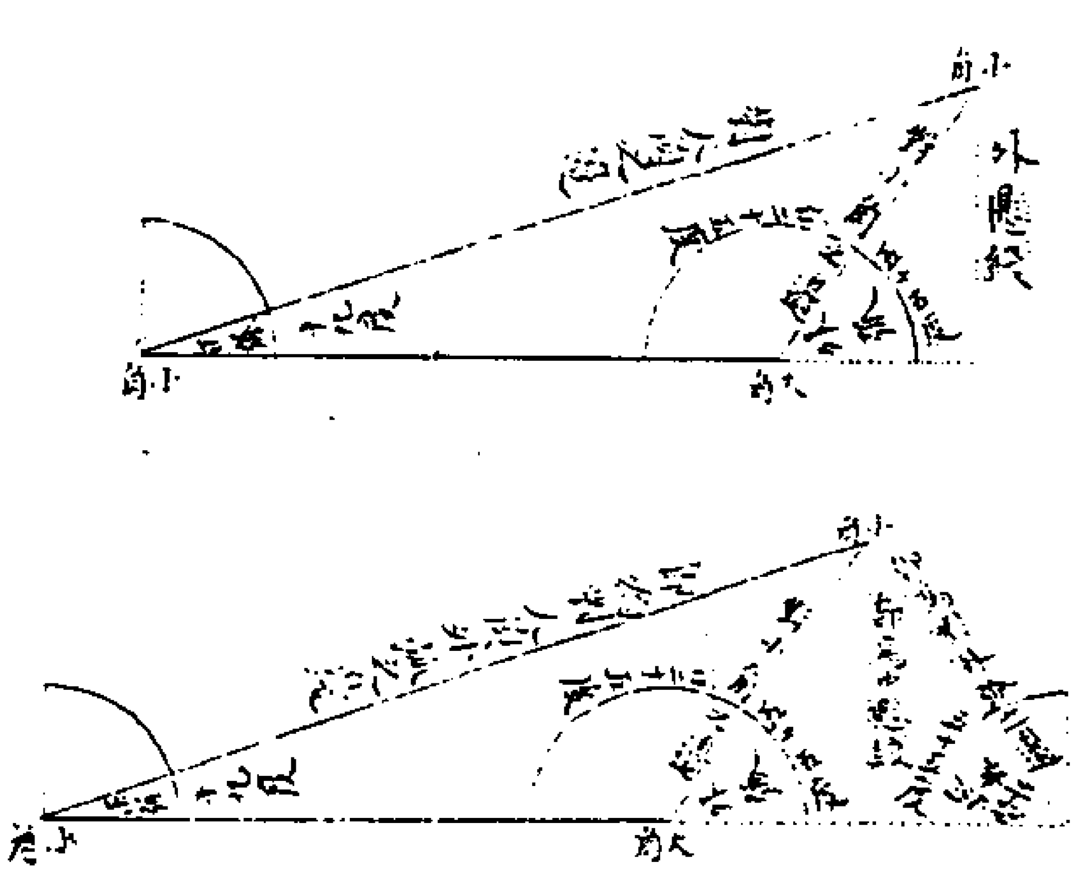
截虛角之懸綫當本角之內方度其懸綫之弦對本角之邊也截本角之懸綫當虛角之內方度其懸綫之弦倚本角之邊也是為同度之句股二故比例以知虛角內方度既矩得虛角弧度



一率	對本角之邊
二率	本角內方度
三率	倚本角之邊
四率	虛角內方度

此隨前三小角所設之度明其理前以角之弧度亦邊此以邊求角之弧度比例互求之術也既知兩角兩邊則知其全

凡懸綫小角當其正弧之方度（正弧本弧）即大角之外弧其方度與外懸綫恰當中外之致一也



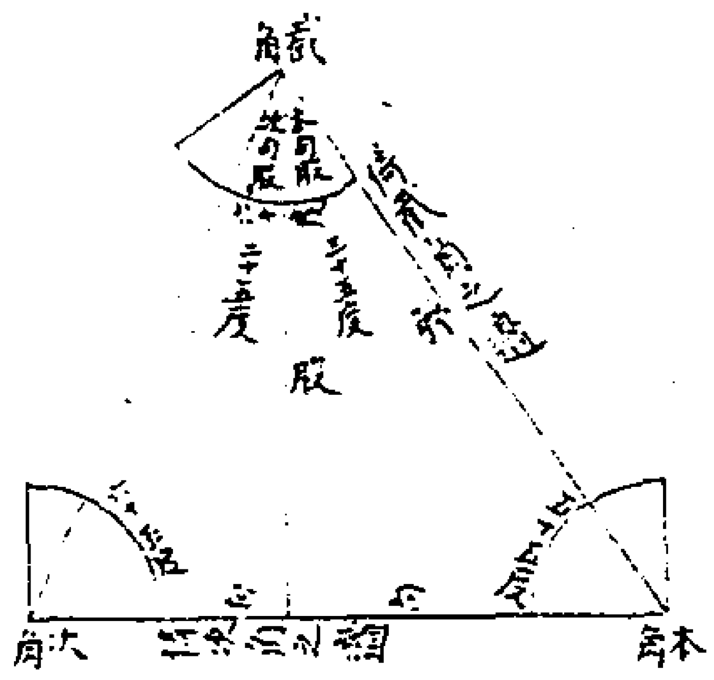
此借前一大角二小角所設之度明其理上圖之外懸綫變為下圖之中懸綫故當小角之方度者又當大角外弧之方度而對大角之邊即為大角外弧之對變其小角之邊亦變為對大角外弧之邊三角之形不同而理則一致又於大角之兩邊任引一邊為底其理並同

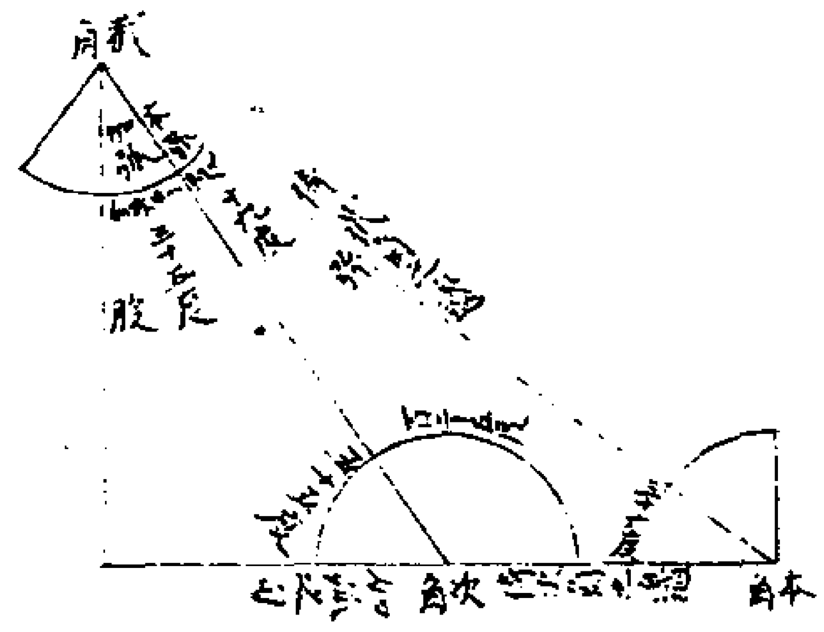
角在兩邊之交一邊倚一虛角以先求之一角為截角

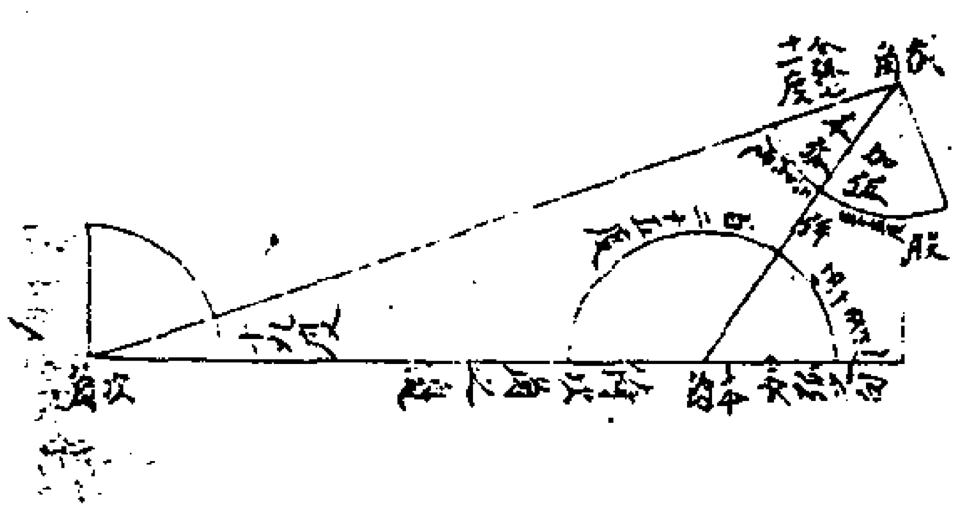
截之成兩句股一為本句股一為次句股後求之一角為次角交於本角之兩邊一為倚截角之邊一為倚次角之邊於九十度減本角弧度餘為本句股之截弧倚截角之邊為本句股之弦倚次角之邊為兩句之和用截弧分兩句徑隔度十與內方度截弧之正弦當本句股之弦與句也一率徑隔十度二率截弧之內方度三率倚截角之邊求得四率為本句股之句於倚次角之邊減所得句餘為次句股之句又以本句股之句與次句股之句當所截本句股之外方度截弧之正切與次句股之外方度次句股截弧之正切也一率本句股之句二率次句股之句三率本句股之外方度求得四率為次句股之外方度賍矩併兩截弧得先求之一角弧度

凡同邊不同度之句股皆用外方度比例

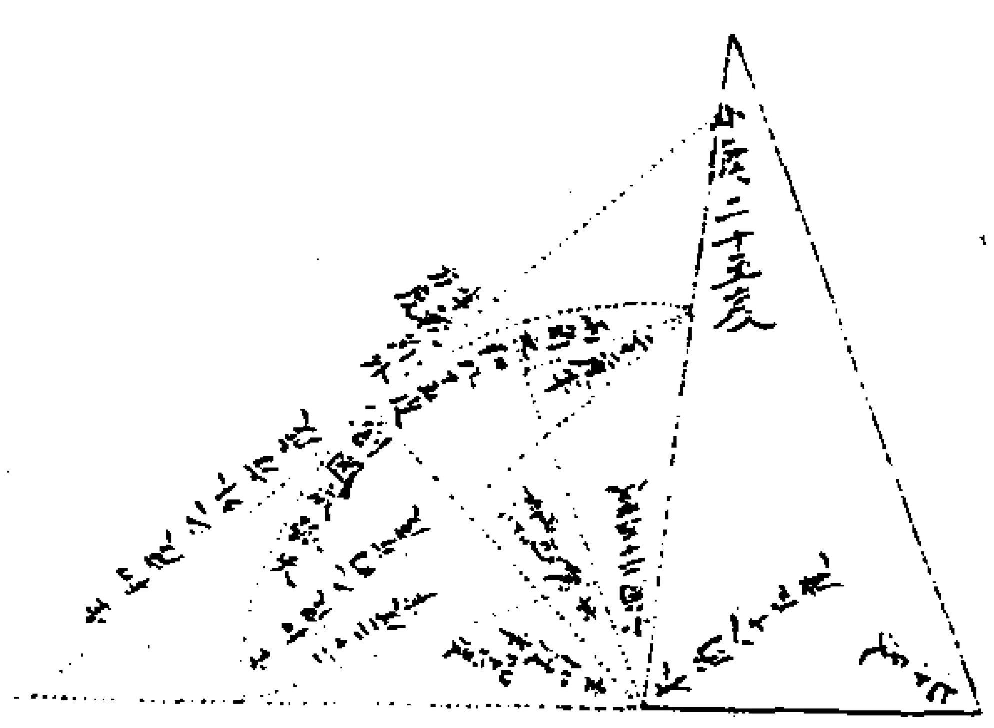
若所得之句大於倚次角之邊則相減而得截角加弧之句若本角為大角則用加弧求其句合倚次角之邊為全弧之句







一術角在兩邊之交於百八十度減本角弧度餘為所求兩角之和半之為半和度其一小角及半較角也兩角之和割圜成弧矢其弧矢之弦截之為兩角內方度之弦成同度之句股二皆以半較角之度為其度句股既同度則弧矢之弦與兩角之內方度通為一猶兩角之對邊與其角之內方度通為一也理具截圜中數弧矢之弦折取其半為內方度則與外方度通為一若過乎半或不及半則內與外或數料兩線不相比不得通為一凡內方度不隨和較為比例外方度隨其和較之半全皆為比例也八線或用正弦餘弦或用正切餘切其理一也交於本角之兩邊即所求兩角之對邊故以兩邊相併為和相減為較取半和度之外方度異乘同除得半較角之外方度以加半和度得一角弧度以減半和度得一小角弧度



按術今所翻此術梅君定九所翻今國指明邊與角和較比例之理章所生於今日度二句股也合句股無以御三角矣
一率兩邊之和
二率兩邊之較
三率半和度之外方度
四率半較角外方度
舊術甚曲故不載

三角形盡諸形之變句股盡三角形之變非句股則無

以御三角形推而至於句股擴之所止也是以數寸之矩能盡高深廣遠之比例也

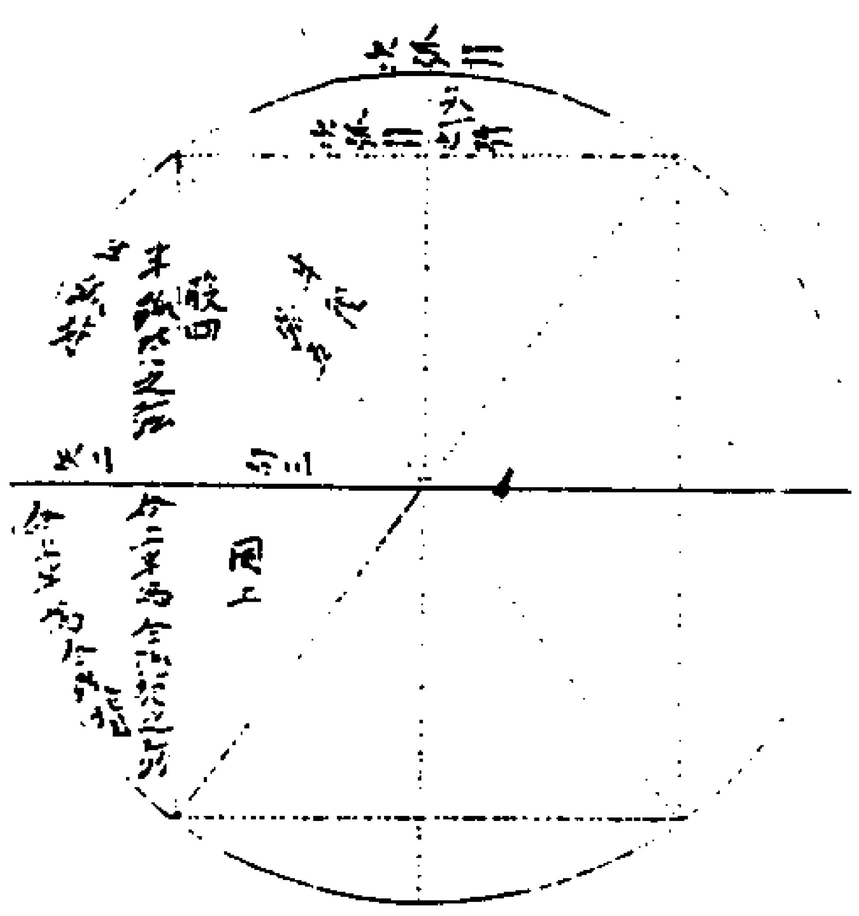
準望簡灋一卷終

割圜弧矢補論

戴震東原氏記

古九數方田莫弧矢形有矢弦求徑之術弦折半自乘矢除之加矢為圜徑學者莫明其義出於句股又弧矢求積古今未有密灋可推蓋圜之於方有一定之比例弧矢於長方無一定之比例余思之竟日遂得其理凡弧矢形平截圜之半徑體勢不齊猶夫三角形之無直角體勢不齊也必求分圜之積乃知弧矢積猶三角必截之成句股也就矢弦求其圜徑猶夫就三角形求其截句股之懸綫也形之有三角有弧矢者以不齊齊天下之不齊三角則有句股御之弧矢則割圜御之而句股割圜道通為一又以齊齊其不齊是用著於篇

割圜之灋自圜心而觚分之截圜周為弧背縆弧背之兩端曰弦弦截圜徑得矢弧矢之內成相等之句股二引矢至圜心為之句弧背之弦為之股圜半徑為之弦股得半弧背之弦也句與股二者之名可互易



設句三股四弦五晛之形之變悉準此半圜截一弧矢餘為次弧矢全圜共得四弧矢兩相等者二其內成倒順八句股皆相等今巽案謂三邊之長短悉同為相等形三角之度同而邊之長短不同為同式形在渾圜三邊皆弧度則但有相等形無同式形半弧背之弦即八綫之正弦兩半為道弦弧背之矢為正矢半次弧背之弦為餘弦其矢為餘矢

減矢於圜半徑餘為句倍之為次弧背之弦減矢於圜徑餘為句弦和矢為句弦較和較相乘為股實平方開之得股倍之即弧背之弦

是為矢徑求弦又可以句弦求股本術御之

減半弧背之弦於圜半徑餘為次弧背之矢亦謂之股弦較減股弦較於圜徑餘為股弦和和較相乘為句實平方開之得句減句於圜半徑餘即弧背之矢

是為弦徑求矢又可以股弦求句御之

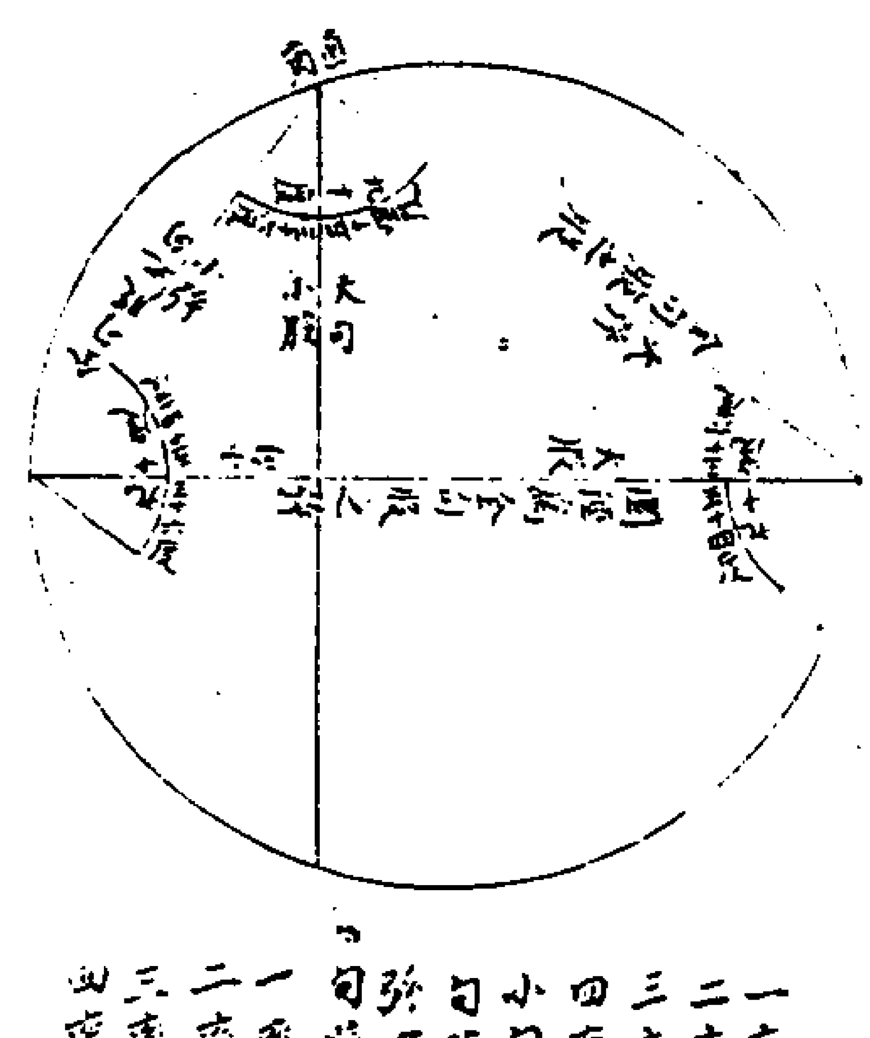
若先得弧矢形規之成圜引其矢為之徑半弧背之弦自乘為股實矢為濠除之得句弦和矢也者句弦較也併和較即圜徑

是為矢弦求徑以和較比例明之句弦較之於股股之於句弦和相當之比例也股弦較之於句句之於股弦和相當之比例也（設句三股四弦五明之三者之數有變而其比例則同）

一率	句弦較二	句弦和八	股四	股四
二率	股四	股四	句弦較二	句弦和八
三率	股四	股四	句弦和八	句弦較二
四率	句弦和八	句弦較二	股四	股四

一率	股弦較一	股弦和九	句三	句三
二率	句三	句三	股弦較一	股弦和九
三率	句三	句三	股弦和九	股弦較一
四率	股弦和九	股弦較一	句三	句三

以同度之句股明之半弧背之弦分圜徑而為小大兩句股兩句股之弦相交必成直角則兩句股合之為一大句股圜徑即其弦也兩句股之弦即其句與股也凡句股形迭想之皆於同度之橫豎兩句股小大不同而其度同（亦名同式形）故小大為比例



一率	小句	大句	小股	大股
二率	小股	大股	小句	大句
三率	大句	小句	大股	小股
四率	大股	小股	大句	小句

小句自乘小股自乘併之為弦實即全句股之句實大句自乘大股自乘併之為弦實即全句股之股實句股求弦任得其一可以比例互求

一率	小句	小股	大股	大句
二率	小弦	小弦	大弦	大弦
三率	大句	大股	小股	小句
四率	大弦	大弦	小弦	小弦

凡圜徑求其周及弧背之數徑率萬萬周率三萬一千四百一十五萬九千二百六十五以圜徑乘周率得周（據方圜比例數表圜徑求周亦可省算）半徑乘半周得圜積（據方圜比例數表百方積求同徑之圜積亦可省算）既得圜之周積用矩以通之圜半徑當矩則半弧背之弦當內方度減矢於圜半徑以其餘當矩則半弧背之弦當外方度既矩得半弧背之度減矢於圜徑以其餘當矩則半弧背之弦當外方度既矩圜度倍之亦得半弧背之度通之以矩而後弧背之數與其積可借圜之周積為比例矣

一率	圜半徑	句	句弦和
二率	半弧背之弦	股	股
三率	矩百度	矩百度	矩百度
四率	內方度	外方度	外方度

以全圜度分當圜周弧背之度當其弧是為截圜周一弧背之數減一弧背於圜半周餘為次弧背

弧背半之乘圓半徑，得分圓積。分圓者，自圜心而觚分之者也。為弧矢形一，為相等之句股形二。圜半徑減矢，以乘半弧背之弦，得兩句股形積，減分圓積，餘為弧矢形之積。

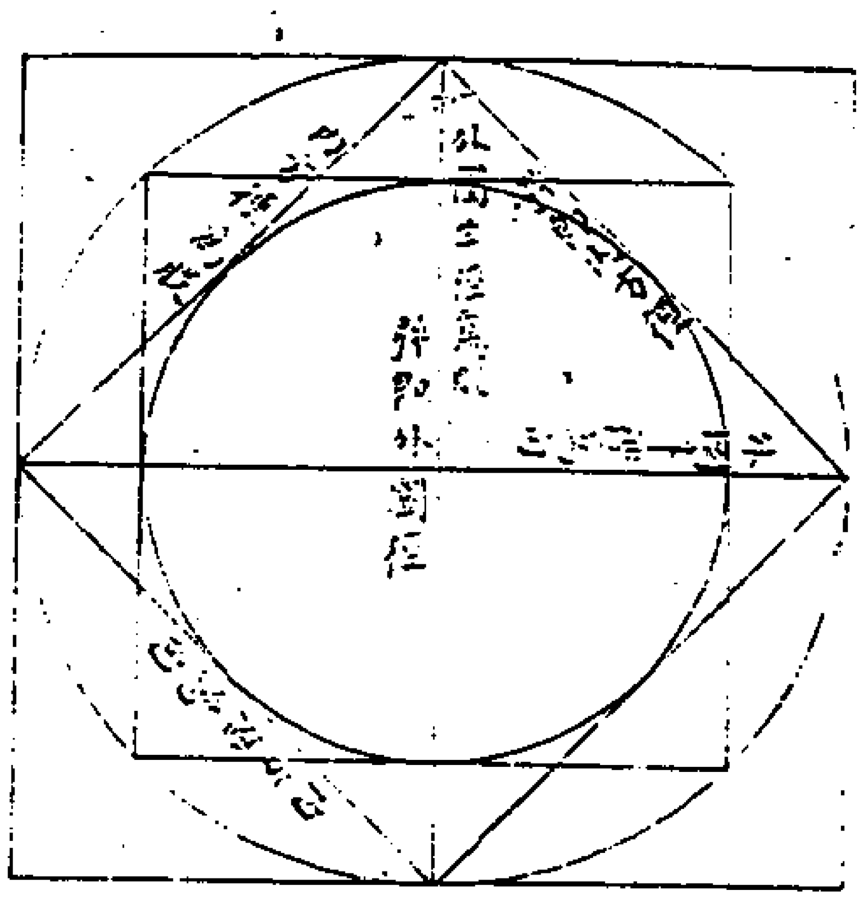
一率	全圓度分	半圓度分	一矩之度分
二率	弧背度分	弧背度分	半弧背度分
三率	圓周	圓半周	四分圓周之一
四率	弧背	弧背	弧背

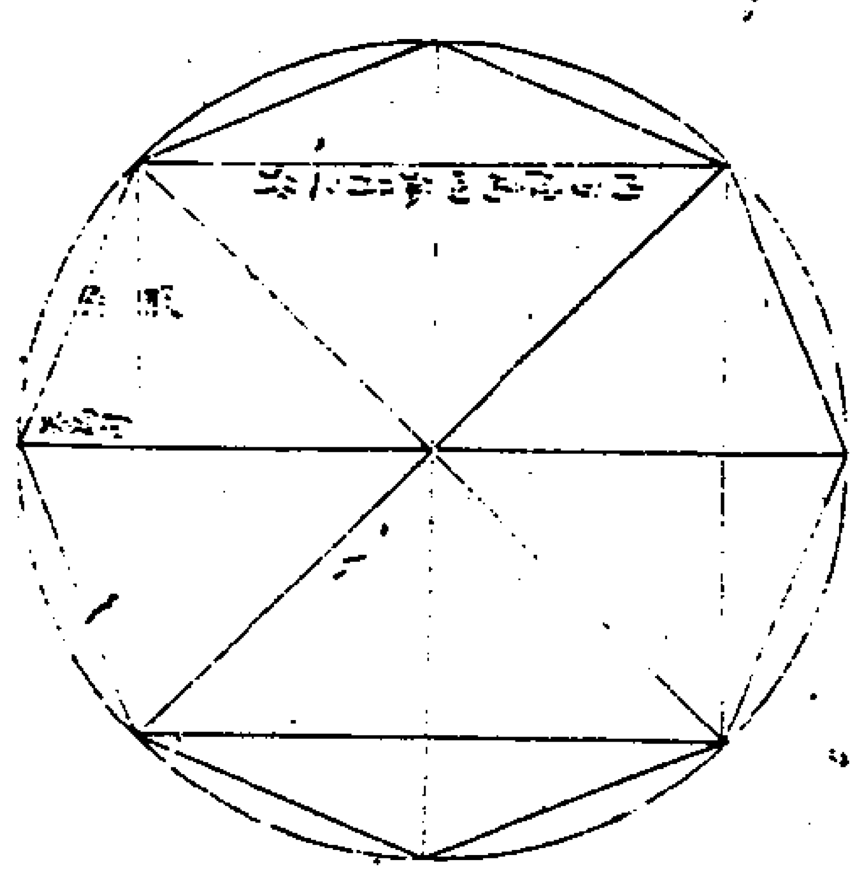
不求弧背之數，則以全圓度分當圓積，弧背度分當分圓積。

一率	全圓度分	半圓度分
二率	弧背度分	弧背度分
三率	圓積	半圓積
四率	分圓積	分圓積

方積圓積之比例，方積四萬萬，圓積三萬一千四百一十五萬九千二百六十五。方周圓周之比例同，皆與圓徑求其周之密率交通為一也。

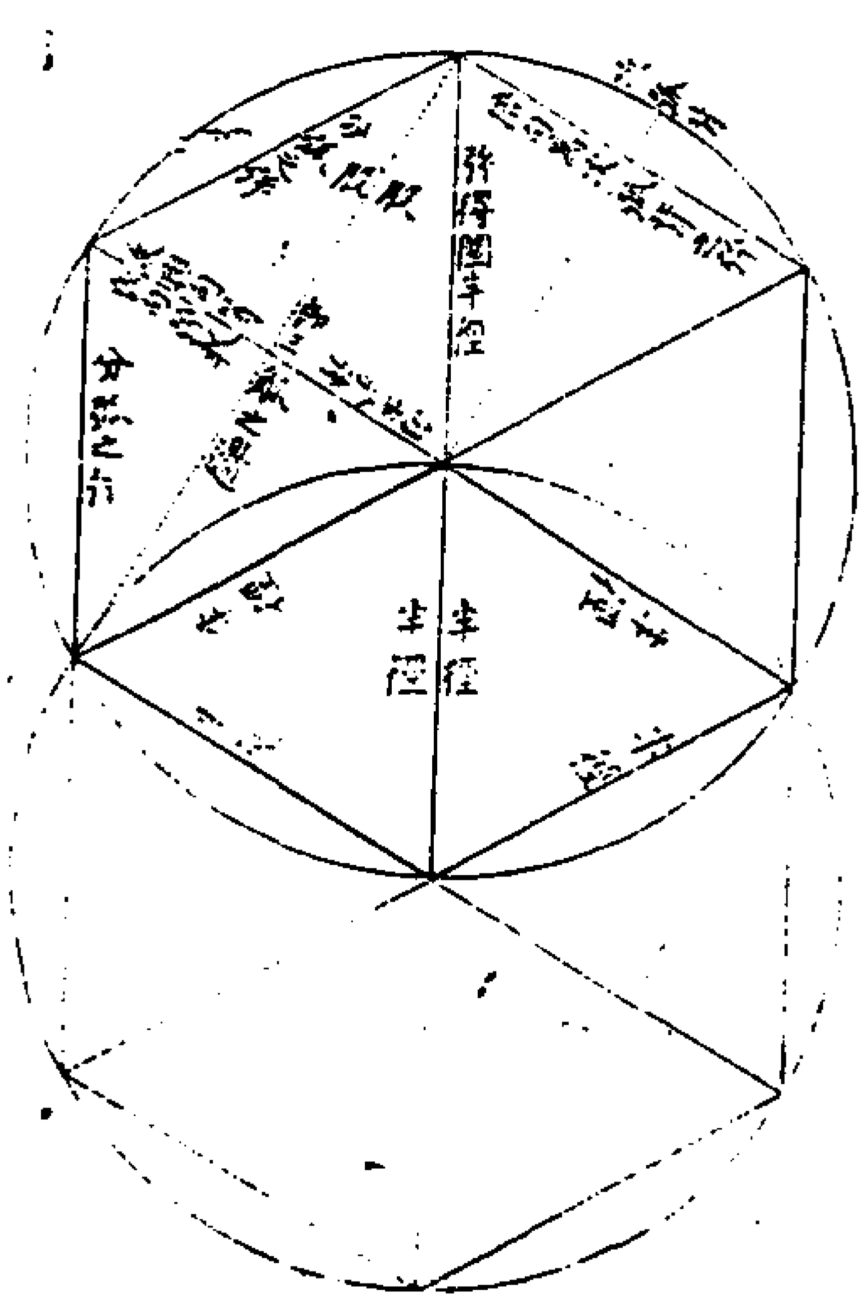
方圓相容之比例，方內容圓，圓內復容方，外方倍內方。因而通其率，圓內容方，方內復容圓，外圓倍內圓也。



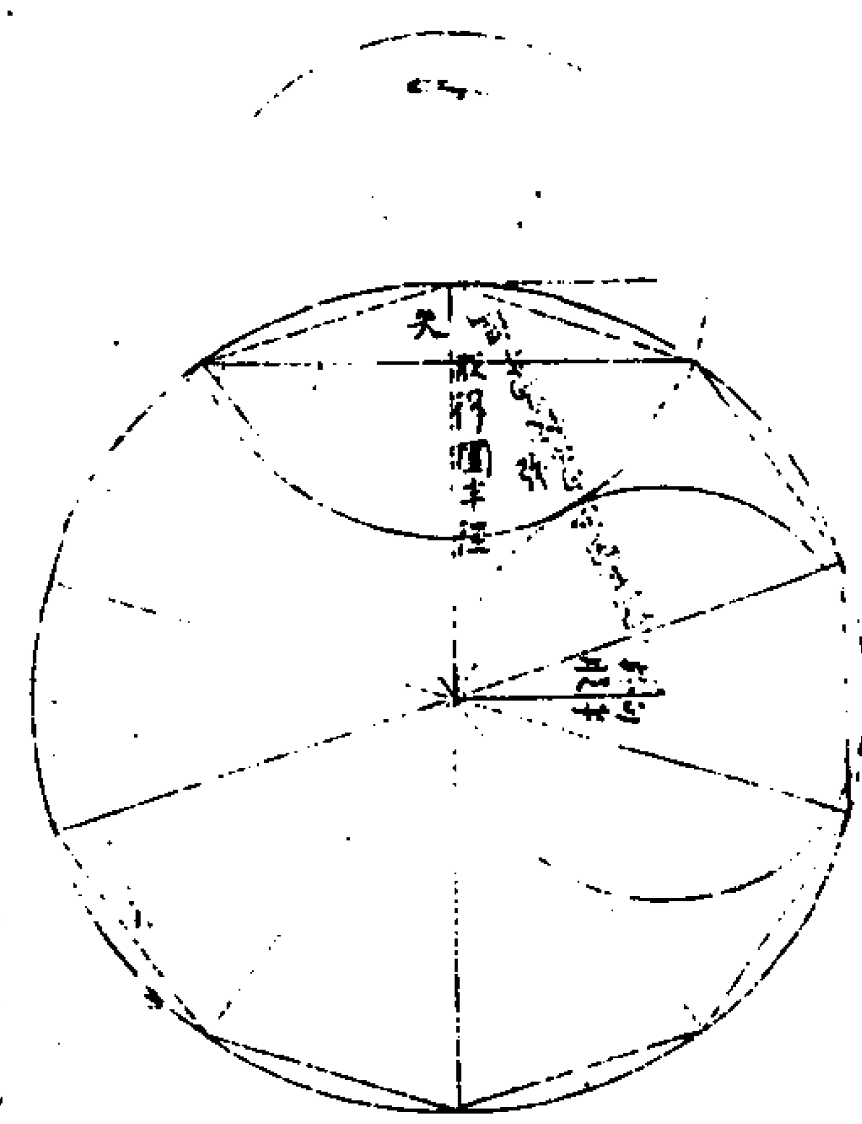


設句股相等，得圓半徑，求其弦，弦實即圓內容方之冪。句股相等，得內方徑，求其弦，弦實即圓外切方之冪。圓徑減內方徑，餘半之，為相等四弧背之矢。內方徑為四弧背之弦，弦半之以為股，以矢為句，求其弦，得八觚之邊。遞遞闕之，得圓徑求周之密率，猶言其失億萬之杪忽而已。

設句半於弦，弦得圓半徑，則倍句與弦等，句弦較與句等。句弦較恆為弧背之矢，倍句恆為次弧背之弦。復以句弦較為句，其弦亦必與圓半徑等，是為分弧之弦。分弧矢中分弧背，為相等之小弧矢形二也。分弧與次弧背既相等，圓周得相等之觚六，弧背之弦為六觚之邊，皆與圓半徑等。故徑一圍三者，六觚之率，圓率式借用之。約計大畧，無妨借用。

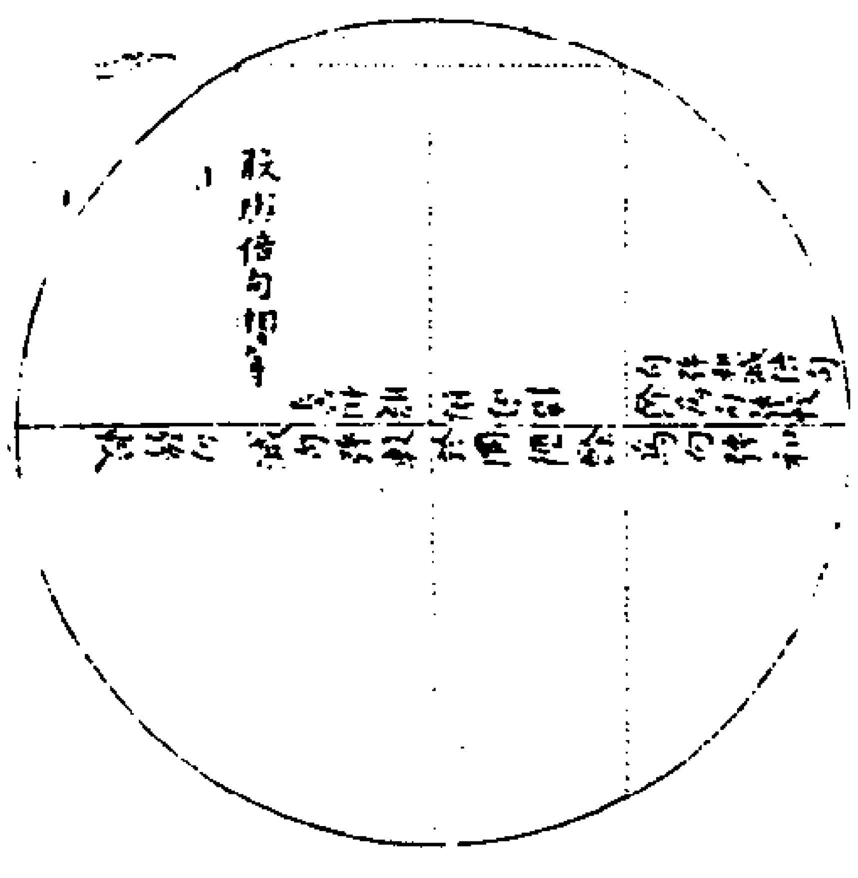


設句半於股，股得圓半徑，求其弦，句弦較為十觚之邊。減句弦較於股，餘半之，為五觚外弧背之矢。矢徑求弦，得五觚之邊。



以句弦較為半圓半徑為股求其弦亦得五觚之邊

弦得圓半徑而句半於股則股與倍句適為一句弦和之一矩兼夫股與句弦較之折矩句弦和與股之折矩隱具於句弦和之一矩權四為三（今算家謂之連比例此兩矩為連比例者也）復權三為一（今算家謂之理分中末綫句弦和為全綫倍句為中數句弦較為末數又名神分綫此一矩自為連比例者也）句股割圜之變神而明之存乎其人焉



兩折矩為連比例

一率	句弦和	句弦較
二率	股	股
三率	股	股
四率	句弦較	句弦和

一矩自為連比例

一率	句弦和	句弦較
二率	倍句	倍句
三率	倍句	倍句
四率	句弦較	句弦和

理分中末綫

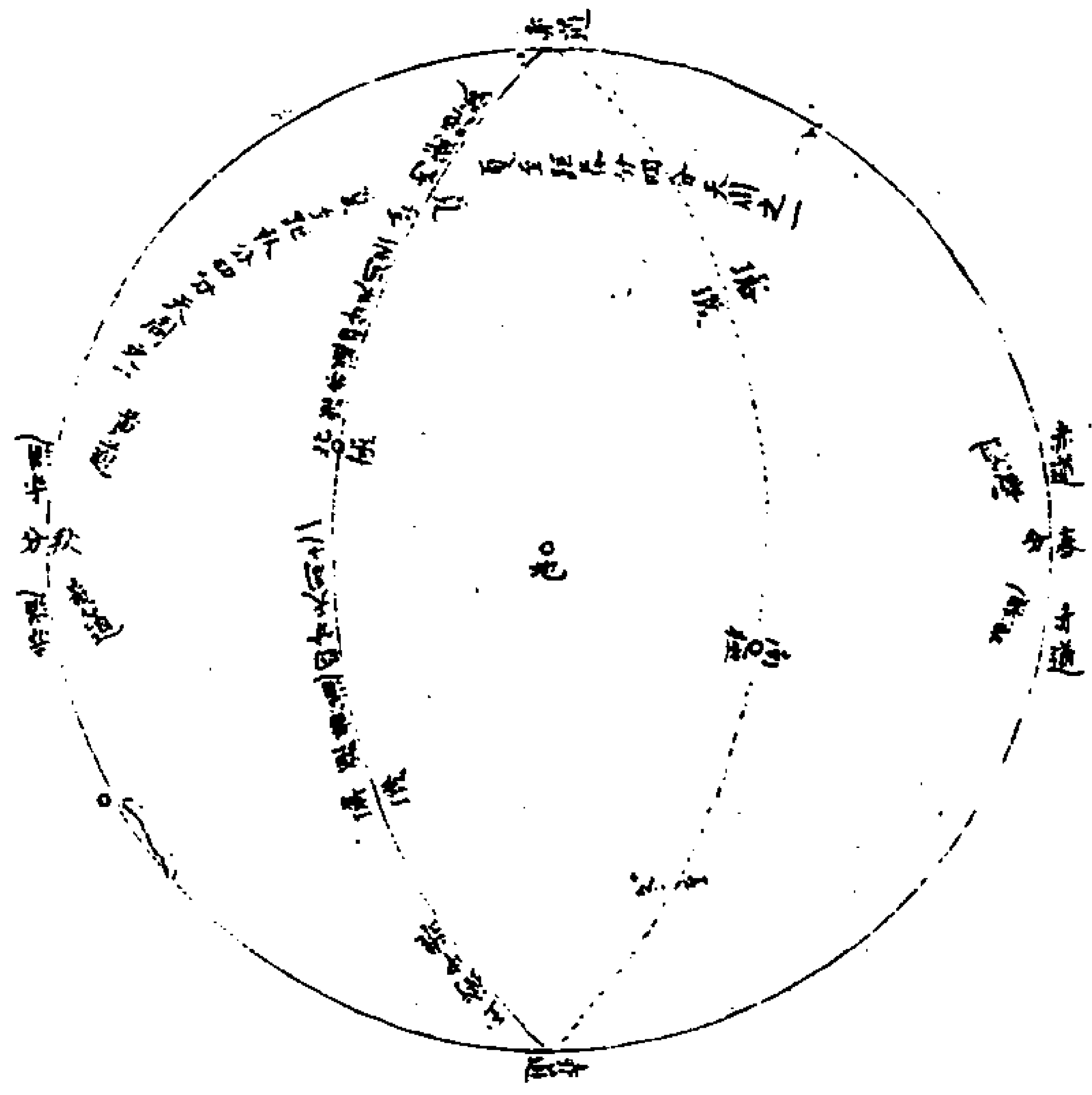
一率	全綫（二數之和分本）	末數
二率	中數（大分）	中數
三率	中數	少數
四率	末數（小分綫之）	全綫

凡大小二數合之成一數或一數分之成大小二數三數能互次成連比例其理具於此引而伸之更以大數與二數之和相併則二數之和亦為大數以小數與大數相較得一小數則大數又為二數之和可展轉生其比例或任取一數與之比例亦可以展轉相生也

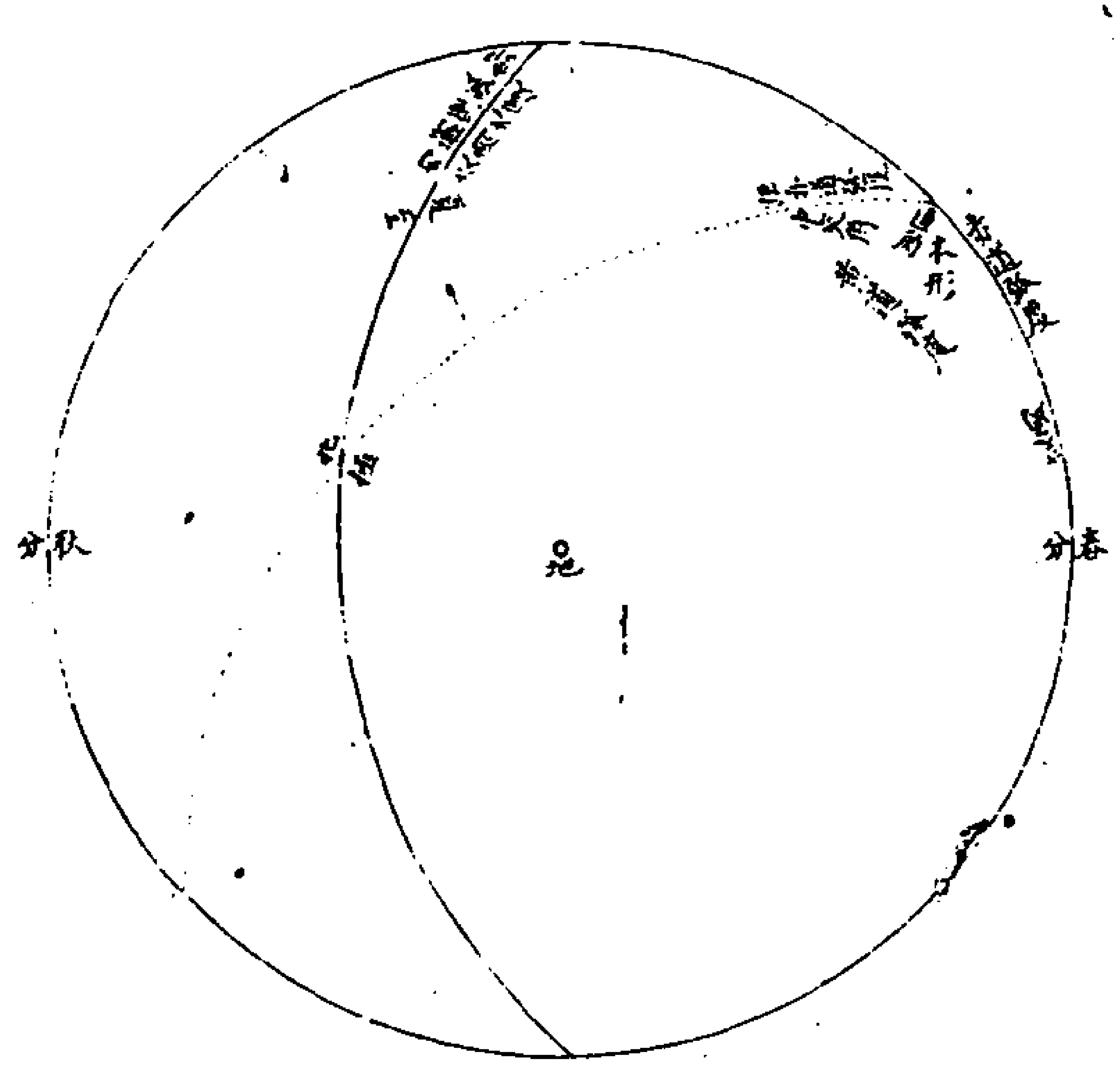
設數以千兆為股是為大數半之五百兆為句求其弦得千一百一十八兆（毛詩傳云數億至億曰兆為萬萬億也毛言億云數萬至萬曰億萬萬也）有三百三十九萬八千八百七十四億九千八百九十四萬八千四百八十二強（共二十位）句弦較六百一十八兆有三百三十九萬八千八百七十四億九千八百九十四萬八千四百八十二強是為小數（共十九位）句弦和千六百一十八兆有三百三十九萬八千八百七十四億九千八百九十四萬八千四百八十二強是為二數之和（亦共二十位）更以股為二數之和則句弦較又為大數其小數三百八十一兆九千六百六十萬億有一千一百二十五億有一百有五萬一千五百一十八弱（共十九位）展轉相生皆成連比例

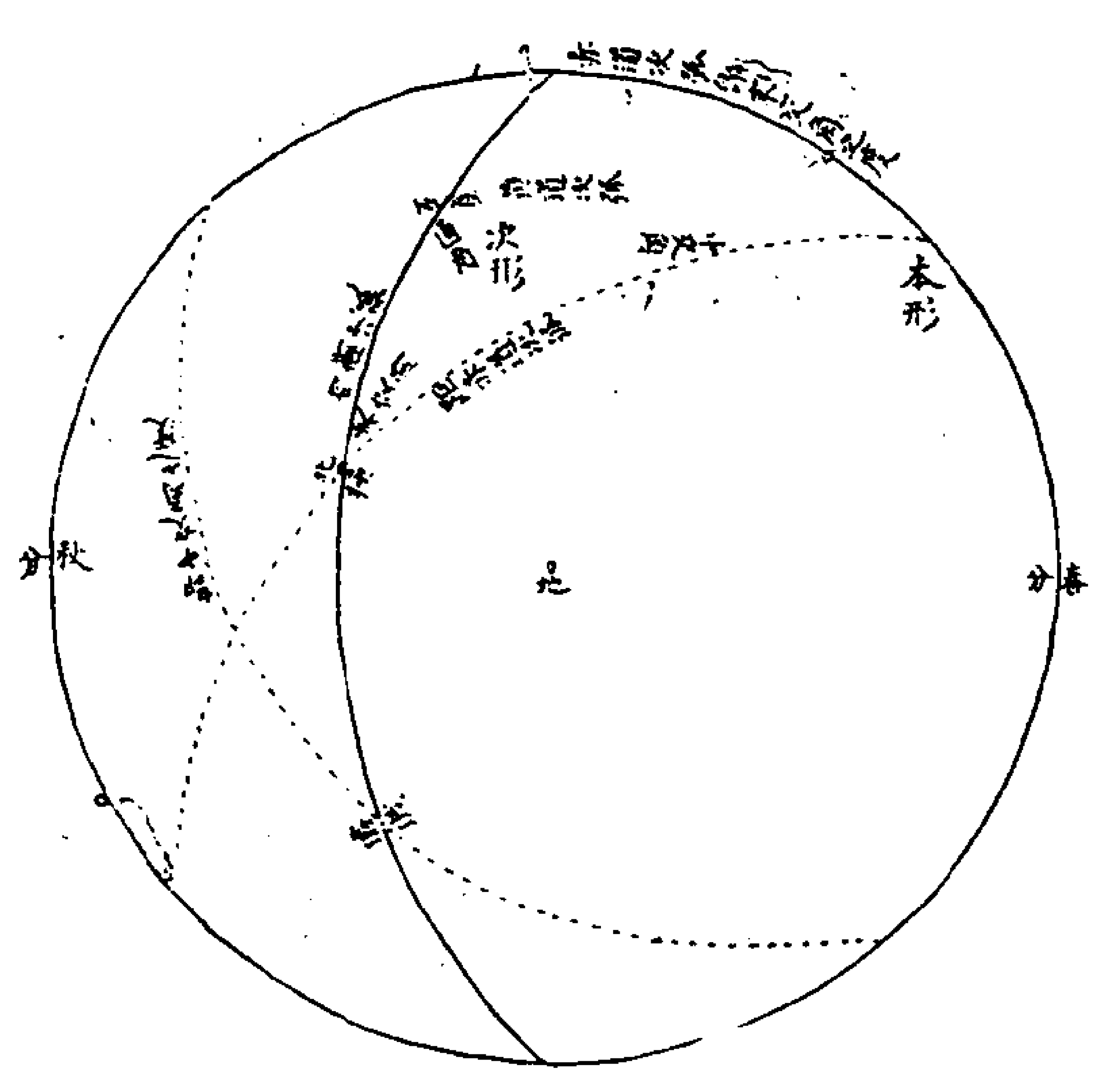
一率	一六一八〇三三九八八七四九八九四八四八二強	二數之和
二率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	大數
三率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	大數
四率	〇六一八〇三三九八八七四九八九四八四八二強	小數
一率	一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	二數之和
二率	〇六一八〇三三九八八七四九八九四八四八二強	大數
三率	〇六一八〇三三九八八七四九八九四八四八二微強	大數
四率	〇三八一九六六〇一一二五〇一〇五一五一八弱	小數

割圜弧矢補論一卷終

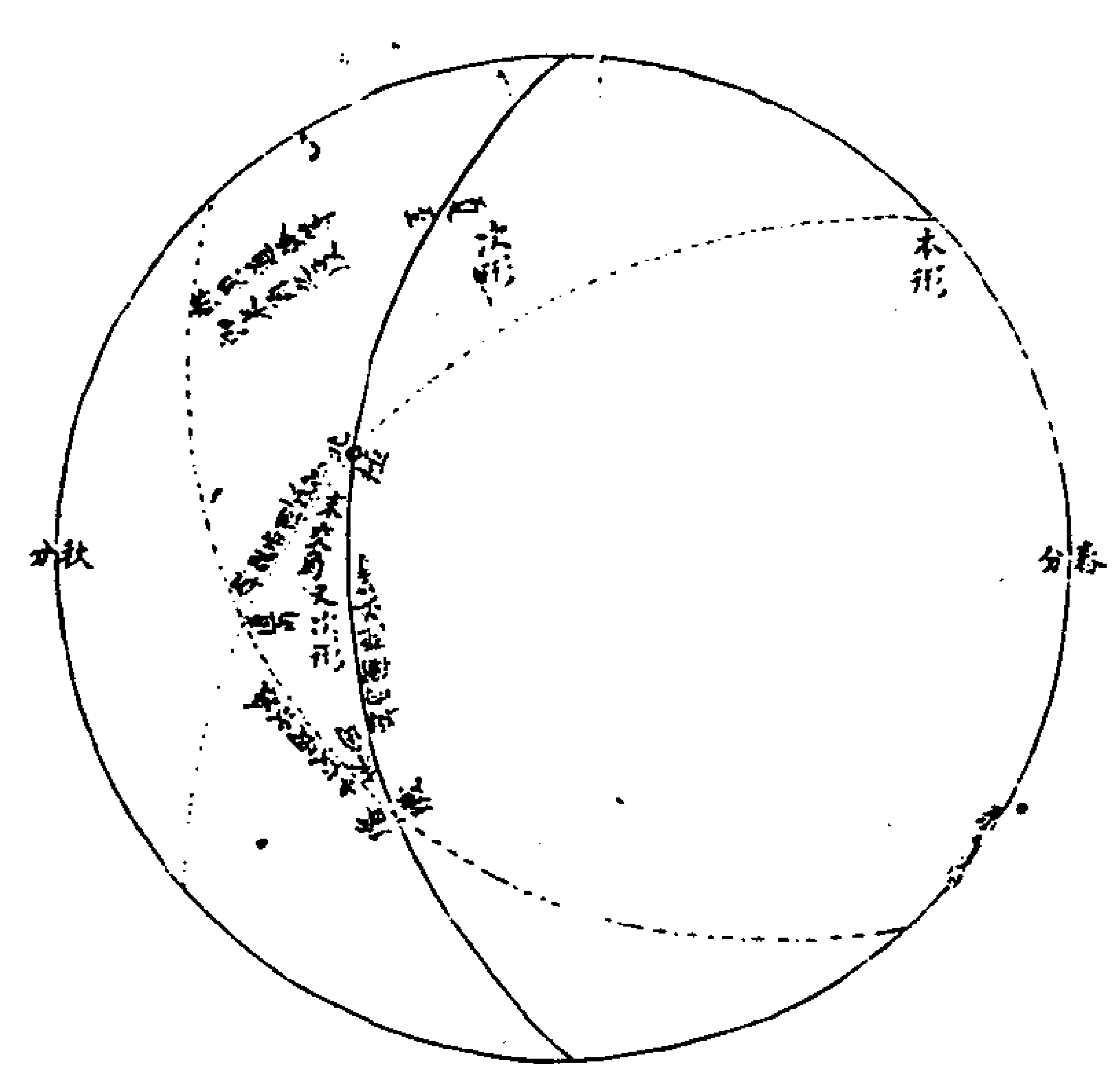


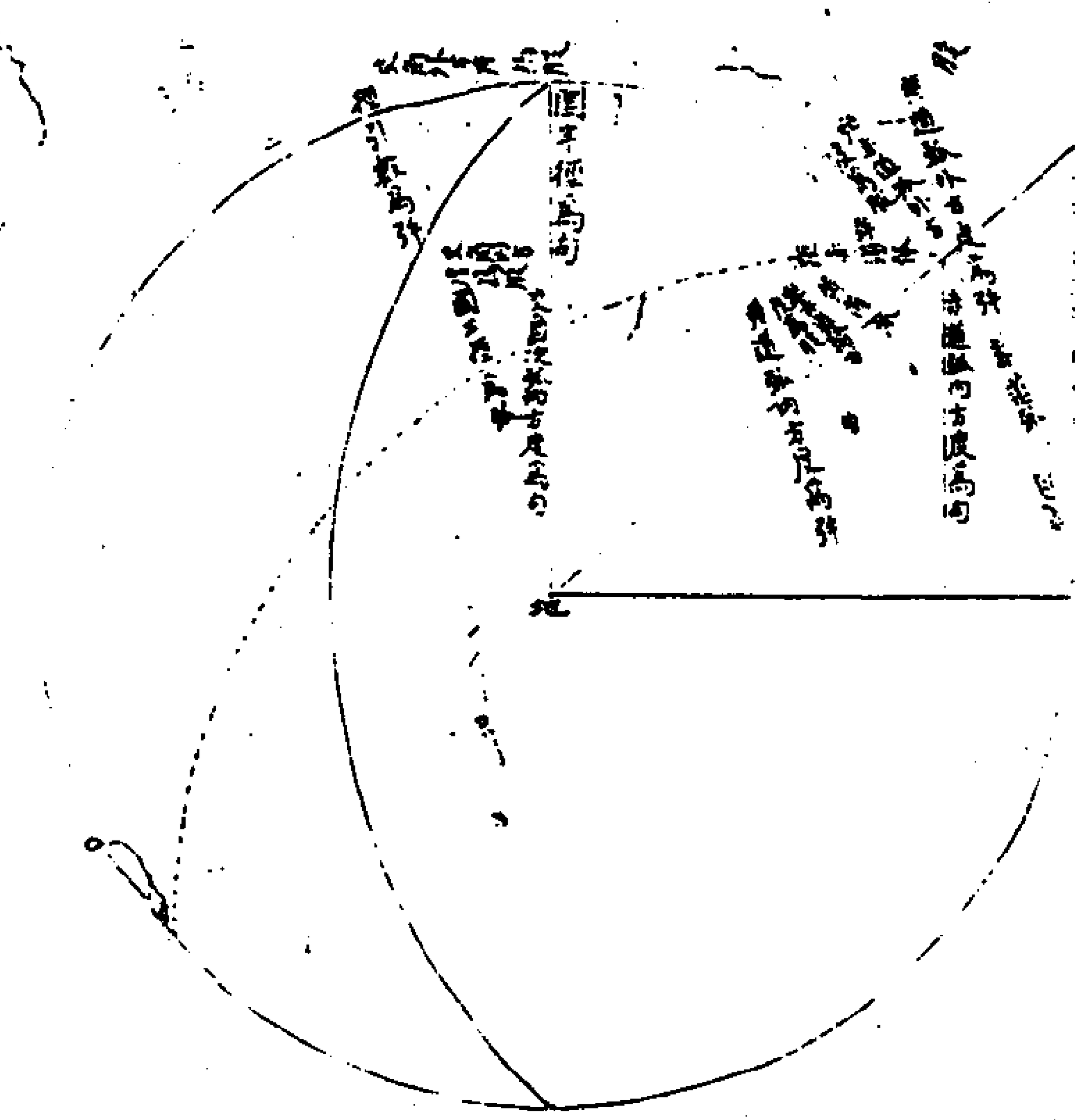
股割圜全義圖





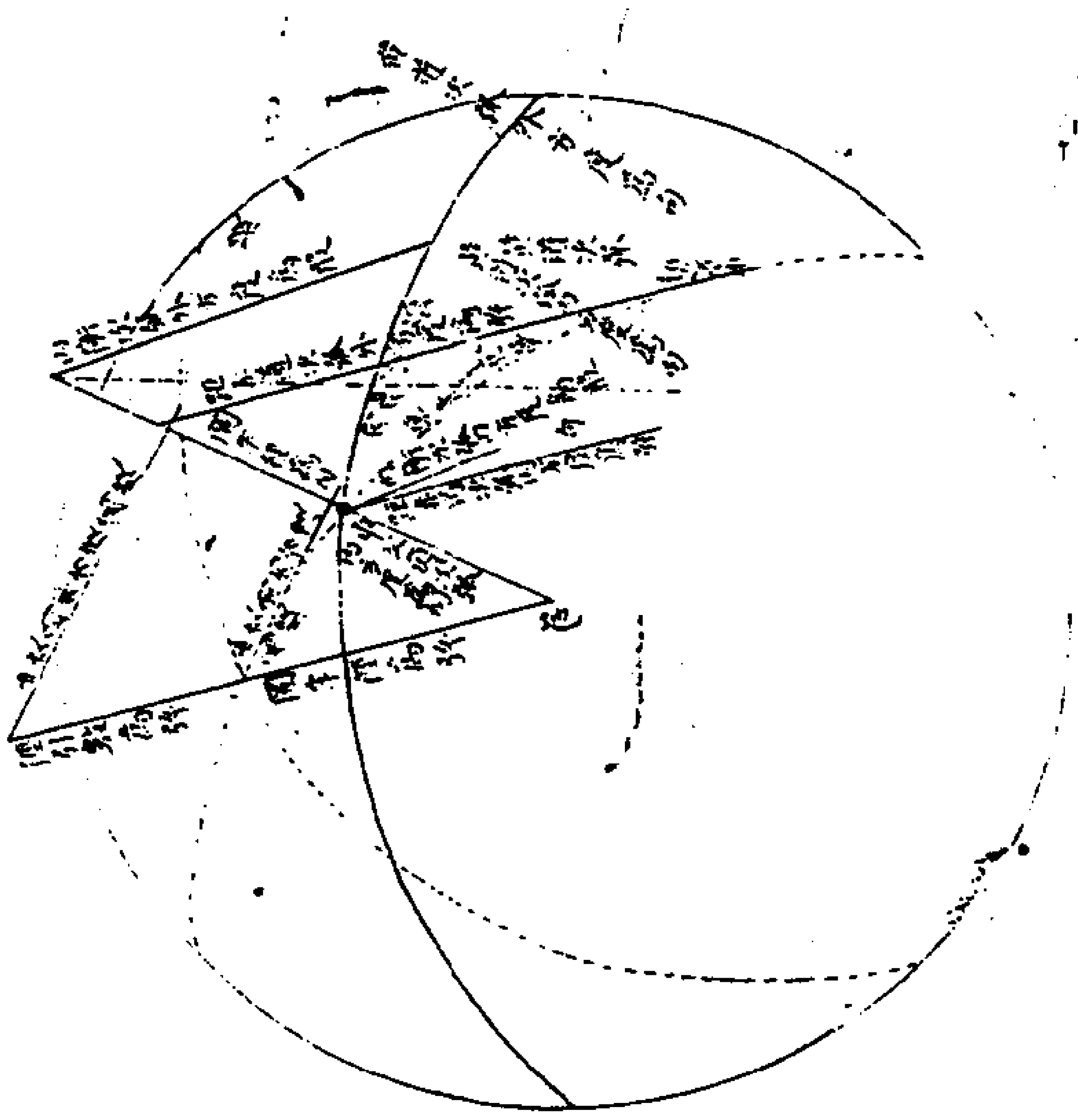
股割圜全義圖





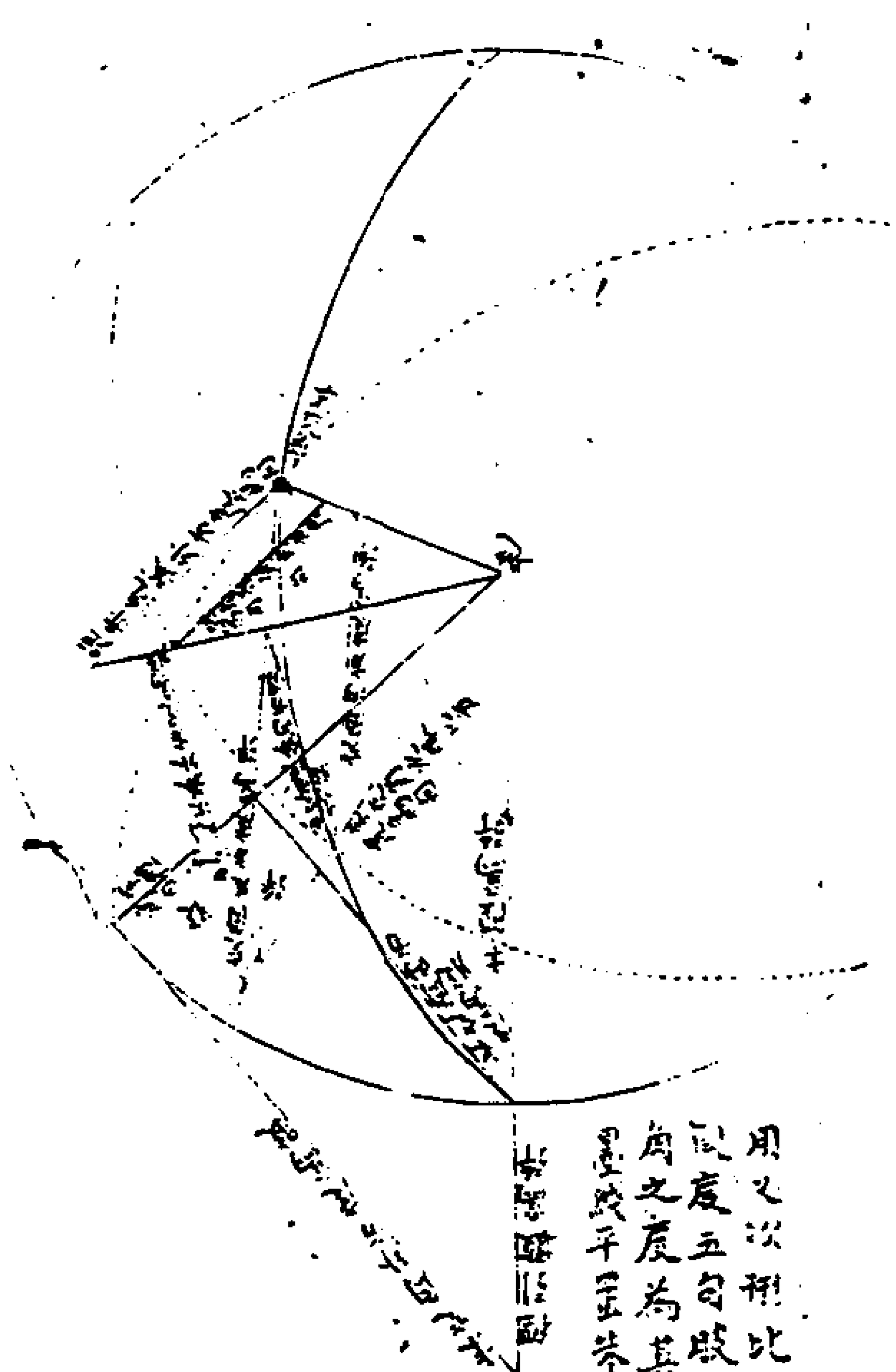
八綫比例之根同度五勾股皆以交角之度為其度赤綫平置黄綫側倚

勾股割圜全義圖



用以求比例之根同度五勾股皆以中交角之度為其度黄綫平置赤綫側倚

勾股割圜全義圖



用以求比例之根同度五勾股皆以赤交角之度為其度黄綫平置赤綫側倚

方圜比例數表

新安戴震記

漢鄭康成注禮凡計圜之周徑用周三徑一約其大致此六觚之率非圜率也今算家圜率定於劉宋祖沖之隋書律歷志曰古之九數圜周率三圜徑率一其術疏舛宋末南徐州從事史祖沖之更開密法以圜徑一億為一丈圜周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽朒數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽正數在盈朒二限之間今考古方田章圜形以半徑乘半周得積求積之術獨此最密爰據祖氏所開密法推得方圜之周徑積三者比例正數列之為表檢表取數可免操算之勞聊以斯自便也

圜徑求周

圜徑	圜周
〇一	〇三一四一五九二六五
〇二	〇六二八三一八五三〇
〇三	〇九四二四七七七九五
〇四	一二五六六三七〇六〇
〇五	一五七〇七九六三二五
〇六	一八八四九五五五九〇
〇七	二一九九一一四八五五
〇八	二五一三二七四一二〇
〇九	二八二七四三三三八五

圜周求徑

圜周	圜徑
一	〇三一八三〇九八八六五四七五强
二	〇六三六六一九七七三〇九五〇少弱
三	〇九五四九二九六五九六四二五少强
四	一二七三二三九五四六一九〇〇半强
五	一五九一五四九四三二七三七五太弱
六	一九〇九八五九三一九二八五〇强
七	二二二八一六九二〇三八三二五太强
八	二五四六四七九〇九二三八〇一强
九	二八六四七八八九七八九二七六强

有方積求同徑之圜積

方積	圜積
一	〇七八五三九八一六二五
二	一五七〇七九六三二五〇
三	二三五六一九四四八七五
四	三一四一五九二六五〇〇
五	三九二六九九〇八一二五
六	四七一二三八八九七五〇
七	五四九七七八七一三七五
八	六二八三一八五三〇〇〇
九	七〇六八五八三四六二五

有圓積求同徑之方積

圓積	方積
○一	○一二七三二三九五四六一九強
○二	○二五四六四七九○九二三八強
○三	○三八一九七一八六三八五七強
○四	○五○九二九五八一八四七六強
○五	○六三六六一九七七三○九五強
○六	○七六三九四三七七七七一四強
○七	○八九一二六七六八六三三三強
○八	一○一八五九一六三六九五二強
○九	一一四五九一五五九四五六一強

有圓徑求同積之方徑 查方徑求同積之圓徑數同

圓徑	方徑
一	○八八六二二六九二四九四六四二七強
二	一七七二四五三八四九八九二八五四強
三	二六五八六八○七七四八三九二八一強
四	三五四四九○七六九九七八五七○八強
五	四四三一一三四六二四七二二一三五強
六	五三一七三六一五四九六七八五六二強
七	六二○三五八八四七四六二四九八九強
八	七○八九八一五三九九五七一四一六強
九	七九七六○四二三二四五一七八四三強

有方徑求同積之圓徑 查圓徑求同積之方徑數同

方徑	圓徑
○一	○一一二八三七九一六七七四強
○二	○二二五六七五八三三五四八強
○三	○三三八五一三七五○三二二強
○四	○四五一三三一六六七○九六強
○五	○五六四一八九五八三八七○強
○六	○六七七○二七五○○六四四強
○七	○七八九八六五四一九六一八強
○八	○九○二七六三三三四一九二強
○九	一○一五五四一二五○九六六強

有圓徑自乘之冪求一度之分圓積 知得一度之方冪積 積之同表

方冪	一度之分圓積
一	○○○一三○八九九六九三七五
二	○○○二六一七九九三八七五○
三	○○○三九二六九九○八一二五
四	○○○五二三五九八七七五○○
五	○○○六五四四九八四六八七五
六	○○○七八五三九八一六二五○
七	○○○九一六二九七八五六二五
八	○○一○四七一九七五五○○○
九	○○一一七八○九七二四三七五

有圓徑自乘之冪求少半度之分圓積 太半度倍之

設徑一大分之少半度圓積

初	一	二	三	四	五	六	七	八	九
	〇〇〇〇四三六三三六三一二五	〇〇〇〇八七二六六四六二五〇	〇〇〇一三〇八九九六九三七五	〇〇〇一七四五三二九二五〇〇	〇〇〇二一八一六六一五六二五	〇〇〇六六一一九九三八七五〇	〇〇〇三〇一四三二[illegible][illegible][illegible]七五	〇〇〇三四九〇六五[illegible]五〇〇〇	〇〇〇三九二六九九〇八一五五

有圓徑自乘之冪求八綫表一度之分圓積

八綫表之分圓積

初	一	二	三	四	五	六	七	八	九
	〇〇〇二一一一六六一二二二五	〇〇〇四三六三三二三一二五〇	〇〇〇六五〇四九八四六八七五	〇〇〇八七二六六四六二五〇〇	〇〇一〇九〇八三〇七八一二五	〇〇一三〇八九九六九三七五〇	〇〇一五二七一六三[illegible]九三七五	〇〇一七四五二[illegible]九二五〇〇〇	〇〇一九六三四九五四〇六二五

有圓徑自乘之冪求八綫表一分之分圓積

八綫表之分圓積

一	二	三	四	五	六	七	八	九
〇〇〇三六三六〇二六〇四一 太	〇〇〇七二七二〇五二〇八三 少	〇〇〇一〇九〇八三〇七八一五	〇〇〇一四五四四一〇四一六六 太	〇〇〇一八一八〇五一三〇二〇 少	〇〇〇二一八一六一五六二[illegible]	〇〇〇二五四五二[illegible][illegible]二九一 太	〇〇〇二九[illegible]八八八二[illegible]八三三三 少	〇〇〇三[illegible]七[illegible]四九一六四三七五

同度記叙

虞書曰同律度量衡夫律何以能同度量衡也蓋物生而後有象象而後有數律也者其象也律也者陰呂陽律也數也者九九八十一也九九八十一出於圓方圓方出於陰陽陽象圓而數奇陰象方而數偶圓數多奇方數多偶故律者起數之事而非所以成數乃樂尺九寸夫九寸非尺而何以謂之尺推律者假以便度後人遂假以名尺耳律耳故起數者律之事也成數者度量衡之事也故律之數以九而度量衡之數以十易云天一生水而地六成之生其起數之謂與成其成數

之謂興。所以算法一握而成六觚。六握立圜。周之率六。觚立。圜徑之率。有周有徑有觚。而圜方奇衰之數畢舉矣。然則何以同度名。所記不及於樂。而尺斛秤為民生所日需。論云謹權量審法度。蓋亦審度以修權量。三者修而四方之政行。以日用飲食民生不越是也。政以宜民。何也。求斛為經準四篇。上篇以經之全經之溢。漢之粟米法興。錙之重起。尺斛秤之端。中篇準量。下篇準權。而以表終焉。日總篇。不敢辭瑣。俾治經之際。因是以求。庶省步算之勞。而有志漢學者或有余規焉。其細草。劉州秀才齊復斌重推。惜其

日加。遂樹於下。乾隆庚寅辛丑閏五瀾里孫[illegible]

微波榭刻

同度記卷一

誧孟

經準上篇

考工記鬴深尺內方尺鄭君云六斗四升也方尺積千寸於

今粟米灋少二升八十一分升之二十二

粟米法方尺深尺六寸二分容一石

一石積千六百二十寸

一斗積百六十二寸

一升積一十六寸二分

以尺斗之數衰之是考工之一石當尺五寸六分二釐五豪

細草曰以龠深尺六十四分之每分得一分五釐六豪二絲五忽

再取三十六分并之爲百分即是考工石數

鄭君曰二十兩曰溢米一升二十四分升之一

細草曰一升空合四勺一抄六撮六圭六粟六顆六粒六黍六稷

孫愐曰二十四兩曰溢米一升四分升之一

細草曰一升二合五勺

取米數以兩數分之每兩得五勺二抄空撮八圭三粟三顆三粒三黍三稷三禾

以斗計之得爲兩者百九十二以十除之則爲石〇以十進除之則

為升為合為勺。故百二十斤為石。

細草曰以每兩所得數十之為五合二勺空抄八撮三圭三粟三顆三粒三黍三稷三禾

百之為五升二合空勺八抄三撮三圭三粟三顆三粒三黍三稷

再取十之之數九倍之為四升六合八勺七抄五撮

併之得九升八合九勺五抄八撮 尚少一合空勺四撮抄一撮六圭六粟六顆六粒六黍六稷六禾適得每兩所得之數者二是為一斗得百九十二兩

如以每兩所得數為法一斗為實除之即得

權量與度之數見可以以尺準之矣而或曰周尺八寸、獨斷外紀賈疏皆然由誤

讀王制之文古八寸曰咫不曰尺也宋十五等尺合劉歆銅斛尺漢建武銅尺與周尺同。周漢泉布五等準尺。

同度記卷二

經準中篇

考工鬴於漢粟米法少二升二合七勺一抄六撮空圭四粟九顆三粒八黍是漢之六斗四升。校考工之六斗四升。爲多此數。然仍以考工之量計之也。以漢量推之。取所少數以六十四分分之。

細草曰取考工鬴入於漢粟米法之鬴取所少之數

分之

每分得三勺五抄四撮九圭三粟八顆二粒七黍一稷五

禾六稟為一升所少數
十分得三合五勺四抄九撮三圭八粟二顆七粒一黍五稷
六禾宜稟一秖六為一斗所少之數
取一加於升。為漢粟米法之升
細草曰一升三合三勺五抄四撮九圭三粟八顆二粒七黍一稷五禾
六稟宜秖一六
十之加於斗。為漢粟米法之斗
細草曰一斗宜升三合五勺四抄九撮三圭八粟二顆七粒
一黍五稷六禾宜稟一秖六
百之加於石為漢粟米法之石

細草曰一石空斗三升五合四勺九抄三撮八圭二粟七顆

一粒五黍六稷空禾一糜六秕

於是以所少數取漢斗數除之

細草曰以二升二合七勺一抄六撮空圭四粟九顆三粒八黍

以爲實一斗空升三合五勺四抄九撮三圭八粟二顆七粒一黍

五稷六禾空糜一秕六以爲法除之即得釜所少以漢量

量之數

又或以耆土得漢斗之九升六合五勺七抄二撮二圭八粟

空顆一粒七黍九稷一禾粟之亦得

得二合升一合九勺三抄七撮四圭空粟六顆八粒五黍二禾九糜即

考工鬴所少以漢量量之數再以六十四分之。

細草曰每分三勺四抄二撮七圭七粟一顆九粒八黍二稷空禾七糜六秕

十分得三合四勺二抄七撮七圭一粟九顆八粒二黍空稷七禾六糜

其十分即是考工每斗所少以漢量量之也。百之加於石即漢石。

細草曰一石空斗三升五合四勺九抄三撮八圭二粟七顆一粒五黍六稷空禾一糜六秕

而考工與粟米法少多之衷。互出矣。

同度記卷三

經準下篇

二十四兩得米一升四分升之一是一升之米。十九兩二錢。

細草曰以二十四兩分為五取其四即上數

十九兩得米九合八勺九抄五撮八圭三粟三顆三粒三黍三稷三禾三糠三秕

二錢得一勺四抄四撮一圭六粟六顆六粒六黍六稷六禾六糠六秕

併之得九合九勺升數

微波榭刻

十九斤二即斗之重。於是取方尺深尺之鬴。以今淅秤凡言今秤皆以庫平十六兩為

斤後皆同秤米十九斤二注之，得方尺深六寸二分五釐。

又取考工之鬴以今秤權之，得三百一十兩。

細草曰以六寸二分五釐除十九斤六兩，得九寸二分每寸得三十兩

六兩得三合一勺四抄五撮八圭八粟八顆八粒八黍八稷八禾

八康八秕

而考工之鬴於古秤為一千四百五十九兩五錢

細草曰每升十九兩二錢，六斗得一千一百五十二兩，四升得七十

七十六兩八錢，併之得一千二百二十八兩八錢

以三百一十除每分所得，即今兩得古兩之數。

細草曰今秤一兩古秤之五兩八錢三分六釐一毫二絲四
九忽四
以三百七兩二錢為實一千二百四十五兩二錢為法除之即得古兩在今秤之數。

細草曰古秤一兩為今等之二錢四分五四釐六毫七絲八忽

由是而推之斤以十六乘古兩為今等之數。

細草曰古一斤得今等四兩三錢七分空釐八毫五絲一忽

由是而推之鈞以三十乘古斤得今等之數。

細草曰古三十斤得今等一百二十五兩二錢二分五釐五

毫三絲

由是而推之石以四乘古鈞得今等之數。

細草曰古百二十斤得今等五百四十四斤九錢空分二釐一

毫二絲

由是而推之百鈞以二十五乘古石得今等之數。

細草曰古三千斤得今等一萬二千五百二十二兩六錢一釐

三毫釐

七百八十二斤十兩

而以今秤質之古。亦以十六乘今秤一兩得古秤之數。

細草曰今一斤得古秤六十四兩三錢七分八釐空毫六絲

四忽

而鈞以三十乘。

細草曰今三十斤得古秤一千四百四十五兩三錢四分一釐

九毫二絲

而石以四乘。

細草曰今百二十斤得古秤七千四百四十五兩三錢二分七釐

六毫八絲

而百鈞以二十五乘。一也

細草曰今三千斤在古秤為一十四萬四千三百三十三兩一錢

九釐二毫四絲

微波榭刻

同度記卷三

經準下篇

二十四兩得米一升四分升之一是一升之米十九兩二錢

細草曰以二十四兩分為五取其四即上数

十九兩得米九合八勺九抄五撮八圭三粟三顆三粒三黍三稷三禾三康三秕

二錢得一勺空抄四撮一圭六粟六顆六粒六黍六稷六禾六康六秕

併之得升數

微波榭刻

十二斤即斗之重於是取方尺深尺之鬴以今秤凡言今秤皆以庫平十六兩為斤後皆同秤米十二斤注之得方尺深六寸二分五釐

又取考工之鬴以今秤權之得三百二十零七兩

　細草曰以六寸二分五釐分一百九十二兩每寸得三十兩零七錢二分每米一鬴得今秤三百零七兩二錢

而考工之鬴於古秤為一千二百二十八兩八錢

　細草曰每升十九兩二錢六斗得一千一百五十二兩四升得七十六兩八錢併之得七十六斤十二兩八錢

以三百零七兩二錢除每分所得即今兩得古兩之數

　細草曰今秤一兩得古秤之四兩

以三百零七兩二錢為實一千二百二十八兩八錢為法除之即得古兩在今秤之數

細草曰古秤一兩為今等之二錢五分

由是而推之斤以十六乘古兩在今等之數

細草曰古一斤得今等四兩

由是而推之鈞以三十乘古斤得今等之數

細草曰古三十斤得今等一百二十兩

由是而推之石以四乘古鈞得今等之數

細草曰古百二十斤得今等四百八十兩

由是而推之百鈞以二十五乘古石得今等之數

細草曰古三千斤得今等一萬二千兩

而以今秤質之古亦以十六乘今秤一兩得古秤之數

細草曰今一斤得古秤六十四兩

而鈞以三十乘

細草曰今三十斤得古秤一千九百二十兩

而石以四乘

細草曰今百二十斤得古秤七千六百八十兩

而百鈞以二十五乘一也

細草曰今三千斤在古秤為一十九萬二千兩

同度記卷四

表一

漢粟米法		考工石積寸法	
方尺深尺六寸二分	容一石	方尺深尺五寸六分二厘五毫	一石
積千六百二十寸	一石	積千五百六十二寸五分	一石
積百六十二寸	一斗	積百五十六寸二分五釐	一斗
積十六寸二分	一升	積十五寸六分二釐五毫	一升

表二

考工	漢
石	石
方尺深尺五寸六分二厘五毫	方尺深尺六寸二分

釜 六斗四升	方尺深尺	方寸深寸為六百四十秒
斗	方尺深寸六分六釐二毫六忽 方五寸四分四釐深五寸四分四毫	
升	方尺深分五釐六毫二絲五忽	

斗	方尺深寸六分二毫
升	方尺深分六釐二毫

表三

權量	古秤	今秤
石	一千九百二十兩 百二十斤	四百八十四兩三錢七分五厘 三十斤〇四兩三錢七分五厘
釜		三百一十兩 十九斤六兩
斗	百九十二兩 十二斤	四十八兩四錢三分七釐五毫 三斤〇四錢三分七釐五毫
升	十九兩二錢	四兩八錢四分三釐七毫五絲
合	一兩九錢二分	四錢八分四釐三毫七絲五忽
勺	一錢九分二釐	四分八釐四毫三絲七忽五

漢量	古秤	今秤
石		
斗		
升		

表二

	考工與漢	漢粟米法與考工	考工少數漢多出數以考工量量之同	考工少數漢多出數以漢量量之同
鬴	六斗一升八合〇勺六抄二撮二圭八粟八顆一粒六黍	六斗六升二合七勺一抄六撮五圭四粟九顆三粒八黍	二升二合七勺一抄六撮〇圭四粟九顆三粒八黍	二升一合九勺三抄七撮四圭〇粟六顆八粒五黍二稷九禾
升	九合六勺五抄七撮二圭三粟八顆〇粒一黍七稷九禾一糠	一升〇合三勺五抄四撮九圭三粟八顆二粒七黍一稷五禾六秕	五勺五抄四撮九圭三粟八顆二粒七黍一稷五禾六糠〇秕一六	三勺四抄二撮七圭七粟一顆九粒八黍二稷〇禾七糠六秕
斗	九升六合五勺七抄二撮三圭八粟〇顆一粒七黍九稷一禾	一斗〇升三合五勺四抄九撮三圭八粟二顆七粒一黍五稷六禾〇二秕六	三合五勺四抄九撮三圭八粟二顆七粒一黍五稷六禾〇糠一秕六	三合四勺二抄七撮七圭一粟九顆二粒二黍〇稷七禾六糠
石	九斗六升五合七勺二抄三撮八圭〇粟一顆七粒九黍一稷	一石〇斗三升五合四勺九抄三撮八圭二粟七顆一粒五黍六稷〇禾一糠六秕	三升五合四勺九抄三撮八圭二粟七顆一粒五黍六稷〇禾一糠六秕	三升四合二勺七抄七撮一圭九粟八顆二粒〇黍七稷六禾

微波榭刻

表二

	黍絫	銖	鍰	兩	斤	鈞	石	百鈞
古稱	四毫一絲六忽六七 四厘一毫六絲六忽	如易古兩爲十錢每銖 四分一厘六毫六絲七忽	十一銖有五分二黍 四錢六分					三千斤
今秤	一厘〇	一分〇四毛一絲六忽六	二錢一分一毫九忽四毫七〇	二錢五分	四兩	一百二十兩 七斤八兩	四百八十兩 三十斤	一萬二千兩 七百五十斤

	氂	分	錢	兩	斤	千斤	百千斤	百鈞
今稱						四百八十兩	一千九百二十兩	四萬八千兩
古稱	六黍大半黍	六十五黍〇八	五銖有四絫八黍	四兩	六十四兩 四斤	一千九百二十兩 百二十斤	七千六百八十兩 四百八十斤	十九萬二千兩 一萬二千斤

微波榭刻

十斤	百斤	千斤
百六十兩	千六百兩	萬六千
四十兩 二斤〇八兩	四百兩 二十五斤	四千兩 二百五十斤
十斤	百斤	千斤
六百四十兩 四十斤	六千四百兩 四百斤	六萬四千兩 四千斤

表　權

	黍	絫	銖	鍰	兩	斤	鈞	石	百鈞
古秤	四毫一絲六忽有奇六七	四厘一毫六絲六忽	易古兩為十錢 每銖得四分一厘六毛六絲七忽	十一銖有二十五分之十三黍 四分分		十六兩	四百八十兩 三十斤	千九百二十兩 百二十斤	四萬八千兩 三千斤
今秤	二毛五絲二忽二七 二厘六毛二絲二忽七 二分五厘二毛二絲七忽		一分〇六毛五絲〇一 四七七	一錢二分一厘〇八絲四忽	二錢五分六厘一毫七絲	四兩〇五分六厘三毛三絲三忽	一百二十兩〇九分九分九厘九毛九絲六忽 七斤〇八兩九分九分九厘九毛九絲九忽	四百八十兩九分九分九厘九毛九絲六忽 三十斤〇三兩九分九分九厘九毛九絲七忽	一万二千一百〇九兩 七百五十六斤十三兩

	釐	分	錢	兩	斤	三十斤	百二十斤	百鈞
今秤					十六兩	四百八十兩	千九百二十兩	四万八千兩 三千斤
古秤		二分九厘六毛三絲六忽七	三分九分六厘二毛八絲七忽	三兩九分六分二厘八毫七絲 三錢二分六厘二毫三絲六忽〇八	六十三兩四分二厘九毛二絲 三斤十五兩四分二厘九毛六絲	千九百〇二兩六分五分七厘六毛 百八十斤十四兩六錢五分七厘	七千六百十兩〇六分三分四毛 四百七十五斤十兩〇六分三分〇四毛	十九万〇二百六十五兩七分六分 一萬一千八百九十一斤八兩七錢六分

微波榭刻

十斤	百斤	千斤
百六十兩	千六百兩	萬六千兩
四十兩三錢六分三厘三毫三絲三忽 二斤〇八兩三錢六分三厘三毫三絲三忽	四百〇三兩六錢三分三厘三毫三絲三忽 二十五斤三兩六錢三分三厘三毫三絲三忽	四千〇三十六兩三錢三分三厘三毫三絲三忽 二百五十二斤二兩三錢三分三厘三毫三絲三忽
十斤	百斤	千斤
百六十兩	千六百兩	
六百五十四兩二錢一分九厘二毛 三十九斤十四兩二錢一分九厘二毛	六千五百四十二兩一錢九分二厘 三百九十斤〇十二兩一錢九分二厘	

尺

昨晚

被餕沉首拜領王席敘膏永誌飽

德穡篇之貽僅從中賸

謝只照存花箋人也順候

起居安一

撰修堂主人

浩白

旁室樹兩節　九寸　六寸　六寸厚

二節　六寸　四寸厚

中室樹　一尺　一寸　二寸貳厚

前樹　一尺二頁　四頂四頁

閣樓樹兩節　九寸　七寸貳　六寸厚

二節　六寸二頁

上長五尺七寸　寬二尺三寸　厚四寸

牆長五尺七寸　高一尺九寸　厚四寸

底長五尺三寸　寬二尺三寸　厚三寸半

長

錄年五八月初一日總管朗玉芭祿代樹　微波榭刻

大圓樹兩節　一尺寬　八寸寬

二節　七寸寬

古孔半兩節　七寸寬　五寸厚

二節　五寸寬厚

六孔二節　九寸寬　七寸厚　和一寬

二節　六寸　五寸五厚

濮樹兩節

五孔樹

求一筭術

門生程恩澤敬題

筭數之學自九章而後述作滋多其最善者[illegible]有二術一曰立天元一一曰求一盡方圓之變莫善於立天元一窮奇偶之情莫善於求一求一之術出於[illegible]物不知數之問宋史藝文志有龍受益求[illegible]歌當卽此術而其書不傳推步家謂之方[illegible]術義略所謂以方程約而齊之鮑澣之論統天術所謂虛廢方程之筭者是也然其布筭行列迥與方程不同則名之爲方程者非也其法以各數及不滿各數之殘求未以各數除去之數必先求以各數去之餘一之數而後諸數可求故曰求一也筭之用無所不包至於步

天而極求一術之於步天其用尤爲切要何者氣朔交轉之策卽各數也氣朔交轉之應卽不滿各數之殘也上元以來距所求年之積分卽未以各數除去之數也是故由唐麟德術以下迄於宋元諸家演撰皆依賴是術而成五代曹士蔿始變古法不復推上古爲元然世謂之小術祇行於民閒元郭守敬造授時術斷取近距不用積年日法而李謙議仍有附演積數三法以釋或者之疑葢臺官師說相傳罔敢失墜求一術之見重當時如此明用大統一切皆仍授時之舊鄭世子載堉所進萬年術亦依郭法截筭不立積年上元之法久不行

用於是古人所以推求七曜齊同之故五百年來無有知其說者矣

國朝數學昌明邁越千古潛心九九之士後先相望立天元術見於元李敬齋冶益古演段測圓海鏡者唐荊川顧箬溪諸君已不解為何物及宣城梅文穆公以西洋借根方釋之其術復大顯獨求一術厪見於宋秦九韶道古數學九章中學者罕見其書知之者鮮余宦遊江右上交學使李雲門先生借錄所藏秦李諸書乃得窺尋立天元一求一之妙及來吳門有元和諸生李尚之銳篤好斯言因共日夕討論研窮祕奧官曹多暇輒依秦氏所說略加修飾推而衍之得書一卷名曰求一算術以篇帙稍繁分為上中下上以究其原中下以明其法中為雜法下則演紀也竊謂隨時測驗以明合天則演撰之法不可復用上攷往古求其已然則算造之原不可不知況乎術體精微未易窺測秦氏自言窮年致志感於夢寐幸而得知神明變化存乎其人又安知無用之用其用不有更大者在乎此則區區之心所以自矜一得之愚亟思有以章明之也

嘉慶八年歲在癸亥三月十六日立夏節陽城張敦仁敘於蘇州廨館之蓺學軒

求一算術上

陽城張敦仁撰

求等　兩數本不等輾轉相消而等以等除不等兩數必適盡

術曰多為實少為法實滿法去之不計除得之數故曰去之實不盡以法為實實為法復除去之實盡則法為等數此出九章約分術所除去者皆等數之重疊者也

今有多數二十一少數一十五問等數幾何

荅曰三　以等數三除多數二十一得七除少數一十五得五皆適盡它放此

草曰置二十一於上一十五於下以下一十五除去上二十一上餘六又以上六除去下一十五下餘三又以下三除去上六適盡則下三為等數合問

上 二一　下 一五

上除 六　元下 一五

前餘 六　下除 三

上盡 ○　等數 三

今有多數一十八少數三問等數幾何

荅曰三

草曰置一十八於上三於下以下三除去上一十八適盡則下三為等數合問

上　下
一八　三
上盡　等數
〇　三

今有多數六少數四問等數幾何

答曰二

草曰置六於上四於下以下四除去上六上餘二又以上二除去下四適盡則上二爲等數合問

上　下
六　四
上餘　元下
二　四
等數　下盡
二　〇

今有多數三少數二問等數幾何

答曰一亦爲無等一卽是等數但以除多少兩數皆仍爲元數一除不消故爲無等

草曰置三於上二於下以下二除去上三上餘一又以上一除去下二適盡則上一爲等數合問

上　下
三　二
上餘　元下
一　二
等數　下盡
一　〇

約分既有等數則兩數宜有重疊故須約之

術曰置兩數以等數約一數存一數須存一數不約者爲求總數故

如下第一問多數二十一少數一十五約二十一得七存一十五不約以七乘一十五得百五爲總數以多少兩數除之皆盡若不存一數併約一十五得五以兩約數五七相乘得三十五以多少兩數除之皆不能盡不可爲總數故須存一數

視兩數皆奇者奇謂一三五七九之類如意約之凡兩數皆奇所求之等必奇以約兩數必皆得奇故可如意約之案約分之法須令既約之後更無可約欲令無可約則必先令約得之數皆爲奇數蓋兩奇或一奇一偶相約可以無等若兩偶相約則必有等故也一奇一偶者偶謂二四六八十之類則約奇凡兩數一奇一偶所求之等亦必奇以約奇數必得奇以約偶數必得偶今欲令約得爲奇故約奇皆偶者則令約得數爲奇凡兩數皆偶所求之等必偶以約兩數或皆得奇或皆得偶或一得奇一得偶故可令約得數爲奇若約此得數與彼數有等則反約彼數有等須再約今反約彼數或可無等不必再約也

今有多數二十一奇少數一十五奇等數三奇問當約

何數

答曰約二十一得七奇約一十五得五奇俱可

今有多數九奇少數三奇等數三奇問當約何數

答曰當約三得一奇此反約法也若約九得三則三與三仍有等今約三得一卽一與九無等

今有多數二十四偶少數二十一奇等數三奇問當約何數

答曰當約二十一得七奇

今有多數二十五奇少數一十偶等數五奇問當約何

數

荅曰當約一十得二偶此亦反約法也若約二十五得五則五與一十仍有等今約一十得二即二與二十五爲無等

今有多數六偶少數四偶等數二偶問當約何數

荅曰當約六得三奇

再約既約之後仍有等數即須再約

術曰置兩數此既約後之數以等數約一數乘一數既約不可再約今約一乘一猶之未約也辨奇偶如上法謂兩奇則如意約之之類

今有多數二十一奇少數一十五奇等數三奇問當約何數乘何數

荅曰約二十一得七奇乘一十五得四十五奇

或約一十五得五奇乘二十一得六十三奇

俱可

今有多數九奇少數三奇等數三奇問當約何數乘何數

荅曰當約三得一奇乘九得二十七奇

今有多數二十四偶少數二十一奇等數三奇問當約何數乘何數

荅曰當約二十一得七奇乘二十四得七十二偶

今有多數二十五奇少數一十偶等數五奇問當約何數乘何數

荅曰當約一十得二偶乘二十五得一百二十五奇

今有多數六偶少數四偶等數二偶問當約何數乘何數

荅曰當約六得三奇乘四得八偶

連環相約

術曰置各問數識其位如甲乙丙丁之類自上而下列之先以上位與下諸位各求等依約分術約一存一爲第

一變若上位當約即以既約之數與下諸位求等後皆放此又以次位與下諸位各求等約之爲第二變每自上而下以一位與下諸位各求等約之爲一變凡問數有三位則有二變有四位則有三變每多一位則多一變訖各爲泛母復置泛母如前自上而下求等依再約術約一乘一爲一變訖各爲定母若各問數俱無等即以各問數爲定母若泛母俱無等即以泛母爲定母案秦氏元法問數有元數收數通數復數之別其復數條有求總等一法今驗求總等於算未協如程行相及問行母當三千綠求總等誤作六千故此術定以約分求泛母再約求定母較元法爲省約而無弊

今有甲數二十四乙數三十丙數五十四問定母各幾

何

荅曰甲八　乙五　丙二十七

草曰先以甲二十四偶與乙三十偶求等得六偶以約乙得五奇此是令約得數爲奇又以甲二十四偶與丙五十四偶求等得六偶以約丙得九奇此亦是令約得數爲奇得甲二十四乙五丙九爲第一變又以乙五與丙九求等得一不約此第一變卽爲第二變又問數止三位此第二變卽爲泛母

泛母　甲二十四　乙五　丙九

又置泛母以甲二十四與乙五求等得一不約又以

甲二十四與丙九求等得三以約甲得八偶此乘反約法丙得二十七奇得甲八乙五丙二十七爲第一變又以乙五與丙二十七求等得一不約此第一變卽爲第二變亦卽爲定母合問

今有甲數二十八乙數二十六丙數三十二問定母各幾何

荅曰甲七　乙一十三　丙三十二

草曰以甲二十八偶與乙二十六偶求等得二偶以約乙得一十三奇又以甲二十八偶與丙三十二偶求等四偶以約甲得七奇得甲七乙一十三丙三十二爲第一變又以乙一十三與丙三十二求等得一不約此第二變卽爲第二變問數止三位卽爲泛母又視甲七與乙一十三與丙三十二又乙一十三與丙三十二皆無等此泛母卽爲定母合問

今有甲數一十一乙數九丙數四問定母各幾何

荅曰甲一十一　乙九　丙四無等卽以問數爲定母

草曰以甲一十一與乙九求等得一又以甲一十一與丙四求等得一皆不約又以乙九與丙四求等得一亦不約則甲一十一乙九丙四卽爲定母合問

連環相乘

術曰列各問數累相乘所得卽衍母也如甲乙丙三位以甲乘乙得數又以丙乘之卽得衍母四位以上放此列各問數存一位餘累相乘所得卽所存位之衍數也如甲乙丙三位存甲一位以乙丙兩位相乘所得爲甲衍數餘放此

其一術曰置衍母依位數副之如有甲乙丙三位卽副置衍母三位四位已上放此以各問數除之卽各得衍數也如以甲除衍母所得爲甲衍數餘放此

今有甲數八乙數五丙數二十七問衍母衍數各幾何

荅曰衍母一千八十　甲衍數一百三十五

乙衍數二百一十六　丙衍數四十

草曰以甲數八乘乙數五得四十又以丙數二十七乘之得一千八十卽衍母也以乙數五乘丙數二十七得一百三十五卽甲衍數也以甲數八乘丙數二十七得二百一十六卽乙衍數也以甲數八乘乙數五得四十卽丙衍數也合問

其一草曰置衍母一千八十爲三位以甲數八除之得一百三十五以乙數五除之得二百一十六以丙數二十七除之得四十並與前同合問

今有甲數三乙數五丙數七丁數十一問衍母衍數各幾何

荅曰衍母一千一百五十五　甲衍數三百八十五　乙衍數二百三十一　丙衍數一百六十五　丁衍數一百五

草曰以甲數三乘乙數五得一十五又以丙數七乘之得一百五又以丁數十一乘之得一千一百五十五卽衍母也以乙數五乘丙數七得三十五又以丁數十一乘之得三百八十五卽甲衍數也以甲數三乘丙數七得二十一又以丁數十一乘之得二百三十一卽乙衍數也以甲數三乘乙數五得一十五又以丁數十一乘之得一百六十五卽丙衍數也以甲

數三乘乙數五得一十五又以丙數七乘之得一百五卽丁衍數也合問

其一草曰置衍母一千一百五十五爲四位以甲數三除之得三百八十五以乙數五除之得二百三十一以丙數七除之得一百六十五以丁數十一除之得一百五並與前同合問

大衍求一 以乘率乘少數滿多數去之必餘一猶大衍之奇一故曰大衍求一

術曰列少數於上多數於下以上除下所得爲第一數有餘復以下除上所得爲第二數如是上下相除所得以次命之 如第三數第四數之類 上位餘一 如上位除盡卽減得數一爲餘一如上位五下位一常法以一除五得五除卽盡此術以一除五則爲得四餘一與常法不同 止不除乃列各得數於左行立天元一爲右行第一數以左行第一數乘之得右行第二數 此無上位可加故卽爲第二數 復置右行第二數以左行第二數乘之如入右行第一數得右行第三數每置右行數以左行相當之數乘之 謂第一第二位數相當 以右行上位加之得右行次位 如右行第三數卽以左行相當第三數乘之以右行上位第二數加之得右行次位第四數它倣此 其右行最後得數卽乘率也 右行位數恒多於左行一位如左行有四數右行卽有五數此第五數卽乘率也

今有少數五多數六問乘率幾何

荅曰五以乘率五乘少數五得二十五以多數六去之餘一

草曰列五於上六於下以上五除下六得一為第一數下餘一又以下一除上五得四為第二數上餘一即止不除得第一數一第二數四列左行乃立天元一為右行第一數以左行第一數一乘之仍得一為右行第二數又置右行第二數一以左行第二數四乘之仍得四加入右行第一數一得五為右行第三數左行更無第三數無可對乘此右行第三數即為乘率合問

	第一數	第二數	乘率
右行	一	一	五
左行	一	四	

今有少數五多數二十三問乘率幾何

荅曰一十四以乘率一十四乘少數五得七十以多數二十三去之餘一

草曰列五於上二十三於下以上五除下二十三得四為第一數下餘三又以下三除上五得一為第二數上餘二又以上二除下三得一為第三數下餘一又以下一除上二得一為第四數上餘一即止不除得第一數四第二數一第三數一第四數一列左行乃立天元一為右行第一數以左行第一數乘之仍得四為右行第二數又置右行第二數四以左行第二數一乘之仍得四加入右行第一數一得五為右行第三數又置右行第三數五以左行第三數一乘之仍得五加入右行第二數四得九為第四數又置右行第四數九以左行第四數一乘之仍得九加入右行第三數五得一十四為右行第五數即乘率合問

	第一數	第二數	第三數	第四數	乘率
右行	一	四	五	九	一四
左行	四	一	一	一	

今有少數一百多數一百一問乘率幾何

荅曰一百以乘率一百乘少數一百得一萬滿多數一百一去之餘一

草曰列一百於上一百一於下以上一百除下一百一得一為第一數下餘一又以下一除上一百得九十九為第二數上餘一即止不除得第一數一第二數九十九列左行乃立天元一為右行第一數以左行第一數一乘之仍得一為右行第二數又置右行第二數一以左行第二數九十九乘之仍得九十九如入右行第一數一得一百為右行第三數即乘率合問

	第一數	第二數	乘率
右行	一	一	一〇
左行	一	九九	

求一（此總術也）

術曰置元問各全數依連環相約術求得各定母復置各定母（若定母爲一即減去此位不用）依連環相乘術求得衍母及衍數置各衍數各以定母去之餘爲各奇數各置奇數定母（奇數一者即以衍數爲用數不求乘率）依大衍求一術求得各乘率復置各衍數以各乘率乘之得各用數乃置元問各賸數各以用數乘之爲各總以各總幷之爲總數滿衍母去之餘即所求數也

今有物不知其數三三數之賸二五五數之賸三七七數之賸二問物幾何（此問出孫子筭經爲求一術之原本故首列之）

荅曰二十三

草曰置元問全數三五七列甲乙丙三位

元問全數	甲	乙	丙
	三	五	七

依連環相約術約之先以甲三與乙五相約無等次以甲三與丙七相約亦無等又以乙五與丙七相約亦無等即以各全數爲各定母

定母	甲	乙	丙
	三	五	七

又依連環相乘術求衍母衍數以甲定母三乘乙定母五得一十五以乘丙定母七得一百五爲衍母置衍母三位各以定母除之甲得三十五乙得二十一丙得一十五各爲衍數

衍數	甲	乙	丙	衍母
	三五	二一	一五	一〇五

置各衍數各以定母除去之甲得二乙得一丙得一各爲奇數

奇數	甲	乙	丙
	二	一	一

視乙丙二位奇數皆得一不求乘率即以衍數爲用數甲奇數二當求乘率依大衍求一術入之列甲奇數二於上甲定母三於下以上二除下三得一爲第一數下餘一又以下一除上二得一爲第二數（須令有餘）（故一除二得一）上餘一得第一數一第二數一

上　二	下　三	第一數　一
元　二	餘　一	第二數　一
餘　一		

列第一數一第二數一于左行立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數一乘之得一加入右行第一數一得二爲右行第三數即甲乘率

第一數 一 第二數 一 甲乘率 二 右行
第一數 一 第二數 一 左行

以甲乘率二乘甲衍數三十五得七十爲甲用數乙衍數二十一丙衍數一十五卽爲用數

用數 甲 七〇 乙 二一 丙 一五

乃置元問賸數二三二亦列甲乙丙三位各乘用數甲得一百四十乙得六十三丙得三十各爲總幷各總得二百三十三爲總數

賸數 甲 二 乙 三 丙 二
各總 甲 一四〇 乙 六三 丙 三〇 總數 二三三

置總數以衍母一百五除去之餘二十三卽物數也

合問

今有物不知其數四四數之賸一六六數之賸五八八數之賸一問物幾何

荅曰一十七

草曰列元問全數四六八爲甲乙丙三位

元問全數 甲 四 乙 六 丙 八

依連環相約術約之先以甲四與乙六求等得二以約乙六得三四六皆偶數若約四得二仍是偶數則與六仍有等故約六得三爲奇數卽與四無等又以甲四與丙八求等得四以約甲四得一此所約得亦是奇數又以乙三卽用約得數與丙八求等得一不約約畢得甲一乙三丙八各爲定母又甲定母止有一卽減去甲位不用案秦氏元法定母一者有借用數之法又云或欲從省勿借任之爲空是借用法本可不立輾轉補綴易滋學者之惑故此術直削去不用但以乙三丙八爲各定母以後只以乙丙二位入算

定母 乙 三 丙 八

又依連環相乘術求衍母衍數以乙定母三乘丙定母八得二十四爲衍母列衍母爲二位各以定母除之乙得八卽定母丙得三卽乙定母各爲衍數

衍數 乙 八 丙 三 衍母 二四

置各衍數以各定母除去之乙得二丙不滿定母卽爲得三各爲奇數

奇數 乙 二 丙 三

各置定母奇數依大衍求一術入之先求乙乘率列乙奇數二於上乙定母三於下以上除下得一爲第一數下餘一又以下一除上二得一爲第二數上餘一得第一數一第二數一

上 二 下 三 第一數 一
元上 二 下餘 一 第二數 一
上餘 一

列第一數一第二數一於左行立天元一為右行第一數以左行第一數一乘之得一為右行第二數又置右行第二數一以左行第二數一乘之得一加入右行第一數一得二為右行第三數即乙乘率

第一數　第二數　乙乘率　右行
一　一　二
第一數　第二數　左行
一　一

次求丙乘率列丙奇數三於上丙定母八於下以上三除下八得二為第一數下餘二又以下二除上三得一為第二數上餘一即止不除得第一數二第二數一

上　下　第一數
三　八　二
元上　下餘　第二數
三　二　一
上餘
一

列第一數二第二數一於左行立天元一為右行第一數以左行第一數二乘之得二為右行第二數又置右行第二數二以左行第二數一乘之得二加入右行第一數一得三為右行第三數即丙乘率

第一數　第二數　丙乘率　右行
一　二　三
第一數　第二數　左行
二　一

以各乘率與各衍數相乘乙乘率二乘乙衍數八得一十六丙乘率三乘丙衍數三得九各為用數

乘率　乙　丙
二　三
用數　乙　丙
一六　九

乃列元問賸數五一為乙丙二位四四所賸一當為甲位亦弃不用各乘用數乙賸數五乘乙用數一十六得八十丙賸數一乘丙用數九仍得九各為總數併各總得八十九為總數

賸數　乙　丙
五　一
各總　乙　丙　總數
八〇　九　八九

置總數以行母二十四除去之餘一十七即物數也

合問

今有物不知其數五五數之賸四七七數之賸五九九數之賸一問物幾何

答曰一十九

草曰列元問全數五為甲位七為乙位九為丙位

元問全數　甲　乙　丙
五　七　九

依連環相約術約之以甲五與乙七丙九相約求等又以乙七與丙九求等皆得一不約即以甲五乙七丙九各為定母

定母　甲　乙　丙
五　七　九

又依連環相乘術求衍數衍母以甲五乘乙七得三十五又以丙九乘之得三百一十五爲衍母又以乙七乘丙九得六十三爲甲衍數以甲五乘丙九得四十五爲乙衍數以甲五乘乙七得三十五爲丙衍數

衍數	甲	乙	丙	衍母
	六三	四五	三五	三一五

置各衍數各以定母去之甲餘三乙餘三丙餘八各爲奇數

奇數	甲	乙	丙
	三	三	八

依大衍求一術求乘率先求甲列甲奇數三於上甲定母五於下以上三除下五得一爲第一數下餘二

又以下二除上三得一爲第二數上餘一卽止不除得第一數一第二數一

上	下	第一數
三	五	一

元上	下餘	第二數
三	二	一

上餘
一

列第一數一第二數一於左行立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數一乘之得一加入右行第一數得二爲右行第三數卽甲乘率

右行	第一數	第二數	第三數卽甲乘率
	一	一	二

左行	第一數	第二數
	一	一

次求乙列乙奇數三於上乙定母七於下以上三除下七得二爲第一數下餘一又以下一除上三得二爲第二數上餘一得第一數二第二數二

上	下	第一數
三	七	二

元上	下餘	第二數
三	一	二

上餘
一

列第一數二第二數二於左行立天元一爲右行第一數以左行第一數二乘之得二爲右行第二數又

置右行第二數二以左行第二數二乘之得四加入右行第一數一得五爲右行第三數卽乙乘率

右行	第一數	第二數	乙乘率
	二	二	五

左行	第一數	第二數
	二	二

次求丙列丙奇數八於上丙定母九於下以上八除下九得一爲第一數下餘一又以下一除上八得七爲第二數上餘一得第一數一第二數七

上	下	第一數
八	九	一

元上	下餘	第二數
八	一	七

上餘
一

列第一數一第二數七於左行立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數七乘之得七加入右行第一數一得八爲右行第三數卽丙乘率

	第一數	第二數	丙乘率
右行	一	一	八
左行	一	七	

以各乘率各乘衍數甲得一百二十六乙得二百二十五丙得二百八十各爲用數

	甲	乙	丙
用數	一二六	二二五	二八○

乃列元問賸數四爲甲位五爲乙位一爲丙位各以用數乘之甲得五百四乙得一千一百二十五丙得二百八十各爲總數幷三總得一千九百九爲總數

	甲	乙	丙	總數
賸數	四	五	一	
各總	五○四	一一二五	二八○	一九○九

置總數一千九百九滿衍母三百一十五去之餘一十九卽物數也合問

求一筭術中

暘城張敦仁重述

今有乾坎艮震巽離坤兌八庫貯銀相等聽乾坎艮震巽離坤兌八項人各於當庫支用如乾項人於乾庫支用坎項人於坎庫支用是也乾每次支銀一十兩坎每次支銀二十兩艮每次支銀三十兩震每次支銀四十兩巽每次支銀五十兩離每次支銀六十兩坤每次支銀七十兩兌每次支銀八十兩今各不記支用次數但查驗餘銀乾庫餘九兩坎庫餘十九兩艮庫餘十九兩震庫餘十九兩巽庫餘九兩離庫餘十九兩坤庫餘六十九兩兌庫餘五十九兩問八庫貯銀數及八項人各支用次數幾何

荅曰每庫貯銀六千八百五十九兩

乾支過六百八十五次

坎支過三百四十二次

艮支過二百二十八次

震支過一百七十一次

巽支過一百三十七次

離支過一百一十四次

坤支過九十七次

兌支過八十五次

草曰置乾一十兩坎二十兩艮三十兩震四十兩巽五十兩離六十兩坤七十兩兌八十兩各爲全數

八數	乾	坎	艮	震	巽	離	坤	兌
	一○	二○	三○	四○	五○	六○	七○	八○

用連環相約術約之先以乾一十與坎二十求等得一十以約乾一十得一乾既得一與艮震以下各位皆無等得乾一坎二十艮三十震四十巽五十離六十坤七十兌八十爲第一變

一變	乾	坎	艮	震	巽	離	坤	兌
	一	二○	三○	四○	五○	六○	七○	八○

次以坎二十與艮三十求等得一十以約艮三十得三又以坎二十與震四十求等得二十以約坎二十得一坎既得一與下俱無等得乾一坎一艮三震四十巽五十離六十坤七十兌八十爲第二變

二變	乾	坎	艮	震	巽	離	坤	兌
	一	一	三	四○	五○	六○	七○	八○

次以艮三與震四十求等得一不約又以艮三與巽五十求等亦得一不約又以艮三與離六十求等得三約艮三得一得乾一坎一艮一震四十巽五十離六十坤七十兌八十爲第三變

三變	乾	坎	艮	震	巽	離	坤	兌
	一	一	一	四○	五○	六○	七○	八○

次以震四十與巽五十求等得一十以約震四十得四此反約法又以震四與離六十求等得四以約離六十得一十五又以震四與坤七十求等得二以約坤七十得三十五又以震四與兌八十求等得四以約震四得一得乾一坎一艮一震一巽五十離一十五坤三十五兌八十爲第四變

四變	乾	坎	艮	震	巽	離	坤	兌
	一	一	一	一	五○	一五	三五	八○

次以巽五十與離一十五求等得五以約離一十五得三又以巽五十與坤三十五求等得五以約坤三十五得七又以巽五十與兌八十求等得一十以約巽五十得五得乾一坎一艮一震一巽五離三坤七兌八十爲第五變次以離三與坤七兌八十求等皆得一不約此第五變卽爲第六　次以坤七與兌八十求等得一不約此第五變卽爲第七變泛母有八位故有七變

泛母	乾	坎	艮	震	巽	離	坤	兌
	一	一	一	一	五	三	七	八○

又置泛母如前求等皆得一惟巽五與兌八十求等

得五以約巽五得一以乘兌八十得四百得乾一坎一艮一震一巽一離三坤七兌四百各爲定母定母單一者皆減去不用但置離三坤七兌四百爲三位

定母	離三	坤七	兌四〇〇

用連環相乘術求衍母衍數以離三乘坤七得二十一又以兌四百乘之得八千四百爲衍母又以坤七乘兌四百得二千八百爲離衍數又以離三乘兌四百得一千二百爲坤衍數又以離三乘坤七得二十一爲兌衍數

衍數	離二八〇〇	坤一二〇〇	兌二一	衍母八四〇〇

置各衍數以各定母去之得離一坤三兌二十一各爲奇數

奇數	離一	坤三	兌二一

用大衍求一術求乘率先求坤乘率離奇數一即爲乘率置坤奇數三於上坤定母七於下以上三除下七得二爲第一數下餘一又以下一除上三得二爲第二數上餘一卽止不除得第一數二第二數二列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數二乘之仍得二爲右行第二數又置右行第二數二以左行第二數二乘之得四加入右行第一數一得五爲右行第三數卽坤乘率

第一數 一	第二數 二	坤乘率 五	右行
第一數 二	第二數 二		左行

次求兌乘率置兌奇數二十一於上兌定母四百於下以上二十一除下四百得十九爲第一數下餘一又以下一除上二十一得二十爲第二數上餘一卽止不除得第一數十九第二數二十列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數十九乘之仍得十九爲右行第二數又置右行第二數十九以左行第二數二十乘之得三百八十加入右行第一數一得三百八十一爲右行第三數卽兌乘率

第一數 一	第二數 一九	兌乘率 三八一	右行
第一數 一九	第二數 二〇		左行

置離乘率一坤乘率五兌乘率三百八十一各乘衍數離乘率一卽以衍數二千八百爲離用數坤乘率五以乘坤衍數一千二百得六千爲坤用數兌乘率三百八十一以乘兌衍數二十一得八千一爲兌用數

	離	坤	兌
乘率	一	五	三八一
用數	二八〇〇	六〇〇〇	八〇〇一

乃置離庫餘十九兩坤庫餘六十九兩兌庫餘五十九兩各為䐡數

	離	坤	兌
䐡數	一九	六九	五九

置各䐡數各以用數乘之離用數二千八百以乘離䐡數十九得五萬三千二百為離總坤用數六千以乘坤䐡數六十九得四十一萬四千為坤總兌用數八千一以乘兌䐡數五十九得四十七萬二千五十九為兌總幷各總得九十三萬九千二百五十九為總數

	離	坤	兌	總數
各總	五三二〇〇	四一四〇〇〇	四七二〇五九	九三九二五九

置總數九十三萬九千二百五十九滿衍母八千四百去之餘六千八百五十九即各庫貯銀兩數副置八位以乾每次支銀一十兩除之得六百八十五次餘九兩以坎每次支銀二十兩除之得三百四十二次餘十九兩以艮每次支銀三十兩除之得二百二十八次餘十九兩以震每次支銀四十兩除之得一百七十一次餘十九兩以巽每次支銀五十兩除之得一百三十七次餘九兩以離每次支銀六十兩除之得一百一十四次餘十九兩以坤每次支銀七十兩除之得九十七次餘六十九兩以兌每次支銀八十兩除之得八十五次餘五十九兩合問

	乾	坎	艮	震	巽	離	坤	兌	每庫餘數
支過次數	六八五	三四二	二二八	一七一	一三七	一一四	九七	八五	六八五九

今有江寧府差人進京先差甲次差乙次差丙各於差日黎明起行甲日行一百七十八里乙日行二百二十四里丙日行三百里甲乙丙三人同於本月十五日到京其十四日抵暮宿店各離京遠近不等甲宿處離京五十八里乙宿處離京八十六里丙宿處離京一百五十里問江寧府距京師里數幷甲乙丙每人所行日數及於何日自江寧起行

荅曰江寧距京師二千五百五十里

甲行十四日八十九分日之二十九於初一日起行

乙行十一日一百一十二分日之四十三於初四日起行

丙行八日半於初七日起行

草曰置甲行一百七十八里乙行二百四十四里丙行三百里各爲全數

	甲	乙	丙
全數	一七八	二四四	三〇〇

用連環相約術約之先以甲一百七十八與乙二百二十四求等得二以約甲得八十九又以甲八十九與丙三百求等得一不約得甲八十九乙二百二十四丙三百爲第一變

	甲	乙	丙
一變	八九	二二四	三〇〇

次以乙二百二十四與丙三百求等得四以約丙三百得七十五得甲八十九乙二百二十四丙七十五爲第二變視甲乙丙俱無等數卽爲定母

	甲	乙	丙
定母	八九	二二四	七五

置定母用連環相乘術求之以乙二百二十四乘甲八十九得一萬九千九百三十六又以丙七十五乘之得一百四十九萬五千二百爲衍母置衍母爲三位以甲八十九除之得一萬六千八百爲甲衍數以乙二百二十四除之得六千六百七十五爲乙衍數以丙七十五除之得一萬九千九百三十六爲丙行數

	甲	乙	丙	衍母
衍數	一六八〇〇	六六七五	一九九三六	一四九五二〇〇

置各衍數各以定母去之得甲六十八乙一百七十九丙六十一各爲奇數

	甲	乙	丙
奇數	六八	一七九	六一

用大衍求一術求乘率先求甲置甲奇數六十八於

上甲定母八十九於下以上六十八除下八十九得一爲第一數下餘二十一又以下二十一除上六十八得三爲第二數上餘五又以上五除下二十一得四爲第三數下餘一又以下一除上五得四爲第四數上餘一卽止不除得第一數一第二數三第三數四第四數四列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數三乘之仍得三加入右行第一數一得四爲右行第三數又置右行第三數四以左行第三數四乘之得一十六加入右行第二數

一得一十七為右行第四數又置右行第四數一十七以左行第四數四乘之得六十八加入右行第三數四得七十二為右行第五數即甲乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	甲乘率
右行	一	一	四	一七	七二
左行	一	三	四	四	

次求乙置乙奇數一百七十九於上乙定母二百二十四於下以上一百七十九除下二百二十四得一為第一數下餘四十五又以下四十五除上一百七十九得三為第二數上餘四十四又以上四十四除下四十五得一為第三數下餘一又以下一除上四十四得四十三為第四數上餘一即止不除得第一數一第二數三第三數一第四數四十三列左行乃立天元一為右行第一數以左行第一數一乘之仍得一為右行第二數又置右行第二數一以左行第二數三乘之仍得三加入右行第一數一得四為右行第三數又置右行第三數四以左行第三數一乘之得四加入右行第二數一得五為右行第四數又置右行第四數五以左行第四數四十三乘之得二百一十五加入右行第三數四得二百一十九為右行第五數即乙乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	乙乘率
右行	一	一	四	五	二一九
左行	一	二	一	四三	

次求丙置丙奇數六十一於上丙定母七十五於下以上六十一除下七十五得一為第一數下餘一十四又以下一十四除上六十一得四為第二數上餘五又以上五除下一十四得二為第三數下餘四又以下四除上五得一為第四數上餘一即止不除得第一數一第二數四第三數二第四數一列左行乃立天元一為右行第一數以左行第一數一乘之仍得一為右行第二數又置右行第二數一以左行第二數四乘之仍得四加入右行第一數一得五為右行第三數又置右行第三數五以左行第三數二乘之得一十加入右行第二數一得一十一為右行第四數又置右行第四數一十一以左行第四數一乘之仍得一十一加入右行第三數五得一十六為右行第五數即丙乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	丙乘率
右行	一	一	五	一一	一六
左行	一	四	二	一	

置各乘率以乘各衍數以甲乘率七十二乘甲衍數

一萬六千八百得一百二十萬九千六百爲甲用數以乙乘率二百一十九乘乙衍數六千六百七十五得一百四十六萬一千八百二十五爲乙用數以丙乘率一十六乘丙衍數一萬九千九百三十六得三十一萬八千九百七十六爲丙用數

	甲	乙	丙
乘率	七二	二一九	一六
用數	一二〇九六〇〇	一四六一八二五	三一八九七六

乃置甲離京五十八里乙離京八十六里丙離京一百五十里各爲賸數

	甲	乙	丙
賸數	五八	八六	一五〇

置各賸數以乘各用數以甲賸數五十八乘甲用數一百二十萬九千六百得七千一十五萬六千八百爲甲總以乙賸數八十六乘乙用數一百四十六萬一千八百二十五得一億二千五百七十一萬六千九百五十爲乙總以丙賸數一百五十乘丙用數三十一萬八千九百七十六得四千七百八十四萬六千四百爲丙總幷三總得二億四千三百七十二萬一百五十爲總數

	甲	乙	丙	總數
各總	七〇一五六八〇〇	一二五七一六九五〇	四七八四六四〇〇	二四三七二〇一五〇

置總數二億四千三百七十二萬一百五十滿衍母一百四十九萬五千二百去之餘二千五百五十即江寧府距京里數置總里二千五百五十爲三位以甲日行一百七十八里除之得十四日一百七十八分日之五十八子母各半之得八十九分日之二十九爲甲到京日數以十四日減十五日餘一得甲起行爲初一日以乙日行二百二十四里除總里得十一日二百二十四分日之八十六子母各半之得一百一十二分日之四十三爲乙到京日數以十一日減十五日餘四得乙起行爲初四日以丙日行三百里除總里得八日三百分日之一百五十子母各以一百五十約之得二分日之一即半日爲丙到京日數以八日減十五日餘七得丙起行爲初七日合問

	甲子母	乙子母	丙子母	總里
共行日	一四 五八 一七八	一一 八六 二二四	八 一五〇 三〇〇	二五五〇

	甲	乙	丙
起行日	一	四	七

今有和豐永盈四字號廒存米相等每廒各設臼舂米

和字厫設臼六隻每臼容米五斗七升七合豐字號設臼七隻每臼容米五斗五升四合永字號設臼八隻每臼容米四斗九升六合盈字號設臼九隻每臼容米四斗四升八合各厫每臼用春夫一名春夫每名每日春米二臼四厫同日開春各於每日清晨在厫取一日應春米今盤驗餘米和字號餘十六石九斗一升二合豐字號餘六石九斗二升八合永字號餘四石七斗六升八合盈字號餘三石二斗三升二合問各厫共米及春過米數臼數日數各幾何

荅曰共米一百石

和春過米八十三石八升八合計一百四十四臼一十二日

盈春過米九十三石七升二合計一百六十八臼一十二日

永春過米九十五石二斗三升二合計一百九十二臼一十二日

盈春過米九十六石七斗六升八合計二百一十六臼一十二日

草曰置各臼容米並通爲合和得五百七十七合豐得五百五十四合永得四百九十六合盈得四百四十八合各爲全數

全數　和五七七　豐五五四　永四九六　盈四四八

用連環相約術約之以和五百七十七與豐五百五十四永四百九十六盈四百四十八求等皆得一不約卽以全數爲第一變次以豐五百五十四與永四百九十六求等得二以約豐五百五十四得二百七十七又以豐二百七十七與盈四百四十八求等得一不約得和五百七十七豐二百七十七永四百九十六盈四百四十八爲第二變

二變　和五七七　豐二七七　永四九六　盈四四八

次以永四百九十六與盈四百四十八求等得一十六以約永四百九十六得三十一得和五百七十七豐二百七十七永三十一盈四百四十八爲第三變卽爲泛母視各數無等卽爲定母

定母　和五七七　豐二七七　永三一　盈四四八

以連環相乘術求衍母衍數置和定母五百七十七以豐定母二百七十七乘之得一十五萬九千八百

二十九又以永定母三十一乘之得四百九十五萬四千六百九十九又以盈定母四百四十八乘之得二十二億一千九百七十萬五千一百五十二爲衍母又置衍母四位以和定母除之得三百八十四萬六千九百七十六爲和衍數以豐定母二百七十七除之得八百一萬三千三百七十六爲豐衍數以永定母三十一除之得七千一百六十萬三千三百九十二爲永衍數以盈定母四百四十八除之得四百九十五萬四千六百九十九爲盈衍數

衍數

和	六七九六四八三
豐	六七三三一〇八
永	二九三三〇六一七
盈	九九六四五九四
衍母	二五一五〇七九一二二

置各衍數各以定母去之和得一百一十七豐得四十三永得二十六盈得二百六十七各爲奇數

奇數

和	七一一
豐	三四
永	六二
盈	七六二

用大衍求一術各求乘率先求和置和奇數一百一十七於上和定母五百七十七於下以上一百一十七除下五百七十七得四爲第一數下餘一百九又以下一百九除上一百一十七得一爲第二變上餘八又以上八除下一百九得一十三爲第三數下餘五又以下五除上八得一爲第四數上餘三又以上三除下五得一爲第五數下餘二又以下二除上三得一爲第六數上餘一卽止不除得第一數四第二數一第三數一十三第四數一第五數一第六數一列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數四乘之仍得四爲右行第二數又置右行第二數四以左行第二數一乘之仍得四加入右行第一數一

得五爲右行第三數又置右行第三數五以左行第三數一十三乘之得六十五加入右行第二數四得六十九爲右行第四數又置右行第四數六十九以左行第四數一乘之仍得六十九加入右行第三數五得七十四爲右行第五數又置右行第五數七十四以左行第五數一乘之仍得七十四加入右行第四數六十九得一百四十三爲右行第六數又置右行第六數一百四十三以左行第六數一乘之仍得一百四十三加入右行第五數七十四得二百一十七爲右行第七數卽和乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	和乘率
右行	一	四	五	六九	七四	一四三	二一七
左行	四	一	一三	一	一	一	

次求豐置豐奇數四十三於上豐定母二百七十七於下以上四十三除下二百七十七得六爲第一數下餘一十九又以下一十九除上四十三得二爲第二數上餘五又以上五除下一十九得三爲第三數下餘四又以下四除上五得一爲第四數上餘一卽止不除得第一數六第二數二第三數三第四數一列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數六乘之仍得六爲右行第二數又置右行第二數六以左行第二數二乘之得一十二加入右行第一數一得一十三爲右行第三數又置右行第三數一十三以左行第三數三乘之得三十九加入右行第二數六得四十五爲右行第四數又置右行第四數四十五以左行第四數一乘之仍得四十五加入右行第三數一十三得五十八爲右行第五數卽豐乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	豐乘率
右行	一	六	一三	四五	五八
左行	六	二	三	一	

次求永置永奇數二十六於上永定母三十一於下以上二十六除下三十一得一爲第一數下餘五又以下五除上二十六得五爲第二數上餘一卽止不除得第一數一第二數五列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之仍得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數五乘之得五加入右行第一數一得六爲右行第三數卽永乘率

	第一數	第二數	永乘率
右行	一	一	六
左行	一	五	

次求盈置盈奇數二百六十七於上盈定母四百四十八於下以上二百六十七除下四百四十八得一爲第一數下餘一百八十一又以下一百八十一除上二百六十七得一爲第二數上餘八十六又以上八十六除下一百八十一得二爲第三數下餘九又以下九除上八十六得九爲第三數上餘五又以上五除下九得一爲第五數下餘四又以下四除上五得一爲第六數上餘一卽止不除得第一數一第二數一第三數二第四數九第五數一第六數一列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數一乘之得一加入右行第一數一得二爲右

行第三數又置右行第三數二以左行第三數二乘之得四加入右行第二數一得五為右行第四數又置右行第四數五以左行第四數九乘之得四十五加入右行第三數二得四十七為右行第五數又置右行第五數四十七以左行第五數一乘之得四十七加入右行第四數五得五十二為右行第六數又置右行第六數五十二以左行第六數一乘之得五十二加入右行第五數四十七得九十九為右行第七數卽盈乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	盈乘率
右行	一	一	二	五	四七	五二	九九
左行	一	一	二	九	一	一	

置各乘率以乘各衍數以和乘率二百一十七乘和衍數三百八十四萬六千九百七十六得八億三千四百七十九萬三千七百九十二為和用數以豐乘率五十八乘豐衍數八百一萬三千三百七十六得四億六千四百七十七萬五千八百八為豐用數以永乘率六乘永衍數七千一百六十萬三千三百九十二得四億二千九百六十二萬三百五十二為永用數以盈乘率九十九乘盈衍數四百九十五萬四千六百九十九得四億九千五十一萬五千二百一為盈用數

	和	豐	永	盈
乘率	二一七	五八	六	九九
用數	八三四七九三七九二	四六四七七五八〇八	四二九六二〇三五二	四九〇五一五二〇一

乃置各餘米亦通為合各滿全數去之和餘米一萬六千九百一十二合滿和全數五百七十七去之餘一百七十九為和賸數豐餘米六千九百二十八合滿豐全數五百五十四去之餘二百八十為豐賸數永餘米四千七百六十八合滿永全數四百九十六去之餘三百四為永賸數盈餘米三千二百三十二合滿盈全數四百四十八去之餘九十六為盈賸數

	和	豐	永	盈
餘米全數	一六九一二	六九二八	四七六八	三二三二
賸數	一七九	二八〇	三〇四	九六

以賸數各乘用數和賸數一百七十九乘和用數八

億三千四百七十九萬三千七百九十二得一千四百九十四億二千八百八萬八千七百六十八爲和總以豐賸數二百八十乘豐用數四億六千四百七十七萬五千八百八得一千三百一億三千七百二十二萬六千二百四十爲豐總以永賸數三百四乘永用數四億二千九百六十二萬三百五十二得一千三百六億四百五十八萬七千八爲永總以盈賸數九十六乘盈用數四億九千五十一萬五千二百一得四百七十億八千九百四十五萬九千二百九十六爲盈總幷四總得四千五百七十二億五千九百三十六萬一千三百一十二爲總數

各總

和	八六七八八〇八二四九四一
豐	〇四二六二二七三一〇三一
永	八〇〇七八五四〇六〇三一
盈	六九二九五四九八〇七四
總數	二一三一六三九五二七五四

置總數四千五百七十二億五千九百三十六萬一千三百一十二滿衍母二十二億一千九百七十萬五千一百五十二去之餘一十萬合命爲一百石卽每廒共米置共米各以餘米減之和得八十三石八升八合豐得九十三石七升二合永得九十五石二斗三升二合盈得九十六石七斗六升八合各爲舂過米數

舂過米數

和	八八〇三八
豐	二七〇三九
永	二三二五九
盈	八六七六九

置舂過米數各以每臼容米除之和得一百四十四豐得一百六十八永得一百九十二盈得二百一十六各爲舂過臼數

舂過臼數

和	四四一
豐	八六一
永	二九一
盈	六一二

又置每廒設臼數各以每日舂米二臼乘之和得十二豐得十四永得十六盈得十八各爲每日舂臼數

每日舂臼數

和	二一
豐	四一
永	六一
盈	八一

置各舂過臼數各以每日舂臼數除之皆得十二爲各舂過日數合問

舂過日數

和	二一
豐	二一
永	二一
盈	二一

今有後漢四分術木日率四千七百二十五火日率一千八百七十六土日率九千四百一十五金日率四千六百六十一水日率一千八百八十九熹平三年甲寅木日率餘五火日率餘七十五土日率餘四十金日率

餘一百三十三水日率餘一十此各日率所餘即是置上元盡熹平三年積筭以各日率除去所餘之數問上元以來盡熹平三年甲寅積歲幾何及上元太歲所在

荅曰積九千四百五十五歲上元太歲在庚辰

草曰置木日率四千七百二十五火日率一千八百七十六土日率九千四百一十五金日率四千六百六十一水日率一千八百八十九各爲全數

全數	木四七二五	火一八七六	土九四一五	金四六六一	水一八八九

用連環相約術約之以木四千七百二十五與火一千八百七十六求等得七以約木四千七百二十五得六百七十五又以木六百七十五與土九千四百一十五求等得五以約土九千四百一十五得一千八百八十三又以木六百七十五與金四千六百六十一水一千八百八十九求等皆得一不約得木六百七十五火一千八百七十六土一千八百八十三金四千六百六十一水一千八百八十九爲第一變

一變	木六七五	火一八七六	土一八八三	金四六六一	水一八八九

又以火一千八百七十六與土一千八百八十三求等得七以約土一千八百八十三得二百六十九又以火一千八百七十六與金四千六百六十一水一千八百八十九求等皆得一不約得木六百七十五火一千八百七十六土二百六十九金四千六百六十一水一千八百八十九爲第二變此第二變各數皆無等即爲定母

定母	木六七五	火一八七六	土二六九	金四六六一	水一八八九

以連環相乘術求衍母衍數置木定母六百七十五

以火定母一千八百七十六乘之得一百二十六萬六千三百又以土定母二百六十九乘之得三億四千六十三萬四千七百又以金定母四千六百六十九乘之得一萬五千八百七十六億九千八百三十三萬六千七百又以水定母一千八百八十九乘之得二千九百九十九萬一千六百二十一億五千八百二萬六千三百爲衍母案四分術曰日率相約取之得二千九百九十萬一千六百二十一億五十八萬二千三百而五星終即此衍母也今本九十下脫九字五十八萬二千當作五千八百二萬六千傳寫脫譌又置衍母五位以木定母六百七十五除之得四萬四千四百三十二億三百一十九萬

七千七十六爲木衍數以火定母一千八百七十六除之得一萬五千九百八十七億五十一萬六百七十五爲火衍數以土定母二百六十九除之得一十一萬一千四百九十三億一百七十萬二千七百爲土衍數以金定母四千六百六十一除之得六千四百三十四億五千八百九十四萬八千三百爲金衍數以水定母一千八百八十九除之得一萬五千八百七十六億九千八百三十三萬六千七百爲水衍數

衍數	
木	四四四三二〇三一九七〇七六
火	一五九八七〇〇五一〇六七五
土	一一一四九三〇一七〇二七〇〇
金	六四三四五八九四八三〇〇
水	一五八七六九八三三六七〇〇
衍母	二九九九一六二一五八〇二六三〇〇

置各衍數各以定母去之木餘六百二十六火餘五百二十七土餘一百七十五金餘二千五百六十六水餘五百七各爲奇數

奇數	
木	六二六
火	五二七
土	一七五
金	二五六六
水	五〇七

以大衍求一術各求乘率先求木置木奇數六百二十六於上木定母六百七十五於下以上六百二十六除下六百七十五得一爲第一數下餘四十九又以下四十九除上六百二十六得一十二爲第二數上餘三十八又以上三十八除下四十九得一爲第三數下餘一十一又以下一十一除上三十八得三爲第四數上餘五又以上五除下一十一得二爲第五數下餘一又以下一除上五得四爲第六數上餘

一得第一數一第二數一十二第三數一第四數三第五數二第六數四列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數一十二乘之得一十二加入右行第一數一得一十三爲右行第三數又置右行第三數一十三以左行第三數一乘之得一十三加入右行第二數一得一十四爲右行第四數又置右行第四數一十四以左行第四數三乘之得四十二加入右行第三數一十三得五十五爲右行第五數又置右行第五數五十五以左行第五數

二乘之得一百一十加入右行第四數一十四得一百二十四爲右行第六數又置右行第六數一百二十四以左行第六數四乘之得四百九十六加入右行第五數五十五得五百五十一爲右行第七數卽

木乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	木乘率
右行	一	一	一三	一四	五五	一二四	五五一
左行	一	二	一	三	二	四	

次求火置火奇數五百二十七於上火定母一千八百七十六於下以上五百二十七除下一千八百七十六得三爲第一數下餘二百九十五又以下二百九十五除上五百二十七得一爲第二數上餘二百三十二又以上二百三十二除下二百九十五得一爲第三數下餘六十三又以下六十三除上二百三十二得三爲第四數上餘四十三又以上四十三除下六十三得一爲第五數下餘二十又以下二十除上四十三得二爲第六數上餘三又以上三除下二十得六爲第七數下餘二又以下二除上三得一爲第八數上餘一得第一數三第二數一第三數一第四數三第五數一第六數二第七數六第八數一列

左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數三乘之得三爲右行第二數又置右行第二數三以左行第二數一乘之得三加入右行第一數一得四爲右行第三數又置右行第三數四以左行第三數一乘之得四加入右行第二數三得七爲右行第四數又置右行第四數七以左行第四數三乘之得二十一加入右行第三數四得二十五爲右行第五數又置右行第五數二十五以左行第五數一乘之得二十五加入右行第四數七得三十二爲右行第六數又置右行第六數三十二以左行第六數二乘之得六十四加入右行第五數二十五得八十九爲右行第七數又置右行第七數八十九以左行第七數六乘之得五百三十四加入右行第六數三十二得五百六十六爲右行第八數又置右行第八數五百六十六以左行第八數一乘之得五百六十六加入右行第七數八十九得六百五十五爲右行第九數卽

火乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數	第八數	火乘率
右行	一	三	四	七	二五	三二	八九	五六六	六五五
左行	三	一	一	三	一	二	六	一	

次求土置土奇數一百七十五於上土定母二百六十九於下以上一百七十五除下二百六十九得一爲第一數下餘九十四又以下九十四除上一百七十五得一爲第二數上餘八十一又以上八十一除下九十四得一爲第三數下餘一十三又以下一十三除上八十一得六爲第四數上餘三又以上三除下一十三得四爲第五數下餘一又以下一除上三得二爲第六數上餘一得第一數一第二數一第三數一第四數六第五數四第六數二列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲

右行第二數又置右行第二數一以左行第二數一乘之得一加入右行第一數一得二爲右行第三數又置右行第三數二以左行第三數一乘之得二加入右行第二數一得三爲右行第四數又置右行第四數三以左行第四數六乘之得一十八加入右行第三數二得二十爲右行第五數又置右行第五數二十以左行第五數四乘之得八十加入右行第四數三得八十三爲右行第六數又置右行第六數八十三以左行第六數二乘之得一百六十六加入右行第五數二十得一百八十六爲右行第七數卽土

乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	土乘率
右行	一	一	二	三	二〇	八三	一八六
左行	一	一	一	六	四	二	

次求金置金奇數二千五百六十六於上金定母四千六百六十一於下以上二千五百六十六除下四千六百六十一得一爲第一數下餘二千九十五又以下二千九十五除上二千五百六十六得一爲第二數上餘四百七十一又以上四百七十一除下二千九十五得四爲第三數下餘二百一十一又以下

二百一十一除上四百七十一得二爲第四數上餘四十九又以上四十九除下二百一十一得四爲第五數下餘一十五又以下一十五除上四十九得三爲第六數上餘四又以上四除下一十五得三爲第七數下餘三又以下三除上四得一爲第八數上餘一止不除得第一數一第二數一第三數四第四數二第五數四第六數三第七數三第八數一列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數一乘之得一加入右行第一數一得二爲右行

第三數又置右行第三數二以左行第三數四乘之得八加入右行第二數一得九爲右行第四數又置右行第四數九以左行第四數二乘之得一十八加入右行第三數二得二十爲右行第五數又置右行第五數二十以左行第五數四乘之得八十加入右行第四數九得八十九爲右行第六數又置右行第六數八十九以左行第六數三乘之得二百六十七加入右行第五數二十得二百八十七爲右行第七數又置右行第七數二百八十七以左行第七數三乘之得八百六十一加入右行第六數八十九得九

百五十爲右行第八數又置右行第八數九百五十以左行第八數一乘之得九百五十加入右行第七數二百八十七得一千二百三十七爲右行第九數卽金乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數	第八數	金乘率
右行	一	一	二	九	二〇	八九	二八七	九五〇	一二三七

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數	第八數
左行	一	一	四	二	四	三	三	一

次求水置水奇數五百七於上水定母一千八百八十九於下以上五百七除下一千八百八十九得三爲第一數下餘三百六十八又以下三百六十八除上五百七得一爲第二數上餘一百三十九又以上一百三十九除下三百六十八得二爲第三數下餘九十又以下九十除上一百三十九得一爲第四數上餘四十九又以上四十九除下九十得一爲第五數下餘四十一又以下四十一除上四十九得一爲第六數上餘八又以上八除下四十一得五爲第七數下餘一又以下一除上八得七爲第八數上餘一得第一數三第二數一第三數二第四數一第五數一第六數一第七數五第八數七列左行乃立天元一爲右行第一數以左行第一數三乘之得三爲右

行第二數又置右行第二數三以左行第二數一乘之得三加入右行第一數一得四爲右行第三數又置右行第三數四以左行第三數二乘之得八加入右行第二數三得一十一爲右行第四數又置右行第四數一十一以左行第四數一乘之得一十一加入右行第三數四得一十五爲右行第五數又置右行第五數一十五以左行第五數一乘之得一十五加入右行第四數一十一得二十六爲右行第六數又置右行第六數二十六以左行第六數一乘之得二十六加入右行第五數一十五得四十[illegible]爲右行

第七數又置右行第七數四十一以左行第七數五乘之得二百五加入右行第六數二十六得二百三十一爲右行第八數又置右行第八數二百三十一以左行第八數七乘之得一千六百一十七加入右行第七數四十一得一千六百五十八爲右行第九數卽水乘率

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數	第八數	水乘率
右行	一	三	四	一一	一五	二六	四一	二三一	一六五八
左行	三	一	二	一	一	一	五	七	

各置乘率各以乘衍數木得二

千四十九億六千一百五十八萬八千八百七十六火得一千四十七萬一千四百八十八億三千四百四十九萬二千一百二十五土得二千七十三萬七千七百一億一千六百七十萬二千二百金得七百九十五萬九千五百八十七億一千九百四萬七千一百水得二千六百三十二萬四千三十八億四千二百二十四萬八千六百各爲用數

乘率	
木	五五一
火	六五五
土	一八六
金	一二三七
水	一六五八

用數	
木	二四四八二〇四九六一五八八八七六
火	一〇四七一四八八三四四九二一二五
土	二〇七三七七〇一一六七〇二二〇〇
金	七九五九五八七一九〇四七一〇〇
水	二六三二四〇三八四二二四八六〇〇

乃置木日率餘五火日率餘七十五土日率餘四十金日率餘一百三十三水日率餘一十各爲賸數

賸數	
木	五
火	七五
土	四〇
金	一三三
水	一〇

以各賸數各乘用數木得一兆二千二百四十一萬二千四十八億七百九十四萬四千三百八十火得七兆八千五百三十六萬一千六百二十五億八千六百九十萬三千三百七十五土得八兆二千九百五十萬八千四十六億六千八百八萬八千金得一十兆五千八百六十二萬五千九十六億三千三百二十六萬四千三百水得二兆六千三百二十四萬三百八十四億二千二百四十八萬六千各爲總幷五總得三十兆五千九百一十四萬五千四百一億一千八百六十九萬二千五百五十五爲總數

合數	
木	○八三四四九七○八四二○一四二二一
火	五七三九○九六八五二六一六三五八七
土	○○○八八○八六六四○八○五九二八
金	○○三四六二三三六九○五二六八五○一
水	○○○六八四二二四八三○四二三六二
總數	五五○二九六八一一○四七四一九五○三

置總數滿衍母去之餘九千四百五十五卽上元盡熹平三年甲寅積歲置積歲九千四百五十五減一餘九千四百五十四滿六十去之餘三十四反減六

十餘二十六命起甲寅算外得庚辰卽上元太歲所在也合問

求一算述下

陽城張敦仁重述

演紀唐麟德術以後元授時術以前皆用此術推求上元積算卷中舉麟德大衍崇天紀元四術及授時附演一法爲例餘可類推

術曰以日法斗分求得等數以約日法得蔀率以約斗分得奇率以蔀率奇率用求一術求得因率以等率乘紀法六十所得爲約率以約氣應所得以因率乘之蔀率去之餘以紀法六十乘之得入元歲又以紀法六十乘蔀率得氣元率此氣元率爲氣分歲名日名俱終之數又置入元歲以歲閏乘之滿朔實去之餘爲入閏此入閏爲入元歲應有之閏餘

以減閏應不足減加朔實而減之餘爲閏縮此閏縮爲今所求入元歲初年之閏餘又置氣元率以歲閏乘之滿朔實去之餘爲元閏此元閏爲氣元率應有之閏餘以朔實元閏求得等數以約朔實得蔀數以約元閏得奇數以蔀數奇數用求一術求得因數以等數約閏縮所得以因數乘之滿蔀數去之餘爲乘元限數以乘氣元率所得爲朔積年以入元歲加之卽得上元以來所求積算也

今有唐麟德術日法一千三百四十歲實四十八萬九千四百二十八朔實三萬九千五百七十一實測到麟

德元年甲子歲天正冬至日辰甲子小餘二百四十閏餘一萬七千七百七十欲以甲子歲天正十一月甲子夜半合朔冬至爲上元問上元距麟德元年歲積幾何

荅曰積二十六萬九千八百八十筭

草曰置歲實以日法除去之餘三百二十八爲斗分以日法斗分求得等率四以約日法一千三百四十得三百三十五爲蔀率以約斗分三百二十八得八十二爲奇率次以大衍求一術求因率置蔀率三百三十五於下奇率八十二於上以上八十二除下三百三十五得四爲第一數下餘七又以下七除上八

十二得一十一爲第二數上餘五又以上五除下七得一爲第三數下餘二又以下二除上五得二爲第四數上餘一卽止不除第一數四第二數一十一第三數一第四數二列左行立天元一爲右行第一數以左行第一數四乘之得四爲右行第二數又置右行第二數四以左行第二數一十一乘之得四十四加入右行第一數一得四十五爲右行第三數又置右行第三數四十五以左行第三數一乘之得四十五加入右行第二數四得四十九爲右行第四數又置右行第四數四十九以左行第四數二乘之得九十八加入右行第三數四十五得一百四十三爲右行第五數卽因率得等率四因率一百四十三蔀率三百三十五

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數
右行	一	四	四五	四九	一四三
左行	四	一一	一	二	

等率	因率	蔀率
四	一四三	三三五

乃視天正冬至日辰甲子今欲令上元起甲子日卽爲無大餘小餘二百四十卽爲麟德元年甲子氣應

又欲令上元起甲子歲卽從是年演之置氣應二百四十以等率四乘紀法六十得二百四十爲約率約之得一以因率乘之得一百四十三不滿蔀率卽以紀法六十乘之得八千五百八十爲入元歲又置蔀率三百三十五以紀法六十乘之得二萬一百爲氣元率

氣應	約率	入元歲	氣元率
二四〇	二四〇	八五八〇	二〇一〇〇

置入元歲八千五百八十以朔實除去歲實餘一萬四千五百七十六爲歲閏乘之得一億二千五百六

萬二千八十滿朔實三萬九千五百七十一去之餘一萬七千七百二十爲入閏置閏應一萬七千七百七十卽閏餘以入閏減之餘五十爲閏縮又置氣元率二萬一百以歲閏乘之得二億九千二百九十七萬七千六百滿朔實去之餘三萬三千四百八十七爲元閏

入閏　一七七二〇
閏應　一七七七〇
閏縮　五〇
元閏　三三四八七

以元閏朔實求得等數一卽以元閏三萬三千四百八十七爲奇數朔實三萬九千五百七十一爲訃數

依大衍求一術求因數列奇數三萬三千四百八十七於上訃數三萬九千五百七十一於下以上三萬三千四百八十七除下三萬九千五百七十一得一爲第一數下餘六千八十四又以下六千八十四除上三萬三千四百八十七得五爲第二數上餘三千六十七又以上三千六十七除下六千八十四得一爲第三數下餘三千一十七又以下三千一十七除上三千六十七得一爲第四數上餘五十又以上五十除下三千一十七得六十爲第五數下餘一十七又以下一十七除上五十得二爲第六數上餘一十六又以上一十六除下一十七得一爲第七數下餘一又以下一除上一十六得一十五爲第八數上餘一得第一數一第二數五第三數一第四數一第五數六十第六數二第七數一第八數一十五列左行立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數五乘之得五加入右行第一數一得六爲右行第三數又置右行第三數六以左行第三數一乘之得六加入右行第二數一得七爲右行第四數又置右行第四數七以左行第四數一乘之得七加入右行

第三數六得一十三爲右行第五數又置右行第五數一十三以左行第五數六十乘之得七百八十加入右行第四數七得七百八十七爲右行第六數又置右行第六數七百八十七以左行第六數二乘之得一千五百七十四加入右行第五數一十三得一千五百八十七爲右行第七數又置右行第七數一千五百八十七以左行第七數一乘之得一千五百八十七加入右行第六數七百八十七得二千三百七十四爲右行第八數又置右行第八數二千三百七十四以左行第八數一十五乘之得三萬五千六

百一十加入右行第七數一千五百八十七得三萬
七千一百九十七爲右行第九數卽因數得等數一
因數三萬七千一百九十七蔀數三萬九千五百七
十一

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數	第八數	第九數
右行	一	一	六	七	一三	七八七	一五八七	二三七四	三七一九七
左行	一	五	一	一	六〇	二	一	一五	

等數	因數	蔀數
一	三七一九七	三九五七一

乃置閏縮五十以等數一約之仍得五十以因數三

萬七千一百九十七乘之得一百八十五萬九千八
百五十滿蔀數三萬九千五百七十一去之餘一十
三爲乘元限數以乘氣元率二萬一百得二十六萬
一千三百爲朔積年以入元歲八千五百八十加之
得二十六萬九千八百八十卽上元甲子至麟德元
年甲子積算也合問

乘元限數	朔積年	入元歲	積算
一三	二六一三〇〇	八五八〇	二六九八八〇

今有唐大衍術日法三千四十歲實一百一十一萬三
百四十三朔實八萬九千七百七十三實測到開元十
二年甲子歲天正冬至日辰戊寅小餘二千二百六十
閏餘四萬九千一百七欲以甲子歲天正十一月甲子
夜半合朔冬至爲上元問上元距開元十二年積算幾
何

荅曰積九千六百九十六萬一千七百四十
筭

草曰置歲實以日法除去之餘七百四十三爲斗分
以日法斗分求得等率一卽以斗分七百四十三爲
奇率以日法三千四十爲蔀率依大衍求一術求因

率列奇率七百四十三於上蔀率三千四十於下以
上七百四十三除下三千四十得四爲第一數下餘
六十八又以下六十八除上七百四十三得一十爲
第二數上餘六十三又以上六十三除下六十八得
一爲第三數下餘五又以下五除上六十三得一十
二爲第四數上餘三又以上三除下五得一爲第五
數下餘二又以下二除上三得一爲第六數上餘一
止不除得第一數四第二數一十第三數一第四數
一十二第五數一第六數一第七數一列左行立天
元一爲右行第一數以左行第一數四乘之得四爲

右行第二數又置右行第二數四以左行第二數一十乘之得四十加入右行第一數一得四十一爲右行第三數又置右行第三數四十一以左行第三數一乘之得四十一加入右行第二數四得四十五爲右行第四數又置右行第四數四十五以左行第四數一十二乘之得五百四十加入右行第三數四十一得五百八十一爲右行第五數又置右行第五數五百八十一以左行第五數一乘之得五百八十一加入右行第四數四十五得六百二十六爲右行第六數又置右行第六數六百二十六以左行第六數

一乘之得六百二十六加入右行第五數五百八十一得一千二百七爲右行第七數卽因率得等率一因率一千二百七蔀率三千四十

第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數	
一	四	四一	四五	五八一	六二六	一二〇七	右行

第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	
四	一〇	一	一二	一	一	左行

等率	因率	蔀率
一	一二〇七	三〇四〇

乃視天正冬至日辰戊寅今欲令上元起甲子日則爲大餘一十四以日法通大餘得四萬二千五百六十加入小餘二千二百六十得四萬四千八百二十爲開元十二年甲子氣應今欲令上元起甲子歲卽從是年演之置氣應四萬四千八百二十以等率一乘紀法六十仍得六十爲約率約之得七百四十七以因率一千二百七乘之得九十萬一千六百二十九滿蔀率三千四十去之餘一千七百八十九以紀法六十乘之得一十萬七千三百四十爲入元歲又置蔀率三千四十以紀法六十乘之得一十八萬二千四百爲氣元率

氣應	約率	入元歲	氣元率
四四八二〇	六〇	一〇七三四〇	一八二四〇〇

置入元歲一十萬七千三百四十以朔實除去歲實餘三萬三千六十七爲歲閏乘之得三十五億四千九百四十一萬一千七百八十滿朔實八萬九千七百七十三去之餘五萬六千六百七十九爲入閏置閏應四萬九千一百七卽閏餘加入朔實得一十三萬八千八百八十以入閏減之餘八萬二千二百一爲閏縮又置氣元率一十八萬二千四百以歲閏乘之得六十億三千一百四十二萬八百滿朔實去之餘二十萬一千七百九十五爲元閏

入閏	閏應	閏縮	元閏
九七六六五	十〇一九四	一〇二二八	五九七一二

以元閏朔實求得等數一即以元閏爲奇數朔實爲蔀數依大衍求一術求因數列奇數二萬一千七百九十五於上蔀數八萬九千七百七十三於下以上二萬一千七百九十五除下八萬九千七百七十三得四爲第一數下餘二千五百九十三又以下二千五百九十三除上二萬一千七百九十五得八爲第二數上餘一千五十一又以上一千五十一除下二千五百九十三得二爲第三數下餘四百九十一又

以下四百九十一除上一千五十一得二爲第四數上餘六十九又以上六十九除下四百九十一得七爲第五數下餘八又以下八除上六十九得八爲第六數上餘五又以上五除下八得一爲第七數下餘三又以下三除上五得一爲第八數上餘二又以上二除下三得一爲第九數下餘一又以下一除上二得一爲第十數上餘一得第一數四第二數八第三數二第四數二第五數七第六數八第七數一第八數一第九數一第十數一列左行立天元一爲右行第一數以左行第一數四乘之得四爲右行第二數

又置右行第二數四以左行第二數八乘之得三十二加入右行第一數一得三十三爲右行第三數又置右行第三數三十三以左行第三數二乘之得六十六加入右行第二數四得七十爲右行第四數又置右行第四數七十以左行第四數二乘之得一百四十加入右行第三數三十三得一百七十三爲右行第五數又置右行第五數一百七十三以左行第五數七乘之得一千二百一十一加入右行第四數七十得一千二百八十一爲右行第六數又置右行第六數一千二百八十一以左行第六數八乘之得一萬

二百四十八加入右行第五數一百七十三得一萬四百二十一爲右行第七數又置右行第七數一萬四百二十一以左行第七數一乘之得一萬四百二十一加入右行第六數一千二百八十一得一萬一千七百二爲右行第八數又置右行第八數一萬一千七百二以左行第八數一乘之得一萬一千七百二加入右行第七數一萬四百二十一得二萬二千一百二十三爲右行第九數又置右行第九數二萬二千一百二十三以左行第九數一乘之得二萬二千一百二十三加入右行第八數一萬一千七百二

得三萬三千八百二十五為右行第十數又置右行第十數三萬三千八百二十五以左行第十數一乘之得三萬三千八百二十五加入右行第九數二萬二千一百二十三得五萬五千九百四十八為右行第十一數即因數得等數一因數五萬五千九百四十八部數八萬九千七百七十三

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數	第八數	第九數	第十數	第十一數
右行	一	四	三三	七二	一七三	一二八一	一〇四二一	一一七〇二	二二一二三	三三八二五	五五九四八
左行	四	八	二	二	七	八	一	一	一	一	

等數	一
因數	五五九四八
部數	八九七七三

乃置閏縮八萬二千二百一以等數一約之仍得八萬二千二百一以因數五萬五千九百四十八乘之得四十五億九千八百九十八萬一千五百四十八滿部數八萬九千七百七十三去之餘五百三十一為乘元限數以乘氣元率一十八萬二千四百得九千六百八十五萬四千四百為朔積年以入元歲一十萬七千三百四十加之得九千六百九十六萬一千七百四十即上元甲子至開元十二年甲子積算也合問

乘元限數	五三一
朔積年	九六八五四四〇〇
入元歲	一〇七三四〇
積算	九六九六一七四〇

今有宋崇天術日法一萬五百九十歲實三百八十六萬七千九百四十朔實三十一萬二千七百二十九實測到天聖二年甲子天正冬至日辰壬辰小餘一千六百八十閏餘一萬六千一百四十九欲以甲子歲天正十一月甲子夜半合朔冬至為上元問上元距天聖二年積筭幾何

荅曰積九千七百五十五萬六千三百四十筭

草曰置歲實以日法除去之餘二千五百九十為斗分以日法斗分求得等率一十以約日法得一千五十九為蔀率以約斗分得二百五十九為奇率依大衍求一術求因率列奇率二百五十九於上蔀率一千五十九於下以上二百五十九除下一千五十九得四為第一數下餘二十三又以下二十三除上二百五十九得一十一為第二數上餘六又以上六除下二十三得三為第三數下餘五又以下五除上六得一為第四數上餘一即止不除得第一數四第二

數一十一第三數三第四數一列左行立天元一爲右行第一數以左行第一數四乘之得四爲右行第二數又置右行第二數四以左行第二數一十一乘之得四十四加入右行第一數一得四十五爲右行第三數又置右行第三數四十五以左行第三數三乘之得一百三十五加入右行第二數四得一百三十九爲右行第四數又置右行第四數一百三十九以左行第四數一乘之得一百三十九加入右行第三數四十五得一百八十四爲右行第五數卽因率得等率一十因率一百八十四萜率一千五十九

右行	第一數 一	第二數 四	第三數 四五	第四數 一三九	第五數 一八四
左行	第一數 四	第二數 一一	第三數 三	第四數 一	
	等率 一〇	因率 一八四	萜率 一〇五九		

乃視天正冬至日辰壬辰今欲令上元起甲子日卽爲大餘二十八以日法通大餘得二十九萬六千五百二十加入小餘一千六百八十得二十九萬八千二百爲天聖二年甲子氣應今欲令上元起甲子歲卽從是年演之置氣應二十九萬八千二百以等率一十乘紀法六十得六百爲約率約之得四百九十七以因率一百八十四乘之得九萬一千四百四十八滿萜率一千五十九去之餘三百七十四以紀法六十乘之得二萬二千四百四十爲入元歲又置萜率一千五十九以紀法六十乘之得六萬三千五百四十爲氣元率

氣應	約率	入元歲	氣元率
二九八二〇〇	六〇〇	二二四四〇	六三五四〇

置入元歲二萬二千四百四十以朔實除去歲實餘一十一萬五千二百九十二爲歲閏乘之得二十五

億八千四百九十萬八千四百八十滿朔實三十一萬二千七百二十九去之餘二十萬三千二百九十五爲入閏置閏應一萬六千一百四十九加朔實得三十二萬八千八百七十八以入閏減之餘一十二萬五千五百八十三爲閏縮又置氣元率六萬三千五百四十以歲閏乘之得七十二億一千九百二十九萬九千六百八十滿朔實去之餘一十九萬一百六十四爲元閏

入閏	閏應	閏縮	元閏
二〇三二九五	一六一四九	一二五五八三	一九〇一六四

以元閏朔實求得等數三以約元閏得六萬三千三百八十八爲奇數以約朔實得一十萬四千二百四十三爲蔀數依大衍求一術求因數列奇數六萬三千三百八十八於上蔀數一十萬四千二百四十三於下以上六萬三千三百八十八除下一十萬四千二百四十三得一爲第一數下餘四萬八百五十五又以下四萬八百五十五除上六萬三千三百八十八得一爲第二數上餘二萬二千五百三十三又以上二萬二千五百三十三除下四萬八百五十五得一爲第三數下餘一萬八千三百二十二又以下一

萬八千三百二十二除上二萬二千五百三十三得一爲第四數上餘四千二百一十一又以上四千二百一十一除下一萬八千三百二十二得四爲第五數下餘一千四百七十八又以下一千四百七十八除上四千二百一十一得二爲第六數上餘一千二百五十五又以上一千二百五十五除下一千四百七十八得一爲第七數下餘二百二十三又以下二百二十三除上一千二百五十五得五爲第八數上餘一百四十又以上一百四十除下二百二十三得一爲第九數下餘八十三又以下八十三除上一百四十得一爲第十數上餘五十七又以上五十七除下八十三得一爲第十一數下餘二十六又以下二十六除上五十七得二爲第十二數上餘五又以上五除下二十六得五爲第十三數下餘一又以下一除上五得四爲第十四數上餘一得第一數一第二數一第三數一第四數一第五數四第六數二第七數一第八數五第九數一第十數一第十一數一第十二數二第十三數五第十四數四列左行立天元一爲右行第一數以左行第一數一乘之得一爲右行第二數又置右行第二數一以左行第二數一乘

之得一加入右行第一數一得二爲右行第三數又置右行第三數二以左行第三數一乘之得二加入右行第二數一得三爲右行第四數又置右行第四數三以左行第四數一乘之得三加入右行第三數二得五爲右行第五數又置右行第五數五以左行第五數四乘之得二十加入右行第四數三得二十三爲右行第六數又置右行第六數二十三以左行第六數二乘之得四十六加入右行第五數五得五十一爲右行第七數又置右行第七數五十一以左行第七數一乘之得五十一加入右行第六數二十

三得七十四爲右行第八數又置右行第八數七十
四以左行第八數五乘之得三百七十加入右行第
七數五十一得四百二十一爲右行第九數又置右
行第九數四百二十一以左行第九數一乘之得四
百二十一加入右行第八數七十四得四百九十五
爲右行第十數又置右行第十數四百九十五以左
行第十數一乘之得四百九十五加入右行第九數
四百二十一得九百一十六爲右行第十一數又置
右行第十一數九百一十六以左行第十一數一乘
之得九百一十六加入右行第十數四百九十五得

一千四百一十一爲右行第十二數又置右行第十
二數一千四百一十一以左行第十二數二乘之得
二千八百二十二加入右行第十一數九百一十六
得三千七百三十八爲右行第十三數又置右行第
十三數三千七百三十八以左行第十三數五乘之
得一萬八千六百九十加入右行第十二數一千四
百一十一得二萬一百一爲右行第十四數又置右
行第十四數二萬一百一以左行第十四數四乘之
得八萬四百四加入右行第十三數三千七百三十
八得八萬四千一百四十二爲右行第十五數卽因

數得等數三因數八萬四千一百四十二蔀數一十
萬四千二百四十三

	右行	左行
第一數	一	一
第二數	一	一
第三數	二	一
第四數	三	一
第五數	五	四
第六數	二三	二
第七數	五一	一
第八數	七四	五
第九數	四二一	一
第十數	四九五	一
第十一數	九一六	一
第十二數	一四一一	二
第十三數	三七三八	五
第十四數	二〇一〇一	四
第十五數	八四一四二	

等數	因數	蔀數
三	八四一四二	一〇四二四三

乃置閏縮一十二萬五千五百八十三以等數三約

之得四萬一千八百六十一以因數八萬四千一百
四十二乘之得三十五億二千二百二十六萬八千
二百六十二滿蔀數一十萬四千二百四十三去之
餘一千五百三十五爲乘元限數以乘氣元率六萬
三千五百四十得九千七百五十三萬三千九百爲
朔積年以入元歲二萬二千四百四十加之得九千
七百五十五萬六千三百四十卽上元甲子至天聖
二年甲子積筭也合問

乘元限數	朔積年	入元歲	積筭
一五三五	九七五三三九〇〇	二二四四〇	九七五五六三四〇

今有宋紀元術日法七千二百九十歲實二百六十六萬二千六百二十六朔實二十一萬五千二百七十八實測到元符三年庚辰天正冬至日辰庚午小餘一千一百七十閏餘五千六百二十二欲以庚辰歲天正十一月己卯夜半合朔冬至爲上元問上元至元符三年積筭幾何

荅曰積二千八百六十一萬三千四百六十筭

草曰置歲實以日法除去之餘一千七百七十六爲斗分以日法斗分求得等數六以約斗分得二百九十六爲奇率以約日法得一千二百一十五爲蔀率依大衍求一術求因率列奇率二百九十六於上蔀率一千二百一十五於下以上二百九十六除下一千二百一十五得四爲第一數下餘三十一又以下三十一除上二百九十六得九爲第二數上餘一十七又以上一十七除下三十一得一爲第三數下餘一十四又以下一十四除上一十七得一爲第四數上餘三又以上三除下一十四得四爲第五數下餘二又以下二除上三得一爲第六數上餘一止不除得第一數四第二數九第三數一第四數一第五數

四第六數一列左行立天元一爲右行第一數以左行第一數四乘之得四爲右行第二數又置右行第二數四以左行第二數九乘之得三十六加入右行第一數一得三十七爲右行第三數又置右行第三數三十七以左行第三數一乘之得三十七加入右行第二數四得四十一爲右行第四數又置右行第四數四十一以左行第四數一乘之得四十一加入右行第三數三十七得七十八爲右行第五數又置右行第五數七十八以左行第五數四乘之得三百一十二加入右行第四數四十一得三百五十三爲

右行第六數又置右行第六數三百五十三以左行第六數一乘之得三百五十三加入右行第五數七十八得四百三十一爲右行第七數即因率得等率六因率四百三十一蔀率一千二百一十五

右行

第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數
一	四	三七	四一	七八	三五三	四三一

左行

第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數
四	九	一	一	四	一

等率	因率	蔀率
六	四三一	一二一五

乃視天正冬至日辰庚午今欲令上元起己卯日則

爲大餘五十一以日法通大餘得三十七萬一千七百九十加入小餘一千一百七十得三十七萬二千九百六十爲元符三年庚辰氣應今欲令上元起庚辰歲卽從是年演之置氣應三十七萬二千九百六十以等率六乘紀法六十得三百六十爲約率約之得一千三十六以因率四百三十一乘之得四十四萬六千五百一十六滿蔀率一千二百一十五去之餘六百一十一以紀法六十乘之得三萬六千六百六十爲入元歲又置蔀率一千二百一十五以紀法六十乘之得七萬二千九百爲氣元率

氣應	三七二九六〇
約率	三六〇
入元歲	三六六六〇
氣元率	七二九〇〇

置入元歲三萬六千六百六十以朔實除去歲實餘七萬九千二百九十爲歲閏乘之得二十九億六千七十七萬一千四百滿朔實二十一萬五千二百七十八去之餘八萬七千八百四十四爲入閏置閏應五千六百二十二卽閏餘加入朔實得二十二萬九百以入閏減之餘一十三萬三千五十六爲閏縮又置氣元率七萬二千九百以歲閏乘之得五十七億八千二十四萬一千滿朔實去之餘二萬六千七百爲元閏

入閏	八七八四四
閏應	五六二二
閏縮	一三三〇五六
元閏	二六七〇〇

以元閏朔實求等數得二以約元閏得一萬三千三百五十爲奇數以約朔實得一十萬七千六百三十九爲蔀數依大衍求一術求因數列奇數一萬三千三百五十於上蔀數一十萬七千六百三十九於下以上一萬三千三百五十除下一十萬七千六百三十九得八爲第一數下餘八百三十九又以下八百三十九除上一萬三千三百五十得一十五爲第二數上餘七百六十五又以上七百六十五除下八百三十九得一爲第三數下餘七十四又以下七十四

除上七百六十五得一十爲第四數上餘二十五又以上二十五除下七十四得二爲第五數下餘二十四又以下二十四除上二十五得一爲第六數上餘一卽止不除得第一數八第二數一十五第三數一第四數一十第五數二第六數一列左行立天元一爲右行第一數以左行第一數八乘之得八爲右行第二數又置右行第二數八以左行第二數一十五

乘之得一百二十加入右行第一數一得一百二十一爲右行第三數又置右行第三數一百二十一以左行第三數一乘之得一百二十一加入右行第二數八得一百二十九爲右行第四數又置右行第四數一百二十九以左行第四數一十乘之得一千二百九十加入右行第三數一百二十一得一千四百一十一爲右行第五數又置右行第五數一千四百一十一以左行第五數二乘之得二千八百二十二加入右行第四數一百二十九得二千九百五十一爲右行第六數又置右行第六數二千九百五十一以左行第六數一乘之得二千九百五十一加入右行第五數一千四百一十一得四千三百六十二爲右行第七數卽因數得等數二因數四千三百六十二部數一十萬七千六百三十九

	第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數
右行	一	八	一二一	一二九	一四一一	二九五一	四三六二
左行	八	一五	一	一〇	二	一	

等數	因數	蔀數
二	四三六二	一〇七六三九

乃置閏縮一十三萬三千五十六以等數二約之得六萬六千五百二十八以因數四千三百六十二乘之得二億九千一十九萬五千一百三十六滿蔀數一十萬七千六百三十九去之餘三百九十二爲乘元限數以乘氣元率七萬二千九百得二千八百五十七萬六千八百爲朔積年以入元歲三萬六千六百六十加之得二千八百六十一萬三千四百六十卽上元庚辰至元符三年庚辰積筭也合問

乘元限數	朔積年	入元歲	積筭
三九二	二八五七六八〇〇	三六六六〇	二八六一三四六〇

今有元授時術不用積年日法日周一萬歲實三百六十五萬二千四百二十五分朔實二十九萬五千三百五分九十三秒今欲仍用積年日法定至元十八年辛巳歲天正冬至氣應五十五日六百二分閏應二十日一千八百五十三分調得日法二千一百九十以已亥歲天正十一月甲子夜半冬至合朔爲上元問上元距至元十八年積筭幾何

荅曰積九千八百二十五萬一千四百二十二筭

草曰置歲實三百六十五萬二千四百二十五分以

日法二千一百九十乘之得七十九億九千八百八十一萬七百五十以日周一萬除之得七十九萬九千八百八十一爲今用歲實不盡七百五十棄之置歲實七十九萬九千八百八十一滿日法二千一百九十去之餘五百三十一爲斗分以日法斗分求得等率三以約日法得七百三十爲蔀率以約斗分得一百七十七爲奇率依大衍求一術求因率列奇率一百七十七於上蔀率七百三十於下以上一百七十七除下七百三十得四爲第一數下餘二十二又以下二十二除上一百七十七得八爲第二數上餘一即止不除得第一數四第二數八列左行立天元一爲右行第一數以左行第一數四乘之得四爲右行第二數又置右行第二數四以左行第二數八乘之得三十二加入右行第一數一得三十三爲右行第三數即因率得等率三因率三十三蔀率七百三十

右行	第一數 一	第二數 四	第三數 三三
左行	第一數 四	第二數 八	
	等率 三	因率 三三	蔀率 七三〇

乃置氣應五十五日六百二分以日法乘之得一十二億五百八十一萬八千三百八十以日周除之得一十二萬五百八十一不盡八千三百八十亦得一共得一十二萬五百八十二爲今用至元辛巳氣應今欲令上元起己亥歲己亥在辛巳後一十八年置一十八年以歲實七十九萬九千八百八十一乘之得一千四百三十九萬七千八百五十八加入辛巳氣應一十二萬五百八十二得一千四百五十一萬八千四百四十以日法除之得六千六百二十九爲積日不盡九百三十爲小餘以紀法六十去積日餘二十九爲大餘復以日法通之得六萬三千五百一十加入小餘九百三十得六萬四千四百四十爲至元辛巳後己亥歲氣應乃從是歲演之置氣應六萬四千四百四十以等率三乘紀法六十得一百八十爲約率約之得三百五十八以因率三十三乘之得一萬一千八百一十四滿蔀率七百三十去之餘一百三十四以紀法六十乘之得八千四十爲入元歲又置蔀率七百三十以紀法六十乘之得四萬三千八百爲氣元率

次置朔實二十九萬五千三百五分九十三秒以日法乘之得六億四千六百七十一萬九千九百八十六分七十秒以日周除之得六萬四千六百七十一不盡九千九百八十六分七十秒亦得一共得六萬四千六百七十二爲今用朔實置歲實七十九萬九千八百八十一滿朔實六萬四千六百七十二去之餘二萬三千八百一十七爲歲閏置入元歲八千四十以歲閏乘之得一億九千一百四十八萬八千六

氣應 六四四四〇
約率 一八〇
入元歲 八〇四〇
氣元率 四三八〇〇

百八十滿朔實六萬四千六百七十二去之餘五萬九千五百六十爲入閏又置閏應二十日一千八百五十三分以日法乘之得四億四千二百五萬八千八十七以日周除之得四萬四千二百五不盡八千七十亦得一共得四萬四千二百六爲今用至元辛巳歲閏應又置辛巳距己亥一十八年以歲閏乘之得四十三萬八千七百六加入辛巳閏應四萬四千二百六得四十七萬二千九百一十二滿朔實六萬四千六百七十二去之餘二萬八百八爲至元辛巳後己亥歲閏應置閏應二萬二百八加朔實六萬四千六百七十二得八萬四千八百八十以入閏五萬九千五百六十減之餘二萬五千三百二十爲閏縮又置氣元率四萬三千八百以歲閏乘之得一十億四千三百一十八萬四千六百滿朔實六萬四千六百七十二去之餘二萬五千二百四十爲元閏

入閏 五九五六〇
閏應 二〇二〇八
閏縮 二五三二〇
元閏 二五二四〇

以元閏朔實求得等數八以約元閏得三千一百五十五爲奇數以約朔實得八千八十四爲蔀數依大衍求一術求因數列奇數三千一百五十五於上蔀

數八千八十四於下以上三千一百五十五除下八千八十四得二爲第一數下餘一千七百七十四又以下一千七百七十四除上三千一百五十五得一爲第二數上餘一千三百八十一又以上一千三百八十一除下一千七百七十四得一爲第三數下餘三百九十三又以下三百九十三除上一千三百八十一得三爲第四數上餘二百二又以上二百二除下三百九十三得一爲第五數下餘一百九十一又以下一百九十一除上二百二得一爲第六數上餘一十一又以上一十一除下一百九十一得一十七

為第七數下餘四又以下四除上一十一得二為第
八數上餘三又以上三除下四得一為第九數下餘
一又以下一除上三得二為第十數上餘一得第一
數二第二數一第三數一第四數三第五數一第六
數一第七數一十七第八數二第九數一第十數二
列左行立天元一為右行第一數以左行第一數二
乘之得二為右行第二數又置右行第二數二以左
行第二數一乘之得二加入右行第一數一得三為
右行第三數又置右行第三數三以左行第三數一
乘之得三加入右行第二數二得五為右行第四數

又置右行第四數五以左行第四數三乘之得一十
五加入右行第三數三得一十八為右行第五數又
置右行第五數一十八以左行第五數一乘之得一
十八加入右行第四數五得二十三為右行第六數
又置右行第六數二十三以左行第六數一乘之得
二十三加入右行第五數一十八得四十一為右行
第七數又置右行第七數四十一以左行第七數一
十七乘之得六百九十七加入右行第六數二十三
得七百二十為右行第八數又置右行第八數七百
二十以左行第八數二乘之得一千四百四十加入

右行第七數四十一得一千四百八十一為右行第
九數又置右行第九數一千四百八十一以左行第
九數一乘之得一千四百八十一加入右行第八數
七百二十得二千二百一為右行第十數又置右行
第十數二千二百一以左行第十數二乘之得四千
四百二加入右行第九數一千四百八十一得五千
八百八十三為右行第十一數即因數得等數八因
數五千八百八十三蔀數八千八百八十四

右行	左行
第一數一	第一數二
第二數二	第二數一
第三數三	第三數一
第四數五	第四數三
第五數一八	第五數一
第六數二三	第六數一
第七數四一	第七數一七
第八數七二〇	第八數二
第九數一四八一	第九數一
第十數二二〇一	第十數二
第十一數五八八三	

等數八
因數五八八三
蔀數八〇八四

乃置閏縮二萬五千三百二十以等數八約之得三
千一百六十五以因數五千八百八十三乘之得一
千八百六十一萬九千六百九十五滿蔀數八千八

十四去之餘二千二百四十三爲乘元限數以乘氣元率四萬三千八百得九千八百二十四萬三千四百爲朔積年以入元歲八千四十加之得九千八百二十五萬一千四百四十爲上元己亥距至元辛巳後己亥積年減一十八年餘九千八百二十五萬一千四百二十二卽上元己亥距至元十八年辛巳積筭也合問

乘元限數 二二四三
朔積年 九八二四三四〇〇
入元歲 八〇四〇
己亥積筭 九八二五一四四〇
辛巳積筭 九八二五一四二二

道光辛卯年秋月陽城張氏鐫

江寧顧晴崖家刻

里堂學算記

嘉慶己未二月開雕

數爲六藝之一而廣其用則天地之綱紀羣倫之統系也天與星辰之高遠非數無以效其靈地域之廣輪非數無以步其極世事之糾紛繁賾非數無以提其要通天地人之道曰儒孰謂儒者而可以不知數乎自漢以來如許商劉歆鄭康成賈逵何休韋昭杜預虞喜劉焯劉炫之徒或步天路而有驗於時或箸算術而傳之於後凡在儒林類能爲算後之學者喜空談而不務實學薄蓺事而不爲其學始衰降及明代寖以益微間有一二士大夫留心此事而言測圓者不知天元習回回法者不知最高謬誤相仍莫能是正步算之道或幾乎息矣欽惟我

國家稽古右文昌明數學

聖祖仁皇帝御製數理精蘊

高宗純皇帝欽定儀象考成諸編研極理數綜貫天人

鴻文寶典

日月昭垂固度越乎軒轅隸首而上之以故海內爲學之士甄明度數洞曉幾何者後先輩出專門名家則有若吳江王曉闇錫闡淄川薛儀甫鳳祚宣城梅徵君文鼎儒者兼長則有若吳縣惠學士士奇婺源江愼修永休寧戴庶常震莫不各有譔述流布人閒益我

朝算學之盛實往古所未有也江都焦君里堂與元同居北湖之濱少同遊長同學里堂湛深經學長於三禮而於推步數術尤獨有心得比輯其所箸加減乘除釋八卷天元一釋二卷釋弧三卷釋輪二卷釋橢一卷總而錄之名曰里堂學算記書成而屬元序之元思天文算法至今日而大備而談西學者輒詆古法爲觕疏不足道于是中西兩家遂多異同之論然元嘗稽攷算氏之遺文泛覽歐邏之迹作而知夫中之與西枝條雖分而本榦則一也如西法三率比例卽古之今有術重測卽古之重今有借衰卽衰分之列衰叠借卽盈不足之

假令今之三角卽句股借根方卽立天元一至於地爲圓體則曾子十八篇已言之七政各有本天與郄萌日月不附天體之說相合月食入於地景與張衡蔽於地之說不別熊三拔簡平儀說寓渾於平而崔靈恩已立義以渾蓋爲一矣的谷四方行測朦蒙氣反光之差而安岌已云地有遊氣蒙蒙四合矣其它若天周三百六十度則邵康節亦嘗言之日周九十六刻則梁天監中嘗行之以此證彼若符節之合然則中之與西不同者其名而同者其實乃彊生畛域安所習而毀所不見何其陋歟里堂會通兩家之長不主一偏之見於古法穿穴十經研求三數而折中乎劉氏徽之注九章西法隨事立說闡其隱祕而日月五星之果有小輪與夫日月五星本天之果爲橢圓與不則存而不論昔蔡中郎撰十意未竟上言欲思惟精意扶以文義潤以道術著成篇章今里堂之說算不屑屑舉夫數而數之精意無不包簡而不遺典而有則所謂扶以文義潤以道術者非邪然則里堂是記固將以爲儒流之典要備六藝之篇籍者矣元少畧涉斯學心鈍不能入深且以供職中外斯事遂廢今見里堂成此書敬且樂焉吾鄉通天文算學者

國朝以來惟泰州陳編修厚燿最精今里堂之學似有過之無不及也

嘉慶四年冬

經筵講官戶部左侍郎兼管國子監算學事務阮元譔

序

加減乘除釋八卷

算之為術可隨事以立名而皆不外於乘除加減加減者乘除之所自出然非乘除不足以盡加減之用故有四者而算法備矣古今算家多列其目句股旁要量測旣同開方少廣層累則一差分之外申之以均輸方程之後繼之以盈朒因其小別遂為區分揆厥指歸豈有岐義夫不明其旨則易地致惑深究其理則後起可推竊以此義求之古先蓋論法者居多言理者絕少即閒有之亦與法相淆而於舉綱挈領之要未盡合也今之爲是學者吳縣李尚之銳歙縣汪孝嬰萊吾邑焦里堂循三子者善相資疑相析孝嬰之學主於約在發古人之所未發而正其誤其得也精尚之之學主於博在窮諸法之所由立而求其故其得也貫理堂則以精貫之旨推之於平易以為理本自然取劉徽注九章算術之意著加減乘除釋八卷凡弧矢之相求正負之相得方員凸凹之異形齊同比例之殊制靡不先列其綱次疏其目俾學者可窮源以知流揣本而齊末其於二子之學蓋相輔而實相成矣夫由疎之密今古非有殊途因難而易中西本無二轍雖稱名舉類優絀互形正其權輿一言可解古人好學深思必曰心知其意里堂之書殆周髀以來諸書之統紀不獨劉氏之功臣也已

三年夏五月江都黃承吉序

加減乘除釋卷一

江都焦循學

劉氏徽之注九章算術猶許氏慎之撰說文解字士生千百年後欲知古人仰觀俯察之旨舍許氏之書亦不可欲知古人參天兩地之原舍劉氏之書亦不可嘉定錢溉亭先生塘謂說文一部之中聲無統紀因取許氏書離析合并重立部首系之以聲其書雖未成迄今講說文者頗宗其意以著書循謂古人之學期於實用以乂百工察萬品而作書契分別其事物之所在俾學者案形而得聲若夫聲音之間義蘊精微未可人人使悟其旨趣此所以主形而不主聲也惟算亦然既有少廣句股又必指而別之曰方田曰商功既有衰分盈不足方程又必明以示之曰粟米曰均輸亦指其事物之所在而使學者人人可以案名以知術也然名起於立法之後理存於立法之先理者何加減乘除四者之錯綜變化也而四者之雜於九章則不啻六書之聲雜於各部故同一今有之術用於衰分復用於粟米同一齊同之術用於方田復用於均輸同一弦矢之術用於句股復用於少廣而立方之上不詳三乘以上之方四表之測未盡三

率相求之例踵其後者又截粟米爲貴賤衰分移均輸爲叠借互徵名目旣緐本原益晦蓋九章不能盡加減乘除之用而加減乘除可以通九章之窮孫子張邱建兩書似得此意乃說之不詳亦無由得其會通不揆淺陋本劉氏之書以加減乘除爲綱以九章分注而辨明之草創於乾隆甲寅之秋明年爲齊魯遊遂中輟嘉慶二年丁巳授徒村中無酬應之煩取舊稾細爲增損得七卷竊比於漑亭之於說文庶幾與劉氏相表裏焉倘有缺誤願識者補而正之幸甚

時十二月大寒日

以甲當甲爲適足以甲當乙爲盈以乙當甲爲朒

數之多少無定少至於一而絲忽之下尚有塵沙多至於萬而兆秭之上尚有溝洫惟是兩數相比而後爲盈爲朒爲適足乃定故算法起於相比也論數之理取於相通不偏舉數而以甲乙明之古之夊弟皆乙下於甲用其意以甲當盈以乙當朒

以甲加甲爲倍之以乙加乙以丙加丙以丁加丁並同

兩相當未相入也加減則相入矣兩甲數爲適足故相加爲倍也

以甲減甲爲減盡

減盡之法爲除法開方法之止境用之於方程者尤精蓋除法者除其所乘開方者除其所自乘故必減盡而除乃止除法開方法之有減盡正也方程駁錯糅正負數色相錯不可以囫圇得之其兩色者必先去其一色故互乘之後列首位者對減必盡對減盡則一色去矣數旣錯糅則一色減盡一色減之必不盡惟三色者兩行互有空位互相減而其下位者適盡則爲兩色之較適足與首位之減盡者又異矣如馬一騾一其載四石二斗馬一騾二驢一其載四石二斗馬一驢三其載四石二斗馬首位減盡此去其一色

也右中之騾一左下之驢三所對皆空而末列之載數左右均四石二斗減盡此爲騾一較驢三其載適足與兩馬之減盡不同也蓋適足者相當之名減盡者相入之名相入則兩數皆去故曰盡相當則兩數尚存故曰適盈不足術有適足而非出於相減盈不足之所與適足者隱伏不見而所見之兩盈兩朒以上兩率互乘之斷無適足之理故方程有減盡有適足盈不足有適足無減盡也

以甲中分爲半之

半之亦曰折半於除法爲二而一

遞相倍爲自倍遞相半爲自半

九章算術衰分云今有女子善織日自倍術云置一二二四八十六爲列衰盖倍一爲二倍二爲四倍四爲八倍八爲十六所謂自倍也又盈不足題云蒲生一日長三尺莞生一日長一尺蒲生日自半莞生日自倍問幾何日而長等又題云垣厚五尺兩鼠對穿大鼠日一尺小鼠亦日一尺大鼠日自倍小鼠日自半問幾何日相逢

三分甲以二爲太半以一爲少半

太半卽大半少半卽小半衰分術云田一畝收粟六

升太半升商功術云圓囷高一丈三尺三寸少半寸是也少半寸猶言少於半寸非謂缺少半寸也

有甲乙欲得其中平則相加而半之欲仍得甲乙則倍之而相減

方田章邪田術云并兩邪而半之邪田爲一句股一縱方相連形并而半之則成一縱方形也箕田術云并踵舌而半之箕田爲兩句股夾一縱方形并而半之亦成一縱方形也推此而商功章城垣隄溝塹渠術云并上下廣而半之緝古算經造仰觀臺羡道術云半上下廣差又云以上下廣差并上下袤差半之

盖無論爲羃爲體爲差有上下廣之不齊必用是法以齊之其方田章環田術云并中外周而半之商功章曲池術云并上中外周而半之以爲上袤亦并下中外周而半之以爲下袤此內周小於外周猶上廣小於下廣故并而半之以齊其不齊也以不齊之邊求積如是若以積求不齊之邊必倍中平廣數減上得下減下得上無可疑矣商功穿地爲垣術云置垣積尺以深袤相乘爲法所得除得中平廣數倍之減上廣餘卽下廣是也句股章句弦并與股求句弦術云令七自乘亦令三自乘并而半之以爲甲邪行率盖七爲

句弦并三爲股凡句弦并自乘爲句乘句股并者二句弦差乘句弦并者一句弦差乘句弦并同於股自乘之數故以股自乘并句弦并自乘而半之適得中平所以用爲邪行率者雖別見通率之巧句乘句弦并加句弦差乘句弦并是弦乘句弦并也於句弦并自乘數中減去弦乘句弦并是餘句乘句弦并也以句乘句弦并爲句率以弦乘句弦并爲弦率因以股乘句弦并爲股率故爲率之巧而并而半之之意則無殊也

得數視所求爲倍者則豫半之視所求爲半者則豫倍之

乘必正方而後得數其方不正亦必正之則積數必

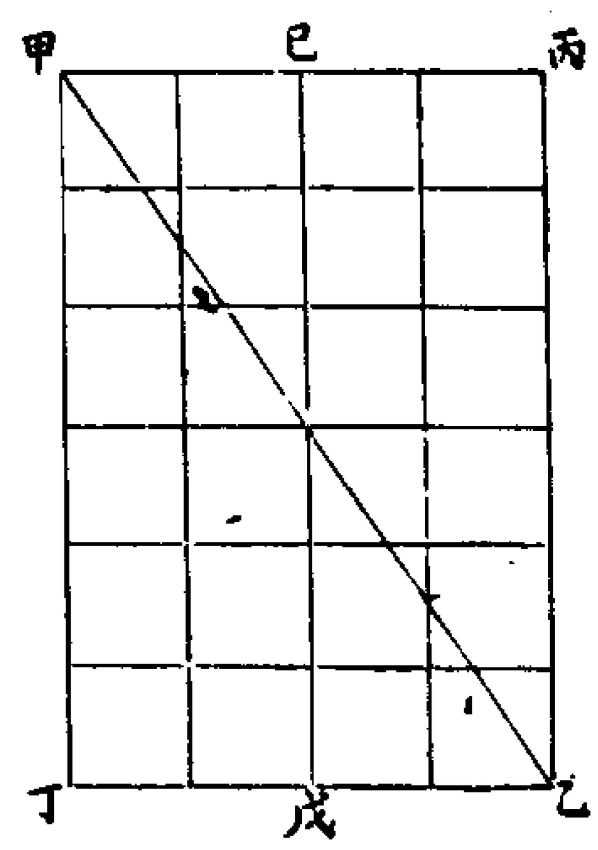
浮於本數故豫半其邊以求其合方田圭田術云半廣以乘正從圭田卽兩要相等之三角形正從卽中垂綫以中綫爲界以左補右成正方形而底綫適相半也均輸術云今有客馬日行三百里客去忘持衣日已三分之一主人乃覺持衣追及與之而還至家視日四分之三問主人馬不休日行幾何術曰置四分日之三除三分日之一半其餘以爲法副置法增三分日之一以三百里乘之爲實此因四分日之三爲客馬之行與主人往還之行相加之數三分日之一爲客馬單行之數旣減去此數餘爲主人往還之

數今止用主人追及之數爲率故半之也又句股葭池術云半池方自乘題云池方一丈葭生中央引葭赴岸適與岸齊自中央至岸適得池之半故亦於正而求其偏也又邑方二百步各中開門出東門十五步有木問出南門幾何步見之術曰出東門步數爲法半邑方自乘爲實半邑方者自中開門用自門至城隅爲股適當城之半猶葭生池之中而至岸也孫子算經云有獸六首四足禽四首二足上有七十六首下有四十六足問禽獸各幾何術曰倍足以減首餘半之卽獸以四乘獸減足餘半之卽禽蓋每首之

數十每足之數六以一獸一禽言倍足減首每獸尚餘二首故半之得獸數以四足乘之是爲獸足共數於禽獸共足中減獸之共足餘每禽二足故半之得禽數又雉兎同籠上有三十五頭下有四十九足問雉兎各幾何術曰上置頭下置足半其足以頭減足以足減頭卽得蓋雉兩足兎四足半之是雉一足兎兩足矣一足與一頭相若故減去頭數所餘卽兎足有一足卽一兎矣約分之術云可半則半之相其題施其術諸用半之之義不外是言也倍與半爲向背圭田求積半廣以乘正從若求廣則倍積以開方之矣知半

之理卽知倍之理也孫子算經云今有方田桑生中央從角至桑一百四十七步問田幾何術云置角至桑倍之以五乘之以七除之自相乘以二百四十步除之卽得蓋中央至角僅得邪行之半故倍之而弦數乃全凡弦自乘倍於方田自乘旣倍爲弦則自乘而半之可矣今以五乘七除七當作十五乘不啻二除卽半之爾又三雞共啄粟一千一粒雛啄一母啄二翁啄四主責本粟三雞主各償幾何術云置粟一千一粒爲實并三雞所啄七粒爲法除之爲雛雛主所償之數遞倍之卽得母翁主所償此爲衰分之常

法而遞倍之者因一二四爲遞倍亦相其題施其術焉爾



甲丙乘甲丁爲甲丙乙丁縱方積二十四半之得甲乙丁句股形若先半甲丙爲甲己以乘甲丁得甲己戊丁十二亦即甲乙丁積數也

以乙加甲則差隱以乙減甲則差見

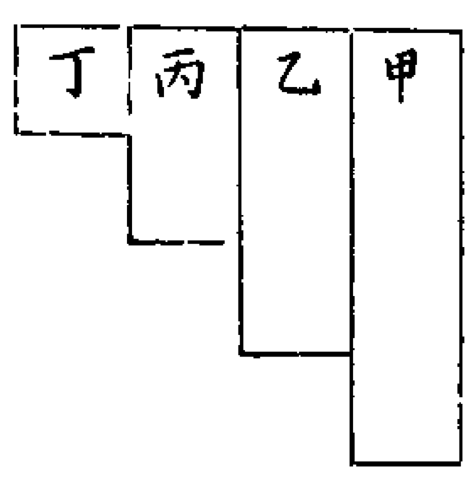
甲乙其有差者也既相加乙卽化於甲中惟以乙減甲則甲中去一乙主客兩乙俱減盡然甲本盈於乙減去兩乙乙盡矣甲尚有所畱則差也加者容納之謂故長短偏雜之皆渾減者鑒别之謂故纖豪蕞末之盡露二者相爲用而數可定矣緝古算經謂差爲多數少數

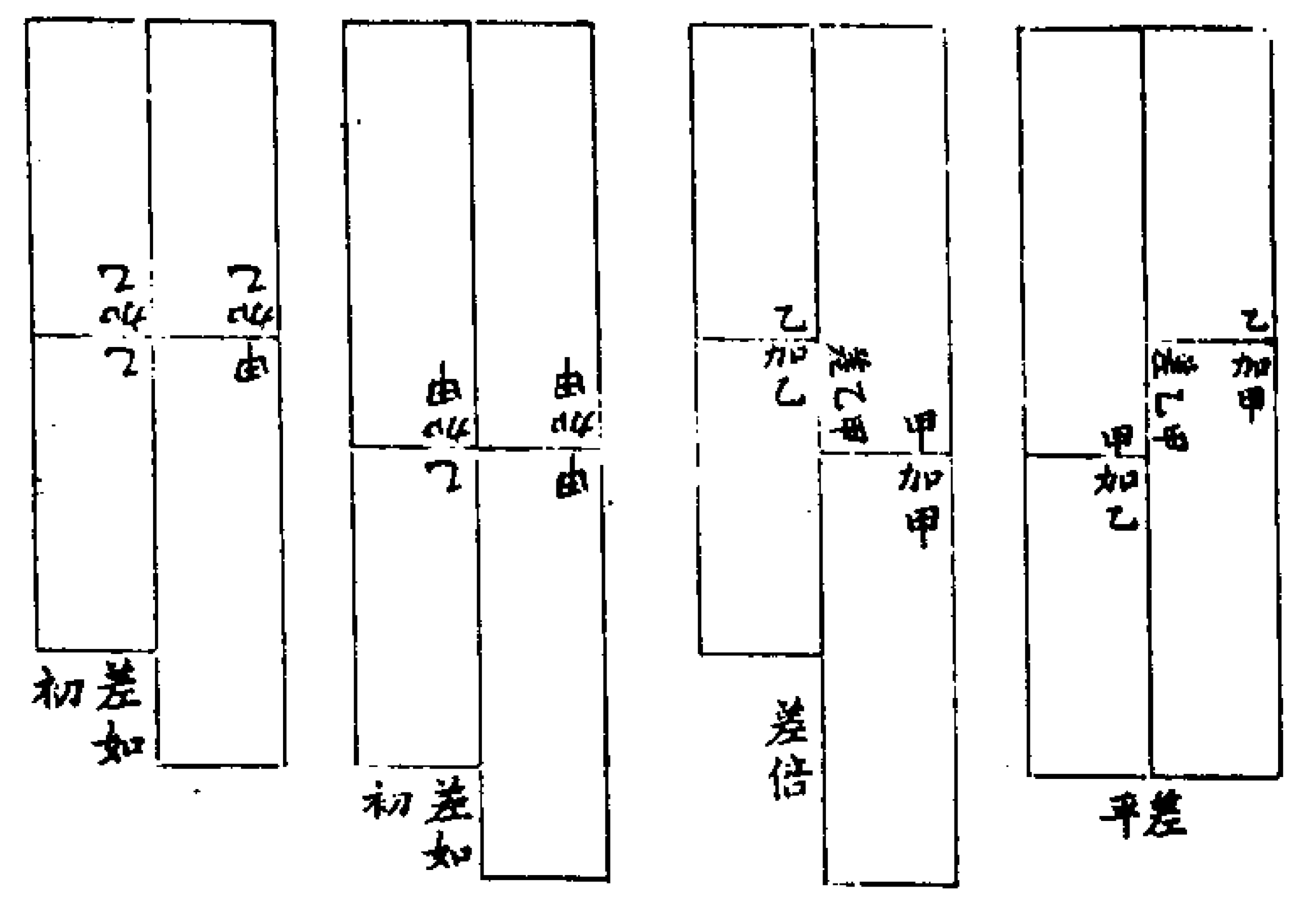
以甲加乙或以乙加甲其和數等於和數減甲得乙減乙得甲其較數必不等

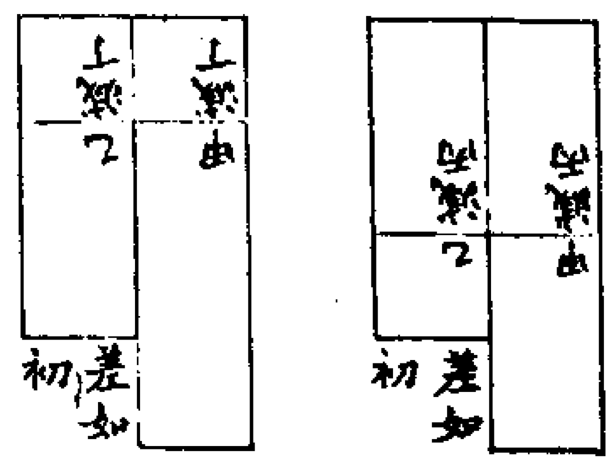
和卽古所謂并較卽古所謂差加減者用法之名和較者得數之名甲乙本有差相加則無差故無論甲加乙乙加甲其得數必等若復以甲乙互減之則仍有差矣既有差則數自不相等也惟和數等故用加者可以相通惟較數不等故用減者必不容相借

以甲加乙以乙加甲則差平以甲加甲以乙加乙則差倍以甲加甲以甲加乙或以乙加甲以乙加乙則差如初以丙減甲以丙減乙或以丁減甲以丁減乙則差亦如初

甲本盈以乙消之乙本朒以甲補之故有差而無差此互加互乘之法所由用也詳見後甲盈又益以甲乙朒止益以乙有兩甲乙卽有兩甲乙之差故倍之也同加以甲同加以乙原數雖增而原差不增同減以丙同減以丁原數雖損而原差不損論數之理甲乙不足以括之又假丙以次乙假丁以次丙云爾後用戊己庚辛壬癸亦然

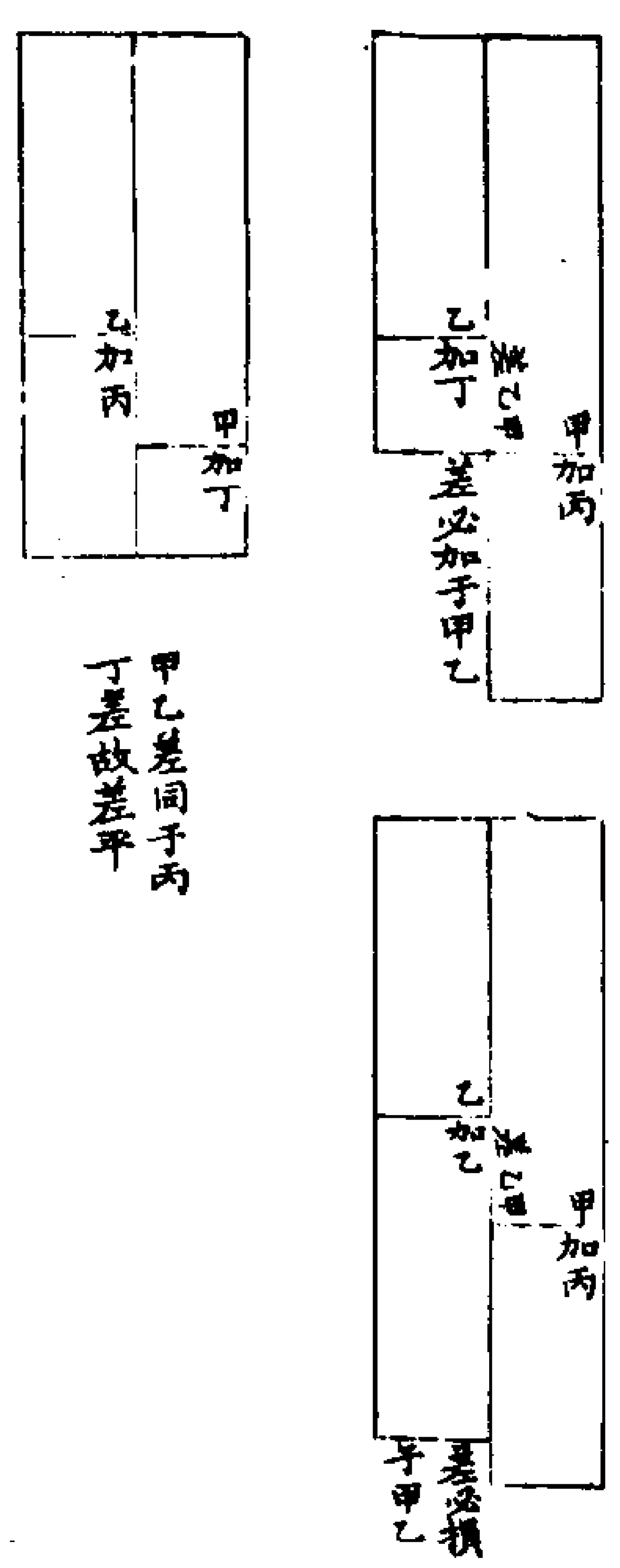


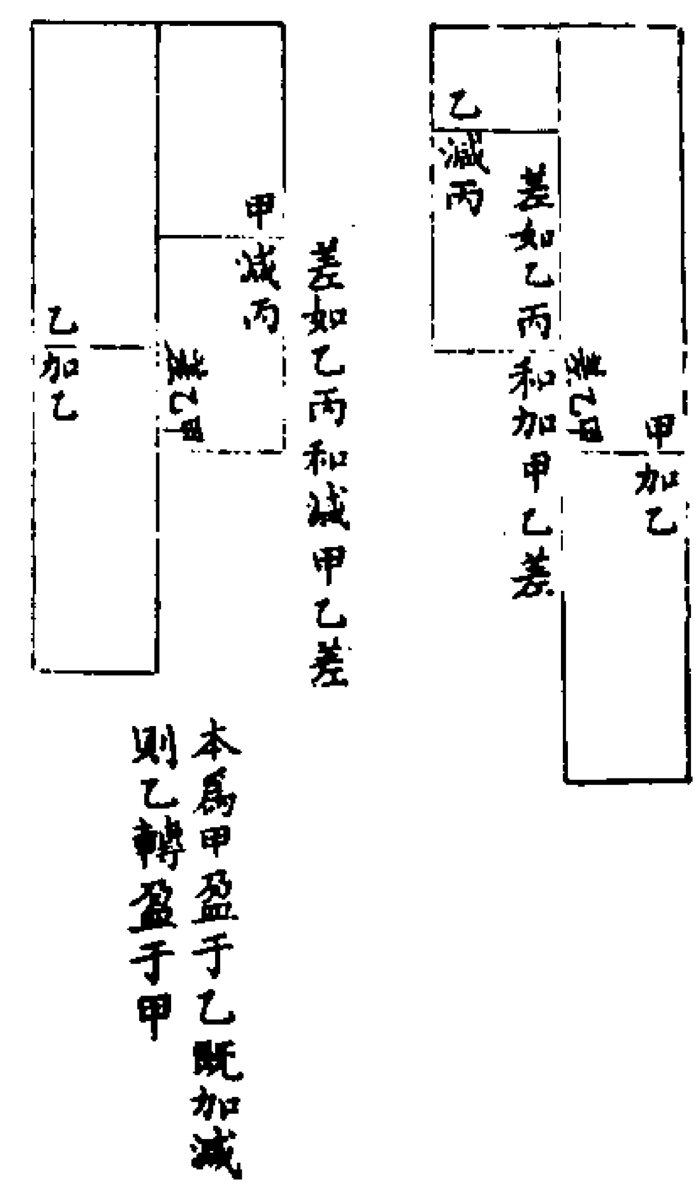




以乙加甲以丙加乙或以丙加甲以丁加乙則差必增反是以減則差必損以乙加乙以丙加甲或以丙加乙以丁加甲則差必損反是以加則差必增若乙丙之差如甲乙之差則以乙加乙以丙加甲或以乙減甲以丙減乙其差皆平以乙加甲以丙減乙差之增如乙丙之和加甲乙之差以乙加乙以丙減甲差之變如乙丙之和減甲乙之差

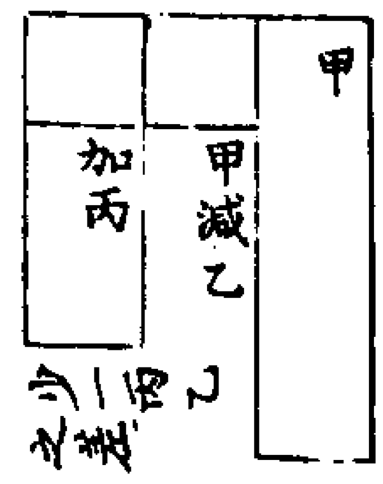
甲盈乙朒故有差乙盈兩朒亦有差今以盈加盈以朒加朒是於甲乙差又增一乙丙之差矣若以朒加盈以盈加朒是甲乙差損去一乙丙之差矣所以不能平者以乙丙之差殊於甲乙之差也其差亦有同者如二四之差二四六之差亦二以二加六以四加四皆得八於四減二於六減四皆得二固不必以四加二以二加四而後皆爲六也甲盈又加乙是盈益其盈乙朒又減丙是朒益其朒合此盈朒爲所增之差矣甲盈而減丙是盈變爲朒乙朒而加乙是朒變爲盈合此一盈一朒爲甲少於乙之差因本是乙少於甲故又必減去此原差也

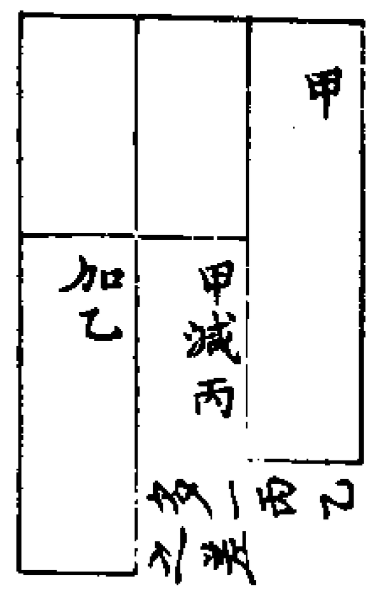




減乙於甲而加丙則甲少一丙乙之差減丙於甲而加乙則甲多一丙乙之差。

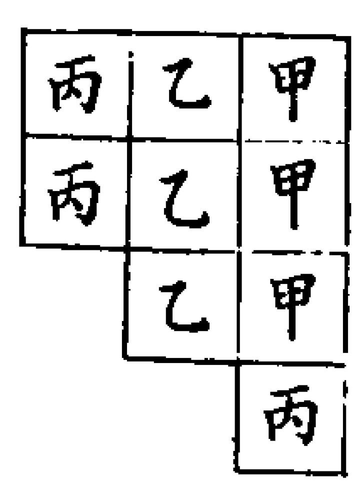
乙盈於丙丙朒於乙取盈而償朒則所償自不及於所取取朒而償盈則所償自過於所取。





有二甲減此以加彼其差必倍於所減之數半其差以加於朒則等有三甲減左以加右其差必倍於中差半左右之差得中差倍中差得左右之差減此以加彼則此朒而彼盈減左以加右則左中視右為兩朒右中視左為兩盈左右視中為一盈一朒以兩盈兩朒之差相加如一盈一朒之相加。

同名相減異名相加所以為兩盈兩朒及一盈一朒者為之法也云兩盈云兩朒云一盈一朒必有三色而後有此較若二色則此之盈必彼之朒不獨無兩盈無兩朒亦並無一盈一朒之名故九章盈不足術起於三色知起於三色則同名之相減異名之相加不待解而釋然矣。



甲乙丙皆三減丙之一以加于甲則甲四丙二甲盈于丙二乙盈于丙一為兩盈相減得甲乙之差乙朒于甲一丙朒于甲二為兩朒相減得乙丙之差甲盈于乙一丙朒于乙一為一盈一朒相加為甲丙之差

甲本盈於乙又減乙以加甲為一盈一朒甲本盈於乙今減甲以加乙為兩盈乙本朒於甲今減甲以加乙為兩朒。

此兩色亦有兩盈亦有兩朒及一盈一朒蓋本有盈朒在先雖二色猶之三色也甲盈於乙是甲盈減乙是乙朒乙之朒仍甲之盈甲本盈是乙本朒盈皆在甲朒皆在乙故為一朒一盈盈而又盈非加法乎甲本盈是甲盈減甲加乙是乙亦盈故為兩盈或甲盈多加乙者少則盈仍在甲或加乙之數過於本盈之數則盈轉在乙故必減也兩朒之理亦然。

兩數相等減此以加彼復減彼以加此所加同則兩數仍相等所加不同則兩數之差倍於所加之差

甲	乙
甲	乙
甲	
甲	
乙	

甲盈于乙本一又減乙之一以加于甲當差二則相加爲差三

甲	乙
甲	乙
	乙
	甲
	甲

甲盈于乙本一今減甲之二以加乙當差四相減爲差三

此所謂交易此減多彼減少已有差數此加少彼加多又有差數而所加卽原於所減故其差爲倍也張邱建算經題云金方七銀方九秤之適相當交易其

一則金輕七兩問金銀各重幾何法以相差七兩半之爲一之較蓋惟差倍於所加今惟計所加者之較故半其差也九章算術方程題云五雀六燕集稱之衡雀俱重燕俱輕一雀一燕交而處衡適平并燕雀重一斤術云如方程交易質之各重八兩此本有差而交易得平雖有總數可分得其平數而燕雀相雜故必以方程得之也

甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	甲
乙	甲
乙	
乙	

甲乙各六以甲之二加乙以乙之三加甲二與三之差止一而五與七之差已二二于一爲倍于所加之差

減甲則數與乙等者倍甲乙以相減其差必倍於減甲之數加乙則數與甲等者倍甲乙以相減其差必倍於加乙之數減甲以加乙則數與乙等者倍甲乙以相減其差必四倍於減甲加乙之數

減甲而後等是甲盈於乙均倍之其差之亦倍不待智者知之也加乙而後等是乙朒於甲均倍之其差之亦倍又不待智者知之也若減甲以加乙而後等是甲之盈於乙本倍於所減乙之朒於甲本倍於所加今均倍之故甲之所盈必四倍於所減之數也四倍之理無異倍差之理耳

甲	乙
甲	乙
甲	甲
甲	甲

甲六乙二減甲之二以加乙則均四

甲	乙
甲	乙
甲	倍乙
甲	倍乙
甲	
甲	
倍甲	
倍甲	
倍甲	
倍甲	
倍甲	
倍甲	

相減甲差八較前加之甲二爲四倍

減乙之數而甲倍者倍乙以減甲其差必倍於減乙之數加甲之數而甲倍於乙者倍乙以減甲其差必倍於加甲之數減乙以加甲而甲倍於乙者倍乙以減甲其差必三倍於加甲之數

甲倍乙必倍乙而後與甲等前條甲乙等故倍甲乙

此甲倍乙。故止倍乙。前條甲乙並倍。故四倍於所減。此止倍乙。故三倍於所減。蓋止減乙。是乙雖本盈。謂本盈於既減之後。非必盈於甲也。而甲不朒。故倍乙而乙之盈倍。甲之不朒自若也。或止加甲。是甲雖本朒。謂本朒於既加之後。非必朒於乙也。而乙不盈。故倍乙而所以當甲之朒者亦倍。此外乙別無所盈也。減乙加甲。是乙之盈本倍於所減。爲加減之常例。又倍乙而不倍甲。是甲止朒一。而乙已盈兩。故不爲四倍而爲三倍也。由此推之。乙雖三倍四倍以至十倍。而乙之盈隨倍而增。甲之朒長爲一而自若也。

甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	減
甲	減
甲	
甲	

甲八乙六減乙之二則甲倍于乙

甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	倍
甲	倍
	倍
	倍
	倍
	倍

倍乙六爲十二與甲八相減差四爲倍于前圖所減之二

甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	
甲	
乙	
乙	

甲六乙六減乙之二以加于甲則甲八乙四爲甲倍于乙

甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	乙
甲	乙
	倍
	倍
	倍
	倍
	倍
	倍

倍乙六爲十二與甲六相減差六爲三倍于前圖所減之二

有甲乙之全數則較其全以得其差。有甲乙之差數則舍其差以得其平。

張邱建算經云。今有率戶出絹三匹。依貧富欲以九等出之。令戶各差除二丈。今有上上三十九戶。上中二十四戶。上下五十七戶。中上三十一戶。中中七十八戶。中下四十三戶。下上二十五戶。下中七十六戶。下下一十三戶。問九等戶。戶各應出絹幾何。術曰。置上八等戶。各求積差。上上戶十六。上中戶十四。上下戶十二。中上戶十。中中戶八。中下戶六。下上戶四。下中戶二。各以其戶數乘而併之。以出絹匹丈數乘凡戶所得以併數減之。餘以凡戶數而一。所得卽下下戶。遞加差。各得上八等戶所出絹疋丈數。孫子算經云。今有五等諸侯。共分橘子六十顆。人別加三顆。問五人各得幾何。術曰。先置人數別加三顆於下。次六顆。次九顆。次十二顆。上十五顆。副并之得四十五。以減六十顆。餘人數除之。人得三顆。各加不并者。上得一十八爲公。分次得一十五爲侯。分次得十二爲伯。分次得九爲子。分下得六爲男。分二者之術一也。

差之相去等者。謂之錐行。甲無差。乙之差一。丙之差二。丁之差三。戊之差四。己之差五。庚之差六。辛之差七。壬之差八。癸之差九。

九章算術均輸術云。置錢錐行衰。注云。謂如立錐。又

金籤五尺舉首尾以問其中術云以四間乘之蓋數有五則間有四推之十則間九二則間一皆退一之率也

雉行差式

甲
乙乙
丙丙丙
丁丁丁丁
戊戊戊戊戊

以甲減癸其差必九倍於甲乙以甲減壬其差必八倍於甲乙以甲減辛其差必七倍於甲乙以甲減庚其差必六倍於甲乙以甲減己其差必五倍於甲乙以甲減戊其差必四倍於甲乙以甲減丁其差必三倍於甲乙以甲減丙其差必二倍於甲乙

其差遞增其兩兩相比之差必等故其首尾之差必視其間數爲倍數也蓋依其倍數而乘之則自壬癸可以得甲癸依其倍數而除之則自甲癸可以得壬癸劉氏於金籤之術謂以四約之即得每尺之差者其理如是也

甲
乙差 間
丙差差 間
丁差差差 間
戊差差差差 間
己差差差差差 間
庚差差差差差差 間
辛差差差差差差差 間
壬差差差差差差差差 間
癸差差差差差差差差差 間

凡奇數并本末而半之即中之奇倍中之奇即本末之并數凡偶數并本末即中之偶并中之偶即本末之并數

奇皆視乎三偶皆視乎二自中之奇至本以遞減至末以遞增減與增適相補也自中之偶至本至末其相補亦然惟視奇多半差之增減耳張邱建算經題云今有與人錢初一人與三錢次一人與四錢次一人與五錢以次與之轉多一錢與訖還斂聚與均分之人得一百錢問人幾何草曰置人得錢一百減初人錢三文得九十七倍之加初人得一百九十五此一百即中之奇自此至初人爲遞減至與訖爲遞增恰爲一人一錢故倍錢即得人數也減初人者自三文起是一百少二人倍之少四人初人無對又少一

人此三文止得一人與一文得一人不類故先減得數而又加也是數在加減之理爲盈不足易加減爲乘除則爲衰分之比例何也三數相次中之盈於上猶下之盈於中（上中下或四五六或三五七或二五八皆是）故倍中卽上下之合數半上下之合數卽中數倍中數加一倍也中數自乘則加數倍也於是亦以上乘下爲互加數倍則爲三率比例自一至十乃天地自然之數而盈不足之至精至妙不離乎是西人用爲對數表以加減代乘除其理固如是爾

五—四—三—二—一
五—六—七—八—九

五—四—三—二—一
六—七—八—九—十

四—三—二—一
四—五—六—七

六—五—四—三
六—七—八—九

四—三—二—一
五—六—七—八

六—五—四—三
七—八—九—十

三—二—一
三—四—五

七—六—五
七—八—九

三—二—一
四—五—六

七—六—五
八—九—十

二—一
二—三

八—七
八—九

二—一
三—四

八—七
九—十

并甲乙而半之減半差得甲加半差得乙并甲丙而半之卽乙減差得甲加差得乙并甲丁而半之得乙丙并而半之之數減半差得乙加半差得丙減差得甲加差得丁

差倍於所減，則欲補其所減，必半差矣。甲丙之差既倍於甲乙，故自乙加損之也。於此可悟衰分盈朒相表裏。詳見卷七

乙	甲
乙	乙

半差

丙	乙	甲
丙	乙	丙

丁	丙	乙	甲
丁	丙	乙	丁
丁	丙	丙	丁

半差

并甲乙而半之，并壬癸而半之，相減即壬甲之差。并甲乙而半之，并辛壬而半之，相減即辛甲之差。并甲乙而半之，并庚辛而半之，相減即庚甲之差。并甲乙而半之，并己庚而半之，相減即己甲之差。并甲乙而半之，并戊己而半之，相減即戊甲之差。并甲乙而半之，并丁戊而半之，相減即丁甲之差。并甲乙而半之，并丙丁而半之，相減即丙甲之差。

差依數而遞增，故得其差，而以間數除之，得相去之率。若以甲乙并，又以壬癸并，則差數已和，減得之差，非眞差矣。欲於和之中得其眞差，故用并而半之之法。甲乙相較，其差一，并而半之，各得半差。壬癸相較其差一，并而半之，亦各得半差，合兩半差爲一整差。自癸至甲，其差本九，今合去其一，則化九爲八，是不爲癸至甲，而爲壬至甲也。凡舉本末之偶數，其差者視乎此。如丁之於甲，其差三，今并甲乙爲三，并丙丁爲七，相減得四，非丁差也，必半甲乙之三爲一五，半丙丁之七爲三五，是甲有乙差之半，丙有丁差之半，甲於正數既多半差，丁又嫁半差於丙，兩相減，是丁較原差爲去其一矣。較原差雖去其一，乃已化和數而爲單數，直變三間爲二間，以除之，無不合矣。

丁	丙	乙	甲
丁	丙	乙	乙
丁	丙		
丁	丁		

并甲丙而半之，并辛癸而半之，相減即辛甲之差。并甲丙而半之，并庚壬而半之，相減即庚甲之差。并甲丙而半之，并己辛而半之，相減即己甲之差。并甲丙而半之，并戊庚而半之，相減即戊甲之差。并甲丙而半之，并丁

己而半之相減卽丁甲之差

偶數并而半之甲多半差癸少半差奇數并首尾而半之甲多一差癸少一差多半差少半差合之爲一差癸之九差減一差爲八差如壬甲多一差少一差合之爲二差癸之九差減二差爲七差如辛甲故凡并本末兩數之和則用偶數并半之法凡并本末三數之和則用奇數并半之法若甲丙乙丙和數六丁戊己和數十五己甲之原差五今以六減十五差九視五殊矣故兩相并半以加減之如甲借丙差之一己分一差於丁爲損去原差之二也

己	戊	丁	丙	乙	甲
己	戊	丁	丙	乙	丙
己	戊	丁			
己	戊	丁			
己	戊	己			

并甲丁而半之并庚癸而半之相減卽庚甲之差并甲丁而半之并己壬而半之相減卽己甲之差并甲丁而半之并戊辛而半之相減卽戊甲之差

甲分丁之一差有半辛以一差有半與戊合之較原差爲少三故癸如庚壬如己辛如戊也

辛	庚	己	戊	丁	丙	乙	甲
辛	庚	己	戊	丁	丙	乙	丁
辛	庚	己	戊	丁	丙	丙	丁
辛	庚	己	戊				
辛	庚	己	戊				
辛	庚	己	辛				
辛	庚	庚	辛				

并甲乙而半之并辛癸而半之相減如辛甲之差盈半差并甲乙而半之并庚壬而半之相減如庚甲之差盈半差并甲乙而半之并己辛而半之相減如己甲之差盈半差并甲乙而半之并戊庚而半之相減如戊甲之差盈半差并甲乙而半之并丁巳而半之相減如丁甲之差盈半差并甲乙而半之并丙戊而半之相減如丙甲之差盈半差

甲分乙之半差戊以一差與丙合之較原差爲少一差半是較丙甲盈半差也此奇偶雜舉之例

戊	丁	丙	乙	甲
戊	丁	丙	乙	乙
戊	丁	丙		
戊	丁	戊		

并甲乙而半之并庚癸而半之相減如辛甲之差并甲

乙而半之并己壬而半之相減如庚甲之差并甲乙而半之并戊辛而半之相減如己甲之差

甲乙兩數并半甲多半差戊辛間兩數并半辛少一差半合爲二差故退二差也此首尾雖皆偶而多寡不同之例首二尾六首四尾八之類可類推

并甲丙而半之并己癸而半之相減如庚甲之差亦如辛乙之差壬丙之差并甲丙而半之并戊壬而半之相減如己甲之差亦如庚乙之差辛丙之差并甲丙而半之并丁辛而半之相減如戊甲之差亦如己乙之差庚丙之差

甲丙并半甲多一差丁辛間三數并半辛少二差合之少三差辛甲退三差如戊甲矣此首尾皆奇而多寡不同之例三之與七五之與九可類推總之不離乎三奇兩偶之義而已矣

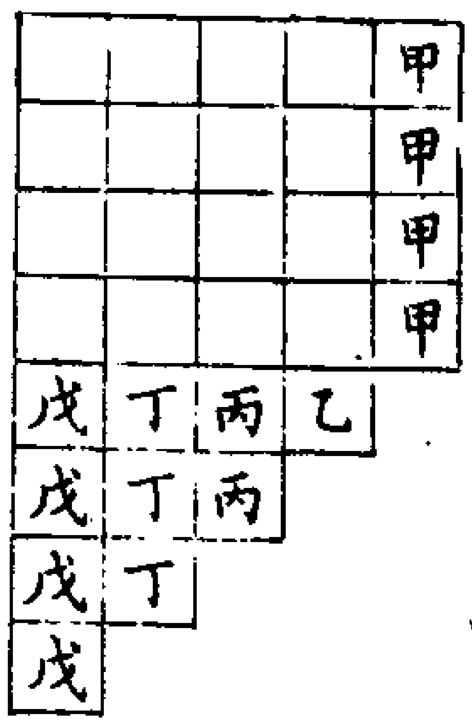
并乙丙之差并丁戊之差相減爲甲之平率則甲乙丙之共數必等於丁戊之共數并乙丙丁之差并戊己之差相減爲甲之倍平率則甲乙丙丁之共數必等於戊己之共數并乙丙丁戊之差并己庚之差相減爲甲之三倍平率則甲乙丙丁戊之共數必等於己庚之共數并乙丙丁戊己之差并庚辛之差相減爲甲之四倍平率則甲乙丙丁戊己之共數必等於庚辛之共數并乙丙丁戊己庚之差并辛壬之差相減爲甲之五倍平率則甲乙丙丁戊己庚之共數必等於辛壬之共數并乙丙丁戊庚辛之差并壬癸之差相減爲甲之六倍平率則甲乙丙丁戊己庚辛之共數必等於壬癸之共數

九章算術均輸有題云今有五人分五錢令上二人所得與下三人等問各得幾何術曰置錢錐行衰并上二人爲九并下三人爲六六少於九三以三均加焉副并爲法以所分錢乘未并者各自爲實實如法得一錢按此理不易了蓋以全數言之且因二三減

得一可少一除未嘗明其倍數也若舍其平率而用其差甲無差乙差一丙差二合三丁差三戊差四合七以七減三是丁戊之差多於乙丙者四也丁戊之差多於乙丙而甲乙丙較丁戊之數多一甲故以差之減餘爲甲之平率以當丁戊差之盈其餘兩兩亦相當矣此甲乙丙與丁戊止多一甲也設甲乙丙丁與戊己則多甲乙又必以戊己差之盈當甲乙兩數當甲乙兩數則差之盈當兩平率矣推此而當三平率以上無不皆然以數之盈除差之盈自得平率也或用全數或用差數皆合者全數於差帶平率一故

每數加三連甲而較之也差數於全數去平率一故以減餘爲甲數離甲而較之也劉氏謂假令七人分七錢欲令上二人與下五人等則上下部差三人并上部爲十三下部爲十五下多上少下不足減上當以上下部列差而後均減乃合所問耳列差而後均減者不用全數而用差數也全數上少下多差數上合得十一下合得十是亦上多下少也杜知耕數學鑰用自乘令五十五減八十五亦爲上多下少蓋上之數少下之數多平率各當數之一連平率則下之附者多故化少爲多去平率則上之舍者少故多不

移爲少也



并甲乙兩單數半之并壬癸兩單數半之以減自甲至癸之數卽壬甲之差與兩偶數并半相減等并甲乙丙三單數半之并辛壬癸三單數半之以減自甲至癸之數卽辛甲之差與兩奇數并半相減等并甲乙丙三單數半之并庚辛壬癸四單數半之以減自甲至癸之數卽辛甲之差盈半差與奇偶雜舉并半相減等、

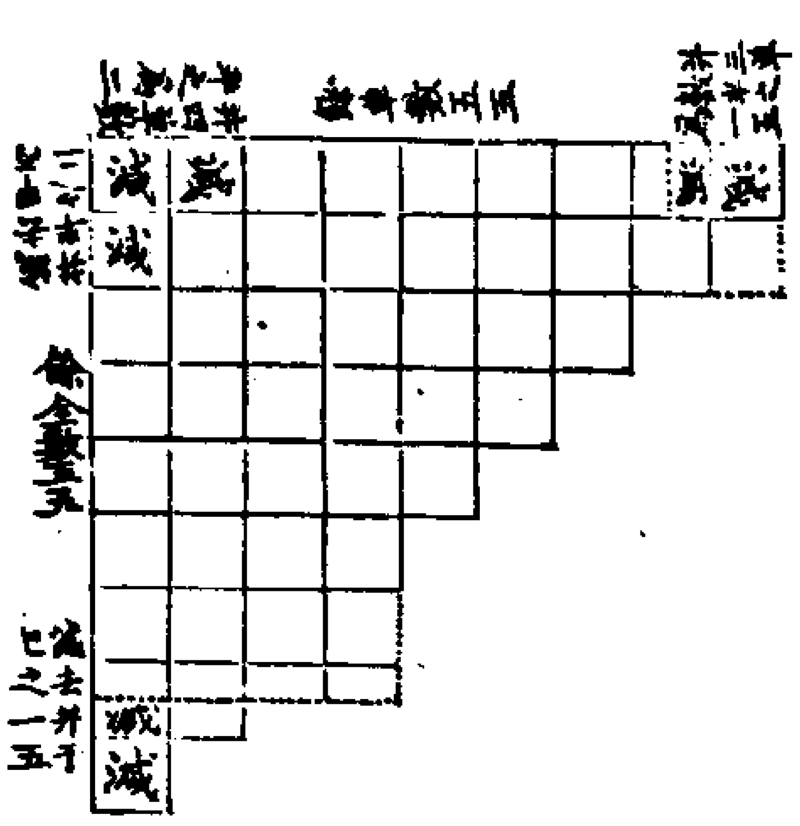
并全數者并一二爲三并九十爲十九是也并差數者并一二三之差爲三并八九十之差爲二十四甲辛甲壬甲癸之差是也并單數者卽去差之列數并一二三爲三并八九十亦爲三并一二三四爲四并五六七八亦爲四渾舉其目之名也用其全與用其差旣屬相通用其去差之率與用其去率之差亦何爲其不通耶九章算術均輸題云有竹九節下三節容四升上四節容三升問中間二節欲均容各多少術曰以下三節分四升爲下率以上四節分三升爲上率上下

率以少減多餘爲實置四節三節各半之以減九節餘爲法實如法得一升卽衰相去也上四分三卽并甲丙而半之也下三分四卽并己壬而半之也上下節以少減多卽以兩并而半者相減也知甲丙知己癸而後可用并而半之法此渾舉三節四節故用除以得平數法少殊而義正合也四節三節各半之卽并甲乙丙三單數半之并己庚辛壬四單數半之也以減九節者卽以并而半者與自甲至壬之九數減也并甲一丙三半之爲二并己六壬九半之爲七五相減得五五并甲乙丙半之爲一五并己庚辛壬半

之爲二合三五與九相減亦得五五故一爲實一爲法適相印合蓋自甲至壬之九數卽壬之全數壬之全數比己多三半之爲一五甲之全數比丙少二半之爲一合爲二五此去平率而言差故於壬甲之差八數中減二五爲五五也甲之一爲差上之平率因合乙丙而半之爲一五是於正數一外多半數壬之一亦差上之平率因合己庚辛而半之爲二是於正數一外多一數并甲壬之正數多數爲三五而化而歸之於壬是壬之正數一外多二五此連正數平率以言差故於自甲至壬九數中減三五爲五五也戴

東原訂譌云以四節三節爲分母三升四升爲分子子母互乘子得上率九下率十六母相乘得十二十六減九餘七以十二通五節半得六十六爲一升之率循謂此題本可用齊同法以三互三升爲九以四互四升爲十六復以三互四之共差二十六爲七十八四互三之共差三爲十二以九減十六爲七以十二減七十八爲六十六是爲六十六分之七與數合蓋六十六者五五之十二倍也七者五八三三三不盡之十二倍也然依經之術以三除四得一三三三不盡以四除三得七五相減餘五八三三不盡因除

之不盡乃不用除得之數而用命分以三人四升命爲三分之四以四人三升命爲四分之三以四分之三與三分之四相減得十二分之七減分術用兩母相乘母子互乘以互乘數相減此十二分之七以五五除之得差之相去又因十二分之七不便於除故去其分母之十二而用分子之七爲整數則此七爲分子之十二倍矣五八三三不盡以十二乘之爲七此爲十二倍之實亦必以十二倍之法除之故以十二乘五五爲六十六而以六十六分之七爲相去之差非經文上下率分減之術卽互乘齊同之術也戴氏尙言之未詳耳



加減乘除釋卷二

江都焦循學

乘以馭加之緐除以馭減之緐乘除爲加減之簡法而不足以盡加減之用

加減至數倍一一加減之不免於緐故通之以乘除若所加之數不一則必一一加之而不可以乘代也如有九人人三錢一一加之必始加爲六次加爲九爲十二爲十五爲十八爲二十一爲二十四爲二十七若以三九相乘爲二十七是以一代八矣要之三九二十七之呼始亦緣於加而得之加之省爲乘亦猶測量之有八綫諸表也設此九人者或出三或出四或出一二重叠縣異則必一一加之非乘法所能代矣加之反則減有積二十七以等給九人以三減之至於九次恰盡而後信其爲人三錢設二十六必以二減之至於九次不盡又遞減九次尤緐於加故用除除者視積數與乘法所呼者合否盡則已不盡更視所餘與乘法所呼者合否而遞盡之減者減去一倍除者除去欲減之數倍也然則除法不離於乘而乘法不外於加故明乎加減之理即明乎乘除之理

甲乘甲爲自乘以甲除之復得甲

甲加甲弟兩而齊耳甲乘甲則四而齊矣葢如其數以加一倍則左右數同如其數以加若干倍則不獨左右數同上下數亦同矣左右上下皆同故用以爲方田少廣之術甲乘甲方田也甲除甲之所自乘則少廣也合之爲開平方除（名見夏侯陽算經五除內）開方即自乘之還原也知自乘即知開方矣開方本即除法以其專用自乘故別標一術久之遂獨立於加減乘除之外向令開方在除之外詎自乘在乘之外乎且自乘而除（名見九章算經少廣章注）所用至廣凡兩數相當者均可以此用之如云有錢若干買物物價與物數等是以物乘價即自乘之數又如云有衆船不知數其載總粟若干分一船之粟於各船而本船餘其一（題見屈曾發九數通考）此亦船數與粟數等故亦以自乘開方法得之然學者知除法往往昧於開方者亦有故除法有實有法開方法有實無法若以圍棊三百六十一之積明告以每行十九爲法彼固游刃有餘也不知告之以開方不啻告之以法數有九每數相乘亦九每數中必有一自乘（如二一如一至二九一十八是數之二徧乘九數也內二二加四爲自乘）合九數之自乘亦止於九今告之實且告之法使除實

固必以法徧試九數以求合於實如有實五十四有法六必以六遞商至九而得之也今告之實且告之開方使得方亦弟於九數之自乘求合於實如有實三十六可於自乘中六乘六之數得之也同商於九數之中其理同其術同又何疑於開方之異於除也

一一如一　實一則法一

二二如四　實四則法二

三三如九　實九則法三

四四一十六　實一十六則法四

五五二十五　實二十五則法五

六六三十六　實三十六則法六

七七四十九　實四十九則法七

八八六十四　實六十四則法八

九九八十一　實八十一則法九

甲乙自乘為平方廉隅積以甲乙除之復得甲乙甲自乘乙自乘又甲乙互乘而倍之其數等

單數自乘為方兩數自乘亦為方惟乘有兩數則商有兩次三數則三次四數則四次開方法以積為實先商得數自乘與實相減減盡則無次商減餘為次商實倍初商為廉法商得數與倍法相乘為兩廉又自乘之為隅與實減

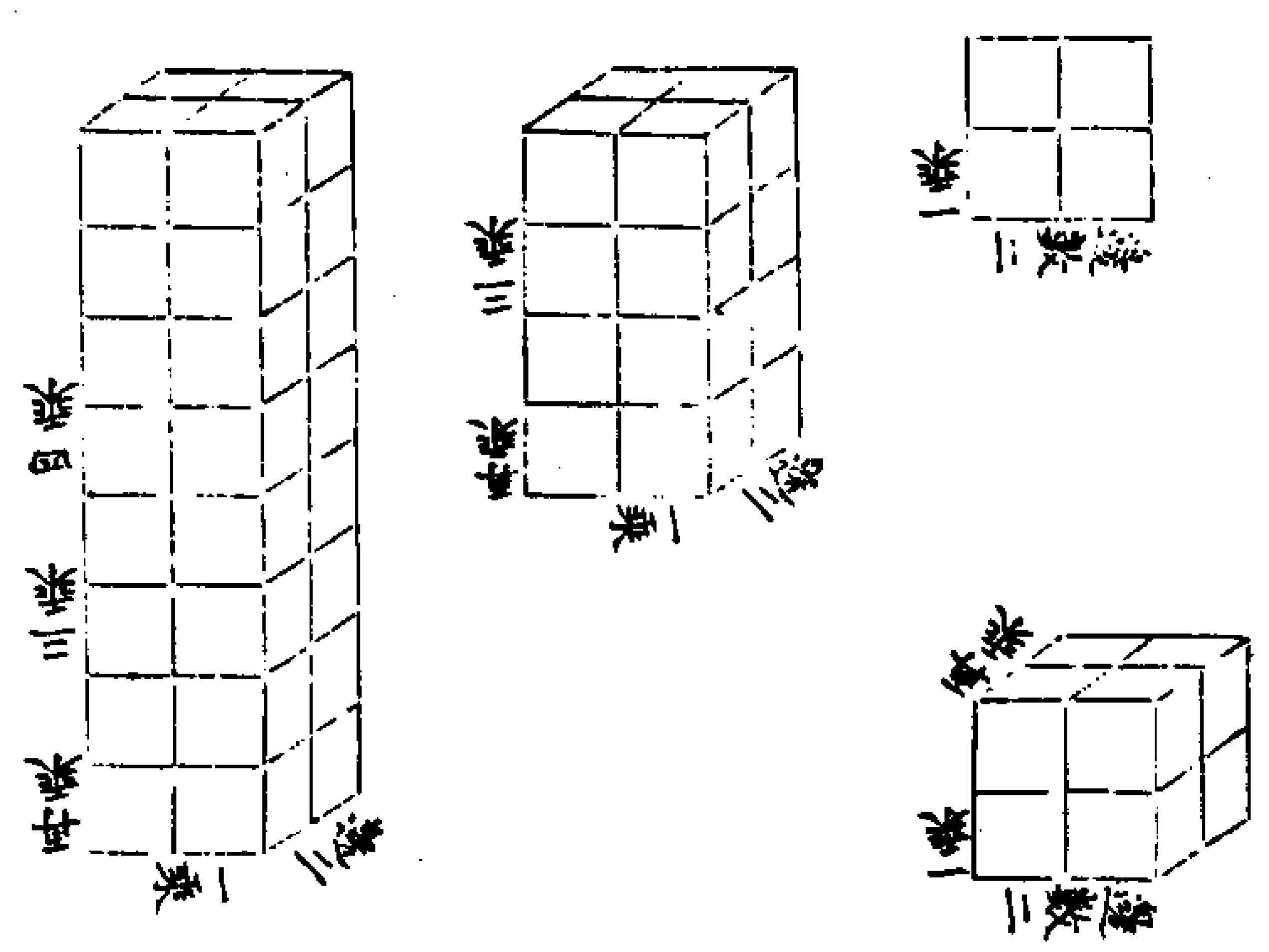
盡則止不盡又倍隅法合前為三商之廉法自九章算術及今之籌算筆算皆同循謂此省法也以廉隅之形作圖其理亦明然廉隅亦屬後設之名而究之即兩數相乘之數也今設兩數於此命貨殖者計以珠盤皆必四次乘之推之設三數於此則必九次乘之設四數於此則必十六次乘之惟籌算則省以邊求積如此則以積求邊何獨不如此若棋局積三百六十一方一十九以一十九自乘必呼曰一一如一即初商方數也一九如九一九如九即次商兩廉也九九八十一即隅數也凡兩數自乘其中兩乘數必等其

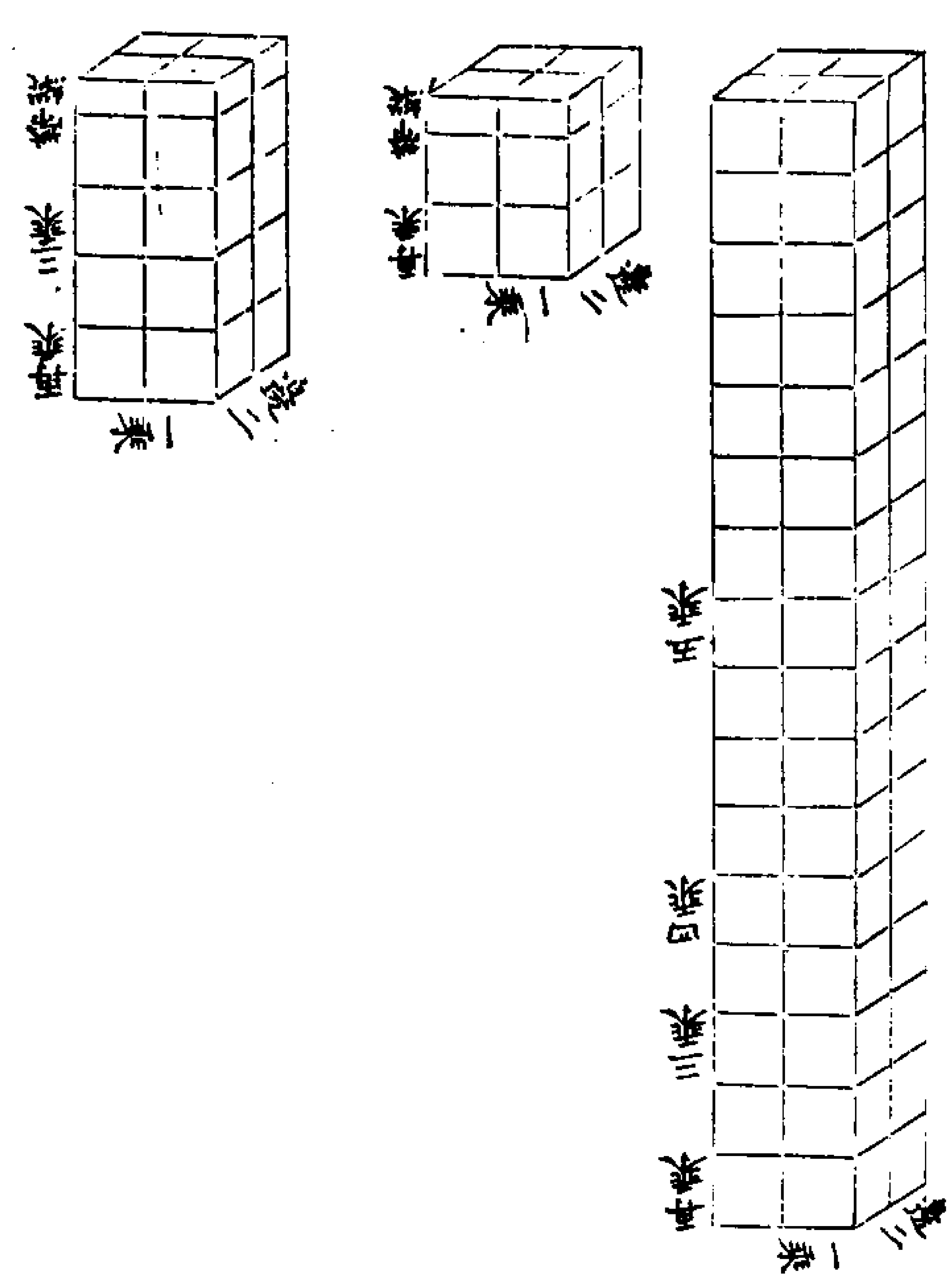
位必平列無論珠盤筆算籌算皆然其首尾必皆自乘一一如一九九八十一倍初商為廉以尾數為隅倍初商者省兩次乘為一次乘也不明廉隅求之乘法可矣

兩數自乘算法	兩數自乘列位	開方廉隅列位	開方廉隅算法
一一如一	○一	○一	一一如一
一九如九 中兩數必等列	○九 兩次乘	一次乘 一八	倍初商為法 二九一十八
一九如九 位必平	○九 乘		
九九八十一	八一	八一	九九八十一

以甲乘甲又以甲乘之為再乘以甲再除之仍得甲又以甲乘之為三乘以甲三次除之仍得甲

再乘卽立方也甲乘甲爲平方修廣皆等矣又以甲乘之則高與修廣皆等矣又以甲乘之則立方相累之數與立方之高修廣皆等矣是爲三乘方由三乘方而乘以甲則三乘方之累數亦如立方之高是爲四乘方矣由五乘方以上雖至十乘方百乘方均可類推三乘方之狀似於帶縱立方但帶縱立方出於異數相乘三乘方以上出於一數自乘異數相乘則縱成於較一數自乘則累如其根若帶縱立方更以一數乘之卽爲帶縱三乘方可知三乘方與帶縱立方之異矣



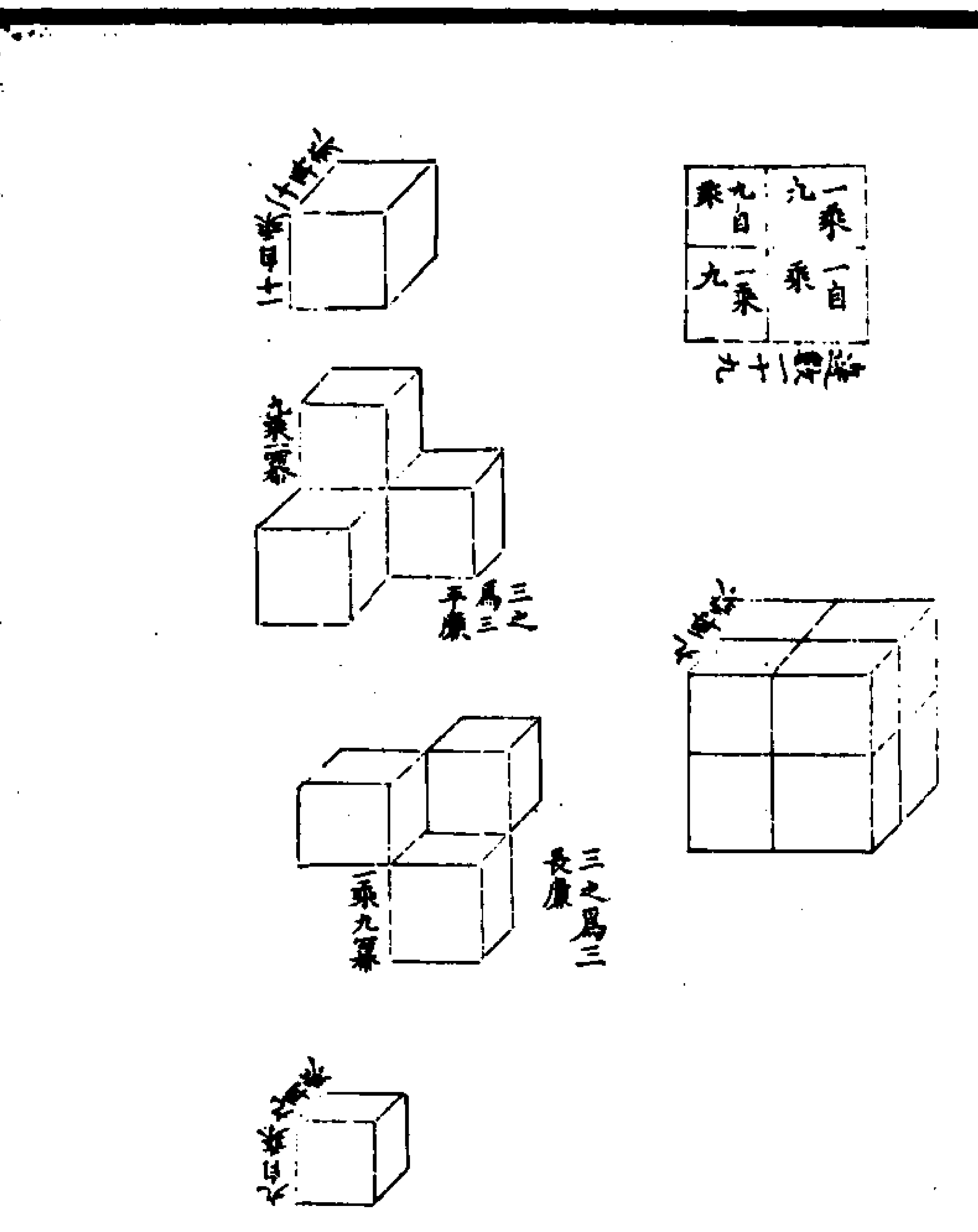


以甲乙自乘又以甲乙乘之爲再乘廉隅積以甲乙再除之復得甲乙以甲自乘再乘以乙自乘再乘又以乙乘甲冪以甲乘乙冪各三之其數等

甲乙自乘是甲自乘乙自乘甲乘乙乙乘甲也又以甲乙乘之是甲再乘乙再乘甲再乘乙乙再乘甲也甲再乘乙卽乙乘甲冪也同是乙甲甲累乘乙再乘甲卽甲乘乙冪也乘法先後相通故可合甲乙自乘而後累乘亦可分甲乙自乘而後互乘自邊求積與自積求邊各從其便數則一也甲乙自乘得數必有三位又以甲乙各三乘之是有六矣甲乙各自乘再乘其相

交之處亦共有六乙三百甲三百是甲乙與冪互乘亦有六
矣以甲乙各乘平方之積與甲乙互乘平方之積其
義一也以一九為根明之於左
先以一九自乘　次以一九乘三百六十一
一乘一　○一　一乘三　○三
一乘九　○九　一乘六　○六
一乘九　○九　一乘一　○一
九乘九　八一　九乘三　二七
九乘六　五四
九乘一　○九
右以一九自乘又以一九乘之共得六千八百五
十九

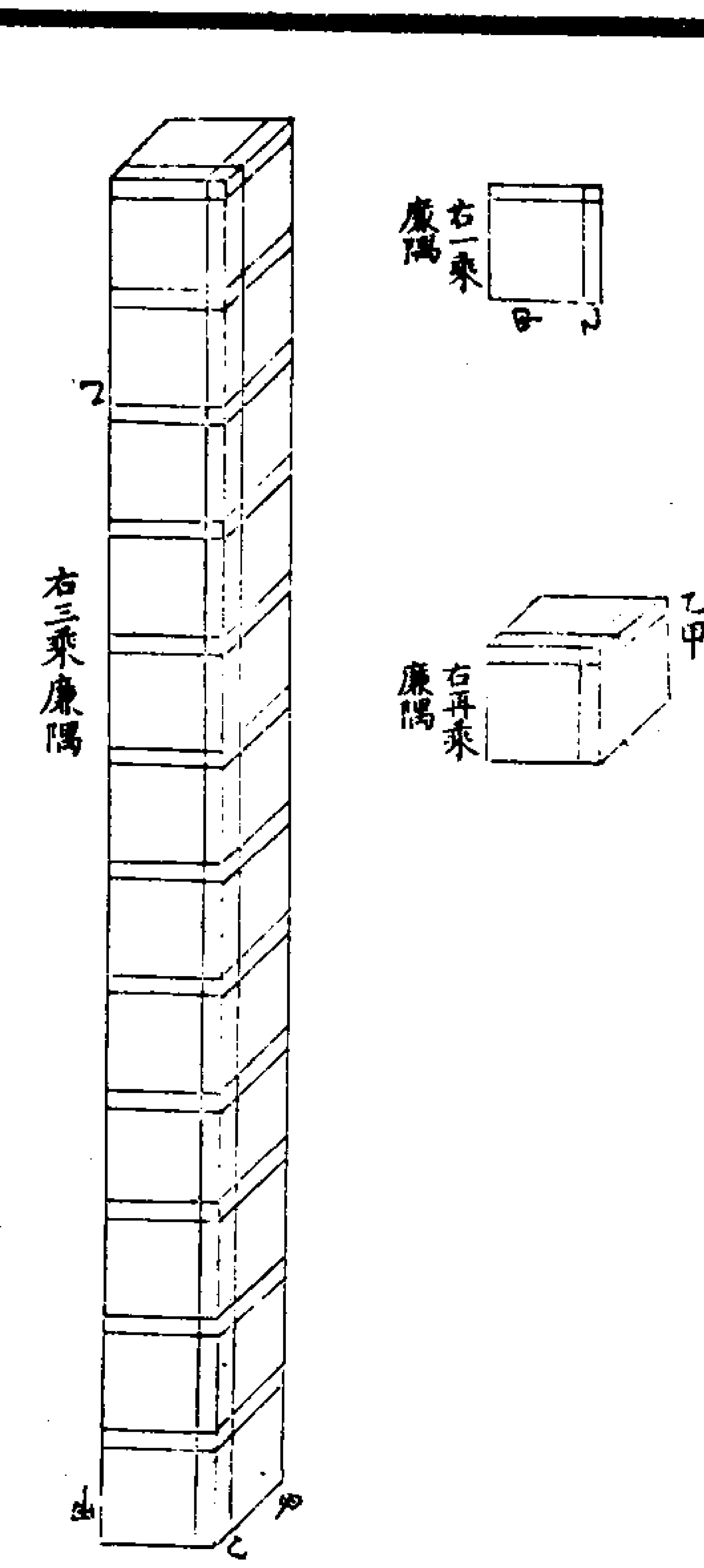
先以一九自乘再乘
一十自乘得冪一百　再乘得一千為初商方
九自乘得冪八十一　再乘得七百二十九為隅
次以一十乘九冪九乘一冪
一十乘八十一得八百一十　又三之得二千四百
三十為三長廉
九乘一百得九百　又三之得二千七百為三平廉
右以九一自乘再乘又以一乘九冪九乘一冪各
三之亦共得六千八百五十九

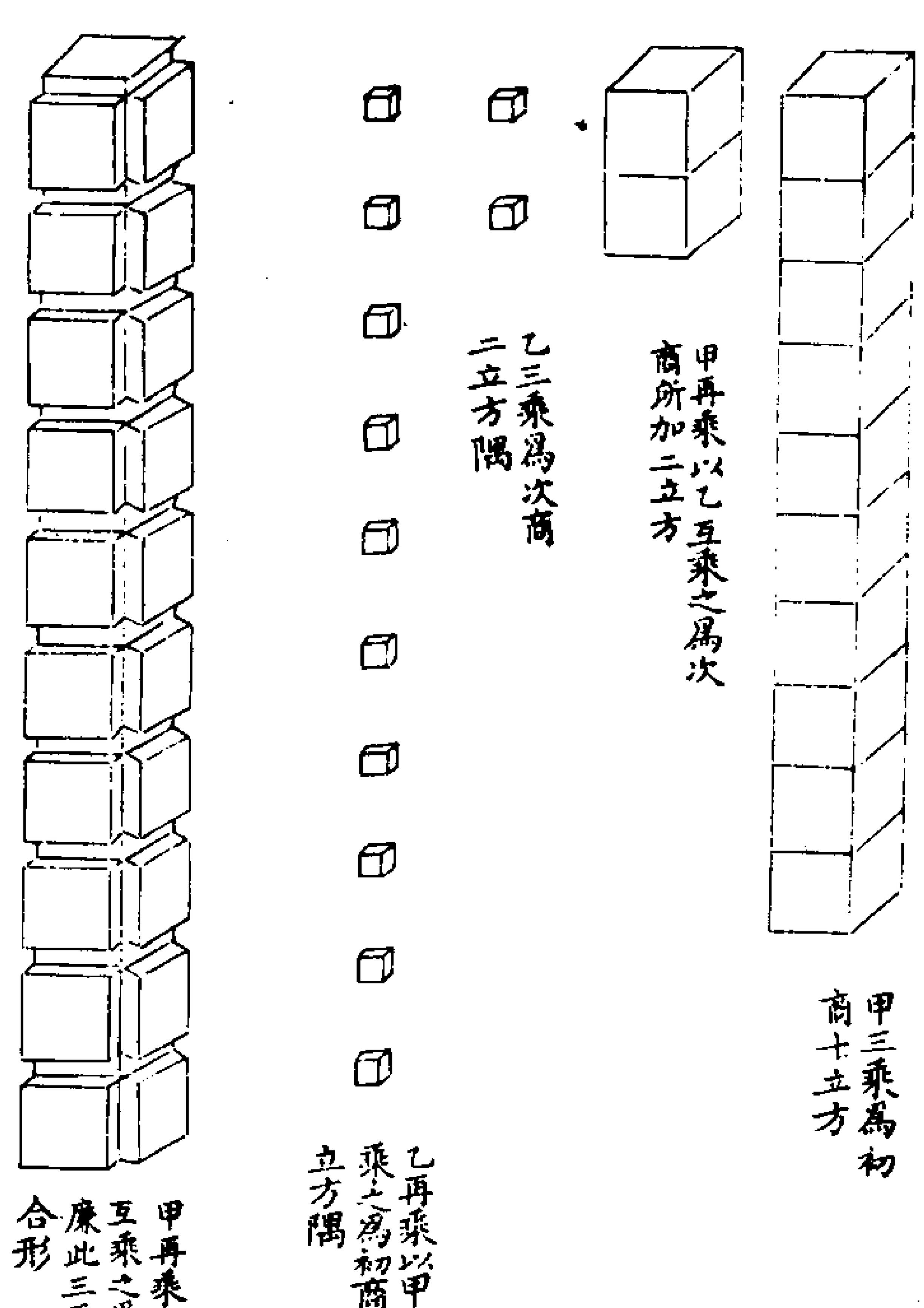


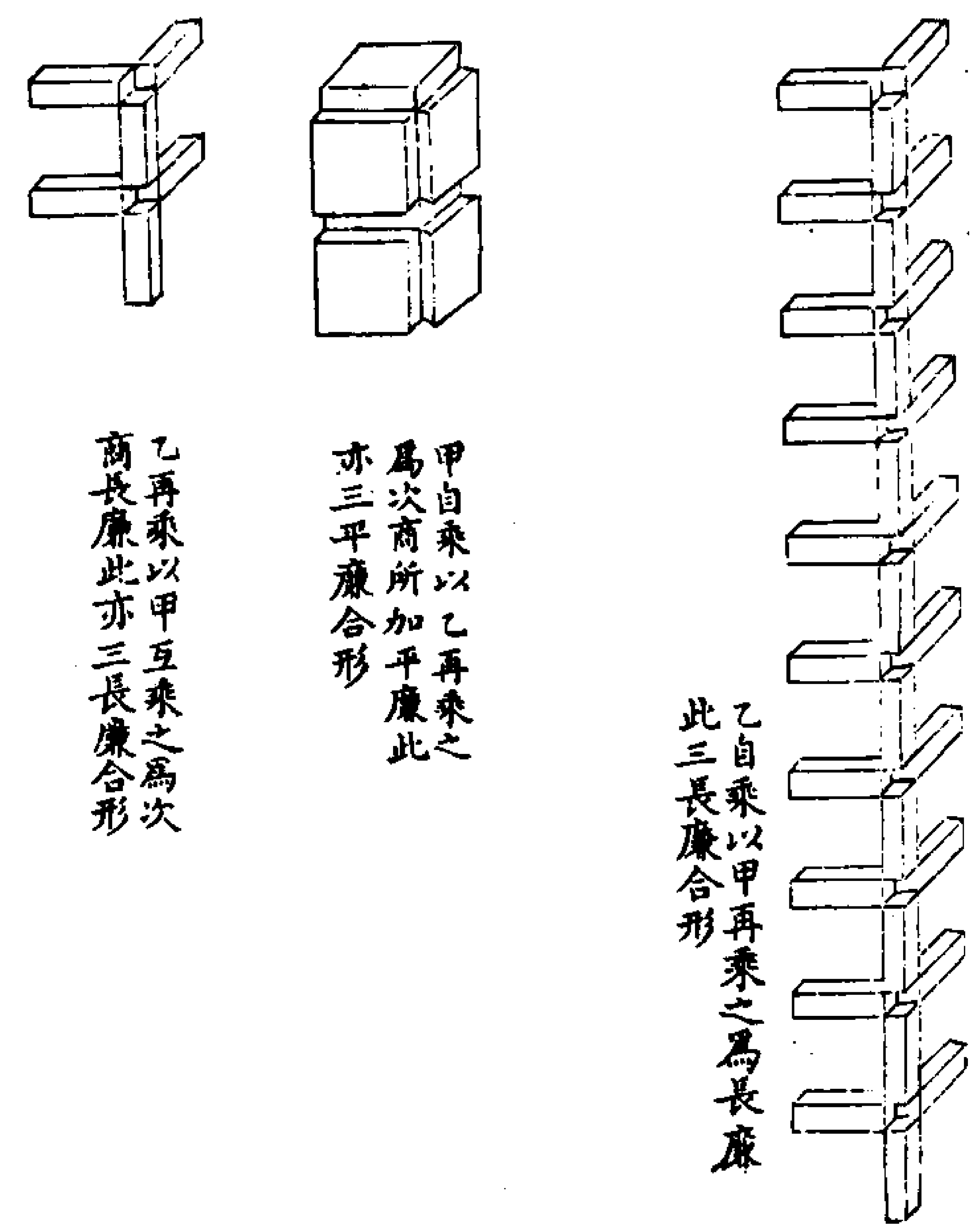
以甲乙自乘再乘又以甲乙乘之為三乘廉隅積以甲
乙三次除之復得甲乙以甲乙自乘又以自乘所得之
數自乘其數等以甲自乘再乘三乘又以乙乘之以乙
自乘再乘三乘又以甲乘之以乙乘甲冪而三之又以
甲乙分乘之以甲乘乙冪而三之又以甲乙分乘之其
數等以甲三乘以乙三乘以乙乘甲之再乘而四之以
甲乘乙之再乘而五之以甲自乘乘乙之自乘而六之以
其數等
三乘方以上廉法極緐梅勿菴作少廣拾遺言不可
以繪圖循嘗述為乘方釋例五卷專詳其法又擬為

乘方廉隅諸圖附之卷末然要而言之不外自乘之例而已平方以甲自乘爲方以乙自乘爲隅以甲乙互乘爲二廉葢兩數自乘必有互乘者二也立方以甲再乘爲方以乙再乘爲隅以甲乙互再乘爲六廉葢兩數再乘必有互乘者六也三乘方以甲三乘爲方以乙三乘爲隅然甲亦有隅乙亦有方故以甲乙互乘之而後方與隅乃各如其根數也乙乘甲冪而三甲乘乙冪而三此一立方之六廉各以甲乙乘之則所累之立方各有三平廉三長廉矣葢多一乘則多一互平方根與根互仍一乘也立方根與冪互仍

再乘也三乘方根與體互仍三乘也惟根與體互故不獨與平廉長廉之體互並與初商三乘之方次商三乘之隅互何也合方廉隅乃成立方體也若四乘方則根與三乘方體互五乘方則根與四乘方體互體之所分愈緐而算亦緐其實一言以蔽之曰互也先一乘得平方再乘平方積得立方三乘立方積得三乘方術之常也先自乘得方體隅體次互乘得諸平廉長廉術之變也以乙之方合甲之三平廉爲弟一廉之四率以乙之三平廉合甲之三長廉爲弟二廉之六率以乙之三長廉合甲之諸隅爲弟三廉之四率以數之同者相配術之巧也以根三乘即以冪自乘先以積求得平方之邊次以平方之邊爲積又求得平方之邊術之便也



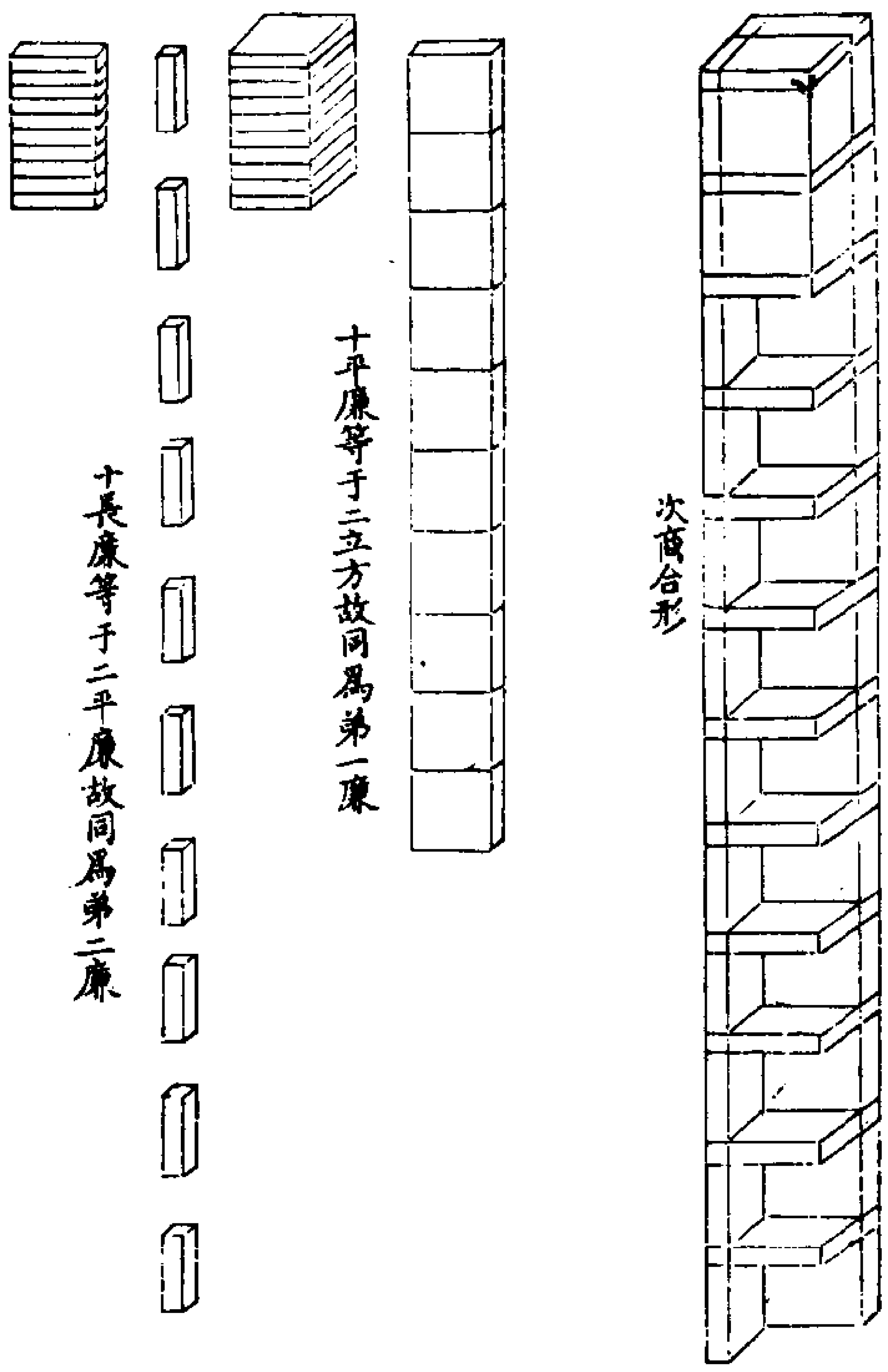




乙自乘以甲再乘之爲長廉此三長廉合形

甲自乘以乙再乘之爲次商所加平廉此亦三平廉合形

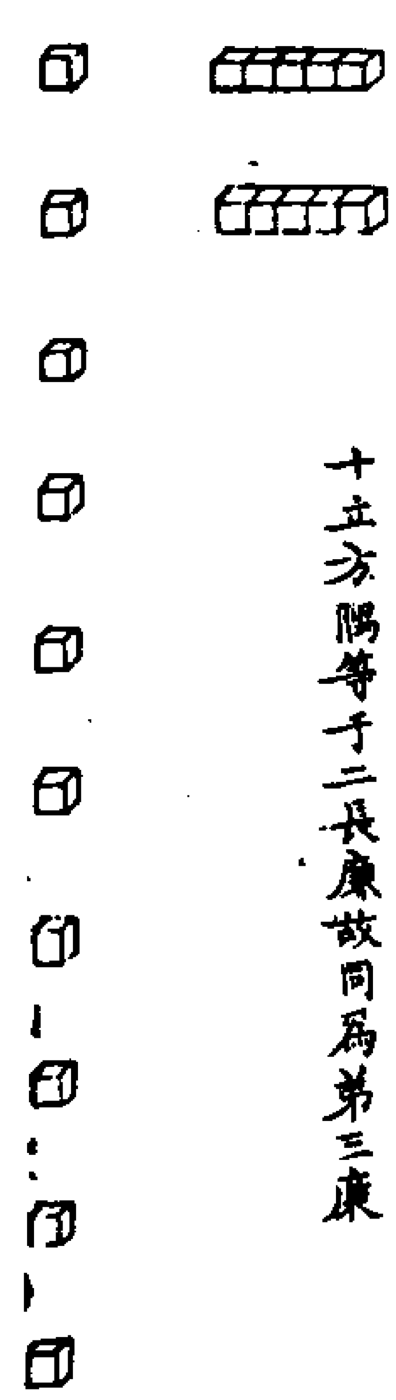
乙再乘以甲互乘之爲次商長廉此亦三長廉合形



次商合形

十平廉等于三立方故同爲第一廉

十長廉等于二平廉故同爲第二廉



十立方隅等于二長廉故同爲第三廉

梅勿菴少廣拾遺云三乘方以上知之者蓋已尠又云西鏡錄演其圖爲十乘方而舉數僅詳平立三乘一式而已循謂乘方之法自三乘而定四乘以上皆如三乘而已其一數自乘者止以本數疊疊乘之無庸解說惟根有兩數斯有互法蓋兩數每數自乘爲

方又必互乘爲兩縱方以補其左右此一乘方也兩數每數再乘爲立方立方必三面相補故各互乘者三以二乘方視一乘方之法有異宜更詳之者也兩數每數三乘爲三乘方其廉即立方之廉而無所更惟方隅各如兩數所乘而諸平廉長廉亦不得不各如兩數所乘故無論爲甲再乘之方爲乙再乘之方卽隅爲甲乙互乘再乘之三長廉三平廉皆一一以甲乙乘之此三乘方視再乘方之法又有異亦宜更詳之者也若四乘方以上則仍此三乘方以甲乙遞加乘之耳

乘方表

一乘方	再乘方	三乘方	四乘方
甲自乘爲方	又以甲乘之	又以甲乘之以乙互乘之	又以甲乘之以乙互乘之
乙自乘爲方算書皆謂之爲隅其實根有兩數自然有兩自乘之方	又以乙乘之	又以乙乘之以甲互乘之	又以乙乘之以甲互乘之
甲乘乙爲縱方	又以甲乘之而三之爲平廉	又以甲乘之以乙互乘之	又以甲乘之以乙互乘之
乙乘甲爲縱方	又以乙乘之而三之爲長廉一乘之廉已屬互乘此直以甲乙再乘之以爲廉耳但方隅各有三廉相錯故必三之也	又以乙乘之以甲互乘之立方三平廉三長廉已定三乘方但累立方以爲形故止多一乘一互耳	又以乙乘之以甲互乘之自四乘以上雖至百乘不過多一乘一互故表四乘而止可例其餘也

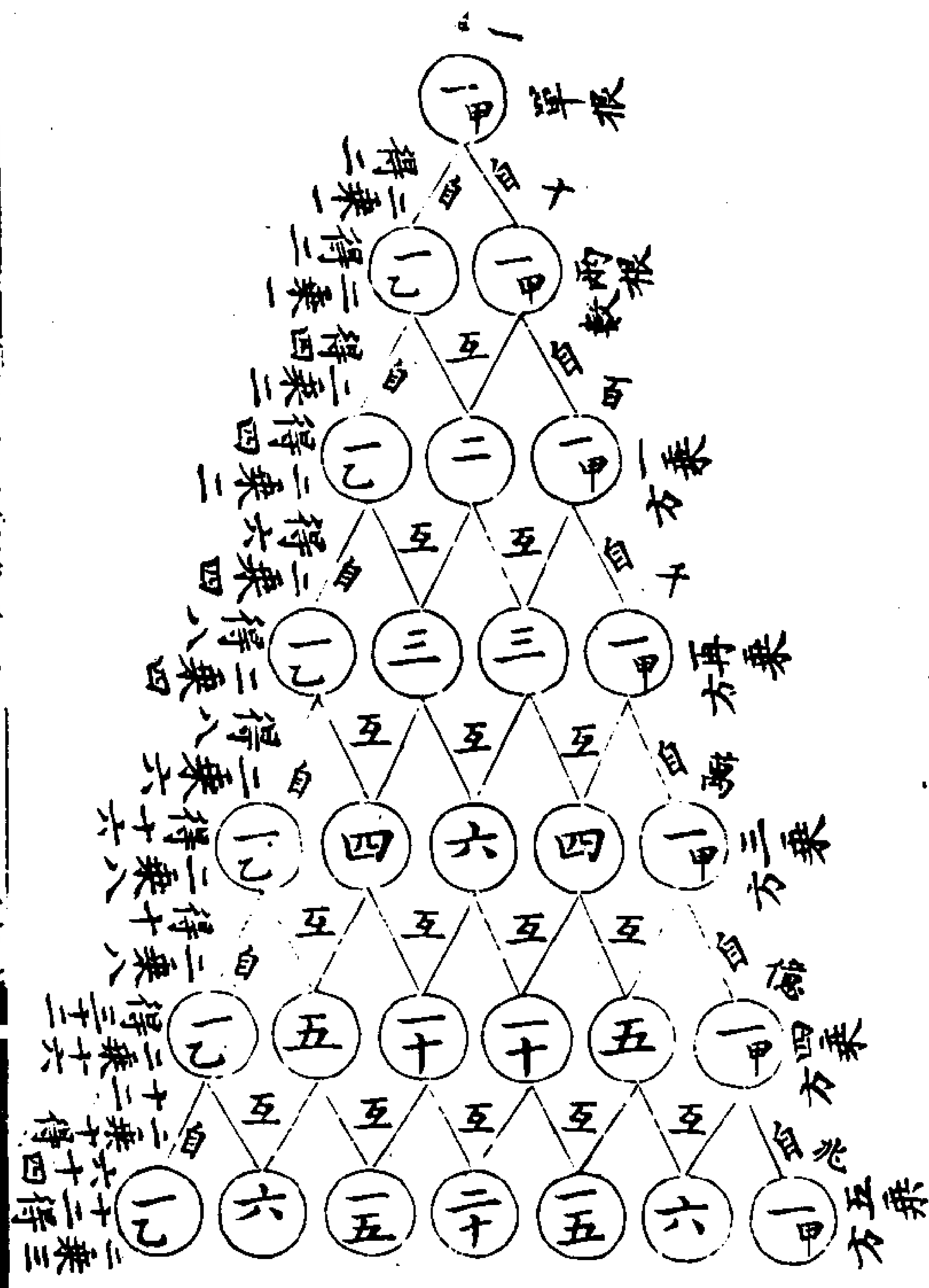
問者曰子以三乘方爲原於自乘之相互而古有廉率本原圖則每乘之廉皆出自然子以爲巧術相配何也余曰所謂術之常者以方名三乘自由一乘而二乘由二乘而三乘此乘法之自然者也然此由平方而增至三乘方若先以甲乙各自乘再乘爲大小兩立方互補以成一立方又由大小各幾立方互補各爲一立方因相累而成三乘方此法雖變而亦自然者也然此由立方而增至三乘方若竟以甲乙各三乘爲大小兩三乘方互補以成一三乘方則竟以甲之平廉從乎乙之甲方以乙之長廉從乎甲之乙方以甲之長廉從乎乙之平廉圖見前於是廉之等有三而廉之率有十四立法精巧而亦自然者也要之其數皆加一倍其廉數即是乘數其由平方積數而遞乘也以兩數自乘爲四數兩數如九九四數如九九乘九九爲九八□一又如一一爲兩數一一乘一一得□一二一爲四數兩數以兩位言四數以四位言下放此以兩數乘四數得六數合兩數爲八數如九九兩數乘九八□一得九七□二□九又如一一兩數乘□一二一得□□一三三一皆六位凡空處以□記之無數而有位以兩數乘六數得八數如九九兩數乘九七□二□九得九六□五□六九一爲八位合兩兩數及四數爲十六數兩兩數一爲根一爲立方所合四數爲平方以兩數乘八數得十數如九九兩數乘九六□五□六九一得九五□九□一八四□

九爲十位合兩兩數四數三乘方所合及兩數立方所合四數一乘方八數再乘方得三十二數爲四乘方以兩數乘十數得十二數如九九兩數乘九五口九口一八四得九四一三九二八二一六爲十二位合兩兩數四數兩數四數八數四乘方所合又合兩兩數四數二乘方所合及兩數再乘方所合四數一乘方八數再乘方十六數三乘方爲六十四數爲五乘方所以必合之而後倍者積因累乘而漸得故仍必積累而合之而後得其廉數也其由平方之累而遞增也兩數偏乘兩數爲四率兩平方兩縱方兩數偏乘四率爲八大小兩立方三平廉三長廉兩數偏乘八率爲十六初商大小兩三乘方三平廉三長廉次商大小兩三乘方三平廉三長廉共得十六率

兩數偏乘十六率爲三十二初商大小兩四乘方三平廉三長廉次商大小兩四乘方三平廉三長廉初商所加大小兩三乘方三平廉三長廉次商所加大小兩三乘方三平廉三長廉共得三十二率兩數偏乘三十二率爲六十四初商大小兩五乘方三平廉三長廉次商大小兩五乘方三平廉三長廉初商所加大小兩四乘方三平廉三長廉次商所加大小兩四乘方三平廉三長廉初商所加大小兩三乘方三平廉三長廉次商所加大小兩三乘方三平廉三長廉初商所加四乘方加大小兩三乘方三平廉三長廉次商所加四乘方加大小兩三乘方三平廉三長廉共六十四求得之率即加一倍不必復合前數者率隨乘而化也其方與廉相配而遞乘也一乘之甲方與兩廉之乙互乘其數等用爲三平廉乙方與兩廉之甲互乘其數等用爲三長廉合甲乙各再乘方其

數亦八再乘之甲方與三平廉之乙互乘其數等用爲弟一廉之四率乙方與三長廉之甲互乘其數等用爲弟三廉之四率三平廉之甲與三長廉之乙互乘其數等用爲弟二廉之六率合甲乙各三乘方其數亦一十六三乘方之甲方與弟一廉之乙互乘其數等用爲四乘方弟一廉之五率乙方與弟三廉之甲互乘其數等用爲弟四廉之五率弟一廉之乙與弟二廉之甲互乘其數等用爲四乘方弟二廉之十率弟三廉之甲與弟二廉之乙互乘其數等用爲四乘方弟三廉之十率合甲乙各四乘方其數亦三十

二四乘方之甲方與弟一廉之乙互乘其數等用爲五乘方弟一廉之六率乙方與弟四廉之甲互乘其數等用爲五乘方弟五廉之六率弟一廉之乙與弟二廉之甲互乘其數等用爲五乘方弟二廉之一十五率弟四廉之甲與弟三廉之乙互乘其數等用爲五乘方弟四廉之一十五率弟二廉之甲與弟三廉之乙互乘其數等用爲五乘方弟三廉之二十率合甲乙各五乘方其數亦六十四法有不同而爲加倍之數無異本原之圖實包諸法也



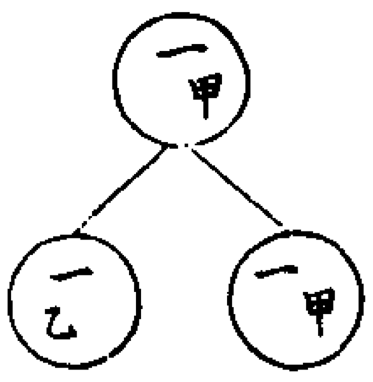
右古開方本原圖也梅勿菴謂其僅及五乘廣至八乘方又去兩畔之單數爲廉率立成循謂此圖義蘊精深非算法統宗等書所能擬解者有所未盡也正視之自根而方而體爲諸乘方遞增之等斜視之自單數以至兆數爲諸乘方列位之等橫視之自甲方以至乙方爲諸乘方廉隅之數平視其圜內之數合一二一爲四合一三三一爲八合一四六四一爲十六合一五十十五一爲三十二合一六十五二十十五六一爲六十四卽甲乙偏乘之率余所謂術之變也分察其數外之圜或二共一圜或三共一圜或四

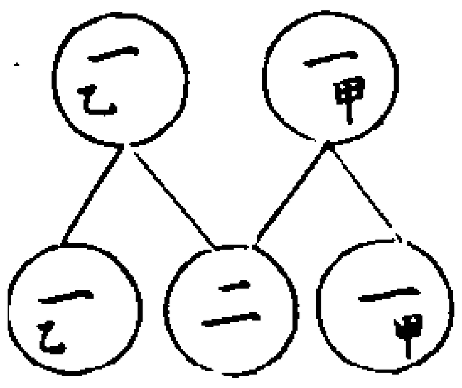
共一圜或五共一圜或六或十或十五或二十各共一圜卽互乘相配之數余所謂術之巧也縷計其相繫之綫由二而四而六而八而十而十二卽由平方遞乘之等余所謂數之常也以兩數遞乘自得倍數緣互乘數等因相配而四配爲三八配爲四十六配爲五三十二配爲六六十四配爲七於是二自乘位爲四者適絡於二三之間二乘四位爲六者適絡於三四之間二乘六位爲八者適絡於四五之間二乘八位爲十者適絡於五六之間二乘十爲十二者適絡於六七之間由此觀之余所舉諸法之不同皆不出此圖之範圍終於五乘者取卦終於六十四之義解者以左爲積數已非以一爲本積亦非知解者非能爲圖者也更析以明之

一

此單數自一至九凡舉一數者其乘皆無廉隅如黃鍾之律以三自乘至十乘得十七萬七千一百四十七皆單數皆乘得一方舊說以爲本數梅勿菴解本數爲大方不知此單數之根尚未乘何得有方

單數無互乘，故無廉率。然爲一二三之自乘也，則甲仍得甲。三三如九九仍單數若四五六七八九之自乘，則乙必得甲乙。四四一十六一六爲兩數有甲乙兩數，而諸廉之法乃立。





甲自乘爲甲方

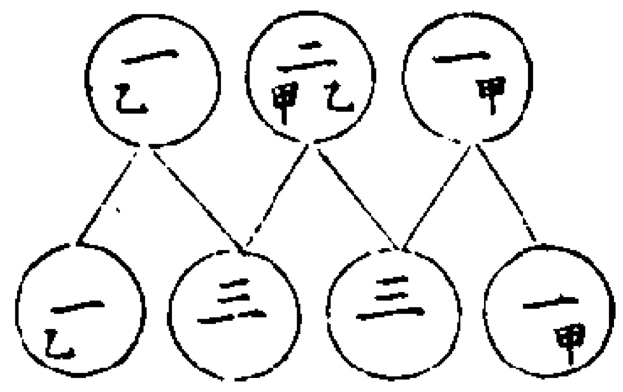
甲乘乙爲廉

乙乘甲爲廉

乙自乘爲乙方

二廉數等故同一圈下凡同圈者放此

右一乘方，甲乘乙猶乙乘甲。二乘三爲五三乘二亦五



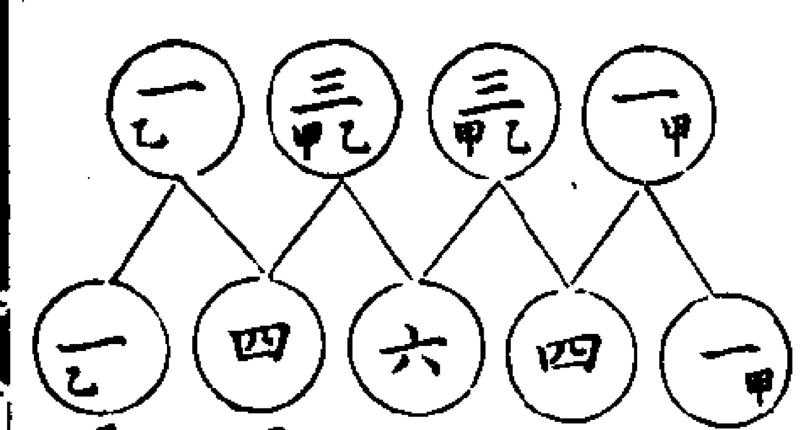
甲再乘爲甲立方

甲自乘又以乙乘之爲三平廉

乙自乘又以甲乘之爲三長廉

乙再乘爲乙立方

右再乘方，甲乘甲，又以乙乘之，猶甲乘乙，又以甲乘之。一之甲方本是甲乘甲又與二廉之乙相乘是又以乙乘之也二廉之乙以甲方乘之是不啻既以甲乘又以甲乘也其義詳見於後乙乘乙，又以甲乘之，猶乙乘甲，又以乙乘之。一之乙方本是乙乘乙又與二廉之甲相乘是又以甲乘之也二廉之甲以乙方乘之是不啻既以乙乘又以乙乘也平方廉有二，每廉半甲半乙，是爲兩甲兩乙。以兩甲與一乙互乘，故得長廉有三；以兩乙與一甲互乘，故得平廉有三。



甲三乘爲甲三乘方

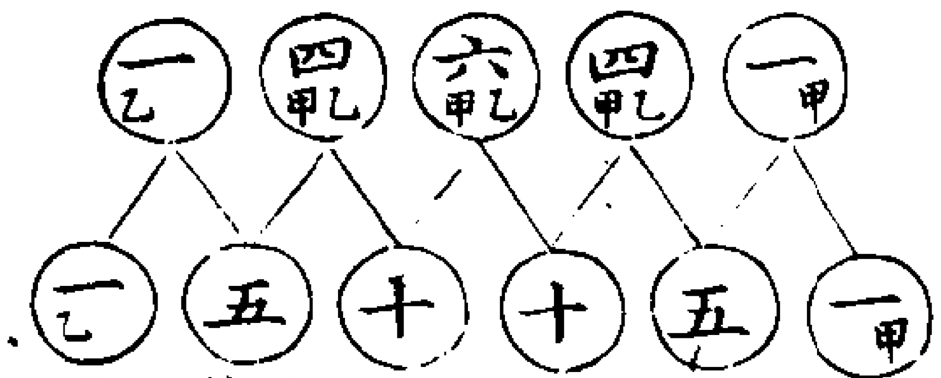
三平廉以初商根甲乘之初商立方以次商根乙乘之其數皆等爲第一廉

三平廉以乙乘之三長廉以甲乘之其數皆等爲第二廉

三長廉以乙乘之次商隅以甲乘之其數皆等爲第三廉

乙三乘爲乙三乘方

右三乘方，甲乘甲二次，乙乘一次，爲次商所加之立方平廉。本甲乘甲一次，乙乘一次，又以甲乘之，爲甲數諸立方之平廉，亦甲乘二次，乙乘二次也。故弟一廉有四。平廉三所加立方一乙乘乙二次，甲乘一次，爲甲數諸立方之隅。長廉本乙乘乙一次，甲乘一次，又以乙乘之，爲次商所加立方之長廉，亦乙乘二次，甲乘一次也。故弟三廉有四。初商立方之隅一次商所加長廉三乙乘乙一次，甲乘二次，爲甲數諸立方之長廉；甲乘甲一次，乙乘二次，爲乙數諸立方之平廉，皆甲甲乙乙之累乘也。故弟二廉有六。長廉三所加平廉三



甲四乘爲初商四乘方

初商三平廉次商所加四乘方初商所加三乘方其數等爲第一廉

初商三長廉次商所加三乘方次商所加三乘方三平廉初商所加三乘方三平廉其數等爲弟二廉

初商隅次商所加四乘方三長廉初商所加三乘方三長廉次商所加三乘方三平廉其數等爲弟三廉

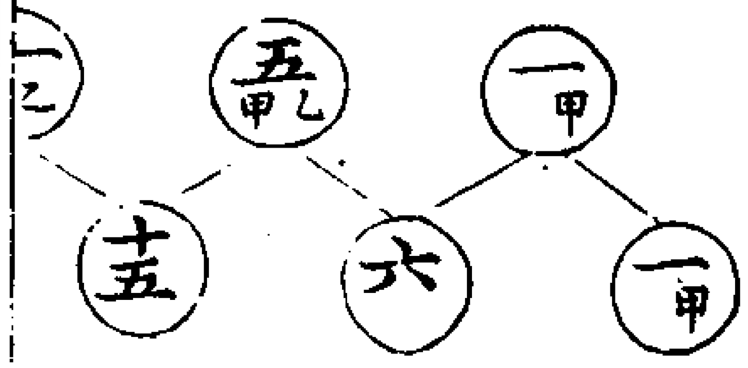
次商四乘方隅初商所加三乘方隅次商所加三乘方三長廉其數等爲弟四廉

乙四乘爲次商四乘方

右四乘方不獨初商之四乘方因次商而加而初商四乘方所累之三乘方亦必因次商之根而各加三

乘方也三乘方以乙乘之以次商所加四乘方乃以乙乘三乘方所得三平廉以甲再乘之甲一乘之爲三乘方平廉再乘之爲四乘方平廉皆四甲一乙累乘之數以乙乘立方加於各三乘方立方三甲累乘也各三乘方累數視乎甲各加之又一甲也是亦四甲一乙累乘矣故弟一廉之率有五抑不獨初商所累之三乘方因次商而加而所加四乘方所累之三乘方亦必因次商之根而各加三乘方也以乙乘立方各加於三乘方又以乙乘之初商三長廉以甲再乘之皆三甲兩乙累乘之數所加四乘方之三平廉平廉二甲一乙三乘之數甲所加四乘之數乙亦合爲三甲兩乙初商所加三乘方之三平廉平廉二甲一乙三乘之數乙初商三乘方之累數甲亦三甲兩乙故弟二廉之率十初商之隅爲三乙二甲累乘之數所加四乘方之三長廉初商所加三乘方之三長廉長廉二乙一甲所累乘所加四乘方屬乙而所累三乘方屬甲初商所累之三乘方屬甲而三乘方所加之立方屬乙亦三乙二甲次商所加三乘方之三平廉平廉二甲一乙次商屬乙所加三乘方亦屬乙凡云所加皆屬乙是亦三乙二甲也故弟三廉之率有十隅三乙所加乙初商三乘方甲則所加四乘

方隅初商三乘方隅皆四乙一甲矣長廉二乙一甲次商所加三乘方爲二乙合之亦四乙一甲故弟四廉之率五

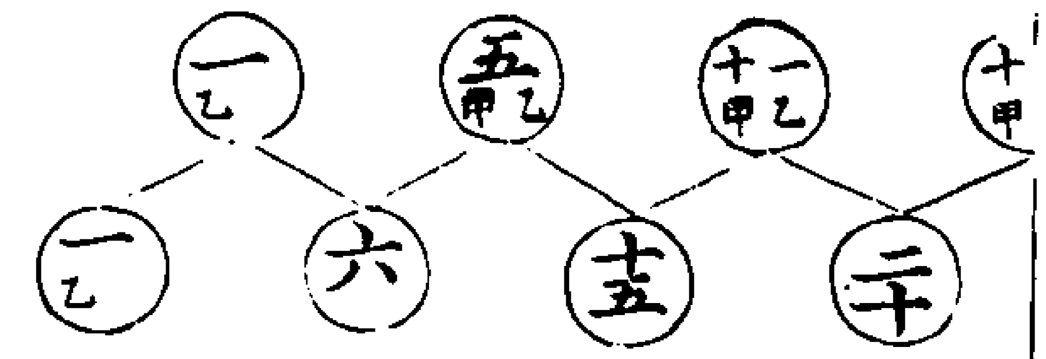


甲五乘爲初商五乘方

次商加四乘方初商每四乘方加三乘方初商每三乘方加立方

初商三平廉

初商每四乘方所加三乘方每加立方所加四乘方每加三乘方所加四乘方每三乘方加立方初商三長廉所加四乘方三平廉初商每四乘方所加三乘方三平廉初商每三乘方所加立方三平廉



所加四乘方所加三乘方每加立方初商隅所加四乘方三長廉初商每四乘方所加三乘方三長廉初商每三乘方所加立方三長廉初商每四乘方所加三乘方所加立方三平廉所加四乘方所加三乘方三平廉所加四乘方每三乘方所加立方三平廉所加四乘方隅初商每四乘方所加三乘方隅初商每四乘方每三乘方所加立方隅初商每四乘方所加三乘方所加立方三長廉所加四乘方所加三乘方三長廉所加四乘方每三乘方所加立方三長廉所加四乘方所加三乘方所加立方三平廉初商每四乘方所加三乘方所加立方隅所加四乘方所加三乘方隅所加四乘方每三乘方所加立方隅所加四乘方所加三乘方所加立方三長廉

乙五乘爲次商五乘方

右五乘方初商四乘積與五乘方共冪等次商根與

次商所加數等與平廉厚數亦等故以初商四乘積乘次商根爲弟一廉之率六如根二十以四乘之積三百二十萬五乘之冪亦三百二十萬如次商五則每四乘方加五个三乘方四乘方二十則三乘方加一百每四乘方爲三乘方二十每三乘方加五个立方合二千个立方二千个立方即一百个三乘方一百个三乘方即五个四乘方故合之爲弟一廉初商三乘積與四乘方冪等與五乘方綫數等五乘方之立方有千則綫積一萬次商平冪與次根乘兩次等故以初商三乘積乘次商平冪爲弟二廉之率十五次根五冪二十五乘初商三乘積十六萬爲四百萬四乘方之冪積十六萬以次根乘之八十萬又以所加之數乘之亦爲四百萬初商立積與三乘方冪等與四乘方綫積等與五乘方立方累數等次商立積即立方隅

與次根乘三次等故以初商立積乘次商立積爲弟三廉之率二十初商平冪與三乘方綫積等與四乘方之立方累數等次商三乘積與次根乘四次等與次冪乘一次次根乘兩次等與次冪乘兩次等與次根次立積各乘一次等故以初商平冪乘次商三乘積爲弟四廉之率十五初商根與三乘方之立方累數等次商四乘積與次根乘五次等與次根乘三次次冪乘一次次根乘兩次等與次立積乘一次次根乘兩次等故以初商根乘次商四乘積爲弟五廉之率六自此推至十二乘方其理可見其率似緐其理實自然而無

牽致試更以甲乙表之於左

甲	單根方	
甲甲	一乘方	此爲自乘
甲乙	平方廉一	此爲相乘詳見卷三
乙甲	平方廉二	
乙乙	平方隅	
甲甲甲	再乘方	
甲甲乙	平廉一	此爲連乘詳見卷三
甲乙甲	平廉二	
乙甲甲	平廉三	

甲乙乙長廉一
乙甲乙長廉二
乙乙甲長廉三
乙乙乙再乘方隅
甲甲甲甲三乘方
甲甲甲乙第一廉之一 四數以上凡甲乙雜相乘者皆連乘
甲甲乙甲第一廉之二
甲乙甲甲第一廉之三
乙甲甲甲第一廉之四
甲甲乙乙第二廉之一

甲乙乙甲第二廉之二
甲乙甲乙第二廉之三
乙甲乙甲第二廉之四
乙甲甲乙第二廉之五
乙乙甲甲第二廉之六
甲乙乙乙第三廉之一
乙甲乙乙第三廉之二
乙乙甲乙第三廉之三
乙乙乙甲第三廉之四
乙乙乙乙三乘方隅

甲甲甲甲甲四乘方
甲甲甲甲乙第一廉之一
甲甲甲乙甲第一廉之二
甲甲乙甲甲第一廉之三
甲乙甲甲甲第一廉之四
乙甲甲甲甲第一廉之五
甲甲甲乙乙第二廉之一
甲甲乙乙甲第二廉之二
甲乙乙甲甲第二廉之三
乙乙甲甲甲第二廉之四

甲乙甲乙甲第二廉之五
甲甲乙甲乙第二廉之六
甲乙甲甲乙第二廉之七
乙甲乙甲甲第二廉之八
乙甲甲乙甲第二廉之九
乙甲甲甲乙第二廉之十
甲甲乙乙乙第三廉之一
甲乙乙乙甲第三廉之二
乙乙乙甲甲第三廉之三
甲乙甲乙乙第三廉之四

甲乙乙甲乙弟三廉之五
甲乙乙乙甲弟三廉之六
乙甲乙甲乙弟三廉之七
乙甲乙乙甲弟三廉之八
乙甲甲乙乙弟三廉之九
乙乙甲甲乙弟三廉之十
甲乙乙乙乙弟四廉之一
乙甲乙乙乙弟四廉之二
乙乙甲乙乙弟四廉之三
乙乙乙甲乙弟四廉之四

乙乙乙乙甲弟四廉之五
乙乙乙乙乙四乘方隅
甲甲甲甲甲甲五乘方
甲甲甲甲甲乙弟一廉之一
甲甲甲甲乙甲弟一廉之二
甲甲甲乙甲甲弟一廉之三
甲甲乙甲甲甲弟一廉之四
甲乙甲甲甲甲弟一廉之五
乙甲甲甲甲甲弟一廉之六
甲甲甲甲乙乙弟二廉之一

甲甲甲乙乙甲弟二廉之二
甲甲乙乙甲甲弟二廉之三
甲乙乙甲甲甲弟二廉之四
乙乙甲甲甲甲弟二廉之五
甲甲甲乙甲乙弟二廉之六
甲甲乙甲甲乙弟二廉之七
甲乙甲甲甲乙弟二廉之八
乙甲甲甲甲乙弟二廉之九
甲甲乙甲乙甲弟二廉之十
甲乙甲甲乙甲弟二廉之十一

乙甲甲甲乙甲弟二廉之十二
甲乙甲乙甲甲弟二廉之十三
乙甲甲乙甲甲弟二廉之十四
乙甲乙甲甲甲弟二廉之十五
甲甲甲乙乙乙弟三廉之一
甲甲乙乙乙甲弟三廉之二
甲乙乙乙甲甲弟三廉之三
乙乙乙甲甲甲弟三廉之四
甲甲乙乙甲乙弟三廉之五
甲乙乙甲甲乙弟三廉之六

乙乙甲甲甲乙　第三廉之七
甲乙乙甲乙甲　第三廉之八
乙乙甲甲乙甲　第三廉之九
乙乙甲乙甲甲　第三廉之十
甲乙甲甲乙乙　第三廉之十一
乙甲甲甲乙乙　第三廉之十二
甲乙甲乙乙甲　第三廉之十三
乙甲甲乙乙甲　第三廉之十四
甲甲乙甲乙乙　第三廉之十五
甲乙甲乙甲乙　第三廉之十六

乙甲甲乙甲乙　第三廉之十七
乙甲乙乙甲甲　第三廉之十八
乙甲乙甲甲乙　第三廉之十九
乙甲乙甲乙甲　第三廉之二十
甲甲乙乙乙乙　第四廉之一
甲乙乙乙乙甲　第四廉之二
乙乙乙乙甲甲　第四廉之三
甲乙乙乙甲乙　第四廉之四
乙乙乙甲甲乙　第四廉之五
甲乙乙甲乙乙　第四廉之六

乙乙甲甲乙乙　第四廉之七
甲乙甲乙乙乙　第四廉之八
乙甲甲乙乙乙　第四廉之九
乙乙甲乙乙甲　第四廉之十
乙乙乙甲乙甲　第四廉之十一
乙甲乙甲乙乙　第四廉之十二
乙乙甲乙甲乙　第四廉之十三
乙甲乙乙甲乙　第四廉之十四
乙甲乙乙乙甲　第四廉之十五
甲乙乙乙乙乙　第五廉之一

乙甲乙乙乙乙　第五廉之二
乙乙甲乙乙乙　第五廉之三
乙乙乙甲乙乙　第五廉之四
乙乙乙乙甲乙　第五廉之五
乙乙乙乙乙甲　第五廉之六
乙乙乙乙乙乙　五乘方隅

加減乘除釋卷三

江都焦循學

以甲乘乙或以乙乘甲爲相乘以乙除之得甲以甲除之得乙

相乘兩數不同之乘也所得卽從方形方田術云廣十五步從十六步廣從步數相乘得積步里田術云廣二里從三里廣從里數相乘得積里是也合分術云母互乘子并以爲實母相乘爲法乘分術云母相乘爲法子相乘爲實蓋數不同而等級同也帶從開方之法從示以從故必先得廣數自乘然後與從乘

得如積也從方所示之從從之差非從之全於從之全減去廣數卽餘從之差所示惟差斯多一乘也劉氏注方田術相乘得積步云此積謂田冪凡廣從相乘謂之冪李淳風以冪是方面單布之名積乃衆數聚居之稱斥注爲乖循謂廣從相乘爲冪而經不言冪言積故注云此積謂田冪謂之云者不專於是之稱也劉氏未嘗以積訓冪李斥之非矣

三數相乘爲連乘或先以乙乘甲連以丙乘之或先以丙乘乙連以甲乘之或先以甲乘丙連以乙乘之其得數皆等以甲除之得乙丙相乘之數以乙除之得甲丙相乘之數以丙除之得甲乙相乘之數任以一數除之皆盡若以甲乘乙以乙乘丙以丙乘甲并之任以三數除之皆不盡

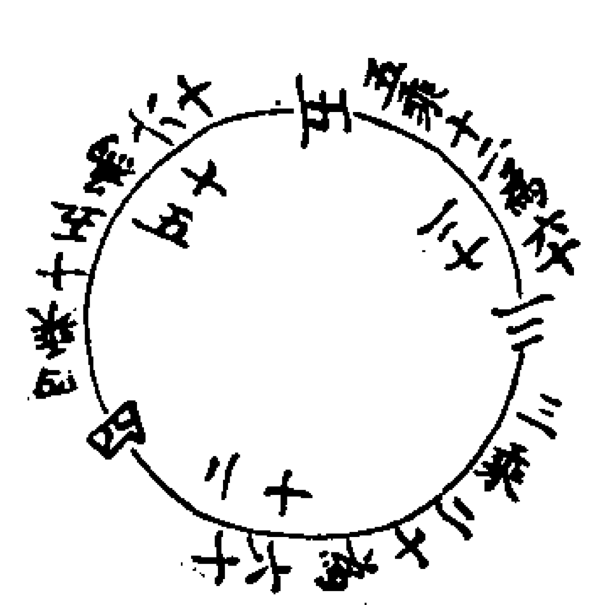
算經統謂之相乘方田平分術云母相乘爲法均輸假田術云畝法相乘五渠注池術云日數相乘張邱建獵鹿術云以右三位相乘蕩盃術云令人數相乘細草云以二三四相乘得二十四是也乘同於加以甲加乙以乙加甲其數既等則以甲乘乙猶之以乙乘甲也或先以甲乙相加加後加以丙或先以乙丙相加後加以甲或先以甲丙相加後加以乙其得數皆

同則以甲乙丙相乘而先甲乙者猶之先丙乙也且猶之先丙甲也諸乘方廉隅相配之法全以此義三數以上至五數六數亦然梅勿菴云凡數三宗以上用各母連乘爲共母是也除者乘之反三者皆以乘得數故皆可以除盡之如甲三乙五丙七連乘爲一百零五以三除之得三十五而盡以五除之得二十一而盡以七除之得十五而盡不必再商之而後盡也若三五相乘爲十五五七相乘爲三十五三七相乘爲二十一并之爲七十一以三除之則不盡二以五除之則不盡一以七除之則不盡一蓋本各少二

乘少一乘而多一除自不足以相消矣三乘五爲十
五以七除之去十四不盡一五乘七爲三十五以三
除之去三十三不盡二三乘七爲二十一以五除之
去二十不盡一不盡一者合之仍不盡一不盡二者
合之仍不盡二何也不盡之數化於所入不能化於
所出也分而除之不盡者一合而除之不盡者三何
也不盡之數各居其一合聚爲三也蓋在此爲盡在
彼爲不盡分之爲兩數之盡一數之不盡合之則盡
者從乎不盡不盡者從乎盡不盡者從乎盡則不盡
者無所移盡者從乎不盡則盡者化爲不盡於是各

有所盡已各有所不盡所不盡各合於所盡故不相
礙而恰相齊也孫子算經云有物不知其數三三數
之賸二五五數之賸三七七數之賸二問物幾何術
云凡三三數之賸一則置七十五五數之賸一則置
二十一七七數之賸一則置十五一百六以上以一
百五減之卽得一百五者卽連乘之數也七十二十
一十五者遞乘相并之數也賸一者三數遞除之差
也明乎二乘一除之理可悟孫子比例之意也乃二
乘一除亦有盡者如三七九以七乘九爲六十三以
三除之亦盡然三乘九而七除則不盡七乘三而九

除則不盡知三除之而盡者爲偶然非定理設三五
九爲率五九除亦不能盡矣此奇數也以偶數言之
二四六遞乘并之四與二除之則盡六除之則不盡
四六八遞乘并之六與八除之則盡四除之則不盡
二四八遞乘并之三率除之皆盡二六八遞乘并之
六與八除之不盡二除之則盡又以奇偶相閒言之
三六九遞乘并之三與九除之皆盡六除之不盡二
五八遞乘并之五與八除之不盡二除之則盡其盡
亦皆偶然也



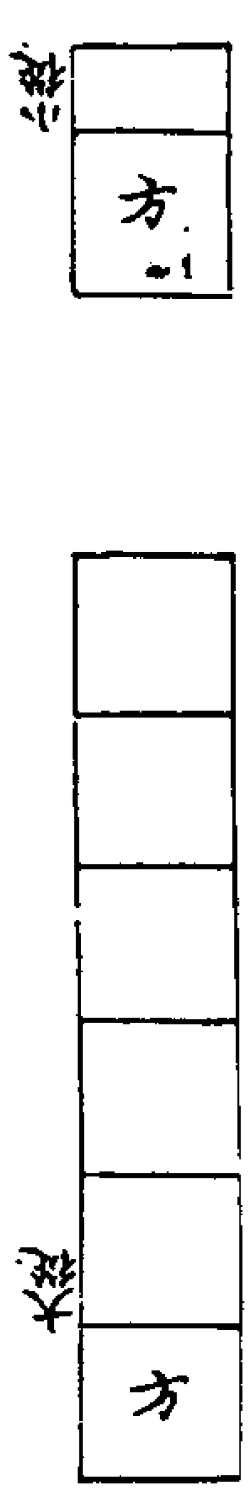
以甲乙與乙甲相乘爲從方廉隅積如甲乙爲一十九乙甲爲九十一相乘得一千七百二十九以甲乙減乙甲以甲乙乘之又以甲乙自乘其數等一九與九一相減餘七十二以一十九乘七十二得一千三百六十八又以一十九自乘得三百六十一合之爲一千七百二十九以乙甲任分之以甲乙徧乘之其數等或分九十一爲七十二與一十九而以一九徧乘之或分九十一爲四十五與四十六以一九徧乘

之或三分之或四分之其偏乘得數皆同
帶從開方之法初商有方有從即從次商有廉有隅差有從隅其原出於兩異數之相乘如甲乙之乘乙甲是也甲乙乘甲乙如一九乘一九爲自乘甲乙乘乙甲如一九乘九一爲相乘推之以甲乙乘乙乙以乙甲乘甲甲以乙甲乘乙乙以甲乙乘甲甲及以甲乙乘丙丁以甲乙乘戊己皆然獨舉甲乙乙甲言之見同是兩甲兩乙一經顚倒則變自乘爲相乘變平方爲從方也蓋從即兩數之較數亦即本數之分數先自乘而又與從相乘者即以一數偏乘諸數之理也

一九與九一兩數相乘
一乘九　○九
一乘一　○一
九乘九　八一
九乘一　○九
兩數相減先以一九自乘次以一九乘七二
○一　○七
○九　○二
○九　六三
八一　一八

廣一九　仍原數　一九　一九
從九一　分爲兩　七二　一九　四五　四六
偏乘
一乘七　○七　一乘四　○四
一乘一　○一　一乘四　○四
一乘二　○二　一乘五　○五
一乘九　○九　一乘六　○六
九乘七　六三　九乘四　三六
九乘一　○九　九乘四　三六
九乘二　一八　九乘五　四五

九乘九　八一　九乘六　五四
從方之定位最易混淆蓋方廉隅以次相列從法不與廉隅相次必審酌而後得之若明偏乘之理如一七一同列上層則一乘七一得數亦並列上層一列上層二九列下層則相乘必並低一格九列下層與上層七一相乘以下乘上猶以上乘下故亦並列九二九皆列下層其乘得之數自又低一格矣



從方之例有二曰大從以甲乙乘乙甲或以甲乙乘丙丁是也曰小從以甲乙乘甲甲或以甲乙乘甲丁是也上數同下數異則從必小於上數也上數亦異則從必數倍於上數也以從與積推之可見譬以一九爲修一二爲廣則從零七而已若以一九爲廣三九爲修則從二零視廣爲倍矣至於廣一九修九一則兩數皆有從而從益大矣

小從　相減　　大從　相減
一二　一二　　一九　一九
一九　一二 ○七　　三九　一九 二○

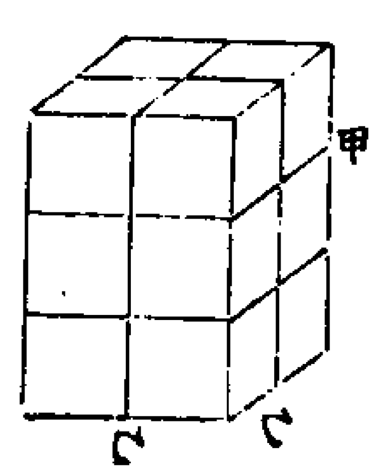
偏乘　　偏乘
一乘一　○一　　一乘一　○一
一乘○　○○　　一乘二　○二
一乘二　○二　　一乘九　○九
一乘七　○七　　一乘○　○○
二乘一　○一　　九乘一　○九
二乘○　○○　　九乘二　一八
二乘二　○四　　九乘九　八一
二乘七　一四　　九乘○　○○

從爲數之所分於所分存其空位於徧乘依次乘之

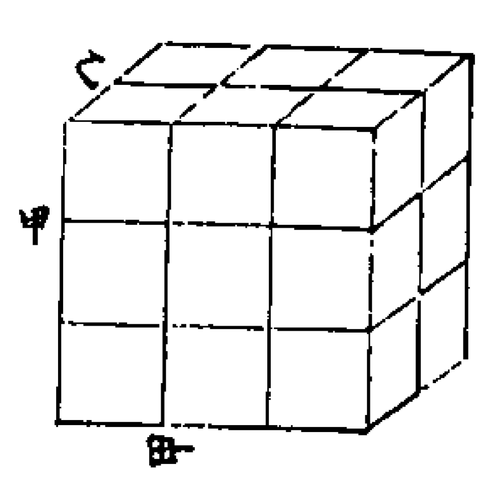
自明定位之理

兩乙一甲連乘之爲帶一從立方形甲與乙相減以乙再乘之又以乙自乘再乘相加其數等兩甲一乙連乘之爲帶兩從相等立方形甲與乙相減以甲再乘之又以甲自乘再乘相加其數等甲乙丙連乘之爲帶兩從不等立方形以甲乙與丙相減以丙各再乘之又以丙自乘再乘相加其數等

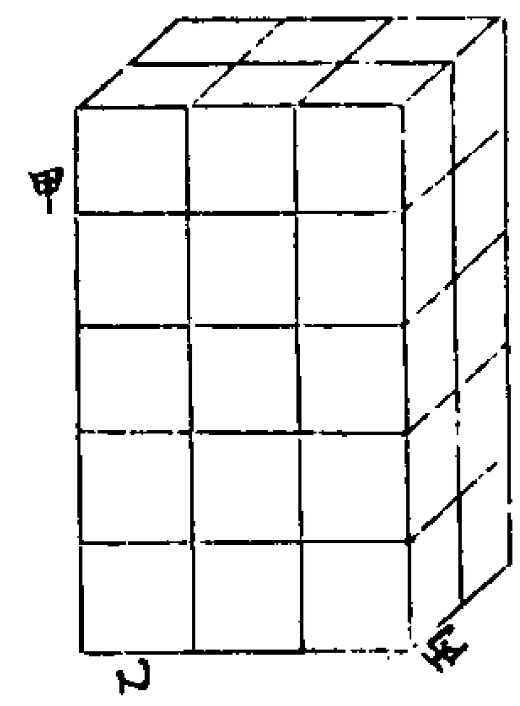
凡此數盈於彼數者爲從兩朒一盈則一從此立方長廉兩盈一朒則兩從此立方平廉兩盈之數同故其從相等兩盈之數不同故其從不相等一從者置一從乘之兩從者置兩從乘之固也然以朒自乘而加從可也以盈自乘而減從亦可也



兩朒一盈



兩盈一朒



兩盈不等一朒

兩甲兩乙連乘之或閒乘之並得帶從三乘方形甲乙相乘又以羃自乘其數等甲乙各自乘又以兩羃相乘其數等甲如句乙如股以句自乘以弦自乘乘之減句自乘之羃其數等以股自乘以弦自乘乘之減股自乘之羃其數等以句自乘以句弦較乘之又以句弦和乘

之其數等句自乘以方積乘之又以句自乘之數乘股以句股較乘之相加其數等股自乘以方積乘之又以股自乘之數乘股以句股較乘之相減其數等

算書有倍積自乘之術用爲減從開三乘方義殊奥秘細爲繹之其原發於兩甲兩乙之累乘而通其變於句股葢乘法先後相通列甲乙甲乙而累乘之可也列甲甲乙乙而累乘之亦可也列甲乙乙甲而累乘之可也列乙甲甲乙而累乘之亦無不可也由是既以甲乘乙又以乙乘甲而後乘之可也既以甲自乘又以乙自乘而乘之可也在乘法無不可通故所得皆同其數句股即方之分形故倍其積而自乘之亦如以方積乘方積之數倍句股積自乘即以甲乘乙又以乙乘甲而後乘之也句自乘以股自乘之數乘之即以甲自乘又以乙自乘而後乘之也弦之自乘即句股各自乘之合數今既句自乘又以股自乘乘之若以弦自乘之數乘之則多一句自乘乘之之數矣於股亦然而理甚明句弦較乘句弦和得股自乘之數股弦較乘股弦和得句自乘之數則以較乘和而用乘句股之自乘即不啻股自乘句自乘之相乘也方積者句乘股之數今句自乘不以股自乘乘

之而以句乘股乘之句乘股比之股乘股則少一句股較乘股之數故必以句股較乘股又用之乘句自乘之數加之而後合於股自乘以乘句自乘之數也股自乘不以句自乘乘之而以股乘句之數乘之股乘句比之句自乘則多一句股較乘句之數故必以句股較乘句以乘句自乘之數減之而後合於句自乘以乘股自乘之數也或直而得之或變化展轉而得之其數均合故不能直而得可以變化展轉之者舍其所隱用其所彰即其所彰探其所隱不啻絕陰平而反出劍閣之外也先輩用此法於上廉下廉益

隅負隅翻積等術曲折甚多梅總憲赤水遺珍列諸
條解之然主於明借根之理而未晰諸法之原因爲
詳之有弦有句股相乘之積求句股已爲句股相乘則不必倍以
積自乘爲從立方積以弦自乘爲從商得數爲句自
乘又以從乘之減句冪自乘之數與從立方積減盡
則得句如四元玉鑑所舉方積二百四十步弦二十
六步求句以二百四十自乘得五萬七千六百爲實
以二十六自乘得六百七十六爲從商得一十自乘
得一百以六百七十六乘之得六萬七千六百存之
又以句冪一百自乘爲一萬用減六萬七千六百餘

五萬七千六百與實合則得句一十若求股商得二
十四自乘爲五百七十六與從相乘得三十八萬九
千三百七十六存之又以股自乘之五百七十六自
乘得三十三萬一千七百七十六與所存相減餘五
萬七千六百與實合則得股二十四按用冪自乘相
減即負隅也此即以句股駁句股以廉隅名之者以
從之增數名之也有股弦和有句股積求句股倍積
自乘爲實句股積倍之乃成從方商得數爲股自乘以股弦和
爲從除實得數爲股弦較之總數以此總數除股自
乘之數爲股弦較以較減股弦和半之得股試以句

三股四弦五明之句股積六股弦和九求句股倍六
爲一十二自乘爲一百四十四以從九除之得一十
六存之商得四爲股自乘得一十六除所存得一爲
股弦較於股弦和之九減較一得八半之得四所商
同即得股四若句弦和八則以八除一百四十四得
一十八存之商得三爲句自乘得九以九除所存得
二爲句弦較於句弦和之八減較二得六半之得三
所商同即得句三又試以梅總憲所舉法推之句股
積五百四十股弦和九十六求股倍積自乘爲一百
一十六萬六千四百以九十六除之得一十二萬一

千五百存之商得四十五自乘之得二千零二十
五除所存一十二萬一千五百得六以減股弦和之
九十六餘九十折半得四十五與所商合即得股四
十五此比翻積開三乘方法似爲簡便而其理易明
算法統宗設圓田徑十步截弧矢積十步問弦矢其
法以倍積自乘得四百步爲實四乘積得四十爲上
廉四乘徑得四十爲泛下廉五爲負隅用開三乘方
法商二步乘上廉得八十爲上廉法乘負隅得十步
以減泛下廉餘三十爲定下廉二自乘得四步以乘
定下廉得一百二十步爲下廉法併上下廉法其二

百步爲下法復以商數二步乘之得四百步除實恰盡循案古弧田法以矢乘弦半之又以矢自乘半之合之爲弧矢形此術較今法爲疎故梅總憲以爲不合密術也形雖弧矢而以矢自乘及矢乘弦言之已是從方弧矢積既爲矢自乘與弦矢相乘之半今倍之則矢自乘及弦矢相乘之從方矣倍之自乘較不倍自乘之數爲四倍故以四乘爲上下廉然設負隅并下法其理不易了試以前法馭之積十步其爲從方也非廣二修五即廣一修十今以積自乘從方已是兩句股不必倍得一百爲實積一十爲從商得二其廣即矢自乘爲

四以從乘之得四十減實餘六十以所商自乘之四除之得一十五以二乘之得三十以積十除之得三爲句股較加二爲五以二乘之得十減盡即得矢二再以矢折半得一與五相減得四倍之得八爲弦以圜徑十步衡之合數若廣一修十則不合數若倍數自乘得四百以四乘積得四十爲從商得二自乘得四與從乘得一百六十減四百餘二百四十以四除之得六十以十除之得六爲較以六除之得十除六十非除六以二乘之得二十與倍積恰合即得矢二弦八試以句三股四明之積一十二自乘一百四十四爲實以積十二

爲從商得三自乘得九九乘從十二得一百零八用減實實餘三十六以九除之得四以商得之三乘之得一十二以十二除之得一爲句股較加三爲四得股四或商得四自乘一十六乘從得一百九十二減去實餘四十八以一十六除之得三以商得之四乘之得一十二以積一十二除之得一爲較減四爲三得句三葢積爲句乘股之數以句自乘比之則不足以股自乘比之則有餘不足則相加有餘則相減故以較加句爲股以較減股爲句也句股以盈朒分加減則積之所乘亦有加減故以積乘句羃爲朒於實

則於實中減所得數以積乘股羃爲盈於實則於所得數中減實於所得數中減實而用其餘所謂翻積法也明乎加減之理盈朒之原則翻積之指固淺近無艱奥也開平方立方之法所得數朒於原實則以減餘爲次商此積乘句羃而減實以用其餘者貌爲似之開方之法所商數盈於原實則爲不合所以有改商之法此以積乘股羃爲盈於實乃即減實翻積以用其餘與改商之法大異初學或駭之以至於惑不知開方之從眞從也以積爲從假從也眞從而不合是眞不合也假從而不合是不合於假而轉可合

於眞也眞從藏於實中與所商爲表裏假從不離於句股中與眞從爲消息故明於句股相乘與股句各自乘之較則用於實外用於實內其義本同也吾友歙縣汪萊孝嬰於算數精思入理每發前人所未發嘗推梅總憲以句股和求諸數立法爲誤其說云凡一句弦和任設一句弦較求得句股積必有又一句弦較所求之句股積與之相等蓋兩句弦較兩數及兩句弦較相併與句弦和相減之餘數必爲連比例之三率兩句弦較兩數必爲首末二率兩句弦較相并與句弦和相減之餘數必爲中率句弦和必爲三

率併數此等積等句弦和得有兩形之故也於是立有兩積相等兩句弦和相等求兩句股形各數之法云四倍句股積自乘句弦和除之得數爲帶縱長立方積以句弦和爲所帶之縱用帶縱長立方法開之得本方根數爲兩句股形中兩句弦較之中率自乘得數爲帶縱平方積又以中率與句弦和相減得數爲帶縱平方長濶和用帶縱平方長濶和法開之得長濶兩根爲兩句股形中兩句弦較數再用句弦較與句弦和求句股弦法卽得兩句股形各數循按止求一數故倍而自乘今求兩形故四倍而自乘倍而自乘卽得一形之句弦較四倍而自乘卽得兩形之中率孝嬰獨得之解眞可補梅氏之所未及詳見其所著衡齋算學中又按梅氏赤水遺珍載丁維烈翻積之法而說之云有句股積及股弦和較或句弦和較求句股向無其法苦思力索知其須用帶縱立方因立法四條嘗考王孝通緝古算經有題云假令有句股相乘冪七百六十六五十分之一弦多於句三十六十分之九問三事各多少句股相乘冪卽積也弦多於句卽句弦較也其術云冪自乘倍多數而一爲實半多數爲廉法從開立方除之卽句以弦多數

加之卽弦以句除冪卽股倍多數而一爲實者倍句弦較除句股積自乘之數也以較除股冪必得兩句與一句弦較之數故倍較除股冪必得一句與半較之數一句與半較之數卽句爲根半較爲從之立方也弦冪中去句冪所餘廉隅形詳見下條是爲句股積句弦較求句股又緝一題云假令有句股相乘冪四千三十六五分之一股少於弦六五分之一問弦多少是則句股積股弦較求弦也然則是法唐初有之實爲倍積自乘之術所始梅氏以爲向無其法其未見此書歟王氏立句股積句弦較之題而不及句弦和者固以較數

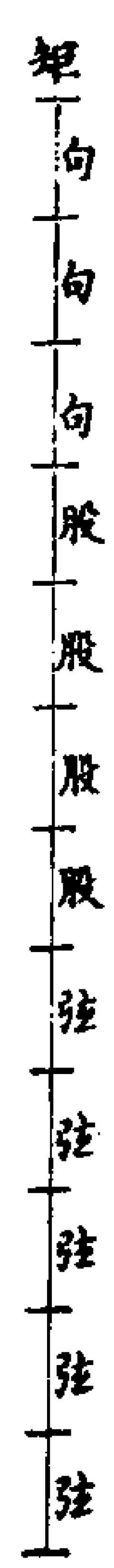
有定和數無定故較有算法而和無算法孝嬰兩形之說王氏固已知之引而不發躍如也孝嬰立兩形之術不獨正梅氏之誤亦所以探王氏之隱而補其闕矣

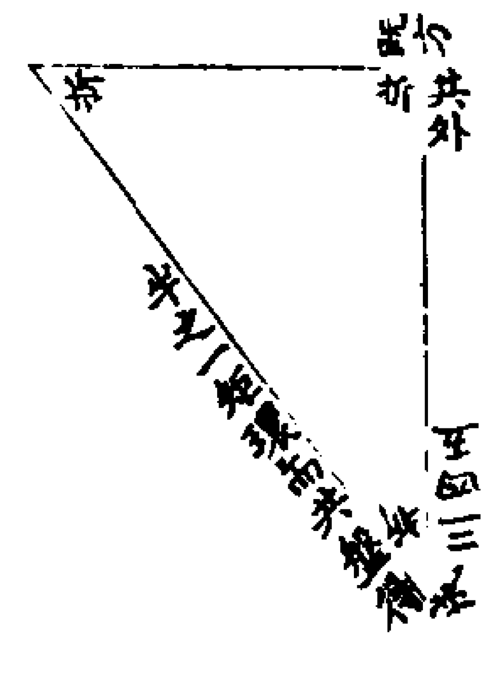
自乘而倍之開方得弦相乘而倍之加其從數之自乘亦開方得弦

開平方出於自乘開從方出於相乘既有方即有斜綫既有從即有盈朒故句股之術由從方而生也其名見於周髀其術見於九章所謂句股各自乘并而開方之即弦是也循謂立法之原皆由純以推至於

互由緐以省至於約自乘乘之純相乘乘之互以自乘之平方緣斜綫分剖之使斜綫向外爲邊綫使邊綫向內相合已成一平方之半又加以半則弦變爲邊故欲得弦數倍而開方之也因推此意於相乘之從方亦以同數兩從方斜剖使弦向外爲邊使邊向內相合而邊既有盈朒則短長相抵中必空有一小方即從數自乘之方此句股之術所由立亦即句股相求諸術所由生也因又推之平方用倍即以兩邊各自乘也倍從方而缺一從自乘者以盈朒兩邊各自乘以盈補朒而從自乘之方自在也故用句股各自乘并而開方之以其簡於相乘而倍之又加從自乘也周髀云數之法出於圜方圜出於方方出於矩矩出於九九八十一故折矩以爲句廣三股修四徑隅五既方其外半之一矩環而共盤得成三四五兩矩共長二十有五是謂積矩趙君卿注云方周帀也矩廣長也九九乘除之原也按矩即綫方即冪數不離於九九以數爲綫乘之爲方也下乃言句股之數而歸諸折矩可知句股之原亦出於九九矣出於九九者由自乘相乘而推致之也折矩之義原注未明於折矩下繫以句股弦此折字即下環而共盤之義

以矩折爲三而環之也下云既方其外者從方之兩面向外而爲正角故曰方其外言方則從方矣今半之以所以半之之一綫與句股兩端相接環成三角之形於是三四五之率成故曰一矩環而共盤得成三四五也向外非句股而何此一矩爲弦下云兩矩共長二十有五此兩矩即句股矣即方其外者矣其長二十五者三四各自乘之共數也





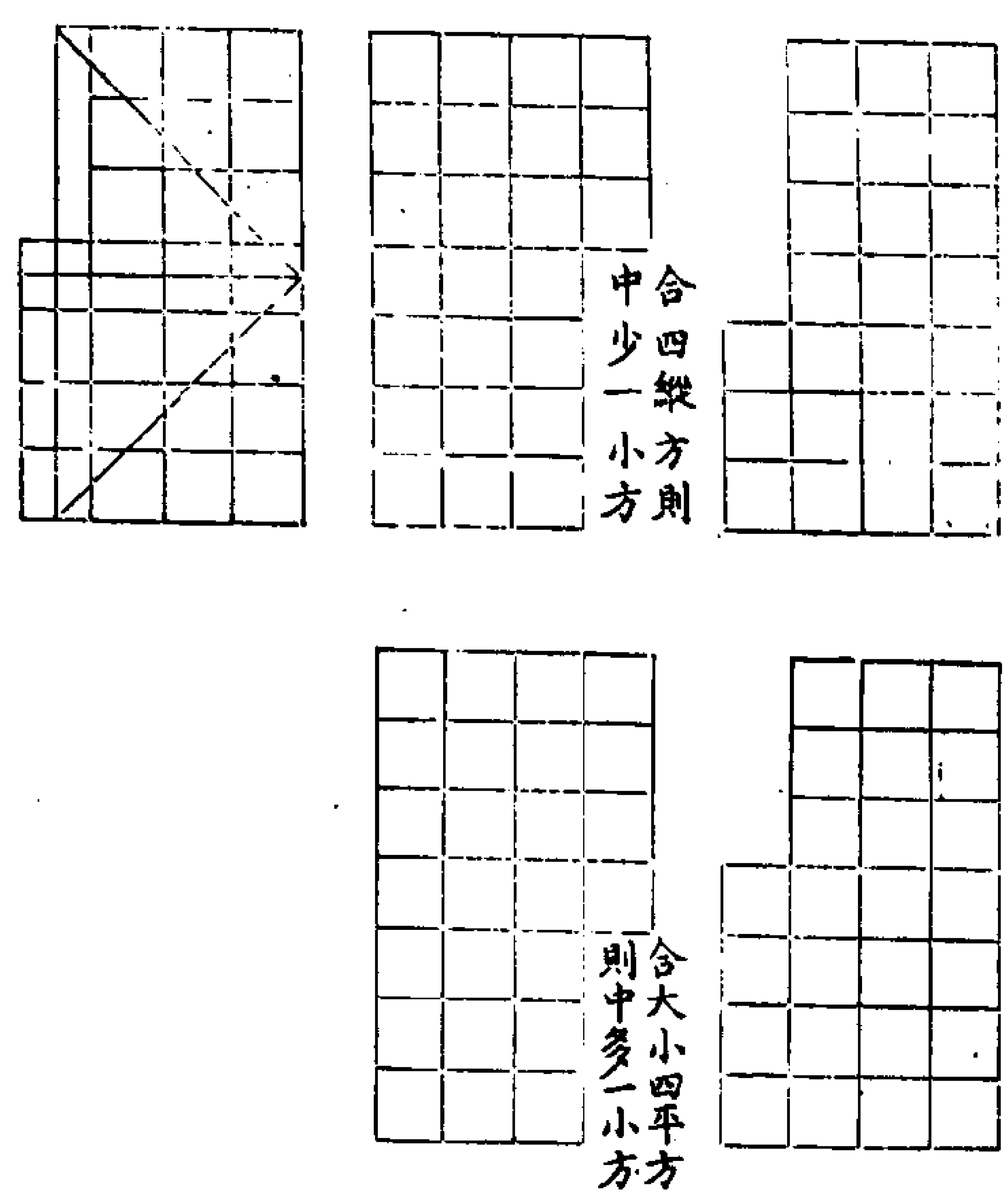
倍自乘之數卽兩邊各自乘之數倍相乘之數卽兩邊各自乘之數少一差自乘也蓋自乘兩邊無盈朒相乘兩邊有盈朒相乘者以盈乘朒今以盈乘盈則多一盈乘從之數以朒乘朒則少一朒乘從之數以所多盈乘從之數補所少朒乘從之數仍餘一從乘

從之數故倍自乘必增一從自乘乃與邊各自乘之數合也在從方謂之帶從在句股謂之句股差又曰句股較句股各自乘并之得弦積則弦自乘減股自乘自然得句減句自乘自然得股矣倍從方加從自乘得弦積則弦自乘減從自乘半之卽從方矣弦既統乎句股各自乘之數則弦股之較屬句弦句之較屬股方其股於弦中於五五二十五中取四四一十六為平方句必磬折而讓之句積九必不能為方方其句於弦中股必磬折以讓之其狀若開方之有廉隅故以股為方倍弦股較乘股又以較自乘并之卽句積以句為方倍弦句較乘句

又以較自乘并之卽股積方如初商之方倍之為二廉較自乘卽隅法於是有弦較而句股可求矣若句股兩方並爭於弦方之中則兩隅必相蝕兩隅相蝕之數卽兩畔磬折相蝕之數故以句弦較乘股弦較倍其數與兩隅相蝕之數等因而開方之卽與兩隅相蝕之方等是方也加句弦較卽股加股弦較卽句於是有句弦較股弦較而句股可求矣斜剖兩從方以弦向外其中為較若以同數四從方盈朒相續成平方其中亦為較盈朒相續卽句股和故四其從方之積加從自乘之積開方之卽句股和句股和自乘減去從自乘之積四

除之卽一從方積其義與弦股求句弦句求股同也弦股和自乘弦為方股為隅弦乘股股乘弦為兩廉狀亦如開方蓋倍弦自乘則統句股積各四今弦股和自乘股必得四句且不能滿二何也弦自乘之積統句股各自乘之積弦股和自乘則股自乘之方四股乘弦股較之方亦四弦股較自乘之方一股乘弦股較倍之合弦股較自乘積為句自乘積弦股和自乘為股乘弦股和者二為股弦較乘弦股和者一以股弦較乘股弦和卽句自乘積今股乘弦股較之積有四而弦股較自乘積止有一故不滿兩句冪也若減去一句冪則為股自乘者二股乘弦股較者

亦二半之則股自乘者一股乘弦股較者亦一並之爲股乘弦股和以弦股和除之卽股若加一句冪則股乘弦股和之積一股弦較乘股弦和之積一並之爲弦乘股弦和以股弦和除之卽弦於是有弦和而句股可求矣以股弦和乘句弦和倍而開方之卽句股弦之合數故減句弦和得股減股弦和得句於是有股弦和句弦和而句股可求矣九章算術立句股弦相求之術以圓材求方版之術明句弦之求股以葛纆木齊之術明句股之求弦又有股弦差與句求股弦之題五葭生池中一立木繫索二倚木於垣三圓材鋸道四開門去閫五句股差與弦求句股之題一戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戶高廣各幾何句弦差股弦差求句股弦之題一戶不知高廣竿不知長短橫之不出四尺從之不出二尺邪之適出問戶高廣袤之數各幾何句及股弦并求股之題一竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高幾何股及句弦并求句股弦之題一二人同所立甲行率七乙行率三乙東行甲南行十步而邪東北與乙會問甲乙行各幾何趙君卿注周髀推而明之作三圖以括其義實爲割圓三角之所從出前輩於此推之至精循此書主於明加減乘除之理故止辨其術之出於自乘相乘不復詳其術也

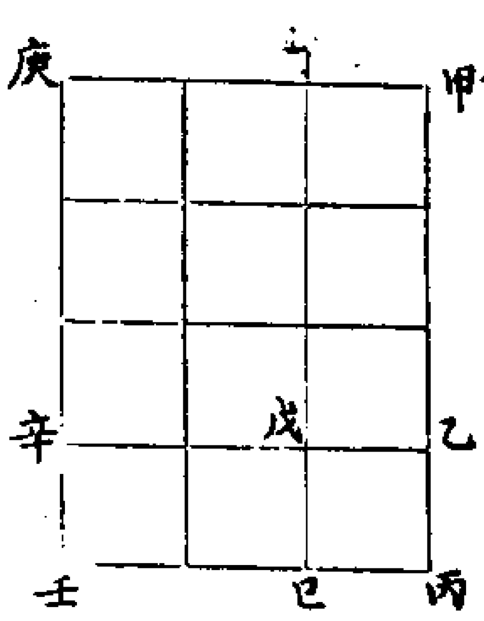


有句股則必有斜弦固矣若同此句股同此句股之積不斜絙之而曲其線與句股平行以成一縱方之廉隅曲尺形此曲線之數與斜絙之弦數等其隅之徑數卽弦與句股和之較數於是曲尺內亦成句股形以內句乘內股卽外句乘外股之半舊法以句股和減弦卽容圓徑然則於句股和數中減此容圓徑數卽得弦數旣減此容圓徑數而以餘句乘餘股卽得句股積數何也餘句卽當內句餘股卽當內股也李欒城測圓海鏡以圓城立算術第十六問云出西門南行四百八十步有樹出北門東行二百步見之

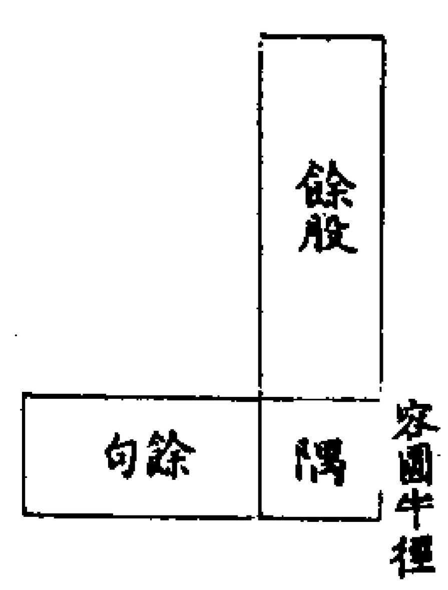
出西門而南，則餘股也。出北門而東，則餘句也。行二百步見樹，則弦也。此弦卽餘句餘股之數。其法云：以二行步相乘爲實，二行步相併爲從，一步常法得半徑。常法者，開從方法也。然則有弦有積，以弦爲從，猶之有餘句餘股，相乘爲積，復并以爲從也。惟餘句餘股卽弦，故句股相乘之積，以容圓半徑除之，適得句股弦之和數。何也？以此曲尺形而直之，以一廉一隅爲句，其一廉爲股，則少一隅；以一廉一隅爲股，其一廉爲句，則亦少一隅；句少一隅，正是餘句，股少一隅，正是餘股。餘句餘股，正是斜弦，故倍句股積而除之，

爲半徑，倍相乘之積而除之，爲全徑也。以弦與句股和相較，其差爲半徑。若於弦中去一句，於句股和中亦去一句，則弦句差與股相較，其差仍爲半徑。或於弦中去一股，於句股和中亦去一股，則弦股差與句相較，其差亦仍爲半徑，卽卷一所謂各減一甲，其差相等者也。弦句差與股較，餘爲半徑；弦股差與句較，餘爲半徑，並弦句弦股兩差，與句股和相較，餘必爲兩半徑。句股和與弦較，旣多一半徑，則弦股弦句之差，與句股和相較，爲多兩半徑者，而與弦相較，必爲多一半徑矣。故并兩差以減弦，亦得容圓半徑也。推

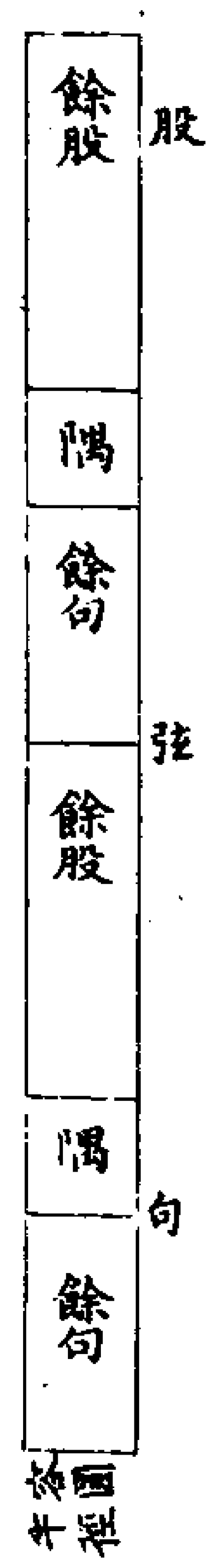
之有句股差，有弦，以差減弦，折半之，爲餘句，加差爲餘股。有餘句，有弦，相減爲餘股；有餘股，有弦，相減爲餘句。由餘句餘股而得半徑，得半徑，則得句股矣。昔人闡句股之理，精詳至矣。然皆以斜線言，未有變斜爲曲以明之者，補之於此。



甲壬作斜線爲弦五，丁戊辛作曲線，亦如弦數之五，丁戊與辛戊相乘，恰得甲丙乘壬丙之半，丁戊辛與甲丙壬相減，餘乙丙己，卽容圓徑



縱方廉隅曲尺形



再乘而半之，爲塹堵之積；再乘而三分之，爲陽馬之積；方錐之積，再乘而六分之，爲鼈臑之積。

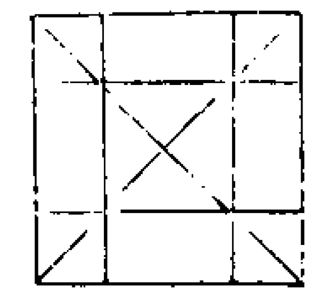
商功有堢壔、方亭、方錐、塹堵、陽馬、鼈臑、羨除、芻甍、芻童等術。究之，惟塹堵、陽馬、方錐、鼈臑而已。數學鑰以屬少廣章。

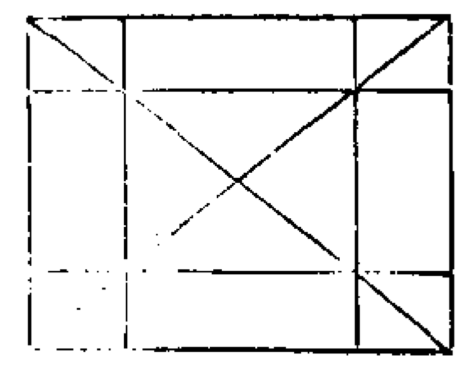
九數通考以爲方田章均非古法方錐爲四陽馬形而與陽馬同數者試以一立方斜解之成兩塹堵若自中分兩畔斜解之必成塹堵形二兩塹堵背連形一是兩塹堵當一塹堵之積矣一塹堵斜解爲一陽馬一鼈臑若亦以兩畔斜解之必成鼈臑形四兩陽馬背連形一是兩陽馬當一陽馬之積矣一塹堵分兩畔斜解得兩陽馬背連之形若以兩塹堵背連之形分兩畔斜解之自必得四陽馬背連之形故其形爲四陽馬而其積仍一陽馬也由是剖方錐爲二開於兩塹堵背連形之兩端則爲芻甍九章算術云芻甍下廣三丈袤

四丈上袤二丈無廣高一丈是也數學鑰誤以兩塹堵背連形爲芻甍又誤爲芻蕘由是截方錐爲二上半仍爲方錐下半爲方亭九章算術云方亭下方五丈上方四丈高五丈是也截芻甍爲二上半仍爲芻甍下半爲芻童九章算術云芻童下廣二丈袤三丈上廣三丈袤四丈高三丈是也葢以方亭之廣袤化立爲平則廣袤交午之處隅隅相貫與斜綫若合符節而題湊於中以芻童之廣袤化立爲平則廣袤交午之處必不能兩隅相貫而兩斜綫之端可遇四斜綫之端不可遇方亭爲一立方四陽馬及相等之四塹堵或爲一帶從立方

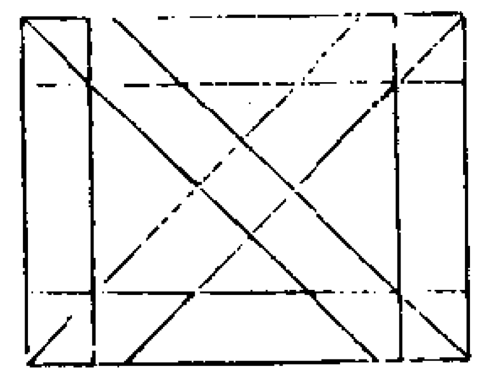
四陽馬及不相等之四塹堵而上方之形必等於底底之形必等於四陽馬之底若芻童雖猶是一帶從立方四陽馬及不相等之四塹堵而上方之形必不等於底底之形必不等於四陽馬之底等則可相比例不等則否方亭術云上下方相乘又各自乘并之以高乘之三而一芻童術云倍上袤下袤從之亦倍下袤上袤從之各以其廣從之并以高乘之皆六而一曰方曰芻名既各別或三或六術亦分附循謂方亭可以用六芻童必不可用三觀於其底固理之自然也方錐與陽馬同積而術有自乘相乘之分故別

其名塹堵之形有二鼈臑之形有三不別之者其術同也塹堵之二何斜解立方兩端句股者一也兩畔斜解立方作屋形者二也鼈臑之三何自方錐斜解之成四面三角形一也自塹堵斜解之成四面句股形二也自陽馬斜解之或以四面三角者中分之成三面句股一面三角形三也而皆謂之鼈臑亦皆謂之立三角立方之有鼈臑猶平方之有句股也

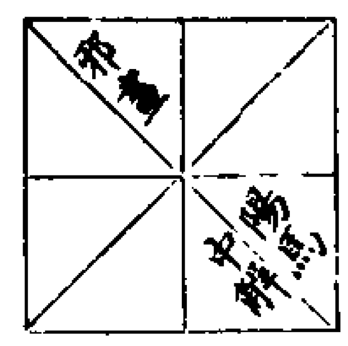




方亭隅隅相貫題湊于中



芻童兩隅之線不能相貫



方錐正解爲四陽馬邪畫爲四鼈臑邪畫則陽馬迭中解

王孝通上緝古算經表云伏尋九章商功篇有平地役功受袤之術至於上寬下狹前高後卑正經之內闕而不論臣晝思夜想臨書浩歎於平地之餘續狹邪之法請訪能算之人考論得失如排其一字臣欲謝以千金循按商功以邊求積王氏此書以積求邊如少廣方田適相表裏誠爲善於得間矣然其法仍不外商功之理劉氏之注極精至巧會而通之已足括孕此書且以其義核王氏之術可排者正不止一字推而窮之雖不敢遽攫其金亦庶幾少申其義也其弟二題云仰觀臺上下廣差二丈上下袤差四丈上廣袤差三丈高多上廣一十一丈問廣高袤答曰高一十八丈上廣七丈下廣九丈上袤一十丈下袤一十四丈術曰以上下袤差乘廣差三而一爲隅陽冪以乘截高爲隅陽截積冪又半廣差乘塹上袤爲隅頭冪以乘截高爲隅頭截積并二積以減臺積別有求積之法詳見本書其法近易故不載餘爲實又并截高及截上袤及并廣差袤差而半之之正數爲廉法從開立方除之得上廣弟六題云窖上袤多上廣一丈少於下袤三丈多於深六丈少於下廣一丈問深答曰深三丈上廣八丈上袤九丈下廣十丈下袤十二丈術曰廣差

乘袤差三而一爲隅陽冪置塹上廣半廣差相加以乘塹上袤爲隅頭冪又置塹上袤塹上廣并爲大廣又并廣差袤差半之加大廣爲廉法從開立方除之卽深弟七題云亭倉上下方差六尺高多上方九尺問上方答曰上方三尺下方九尺高一丈二尺術云方差自乘三而一爲隅陽冪以乘截高以減積餘爲實置方差加截高爲廉法從開立方除之卽上方方亭爲一立方四塹堵四陽馬故先減四陽馬積餘一立方四塹堵四塹堵合爲二故以方差爲一從截高爲一從也凡差皆并兩畔言陽馬在隅故謂之隅陽以乘截

高故曰隅陽截積冪截高即高差也方亭爲正方故無衺廣之名若中爲帶兩從立方而上下廣衺皆不等則隅陽之冪必爲從方形故并而半之爲正數蓋四塹堵兩大兩小并而半之適合爲大小兩立方矣惟是上衺既侈於廣則減去廣差而上下廣相附減去衺差下衺與上廣尙間一廣衺之差廣衺之差所謂塹上衺也以廣差及高乘而減之而後所存之四塹堵乃與中方相附合也是乘得之形廣直下而衺殺下故預半廣差乘之是謂隅頭截積在陽馬塹堵之間東西有而南北無也窖形同於臺而多一大廣

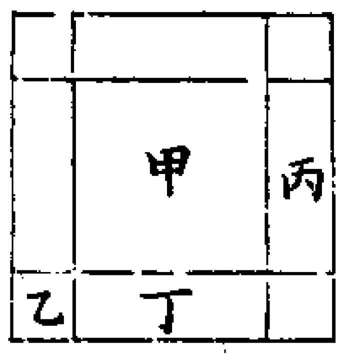
者所知者衺所求者深衺差之內又有衺與深差是爲塹上衺廣差之內又有廣與深差是爲塹上廣以塹上廣乘塹上衺得深方之四隅其角與隅陽冪角相貫位當塹堵之兩畔而塹堵之兩畔適與深差尙不可與深合於是以半廣差加塹上廣而後以塹上衺乘之如是則適當深衺與衺差之間而上下衺俱如深之衺矣是爲隅頭冪半廣差者猶方亭之半廣差也然衺與深之衺齊而廣與深之廣尙不齊何也塹堵之橫於南北者其兩畔當塹上廣之處未有處也於是又以塹上廣乘半衺差以消之消之而後廣

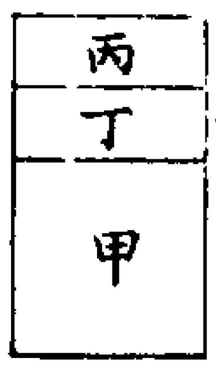
與深合矣王氏術云又半衺差乘塹上廣加隅陽冪隅頭冪以爲方法是也深之度與廣衺俱等而廉從必合塹上廣塹上衺廣差衺差可知矣塹上衺廣體本全無容半之故并爲大廣廣差衺差皆塹堵邪殺體故并而半之也總之王氏此術所舉皆差所不舉即立方諸線之相等者所求在廣則必裁衺高以就廣所求在深則必裁衺廣以就深裁其不相合者而相合者皆其從矣乃循之疑也方亭積減四陽馬所餘以兩差爲兩從以差乘差爲隅固然惟是以高差乘隅陽冪所得之陽馬非方亭陽馬之全數夫陽馬

自高差而截則尙有四陽馬尖附於立方之四隅仍爲四小陽馬而自截以下之陽馬其端不銳而童如縱橫剖方亭四分之一狀也王氏依截高乘除爲陽馬則改童爲銳而銳外尙有所餘此積既少彼積乃多求之何以得密數如方差六自乘三而一得十二以截高乘之爲一百〇八減積餘三百六十陽馬原積一百四十四尺全高一丈二尺乘隅陽冪十二之數也今陽馬積僅一百〇八比原積少三十六尺又試以下方九尺乘上方三尺爲從方底以高一十二乘爲帶兩從立方體積三百二十四與三百六十相

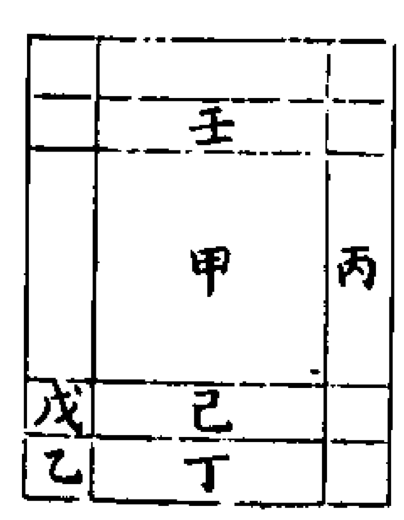
較正餘三十六尺此三十六尺者即四小陽馬及鋭外所餘之數將何以處之乎循謂此術不密試依方亭求積之術會而通之宜三其積以方差自乘乘高差爲十二陽馬下半截積以減積餘積三而一得數爲實然後以高差廣差爲兩從法求方邊又以邊例上小陽馬邊高差一率下方二率商得立方邊三率求得小陽馬底邊四率自乘以乘商得之邊減實而恰盡即方邊定數又一法餘積不三而一而以三因方差及高差爲從法方差羃爲隅法求得數再乘而三因之減餘積恰盡亦即方邊定數如是而得數較密蓋劉氏注九章之術法雖有

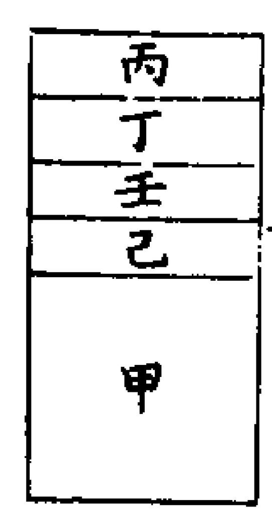
闕而義旨實包孕無遺依之則合離之則踈也有如塹堵二爲立方一二其積以開立方則塹堵之邊可得矣陽馬三爲立方一三其積以開立方則陽馬之邊可得矣鼈臑六爲立方一六其積以開立方則鼈臑之邊可得矣稱是以爲方亭臺窖等求之原始返終之道有如此也



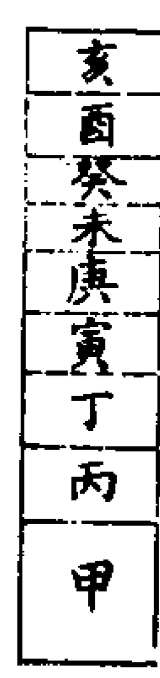


乙爲陽陽羃丙丁爲塹堵唇

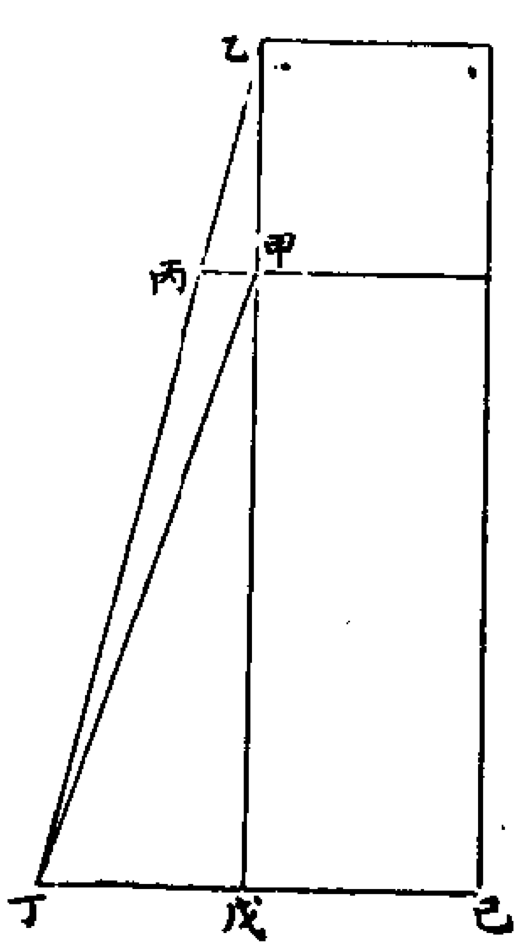




戊爲隅頭羃壬己爲塹上袤乘上方羃即上袤多于上廣之數



甲爲深羃未寅爲塹上袤酉爲塹上廣卯爲深羃之四隅子丑午卯爲隅頭羃辰爲半袤差乘塹上廣術并兩畔之差立算故曰半袤差半廣差圖分兩畔則丁即半袤差丙即半廣差閱者會之



乙甲爲上方丁己爲下方乙戊爲高甲戊爲截高戊丁爲方差乙戊丁爲陽馬全積甲丁戊爲隅陽截積乙甲丙爲上立方小陽馬甲丙丁爲鋭外所餘

緝古第二題求羡道之術云上廣多下廣一丈二尺少袤一百四尺高多袤四丈問袤答曰袤一十四丈第四題云築龍尾隄其隄從頭高上闊以次低狹至尾上廣多下廣少隄頭上下廣差六尺下廣少高一丈二尺少袤四丈八尺問下廣答曰一十八丈其自

注云龍尾猶羨除也其塹堵一鼈臑一并而相連其
龍尾術云隄積六因之爲虛積以少高乘少袤爲隅
冪以少上廣乘之爲鼈隅冪以減虛積餘三約之即三而一爲實并少高袤以少上廣乘之爲鼈從橫廉冪三
而一加隅冪爲方法又三除少上廣以少袤少高加
之爲廉法從開立方除之得下廣循按此術是也而
義有未盡九章羨除術云并三廣以深乘之又以袤
乘之六而一劉氏注云假令上廣三尺深一尺下廣
一尺末廣一尺無深袤一尺下廣皆塹堵之廣上廣
者兩鼈臑與一塹堵相連之廣也以深袤乘得積五
尺鼈臑居二塹堵居三其於本棊皆以爲六故六而
一蓋乘上廣爲立方是六鼈臑以兩畔言之則十二鼈臑兩塹堵
兩與六不合故又乘下廣及末廣爲四塹堵合之恰
得六羨除王氏此術六其積是塹堵鼈臑各六矣塹
堵之六爲同數三立方鼈臑之六爲上下廣差所乘
之一立方隅冪者此立方之隅冪也從橫廉者如平
方之兩廉也此即一縱一橫之兩從隅冪即從隅也
除去此立方六鼈隅存六塹堵適當三立方之積故
三除其積而存二塹堵適當一立方之積也六鼈積
所當之一立方其中所減者鼈隅而從橫兩廉及一

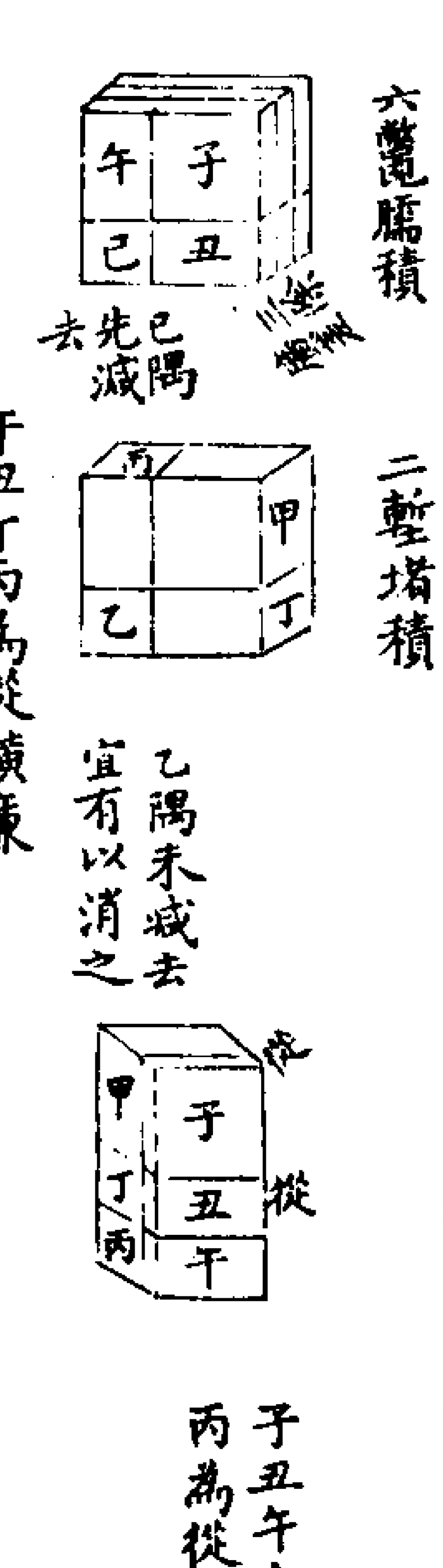
立方尚在此積已隨而三除之故必以廣差三除之
以加袤差高差而爲從法也循之疑也推此術以袤
差高差合立方爲高以三除廣差合袤差高差立方
爲袤固也惟是鼈積之立方既減去鼈隅則二塹堵
之立方所當鼈隅者其積將何以位置則於減積三
而一之後既以差爲從法又必以隅冪爲隅法而後
可也其所云方法者或含此旨然未嘗明表出之學
者惑矣羨道術即龍尾隄術雖有兩鼈臑一鼈臑之
殊而兩差亦合而算之則兩猶一也惟所舉者上廣
所求者下廣故必以上廣多下廣數加上廣少袤爲
下廣少袤又以高多袤加下廣少袤爲下廣少高餘
盡同也又弟三題有築隄術云隄西頭上下廣差六
丈八尺二寸東頭上下廣差六尺二寸東頭高少於
西頭高三丈一尺東頭上廣多東頭高四尺九寸正
袤多於東頭高四百七十六尺九寸問東頭高答曰
三尺一寸術曰以高差乘下廣差六而一爲鼈冪以
高差乘小頭廣差二而一爲大臥塹頭冪半高差乘
東頭上廣多高之數爲小臥塹頭冪并三冪爲大小
塹鼈率乘正袤多小高之數以減隄積餘爲實又并
正袤多小高并上廣多小高及半高差而增之兼半

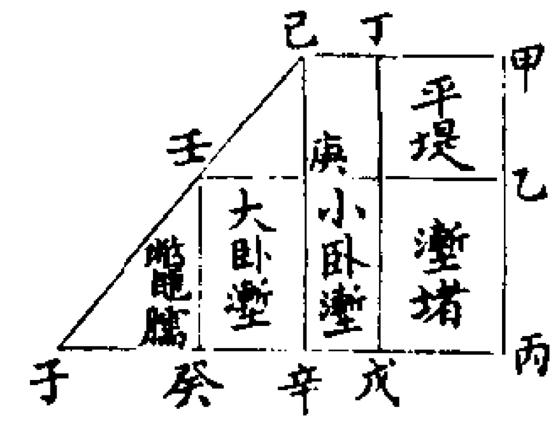
小頭廣差加之爲廉法從開立方除之即小高自注云此爲平隄在上羡除在下兩高之差即除高其餘兩邊各一鼈臑中一塹堵循按此平隄既有廣差又高與廣不等則在上之平隄不得竟以立方視之也以高差乘下廣差此所謂下廣差者東下廣與西下廣之差也爲鼈臑故六而一高差小頭廣差俱邪殺線故二而一高差殺上廣多東頭東之差不殺故止半高差乘之東廣差六尺四寸故爲大臥塹上廣高差四尺九寸故爲小臥塹減此二塹一鼈下餘一塹堵爲半高差乘小高之冪上餘一小高乘上廣高差

之冪一東下廣乘小高而半之之冪其線度皆與小高齊故以爲從唯大小塹冪鼈冪俱衺差乘之較全衺乘得者爲少則亦猶方亭之隅陽截積也其邪附於小高之下及大小塹鼈率之所餘又何以處乎試仍用龍尾隄術馭之六其隄積爲虛積爲上平隄形六下鼈隅立方一臥塹形三因以下廣差乘高差又連乘衺差爲鼈截積尚有所餘小立方形又并東廣差東上廣與小高差三因之乘高差爲小臥塹大臥塹截積尚餘立方形減虛積其餘三而一爲帶從立方積以高差及倍東上廣多高差東廣差三者爲從又以東頭上廣

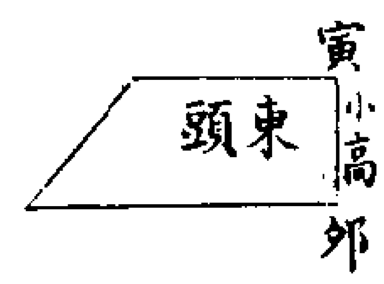
多高差加東廣差及三除下廣差其乘以高差又以求數自乘二者共爲隅法此隅法猶龍尾隄術以隅冪爲隅法也要之所知者皆差所不知者必立方即所已知者而減去所不知者必相脗合於立方則以所知爲從而數莫遁矣王氏創爲此法實大益後人神智元欒城李氏益古演段測圓海鏡兩書用平方立方三乘方等以馭諸術其理無踰於此而所以然則出於劉氏九章注之用三品赤黑棊法棊者蓋以金玉木石之類爲之作立方塹堵陽馬鼈臑四形每形赤黑各若干數簇爲方錐方亭芻甍芻童羡除等

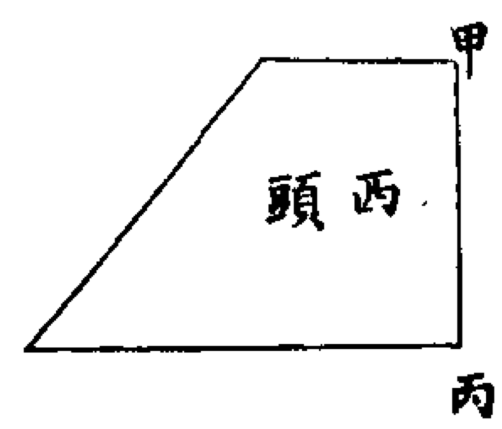
狀即知其方正斜直之殊及方隅廉從之故累而合之裁廣就衺合半爲整可成從方變化無端立算之妙莫精於是王氏謂其未爲司南而自詡曲盡無遺尚非至論循服膺於劉氏而甚慕王氏之善悟因申其義趣而改其疎率以爲用平方立方乘方者述其門徑頗有道正之

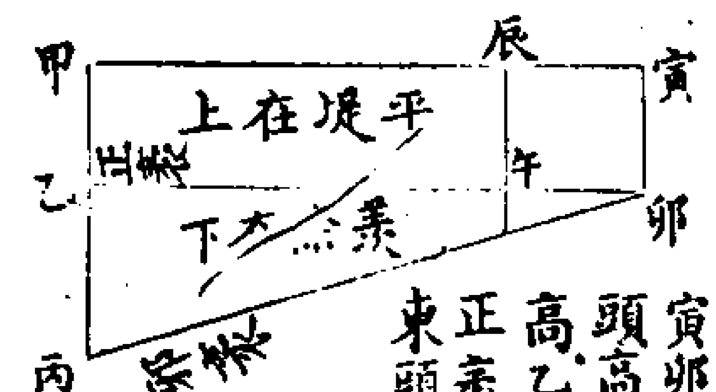




甲乙東頭高甲丙西頭高乙丙高差戊辛上廣多東頭高差辛癸東頭上下廣差辛子西頭上下廣差癸子下廣差甲己上廣乙壬東下廣丙子西下廣







寅卯爲東頭高即小高乙午爲正袤多于東頭高

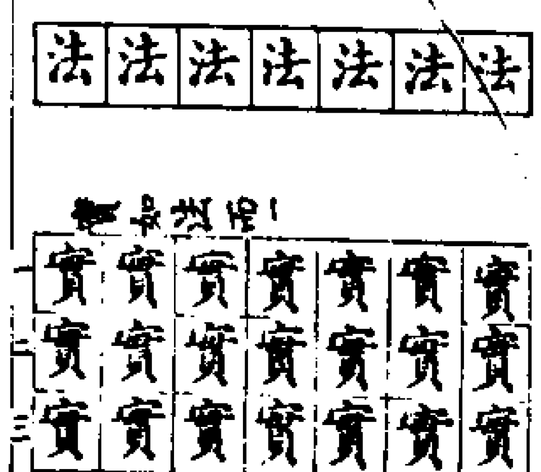
有句股而後可以馭平圓有髗臑而後可以馭立圓自一至九數也加減乘除錯綜此數者也乘而後有冪再乘而後有體有冪有體則數已成形故平方立方縱方生於加減乘除而加減乘除所生而致者實盡乎此句股者生於形者也形復生形而非數無以馭則加減乘除又爲句股之所用也句股爲用形之始故爲衆形之所從生葢有句股而復用以割圓則圓之形成有句股而化之爲銳鈍則三角之用著髗臑爲句股之立者規之卽成立圓又弧三角之弦切所集也西人薩几理得幾何原本一書精於說形梅勿菴明以句股之理夫論形未有不本諸句股猶論數未有不本諸加減乘除也學者由數以知形由形以用數悉諸加減乘除之理自可識方圓冪積之妙論形之書多矣余别有著緣句股商功及方田少廣中有求圓之術因論其梗槩於此

加減乘除釋卷四

江都焦循學

受除者爲實所以除之者爲法實如法而一爲法除考諸算經於乘不言法實於除乃云實如法而一蓋乘法可以相通故實與法之名不必立除法不容倒置故實與法必嚴以爲限也實如法而一者實與法相等則得一推此實倍於法則得二再倍於法則得三也夏侯陽算經云凡算者有五乘五除一曰法除此之謂也倘不如法則不足於一宜降一位可知矣授時術有定子法其法十定一百定二千定三萬定

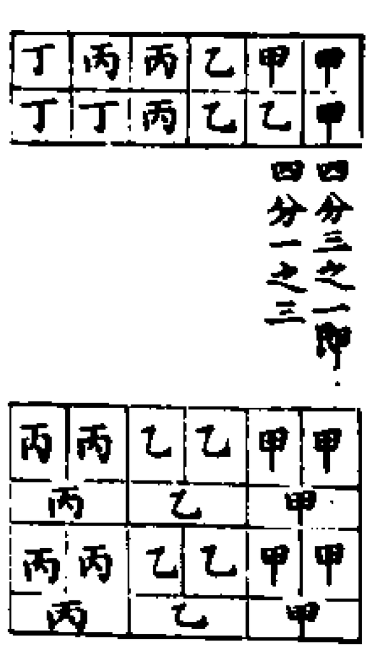
四十萬定五百萬定六千萬定七萬萬定八不滿法去一滿法即實如法也不滿法去一即降一位也梅勿菴說之云不論十百千萬之等惟論自一至九之數假如以八十除六百亦爲不滿法若以八百除九十亦爲滿法皆以得數有進位不進位而分算中精理也循按以八十除六百已於六百之二子減去一子爲十不滿法又減去一子爲單蓋既減百之於十又減八之於六非止減八之於六不減百之於十也乘法自單長至十而後自十長至百至千至萬則除法自萬減至千至百至十亦必自十減至單理之一定數之必然梅氏以爲精理實平易無他奇也



以法爲母以實爲子是爲命分法除以總數爲實命分以一數爲實

命分之法即除之理如二人分一百枚人得五十此除得實數也然五十即二分之一則謂之二分之一亦可矣又如四人分三枚人得大半枚彊此大半枚

彊者即四分枚之三又若三人分六枚人得二枚此二枚者即三分枚之六蓋在三枚爲四分之一在一枚則爲四分之三在六枚爲三分之一在一枚則爲三分之六曰實如法而一自三枚六枚言之也曰幾分之幾自一枚言之也幾分幾之一猶幾分一之幾也



四分三之一即四分一之三

三分六之一即三分一之六

滿法用法除不滿法用命分

九章算術方田章云不滿法者以法命之孫子算經云實有餘者以法命之循謂滿法亦可命分如前云三分枚之六是也但正數可得則不必不法除正數已得則不必不命分或法除之不盡者用命分以盡之皆從其便也實有餘亦謂正數既得而尚有待除者也少廣開方術云若開之不盡者爲不可開當以面命之劉氏注云術或有以借算加定法而命分者雖麤相近不可因也凡開積爲方方之自乘當還復其積分令不加借算而命分則常微少其加借算而命分則又微多其數不可得而定故以面命之爲不

失耳辟猶以三除十以其餘爲三分之一而復其數可舉不以面命之加定法如前求其微數微數無名者以爲分子其一退以十爲母其再退以百爲母退之彌下其分彌細則朱冪雖有所乘之數不足言之也循案五經算術於論語千乘之國用開方法既得九萬四千八百六十八數有未盡乃命分云倍隅法得一十六上從方法下法一亦從之得一十八萬九千七百三十七分步之六萬二千五百七十六此以定法加借算也孫子算經開方積二十三萬四千五百六十七步既得四百八十四步尚有未盡乃命分

云倍隅法從方法上商得四百八十四下法得九百六十八不盡三百一十一是爲九百六十八分步之三百一十一此定法不加借算也蓋除豫有定法開方除不豫有定法故先借一算列位以求之求得數卽得法數定而後法定逐漸而得數亦逐漸而得法因亦逐漸而借算初借之一數方也方有數矣又借一數則隅也所餘之實乃兩方邊一隅邊之所除今倍方爲兩方邊隅邊之數則正未豫知遂姑以虛借之一數合兩方邊之數以爲分母而究之分母終非眞數焉得隅數之盡巧合於一哉設積一百二十一開方之初商得一

十餘二十一不盡乃倍方爲二十加虛借之一合二十一以爲母是二十一分之二十一巧合於一十一劉氏以爲不定而不可用是也面命之說今不依用亦未有詳之者審其於開方術云言百之面十也言萬之面百也又云倍之者豫張兩面又云再以黃乙之面加定法是面卽指方邊而言故以三分之一言之積十初商三減去實之九餘實一命爲三分之一亦以三爲方邊也但此據一邊爲母謂之不失恐亦未然因又有求微數爲分子之說何也據一邊言則止有一廉已變平方爲縱方故必開至豪忽微秒以下無名可言然後命分於一邊爲數無多不見縱方

之形故曰不足言之也非定術不爲立例而辨之於
此
滿法者爲全以母乘全得積分以子入之爲內子別以
數乘之爲乘散據法以命實爲命分化母以就子爲通
分
劉氏注九章算術云分母乘全內子乘散全則爲積
分積分則與分子相通故可令相從張邱建算經云
以九乘二十一五分之三問得幾何答曰一百九十
四五分之二草曰置二十一以分母五乘之內子三
得一百八以九乘之得九百七十二循案通分內子

之義劉氏數語了然張邱建劉孝孫足以發明之蓋
九者散也二十一者全也五者母也三者子也二十
一爲法除實之得數三爲實所餘之數欲以九乘之
則枘鑿不相入必仍以二十一乘母之五得原數而
後與子相通內子得原積矣得原積而後乘散數之
九乃不得也如一斤爲十六兩則十六兩爲法亦爲
母足十六兩得一斤之全不足十六兩則不得一斤
之全而爲子數今有二十一斤三兩是二十一斤十
六分斤之三也以十六兩乘二十一斤則化二十一
斤爲三百三十六兩然後與三兩相通可內三兩爲

三百三十九兩也又如一年爲十二月則十二月爲
法亦爲母足十二月得一年之全不足十二月則不
得一年之全而爲子數今有二十一年零三月是二
十一年十二分年之三也以十二月乘二十一年則
化二十一年爲二百五十二月然後與三月相通內
三月爲二百五十五月也因其不能成斤而命之爲
兩不能成年而命之爲月是命分也因兩之不能成
斤而化斤以就兩因月之不能成年而化年以就月
是通分也有命分因有通分通分出於命分二者實
相表裏矣

通分以乘散以法收之得全乘子而過母以法收之亦
得全
劉氏九章算術注云凡實不滿法者乃有母子之名
若有分以乘其實而長之則亦滿法乃爲全耳張邱
建算經草云置二十一以分母五乘之內子三得一
百八以九乘之得九百七十二却以分母五而一按
以分母五而一者仍收所通爲全得一百九十四又
五分之二也九章算術云三分之二七分之四九分
之五合之得幾何答曰得一六十三分之五十按三
七九連乘得一百八十九約之爲六十三互乘二四

五爲三百三十九過母數故升一百八十九爲全數之一餘一百五十亦約爲五十故得全數一又六十三分之五十也

倍其母則子半半其母則子倍

母子之名起於帶分亦通於諸率如若干物若干價則物母而價子若干邑若干人則邑母而人子設良馬二匹値錢千貫欲倍之則倍千貫爲二千貫可也半二匹爲一匹亦可也半二匹爲一匹子不倍而自倍矣設嘉穀一石値錢一千六百欲半之則半一千六百爲八百可也倍一石爲二石亦可也倍一石爲

二石子不半而自半矣劉氏注云子不可半者倍其母倍半之用異而同也開方術云除已倍法爲定法初商得平方尚有餘實必分加於四面而補其四隅半其四面爲二廉卽省其四隅爲一隅是卽可半而半之義於四爲半於一爲倍此用倍正用半之妙也弦自乘而半之如廣自乘之積則廣自乘而倍之如弦自乘之積句自乘股自乘相并猶廣自乘而倍之也弦自乘方積中以股自乘爲正方則句自乘必爲兩廉一隅如開方狀股弦差自乘卽隅股弦差乘股卽廉以股弦差乘句積卽兩廉一隅相連之縱方故以股弦差乘句積視兩股則多一差視兩弦則少一差多一差故減差而半之得股少一差故加差而半之得弦張邱建算經葭池術云置葭去岸尺數自相乘以出水尺數而一所得加出水而半之得葭長減出水尺數卽得水深葢水深爲股葭長爲弦出水爲股弦差葭去岸尺數爲句也九章算術葭池術云半池方自乘以出水一尺自乘減之餘倍出水除之卽得水深加出水數得葭長此亦以水深爲股葭長爲弦出水爲股弦差葭去岸爲句乃不用半而用倍者以差乘句積而半之與倍差乘句積其義一也又題

云立木繫索其末委地三尺引索郤行去本八尺而索盡術云以去本自乘令如委數而一所得加委地數而半之卽索長又題云垣高一丈倚木於垣高與垣齊引木郤行一尺其木至地術云以垣高自乘如郤行尺數而一所得以加郤行尺數半之卽木長數二者卽張邱建求葭長之法又題云竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高幾何術曰以去本自乘令如高而一所得以減竹高而半其餘卽折者之高此去本爲句高爲股弦并以股弦差除句積得股弦并則以股弦并除句積得股弦差減差而半之得股猶

減出水而半之得水深也是用半正用倍之妙也鏤道術云圓材以鏤鏤之深一寸鏤道長一尺半鏤道自乘如深寸而一以深寸增之即材徑蓋材徑爲弦鏤道爲句深寸爲股弦差之半就鏤道則必倍深寸以除鏤道之自乘而半之今就深寸則半鏤道自乘而以深寸除之所得爲半徑者二合之正爲全徑不必更半之也又術云開門去閫一尺不合二寸問門廣幾何以去閫一尺自乘所得以不合二寸半之而一所得增不合之半即得門廣此門廣如材徑以爲股則去閫之一尺僅得句之半必倍之自乘以不合

二寸爲股弦差除之減差而半之乃得廣今不倍去閫之一尺故必半不合之二寸既半不合之二寸故不必半已除之句積鏤道之半在差故半句同於倍差門廣之半在句故半差同於倍句也又題云戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戶高廣各幾何術云令一丈自乘爲實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多之半即戶廣加相多之半即戶高劉氏注云弦冪適滿萬寸倍之減句股差冪開方除之所得即句股并數以差減并而半之即戶廣加相多之數即戶高今此術先求其半蓋

弦自乘爲句股者四爲句股差自乘者一倍之則爲句股者八爲句股差自乘者二若句股并自乘則爲句股者八爲句股差自乘者一於弦自乘倍之而減一句股差之自乘適得句股并之自乘故開方之即得句股并得句股并則加差而半之得股減差而半之得句欲得句股并故倍之於前欲得句股故半之於後此劉氏注義也經乃半相多自乘倍之減實者相多即句股差半而自乘而又倍之即相多自乘而半之也弦自乘之實爲句股四爲句股差自乘者一減去差自乘之半是餘句股四及差自乘之半復於

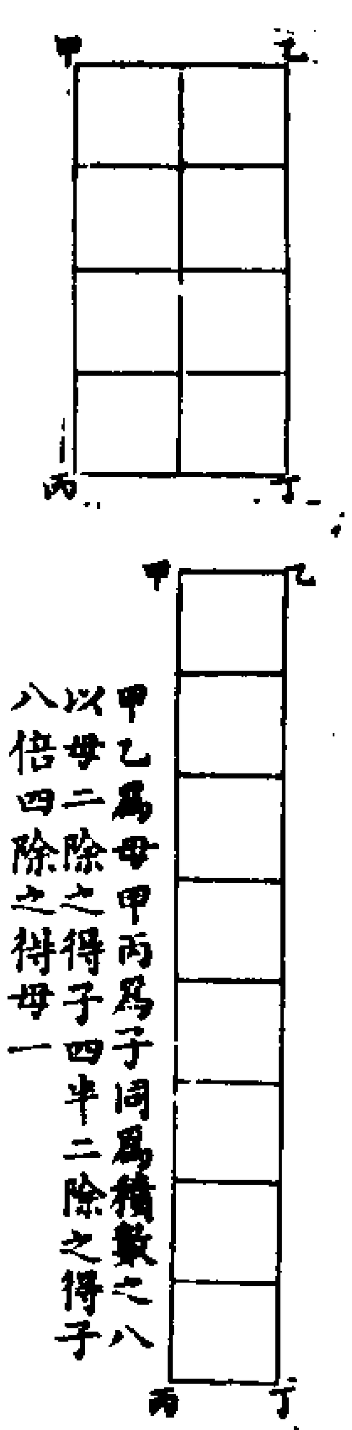
此所餘者而半之是得句股二句股差自乘者四分之一亦即爲句股并自乘者四分之一開方得句股并之半故在句股并加差者在此加差之半在句股并減差者在此減差之半本爲句股并之半則不必更爲半之故曰先求其半其用倍用半之通亦鏤道門廣之義也容圓術云八步爲句十五步爲股爲之求弦三位并之爲法以句乘股倍之爲實實如法得徑一步蓋句乘股得積以句股弦并而除之即圓半徑倍積而後除猶既除而後倍也若以句乘股爲子句股弦并爲母并句股弦而半之則不必倍句乘股

之積矣𠩄功芻甍術云倍下袤上袤從之以廣乘之又以高乘之六而一芻童術云倍上袤下袤從之亦倍下袤上袤從之各以其廣乘之并以高若深乘之皆六而一蓋立方邪剖爲二曰塹堵邪剖爲三曰陽馬二塹堵背連兩端各附以二陽馬曰芻甍一立方四塹堵四陽馬相連曰芻童二者之高及下袤下廣皆同於立方袤廣高三者相乘爲立方較芻甍多二塹堵八陽馬較芻童多四塹堵八陽馬均不便於算故倍下袤乘爲兩立方則爲塹堵者八爲陽馬者二十四又以上袤與高廣相乘爲立方爲塹堵者四合

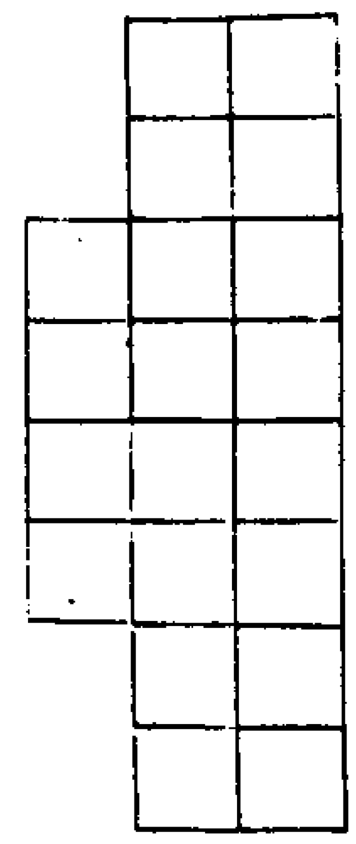
之得塹堵十二陽馬二十四恰當六芻甍之數倍芻童之下袤乘下廣及高則爲立方者二爲塹堵者十六爲陽馬者二十四上袤從之則爲立方者一爲塹堵者四（上袤承下廣故有兩旁無四隅）又倍上袤乘上廣及高則爲立方者二下袤從之則爲立方者一爲塹堵者四合之得立方六塹堵陽馬各二十四亦恰當六芻童之數劉氏注芻甍云亦可令上下袤差乘廣以高乘之三而一即四陽馬下廣乘上袤而半之高乘之即二塹堵并之以爲甍積經合陽馬於塹堵故倍之以合其數注分陽馬於塹堵故半之以得其實也注芻童

云又可令上下廣袤差相乘以高乘之三而一上下廣袤互相乘并而半之以高乘之并之爲芻童積此亦分陽馬塹堵義如芻甍注又云又可令上下廣袤互相乘而半之上下廣袤又各自乘并以高乘之三而一即得蓋上下廣袤各乘爲平方又各乘以高爲大小兩立方得立方二（形如小立方）塹堵八陽馬十二（大立方多於小立方之形）是兩芻童多四陽馬也三芻童少一立方四塹堵也上下廣袤互相乘而乘以高是成兩縱方體爲立方者二爲塹堵者八兩芻童少八陽馬也合之是四芻童多四陽馬也試以廣袤各自乘者爲母

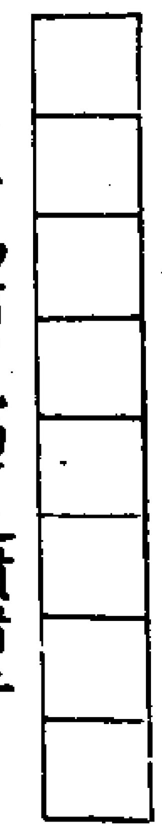
廣袤互相乘者爲子母多四陽馬子少八陽馬若倍母爲四芻童則多八陽馬正與子盈虛相補而恰成六芻童也若半子爲一芻童則少四陽馬亦正與母盈虛相補而恰成三芻童也就其母則半其子就其子則倍其母舉一反三術可知矣塹堵陽馬出於立方詳見於前此弟以明用倍用半之義爾



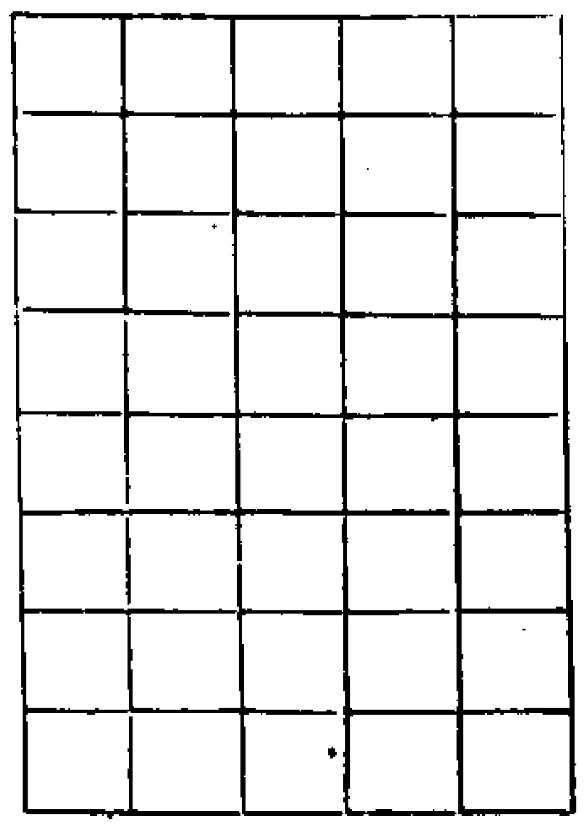
甲乙爲母甲丙爲子同爲積數之八以母二除之得子四半二除之得子八倍四除之得母一



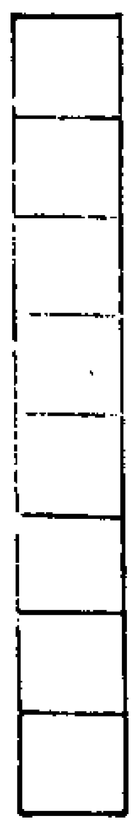
右母爲前甲乙丙丁之積者二則多四



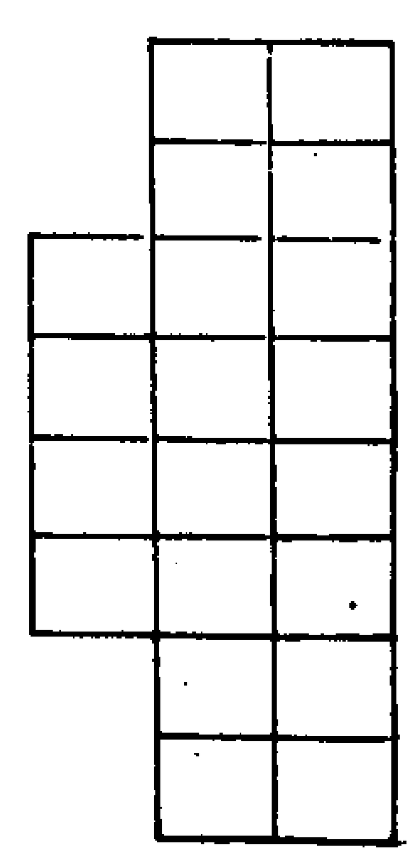
右子爲前甲乙丙丁之積者二則少八



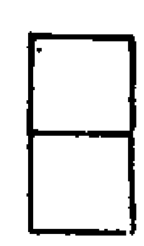
倍母二爲四則多八

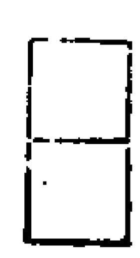


以母之多八補子之少八則合成甲乙丙丁之積者六



不倍其母則半其子





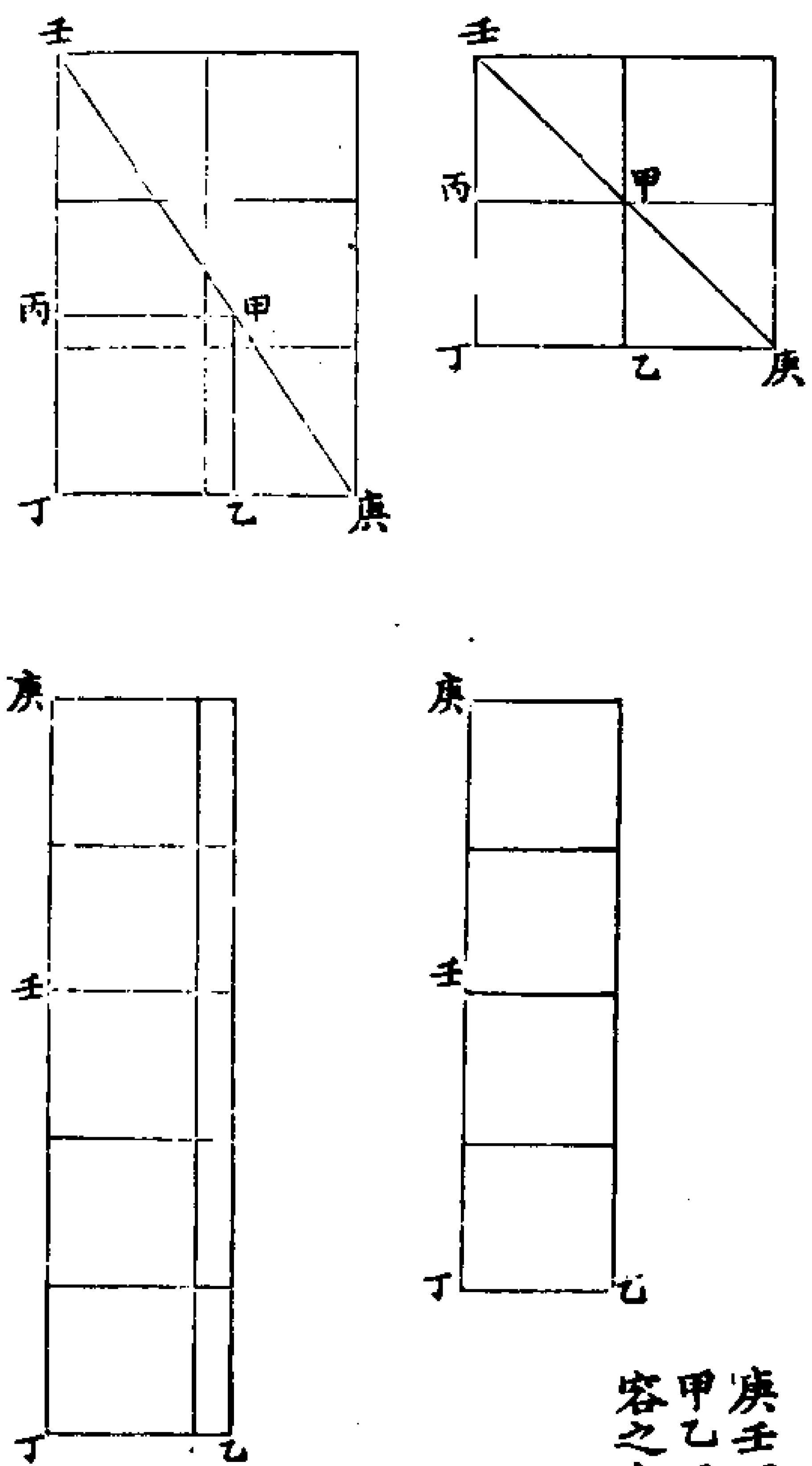
半子之八爲四則爲甲乙丙丁之積者少四以消母之所多爲甲乙丙丁之積者三

母之所增視全母爲幾分則子之所減亦視全子爲幾分母之所減視全母爲幾分則子之所增亦視全子爲幾分

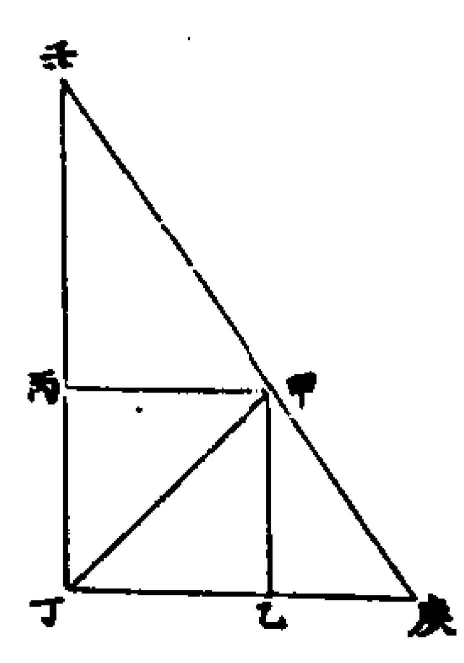
母子倍半之互易除法之理已不外是由倍半而推之則無論增減幾分皆可以倍半互易之理例之如以三除九得三倍三爲六以除九則得一五爲三之半再倍三爲九以除九則得一九之於三爲增三分之二一之於三爲減三分之二又如句三股四相乘爲十二若倍三爲六以除十二則股得二爲四之半或增股爲六以除十二則句得二六之於四猶三之

於二也句股容方術云并句股爲法句股相乘爲實實如法而一按句股相乘卽方積也并句於股卽母子倍半之術也設正方之積四剟午畫之則爲方一者四以茲斜界之所容一方正其一邊之半蓋二除四爲二并二於二爲四以除四則得一旣爲二之半亦卽爲容方之邊矣正方如是縱方可知句六股十二相乘積七十二並六於十二爲十八以除七十二得四卽容方之邊而六於十八爲三分之一二於六亦三分之一增四減二其義一也於是分容方之兩邊卽爲中垂綫倍句股積并句股除之得容方之兩

邊則倍三角積以底除之得中垂綫剖句股爲兩三角則在句股爲容方之兩邊者在三角爲中垂綫矣



庚壬丁爲句股甲乙丙丁爲所容之方



庚壬丁句股形自甲丁分之爲兩三角形一爲甲庚丁以甲乙爲中垂綫一爲壬甲丁以甲丙爲中垂綫合兩中垂綫卽爲容方
倍甲庚丁以庚丁除之得丙丁卽得甲乙倍壬甲丁以壬丁除之得乙丁卽得甲丙

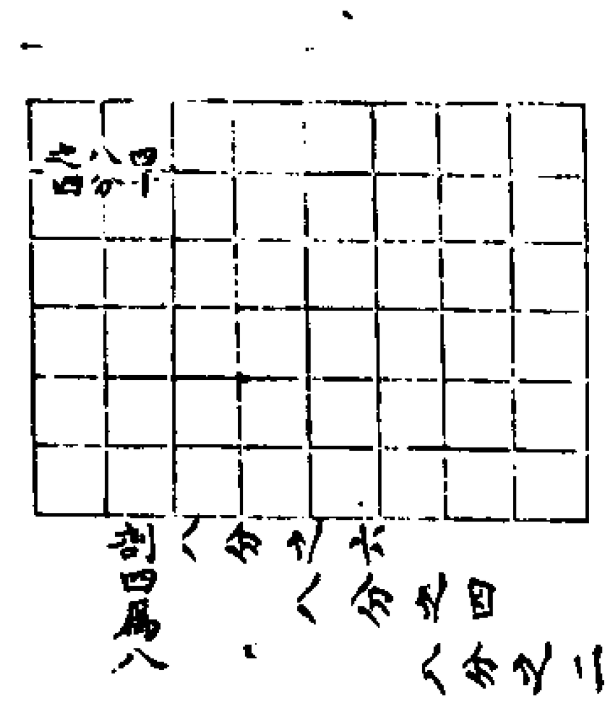
分其母爲幾倍之多子亦視其母之幾倍而分之并其母爲幾倍之損子亦視其母之幾倍而并之爲約除母倍則子半母半則子倍此倍半於母子原數之外也母倍子亦倍母半子亦半此倍半於母子原數之中也九章算術明諸分之理首詳約分題曰今有十

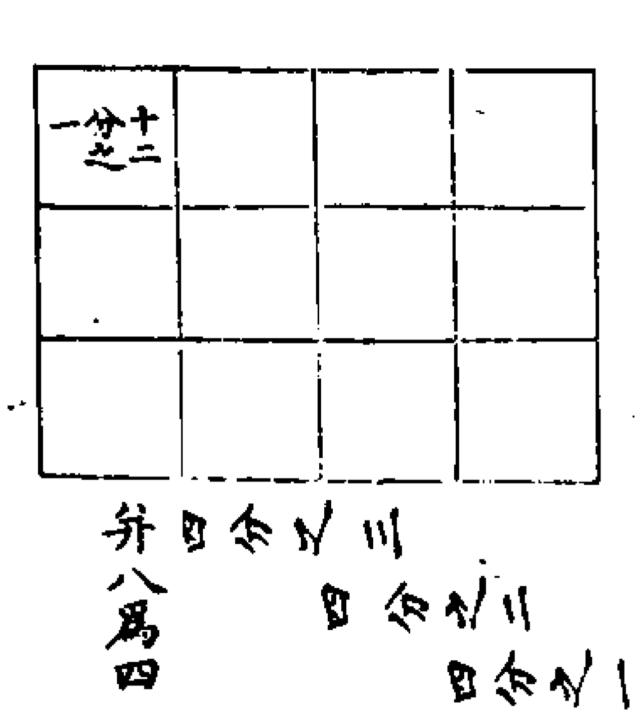
八分之十二問約之得幾何答曰三分之二又曰有九十一分之四十九問約之得幾何答曰十三分之七術曰可半者半之不可半者副置分母子之數以少減多更相減損求其等也以等數約之劉氏注云約分者物之數量不可悉全必以分言之分之爲數繁則難用設有四分之二者繁而言之亦可爲八分之四約而言之則二分之一也雖則異辭至於爲數亦同歸爾按以十八半爲九十二半爲六爲九分之六所謂可半者半之也以十八減十二餘六卽以六除母子爲三分之二六除十八爲三六除十二爲二所謂副置分母

以少減多也以九十一減四十九餘四十二又以四十二減四十九餘七所謂更相減損也蓋母較子爲若干倍以其積數言之可也以其倍數統言之亦可也子本一數則以母遞減得其同子本二倍三倍以上則必以母子互減而得其同詳見卷一同者數之根故以根約爲母子也不曰除曰約者化緐爲約之謂也乃化緐爲約者亦可化約爲緐古人適於用故不備其義爾孫子算經題云今有九家共輸租一千斛甲出三十五乙出四十六丙出五十七丁出六十八戊出七十九己出八十庚出一百辛出二百一十壬出

三百二十五僦運值折二百斛外問家各幾何術以各家所出之率以四乘之以五除之按此九家出率合得一千共輸之一千折去二百存八百是空以一千爲首率八百爲二率與各家出率異乘同除而得各家之數今不用一千八百而用五四者五爲一千之半四爲八百之半可半而半之也是故粟率五十糲米二十四菽荅麻麥各四十五而求粟爲糲米之法十二之二十五而一十二者糲米率之半也二十五者粟率之半也又均輸有人當稟率二斛倉無粟欲與米一菽二李淳風云置粟率五乘米一米率三

除之粟率十以乘菽二菽率九除之粟率十者五十之倍也菽率九者四十五之倍也母倍子亦倍母半子亦半此可例矣





二之一　四之二　六之三　八之四　十之五
十二之六　十四之七　十六之八　十八之九
三之一　六之二　九之三　十二之四　十五之五　十八之六　二十一之七　二十四之八
二十七之九
三之二　六之四　九之六　十二之八　十五之十　十八之十二　二十一之十四　二十四之十六　二十七之十八
四之一　八之二　十二之三　十六之四　二十之五　二十四之六　二十八之七　三十二之

八　三十六之九
四之二　八之四　十二之六　十六之八　二十
之十　二十四之十二　二十八之十四　三十
二之十六　三十六之十八
四之三　八之六　十二之九　十六之十二　二
十之十五　二十四之十八　二十八之二十一
三十二之二十四　三十六之二十七
五之一　十之二　十五之三　二十之四　二十
五之五　三十之六　三十五之七　四十之八
四十五之九

五之二　十之四　十五之六　二十之八　二十
五之十　三十之十二　三十五之十四　四十
之十六　四十五之十八
五之三　十之六　十五之九　二十之十二　二
十五之十五　三十之十八　三十五之二十一
四十之二十四　四十五之二十七
五之四　十之八　十五之十二　二十之十六
二十五之二十　三十之二十四　三十五之二
十八　四十之三十二　四十五之三十六
六之一　十二之二　十八之三　二十四之四

三十之五　三十六之六　四十二之七　四十
八之八　五十四之九
六之二　十二之四　十八之六　二十四之八
三十之十　三十六之十二　四十二之十四
四十八之十六　五十四之十八
六之三　十二之六　十八之九　二十四之十二
三十之十五　三十六之十八　四十二之二
十一　四十八之二十四　五十四之二十七
六之四　十二之八　十八之十二　二十四之十
六　三十之二十　三十六之二十四　四十二

之二十八　四十八之三十二　五十四之三十
六
六之五　十二之十　十八之十五　二十四之二
十　三十之二十五　三十六之三十　四十二
之三十五　四十八之四十　五十四之四十八
七之一　十四之二　二十一之三　二十八之四
三十五之五　四十二之六　四十九之七
五十六之八　六十三之九
七之二　十四之四　二十一之六　二十八之八
三十五之十　四十二之十二　四十九之十

四　五十六之十六　六十三之十八　二十八之十
七之三　十四之六　二十一之九　二十八之十
二　三十五之十五　四十二之十八　四十九
之二十一　五十六之二十四　六十三之二十
七
七之四　十四之八　二十一之十二　二十八之
十六　三十五之二十　四十二之二十四　四
十九之二十八　五十六之三十二　六十三之
三十六
七之五　十四之十　二十一之十五　二十八之

二十　三十五之二十五　四十二之三十　四
十九之三十五　五十六之四十　六十三之四
十五
七之六　十四之十二　二十一之十八　二十八
之二十四　三十五之三十　四十二之三十六
四十九之四十二　五十六之四十八　六十
三之五十四
八之一　十六之二　二十四之三　三十二之四
四十之五　四十八之六　五十六之七　六
十四之八　七十二之九

八之二　十六之四　二十四之六　三十二之八
四十之十　四十八之十二　五十六之十四
六十四之十六　七十二之十八
八之三　十六之六　二十四之九　三十二之十
二　四十之十五　四十八之十八　五十六之
二十一　六十四之二十四　七十二之二十七
八之四　十六之八　二十四之十二　三十二之
十六　四十之二十　四十八之二十四　五十
六之二十八　六十四之三十二　七十二之三
十六

八之五　十六之十　二十四之十五　三十二之
二十　四十之二十五　四十八之三十　五十
六之三十五　六十四之四十　七十二之四十
五
八之六　十六之十二　二十四之十八　三十二
之二十四　四十之三十　四十八之三十六
五十六之四十二　六十四之四十八　七十二
之五十四
八之七　十六之十四　二十四之二十一　三十
二之二十八　四十之三十五　四十八之四十

二　五十六之四十九　六十四之五十六　七
十二之六十三
九之一　十八之二　二十七之三　三十六之四
四十五之五　五十四之六　六十三之七
七十二之八　八十一之九
九之二　十八之四　二十七之六　三十六之八
四十五之十　五十四之十二　六十三之四
七十二之十六　八十一之十八
九之三　十八之六　二十七之九　三十六之十
二　四十五之十五　五十四之十八　六十三

之二十一　七十二之二十四　八十一之二十
七
九之四　十八之八　二十七之十二　三十六之
十六　四十五之二十　五十四之二十四　六
十三之二十八　七十二之三十二　八十一之
三十六
九之五　十八之十　二十七之十五　三十六之
二十　四十五之二十五　五十四之三十　六
十三之三十五　七十二之四十　八十一之四
十五

九之六　十八之十二　二十七之十八　三十六
之二十四　四十五之三十　五十四之三十六
六十三之四十二　七十二之四十八　八十
一之五十四
九之七　十八之十四　二十七之二十一　三十
六之二十八　四十五之三十五　五十四之四
十二　六十三之四十九　七十二之五十六
八十一之六十三
九之八　十八之十六　二十七之二十四　三十
六之三十二　四十五之四十　五十四之四十

八　六十三之五十六　七十二之六十四　八
十一之七十二

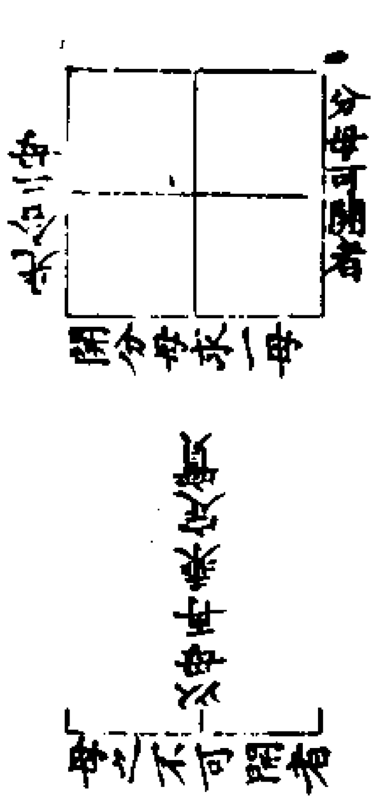
自乘則母有二。必由一母求二母之通分。再自乘則母有三。必由一母求三母之通分。

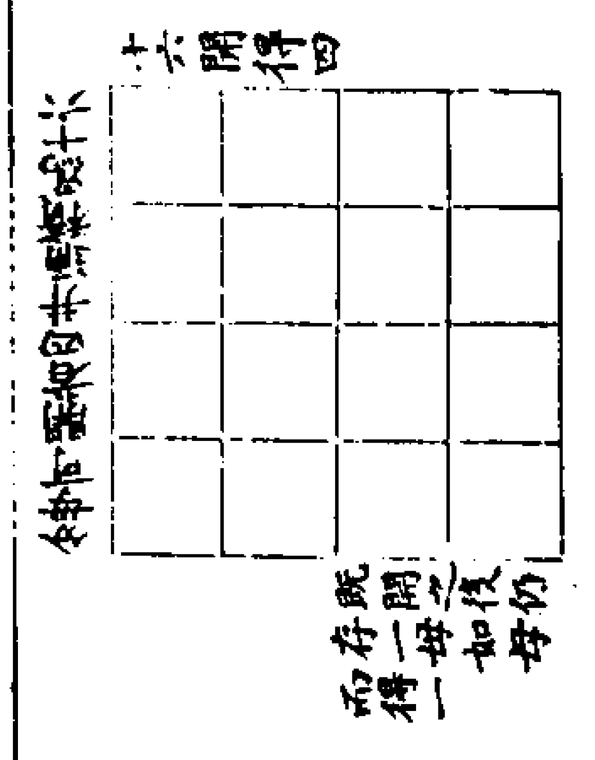
九章少廣開方術云。實有分者。通分內子爲定實。乃開之。訖開其母報除。若母不可開者。又以母再乘定實。乃開之。訖令如母而一。李淳風云。分母可開者。並通之積先合二母。既開之後。一母尚存。故開分母。求一母爲法。以報除也。分母不可開者。本一母也。又以母乘之。乃合二母。既開之後。亦一母存焉。故令如母

而一，得全面也。循按二母者，平方之邊，一也。方邊自乘之數，二也。如方七十里國二十一，則方七十里爲母，不足七十里爲子。若方三十里，則云七十分國之三十矣。此一母也。乃方七十，則積四千九百里，以此積爲母，亦以方三十里之積九百爲子。又云四千九百分國之九百矣。是又一母也。以此二十一國開方，通其分爲一千四百七十，二十一乘七十不可以開，必通爲十萬口口二千九百，二十一乘四千九百而後可開。既開得數，以四千九百除之，卽得每面若干國。問者擧積十萬口口二千九百及母數四千九百者，必以四千九百

開方得七十爲母，以除得每面國數，所謂開其母報除也。若止擧七十里爲母，則必以七十自乘得四千九百，合爲十萬口口二千九百。既開，以七十除之，所謂以母再乘定實也。和而開之，是母之四千九百已合入十萬口口二千九百矣。所謂分母可開者，並通之積也。邊化於積中，所謂先合二母也。所開者積，所得者邊，是一母存也。擧積可開，擧邊不可開，積二母，邊一母，故曰本一母也。又以母乘之，乃合二母者，求得積邊數化於其中也。本是邊，不必再求，故如母而一，卽得也。總之，實宜用積，不可用邊，故必合二母報除，宜用邊，不可用積，故必求一母。明乎一母二母之理，開方之能事盡矣。二母如是，三母可知。三母者，立方之積也。邊爲一母，羃爲二母，立方體爲三母。開立方術云：積有分者，通分內子爲定實，定實乃開之，訖，開其母以報除。若母不可開者，又以母再乘定實，乃開之，訖，令如母而一。李淳風云：分母可開者，並通之積，先合三母，既開之後，一母尚存，故開分母求一母爲法，以報除也。分母不可開者，本一母也，又以母再乘之，令合三母，既開之後，一母猶存，故令如母而一。其術與平方二母同。如方明之制，方四尺，設有八枚

欲合爲立方，問根幾何。每方四尺爲一母，自乘十六尺爲二母，再乘六十四尺爲三母，必以八枚乘三母之數爲五百一十二尺，以此開立方，得八尺，是不可以六十四除之，亦不可以十六除之，必仍以一母之四尺除之，得二，是爲每邊得二方明也。





倍其子爲實倍其母爲法除之如母除子之數以子之差爲實以母之差爲法除之亦得母除子之數以倍子乘倍母以一數除之如除子乘母之數以子差乘母差以一數除之亦如除子乘母之數

方程之術於齊同之後繼以減除蓋凡母子兩數用其全以除全與用其零以除零其理正同若甲三乙四丙五以三乘五爲一十五以四乘五爲二十并三四爲七并一十五與二十爲二十五以七除之得五若以四減三爲一以一十五減二十爲五以一除五亦得五方程以兩色爲和較而每色相當既減去其一色則所餘之差卽一色之差故除之而得也若盈不足於齊同之後以出率相減爲法以乘盈朒之并數蓋盈不足本整數之差不必更減而卽爲以差除差兩盈兩朒則又必差中求差而後以差減差也差分本以差爲名故貴賤之數全以用差除差爲巧蓋

旣以賤價乘總物必少於總價之數其所少正貴物總價多於賤物總價之數而以貴物之價多於賤物者除之以差除差而得貴物價矣以貴價乘總物必多於總價之數其所多正賤物總價少於貴物總價之數而以賤物之價少於貴物者除之亦以差除差而得賤物價矣梅氏於乘法還原有九試七試之法以九與七減法實得餘法餘實之數又用以減法乘實之數及餘法乘餘實之數所餘必等此卽以差爲母子之理法乘實之數以九減之如是法差實差所乘之數以九減之亦如是以此數減之不啻以此數除之用九用七可也用二三四五六八亦可也

直以母除子爲徑分不可徑分而徑分之得貴賤之數謂之法賤實貴

今有貴賤差分之術卽粟米章貴賤之術也其術於錢多物少者以錢爲實物爲法除之其不盡者卽貴物之數復以此數減法所餘卽賤物之數錢少物多者以錢爲法物爲實除之其不盡者卽多物之價復以此價減法所餘卽少物之價經曰法賤實貴法少實多是也李淳風注釋云乘實宜以多乘法宜以少蓋旣得物價欲由價求物數故以少物乘少價之共

數得少價之共物以多物乘多價之共數得多價之共物推此既得物數欲由物求物價則以貴價乘貴物之共數得貴價之共數以賤價乘賤物之共數得賤價之共數古謂之其率返其率不以貴賤爲術名也今貴賤衰分不用徑除用徑乘者古以共數求之故用除貴賤衰分有出率以出率求之故反乎除而用乘用除則以實之餘減法用乘則以實之餘減共數術詳於古其究不外其率反其率之二術也徑除者九章方田謂之經分粟米謂之經率題云出錢一百六十買瓴甓十八枚問枚幾何術曰以所買率爲

法所出錢數爲實實如法得一李淳風注釋云按今有之義以所求率乘所有數合以瓴甓一枚乘錢一百六十爲實但以一乘不長故不復乘是以徑將所買之率與所出之錢爲法實也此卽除法之常因以共價共物求一物之價有似於今有術而三率爲單數可省一乘此經之所以名也貴賤兩數不可一除而卽得而一除可以得貴數故不可徑除而亦徑除之常推其術之意凡句股形有一角一邊可以求邊三角形則一角一邊不可以求邊乃不可以求而徑求之遂得垂綫再由垂綫而得邊此卽貴賤衰分用

徑乘徑除之理也明於其理而貫通之天下焉有死法與

加減乘除釋卷五

江都焦循學

以朒減盈合減數差數必與盈數等以兩朒減一盈合減數之兩朒與差數必與盈數等以一朒減兩數之盈或兩盈或一朒一盈或兩朒合之皆盈於一朒合減數差數必與兩數之盈等盈數爲和減數差數爲較分和卽爲較合較卽爲和和常在盈較常在朒以兩較言之較亦有盈以兩和言之盈亦有朒

加減之法婦孺所共知然其理至精其用至奧在算數如方程在測量如矢較及其精微不過加減而已

爲推其例大略有三曰以朒減盈兩色方程之和較也曰以兩朒減一盈曰以一朒減兩數之盈三色方程之和較也四色五色以上皆可以此爲例以朒減盈分一爲二也以兩朒減一盈分一爲三也以一朒減兩數之盈合二爲一又互分一爲二也分一爲二則一卽二之和二卽一之較也分一爲三則一卽三之和三卽一之較也合二爲一又分一爲二則合爲分之和分爲合之較也

一

二　減一餘一

三　減一餘二　減二餘一

四　減一餘三　減三餘一　減二餘二

五　減一餘四　減四餘一　減二餘三　減三餘二

六　減一餘五　減五餘一　減二餘四　減四餘二　減三餘三

七　減一餘六　減六餘一　減二餘五　減五餘二　減三餘四　減四餘三

八　減一餘七　減七餘一　減二餘六　減六餘二　減三餘五　減五餘三　減四餘四

九　減一餘八　減八餘一　減二餘七　減七餘二　減三餘六　減六餘三　減四餘五　減五餘四

右以朒減盈

一

二

三　減一一餘一

四　減一一餘二　減一二餘一

五　減一一餘三　減一二餘二　減一三餘一
減二二餘一

六　減一一餘四　減一二餘三　減一三餘二
減一四餘一　減二二餘二　減二三餘一
七　減一一餘五　減一二餘四　減一三餘三
減一四餘二　減一五餘一　減二二餘三
減二三餘二　減二四餘一　減三三餘一
八　減一一餘六　減一二餘五　減一三餘四
減一四餘三　減一五餘二　減一六餘一
減二二餘四　減二三餘三　減二四餘二
減二五餘一　減三三餘二　減三四餘一
九　減一一餘七　減一二餘六　減一三餘五

減一四餘四　減一五餘三　減一六餘二
減一七餘一　減二二餘五　減二三餘四
減二四餘三　減二五餘二　減二六餘一
減三三餘三　減三四餘二　減三五餘一
減四四餘一
右以兩朒減一盈
一一
一二
一三　二二
一四　二三
一五　二四　三三
一六　二五　三四
一七　二六　三五　四四
一八　二七　三六　四五
一九　二八　三七　四六　五五
一一十　二九　三八　四七　五六
一十一　二一十　三九　四八　五七　六六
一十二　二十一　三一十　四九　五八　六七
一十三　二十二　三十一　四一十　五九　六八　七七
一十四　二十三　三十二　四十一　五一十　六九　七八

一十五　二十四　三十三　四十二　五十一　六一十　七九
八八
一十六　二十五　三十四　四十三　五十二　六十一　七一十
八九
一十七　二十六　三十五　四十四　五十三　六十二　七十一
八一十　九九
右以一朒減兩數之盈如一減二二餘三二減一三餘二
自一行言之和較因加減而後名自兩行言之加減因和較而始定一行兩行詳見後圖以和較言之因加減而有盈朒以加減言之因盈朒以生和較以朒減盈必有一和兩

較和較純盈朒純則用加減純所得和從乎和較從乎較和較互盈朒純則用加減互所得和從乎和之盈較從乎較和較純盈朒互則用加減純所加得之和從乎和減得之和從乎較之盈和較互盈朒互則用加減互所加得之和從乎和之盈減得之和從乎較之盈

九章算術於方程一章設爲禾秉牛羊燕雀等術有云上若干中若干下若干實若干題之曰方程李淳風注釋云此都術也蓋上列較數下列和數爲方程之正故又有云如方程損之曰益益之曰損損益者卽相較之差也又有云如方程以正負術入之正負

術云同名相除異名相益正無入負之負無入正之其異名相除同名相益正無入正之負無入負之李籍音義云正與正同名負與負同名同名相除則異名者相益異名相除則同名者相益一正一負相反而相爲用此解正負至精至當元明以來不知正負之旨於是以空位立負往往推之不可以通梅勿菴反復推求撰論六卷痛斥立負之非遂株連於異減同加之術而以爲誤立四例曰和曰較曰和較雜曰和較變又定爲同名相加減異名相減加之例於是有變正爲負變負爲正之說使首位皆爲同名法之畫一

非同偶中誠爲不朽之功然求乎加減之原則和較正負之名皆爲僑設非其本也梅勿菴句股舉隅說窺望海島云程賓渠著算法統宗頗能備九章其句股章言劉徽注九章立重差之法以窺望海島爲篇目迨後唐李淳風宋揚輝釋名圖解以彰前美劉李諸君之書必有精義而世不多有梅氏此說蓋未見劉氏九章注也循嘗細推究之方程設問列兩率於上下言總數者舉和數以求較數也列兩率於上下言差數者舉較數以求和數較數也今專就所舉以爲名目已爲偏指若正負之立第用之以標同異非若盈不足術之同名異名爲加減一定之臬正負標明或同減而異加或同加而異減如李籍所注非不畫一易辨今膠柱

於同減異加必斥去同加異減之說而別立爲正負交變之法恐轉不免於拘且緐於舊術矣蓋推夫加減之原不獨和較之名不可彊分卽正負之名亦不必假設也方程之術必以和較並立有和較較者有較和較者有較較和者兩行皆較較和卽勿菴之和數兩行皆和較較或皆較和較卽勿菴之較數一行較較和一行和較較卽勿菴之和較雜兩和相當或兩較相當卽兩正兩負之同名一和一較相當卽一正一負之異名加減所得和從和較從較則勿菴之所謂不變較從乎和和從乎較則勿菴之所謂和較

變試細推之和較純盈朒純者和較爲本行之盈朒盈朒爲隔行之和較皆純則一行均盈一行均朒以和加和以和減和仍得和以較加較以較減較仍得較列位本無糅雜則加減亦不得糅雜加減不糅雜所得之和較亦自無糅雜也或兩行之盈朒雖純而和較相互以和當較以較當和以較當較是兩異名一同名異加則同減異減則同加故加減亦互也蓋以和加較以較加和互相消息而多少相補既齊其所不齊而朒爲新差故兩較相減亦齊其所不齊而朒爲新差也若齊其不齊遂無差數則爲適足矣以

和減較以較減和是盈中所減者少朒中所減者多則此率之差必增於原差而所以增者即緣彼率之有差彼率以差相減即以差相予新予之差既受原有之差亦存詳見卷一故并兩較而適如所減兩數相減之差也此兩較加減之所以仍得較兩較既仍得較則和必從乎一和一較矣一和一較有兩則兩和必有一盈于兩較中去一和而償一較則此和數中多彼一較數矣故減去此較數而和仍爲和於兩較中去一較而償一和則和數中少彼一較矣故加此較數而和亦仍爲和此和從乎和之盈也若和之朒者

其兩較之加減皆必從乎彼率烏得仍爲和數乎其或和較既互盈朒亦互其加減互用之理同乎前而所得之和較則有異然所得和較之異屬於減不屬於加何也所異於盈朒純者惟左右之互易亦既左右相加遂無分於孰左孰右故於左右之互易者而加之和從乎和之盈自若也以言乎減本以左兩盈減右兩朒故朒從乎盈而和較相值今以左朒減右盈以右朒減左盈是兩盈中各減一朒兩盈中各減一朒即兩盈中共減兩朒此兩盈即兩和本於兩和中減去兩較雖縱橫互易而減差不易故減兩和而

爲較加兩較而爲和也其或盈朒互而和較純皆同名則用加減不可互均用加則和較之仍和較自若也均用減於左盈減右朒是左右各減一同數之朒也左四中減去右三是左右各減去一三於右盈減左朒是亦左右各減一同數之朒也右六中減去左二是左右各減去二左右所減皆同則兩盈之減餘雖朒於兩和而差則存而不改故減兩和即兩盈之差而較從乎和兩較相減減餘必屬較之盈故減兩盈而和從乎較之盈也以兩和列於下其上中必兩較以兩較列於下其兩和或在上或在中或上中各一和一較以一和一較列於下其上

或兩較或亦一和一較且舉其下正所以求其上中故曰和較之名不可以彊分勿菴分和較之名自其下列者而名之耳

和九　較六　較三
和三　較二　較一
三二一皆朒於六四二是朒之純
和六　較四　較二
和三　較二　較一
六四二皆盈於三二一是盈之純
較七　和八　較一
和三　較二　較一

右和較純盈朒純加減純

較四　和六　較二
較一　和四　較三
較七　較一　和八
和三　較一　較二
較四　較二　和六
較一　較三　和四

右二圖和較互盈朒純加減互

較七　較八　和十五
較三　較六　和九
三朒於四六盈於二九盈於六是朒與盈互

較四　較二　和六
較一　和四　較三
四盈於三二朒於六六朒於九是盈與朒互

右和較純盈朒互加減純

較七　和八　較一
較三　和六　較三
和四　較二　較二
較一　較四　和五

右和較互盈朒互加減互

以兩朒減一盈則有一和三較和較純盈朒純用加減純所得和從乎和較從乎較和較互盈朒純用加減互

所得和從乎和之盈較從乎較和較純盈朒互用加減純用加則所得之和從乎和用減則變兩和兩較而所得之兩和從乎較之盈和較互盈朒互用加減互於互用加則所得之和從乎和之盈於互用減則變兩和兩較而所得之兩和從乎一和一較之盈

一和三較與一和二較理同惟和較純盈朒互者用加和從乎和用減從乎較之盈雖亦與一和二較之例同乃用減則一和變爲二和三較變爲兩較者何也於本行和內以和之盈爲本行減去彼行之和而償以彼行較數之盈者是本行之和內減彼行兩朒較也於

本行兩盈較（本行之和盈於彼行則本行必有兩盈較）各減一彼行之朒較與本行之和爲同少彼行之兩朒較矣惟和數槩三較之總此止兩較則和内尚多一較既於彼行所償較中減去此尚多之較數則此和彼較之減餘自與兩較之減餘相等此所以變也若和較盈朒皆互於互用加與盈朒之未互者同和仍依乎和之盈也於互用減則本行之和與彼行之和各減去一較則兩和之減餘即其餘四較之總數也

和十五　較七　較五　較三
和六　較三　較二　較一

和九　較四　較三　較二
和三　較一　較一　較一

右和較盈朒加減皆純

和十　較七　較二　較一
和九　較四　較三　較二

較一　和三　較一　較一
和八　較一　較四　較三

右和較互盈朒純加減互

和十五　較五　較六　較四
和六　較三　較二　較一

和九　較二　較四　較三
較三　較一　和二　和二

右和較純盈朒互加減純

較十　和十二　較一　較一
和六　較三　較二　較一

較四　和九　較三　較二
和二　和六　較五　較三

右和較互盈朒互加減互

以一朒減兩數之盈必有兩和兩較和較純盈朒純則用加減純所得和從乎和較從乎較和較互盈朒純則

用加減互所得和從乎和之盈較從乎較和較純盈朒互則用加減純加得之和從乎兩和減得之和從乎一和一較和較互盈朒互而和之盈不互則用加減互減餘在左兩和從乎左減餘在右兩和從乎右和較互盈朒互而和之盈亦互則用加減互所得爲三較一和於和之盈用加則和從乎和之盈於和之盈用減則和從乎較之並

兩和兩較其理與一和兩較一和三較同惟多一和則多一盈朒（和之盈和之朒）多一盈朒則多一互矣其和較盈朒皆純及和較互盈朒純者皆無異於一和兩較

之理若和較純盈朒互其純加亦無異惟純減則兩和互從於一和一較者蓋兩和與兩較其數本同今兩和用其朒以減隔行之盈用其盈以受減於隔行之朒兩較亦然夫本行之兩和兩較隔行之兩和兩較犬牙相錯數屬參差必不能於既減之後使兩和之數仍同兩較之數故減得之兩和不能從乎原有之兩和亦不能從乎原有之兩較也但本行之兩和兩較數既相當而隔行之兩和兩較數亦相當故之於和之朒者收之於較之盈奪之於和之盈者償之於較之朒蓋兩和與兩較始之數同既減而數不同

以同者相消息爲不同也一和一較與一和一較始之數不同既減而數必同以不同者相消息而爲同也故兩和必互從於一較一和然一較一和又必一盈一朒相消息故兩和所從和盈則較朒較盈則和朒也其和較盈朒皆互而和之盈有互不互者蓋兩和兩較左右相錯必有一和一較之不相錯皆互則四位均爲異名純用加減矣不相錯者在和較之盈則相錯者皆從乎盈故兩和加減仍得和兩較加減仍得較其餘一和一較亦和較互從亦消息之勢然也所互之和較在盈其三位皆從之則相加爲三位之和和較互斯兩較皆盈故於和較之互用減兩較用加則三位從兩較之盈而和即屬於兩較至此則兩和兩較變而爲一和三較勿菴所謂較變和也夫一和二較及一和三較和較必不可通易惟二和二較數本相當位亦相等和可謂之較較亦可謂之和然和較無定而盈朒有定加減之際則不容少紊矣

和九　和七　較五　較十一
和三　和二　較一　較四

和六　和五　較四　較七
和三　和三　較三　較三

右和較純盈朒純加減純所得和較亦純

和九　較二　和四　較十一
和三　和二　較一　較四

和六　較四　和五　較七
和三　較六　和六　較三

較七　和七　和三　較三
和三　較一　和二　較四

較四　和六　和五　較七
較一　和五　和七　較十一

右二圖和較互盈朒純加減互所得兩和從乎兩
和之盈和六和五皆盈於和三和二故所得之和從之
和七　和八　較六　較九
和三　和六　較一　較八
和四　和二　較五　較一
較一　和四　和四　較七
右和較純盈朒互加減純加得兩和仍從兩和減
得兩和互當一和一較加得兩和七八仍當兩和三六減得兩和一當和二一當較五
和七　和四　較六　較五

和三　和六　較一　較八
較四　和二　和五　較三
較一　和八　和四　較十一
右和較互盈朒互加減互減餘在左者所得兩和
從左之兩和減餘在右者所得兩和從右之兩和
所互之盈朒同名不互故和各從和六一當二五爲盈朒互兩和爲同名
較七　較四　較四　和十五
和三　和六　較一　較八
和四　較二　和五　較七

較一　和八　較六　較一
右和較互盈朒互加減互所互之盈朒不同名則
變爲三較一和所互用加則和從和之盈用減則
和從較之並和六於和五爲盈和八從之較八較七相並和十五從之
以一和三較與兩和兩較相當則和較不能皆純必三
加而一減或三減而一加其盈朒純者盈屬乎一和三
較所得亦從之爲一和三較盈屬乎兩和兩較所得亦
從之爲兩和兩較其盈朒之互左右各兩者若互於縱
不互於橫則所得均一和三較若互於縱復互於橫則
所得均兩和兩較均一和三較者加則和從乎加之盈

減則和從乎減之盈均兩和兩較者加則兩和從乎兩
和減則兩和從乎一和一較其盈朒之互左右三之一
者或左三盈或右三盈若互於縱不互於橫用三加一減仍得乎
一和三較若互於縱復互於橫用三減一加亦得乎一
和三較而和皆從乎加數之盈者
循因方程而探究加減之原其大略有三矣然兩和
兩較與一和三較均爲四位亦可相雜以求之因得
六例無和較純者一則兩和兩較一則一和三較三
位同名必有一位異名或有三位異名必有一位同
名和當和較當較爲同名和當較爲異名同名異名有三故加減有三

也盈在一和則得一和盈在兩和則得兩和者數必從乎盈也左右各兩盈故或加或減所得正同惟互之二位一位皆盈一位皆朒此兩位者一行合之爲其餘二較數之和一行以一總數帶一較數以較比總總中尚鈌其餘二較之數既以三較之和與兩較之和相加以比五較之合數尚少一和數故減去此和即得一和三較也若於此兩和中減彼一和則於兩較中減其三較可矣然盈朒相互以彼朒較減此盈較者又以此朒較減彼盈較此和已分爲二彼和專位於一不可並二以減一據二以受三也惟本行兩和原同兩較之數今於兩和減彼和而加彼之較則消息之猶少彼之兩較（彼一和與三較同數減一和償一較是仍少二較）是本行兩和比本行兩較少彼行兩較也於本行兩較中減去彼行一較是仍比兩和多一彼行較數若以彼行較數合入本行兩和則數平於本行兩較矣於兩行兩較中取一較與彼較相減然後以減餘與本行兩和合則數平於本行之一較矣故亦得一和三較也和之所從在加則相加之至盈在減則減餘之至盈仍從乎盈而已矣若互之二位既左右兩盈又上下相錯相加之數與減餘之數無至盈者故所

得皆兩和兩較耳其三加一減也於兩和中減一較加一和則比本行兩較多一彼行兩較之數以彼行兩較加入本行兩較其數齊矣其數齊則兩和仍從乎兩和也若以本行之朒和減彼行之和以本行之盈和加彼行之較則數已浮乎所餘之兩較並浮乎本行之兩較亦且浮乎四較之合數（四與十一共十五多於一九二）一圖見後則四較或加或減皆不合矣故以此和加彼較必多於此和減彼和因互減兩較以減餘之盈者補彼受減之和以減餘之朒者合彼既加之較而其數平於是兩和必當一和一較也若所互之盈左右不等或三或一則所得亦不相等在左右互上下不互加則爲一和減則爲兩和者（加減指三加三減非純加純減）兩盈加爲至盈減餘無至盈也左右互上下亦互加則爲兩和減則爲一和者彼三位加無至盈此一位加爲至盈也至於一和兩和之故仍前之理而已矣

和十一	較四	較二	較五
和九	較三	較三	較三
和二	較一	和一	較二
和七	較二	較四	較一

右盈屬一和三較（九三三三皆盈於二二一一二）

和十二　較十四　和三　較一
較三　和六　較一　較二
和九　較八　和二　較三
和六　較二　和一　較五
右盈屬兩和兩較九八二三皆盈於三六一二
和十四　較一　較十　較三
和六　較三　較一　較二
和八　和二　較九　較一
較二　較五　和八　較一
右左右各兩盈八九盈於六一三二盈於二一盈朒互於縱不互

於橫六八皆盈於二三故橫不互
和四　較十一　和八　較一
和六　較三　較一　較二
和二　和八　較九　較一
和八　和五　較十　較三
右盈朒縱橫皆互八九盈於三一六二盈於二一六與二互三與八互六與三互
二與八互
和十五　較十　較一　較四
和六　較二　較三　較一
和九　較八　和二　較三

和三　較六　和五　較二
右盈朒之互左右三之一一行九八三盈於六二一行三盈於二互
於縱不互於橫六九盈於二八是橫不互九盈於六三盈於二是縱互
和七　較八　和六　較五
較三　和六　較一　較二
和四　較二　和五　較七
較一　較四　較四　和九
右盈朒之互左右三之一一行四五七盈於三二一行六盈於三縱
橫皆互三六與四二爲縱互三四與六二爲橫互
上兩數同下三數純盈純朒而相加之兩色相當均用

減則變和相加之兩數雖不相當而以相當之一色與
兩差同加減較亦變和上兩數同下三數盈朒雜均用
減則較亦變和純較數不可以相加變和必一和一較
而上兩數同下三數純盈純朒也
梅勿菴方程論和較變立例最詳於和之變較止一
例減餘分在兩行者是也較之變和例則有三減餘
或有一行內皆正或皆負一也雖減餘分在兩行而
一行餘正物一行餘負物二也兩異并皆左正右負
或皆左負右正三也總而言之則曰隔行之同名乃
本行之異名隔行之異名乃本行之同名循因推而

言之此皆爲互乘之後首位減盡以言之也首位同正二位三位同負兩差即負多於正之數今減去首位兩正則兩差較四負恰每行少一正之數兩正之數既同則兩差所各少者雖於四負有殊而於差之差實無增減蓋於兩差每加一正數即爲四負之和數今雖每少一正數而相減之差與四負之和數等是雖兩較之用減不啻兩和之用減也兩和用減而減餘在一行仍不變在兩和仍爲和在兩較則變爲和矣首位不同正一正一負或二位同正或三位同正必於首位及不同之一色用減其同之一色及兩差用

加何也首位數同必減去所存兩行其一行減去一正存兩負一差差即兩負多於一正之數以差較兩負必少首位一正之數其一行減去一負存一正一負一差以一正較一負所餘必較一差少首位一負之數以多於一正之數補少於一負之數則兩行之差一爲兩負之和一爲一負一正之較雖兩較之用加減不啻一和一較之用加減也一和一較之法兩盈在和及差數用加者皆爲和數此兩負皆盈而兩差用加在一和一較從乎和者在兩較變爲和矣此二者皆必下三位純盈純朒若三位盈朒雜錯首位

既用減則下三位若皆用減則必無一行餘正一行餘負之理勢必兩負不能相當而後可兩負既不能相當則首位用減盡下三位止有兩加一減何有減餘分左右而一正二負乎勿菴之言一行餘正物一行餘負物當謂盈朒分於兩行一行盈屬正一行盈屬負以首位減盡下三位爲減餘非謂三位用減之餘也一行盈屬正一行盈屬負其用加減而變和之理與純盈純朒之用加減同若所謂異加必皆左正右負或皆左負右正者此兩較中所必無蓋左右之正負兩位皆同則其主客必相當主客既相當則首

位用減下三位亦必隨之而減無所爲異加矣若主客不相當則首位用減中二位必一加一減無兩位用加之理細求之蓋謂一和一較之三色者言之也一和一較則和之一行不分主客正則皆正負則皆負較之一行或首色盈於中二色或首色朒於中二色惟差數從之以爲加減而中兩色皆用加故得有兩異并成和數之理也差數從之以爲加減奈何首色盈於中二色則差數爲中二色少於首色之數首色朒於中二色則差數爲中二色多於首色之數兩首色既同數減盡則和之中二色較其和數必少一

首色今以和之中二色與較之中二色相加若較之中二色視首色少一差數必以差減總蓋和之中二色較總數少一首色之數所補入較數之中二色仍少一差故必於總中去一差也若較之中二色視首色多一差數必以差加總蓋和之中二色較總數少一首色之數所補入較數之中二色反多一差故必於總中加一差也相加得和必一行為和數乃可若較數下為兩差未有相加而得和者矣勿菴之論方程極為精確而疑似之際尤宜辨而明之

一正　二負　三負　四

一　二　二　八
正　四負　五負　四變和

右圖上兩數同下三數純盈純朒（四五八皆盈二三四皆朒）而相加之兩數相當（二與三相加為五四與五相加為九兩兩相當）用減則變和（四為二二之和）勿菴所云一行皆正一行皆負也

二　二　三　二
一　二四　八五　八一十變和

右上兩數同下三數純盈純朒相加之兩數雖不相當（一與三相加為四四與五相加為九三五相當一四不相當）而以相當之

一色（即三五）與兩差（二八）與同加減（加則俱加減則俱減）較亦變和（二較三餘一今餘二是多餘一矣四五和九今和八是少一矣故以三加五則以多補少矣）

一正　四盈屬正　三負　二正

減盡　加得六　減餘二　加得八

一正　二負　五盈屬負　六負

右圖首兩數同下三數盈朒雜（四盈於二五盈於三）雜用加減則較亦變和勿菴所謂減餘分在兩行一行餘正物一行餘負物也（減必同名故首兩一皆正左行二五六皆負右行四二皆正三屬負三五兩負相減四二二六皆用加）

六　二　三　差數一

六　四　五　總數十五

六　八　十四變和

右圖梅氏所謂異加皆左正右負或皆左負右正亦和數是也然必一和一較乃有之（總數為和差數為較純）較數不可以相加變和也

加減乘除釋卷六

江都焦循學

以甲乙各爲母子以甲母乘乙子以乙母乘甲子爲維乘亦爲互乘

甲乙平列以甲乘乙以乙乘甲此相乘也以甲列右上乙列左上丙列右下丁列左下以甲乘丁以乙乘丙謂之維乘維者斜角之名不直相乘而以斜故曰維九章算術盈不足術云置所出率盈不足各居其下令維乘所出率是也張邱建算經有燕雀之術劉孝孫草云置雀一十五隻於右上置盈四銖於右下

又置雀一十二隻於左上置不足八銖於左下維乘之以右下四乘左上一十二得四十八以左下八乘右上一十五得一百二十維乘之式於此益明盈不足方程之妙全以維乘蓋左右之數不齊惟維乘則齊之也在方田法謂之互乘用於均輸亦然其實維乘互乘一而已矣孫子算經云今有三女長女五日一歸中女四日一歸少女三日一歸問三女幾何日相會術曰置長女五日中女四日少女三日於右各列一算於左維乘之各得所到數又各以歸日乘到數即得此三色平列而亦曰維乘者蓋置五於右上

亦置一於左上置四於右中亦置一於左中置三於右下亦置一於左下三四乘一是左下中乘右上五三乘一是左上下乘右中四五乘一是左中下乘右下皆以斜行故曰維乘

凡不齊者以兩母相乘又以兩子互乘兩母則母同而子齊

九章算術方田合分術云母互乘子并以爲實母相乘爲法劉氏注云母互乘子謂之齊羣母相乘謂之同同者相與通同共一母也齊者子與母齊勢不可失本數也方以類聚物以羣分數同類者無遠數異

類者無近遠而通體者雖異位而相從也近而殊形者雖同列而相違也錯綜度數動之則諧其猶佩觿解結無往而不理焉乘以散之約以聚之齊同以通之此其算之綱紀乎循按相乘則兩數如一故謂之同三乘五得一十五五乘三亦得一十五互乘則兩子之差立見可以施加施減故謂之齊相乘者同加以數倍也維乘者互加以數倍也如出八盈三出七朒四盈不足題七八相乘均得五十六而八四維乘三十二七三維乘二十一三十二爲四之八倍二十一爲三之七倍化七个八个爲七倍八倍則七八相較多一个者爲多一倍

合盈不足之五十三即此所多之一倍矣又如三人共羮四人共肉三四相乘一十二以三乘肉肉得三倍以四乘羮羮得四倍知十二人共三肉四羮蓋共肉之四人即共羮之三人而多一人不能齊非相乘於上維乘於下不可得而齊也此齊同之術用諸算術最多神而明之運化無窮故合分減分等法首列於方田而劉氏之注亦不殫詳析以明其理試舉而言之方田合分術云三分之一五分之二問合之得幾何答曰十五分之十一循按三分之一五分之二猶云三人共一五人共二也三人共一五人共二欲

合而觀之用相乘維乘知十五人共十一也即知三分之一合五分之二爲十五分之十一也減分術云九分之八減五分之一問餘幾何答曰四十五分之三十一術曰母互乘子以少減多餘爲實母相乘爲法循按九五相乘得四十五九互乘一得九五互乘八得四十以九減四十故爲三十一此如云有物九而價八如俗云八錢買九枚今損之每五枚減一錢則是四十五枚減九錢也以四十五爲五九之數則五八得四十爲原價以四十五爲九五之數則九一如九爲減數同是物而減價故同是母而減子耳課分術云九

分之八七分之六問孰多多幾何答曰九分之八多多六十三分之二術曰母互乘子以少減多餘爲實母相乘爲法實如法而一即相多循按九七相乘爲六十三九互乘六爲五十四七互乘八爲五十六以五十六減五十四餘二知九分之八多六十三分之二也如九桃值八錢七杏值六錢欲知孰貴孰賤故加桃七倍加杏九倍皆爲六十三桃之六十三爲七九之數七八則價五十六杏之六十三爲九七之數九六則價五十四兩者相較知六十三桃之值多於六十三杏二錢此術同於減分李淳風云減分求其

餘數有幾課分以其餘數相多蓋兩數相減其存者即其多者故題不同而術則合一減於原價之中一較於本數之外術既可通數乃相合其妙又有如是者均輸鳧雁之術云鳧起南海七日至北海鴈起北海九日至南海今鳧鴈皆起問何日相逢答曰三日十六分日之十五術曰并日數爲法日數相乘爲實實如法得一日劉氏注云置鳧七日一至鴈九日一至齊其至同其日定六十三日鳧九至鴈七至循按術不言互乘注言齊同者置七日九日於上置兩一至於下七九相乘得六十三與兩一至互乘仍得七

得九并日數者并此互乘所得之七與九也以一乘
不長故省之第并其日數而已又甲發長安五日至
齊乙發齊七日至長安今乙發已先二日甲乃發長
安問幾何日相逢答曰二日十二分日之一術曰并
五日七日以爲法以乙先發二日減七日餘以乘甲
日數爲實劉氏注云并五日七日爲法者猶并齊爲
法置甲五日一至乙七日一至齊而同之定三十五
日甲七至乙五至并之爲十二至者用三十五日也
又一人一日爲牡瓦三十八枚一人一日爲牝瓦七
十六枚今令一人一日作瓦牝牡相半問成瓦幾何
答曰并牝牡爲法牝牡相乘爲實實如法得一枚劉
氏注云此術亦與鳧鴈術同牝牡瓦相并猶如鳧鴈
日飛相并也李淳風云并牝牡爲法者并齊之意牝
牡相乘爲實者猶以同爲實也循按兩術皆同鳧鴈
之術惟發齊先甲二日故減而後相乘也減而後相
乘不減而後互乘者互乘爲每日定率故必依其原
數每日之率既定隨母數之增減而皆合矣

母七　子一　五
三十五
母五　子一　七

母八　子三　二十一
五十六
母七　子四　三十二

以兩母互乘諸子者爲徧乘
盈不足方程兩章均以互乘爲術而在方程謂之徧
乘蓋以首列之色爲母本二色則共有四子本三色
則共有六子子有四則左子之二皆以右母互乘右
子之二皆以左母互乘子有六則左子之三皆以右
母互乘右子之三皆以左母互乘所謂徧也九章算
術方程都術云今有上禾三秉中禾二秉下禾一秉
實三十九斗上禾二秉中禾三秉下禾一秉實三十
四斗上禾一秉中禾二秉下禾三秉實二十六斗問
上中下禾實一秉各幾何術曰置上禾三秉中禾二
秉下禾一秉實三十九斗於右方中左禾列如右方
以右行上禾徧乘中行劉氏注云先令右行上禾乘
中行爲齊同之意循按爲齊同者謂中行上禾亦乘
右行也蓋非上禾減盡不能以知下禾非相乘雖乘
不能令減盡上禾而知下禾極參差雜錯而有以齊
之無不一一就範如亂絲齊其一端其一端之長短
皆燦然可覩故方程之術不能舍此或云如方程損
之曰益益之曰損或云如方程各置所取以正負術
入之或云如方程交易質之術有不同而所謂如方
程者皆此徧乘術也均輸術云今有金箠長五尺斬

本一尺重四斤斬末一尺重二斤問次一尺各重幾何術曰以本重四斤徧乘列衰各自爲實此以一本重之數乘衆差而謂之徧乘則徧乘之名亦不專屬於方程之交互方程之交互蓋維乘之徧乘耳緣方程所舉因屬之互乘而復據均輸之稱而辨明之

六	三	二	六
四	二	三	九
二	一	一	三
七十八	三十九	二十六	七十八

兩單數在母則相乘維乘皆不用兩單數在子則用相乘而不用互乘

如云每桃一枚三錢每杏一枚五錢此兩單數在母也如云每桃三枚一錢每杏五枚一錢此兩單數在子也詳見前鳧鴈之術卽兩單數在子

兩單數互在子母則以兩母兩子各相乘而專以子母之不單數者互乘

兩單數互在子母者如云物一價三物三價一是也物一價三則三分物之一而價一也必三分物之一而價一而後與物三價一相齊今日物一價三則既參差而不等若以齊同之常法馭之則以物一乘物

三價一仍得物三價一若置物一於左上置價三於左下又置物三於右上置價一於右下以右上之物三乘左上之物一爲物三是兩母相乘也又維乘左下之價三爲價九是物一價三化爲物三價九也以左下價三乘右下價一爲價三是兩子相乘也又維乘右上物三爲物九是物三價一化爲物九價三也物三價九物九價三乃兩兩相當而無單數矣張邱建算經有雞翁之術云今有雞翁一直錢五雞母一値錢三雞雛三値錢一凡百錢買雞百隻問翁母雛各幾何下列答云翁四錢二十母十八錢五十四雛七十八錢二十六又答云翁八錢四十母十一錢三十三雛八十一錢二十七又答云翁十二錢六十母四錢十二雛八十四錢二十八術曰雞翁每增四雞母每減七雞雛每益三卽得甄鸞以此術難以通曉而定其術云置錢一百在地以九爲法除之得雞母之數不盡者反減下法爲雞翁之數李淳風釋云旣雛三直錢一則是每雛值三分錢之一宜以雛翁母各三因并之爲九劉孝孫草云置錢一百文在地爲實又置雞翁一雞母一各以雞雛三因之翁得三母得三並雛三并之共得九爲法除實得一十一

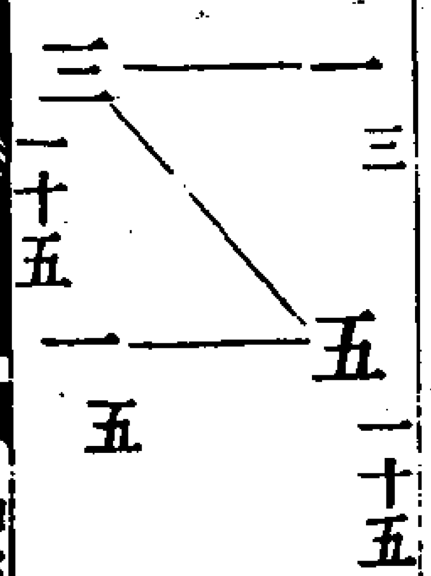
為雞母數不盡一返減下法九餘八為雞翁數循謂此術既非經旨亦非通術術數記遺云計數既舍算術宜從心計甄鸞注舉計數之事云今有雞翁一隻値五文雞母一隻値四文雞兒一文得四隻合有錢一百文買雞大小一百隻若依前術以雞兒四乘翁母并得十二為法除實得八餘四減十二亦得八則是雞母雞翁皆八翁八得錢四十母八得錢三十四於實內減七十四存二十六以雞兒一文四隻計之當得雞兒一百口四更加雞翁雞母之十六則百二十隻矣術數記遺注又舉一問云雞翁一隻四文雞

母一隻三文雞兒一文三隻合錢一百文還買雞大小一百隻還字承上所舉言之依前術算之以雞兒乘翁母并得九除實得一十一餘一減九為八是雞母一十一錢三十三雞翁八錢三十二并得六十五減實餘三十五以雞兒一文三隻計之當得一百口五隻合翁母一十九為一百二十四均與百隻不符故曰非通術也然則其術何如此貴賤差分之法耳貴賤之術於九章屬粟米如云今有出錢五百七十六買竹七十八箇欲其大小率之問各幾何術曰置所買以為法以所率乘錢數為實實如法而一不滿法者反以

實減法法賤實貴依此術算之二百錢除一百雞不成法宜以三色差分之法馭之以三除一百得三十三為中數雞母處翁雛之中以當中數則以三十三為雞母之值以三錢一隻除之是雞母為一十一隻也於其物減一十一存八十九於其價減三十三存六十七是為六十七錢其買雞翁雞雛八十九錢少物多宜與反率之貴賤術等乃以六十七除八十九得一物餘二十二以二十二為雛與翁皆不合蓋粟米貴賤之術雖有共錢共物而所謂貴賤者原無定率故除餘即貴以貴減法即賤今既有共錢共物而

復有貴賤之率是必以雞翁之價五乘物餘之八十九得四百四十五以雞雛之數三乘價餘之六十七得二百口一以二百口一減八十七餘一百一十二以四百四十五減六十七餘三百七十八五文一枚與一文三枚不便於減乃通一文三枚為五文十五枚以十五枚與一枚相減餘十四枚用除一百一十二得數八即雞翁之八也又通五文一枚為十五文三枚與一文三枚相減餘十四以除三百七十八得二十七即雞雛之價二十七也惟術有一定而數非一定故又立增四減七益三之例所以連列三答者

此也李淳風劉孝孫所立之術所謂不盡返減者似
本諸粟米貴賤之術然不用共價除共物而以翁母
雛并數除之亦異於本法以雛雛之三乘翁母此乘
之無義理可言也蓋此術無他難惟五文一枚與一
文三枚不便於減耳故必先以五文乘一文爲五文
又乘三雛爲十五雛以三雛乘一雛爲三雛又乘五
文爲十五文如是始有減地也



甲乙丙各爲母子以甲乙兩母相乘得數維乘丙子以
甲乙兩母互乘兩子相加得數維乘丙母又相加則母
同而子齊若以乙丙兩母相乘以維乘甲子以乙丙兩
母維乘兩子相加以維乘甲母又相加其數等以甲丙
兩母相乘以維乘乙子以甲丙兩母維乘兩子相加維
乘乙母又相加其數等以甲母乘丙子以乙母連乘之
以丙母乘甲子以乙母連乘之以甲母乘乙子以丙母
連乘之相加其數等以甲母乙母相乘以丙子連乘之
以乙母丙母相乘以甲子連乘之以甲母丙母相乘以
乙子連乘之其數等三母連乘各以母除之以子乘之

其數等

乘法不分先後故以兩母一子連乘如是者三而後
并之猶夫以兩母相乘兩母兩子互乘而後與一母
一子互乘之也以甲母乘乙子又以丙母連乘是不
啻丙甲之母相乘而乙子乘之也以乙母乘丙子又
以甲母連乘是不啻乙甲之母相乘而丙子乘之也
以丙母乘甲子又以乙母連乘是不啻丙乙之母相
乘而甲子乘之也以甲母乘乙子而丙母連乘之以
乙母乘甲子而丙母連乘之并之得數不啻以甲母
乘乙子以乙母乘甲子先相并而後以丙母總乘之
也以乙母乘丙子而甲母連乘之以丙母乘乙子而
甲母連乘之并之得數不啻以乙母乘丙子以丙母
乘乙子先相并而後以甲母總乘之也以甲母乘丙
子而乙母連乘之以丙母乘甲子而乙母連乘之不
啻以甲母乘丙子以丙母乘甲子先相并而乙母總
乘之也故以甲乙之母互乘子先相并而以丙母總
乘之以甲乙之母相乘而以丙子連乘之即不啻兩
母一子連乘如是者三也以母除共母以子乘之而
數亦等者何也本以三四相乘以子一互之今以二
三四連乘以一互之是多一以二乘之之數故以二

除之卽不啻三四相乘而以一互之也本以二三相
乘以子三互之今以二三四連乘以三互之是多一
以四乘之之數故以四除之卽不啻二三相乘而以
三互之也本以二四相乘以子二互之今以二三四
連乘以二互之是多一以三乘之之數故以四除之
卽不啻二四相乘而以二互之也除爲乘之反多一
乘而以一除消之如不乘矣九章算術方田平分術
云今有三分之一三分之二四分之三問減多益少
各幾何而平答曰減三分之二者一四分之三者四
并以益二分之一而各平於三十六分之二十三術

曰母互乘子副并爲平實母相乘爲法以列數乘未
并者各自爲列實亦以列數乘法以平實減列實餘
約之爲所減并所減以益於少以法命平實各得其
平孫子算經載此條而解之云置三分二分四分在
右方之一之二之三在左方母互乘子副并得六十
三置右爲平實母相乘得三十六爲法以列數三乘
未并者及法等數爲九約訖減四分之三者二減三
分之二者一并以益三分之一各平於一十二分之
七此較九章算術爲詳循按母三母四互乘子一爲
十二者三乘一爲三四乘三爲十二也母三母四乘

子二爲二十四者三乘二爲六四乘六爲二十四也
母三母三乘子三爲二十七者三乘三爲九九乘三
爲二十七也并十二與二十四二十七爲六十三所
謂母互乘子副并爲平實也以三三四連乘爲三十
六所謂母相乘爲法也已并爲六十三未并則一十
二二十四二十七也列數所列之行數也三行則以
三乘一十二爲三十六三乘二十四爲七十二三乘
二十七爲八十一列三十六七十二八十一爲三行
所謂各自爲列實也又以列數乘法者以列數三乘
法三十六爲一百口八也以平實減列實者以六十

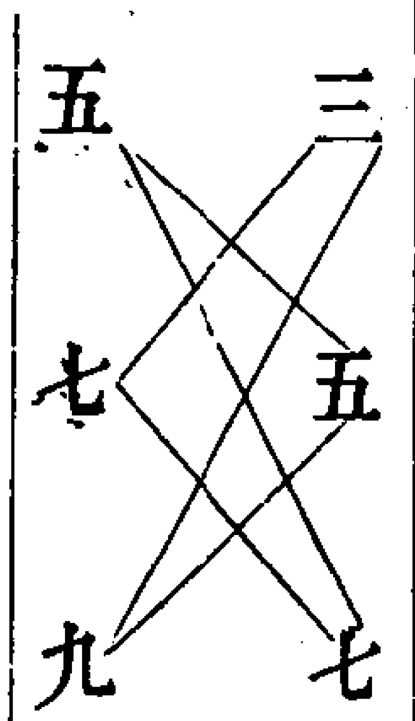
三減三十六爲少二十七減七十二爲餘九減八十
一爲餘十八也以十八與九并補於三十六則皆六
十三是爲一百口八分之六十三以七約之故爲十
二分之七也均輸術云今有程耕一人一日發七畝
一人一日耕三畝一人一日耰種五畝今令一人一
日自發耕耰種之問治田幾何術曰置發耕耰畝數
令互乘人數并以爲法畝數相乘爲實實如法得一
畝又今有假田初假之歲三畝一錢明年四畝一錢
後年五畝一錢凡三歲得一百問田幾何術曰置畝
數及錢數令畝數互乘錢數并以爲法畝數相乘又

以百錢乘之爲實實如法得一畝所云互乘相乘皆平分之法也孫子算經有蕩盃之術云二人共飯三人共羹四人共肉凡用盃六十五不知客幾何術以一十二爲率而未詳其義張邱建以爲未得其妙更造新術推盡其理其術云今有婦人於河上蕩盃津吏問曰盃何以多婦人答曰家中有客不知其數但二人共醬三人共羹四人共飯凡用盃六十五問人幾何答曰六十人術曰列置共盃人數於右方又置共盃數於左方以人數互乘盃數并以爲法令人數相乘以乘盃數爲實實如法得一劉孝孫草曰置人

數二三四列於右行置一一一盃數左行以右中三乘左上一得三又以右下四乘之得一十二又以右上二乘左中一得二又以右下四乘之得八以右上二乘左下一得二又以右中三乘左下二得六三位并之得二十六爲法又以二三四相乘得二十四以乘六十五盃得一千五百六十以二十六除之得六十人數合前問循謂此術卽孫子三女同歸之術惟歸無定日盃有共數爲異歸無定日故止用維乘不用爲率更除蕩盃用十二十三爲率十二卽二十四之半十三卽二十六之半正由互乘連乘既得其率

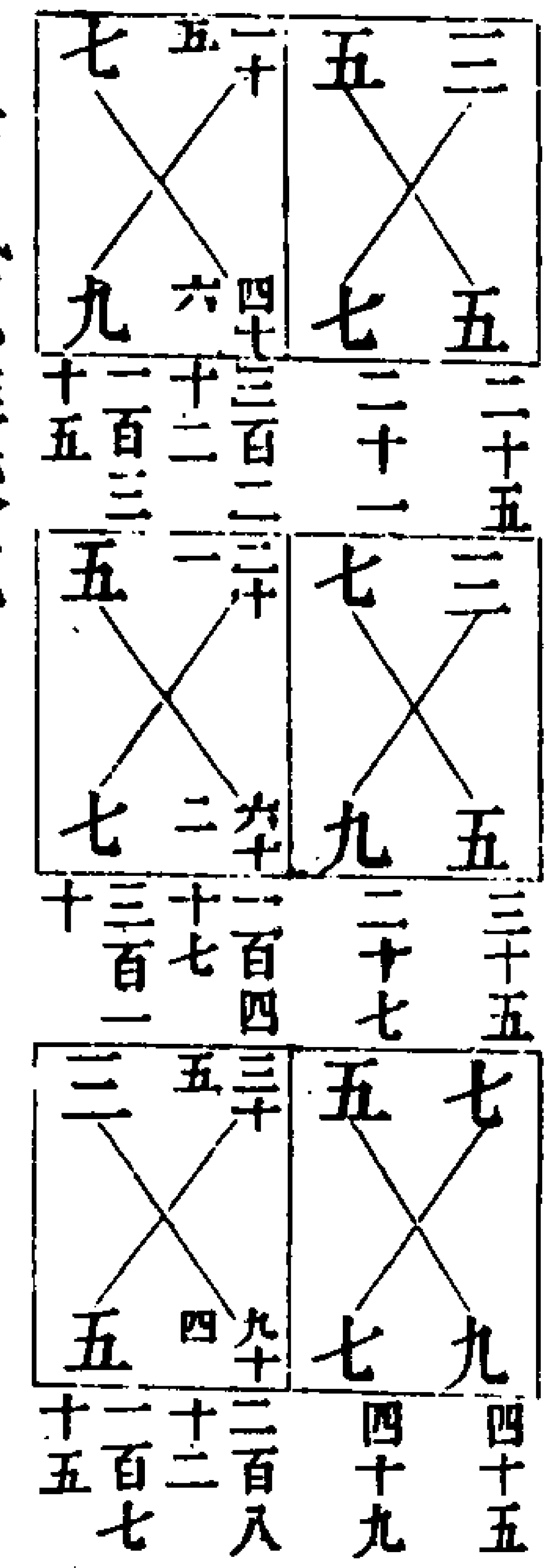
數而故爲半之張邱建以爲未得其妙者恐不足以斥孫子此術子皆一數可以省乘而劉氏細草於右行之二三四必與左行之一一一維乘者所以備維乘之法也張邱建又有獵鹿之術云今有官獵得鹿賜圍兵初圍三人中賜鹿五頭次圍五人中賜鹿七頭次圍七人中賜鹿九頭并三圍賜鹿一十五萬二千三百三十三頭少半頭問圍兵幾何答曰三萬五千人術曰以三賜人數互乘三賜鹿數并以爲法三賜人數相乘并賜鹿數爲實實如法而得一此子母皆無單數觀於此而知蕩盃用維乘之理矣三色以

上之方程各以兩色徧乘以爲對減之地與蕩盃獵鹿並殊此所以不日維乘而改云徧乘也與

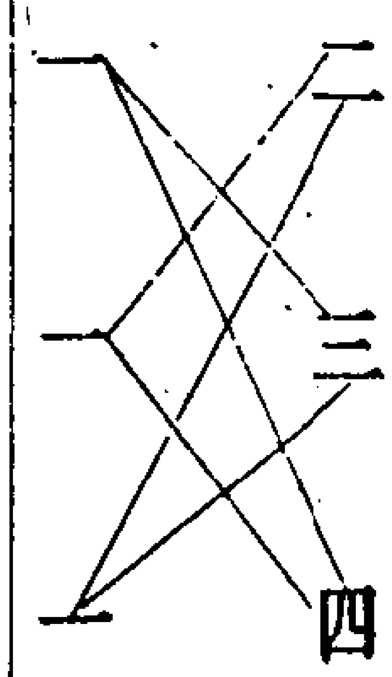


五乘　三乘　三乘
五爲　七爲　九爲
二十　二十　二十
五又　一又　七又
七乘　七乘　五乘

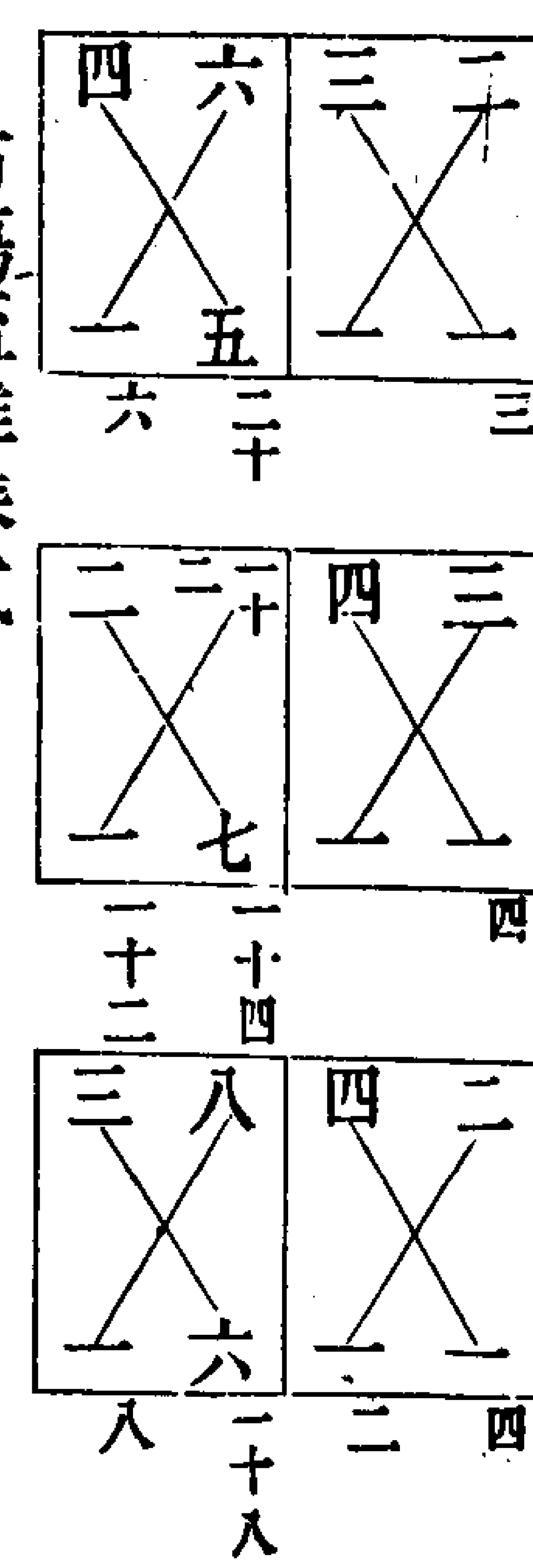
爲一　爲一　爲一
百七　百四　百三
十五　十七　十五



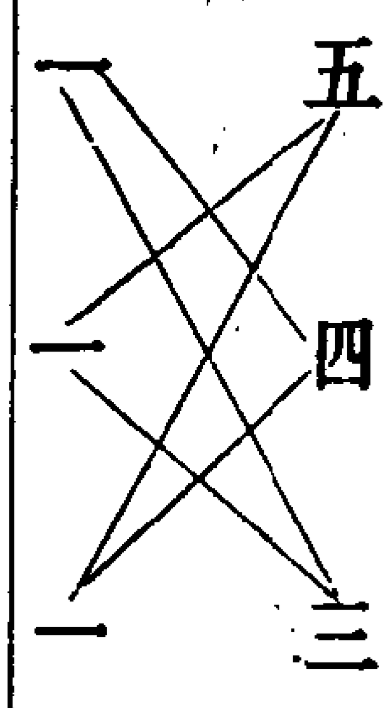
右獵鹿維乘式



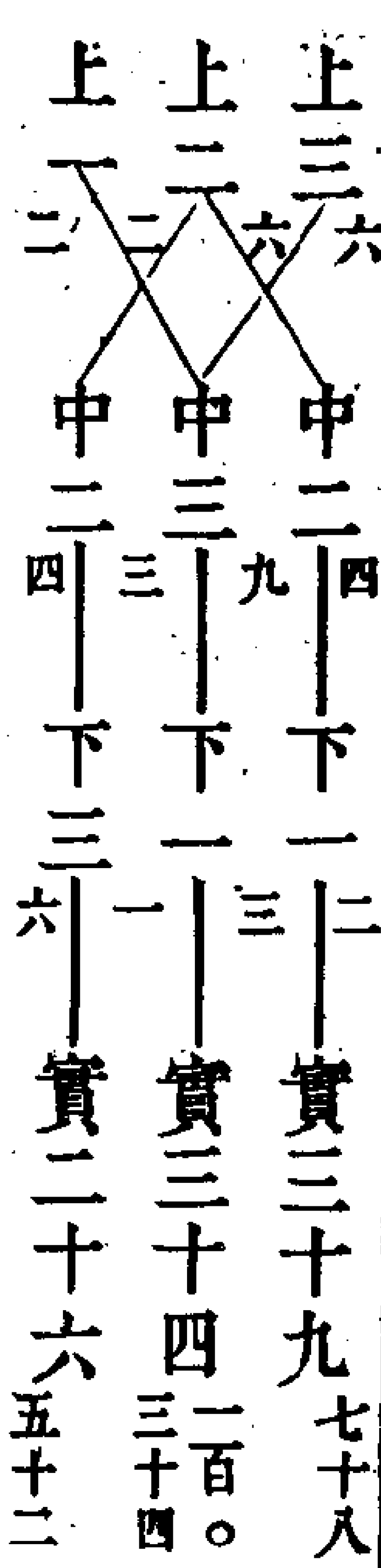
二乘　三乘　四乘
一爲　一爲　一爲
二又　三又　四又
以三　以四　以二
乘之　乘之　乘之
爲六　爲一　爲八
十二



右蕩盃維乘式



右三女同歸維乘式



右方程偏乘式

據甲以除甲乙，以所據爲母，以所除得爲子，亦母同而子齊。據乙以除甲乙，其數等。據甲以除乙丙，據丙以除甲乙，據乙以除甲丙，其齊同等。

同者同其所不同，齊者齊其所不齊。何爲不同？如云三人賜五鹿，七人賜九鹿，三人七人所謂不同也。以三七相乘，均得二十一，則同其所不同矣。惟不同，故

不齊母既同矣子可以齊故互乘之而不齊者齊此鳧鴈之術亦即蕩盃之術也又有矯矢之術九章均輸術云今有一人一日矯矢五十一人一日羽矢三十一人一日筈矢十五今令一人一日自矯羽筈問成矢幾何答曰八矢少半矢術曰矯矢五十用徒一人羽矢五十用徒一人太半人筈矢五十用徒三人少半人并之得六人以爲法以五十矢爲實實如法得一矢劉氏注云此術言成矢五十用徒六人一日工也此同功共作猶鳧鴈共至之類亦以同爲實并齊爲法可令矢互乘一人爲齊矢相乘爲同今先令

同於五十矢矢同則徒齊其歸一也以此術爲鳧鴈者當鴈飛九日而一至鳧飛七日而一至七分至之二并之得二至七分至之二以爲法以九日爲實實如法而一得一人日矯矢之數也又今有池五渠注之其一渠開之少半日一滿次一日一滿次二日半一滿次三日一滿次五日一滿今皆決之問幾何日滿池答曰七十四分日之十五術曰各置渠一日滿池之數并以爲法以一日爲實實如法得一日其一術列置日數及滿數令日互相乘滿并以爲法日數相乘爲實實如法得一日劉氏注云同齊有二術焉

可隨率宜也循按鳧鴈之術出於和矯矢之術出於較鳧七日鴈九日以七加九爲十六以九加七亦爲十六乘即加也以七而九倍之爲六十三以九而七倍之亦爲六十三故曰出於和矯矢五十用一人羽矢三十用一人筈矢十五用一人五十三十十五數不同也今據矯矢之五十徑令羽矢筈矢皆從之於羽矢三十用一人者依矯矢亦爲五十則一人所造外尚不足二十爲三分之二故益太半人於筈矢十五用一人者依矯矢亦爲五十則一人所造外尚不足三十五三十宜益二人五爲三分十五之一故又

益少半人推此而據筈矢之十五則令矯矢羽矢亦爲十五而又必損矯之一人爲十分人之三損羽之一人爲十分人之五兩相比較而得之故曰出於較較即減減即除令羽矢筈矢就矯矢必以除而得數羽矢之化一爲一人三分之二者以三十除五十而得之也筈矢之化一爲三分之一者以一十五除五十而得之也用較猶之用和各視其所便以施之故曰可隨率宜也算數不外於齊同齊同不外於和較而已

五十〇
三十〇
一十五
除五十得
一人
一人三分之二
三人三分之一
合六人

一十五除
五十〇
三十〇
一十五
得三人三分之一
得二人
得一人
合六人三分之一

三十〇
一十五
除五十得
除三十得
一人三分之二
一人
二人
合四人三分之二

加減乘除釋卷七

江都焦循學

以母子分列而以維乘互之則爲齊同以母子相閒而以乘除消之則爲比例

算之爲術也有乘除而後有子母有子母而後乘除之用緐亦巧之所由生也以母子分列爲二將由分以求合則必齊同之於是有維乘徧乘連乘等術以母子閒列爲四將由此以知彼則必比例之於是有三率連比例四率斷比例等術惟學此可以例彼故同其母即齊其子也子母者法實也法實者主客也

算之至精極巧不外此而已矣

以甲除乙以乙乘之得丙丙之於乙猶乙之於甲是爲三率連比例以乙自乘以甲除之得丙其比例等以甲減乙以甲除之以乙乘之又與乙原數相加其比例等衰分之等有遞析之衰分有四六之衰分有三七之衰分有二八之衰分於四六以四爲首而每加五蓋四之於六減餘二以四除之得〇五故以五爲率每一數加五分也四加爲六自六加之必爲九自九加之必爲一十三〇五分即以甲減乙以甲除之又以乙乘之與乙相加之謂也其實即同於以甲除之以

乙乘之之術蓋甲除而乙乘既省去一減自省去一加四六以五爲加雖簡法而實止用於四六之衰非通法也中法有異乘同除西法有三率比例在九章爲粟米衰分均輸而總之爲今有推之爲均輸用其相連之數則以二率自乘用爲今有之例則二率三率相乘無論自乘相乘皆異乘也蓋三率與首率例不與二率例今二率三率相乘是爲異乘其二率自乘者亦由二率三率數同之故如云一人出三設三人出幾何以三自乘實以人與出異乘也

以甲乘甲得丙又乘乙得丁丁之於丙猶乙之於甲是

爲四率斷比例以甲乘甲得丙以甲除乙乘之得丁其比例等以甲乘甲以甲除之以乙乘之其比例等以甲自乘又以甲減乙以甲除之而乘之以相加其比例等

衰分之法於四六既以五爲加於二八則用四因於三七則雜用三因九因而歸之於三除七乘豈二八三七眞殊於四六哉二八用四乘者以二除八得四以八乘之得三十二不異於四六之求得九也三七之衰以三除七得二三三三不盡三七相減得四以三除四得一三三三亦不盡不盡之數雖有子母命分之法而不可用爲衰分之率故常法有不可用者舍其疎求其密而別設一數如以三乘三爲九以甲乘甲以三除之爲三以甲除之以七乘三爲二十一以乙乘之於是二十一之於九猶之七之於三又以三除二十七得七以七乘之得四十九於是四十九之於二十一猶之二十一之於九矣此用之於四六二八無不然所以通其術之變而非法有不同也

以甲除乙以丙乘之得丁丁之於丙猶乙之於甲以乙乘丙以甲除之其比例等

九章粟米今有術云以所有數乘所求率爲實以所有率爲法實如法而一衰分術云各置列衰副并爲

法以所分乘未并者各自爲實實如法而一二者其法一也粟米者有定率衰分者無定率而副并以爲定率衰分後十一條即粟米之今有術粟米後之貴賤術即後世之貴賤差分如四六衰分共數二十甲乙分之甲得六乙得四必并四六爲十以除二十得二甲得六則以六乘二得十二乙得四則以四乘二得八或先乘後除亦可以甲之六乘二十爲一百二十以十除之得十二以乙之四乘二十爲八十以十除之得八先除後乘者以實得實其理易明先乘後除者以虛得實其理似秘其實不出於一乘一除之

相消先乘則數多於所得故除以損之先除則數少於所得故乘以益之必先乘者劉氏注云先除後乘或有餘分故術反之是也衰分覗粟米多一副并蓋有所求率所有數而無所有率必副并所有數以爲所有率所以於無定率求定率也推之均輸亦第以無定率求定率近有疊借互徵借衰互徵大抵不外乎均輸而究其原則衰分而已矣蓋以已定之率求今有之數固爲米鹽交易之所便若當賾深隱伏之際有不可以常法馭者於無定之中立爲有定之率以相比例小之如孫子之蕩杯用十二十三相例大

之如海島之重差用餘句餘股相例以至弧三角之以角度例經緯度矢較之以先數例後數詳見釋弧橢圓之以倍差例句股大徑例小徑詳見釋橢爲法甚易而爲用甚神梅氏謂方程之術所用至廣吾謂衰分之術所用尤廣也

二　以四除之得五　以六乘之得三
四　以二除之得二　以三乘之得六
三　以六除之得五　以四乘之得二
六　以三除之得二　以二乘之得四

右先除後乘

二　以六乘之得十二　以四除之得三
四　以三乘之得十二　以二除之得六
三　以四乘之得十二　以六除之得二
六　以二乘之得十二　以三除之得四

右先乘後除

以乙乘而以甲除之又以戊除之得己以乙乘丙以甲乘丁除之亦得己

九章算術方田乘分術云今有田廣七分步之四從五分步之三問爲田幾何答曰三十五分步之十二術曰母相乘爲法子相乘爲實實如法而一劉氏注

云此田有廣從難以廣諭設有問者曰馬二十匹直金十二斤今賣馬二十匹三十五人分之人得幾何答曰三十五分斤之十二其爲之也當如經分術以十二斤金爲實三十五人爲法設更言馬五匹直金三斤今賣四匹七人分之人得幾何答曰人得三十五分斤之十二其爲之也當齊其金人之數皆合初問入於經分矣然則分子相乘爲實者猶齊其金也母相乘爲法者猶齊其人也同其母爲二十馬無事於同但欲求齊而已又馬五匹直金三斤完全之率分而言之則爲一匹直金五分斤之三七人賣四馬

一人賣七分馬之四分子與人交互相生所從言之異而計數則三術同歸也循案以廣乘從則以母子各相乘而得數其理易明劉氏推言之以見此術之妙而用之廣也馬二十匹值金十二斤今買馬二十匹則價之為十二斤不容算矣惟是賣者三十五人故以三十五除十二斤也又設如馬五匹值金三斤今賣馬四匹此三率比例為差分今有之常法詳見後惟是賣馬四匹者為七人則必以今有術求得數而又以七除之也以今有率求得數是以馬四乘價三而以馬五除之即不啻馬五除價三而以馬四乘之

也以馬五除價三而以馬四乘之又以人七除之即不啻以馬五除價三又以人七除馬四而以所除乘所除也以馬五除價三得一馬之價以人七除馬四得一人之馬以一人之馬乘一馬之價即不啻三十五人除二十馬之價也乃不用兩除而用兩乘則消息之妙矣馬五而價三人七而馬四是馬五人七為母價三馬四為子馬五馬四以同名而互為母子故兩用相乘不用維乘也馬五價三以馬四乘價三亦二率三率相乘之例而不以馬五除之而以馬五乘人七得數而後除之者蓋兩除而以一乘并之也又

九章均輸術云今有程傳委輸空車日行七十里重車日行五十里今載太倉粟輸上林五日三返問太倉去上林幾何術曰并空重里數以三返乘之為法令空重相乘又以五日乘之為實實如法得一里此定以今有術除得三返之數又以三返除之得太倉去上林之數今不以三返除於後而以三返乘於前以乘代除之法也與賣馬之術同為一理然乘主增而除主損連除雖損之又損而其法則增故乘其法以除之而增損如故連乘則有增而無損故不可以除代也

馬五　一率

金三　二率

馬四　三率

金二四　四率

人七除金二四得七之二十四半之為三十五之十二

馬五　人七　乘得三十五

馬四　金三　乘得一十二

三十五除一十二為三十五之十二倍之為七之二十四

以乙乘丙以甲除之得丁又以己乘以戊除之得庚庚之於丁猶己之於戊丁之於丙猶乙之於甲是爲重今有以乙丙己連乘爲實以甲乘戊爲法除之其比例等

九章算術均輸有絡絲之術云今有絡絲一斤爲練絲十二兩練絲一斤爲青絲一斤十二銖今有青絲一斤問本絡絲幾何術曰以練絲十二兩乘青絲一斤十二銖爲法以青絲一斤銖數乘練絲一斤兩數又以絡絲一斤乘之爲實實如法得一斤劉氏注云置今有青絲一斤以練絲三百八十四乘之爲實實如青絲率三百九十六而一所得青絲一斤練絲之

數也又以絡率十六乘之所得爲實以練率十二爲法所得卽練絲用絡絲之數也雖各有率不用中閒故令後實乘前實後法乘前法而并除也按此絡絲與練絲有定率練絲與青絲有定率若由青絲求練絲則衰分今有之常術今由青絲求絡絲必先以青絲練絲定率求得練絲數而後以爲三率用練絲絡絲定率求得絡絲數疊用衰分今有之術故曰重今有云不用中閒者中閒謂練絲數也有練絲數可求絡絲數今有青絲以求絡絲故非用中閒不可不用中閒則青絲可以徑求絡絲何也齊兩定率爲一定率也其理與馬五人七同見卷五馬五疋價三斤今賣馬四疋七人分其價故必用衰分今有術求得四馬之賈而後以七人除之是旣以馬五除又以人七除乃以馬五乘人七除之卽不啻兩除者化人七於馬五中也重用今有亦兩次用除今以首率乘首率二率乘二率亦化練絲與絡絲之定率於青絲練絲之中也練絡之率練一而絡二青練之率青一而練二其乘也化練於青亦化練於絡於是青與絡無定率者有定率矣青與絡有定率則不必求得練數而自得合數所以不用中閒也由青練之率而得練是化

青於練則用練之率以得絡以練之率乘青之率是化練於青則用青之數以得絡消息之妙也欲自青得絡故以練從青以練從青自不得不以練從絡互以相乘故劉注云凡率錯互不通者皆積齊同用之雖四五轉不異也均輸術又云今有人持米出三關外關三而取一中關五而取一內關七而取一餘米五斗問本持米幾何術曰置米五斗以所稅三之五之七之爲實以餘不稅者二四六互相乘爲法實如法得一斗又云今有人持金出五關前關二而稅一次關三而稅一次關四而稅一次關五而稅一次關

六而稅一并五關所稅適重一斤問本持金幾何術
曰置一斤通所稅者以乘之爲實亦通其不稅者以
減所通餘爲法實如法得一斤劉氏皆以重今有後
解之葢一爲稅之餘一爲稅之總所舉雖殊而一爲
三色衰分一爲五色衰分其術不異由內關之所餘
求得內關之原數以爲中關之所餘由中關之所餘
求得中關之原數以爲外關之所餘又由外關之所
餘求得外關之原數七而一是七爲原率六爲餘率
五而一是五爲原率四爲餘率三而一是三爲原率
二爲餘率以原率之七五三相乘爲一百〇五以餘

率之六四二相乘爲四十八則已化外關中關於內
關之中由內關之餘可以得外關之原如化練於青
之中由青可得絡也由五關之并稅求得五關之原
數以原數六分之一減并稅爲四關之并稅求得四
關之原數以五分之一減并稅爲三關之并稅求得
三關之原數以四分之一減并稅爲二關之并稅求
得二關之原數以三分之一減并稅爲前關之稅求
得前關之原數爲本持金數因以并數求原數在五
關則并五次之稅故六之一以六爲原率必以五乘
一爲并率在四關則并四次之稅故五之一以五爲

原率必以四乘一爲并率在三關則并三次之稅故
四之一以四爲原率必以三乘一爲并率在二關則
并二次之稅故三之一以三爲原率必以二乘一爲
并率前關二之一則二爲原率一爲稅率以原率之
六五四三二相乘爲七百二十以并率之五四三二
一相乘爲一百二十則化四次之關於五關之中以
并率相乘之數減原率相乘之數爲總稅之率則由
五關之并稅可徑得前關之原數雖多一乘減之繁
而理與絡絲持米之理一也然則以練從青絡可得
絡不可得練者以青絡從練已爲兩練練與練不可

以例練也張邱建算經云今有生絲一斤練之折五
兩練絲一斤染之出三兩今有生絲五十六斤八兩
七分兩之四問染得幾何術曰置一斤兩數以折兩
數減之餘乘今有絲斤兩之數又以出兩數併一斤
兩數乘之爲實一斤兩數自乘爲法實如法得一兩
數按此即重今有術以常法馭之用生絲一斤爲一
率減折數爲二率今有生絲爲三率求得練絲之數
又以練絲一斤爲一率加出數爲二率求得練絲爲
三率求得染絲之數以法乘法則以生絲一斤乘練
絲一斤也因皆是一斤故云以一斤兩數自乘也以

實乘實則以生絲一斤減折數乘練絲一斤加出數也然後以實乘實之數乘生絲斤兩用法乘法之數除之得染數今先以減數生絲乘生絲斤兩後以加數練絲乘之者乘法先後同也術又云今有絲一斤八兩直絹一疋今持絲一斤裨錢五十得絹三丈今有錢一千得絹幾何術曰置絲一斤兩數以一疋尺數乘之以絲一斤八兩數而一所得以減得絹尺數餘以一千錢乘之爲實以五十錢爲法實如法而一此亦重今有術惟三丈之絹爲絲錢之總數今以錢求絹不可爲率故先以絲得絹減爲錢絹之率也又

術云今有鐵十斤一經入爐得七斤今有鐵三經入爐得七十九斤一十一兩問未入爐本鐵幾何術云置鐵三經入爐得斤兩數以十斤再自乘乃乘上爲實以七斤再自乘爲法實如法而一按七斤爲一率十斤爲二率七十九斤一十一兩爲三率求得四率爲兩經入爐之數又以四率爲三率求得四率爲一經入爐之數又以四率爲三率求得四率爲未經入爐之數三次皆七斤十斤爲定率故以七斤再自乘爲法乘法以十斤再自乘爲實乘實猶絡絲之術雖率數不改而法無異也術又云今有絹一疋買紫草

三十斤染絹二丈五尺今有絹七疋欲減買紫草還數染餘絹問減絹買紫草各幾何術曰置今有絹疋數以本絹一疋尺數乘之爲減絹實以紫草三十斤乘之爲買紫草實以本絹尺數并染尺爲法實如法得一按此以重今有術得之也七疋爲買草及自染之總數則紫草三十斤與所染之二十五尺總數爲六十五尺也一疋四十尺合二十五尺爲六十五尺故總數六十五尺與紫草三十斤猶總數二百八十尺七疋尺數與所買草之總數六十五尺與買草絹四十尺一疋尺數猶總數二百八十尺與所減絹數一以總數得絹一以總數得

草若問染數則以總數六十五尺爲一率染數二十五尺爲二率總數二百八十尺爲三率求得四率亦以總數得染數也有重今有術不可以法乘法實乘實求之者張邱建算經云今有人持錢之洛賈利五之初返歸一萬六千第二返歸一萬七千第三返歸一萬八千第四返歸一萬九千第五返歸二萬凡五返歸本利俱盡問本錢幾何術曰置後返歸錢數以五乘之以七乘第四返歸錢數加之以五乘之以四十九乘第三返歸錢數加之以五乘之以三百四十三乘第二返歸錢數加之以五乘之以二千四百一

乘初返歸錢數加之以五乘之以一萬六千八百七而一得本錢數循按利五之以一萬得利五千言之則一萬五千爲本利共率一萬爲本率以本率爲二率以弟五返之二萬爲三率求得弟五返之本加入弟四返之一萬九千爲弟四返之本利共數又以五乘之以一五除之得弟四返之本加入弟三返之一萬八千爲弟三返之本利共數又以五乘之以一五除之得弟三返之本加入弟二返之一萬七千爲弟二返之本利共數又以五乘之以一五除之得弟二返之本加入弟一返之一萬六千得弟一返之本利

共數以五乘之以一五除之得弟一返之本即所持往洛之本錢也法本李淳風九章算術注釋惟後次之本即分自前次之本利共數而每次返歸之本利又分自後次之本互相牽制故必遞用今有之術而遞相加求得之本必加而後爲次求之三率故不可實乘實法乘法以徑從最後之錢得最初之本也張邱建遞以五乘而總以一萬六千八百七除之者一萬六千八百七者七自乘五次之數即法乘法之理實不可乘實故遞用五乘蓋利五之當作利五之二五爲本二爲利合得七爲本利共率故五乘而七除若五是利不得以五乘之而七亦無著算書不可有一字誤亦不容有一字誤也以五乘之直加前次錢數以待除可也必以七遞自乘乘之者下既以七自乘者總除則此乘猶不乘言算者非省之以自便即故爲艱深以惑人皆宜細審之耳

右重今有算式

青甲本有之法　一率　　練戊本有之法　一率
練乙本有之實　二率　　絡己本有之實　二率
青丙今有之數　三率　　練丁求得之數　三率
練丁求得之數　四率　　絡庚求得之數　四率

青前法　練後法　青青乘練則化練於青
練前實　絡後實　絡絡乘練則化練於絡
青移與絡爲比例　練中閒不用　青移丙於此以練乘絡爲二率以此三率乘之仍於連乘
練中閒不用　絡移爲青率所得　絡所得絡仍爲庚

右後實乘前實後法乘前法式

有兩率以比例之是爲衰分無兩率而求爲兩率以比例之是爲均輸

九章算術於諸章皆有定法惟均輸一章極變化錯綜之致無一定之齊法而無不齊皆會歸於衰分之今有而所以爲比例之用者無率而有率此實算數

之至神自重差八綫弧三角捎圓諸術極幾何之巧無非無率而有率以會歸於衰分之今有也試爲詳述之均輸第一題云今有均輸粟甲縣一萬戶行道八日乙縣九千五百戶行道十日丙縣一萬二千三百五十戶行道十三日丁縣一萬二千二百戶行道二十日各到輸所凡四縣賦當輸二十五萬斛用車二萬乘欲以道里遠近戶數多少衰出之問粟車各幾何按此有戶數多少之不同則衰分法也今於戶數多寡中又兼道里遠近是衰又有衰必先齊其衰而後可用衰分法也術云令縣戶數各如其本行道

日數而一以爲衰劉氏注云據甲行道八日因使八戶共出一車乙行道十日因使十戶共出一車計其在道則皆戶一日出一車故可爲均平之率此以除爲齊同者也第二題云今有均輸卒甲縣一千二百人薄塞乙縣一千五百五十人行道一日丙縣一千二百八十人行道二日丁縣九百九十人行道三日戊縣一千七百五十人行道五日凡五縣賦輸卒一月一千二百人欲以遠近戶率多少衰出之問縣各幾何術曰令縣卒各如其居所及行道日數而一以爲衰按此遠近與多少相兼同於前但前皆在道此有所居故必先以居所三十日一月日數各加行道日數然後除縣卒之數也第三題云今有均賦粟甲縣二萬五百二十戶粟一斛二十錢自輸其縣乙縣一萬二千三百一十二戶粟一斛十錢至輸所二百里丙縣七千一百八十二戶粟一斛十二錢至輸所一百五十里丁縣一萬三千三百三十八戶粟一斛十七錢至輸所二百五十里戊縣五千一百三十戶粟一斛十三錢至輸所一百五十里凡五縣賦輸粟一萬斛一車載二十五斛與僦一里一錢欲以縣戶賦粟令勞費等問縣各粟幾何術曰以一里僦價乘至輸

所里以一車二十五斛除之加一斛粟價則致一斛之費按每車一里一錢二百里則二百錢矣此以一里僦價乘至輸所里也然一車二十五斛必以二十五斛除二百錢得八乃爲每斛一里僦八錢也加於每斛粟價則各項之衰并而歸於每斛矣又以每斛之費除戶數則每戶出一錢爲均賦之率蓋遠近多少同於前而粟價有貴賤僦價有多寡故必以僦價乘里數而以一車之數除之以加於每斛粟價而後齊也第四題云今有均賦粟甲縣四萬二千算粟一斛二十傭價一日一錢自輸其縣乙縣三萬四千二

百七十二筭粟一斛十八傭價一日十錢到輸所七十里丙縣一萬九千三百二十八筭粟一斛十六傭值一日五錢到輸所一百四十里丁縣一萬七千七百筭粟一斛十四傭值一日五錢到輸所一百七十五里戊縣二萬三千四十筭粟一斛十二傭價一日五錢到輸所二百一十里己縣一萬九千一百三十六筭粟一斛一十傭價一日五錢到輸所二百八十里凡六縣賦粟六萬斛皆輸甲縣六人共車車載二十五斛重車日行五十里空車日行七十里載輸之間各一日粟有貴賤傭各別價以算出錢令費勞等

問縣各粟幾何術曰以車程行空重相乘爲法并空重以乘道里各自爲實實如法得一日加載輸各一日而以六人乘之又以傭價乘之以二十五斛除之加一斛粟價即致一斛之費各以約其算數爲衰按空重之行不齊故先齊同之得三百五十里行十二日用今有術求得各縣輸到日數因傭價視人視日故既以人數乘之復以傭價乘之得每縣每一車傭價之總數一車載二十五斛以二十五除之得每斛傭價之總數矣以一斛輸到之傭值加入一斛之粟價是道里遠近粟價貴賤傭值多寡俱均而歸之於

斛又以每斛之費除算數猶以每斛之費除戶數也輸載之間各一日注云各一日者即二日也此宜是停駐之日數故用加於在道之日數乃日數以往來爲齊同宜倍到輸所之里以乘人數術未備也又云今有善行者行一百步不善行者行六十步今不善行者先行一百步善行者追之問幾何步及之術曰置善行者一百步減不善行者六十步餘四十步爲法以善行者之一百步乘不善行者先行一百步爲實實如法得一步按先行百步而追及之必能餘一百步而後可也故用減法得其所餘之率以善行之

一百步乘不善行之一百步者其實以善行之一百步乘善行所餘之一百步也又云今有不善行者先行十里善行者追之一百里先至不善行者二十里問善行者幾何里及之術曰置不善行者先行十里以善行者先至二十里增之以爲法以不善行者先行十里乘善行者一百里爲實實如法得一里按先行十里而追之止餘十里便及今餘三十里故行一百里耳是三十里與一百里可例一十里與追及之里數也以不善行之十里乘善行之一百里者其實以善行所餘之十里乘所行之一百里也又云今有

兎先走一百步犬追之二百五十步不及三十步而止問犬不止復行幾何步及之術曰置兎先走一百步以犬走不及三十步減之餘爲法以不及三十步乘犬追步數爲實實如法得一步按先走百步犬追二百五十步不及三十步然則若先走七十步則二百五十步剛追及矣故七十與二百五十猶三十之與復行追及步數也以不及三十步乘犬追步數者卽以兎走之三十步乘二百五十步也又云今有客馬日行三百里客去忘持衣日已三分之一主人乃覺持衣追及與之而還至家視日四分之三問主人

馬不休日行幾何術曰置四分日之三除三分日之一半其餘以爲法副置法增三分日之一以三百里乘之爲實實如法得主人馬一日行按四分日之三一爲客馬單行之數四分日之三內減去三分日之一爲客馬之行與主人馬往還之行共數也三分日之一（劉氏注云除卽減也）爲主人馬往還之數半之爲主人馬追及之數（詳見前）加三分之一爲客馬當主人馬追及之數是客行十三當主人之行五也亦主人行五當客行之十三也故五與十三猶三百與主人馬不休之數也又云今有金箠長五尺斬本一尺重四斤斬末

一尺重二斤問次一尺各重幾何術曰令末重減本重餘卽差率也又置本重以四間乘之爲下第一衰副置以差率減之每尺各自爲衰劉氏注云此術五尺有四間者有四差也令本末相減餘卽四差之凡數以四約之卽得每尺之差以差數減本重餘卽次尺之重今此率以四爲母故令母乘本爲衰通其率也又注云此雖迂迴然是其舊故就新而言之按甲戊相減得二尺以四除之得半尺於二尺加半尺爲丁於二尺半加半尺爲丙於三尺加半尺爲乙此注所云以四約之卽得每尺之差也然爲捷法非均輸

法經列此題以明均輸之義故不從省注以爲遲回未知經意不用四間除之而用四間乘之不用加之而用減之欲得比例之率也此可明加減乘除相表裏之指亦可明比例之法無在不可用也又張邱建算經題云今有方亭下方三丈上方一丈高二丈五尺欲接築爲方錐問接築高幾何術曰置上方尺數以高乘之爲實以上方尺數減下方尺數餘爲法實如法而一按所有者方亭所求者方錐不可爲比例故必減去上方合兩旁之句股爲方錐也又題云今有築城上廣一丈下廣三丈高四丈今已築高一丈

五尺問已築上廣幾何術曰置城下廣以上廣減之又置城高以減築高餘相乘以城高而一所得加城上廣即得按先以三丈與一丈減是去其中之縱方而存其兩畔之兩句股也以一丈五與四丈減者去其新築之高而存其未築之數也何也三丈者四丈之底也二丈二尺五寸者二丈五尺之底也惟兩底同乃可比例此所以不用築高而用減餘也又題云今有鹿直西走馬獵追之未及三十六步鹿回直北走馬俱斜逐之走五十步未及一十步斜直射之得鹿若鹿不回馬獵追之問幾何里而及之術曰置斜

逐步數以射步數增之自相乘以追之未及步數自相乘減之餘以開方除之所得以減斜逐步數餘爲法以斜逐步數乘未及步數爲實實如法得一按此始以開方終以衰分也馬比鹿每五十步多二步必九百步而後多三十六步也二與五十爲三十六與九百之比例也題亦可云斜逐六十步得之此則六十步多十二步當一二與六十爲三十六與一百八十之比例今題云未及十步斜射得之此故爲隱伏以示學者前用開方宜連未及之步後用比例止取斜逐之餘變化存乎一心實自然之理耳

有兩率以衰分求之有兩差以盈不足求之無率而欲有率以均輸求之無差而欲有差以盈不足之假令求之設率與設差之術通率不可設則設其差

九章算術盈不足云今有人持錢之蜀賈利十三初返歸一萬四千次返歸一萬四千次返歸一萬三千次返歸一萬二千次返歸一萬一千後返歸一萬凡五返歸錢本利俱盡問本持錢及利各幾何術曰假令本錢三萬不足一千七百三十八錢半令之四萬多三萬五千三百九十錢八分此即張邱建持錢之洛之題也又云今有漆三得油四油四和漆五今有

漆三斗欲令分以易油還自和餘漆問出油得漆和漆各幾何此即紫草染絹之術也并漆三漆五爲總數與油四可求三斗中所易之油與漆三可求三斗中所出之漆與漆五可求三斗中所和之漆九章不以隸均輸而以隸盈不足者均輸者於均之中求其均假令者設爲不均以求其均衰分與盈不足相表裏故衰分之均輸亦與盈不足之假令相表裏葢有定率則可馭以衰分有盈朒則可馭以盈不足無盈朒而設爲盈朒猶之無定率而設爲定率也試推言之盈不足術云今有米在十斗桶中不知其數滿中

添粟而舂之得七斗問故米幾何術曰假令故米二斗不足二升令之三斗有餘二升此以十斗七斗與粟米之率心計而先得盈朒數也張邱建算經云今有器容九㪷中有米不知其數滿中粟舂之得米五㪷八升問滿粟幾何術曰置器容九㪷以米數減之餘以五之二而一草曰置九㪷以米五斗八升減之得三㪷二升以粟率五因之得石六㪷以糲率二㪷除之得八㪷爲粟按原有之米與粟所舂之米合爲五斗八升則原粟之數不能於合數中求得之然米則合而糲則專故於九斗中減去米餘三斗二升則

糲矣於是用糲率二爲一率粟率五爲二率糲三斗二升爲三率求得粟八斗爲四率此以減得糲數於無定率得定率也又今有醇酒一斗直錢五十行酒一斗直錢一十今將錢三十得酒二斗問醇行酒各幾何術曰假令醇酒五升行酒一斗五升有餘一十令之醇酒二升行酒一斗八升不足二張邱建算經云今有清酒一斗直粟十斗醑酒一斗直粟三㪷今持粟三斛得酒五斗問清醑酒各幾何術曰置得酒斗數以清酒直數乘之減去持粟斗數餘爲醑酒實又置得酒斗數以醑酒直數乘之以減持粟斗數餘

爲清酒實各以二直相減餘爲法實如法而一按此有共數共值有貴賤率故以貴賤衰分之術馭之也盈不足術云今有黃金九枚白銀十一枚稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何術曰假令黃金三斤白銀二斤十一分斤之五不足四十九於右行令之黃金二斤白銀一斤十一分斤之七多十五於左行張邱建算經云今有金方七銀方九稱之適相當交易其一金輕七兩問金銀各重幾何術曰金銀方數相乘各以半輕數乘之爲實以超方數乘金銀方數各自爲法實如法而一按以金方

七銀方九爲母金之超數二銀之超數二爲子母同子齊以爲定率然後兩用今有術以得之子齊爲一率母同爲二率半輕數爲三率求得每方重數爲四率蓋以金銀並言爲交易分言之則爲損金以益銀損銀以益金凡損此益彼其數必倍詳卷一故交易其一而超數爲二也此可相參而悟者在本書亦自明之均輸鳧雁之術循既詳之於前矣於盈不足術又列題云今有垣高九尺瓜生其上蔓日長七寸瓠生其下蔓日長一尺問幾何日相逢瓜瓠各長幾何術曰假令五日不足五寸令之六日有餘一尺二寸按

鳧雁無里數此垣高有尺數似有不同然試通之并瓠蔓瓜蔓爲一十七寸以除九尺之垣即得日數以瓠蔓乘之得瓠尺以瓜蔓乘之得瓜尺鳧雁無里數故必相乘而後除之此有尺徑除此尺數可矣又二題云今有蒲生一日長三尺莞生一日長一尺蒲生日自半莞生日自倍問幾何日而長等今有垣厚五尺兩鼠對穿大鼠日一尺小鼠亦日一尺大鼠日自倍小鼠日自半問幾何日相逢各穿幾何此二者不可通於均輸何也日自倍之率爲一二四八十六衰分術云今有女子善織日自倍五日織五尺問日織

幾何此知五日則有五日之率蒲莞大小鼠之術雖有各率而無日數無日數則率不可定故必以盈不足之假令馭之而不可通諸衰分也又良馬駑馬之術見於衰分者甚多盈不足術云今有良馬與駑馬發長安至齊齊去長安三千里良馬初日行一百九十三里日增十三里駑馬初日行九十七里日減半里良馬先至齊復還迎駑馬問幾何日相逢及各行幾何日增十三者今日於初日里數外增十三明日則於所增外又增十三也日減半者今日於初日里數外減半里明日則於所減外又減半里也與日自倍日自半之數不同而其不可爲定率則同故亦必以盈不足之假令馭之而不可通諸衰分也

凡比例以甲率乘丙率與乙率自乘等

比例之理出於盈朒比例之法出於互乘盈朒之理甲乙丙爲平列乙多於甲之數即乙少於丙之數其相去以加減故倍中數即首尾相加之數亦例之以加減也比例之理甲乙丙爲遞列乙乘於甲之數即乙除於丙之數其相去以乘除故中數自乘即首尾相乘之數亦例之以乘除也其法出於互乘者甲乙丙丁平例爲四率縱列爲母子以一率乘四率即以左母維乘右子也以二率乘三率即以右母維乘左子也

甲一　一加一爲二　一加三爲四
乙二　二倍之爲四
丙三　三減一爲二　三加一爲四

甲一　一乘二爲二　一乘四爲四
乙二　二除四爲二　二自乘爲四
丙四　四乘一爲四

右比例用加減乘減除同理

甲二　乙四得一十二
丙三　丁六得一十二

甲二　一率乘丁爲一十二
乙四　二率乘丙爲一十二
丙三　三率乘乙爲一十二
丁六　四率乘甲爲一十二

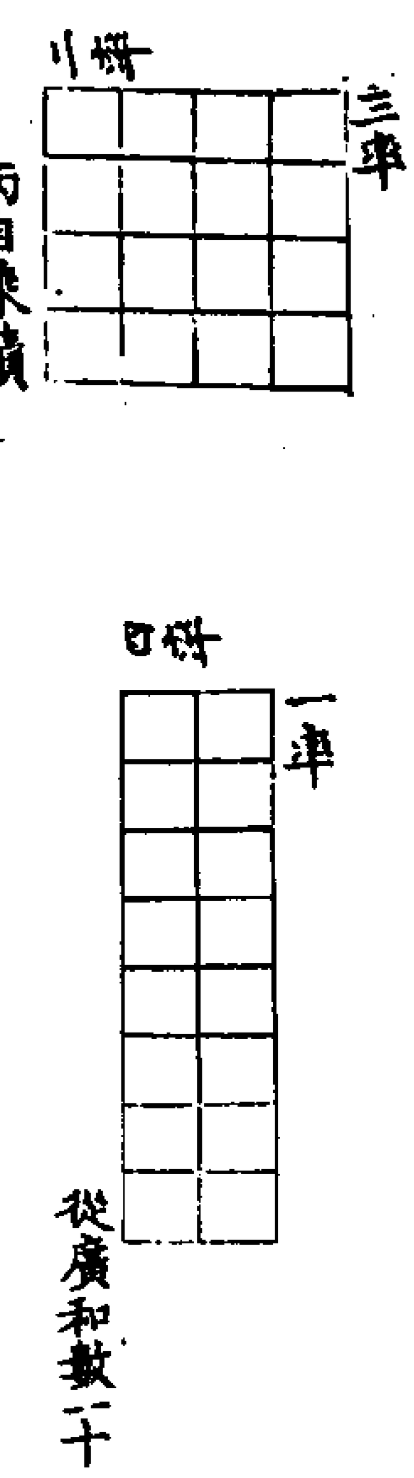
右比例與維乘同法

乙率自乘以甲率除之得丙率以乙率自乘與甲丙并率之半自乘相減餘開方除之與并數之半相減其數等乙率自乘以丙率除之得甲率以乙率自乘與甲丙并率之半自乘相減餘開方除之與并率之半相加其數等

乙率自乘既等於甲之乘丙甲除之得丙丙除之得甲即母半則子倍母倍則子半之理也同是積也在乙自乘爲方在丙甲相乘爲縱方爲縱方則甲爲長丙爲濶矣知乙自乘積知甲而求丙則以甲除之是

也知乙自乘積知丙而求甲則以丙除之是也若知乙自乘積知甲丙共積而不能分析甲與丙之各數則以之求丙無甲可除以之求甲無丙可除則仍以縱方之理求之聚平方之四如田字聚縱方之四盈朒相觸中餘縱乘縱之小平方乙自乘之平方既化爲甲乘丙之長方則甲丙相并即縱廣相和故用求帶縱平方和之術以得之求帶縱平方和之術以和數自乘減積數之四倍而開方之得縱乘縱之方與和數相加而半之得縱與和數相減而半之得廣今不以積數四倍而以和數折半凡倍之自乘必得四

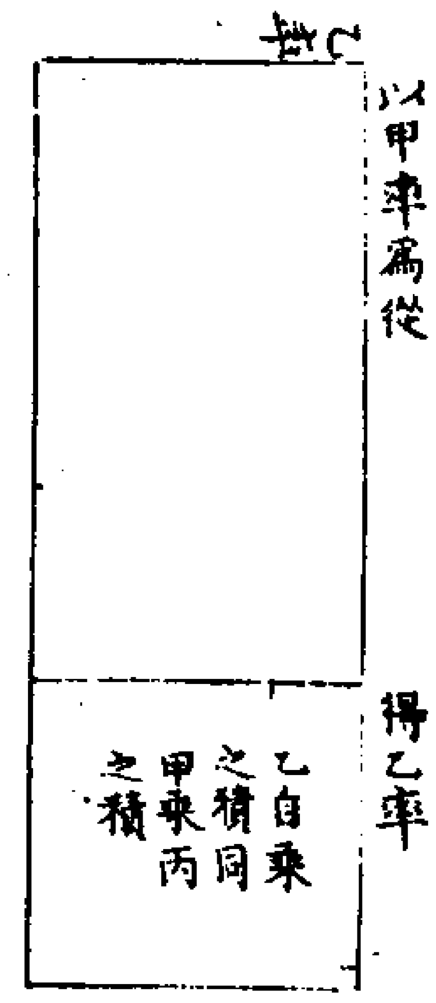
倍則凡四之一自乘其邊必當四倍者之半也已豫半之而開方所得縱乘縱之方不待半之矣此又豫半豫倍之理也見卷

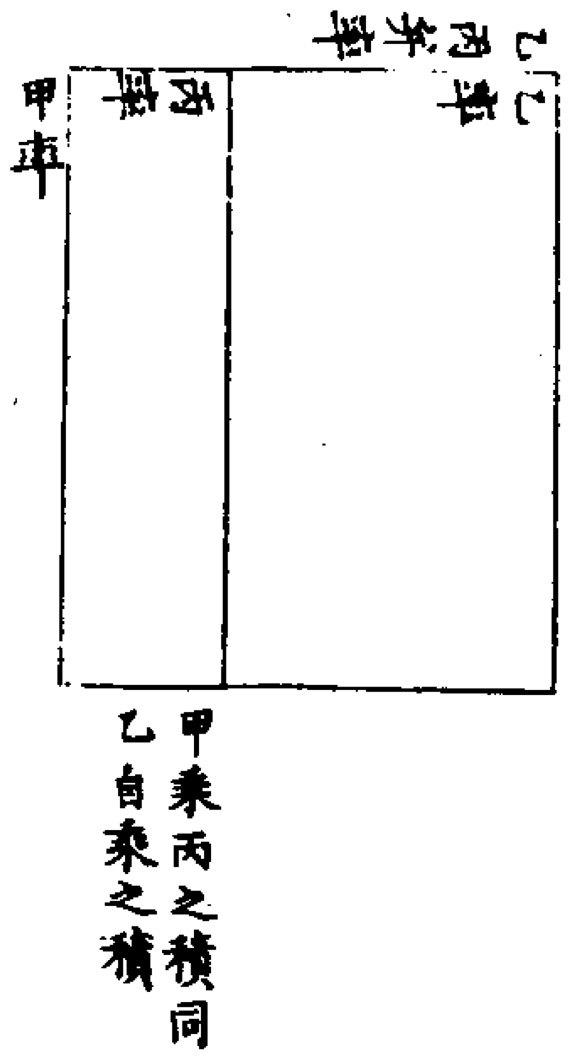


甲率乘丙率以乙率除之仍得乙以甲率乘乙丙之并率以甲率爲縱開方除之其數等以丙率乘甲乙之并率以甲率爲縱開方除之其數等

知甲乘丙之數知乙數不必以乙除之自知乙矣若知甲率知乙丙合率而不知乙或知丙率知甲乙合率而不知乙則亦以縱方之理通之夫丙乘甲以乙除之仍得乙者以乙之自乘其數即丙甲之相乘也乙自乘既即爲丙甲之相乘則以甲乘乙丙之并率爲甲乘乙甲乘丙各一者不啻甲乘乙乙乘乙各一也甲乘乙乙乘乙又不啻乙乘甲乙之并也乙乘甲乙之并即以甲爲縱以乙爲廣之帶縱平方今求爲廣之乙故以甲乘乙丙以甲爲縱開方除之即得乙也抑乙自乘既即爲丙甲之相乘則以丙乘甲乙之

并率爲丙乘乙丙乘甲各一者不啻丙乘乙乙乘乙之各一也丙乘乙乙乘乙又不啻乙乘丙乙之并也乙乘丙乙之并即以丙爲縱以乙爲廣之帶縱平方今求爲廣之乙故以丙乘甲乙以甲爲縱開方除之亦即得乙也





乙丙相乘以丁除之得甲以甲除之得丁甲丁相乘以乙除之得丙以丙除之得乙甲丁相乘減乙丙并率自乘之半開方除之相加得乙相減得丙乙丙相乘減甲丁并率自乘之半開方除之相加得甲相減得丁

九章句股題云今有邑方不知大小各中開門出北門二十步有木出南門十四步折而西行一千七百七十五步見木問邑方幾何術曰以出北門步數乘西行步數倍之爲實并出南門步數爲從法開方除之即邑方注云以折而西行爲股自木至邑南十四步爲句以出北門二十步爲句率北門至西隅爲股率按依注當以句爲一率股爲二率句率爲三率求得四率爲城之半廣但句無數二率三率相乘不能以一率除之得數故以二率乘三率之數倍之而以一率之數可知者爲縱而開方之其故何也二率三率相乘之積即一率四率相乘之積是積也邑方之

半在其中倍之則邑方全在其中矣故以縱方法求之而得其數蓋不得之於邊而得之於積得之於邊

則用異乘同除得之於積則用帶從開方其術之精巧總本於二三之相乘等一四之相乘也

以乙乘丙丁并率甲乙并率除之得丁以甲乘丙丁并率甲乙并率除之得丙以乙乘甲丁并率乙丙并率除之得甲以丙乘甲丁并率乙丙并率乘之得丁以丙乘甲乙并率以丙丁除之得甲以丁乘甲乙并率以丙丁除之得乙以甲乘乙丙并率以甲丁除之得乙以丁乘乙丙并率以甲丁除之得丙

連比例中率自乘故可以縱法馭之斷比例中率相乘不可以爲方故不可以連比例之術通之也然既有四率則比例之中分合皆可爲比例故仍以比例通之而其用無窮矣西法幾何原本列比例之法一十有二曰同理比例曰相連比例曰順推比例曰反推比例曰遞轉比例曰分數比例曰合數比例曰更數比例曰隔位比例曰錯綜比例曰加數比例曰減數比例統而計之卽維乘之理而已

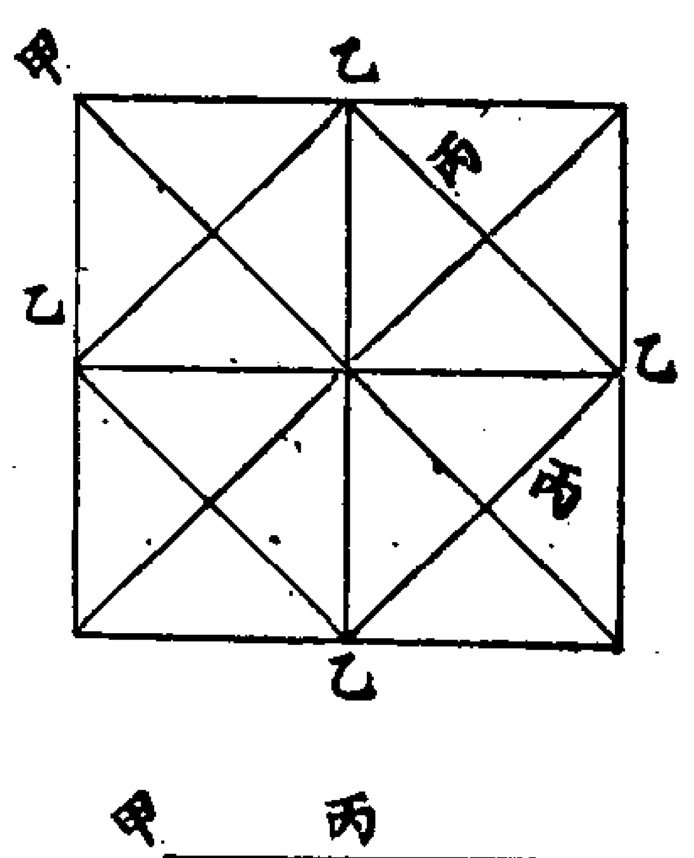
甲率自乘以丙率乘之與乙率自乘以甲率乘之等甲率自乘以丁率乘之與甲乙丙三率連乘等與乙率再自乘等

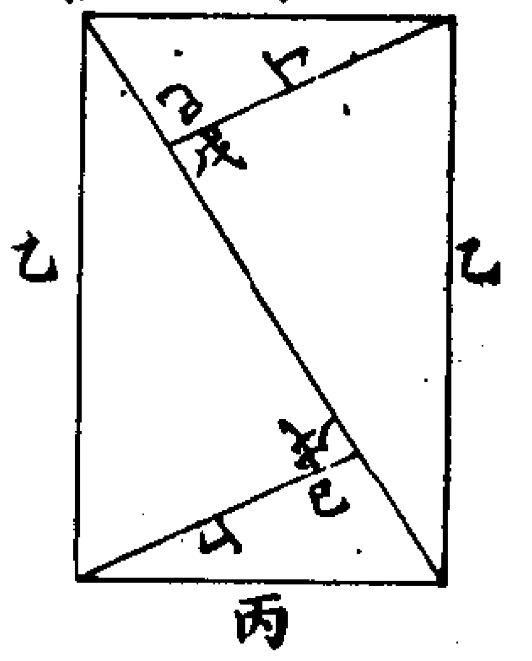
甲丙相乘既同於乙之自乘則以甲丙相乘之數又以甲乘之以乙自乘之數又以甲乘之其數之同可知也甲丁相乘既同於乙丙相乘則以甲丁相乘之數又以甲乘之以乙丙相乘之數又以甲乘之其數之同可知也甲丙相乘既同於乙之自乘則乙自乘之數又以乙乘之以甲丙相乘之數又以乙乘之其數之同可知也以甲丙相乘之數又以乙乘之不啻以乙丙相乘之數又以甲乘之所謂甲乙丙三率連乘也乙之再乘既同於甲乙丙之連乘則與甲丁相乘又以甲乘之之數亦同矣

以丙自乘乙爲斜弦以乙自乘甲爲斜弦甲之於乙如乙之於丙以乙乘丙甲爲斜弦以丁乘戊乙爲斜弦以丁乘己丙爲斜弦甲之於乙如乙之於戊甲之於丙如丙之於己

句股之比例千變萬化舉之不勝舉惟句股有連比例之三率以弦爲首率句爲中率尾率必弦之小半以弦爲首率股爲中率尾率必弦之大半小半大半之所分恰當中垂綫法詳幾何原本其法以自乘通之以一自乘之數畫而爲四小弦必同於大弦小邊必同於

大邊推之相乘之縱方形雖差而理亦同也





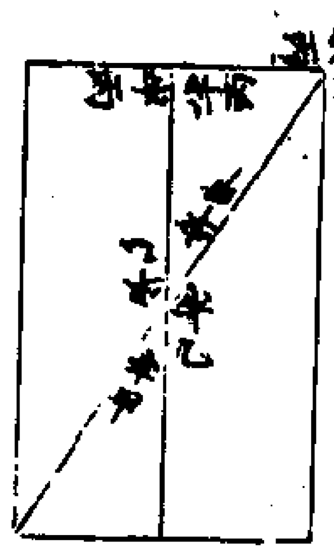
以丙乘乙甲爲斜弦甲乙丙兩句股形等以丙乘乙甲爲斜弦以丙中分之半丙於半甲半乙猶全丙於全甲全乙

衰分均輸之術合之句股此西法比例相求之原蓋以一方形斜剖爲兩句股則此形之句股等於彼形之句股而共一弦此整形也既剖爲兩句股又隨以句股中分之則兩大句股之形內必又成兩隅相連之兩小句股形兩小句股即兩大句股之比例也蓋小之視大雖得其半而句同此句股同此股弦共此弦依然一方形斜剖之理也以兩隅相連觀之則四表之立可明矣以小句股在大句股內觀之則兩表之立可明矣九章算術句股題云有木去人不知遠近立四表相去各一丈令左右兩表與所望參相直

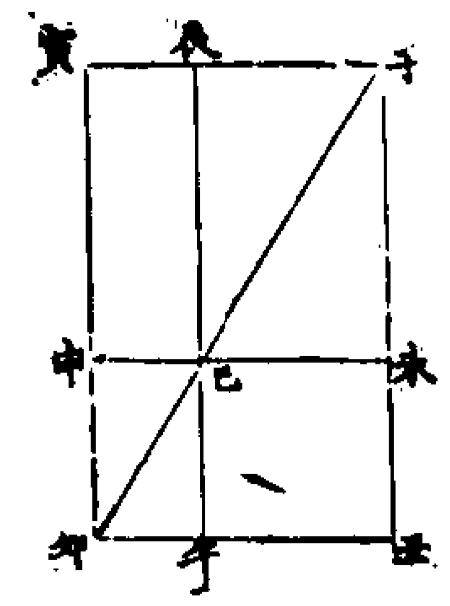
從後右表望之入前右表三寸問木去人幾何術曰令一丈自乘爲實以三寸爲法實如法而一張邱建算經云今有城不知大小去人遠近於城西北隅而立四表相去各六丈令左兩表與西北隅南北望參相直從右後表望城西北隅入右前表一尺二寸又望西南隅亦入右前表四寸又望東北隅亦入左後表二丈四尺術曰置表相去自乘以望城西北隅入數而一得城去表又以望城西南隅入數而一所得減城去表餘爲城之南北以望城東北隅入左後表數減城去表餘以乘表相去又以入左後表數而一

卽得城之東西二書爲算雖有不同而其爲兩隅相連之理則同也九章算云有山居木西不知其高山去木五十三里木高九丈五尺人立木東三里望木末適與山峯斜平人目高七尺問由高幾何術曰置木高減人目高七尺餘以乘五十三里爲實以人去木爲法實如法而一所得加木高卽山高此術木爲半股木至人爲半句木頂至人目爲半弦以例山高之全股山至人目之全句山頂至人目之全弦劉徽撰海島算經用兩竿卽本木與人之意也九章算術又有算邑方題云邑方二百步各中開門出東門十

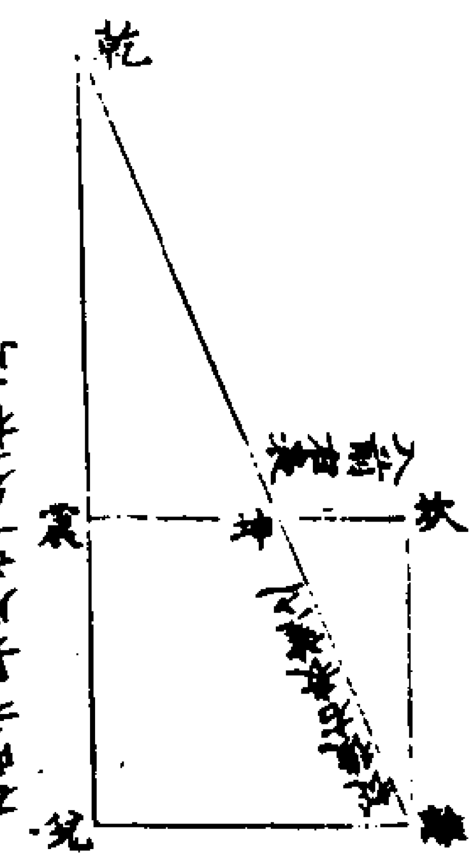
五步有木問出南門幾何而見木術曰出東門步數爲法半邑方自乘爲實實如法得一步此句股中減去容方餘存兩句股爲比例也因所減去之容方一爲句一爲股較自乘卽二三率相乘也若此句彼股出於所容之從方則不可以用自乘矣幾何原本有兩線平行之葉爲內外角對角並角之所從生究其原則出於一正方斜剖而參伍錯綜之無不合也



甲乙丙所謂平行線也子巳與巳卯互例以其出於甲也子未與未丑與申辰巳與巳午與寅申與申卯互例以其出於乙也子辰與辰寅與未巳與巳申與丑

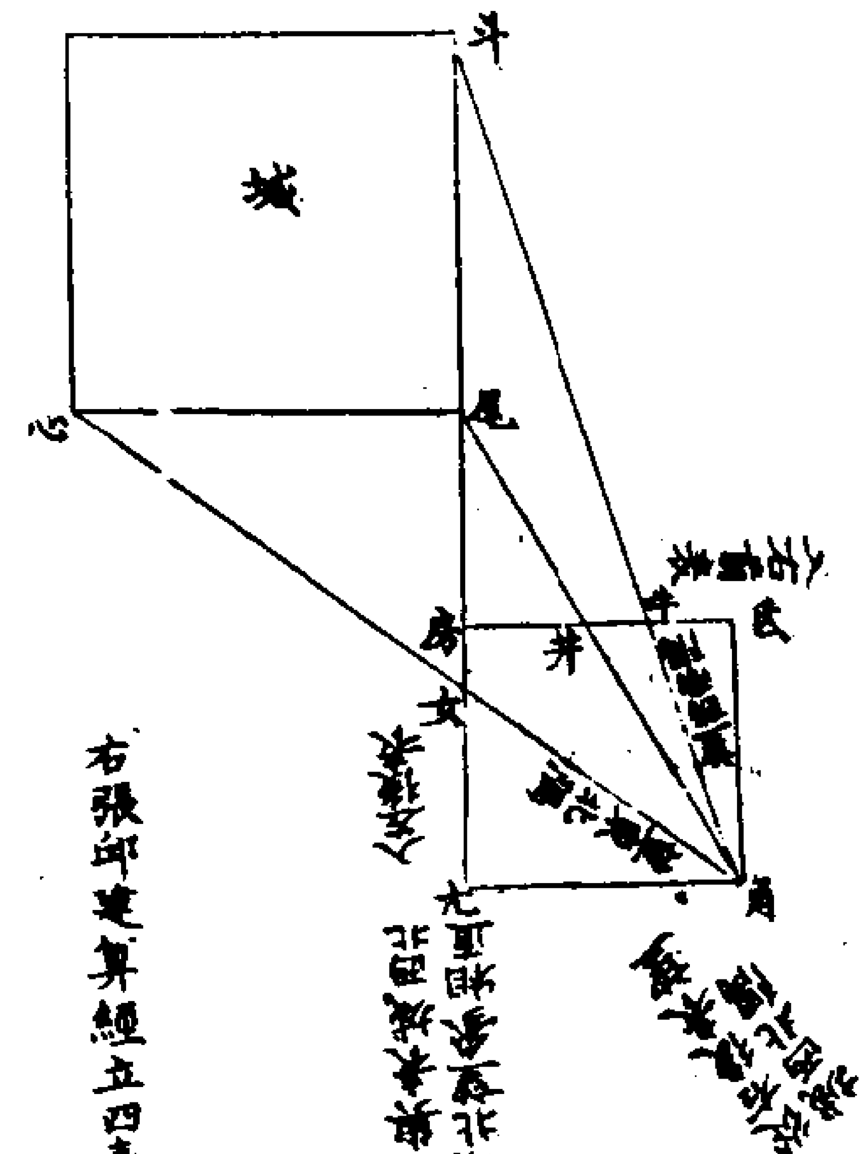


午與午卯互例以其出於丙也以子辰巳與巳午卯互例即四表之法也以巳午卯與子丑卯互例即兩竿之法也以子未巳與巳午卯互例即方城之法也



坎離震兌爲所立四表以坤坎離與乾兌離爲例猶前圖子辰巳與巳午卯互例

右九章算術立四表圖



角亢氐房所立四表心尾女與角亢女尾井房與角氐井斗牛房與角牛氐互猶前圖子辰巳與巳午卯

右張邱建算經立四表圖

甲自乘以甲爲縱而開方之得乙以乙減甲得丙丙之於乙猶乙之於甲以甲爲股半之爲句求得弦以句減弦得乙以乙減股得丙其比例等以乙爲股半之爲句

求得弦以句加弦得甲以乙減甲得丙其比例等

比例之法有二其一出於差分異乘同除也其一出於自乘理分中末也異乘同除者有定率二以例今有之數如四之與六例六之與九是也理分中末者有全分一以求大分小分之比例如全分一十則中六一八口三末三八一九七是也異乘同除上既詳言之矣而理分中末之術爲西人所獨擅之奇秘其名曰神分綫梅勿菴以句股和句股較倍句之法通之循謂皆自然之數也異乘同除之比例但如其分析之數以相乘其比在例之外也理分中末之比例

必如其首率之數以中分其比在例之內也彼以中率自乘首率除之而得末率此以首率自乘縱方開之而得中率末率其法有不同也彼有二而得三此有一而得三有二得三則三生於二故中末二率合之與首率差有一求三則三生於一故中末二率合之與首率同彼以馭隱伏糅雜而假以爲憑此以求等邊諸面而資以爲鵠其用有不同也法用平方縱方故亦可用句股和句股較以首率自乘用縱方開之而得中率以中率自乘用縱方開之而得末率末率之縱方積同於中率之平方積而中率之縱方積

同於首率之平方積此比例之根也若合首率中率
爲首率則首率爲中率中率爲末率若以中率爲首
率則末率爲中率末率減中率爲末率二下推之至
於無窮無不皆然唯其出於平方縱方故又可馭之
以句股唯其以平方化縱方故必令句半於股股倍
於句平方化縱方必爲一小縱方連於大縱方又即
爲一小平方連於大平方若廣之爲一縱方斜剖爲
句股則一小平方必爲句股內所容之方大平方即
容方界上之餘此容方界上之餘不必定爲平方而
理分中末則必得其爲平方故倍句爲股半股爲句

也以大平方之邊爲股半之爲句其弦必小平方之
邊加大平方邊之半今既以大平方之邊爲首率則
股爲首率矣以小平方之邊爲中率則弦減句爲中
率矣以小平方邊減大平方邊所餘爲末率則以弦
句較減股爲末率矣連大平方小平方兩邊爲首率
則句弦和爲首率矣大平方邊爲中率則股爲中率
小平方爲末率則句弦較爲末率矣

加減乘除釋卷八

江都焦循學

以加來者消之以減以乘來者消之以除

劉氏九章算術方田注云子有所乘故母當報除此
爲方田之乘分而言循謂算法之精妙無踰此兩言
也九章之盈不足方程所以馭叢雜不齊之數者至
精至奧大率所舉而問者以乘爲隱伏多一乘則多
一重隱伏而所以發其隱伏則用除多一重隱伏則
多一除以發之是以乘入之以除出之故曰報除也
蓋算之艱惟其叢雜而隱伏有相乘雜乘可以化叢

雜爲齊同有報除可以化隱伏爲顯著而算之能事
盡矣如有物一錢得三枚此無俟算也若以乘通之
云有物二錢得六枚三錢得九枚此則以二乘三爲
六以三乘三爲九矣是爲多一乘必以二除六以三
除九而後得之或并二三爲五并六九爲十五以五
除十五而後得三或六九相減爲三二三相減爲一
以一除三而後得三或二三相乘爲六倍之爲十二
二維乘九三維乘六相加爲三十六以十二除三十
六而後得三所謂報除以發之也又如有二物甲一
錢得二枚乙一錢得三枚此亦無俟算也若以乘通

之云有二物不知價但言甲二錢乙三錢共得一十三枚甲五錢乙四錢共得二十二枚此則以二乘二爲四以三乘三爲九合爲一十三以二乘五爲一十以三乘四爲一十二合爲二十二是爲多一乘又多一并多一并則叢雜矣多一乘則隱伏矣叢雜用相乘維乘以齊之以甲二甲五相乘爲一十減盡以甲二偏乘乙四爲八偏乘二十二枚爲四十四以甲五偏乘乙三爲一十五偏乘一十三枚爲六十五以八與一十五相減爲七以四十四與六十五相減爲二十一是也隱伏用報除以發之以七除二十一得三

爲乙數是也若舉其較數則云甲二乙三較五甲五乙四較二亦兩甲相乘減盡甲二偏乘乙四爲八偏乘二爲四甲五偏乘乙三爲一十五偏乘五爲二十五八與十五相減爲七二十五與四相減爲二十一以七除二十一爲三亦用偏乘報除之術以得之此方程所爲用除法也以言盈不足之術如云三盈一五朒一不俟算而知其爲四如云人出三盈三人出五朒三此則以三乘四爲十二乘三爲九乘五爲一十五以一十二較九爲盈三較十五爲朒三是爲多一乘必以三維乘三爲九以五維乘三爲一十五九

與一十五異名相加爲二十四以三與五相減爲二以二除二十四得一十二是亦報除以發其隱伏也并兩三爲六以減餘二除之得三爲人數兩三皆差數故以出率之差除之不啻方程之以減餘除減餘也物數必由差得整數乃可求由差得整數故維乘以齊之也劉氏注衰分法云一乘一除適足相消相消亦報之謂也如有物九枚二人分之人得四枚半耳若甲得三分之二乙得三分之一必先以二乘九爲一十八以三除之爲六爲甲所得以一乘九爲九以三除之爲三爲乙所得其法數本三除而又二除

三分之二三分之一是先分爲三又分爲二也是多一除故必先乘以通此一除後除以消此一乘所謂一乘一除以相消也若以六乘甲二爲十二以三乘乙一爲三并之爲共價十五并六與三爲共物九問曰共物九共價十五物有一枚值二一枚值一求得幾物與每物價若干是又多一乘今謂之貴賤差分者也凡有共物共價以價除物則得每物之價今物價有不同則不得平除之然不得平除而徑用平除故以賤價乘總物必朒於總價以貴價乘總物必盈於總價以朒價減總價爲朒餘以盈價減總價爲盈餘以不同之價貴賤相

減除朒餘得貴價除盈餘得賤價亦以除消其乘也蓋有共物之所分有不同之數之所乘有所乘之分數有所乘之共價今舉共價而隱其所分舉其不同之數而隱其所乘舉所乘之共價而隱其所乘之分數故於所舉之共物與不同之數分乘而又與共價相減而所隱者不終隱矣

以甲之半加甲為一甲有半以甲之半減之仍得甲有二甲各加甲之半為一甲有半各倍之互以一甲有半減之仍各得一甲有半有三甲各加兩甲之半為兩甲各再倍之互以一甲加兩甲之半倍而減之仍各得兩

甲有甲乙以乙之半加甲倍之以甲之半加乙減之亦得一甲有半以甲之半加乙倍之以乙之半加甲減之亦得一乙有半有甲乙丙以乙之半丙之半加甲再倍之以甲之半丙之半加乙以甲之半乙之半加丙合而減之亦得兩甲以甲之半丙之半加乙再倍之以甲之半乙之半加丙以乙之半丙之半加甲合而減之亦得兩乙以甲之半乙之半加丙再倍之以乙之半丙之半加甲以甲之半丙之半加乙合而減之亦得兩丙

張邱建算經有方程之題云孟仲季兄弟三人各持絹不知匹數大兄謂二弟曰我得女等絹各半滿七十九匹仲弟曰我得兄弟絹各半滿六十八匹小弟曰我得二兄絹各半滿五十七匹問兄弟本持絹各幾何術以大兄二中弟一小弟一合一百五十八大兄一中弟二小弟一合一百三十六大兄一中弟一小弟二合一百一十四如方程而求即得是也孫子算經有術云甲乙丙三人持錢甲語乙丙各將公等所持錢半以益我錢成九十乙語甲丙各將公等所持錢半以益我錢成七十丙語甲乙各將公等所持錢半以益我錢成五十六問三人原持錢各幾何此即兄弟持絹之術乃不用方程別為法云先置三人

所語為位以三乘之各為積甲得二百七十乙得二百一十丙得一百六十八各半之甲得一百三十五乙得一百零五丙得八十四又置甲九十乙七十丙五十六各半之以甲乙減丙以甲丙減乙以乙丙減甲即各得原數術捷於方程而消息甚巧循謂以半言之似奧以全觀之則顯而易知也以甲乙丙不等言之似雜以平分觀之則純而可見也如甲之數二加半甲一為三是為一甲有半倍之為六而以三減之仍得三婦孺所共知也甲之數二加兩半甲二為四是為兩甲三之為十二而以八減之仍得四亦婦

孺所共知也蓋倍一甲即不啻并兩甲再倍一甲即不啻并三甲倍一甲而以一甲減之再倍一甲而以二甲減之即不啻以一甲減二甲以二甲減三甲也若變二甲爲甲乙有如甲四乙二以乙之半一加甲爲五固不同以甲之半加甲爲一甲有半也倍之爲一十亦不同倍一甲有半爲三甲也乃互以甲之半二加乙爲四以減一十得六亦爲一甲有半且推之倍四爲八以五減八得三亦即一乙有半也若變三甲爲甲乙丙有如甲六乙四丙二合乙丙之半爲三加甲得九固不同於以兩甲之半加丙爲兩甲也再

倍之爲二十七亦不同再倍兩甲爲六甲也乃互以甲乙之半加丙爲七以甲丙之半加乙爲八合之爲十五減二十七爲十二亦爲兩甲推之再倍乙八爲二十四以甲九丙七合爲十六減之得八亦爲兩乙再倍丙爲二十一以甲九乙八合爲十七減之得四亦爲兩丙爲兩甲兩乙兩丙半之即一甲一乙一丙也三甲與甲乙丙之數不同一經加減而其數無不同者則消息之妙也甲之所加者爲乙之半倍之是爲二甲一乙乙之所加者爲甲之半倍之是爲二乙一甲以甲與乙之半減二乙一甲餘非一乙有半乎

以乙與甲之半減二甲一乙餘非一甲有半乎甲之所加者半丙半乙再倍之是爲三甲及一乙有半一丙有半乙之所加者半甲半丙再倍之是爲三乙及一甲有半一丙有半丙之所加者半甲半乙再倍之是爲三丙及一甲有半一乙有半合一乙半甲半丙一丙半甲半乙爲一甲一乙有半一丙有半減三甲一乙有半一丙有半餘非二甲乎合一丙半甲半乙一甲半乙半丙爲一乙一甲有半一丙有半減三乙一甲有半一丙有半餘非二乙乎合一甲半乙半丙一丙半甲半乙爲一丙一甲有半一乙有半減三丙

一甲有半一乙有半餘非二丙乎由互加而雜復以互減而純盈虛相補殊途而同歸其理固了然可見也以既減之餘得兩甲兩乙兩丙今所求者一甲一乙一丙故半其三乘之積復半其所知之數此即豫半之理耳至奧之義以至平易推之無不可渙然冰釋也

甲甲甲甲 本數 四 甲甲 加其半 爲六甲

乙乙 本數 二 乙 加其半 爲三乙

甲甲甲甲 本數 四 乙 加乙之半爲 四甲一乙 甲甲甲甲甲乙 倍之爲 八甲二乙

乙 以二乙二甲減之亦得六甲

乙乙本數二甲甲加甲之半為二乙二甲乙乙甲甲倍之為四乙四甲以

四甲一乙減之亦得三乙

右甲乙兩數加減相消

甲甲甲甲甲甲本數六甲甲甲加其半甲甲甲加其半其十

二

乙乙乙本數四乙乙加其半乙乙加其半其八

丙丙本數二丙加其半丙加其半其四

甲甲甲甲甲本數六乙乙加乙之半丙加丙之半為六甲二乙一丙六甲

甲甲甲甲甲乙乙丙加倍一甲甲甲甲甲乙乙丙又加

一倍為十八甲六乙三丙以六乙三丙六甲減之亦得十二甲

乙乙乙本數四甲甲甲加甲之半丙加丙之半為乙三甲一丙四乙乙

乙乙甲甲甲丙倍之乙乙乙乙甲甲甲丙再倍之為十二乙九甲三

丙以九甲三丙四乙減之亦得八乙

丙丙本數二甲甲甲加甲之半乙乙加乙之半為三甲二乙二丙丙甲

甲甲乙乙倍之丙丙甲甲甲乙乙再倍之為六丙九甲六乙以九甲

六乙二丙減之亦得四丙

右甲乙丙三數相消

以甲加乙以乙加丙以丙加甲合而半之以甲乙減之

得丙以乙丙減之得甲以甲丙減之得乙以甲加乙而

減丙以甲加丙而減乙合之爲倍甲以乙加甲而減丙

以乙加丙而減甲合之爲倍乙以丙加甲而減乙以丙

加乙而減甲合之爲倍丙以甲乙丙相加而減倍丁以

甲乙丁相加而減倍丙以甲丙丁相加而減倍乙合之

得三甲以甲乙丙相加而減倍丁以甲乙丁相加而減

倍丙以乙丙丁相加而減倍甲合之得三乙以甲乙丙

相加而減倍丁以甲丙丁相加而減倍乙以乙丙丁相

加而減倍甲合之得三丙以甲乙丁相加而減倍丙以

甲丙丁相加而減倍乙以乙丙丁相加而減倍甲合之

得三丁

甲乙相加減乙得甲減甲得乙詳見卷一推此則甲

乙丙相加減乙丙仍得甲減甲乙仍得丙減甲丙仍

得乙可知也乃於此加卽於此減固也有所加在此

而所減在彼則以交互得之何也甲乙丙相加猶是

一甲一乙一丙也甲加乙乙加丙丙加甲則兩甲兩

乙兩丙矣故合而半之也然此爲和數其減法易明

若甲加乙而減去一丙甲加丙而減去一乙是兩甲

一乙一丙之中互減一乙一丙也於兩甲一乙一丙

之中互減去一乙一丙所存者非兩甲乎所謂合之

爲倍甲也蓋彼之甲加乙減丙此之甲加丙減乙一

經轉移卽不啻彼之甲加乙而復減乙此之甲加丙

而復減丙加而復減不啻無加故仍存彼此之兩甲耳於此而舉其差即舉兩甲也推之甲與乙丙丁三數相加相減亦可以甲與乙丙兩數相加相減之理通之但兩數爲兩甲者三數自爲三甲兩數爲一乙一丙相互者三數自爲兩乙兩丙兩丁相互也何也甲與三數相加減其目有四（甲乙丙丁）其數則九（甲乙丙　甲乙丁　甲丙丁）九數中甲居其三乙丙丁各居其二也乙丙丁既各居其二則於三甲兩乙兩丙兩丁之中必互減去兩乙兩丙兩丁而後乃得三甲也若止減一乙一丙一丁則仍有一乙一丙一丁與三甲相糅入而不能辨舉一乙一丙一丁之減餘必不可以知甲也方程章偏乘之後兩行相減名曰直除劉氏注云消去一物蓋方程本數色相并今以偏乘齊之而兩行相減即減其所并也原於甲之價加乙之價偏乘之後消去乙之價仍存甲之價矣立天元一法用相消吾友元和李尚之鋭云相消即相減方程所謂直除精核足補梅總憲之說詳其所校測圓海鏡中

以甲中分之各乘以甲合之如甲自乘之數以甲盈朒分之各乘以甲合之其數等

甲自乘爲平方以甲乘半甲則爲平方之半故合之

仍爲平方盈朒分之亦然

以甲中分之各乘以乙合之如甲乙相乘之數以甲盈朒分之各乘以乙合之其數等以甲盈朒分之又以乙盈朒分之或以甲之盈朒偏乘乙之盈朒或以乙之盈朒偏乘甲之盈朒合之其數等

甲乙相乘爲縱方甲爲縱乙爲廣半甲乘乙則廣如故而縱半半乙乘甲則縱如故而廣半故必合之也若以甲之盈乘乙之盈則僅得縱與廣之大半又必以甲之盈乘乙之朒爲得縱之大半廣之小半合之爲縱之大半乘廣之全爲甲乙相乘之縱方大半也是又必以甲之朒乘乙之盈與朒爲甲乙相乘之縱方小半而後合成縱方之全也是爲以甲之盈朒偏乘乙之盈朒若以乙之盈朒偏乘甲之盈朒其數亦等者即甲乘乙同於乙乘甲之理也

六乘八得四八（設爲甲六乙八）

二四乘八得一六三二合之亦四八（二爲甲之朒　四爲甲之盈）

六乘三五得一八三〇合之亦四八（三爲乙之朒　五爲乙之盈）

二乘三五得〇六一〇合之爲一六（合之亦得四八）

四乘三五得一二二〇合之爲三二

三乘二四得〇六一二合之爲一八（合之亦）

五乘二四得一〇二〇合之爲三〇得四八

以甲之盈朒偏乘乙之盈朒各相加而減之以甲盈甲朒之差除之得乙以乙之盈朒偏乘甲之盈朒各相加而減之以乙盈乙朒之差除之得甲

甲乙相乘甲除之得乙乙除之得甲易知也以甲之盈乘乙以乙除之得甲之盈以甲之朒乘乙以乙除之得甲之朒以乙之盈朒乘甲以甲除之得乙之盈朒亦易知也并盈朒所偏乘并盈朒除之得甲乙以盈朒所偏乘相減以盈朒相減除之亦得甲乙此卽以差除差之理也

一六減三二餘一六以二減四餘二除之得八

一八減三〇餘一二以三減五餘二除之得六

以甲之盈朒偏乘乙之盈朒互相加而減之以甲盈甲朒之差除之得乙盈乙朒之差以乙盈乙朒之差除之得甲盈甲朒之差

互相加者以甲之所偏乘與乙之所偏乘錯綜加之也同一以差除差在各相加則得甲乙之全在互相加則僅得甲乙盈朒之差者各相加雖有盈朒之分而盈朒之差原與偏乘得數之差相應故除之卽得甲乙之全數一經交互則以盈朒相補不復如各相加者之差有數倍之多但乘既大牙數卽柄鑿一以甲盈乘乙盈甲朒乘乙朒一以甲盈乘乙朒甲朒乘乙盈二者相較正差一甲盈甲朒之差乘乙盈乙朒之差既差一甲盈甲朒之差乘乙盈乙朒之差則以甲盈甲朒之差除之得乙盈乙朒之差以乙盈乙朒之差除之得甲盈甲朒之差又何疑乎

二四乘三五得〇六二〇互加爲二六合之亦得四八

二四乘五三得一〇一二互加爲二二

二四相減餘二二二六相減餘四以二除四得二

三五相減餘二二二六相減餘四以二除四得二

右二四與三五皆差二恐不足以明更設差二差三以明之

三五乘二五得〇六二五互加爲三一

三五乘五二得一五一〇互加爲二五

三五相減餘二〇二五一相減餘六以二除六得三

二五相減餘三二三五一相減餘六以三除六得二

以甲盈朒分之以乙盈朒分乘之互相加以所乘得之盈偏乘甲之盈朒相減以甲盈甲朒之差除之仍得所乘之盈以所乘得之朒偏乘甲之盈朒相減以甲盈甲朒之差除之仍得所乘之朒以所乘得之盈偏乘乙之

盈朒相減以乙盈乙朒之差除之仍得所乘得之盈以所乘得之朒徧乘乙之盈朒相減以乙盈乙朒之差除之仍得所乘得之朒

此亦以差除差本無所互故盈仍得盈朒仍得朒也前甲乙分立則甲差除得乙乙差除得盈此所乘得之盈朒爲甲乙所共故無分別耳

二六徧乘二四得○五二一○四減餘五二以二四相減餘二除

五二仍得二六

二二徧乘二四得○四四○八八減餘四四以二四相減餘二除

四四仍得二二

二六徧乘三五得○七八一三○減餘五二以三五相減餘二除

五二仍得二六

二二徧乘三五得○六六一一○減餘四四以三五相減餘二除

四四仍得二二

以甲盈朒分之以乙盈朒分乘之互相加以甲之盈乘加之朒朒乘加之盈相減以甲盈甲朒之差除之又以甲除之得乙之朒以甲之盈乘加之盈朒乘加之朒相減以甲盈甲朒之差除之又以甲除之得乙之盈以乙之盈乘加之朒朒乘加之盈相減以乙盈乙朒之差除之又以乙除之得甲之朒以乙之盈乘加之盈朒乘加之朒相減以乙盈乙朒之差除之又以乙除之得甲之盈

互加之後亦有盈朒前徧乘乃各相乘猶各相加也此互相乘猶互相加也盈朒互乘兩相補則其差必少故除得朒盈乘盈則益盈朒乘朒則愈朒兩相較則其差必多故除得盈以甲乘得者其減餘爲乙之盈朒以乙乘得者其減餘爲甲之盈朒何也本甲乙之盈朒互乘又乘之以甲則甲與甲相消而乙之差獨著矣或乘之以乙則乙與乙相消而甲之差獨著矣消息之妙其理甚微會而通之自得矣

以甲之盈四朒二乘加之朒二二盈二六得○五二○八八相減餘三六以二四相減餘二除之得一八以甲六除之得乙之朒

三

以甲之盈四朒二乘加之盈二六朒二二得一○四○四四相減餘六○以二四相減餘二除之得三○以甲六除之得乙之盈

五

以乙之朒三盈五乘加之盈二六朒二二得○七八一一○相減餘三二以三四相減餘二除之得一六以乙八除之得甲之朒

二

以乙之盈五朒三乘加之盈二六朒二二得一三○○六六相減餘六四

以三五相減餘二除之得三二以乙八除之得甲之盈四

以甲中分之各自乘得甲自乘之半以甲盈朒分之各自乘其數等

凡邊之倍者其冪必四倍邊之半者其冪止得四分之一故甲之半各自乘止得甲自乘之半也

以甲乙各中分之各相乘得甲乙相乘之半以甲乙各盈朒分之以甲盈乘乙盈得盈以甲朒乘乙朒得朒乙之盈朒互乘所得之盈朒更得盈朒又以乙之盈朒自互乘以除更得之盈得甲之盈以除更得之朒得甲之朒

甲之盈朒互乘所得之盈朒更得盈朒又以甲之盈朒自互乘以除更得之盈得乙之盈以除更得之朒得乙之朒

中分甲乙兩半相乘猶兩半自乘之理也若盈朒分之則所得之半亦有或盈或朒之殊矣蓋甲乙而分其一是一而二故以半乘之恰當其半甲乙而並分之是二而四故以半乘半恰當四分之一分之有盈朒則所爲四分之一者亦必有盈朒故合之或得其半而盈或得其半而朒也甲乙之盈朒互乘所得之盈朒者卽子母維乘也甲乙之盈朒自互乘者兩母之相乘也以相乘所得除互乘所得卽得甲乙之原數蓋如以四乘五爲二十以五除二十仍得四可知也以三乘五爲十五乘二十爲六十是五與二十各加三倍以加三倍之五除加三倍之二十仍得四亦可知也二乘三爲六以三除六仍得二可知也以五乘三爲十五乘六爲三十是三與六各加五倍以加五倍之三除加五倍之六仍得二亦可知也齊同之理前已明之此更詳其入算之用凡隱甲之盈朒舉乙之盈朒與甲乘乙之盈朒或隱乙之盈朒舉甲之盈朒與乙乘甲之盈朒均視此以發其隱矣

以甲盈四乘乙盈五得盈二〇以乙朒三維乘之更得盈六十以三五相乘得一五除之得甲之盈四

以甲朒二乘乙朒三得朒〇六以乙盈五維乘之更得朒三十以三五相乘得一五除之得甲之朒二

以乙盈五乘甲朒二得朒一〇以甲盈四維乘之更得盈四十以二四相乘得〇八除之得乙之盈五

以乙朒三乘甲盈四得盈一二以甲朒二維乘之更得朒二四以二四相乘得〇八除之得乙之朒三

以甲乘乙之盈朒更得盈朒以甲之盈朒分乘乙之盈朒相加與甲乘乙盈所得之盈減得朒與甲乘乙朒所

得之朒減得盈以此盈朒相減以乙之盈朒相減除之得甲若除盈得甲盈除朒得甲朒以乙乘甲之盈朒更得盈朒以甲之盈朒分乘乙之盈朒相加與乙乘甲盈所得之盈減得朒與乙乘甲朒所得之朒減得盈以此盈朒相減以甲之盈朒相減除之得乙若除盈得乙盈除朒得乙朒

甲共物也甲乙之盈朒分乘相加共價也乙之盈朒貴賤也甲乘乙之盈朒即以貴價乘共價以賤價乘共價也此即貴賤差分之法有甲之共數有乙之分數有甲乘乙之共數而可求甲之分數明於其理可

隨所宜而用矣

二/四乘三/五得〇六/二〇合之爲二六以六乘三/五得一八/三〇與二六相減餘〇八/〇四以三/五相減餘二除之得四/二三/五乘四/二得一二/一〇合之爲二二以八乘四/二得三二/一六與二二相減餘一〇/〇六以四/二相減餘二除之得五/三

九章之術方田少廣商功句股其原出於自乘粟米均輸盈不足方程其原皆出於差分差分之於盈朒猶方田之於少廣差分盈朒之於方程猶方田少廣之於句股蓋有共數有分數有差數由共而分由分而差以乘來者以除而復以分來者以合而復其理本一其數本約析之以至於緐變之以成其異得其理之一自仍歸於數之約也故隱其中等而舉其分數及差數以問其共數則爲盈朒隱其乘得之數而舉其共數及差數以問其分數則爲差分和其等數而舉其差數以問共數則爲雙套之盈朒和其等數而舉其共數以問差數則爲貴賤之差分由盈朒而變之舉其兩等之差數而隱其兩等之本數則爲較數之方程由差分而變之舉其兩等之共數而隱其兩等之本數則爲和數之方程合差分盈朒而變之舉兩等之差數與共數而隱其兩等之本數則爲和

較雜之方程差分盈朒相爲表裏故和數方程可變爲較較數方程可變爲和此以馭三色四色以上之差分盈朒也要之止此加減乘除數中隱此以問彼隱彼以問此無他道也既露其端倪即可發其隱伏知其全體臨而察之數何可匿乎盈朒之題云一人出七則盈四一人出九則朒十二問盈朒之間究竟幾人人出幾何也貴賤差分之題云一人定出七一人定出九今共五人共出四十一問盈朒之分究竟出七者幾人出九者幾人也雙套盈朒之題云八人出七則盈四五九人出六則朒三問與盈朒同而題

則多一乘矣貴賤相和差分之題云甲八人定出七乙九人定出六今共人六十共出四十五問與貴賤差分同而題亦多一乘矣不知前二題其數爲一故省互乘而算書亦不復列其數後二題既變一爲八爲九則必用互乘其術遂似乎有異因別其名目爲雙套爲貴賤和知前題之爲省算雖不別其名目可矣差分與平分何以異如有物九枚二人平分則人得四枚半今不平分而差分一人得大半三分之二一人得少半三分之一明爲二人分之實則三人分之三人平分而一人得其二一人得其一其法多一乘而後得合其差數而分之故曰差分以差之合數分之以人之得數乘之分本不在人則猶之平分也差分與貴賤差分何以異在差分合甲二乙一除總數今別以不同之二數若六若三以六乘甲二爲十二以三乘乙一爲三并之爲共價一十五并六與三爲共物九問云共物九共價十五物有一枚值二一枚值一求得幾物每物價若干是較差分多一乘多一乘故多一共價也不知差分之甲二乙一除九非無共價共物也蓋甲價六而物二乙價三而物一合之價九而物三差之合卽物之共所舉之九卽價之

共不必用減而後除也若依貴賤差分之法合差三爲共物九爲共價甲二爲貴乙一爲賤以二乘三爲六減九爲三爲乙所得以一乘三爲三減九爲六爲甲所得然則差分爲貴賤差分之省貴賤差分所以通差分之窮貴賤之名亦可以不設也盈朒之題云一人出七則朒八一人出五則盈八所與較而至於盈朒者七也四十八也而五六七所共乘者八也方程較數之題云七較六盈八五較六朒八有差數無出數也差分之題云八人定出七九人定出六共出一百一十一和數方程之題云八人與九人共出一百一十一有共數無出數也無出數將不入算故必別立一行而後入算也差分用減差除實之法與盈朒同理惟乘有不同彼用互乘此用徑乘彼互乘得數以爲加減此並乘共物而皆與共價相減蓋彼之兩盈兩朒皆兩相對待與上所出之數兩兩相屬故必互乘乃齊此共物共價非同對待而兩不同之價不可以分屬故不可以互乘也雞兎同籠之術云共頭三十五共足九十四問雞兎各幾何此共頭共足猶之共物共價雞二足兎四足猶之價有貴賤以常法馭之雞足二乘共頭得七十與共足減餘二十四

以兎足四乘共頭得一百四十與共足減餘四十六又以二足四足相減餘二以除二十四得兎一十二以除四十六得雞二十三皆合常法又有九狐七鵰之術狐九尾一頭鵰九頭一尾共頭七十二共尾八十八問狐鵰各幾何此與雞兎之術不同雞兎之貴賤分之於足故卽貴賤差分之常法此頭尾互爲貴賤有不可以常法求者算法統宗以總頭總尾卽共頭共尾相減餘十六爲共數梅循齋總憲辨其爲偶合非通法蓋并而後減卽得共數無是理也總憲立二法其一云頭尾減餘之數乃狐多於鵰之較數也以兩

加減乘除釋卷八　二十二

物之頭相較而鵰多八頭以尾相較則狐多八尾故以頭尾總數相減若餘八頭則多一鵰餘八尾則多一狐循案此眞至精至簡依是以推則以兩共數相減以尾減尾以頭減頭以減餘除總數之減餘卽得矣其二云置總頭七十二以九尾通之爲六百四十八內減總尾八十八餘五百六十爲實又以兩尾相減餘八尾爲法除之得七十爲鵰之頭尾共數退位得七鵰置總頭七十二減鵰頭六十三餘九爲狐循謂此差分常法而說之猶未盡乘除之理會而通之必以九乘共頭以一乘共尾得數相減餘爲實以九

與一相減除之得頭尾共數以九與一相加除之得狐鵰各數總憲以九乘共頭不以一乘共尾者蓋一爲單數一乘不長故省去之然用之九頭一尾九尾一頭者可合用之八頭二尾二頭八尾或五頭四尾四頭五尾遂必不可算退位得七鵰卽相加爲十以除七十得七徒言退位亦未可通諸他數也蓋前賢每就一術力求其簡愈簡則其義愈秘非以乘除加減之理究之前賢之書未易讀也然則九狐七鵰之術法屬差分而意通盈朒何也共頭共尾雖是狐鵰所共而實爲對得可以共尾屬狐共頭屬鵰與共價

加減乘除釋卷八　二十三

共物之絕無分屬之理者異也不用互乘但以兩共數相減者盈朒苦不知共數故互乘以得共數此兩共數已是相共之實數則不必多一乘矣此總憲之簡一法也在本書爲後一法今以一乘共尾八十八以九乘共頭七十二得數相減以九減一而除之此卽盈朒互乘之理以其似於盈朒而通之也孫子算經又有八獸七禽之術其題云有獸六首四足禽四首二足共首七十六共足四十六問禽獸各幾何術曰倍足以減首餘半之卽獸以四乘獸減足餘半之卽禽解見卷一此亦簡法非通法設有獸二首六足禽八首五足

共頭八十共足八十三若倍足爲一百六十六減首八十餘八十六半之四十三四十三獸當有一百二十九頭於共頭八十且烏寧有合乎然則此八獸七禽者何如此亦差分之近於盈朒者也比雞兎同籠之術多一乘用七鵰九狐之術亦多一互乘以六首互乘二足爲十二以四首互乘四足爲十六相減餘四以六首乘共足爲二百七十六以四足乘共首爲三百零四相減餘二十八以四除之得七禽若以四首乘共足爲一百八十四以二足乘共首爲一百五十二相減餘三十二以四除之得八獸此卽雙套盈

朒之法亦以兩共數可以對待分屬故也若不可以分屬則所謂貴賤相和之差分矣貴賤相和之差分者比差分常法多一相乘互乘以相乘同母之數乘共價然後以互乘所得之兩數遞乘共物減總相除如貴賤差分之法也或用盈朒或用差分惟視乎對待者互乘不對待者遞乘而已匿價差分之二色者如云桃七枚杏九枚價適足桃一枚比杏一枚貴錢三十六此卽較數方程也三色者如云綾一百五十疋羅三百疋絹四百五十疋共值二千九百二十八綾一疋比羅一疋多四錢七分羅一疋多絹一疋一兩三錢五分此卽和較雜之方程也但較數數皆用一則不必以方程馭之可省算也然則匿價差分爲方程之省算其實無可別也其肉共飯之術云用碗一百但知二人共飯三人共肉問共人數及二項碗數此孫子蕩盃之法於差分常法中多一相乘維乘與貴賤差分異與貴賤和差分亦異貴賤差分有共物共價有物不同之價於共物共價中以物不同之價兩相分配以滿其數故必乘得其盈朒之差以爲消息也共肉共飯之術有共碗無共人有共肉共飯之不同於共碗中以共肉共飯之人牽連合一以應

其數故必互得其相齊之根以爲比例也蓋共飯之人卽此共肉之人若貴價之物則必非賤價之物故共肉共飯之術卽知共人亦不能用減差消息之法貴賤差分之術卽隱共物亦不能用互乘比例之法也洞悉乎加減乘除之理隨其理以施其算雖差分盈朒方程之名並可以不立況雙套貴賤和較諸紛紛者哉

門人汪昌序
男　廷琥　校字

天元一釋
二卷

治經之士多不治算數治算數者又不甚讀古書以謂西法密于中法後人勝于前人此大惑也天元一術顯於元代終明之世無人能知

本朝梅文穆公知爲借根方法之所自出可謂卓識冠時而篇中步算仍用西人號式於李學士遺書未能爲之闡明古籍雖存不絕若綫矣焦子里堂治經之暇著天元一釋二卷使人知古法之簡妙其於正負相消盈朒和較之理實能抉其所以然復辨别秦氏之立天元一與李氏迥殊且細攷生卒時代知鏡齋不後於道古分綱列目剖析微塵可與同門李尚之所校測員海鏡

益古演段二書相輔而行此眞古學之絶而復續幽而復明者泰於天元算例亦從西人入手近始知其立法之不善遠遜古人讀焦君此編益煥然氷釋矣夫西人存心叵測恨不盡滅古籍俾得獨行其教以自衒所長吾儕托生中土不能表章中土之書使之淹没而不著而數百年來但知西人之借根方不知古法之天元一此豈善尊先民者哉泰聞焦君名久矣比來武林始得識其人讀其書并綴數言於簡末昔文穆自言荊川復生定當擊碎唾壺愚謂文穆尚在亦有積薪之歎矣

嘉慶庚申冬十有二月上澣秣陵同學教弟談泰階平

氏拜撰

立天元者算氏至精之術也爲算之道皆據所已知之數求所未知之數然而所謂數者自一而累之而十百千萬自一而析之而分釐秒忽等數也所未知之數雖未知幾何而必爲一數則可知此天元一之所由立也已知之數見數也未知之數雖知其必爲一數究借算也見數與借算不同類故必別太極於天元外也以不同類者相加減則生正負何也減所不可減非負不能通其變也以天元乘則層累而上以天元除則層遞而下層累而上者譬天元爲方面以乘方面爲平冪以乘

平冪爲立積也層遞而下者譬以方面除立積則得平冪除平冪則得方面也設一術於此以求其積數又設一術於彼以求其積數此之積數與彼之積數其天元太極之等不同而其爲積數則同故曰如積也彼此之積數同則以彼消此或以此消彼相消之後必減盡而空更無積數矣然而猶有天元太極之等者以有正負故也計正之積與負之積適等正之盈以負之不足消之而盡負之不足以正之盈消之而亦盡正負相消則無正亦無負無正無負是無積數也惟無積數故除之開方之而得所立天元一幾何之實數假尚有數不得

爾也此立天元術之大略也江都焦君里堂今之善言立天元術者也所著天元一釋二卷於帶分寄母同數相消之故條分縷析發揮無復餘蘊蓋自李欒城郭邢臺而後爲此學者皆未如里堂如此之妙也銳於算學未有深得而篤好立天元術亟欲章而明之則頗與里堂相似里堂亦謬以銳爲可語於斯而屬序焉因撮舉綱要以告天下後世之讀里堂書者辭之不文所不暇計也

嘉慶五年冬十月二十日元和李銳書於浙江撫署之誠本堂

天元一釋上

江都焦循學

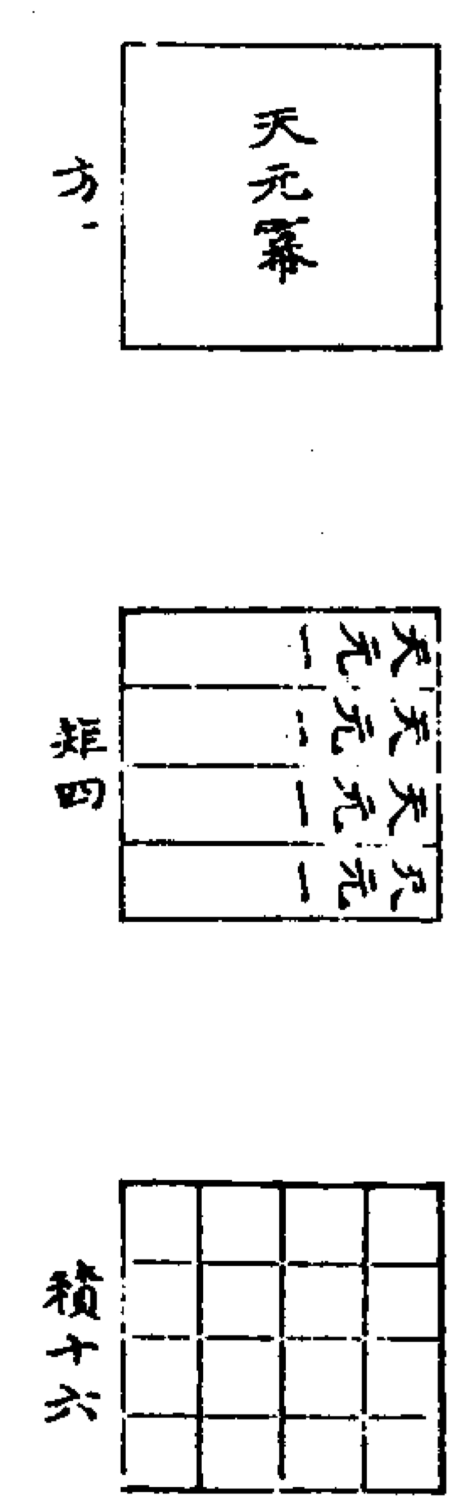
天元一之名不著于古籍金元之間李仁卿學士作測圓海鏡益古演段兩書以暢發其旨趣宋末秦道古數學九章亦有立天元一法而術與李異蓋各有所授也元世祖并宋之後郭邢臺用李氏之法造授時術其學頗顯著於世明顧箬溪不知所謂籤然刪去細草終明之世此學遂微　國朝梅文穆公悟其爲歐邏巴借根法之所本于是世始知天元一之說然李氏書雖嘗板刻而海內不多有故學者習學借

根方法而於天元一之蘊或有未窺者也吾友元和李尚之銳精思妙悟究核李氏全書復辨別天元之相消異乎借根之加減重爲按注奧秘益彰信足以紹仁卿之傳而補文穆所不逮也循習是術因以教授子弟或謂仁卿之書端緒叢繁鮮能知要因會通其理舉而明之而所論相消相減開與尚之之說差者蓋尚之主辨天元借根之殊故指其大槩之所近循主述盈朒和較之理故析其微芒之所分閱者勿疑有異義也嘉慶四年冬十二月除日

天元一者以言乎其矩也太極者以言乎其積也天元冪者以言乎其方也

周髀算經云方出於矩矩出於九九八十一矩即直線也八十一爲積數九九則矩矣合之成一方三者相爲表裏異而同者也實有此積數八十一即實有此矩數之九亦即實有此方數之一故有方數有矩數即知積數有積數有方數即知矩數以天元爲虛數者非也天元一一即實數也由一而二之而十之而百之而千萬之皆天元之實數即天元之母數有天元之母數幾何而後得天元之子數幾何此天元一之槪也測圓海鏡算式自下而上益古演段則自

上而下今依海鏡作圖於左方



三者互相例以成盈朒和較

九章算術于盈不足粟米方程均輸皆以比例齊同之法得之循于加減乘除釋旣詳言之矣夫其爲例也子與子例母與母例故亦子與子爲齊同母與母

爲齊同然子母可各爲齊同亦可互爲齊同子母可自爲比例亦可互爲比例天元一之術不過以子母互爲齊同比例而已矣凡數有分卽有互子母自相乘因亦維乘則自相例又奚不可以互例九章中雖未及此術實自具此理也

等而上之疊爲乘方等而下之遞爲太極

下積中矩上方以三層言之也相乘而有矩自乘而有方再自乘而有立方三乘而有三乘方五乘而有五乘方多一乘則多一乘方也太極之下海鏡本無名今仍以太極名之便文焉爾

太極可以爲天元天元可以爲太極使太極之上恒爲天元天元之下恒爲太極齊其下以統其上也

太極之下雖皆太極然止以最下者爲太極其上之太極用爲天元又上之太極爲天元冪設最下無太極則以天元爲太極天元冪爲天元卽令最下爲三乘方亦以三乘方爲太極也測圓海鏡邊股第七問草（以後止舉篇名不舉大名）得[illegible]元〇[illegible]爲半徑冪寄左以天元冪與左相消得下式[illegible]〇[illegible]以平方開之按此寄左四層弟二層爲天元消去弟一層則存一天元兩太極今仍以平方開之是以四百一十二天元爲四百一十二天元冪也弟九問草云得[illegible]〇[illegible]元[illegible]爲圓徑冪寄左然後以[illegible]元爲同數相消得[illegible]〇[illegible]以平方開之此寄左三層最下爲天元最下爲天元則最上爲立方乃仍以平方開之是以二萬八千八百天元爲二萬八千八百太極也大股弟十四問草云得[illegible]元[illegible]爲半徑冪寄左然後得[illegible]元爲同數相消得[illegible]開立方卽半城徑寄數三層下爲天元空位又數五層亦下爲天元空位消去空位所得四層下平方次立方次三乘方上四乘方立方開之是以一億口五百八十四萬平方爲一億口五百八十四

萬太極也明重前弟二問云得下式[illegible]寄左以[illegible]爲同數相消得[illegible]開五乘方此寄左數五層弟三層以下皆太極相消爲七層最上爲三乘方今以五乘方開之是以一十七萬二千五百六十萬口二千八百一十六太極爲一十七萬二千五百六十萬口二千八百一十六天元也由此推之既消之後無論其層之多寡必以最下者爲太極太極之上必爲天元三層則必開平方四層則必開立方五層則必開三乘方以至十一層必開九乘方三十二層必開三十乘方也其故何也所

求者天元之子數天元之子數則太極矣是太極必不可無亦必不可疊也天元冪者無母數之天元也均爲求天元中之太極而設則烏得不以太極天元爲齊同之主乎冪可元元可太者何也乘方之理也太極積數也爲單數之積猶之爲矩數之積且猶之爲方數之積爲立方數之積譬如層有三下爲單數之積則單積八十一矩九平方一層有三下爲矩數之積則矩之積八十一平方九立方一層有三下爲方數之積則方之積八十一立方九三乘方一蓋方矩積理實相通可升可降可下可上也然則未消以

前必注天元太極者何也齊其等不容紊也寄數之天元在上層同數之天元在下層必以下層當上層故四層消而七三層消而五職此故也是記天元記太極明注于層之間者爲相消地也既相消矣太極之位必定於最下可不更記故不記也

太極自乘仍爲太極何也太極相乘是以太極爲矩也矩相乘故得積也

太極本是積今用兩積相乘則積數已進爲邊矣如積數九令以九乘九爲八十一八十一爲積九進爲邊矣此亦邊積相通之故

太極天元相乘仍爲天元何也天元之數不可知故不能得其積止得天元也

天元者統舉一矩也以數乘之止得若干矩耳非自乘不可爲方不知數不可爲積有如天元一者三以二乘之二三如六得天元一者六耳若知其數則設每天元一數九三之爲二十七以二乘之積五十四乃爲實積今止乘得六但天元一者六耳

以天元自除得太極何也兩數等其除得之數法化爲實也

天元非實數以天元除之轉爲實數者譬如天元九

以天元除天元即以九除九也九除九得一故天元一化爲積數一也又如天元九以一天元除三天元即以九除二十七也九除二十七得三故三天元一化爲積數三也

以天元除太極得太極下之太極何也勢所逐也天元除冪爲天元天元除天元爲太極也

除者乘之反知乘方累乘之數即知天元除得之數矣假如天元數二以二除之得一又除之得○五以二乘之得四又乘之得八以表明之

天元一乘太極下　天元一乘太極　天元一自乘　天元一乘天元
太極五得太極一　一得天元二　得天元冪四　冪四得立方八

立方八　天元冪四　天元二　太極一　太極五。

天元二除立方　天元二除天元　天元二自除　天元二除太極一
入得天元冪四　冪四得天元二　得太極一　得太極下太極五

以天元除太極所得必下於太極以太極乘天元所得不上於天元何也冪爲天元所自乘太極爲天元所自除乘其所自除猶除其所自乘也除其所自除猶乘其所自乘也

天元一爲乘除之樞紐二乘二得四上爲冪二除二

得一下爲太極二乘四得八又上爲立方二除一得〇五又下爲太極下之太極一乘一除兩相比例其理自然脗合非由彊致矣義備前表

以矩例積則上法下實也

譬如積數八十一與九个矩數等以九爲法除得九是九爲天元也法之九爲九天元一除得數九爲每天元一之數九此正方也天元一多屬從方苟舉積數八十一與二十七天元一等則每一天元得三或舉積數八十一與二天元一等則每一天元得四十〇五邊股弟十一問草云得下式卜‖‖。‖‖‖寄左再

得卜‖‖元。爲如積相消得‖‖‖上法下實得一百二十步按此本有四層消去上兩層則下兩層爲二積數一母數以母除積則得子耳凡上法下實者放諸此

以冪例積則下實中空而上開方除也

積數八十一天元數九則平方矣是爲八十一與一天元冪比積數一百六十二天元數十八則二平方矣是爲一百六十二與二天元冪比邊股弟十四問草寄左元‖‖與天元冪相消得卜。‖‖開平方是爲一萬四千四百積當一天元冪底句弟四問草消得

下式卜‖‖。‖‖以立方開之得二百四十步此亦天元空而以一立方一百三十五天元冪當二千一百六十萬卽三百七十五天元冪而以二百四十爲立方也邊股弟七問草得下式‖‖。‖‖以平方開之得一百二十步此積數七百三十七萬二千八百等于五百一十二天元冪天元爲一百二十冪爲一萬四千四百令五百一十二冪適當七百三十七萬二千八百也五百一十二冪巳當四立方三十二天元冪而不升爲立方者無得升之勢也錯綜變化以相比例以相齊同此天元一之術所以妙也大股弟三問

草消得開立方得一百二十是有積有矩有立方而無平方是爲廉空凡諸廉皆空則爲不帶從之開方諸廉中有空有不空則爲泰道古之玲瓏開方也底句弟八問又法草消得下式以平方開之得三百六十法云半步常法此上層爲平方之半也大股弟十二問草消得開立方得三百四十步法云五分隅法此上層爲立方之半也弟十二問草消得開三乘方得三百六十步此上層爲三乘方之半也弟十七問草如積消得開三乘方得三百六十步法云二分

五釐爲三乘方隅此上層又爲三乘方半之半也明車前弟十七問草開平方得二百四十步法云七分半常法此上層爲平方四分之三也弟十八問草開三乘方得二百四十步法云四分三釐七毫五絲爲虛隅以上層爲三乘方之半不足也雜糅弟十二問草云平方開得三十六步此中空而上得平方之半夫平方之半即十八天元也不爲十八天元而爲半天元冪者不知十八天元之數但知爲冪之半也弟十五問草開平方得八十步法曰二步二分五釐益隅明車前弟七

問草開平方得三十步法曰三步半虛法凡言步即方也凡言分方之幾分也言三步半此每方三三而九三步爲二百七十半爲四十五當一方九十之半也

中不空而上冪下實則中爲從中恒爲從下恒爲實也

積有盈朒則上二層皆不空以從合冪即成從方所推見下

合上冪中從以當下實則下和而上中較也

和較之義詳見加減乘除釋弟五卷天元一相消之後和較已備和不必皆在下而和之在下者則理之

易明者也正率弟十四問草如法開之得半徑此積九萬六千而等于一冪六百八十天元也半徑一百二十以半徑自乘得上冪一萬四千四百以半徑乘天元得七萬二千六百合之一萬四千四百正八萬六千是下和而中上較猶下五中三上二合三二爲五也但下和數顯上中兩較數隱耳

合上冪下實以當中從則中和而上下較也合中從下實以當上冪則上和而中下較也

上恒爲方中恒爲矩下恒爲實不變者也而或和或較則上中下無有一定邊股弟五問又法草

以平方開之得一百二十步按下恒爲實是爲實積三萬四千五百六十中恒爲矩是爲天元四百口八上恒爲方是爲天元冪一天元冪以一百二十自乘爲實數一萬四千四百四百口八天元以一百二十乘之爲實數四萬八千九百六十以上冪之實數一萬四千四百合下積數三萬四千五百六十正當中矩實數四萬八千九百六十是中和而上下較不啻上五下四中九合五四而爲九也明其前弟一問草

卜‖‖‖非〇益積開平方得二百四十步按下恒爲實是爲實積八千六百四十中恒爲矩是爲天元二百口

四上恒爲方是爲天元冪一天元冪以得數二百四十自乘得實數五萬七千六百天元二百口四以二百四十乘之爲實數四萬八千九百六十以中矩實積四萬八千九百六十合下積八千六百四十正當上冪實數五萬七千六百是上和而中下較不啻中七下一上八合七一而爲八也此二者卽梅氏所謂較數方程但此上爲冪爾

較與較爲同名較與和爲異名同異之分正負之所以立也

九章算術方程正負術注云今兩算得失相反要令正負以名之正算赤負算黑否則以邪正爲異方程自有赤黑相取左右數相推求之術而其並減之勢不得交通故使赤黑相消奪之於算或減或益同行異位又云凡正負所以記其同異使二品互相取而已矣言負者未必負於少言正者未必正於多故每一行之中雖復赤黑異算無妨正負之說此已了然所謂赤黑邪正皆言策也測圓海鏡數學九章所用號式卽布策之象孫子算經云凡算之法先識其位一從十横百立千僵千十相望萬百相當又云六不積五不隻夏侯陽算經云滿六以上五在上方蓋古

之算策一枚當一數從横布之横者至六則以一策爲五從於上從者至六則以一策爲五横於上如八之號爲𝍧亦爲𝍰九之號爲𝍨亦爲𝍱五六七可爲𝍣𝍥亦爲𝍬𝍮一二三可爲𝍥𝍢亦爲𝍮𝍪是也測圓海鏡不言正負而邪畫以標異數卽九章注所云以邪正爲異也益古演段不用邪畫弟十一問法稱三百三十九步〇八釐負弟十四問自注云從負隅正或從正隅負其實皆同弟四十問法云五十一萬七千五百四十五步正爲實元從六百四十八負依舊爲從李尚之云弟五十四五十七問條段圖虛積及應減處

並以紅色爲誌知當時算式亦必以紅黑爲別而傳寫者改去也此卽九章注所云赤黑相取也相消之名亦九章注所詳別疏於後

加中較於下較謂之益實減上較於中和謂之減從於中和減下較而以其餘爲上較之實於上和減下較而以其餘爲中較之實謂之翻法三者之法不同皆準正負以爲加減也

梅文穆云借根用益實而統宗用減從其理無二循謂二者正有異益積者同名相加減從者異名相消減從不必益實益實必兼減從其益實必在上和中

下較減從則通用之益實必有續商減從則一商而盡者亦用之和在下實適包上中用開方法隅與從必同名相加從與實必異名相消和在上中則下實不足以包括上中而轉爲上中之和數所包括以上隅中從下積言之并從於積以當上隅則爲益積積不足以隅益之也減下積以當中與上則爲翻積積本在下今翻在上中也測圓海鏡書中不言減從益古演段弟十一問丨𝍫𝍮開得三十六條段以一爲虛隅義曰減從以爲法又六十一問〇三丄〇𝍬開得二十條段以〇三爲虛常法義曰減從開平方和或在隅或在從二位皆異名宜減故均得減從惟和在實者上中同名止相加而不相消乃無減從之例爾底句弟五問又法草丨𝍤丄〇開平方得一百二十步翻法在記此三層翻法也大股弟九問草云丨〇𝍦〇𝍮〇開立方得一百二十步翻法在記此四層翻法也皆和在中較在上下明重前弟四問草云十丄〇𝍦翻得一百二十明重後弟九問草云得𝍢〇𝍭𝍮〇開平方得一十六步法云倒積開得重句一十六此二者皆和在上較在中下於隅中減積與從中減積異用同理蓋無論是冪是元既反減下積義皆得爲翻也積在下

今轉在上形似倒置故又名倒積爾

翻法在記者蓋當時有此書故略之不載秦道古數學九章有投胎換骨二法田域篇弟一題古池推元置實一萬一千五百五十二於上益方一百五十二於中從方五分於下於下起步約得百乃於實上商置三百寸方再進爲一萬五千二百隅再進爲五千以商隅相生得一萬五千爲正方以消益方一萬五千二百以與商相生得六百投入實得一萬二千一百五十二又商隅相生又得正方一萬五千內消負方二百訖餘一萬四千八百爲從方一退爲一千四

百八十以隅再退爲五十乃於上商之次續商置六
十寸與隅相生增入正方得一千七百八十乃於續
商除實訖實餘一千四百七十二次以商生隅增入
正方爲二千八十方一退爲二百八隅再退爲五分
乃於續商之次又商置六寸與隅相生增入正方爲
二百一十一乃命商除實訖實不盡二百六寸不開
爲分子乃以商生隅增入正方又并隅共得二百一
十四寸五分爲分母分子求等得五分爲等數皆以
五分約其分子之數爲四百二十九分寸之四百一
十二此投胎法即李欒城所謂益積也弟二題尖田

求積開玲瓏翻法三乘方以四百〇六億四千二百
五十六萬爲實以七十六萬三千二百爲從上廉以
一爲益隅按三乘方當有五層一實二方三上廉四
下廉五隅今止有隅有上廉有實闕下廉與從蓋空
其二故曰玲瓏以隅之三乘積并入實中乃合上廉
之數其初商之積大於原實故用翻法其法云以從
廉超一位益隅超三位約商得十今再超進乃商置
百其從上廉爲七十六億三千二百萬其益隅爲一
億約實置商八百爲定商以商生益隅得八億爲益
下廉又以商生下廉得六十四億爲益上廉與從上

廉七十六億三千二百萬相消從上廉餘一十二億
三千二百萬又與商相生得九十八億五千六百萬
爲從方又與商相生得七百八十八億四千八百萬
爲正積與元實四百六億四千二百五十六萬相消
正積餘三百八十二億〇五百四十四萬爲正實圖式
云以負實消正積其積乃有餘爲正實謂之換骨 又以益隅一億與商相生得八億
增入益下廉爲一十六億又以益下廉與商相生得
一百二十八億爲益上廉乃以益上廉與從上廉一
十二億三千二百萬相消餘一百一十五億六千八
百萬爲益上廉又與商相生得九百二十五億四千

四百萬爲益方與從方九十八億五千六百萬相消
益餘八百二十六億八千八百萬爲益方變一又以商
生益隅一億得八億增入益下廉得二十四億又以
商相生得一百九十二億入益上廉得三百七億六
千八百萬爲益上廉變二又以商生益隅一億得八億
入益下廉得三十二億變三畢其益方一退爲八十二
億六千八百八十萬益上廉再退得三億〇七百六
十八萬益下廉三退得三百二十萬益隅四退爲一
萬畢乃約正實續置商四十步與益隅一萬相生得
四萬入益下廉爲三百二十四萬又與商相生得一

千二百九十六萬入益上廉內為三億二千〇六十
四萬又與商相生得十二億八千二百五十六萬入
從方內為九十五億五千一百三十六萬乃命上積
商四十餘實適盡所得八百四十步為田積此換骨
法所得正積大於原積於正積中減去原積翻以正
積所餘為積即李欒城所謂翻法也測望篇弟五題
遶度圓城開玲瓏九乘方凡九乘方必有十一層秦
氏立名別之曰隅曰下廉曰星廉曰爻廉曰行廉曰
維廉曰方廉曰次廉曰上廉曰方曰實其方與次廉
維廉行廉爻廉下廉皆空故亦名玲瓏其一商即盡

故相生相消同於前法但不以正積翻減去原積故
不為翻法是也又測望篇弟六題望敵圓營用開連
枝三乘玲瓏方此五層有實有隅有上廉從與下廉
空同於尖田求積之式商得數雖有兩次而初商之
積小於原積故等為玲瓏三乘而不名翻法翻以減
去下實為義也然細究之秦道古之投胎即李欒城
之益積而秦道古之換骨與李欒城之翻法則有辨
何也欒城之翻法無論和數在中在冪但以少減多
減餘在彼皆得為翻法道古之換骨必和數在中而
較數大於初商翻專在實而始為換骨也

益古演段弟二十四問[illegible]倒積倒從開平方得
四十二步校者演之云法列積一千四百四十九步
為實以一百零八步為長與濶一又七分半之和即
從數求濶初商四十步以一濶七分半乘之得七十
步以減和數餘三十八步以初商乘之得一千五百
二十步以初商[illegible]大於原積反減之餘實七十一步
乃二因一濶七分半所乘初商之數得一百四十步
大於和數反減之餘三十二步為次商廉次商二步
以一濶七分半乘之得三步半為次商隅凡和數廉
隅相減此反相加得三十五步半以次商乘之得七

十一步為次商積與餘積相減恰盡開得濶四十二
步又云倒積倒從即翻積法也蓋初商積常減原積
此獨以原積減初商積倍廉常減從步此獨以從步
減倍廉乃平方中之一變也循案此所演翻法即原
諸數學九章然秦道古之術以商隅相生為廉法此
用二因則猶未得其意既有和較正負則加自有益
積減自有翻積如是始盡開方之法爾
常法亦謂之隅法益隅亦謂之虛隅益從亦謂之益方
益方者別於從方也益廉者別於從廉也常法者別於
益隅也

測圓海鏡所標諸名號其大畧以下和而中上較者為常止稱曰實曰從曰隅因而隅法遍稱常法若和在上則稱益隅和在中則稱益從或稱益方亦有和在中而稱上為益隅大股弟三問和在上而稱中為益從雜糅弟十六問且有和在下而稱上中為益隅益從三事和弟三問更有從空而稱上為益隅明重後弟二問推之邊股弟十五問與底句十五問相胎合者也乃於底句之下一和上三較稱實稱從稱廉稱隅一依常法於邊股則實仍稱實而從則稱益從廉則稱益廉隅則稱虛隅然則諸稱弟以標其同異故不論正負和較而各以類相齒也下

曆定稱實不加益字其上中或以異於下而加益字如和在中稱益方和在上稱益隅也或以合於下而加益字如和在中稱上為益隅和在上稱中為益從也益從又稱虛從益隅又稱虛隅虛之云者當緣其為少數而名之其立法之初蓋以少為虛以多為益如和在中宜稱中為益方以別於上隅下實或不別中而別上則稱上為虛隅而仍單稱中為從如和在上宜稱上為益隅以別於中從下實或不別上而別中則稱中為虛從而仍單稱上為隅總之稱虛稱益俱所以為別久而弟取其有別不復各當其名此所由無定指也然所指無定所別有定草中以斜畫定之亦此義既有斜畫則同異自見尤簡便也今備錄於左方斜畫者以負為號

正草弟十四問	負較	負較	正和
邊股弟二問	負較常法	負較從方	正和實
邊股弟三問	負較隅	負較從方	正和實
邊股弟八問	負較常法	負較從方	正和實
邊股弟十二問	負較隅法	負較從	正和實
底句弟二問	負較常法	負較從	正和實
底句弟三問	負較隅	負較從	正和實

底句弟八問	負較常法	負較從	正和實
底句弟十二問	負較常法	負較從	正和平實
大股弟四問	負較常法	負較從	正和實
大股弟六問	負較常法	負較從	正和實
大句弟四問	負較常法	負較從	正和實
大句弟六問	負較常法	負較從	正和實
大句弟十問	負較常法	負較從	正和實
明重前弟一問又法	負較常法	負較從	正和平實
明重前弟九問	負較虛法	負較益從	正和平實
明重前弟十七問	負較常法	負較從	正和平實

明叀後弟十三問又法　負較常法　負較從　正和平實
明叀後弟十三問又法　負較常法　負較從　正和實
明叀後弟十五問又法　負較常法　負較從　正和實
三事和弟二問　負較常法　負較從　正和平實
三事和弟三問　負較益隅　負較益從　正和平實
大斜弟二問　負較平隅　負較從　正和實
大斜弟三問　負較常法　負較從　正和實
大斜弟四問　負較常法　負較從　正和實
雜糅弟一問　負較常法　負較從　正和實
雜糅弟三問　正較常法　正較從　負和實
雜糅弟九問　正較常法　正較從　負和平實
乙分弟九問　負較常法　負較從　正和實從

右下和上中較

邊股弟五問又法　負較虛法平開　正和從　負較實
邊股弟六問　正較常法　負和益方　正較實
邊股弟八問又法　正較常法　負和益方　正較實
邊股弟十問　正較常法　負和益從　正較實
邊股弟十七問　正較常法　負和益從　正較實
底句弟五問又法　正較益隅翻開　負和從　正較平實
底句弟八問又法　正較常法　負和從　正較實

底句弟十問　正較隅法　負和益從　正較實
大股弟二問　負較益隅　正和從　負較平實
大股弟七問　負較益隅　正和從　負較實
大股弟七問又法　正較隅　負和益方　正較實
大股弟八問　負較益隅　正和從　負較實
大股弟十一問　負較益隅　正和從　負較實
大句弟一問　負較益隅　正和從　負較實
大句弟二問　負較虛法平開　正和從　負較實
大句弟七問　負較益隅　正和從　負較實
大句弟七問又法　正較隅法　負和益方　正較實
大句弟八問　負較益隅　正和從　負較實
大句弟十一問　負較虛常法　正和從　負較實
明叀前弟三問　正較常法翻開　負和益從　正較平方實
明叀前弟十五問　正較常法　負和益從　正較平實
明叀前弟十六問　正較常法平開　負和虛從　正較實
明叀後弟六問　正較常法　負和益從　正較平實
明叀後弟七問　正較常法　負和益從　正較平實
明叀後弟十問　正較隅法　負和益從　正較平實
大斜弟一問　正較常法　負和益從　正較平實
大斜弟一問又法　正較常法　負和益從　正較平實

大和第一問　正較隅法　負和益從　正較平實
大和第二問　負較虛隅　正和從　負較平實
大和第六問　負較虛法　正和從　負較平實
三事和第一問　正較常法　負和益從　正較實
三事和第五問　負較常法　正和益從　負較平實
三事和第六問　正較虛平方　負和從　正較平實
三事和第八問　負較虛隅翻問　正和從　負較實
雜糅第二問　正較平隅　負和益從　正較實
雜糅第十五問　負較益隅　正和從　負較平實
之分第一問　正較常法　負和益從　正較實

之分第二問　正較常法　負和益從　正較實

右上下較中和

明叀前第一問　負和虛隅　正較從　正較平實
明叀前第一問又法　負和虛法　正較從　正較實
明叀前第一問又法　負和益隅　正較從　正較平實
明叀前第四問　負和虛隅翻法　正較從　正較平實
明叀前第十二問　負和虛法　正較從　正較平實
明叀後第八問　負和常法　正較從　正較平實
明叀後第九問　正和常法倒積　負較益從　負較平實
雜糅第四問　負和益隅翻法　正較從　正較平實

雜糅第十六問　正和常法　負較益從　負較實

右上和中下較

邊股第五問　正常法　負益廉　正從方　正實
邊股第十五問　負虛隅　負益廉　負益從　正實
底句第五問　負隅　負益廉　正從　正實
底句第十五問　負隅　負廉　負從　正實
大句第九問　正常法　負益廉　正從　正實
大和第十二問　正常法　負益廉　正從方　正實

右四層一和三較

底句第四問又法　負益隅　正從　負益方　正實

大股第九問　正常法　負益廉　正從方　負實
大股第十二問　正隅法　負益廉　正從方　負實
大股第十四問　負虛常法　正從廉　負益從　正實
大股第十五問　負益隅　正從廉　負益從　正實
大股第十八問　正常法　負益廉　正從方　負實
大股第十八問又法　正隅　負益廉　正從方　負實
大句第十四問　負虛隅　正從廉　負益從　正實
大句第十五問　負虛法　正從廉　負益從　正實
大句第十八問　正隅法　負益廉　正從　負實
大句第十八問又法　負虛常法　正從廉　負益從　正實

右四層二和二較

邊股弟十三問　正常法　負弟二益廉　正弟一廉　正從　負實

底句弟十三問　正隅法　負弟二益廉　正弟一廉　正從　負實

大股弟十三問　正常法　負弟二益廉　正弟一廉　正從方　負實

大股弟十三問又法　正常法　負弟二廉缺益字　正弟一廉　負益方　正實

大股弟十六問　正常法　正弟二從廉　負益廉　負益從　正實

大股弟十七問　正隅　負弟二益廉　正從廉　正從方　負實

大句弟十三問　正常法　負益二廉　正弟一廉　正從方　負實

大句弟十六問　正常法　正弟二廉　負益廉　負益從　正實

大句弟十七問　正常法　負弟二益廉　正從廉　正從方　負實

明重前弟二問又法　負虛法益積　正弟二廉　正弟一廉　負益從　正實

明重前弟十問　正常法翻法　負益二廉　正從廉　負益從　正實

明重前弟十八問　負虛隅　正弟二廉　負弟一益廉　負益從　正實

雜糅弟十七問　負虛隅　負弟二益廉　負益廉　正從　正實

右五層二和三較

雜糅弟十八問　負常法　負弟二廉　負弟一廉　負從　正實

右五層一和四較

明重前弟二問又法　負虛法　負弟四益廉　負弟三益廉　負弟二益廉　正弟一廉　正從方　正實

右七層三和四較

邊股弟七問　負隅法　空從方空　正實

邊股弟九問　負隅　空　正實

邊股弟十四問　負開平方　空　正

底句弟七問　負隅　空從空　正實

底句弟九問　負常法　空　正實

底句弟十四問　負開平方　空　正

明重前弟一問又法　正隅法　空　負平實

明重前弟五問　負常法　空從空　正平實

明重後弟二問　負益隅　空從空　正平實

明重後弟二問又法　負虛隅　空從空　正平實

三事和弟七問　負益隅　空從空　正實

雜糅弟五問　負如法　空　正平實

雜糅弟六問　負常法　空　正平實

雜糅弟七問　負常法　空　正實

雜糅弟十一問　負隅　空　正平實

雜糅弟十二問　負常法　空　正平實

雜糅弟十三問　負益隅　空從空　正平實

之分弟六問　負隅法　空　正實

之分弟七問　負隅法　空　正實

右三層有空位

邊股弟四問　負隅法　負廉　空從空　正實

底句弟四問　負常法　負廉　空從空　正實

底句弟四問又法　負常法　負廉　空從空　正實

大股弟三問　負隅法　空廉空　負從方　正實

大股弟十四問又法　負虛隅　空廉無入　負益從　正實

大句弟十四問又法　負常法　空廉空　負從　正實

右四層有空位

明叀前弟二問　負虛常法　正弟二廉　空空弟一廉　負益從　正實

明叀前弟二問又法　負益隅　空空弟二廉　正弟一廉　正從　正實

右五層有空位

益古演段共六十四問其相消數不標正負其條段所釋大畧與海鏡相同弟二問〨〣〤 原本實在上今移在下 開得二十條段以二分半爲虛常法義曰二分半爲虛隅此隅二分半乘二十自乘之數得一入實爲三二又以二十乘〤適得三二弟三問〣〥 開得六十四條段以四分七釐爲益隅義曰四分七釐爲虛常法以六四乘〥得丨〣三丨〢大於實以六四自乘爲〣〇亖〦以乘四分七釐得丨亖〢亖丨〢益入實適得丨〣〣丨〢以此二問參之是稱常法與稱隅同亦是稱虛隅與稱益隅同也弟十四問義云此問原繫虛從今以虛隅命之又云從負隅正或從正隅負其實皆同弟十八問云此式原繫虛從今却爲虛隅命之故以四爲虛常法是可知正負爲别同異之通稱也弟四十問法云相消得〣〣合以平方開之今不可開先以隅法二十二步半乘實二萬三千單二步得五十一萬七千五百四十五步正爲實元從六百四十八負依舊爲從一益隅平方開之得四百六十五步以元隅二十二步半約之得二十步三分之二此二二五本是常法而非益隅是必以商數乘之今不以商數乘而下乘實數其爲實和中上較無異但多一報除以復之爾謂之益隅者蓋既標五十一萬七千五百四十五爲正標六百四十八爲負而隅與從類故依從之負而稱益隅猶明叀前弟九問稱從爲益從隅爲虛法此又正負通稱之例矣秦道古術云商常爲正實常爲負從常爲正益常爲負然古池推原一術稱方爲益方隅爲從隅案此術和在中較在上下以實爲負則方正隅負矣今稱方爲益隅爲從是稱正爲益負爲從矣若以方爲負隅爲正則實宜爲正又與實常爲負之例不符可知秦氏於此亦不拘拘也

其等自實而上行者便於立天元之法也其等自隅而

上行者便於用開方之法也
測圓海鏡上隅中從下實蓋由實而生天元由天元而生天元冪自下疊乘而上是宜實居下而隅居上也益古演段上實中從下隅蓋以商生隅由隅而生從由從而與實相消亦自下疊乘而上是宜實居上而隅居下也然則廉隅未定之前自實而隅廉隅既定之後自隅而實故兩書各明一義也秦道古數學九章述開方法至精極簡足補李氏所未備其式如益古演段之列位置商於實上以商生隅上達於實遇同名則相加遇異名則相減加則正仍爲正負仍

爲負減則減餘在正爲正在負爲負自一乘以至百乘千乘不假別術方與實異名相消而減餘在方則爲翻積爲换骨方與實同名相加則爲益積爲投胎大抵和在隅而中較大於初商則益積和在中較數小於初商則翻積其理如是其實布算時惟視同名異名以用加減而翻積益積不容預定也其定位用古開方超位法商單數不超十數超一次百超二次千超三次萬超四次其超也一乘則方進一隅進二二乘則方進一廉進二隅進三三乘則方進一上廉進二下廉進三隅進四進二卽超一位也進三卽超

二位也進四卽超三位也四乘以上可類推其次商退位視乎此其生廉不用倍法三倍法之煩弟以商上生同加異減多一乘則多一變而已秦氏謂乘爲生生而上達爲入入而減爲消其法李欒城所未詳此實相爲表裏精簡貫通一原於古九章而迥非梅氏少廣拾遺所能及循別有專書論之而舉其大略於此

門人汪昌序　校字
男　廷琥

天元一釋下

江都焦循學

欲求所不知則以所求者爲矩是爲立天元一測圓海鏡立天元一爲圓徑者三十一爲半徑者六十六爲大差者六爲大句者四爲平句者五爲重句者二爲重股者七爲重弦者二爲明句者六爲明股者二爲句圓差者二爲太虛黃方面者三爲小差者七爲虛句者三爲虛弦者四爲皇極弦者二爲中差者二爲乙南行者二爲乙東行甲南行柳至城心步槐樹至城心步小句重小句皇極弦上股弦差皇極

句虛較小差股大弦通弦半大弦平弦黃極黃方面各一其之分則立爲一分之數或立爲此則兼彼如邊股弟九問立爲半徑就以爲小句明重前弟一問立爲圓徑便以爲三事和是也有兼而爲三者明重後十六問立爲半虛黃便爲明小差又爲重大差是也或不立於寄數而立於又數者如雜糅弟五問本如大小差數相乘爲圓冪寄左然後立天元爲圓徑以自之與左相消是也若明重前弟三問前既立天元一爲半圓徑寄左後又再立天元一爲半徑半徑即半圓徑文偶累耳斷無前立一天元後別立一天元之理也益古演段弟三問云立天元爲內池又云立天元爲池徑其說亦同

秦道古數學九章卷一大衍術有立天元一法其名同其用異未可强爲合也其一爲求衍數法云以定相乘爲衍母以各定約衍母得各衍數或列各定數于右方各立天元一爲子于左行以母互乘子亦得衍數又云以右行互乘左行異子一弗乘對位本子各得對數按此即張邱建蕩杯之法衍母者右行三母相乘之數也衍數者右行二母與左行一子維乘之數也左行本無子數借一爲子是爲立天元一一

乘不長其實仍右行二母相乘耳衍母爲三母相乘衍數爲二母相乘以一母除衍母猶之二母相乘故或立天元一以乘二母之所乘或不立天元一而以各定約衍母其理可通也

張邱建云置人數二三四列于　二　三　四　此行即大行數之定母

右行置一一一杯數左行以右　一　一　一　此行即大行數之立天元一

中三乘左上一得三又以右下　以右行互乘左行異子一弗乘對位本子右上于左上爲

四乘之得十二又以右上二乘　三　二　二　本子于左中下爲異子

左中一得二以二右下四乘之得　十　八　六　此行即大衍術之行數

八以右上二乘左下一得二又

二　三　四　以定相乘爲衍母

以右中三乘之得六又以二三四相乘得二十四　二乘三得六　三乘六得廿四　此行即大衍術之衍母

其一爲大衍求一術云置奇右上定居右下立天元一于左上先以右上除右下所得商數與左上一相生入左下相生即相乘然後乃以右行上下以少除多遞互除之所得商數隨即遞互累乘歸左行上下須使右上末後奇一而止乃驗左上所得以爲乘率或奇數已見單一者便爲乘率說者謂其極和較之用窮奇偶之情又謂遞互乘除之語未詳循按大衍之術即孫子算經三三五五七七之術也此術九章所無而

見于孫子今則婦人孺子或以爲戲孫子雖詳其術而秦氏則闡其微而暢發之其三三置七十即大衍求一術也大衍術者以元母用連環求等法求得定母定母連乘得衍母立天元一互乘得衍數以定母約衍數得奇以奇與定母用求一術得乘率以乘率乘衍數得用數以用數乘所問之餘數併之爲總滿衍母去之不滿爲所分今先以孫子術解之題云今有物不知其數三三數之賸二五五數之賸三七七數之賸二問物幾何答曰二十三三五七元母也約之得一爲無等不用連環求等法則元母即定母也

賸二賸三賸二分數也二十三總數也術曰三三數之賸二置一百四十五五五數之賸三置六十三七七數之賸二置三十并之得二百三十三以二百一十減之即得一百四十六十三三十用數也二百一十衍母約兩次也術又曰凡三三數之賸一則置七十五五數之賸一則置二十一七七數之賸一則置十五一百六以上以一百五減之即得置七十置二十一置十五乘率也二十一十五以衍數爲乘數也七十以定母與奇用求一術得之也何也三七二十一以五約之餘一三五一十五

以七約之亦餘一所謂奇數已餘單一便爲乘率是也五七乘得三十五以三約之十三十三餘二不可爲乘率乃以餘二列右上定母三列右下立天元一于左上以右上約右下餘一歸左下又以餘一約右上使右上奇一商數得一與左下乘仍得一與左上天元一相加爲乘率二以一乘二十一與一十五俱不變以二乘三十五爲七十此所以置七十也依秦氏式列于左方

𝍢　𝍣　𝍦　元數即爲定母

丨三　衍母

一　一　一　立天元一

𝍨𝍦𝍯 衍數
𝍡𝍠𝍠 奇數
𝍡𝍠𝍠 乘率
𝍦〇𝍦𝍨 乘數
𝍡𝍢𝍡 分數
𝍯〇𝍨𝍦〇 用數

大衍求一術所以用遞互乘除者蓋是術之分數與盈不足方程差數異去差數則母齊加分數則總齊惟母不齊斯分亦不齊用連乘所以齊其母也分即奇也分不止于一乃必令奇成一數而奇乃齊此所

以既立天元以求母衍數復立天元以求乘數也既齊其母矣又以一母互約之而得奇約之而奇一無煩更齊之矣約之而奇不止一則務齊其奇數之一而不妨數倍其母以化不一者爲一也倍其母以齊其奇有二法焉一以奇遞加以母遞減之餘一而止列其減數與餘爲乘率一以奇遞減母又以母遞減奇餘一而止列其減數與餘爲乘率即求一法也立天元一于左上者與右上餘一爲負存倍數也既以奇減母而母亦存奇以母之奇減奇故商一即一倍商二即二倍惟右上奇減母一次固猶是一耳若二

二以上則必以母之奇所減奇之數與此相乘而後加于天元一故曰遞互除之又曰遞互累乘也此可詳者也如衍數十五以四四數之約去十二奇三欲齊奇因而倍母以三列右上四列右下立天元一于左上以三約四一次得奇一乃列一于左下又列奇一于右下以一約三二次而得奇一以二次乘左下一仍是二加於天元爲三是爲乘率以三乘衍數十五爲四十五以四約之約去四十四恰餘一此左下歸數是一不見互乘之妙也設如衍數十七以七七數之約去十四奇三欲齊奇因而倍母以三列右上

以七列右下立天元一于左上以三約七二次而得奇一乃列二于左下又列奇一于右下以一約三二次而得奇一以二乘左下二得四加天元爲五是爲乘率以五乘十七得八十五以七約之去八十四正餘一蓋以奇減母則不必以奇遞加而以母之奇約之即得所減之母不啻所加之奇減母二次則約奇一次即如兩次矣非用互乘何以合耶加奇以減母臯雁術之義也減母以減奇矯矢術之義也詳見加減乘除釋第五卷李氏之立天元一蓋不知眞數立一數爲比例之根其究不必一也秦氏之立天元一乃欲得一數立一

數以爲齊同之準其究必是一也李氏立天元一之相消此元殊于彼元以不齊而得其齊也秦氏立天元一之相約此一卽合彼一以齊而齊不齊也李氏之奇左乃同類之一率奇之以待類之合也秦氏之奇左則未齊之衍數奇之以俟奇之齊也李氏之所立可以馭一切之算秦氏之所立止以定歸奇之用二者藐不相同各有秘奧或言李演秦說豈其然邪至大衍術連環求等之法亦互約以化繁爲簡所以爲奇一地耳如九與十五其等爲三何也九爲三三十五爲五三也可約九爲三亦可約十五爲五蓋可

半則半之遺意也三數以上彼此遞約故有連環之名連環約後猶有可約之等則續約之續約者約此則乘彼如甲二十七乙一十二丙三十二甲乙之等三乙丙之等四甲丙無等以三約甲爲九以四約乙爲三此連環求等也甲九乙三尙可求等得三乃以三除乙三爲一以三乘甲九爲二十七此續等也秦氏所謂皆約而猶有類數存姑置之俟與他約徧而後乃與姑置者求等約之是也術云求定位勿使兩位見偶又云約奇弗約偶或元數俱偶約畢可存一位見偶解者云衆數連乘中有兩偶數則所得總數

以一偶數除之必仍得偶數不能求餘一之乘數是也解者又云約奇弗約偶專爲等數爲偶者言之若等數爲奇者則約偶弗約奇解者蓋以求等後約元數所得爲約奇約偶按元數兩偶者求等約之可得奇元數兩奇者求等約之不能得偶如三與九其等三約三得一約九得三皆奇五與十五其等五約五得一約十五得三亦皆奇他若七與二十一九與二十七亦然皆約得奇不能約得偶也元和李尙之解奇偶爲元數其說最詳謂約元數爲定母必令約畢更無可約而後得爲定母欲令無可約須先令無等

欲令無等則兩兩相約時須先令約得之數皆爲奇數蓋凡兩奇與一奇一偶相約或有等或無等凡兩偶相約必有等今約得皆奇數則約畢之後必止有一位偶而衆位皆奇若有兩偶則必又有等又云一奇一偶相約所求之等亦必奇以約奇數必得奇以約偶數必得偶今欲令約得爲奇故術云約奇弗約偶也兩偶相約所求之等必偶以約兩偶數或皆得奇或一得奇一得偶今亦欲令得奇故術云或元數俱偶可存一位見偶也又云約奇弗約偶一法有時當約偶弗約奇其故有二其一恐約畢仍有等數也

如甲二十五乙二十求等得五常法約甲爲五然五與二十仍有等須約乙爲四二十五與四則無等矣故術云約得五而彼有十乃約偶而弗約奇也其一恐定母見一也凡定母見一則無衍數而有借用之繇故求定位術云勿使見一太多程行計地草云予術約奇不約偶慮恐無衍數乃先約甲三百也兩偶求等約得單一亦當舍此而約彼然約彼得奇則可不見一若約彼得偶則不得不見一何也兩偶必有等展轉推之終須見一也尙之此解可發秦氏之蘊而正前此之誤解矣所以必求定母者如甲二乙三

丙四二與四有等約爲甲一乙三丙四依法求之得用數一一三若不約則二三四之衍數爲⊢Ⅲ丅奇數爲〢〢〢以〢與四立天元求一不可得一此所以必用求等法也

太極朒則天元爲盈太極盈則天元爲朒眞數積于下而盈朒差於上也

設全數六百句三百二十差數二百八十今舉股四百八十句二百既非全數亦非差數于是有加減之法而盈朒生焉何也以四百八十爲股則朒因以所朒者爲天元一而加之是爲四百八十步加一天元在四百八十則朒在所加天元則盈朒者于股全數不止四百八十也盈者餘于四百八十之外也若以四百八十爲差則盈因以所盈者爲天元一而減之是爲四百八十步減一天元在四百八十則盈在所減天元則朒盈者四百八十多于差也朒者四百八十中當少去此數也減爲分數加爲合數分者分于太極之中合者合于太極之外分于太極之中而合之以所分之餘比例得矣合于太極之外而分之以所合之形比例得矣

太極可減天元天元亦可減太極故加積之數在太極

位也

太極加天元天元加太極其義一也惟減則有不同如全股六百容圓半徑一百二十但知四百八十則立天元一爲股而減去四百八十爲半徑是爲一天元少四百八十步也是天元一盈于四百八十之實數而四百八十之實數轉宜減于天元之中矣明重之數或小於半徑故測圓海鏡于明重以下多于天元二之中減太極明重前第二問云立天元一爲半徑上減明句得沅卌爲虛句下減重股得沅卌爲虛股句股相乘倍之加差冪得〢㬵㽬爲弦冪寄左然

後並二行步以自之得〣于太極位爲同數蓋差在
太極位故必于太極位比例得同數也
同名相加則異名相減減以平加之溢也同名相減則
異名相加加以補減之過也從乎盈以爲正負者減餘
本在盈也反減則正負相變者變其名使數不紊消息
之妙也
兩同名爲母兩異名爲子兩母均正兩子一正一負
是必以母子皆正者同加入母之正也而母之正者
其子又負是母之正且非全數故必減去此負也余
于加減乘除釋卷五已詳言之減者于盈之中去其

朒所存者盈其從乎盈自然之數如此也餘在左則
異加之正負依乎左行餘在右則異加之正負依乎
右行亦從乎盈也又有反減之例專以本行爲主減
餘在本行不必言若在彼行而異加既依本行之正
負則減餘轉必變正爲負變負爲正以就本行之異
加也因反復于其理盈在彼而彼之加數爲正是益
于盈數者也此之加數本于減數爲負減數中未減
此數則所以減之者過乎所宜減故以此之負子彼
之正以補之彼之加數爲負是損于盈數者也此之
加數本與減數同正減數未加此數則所以減之者

不及所宜減故以此之正子彼之負以平之反減則
朒之中去其盈不足符其所去必取諸加數以充之
是所減爲彼之餘轉爲此之歉也餘爲多而歉爲少
烏得不正負相變哉然假如左行爲三多二右行爲
五少一以左爲主三反減五爲歉二一加二爲三必
于此三數減去所歉之二故本是子三多母二却顛
倒爲母三少子二矣若以右爲主則五中減三餘子
二此多數也而母加爲三是少數以三減二亦是反
減是又宜以子二少母三變爲母三少子二何也右
五雖盈於左三而五少一爲四三多二爲五以五減

四則左朒而實盈右盈而實朒故以五與三言之明
有減餘而以五少一與三多二較之正是反減反減
而多少相變例也明爲正減陰實反減此又反減中
之變例也又如本是左三少二右五多一則反減異
加之後必右皆多數左皆少數此既盈俱在右本宜
從乎右强右于左而左數皆少于術則通于理未協
此反減之又一義也又設左爲三少二右爲五少一
以右爲主五中減三餘二多仍爲多也一中減二則
必反減反減則不爲餘一轉爲歉一乃二在左本是
三中之少數三少二止宜以一減五爲四今竟以三

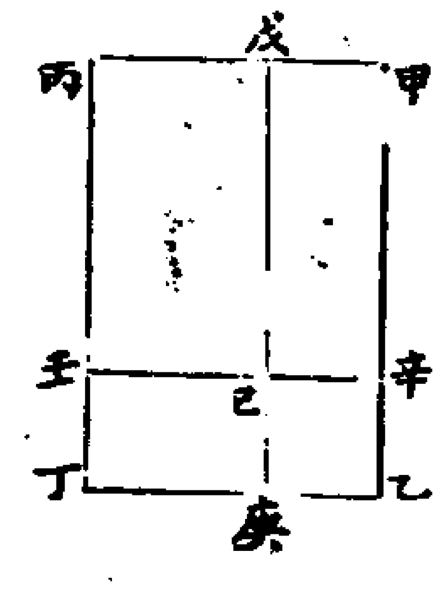
減五爲二已多減二數則此反減所餘之二數正用以補之故不爲歉而轉爲餘理雖平易而實造微矣

置本數于左爲寄左設又數與之加減爲相消相消與相減皆同減而異加也然相減者有減餘者也相消者無減餘者也

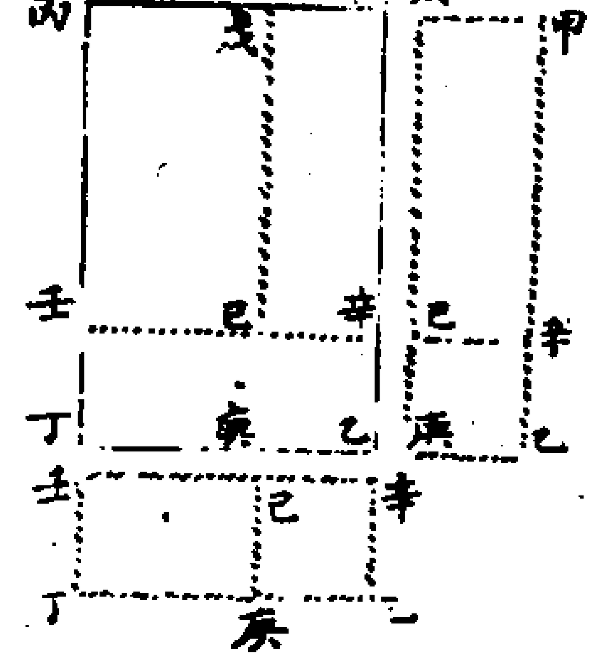
相減者隨舉一母子爲本數又隨舉一母子以減之同減異加之後得數或加或減皆得所餘相消者彼此俱爲同數雖參差不齊而平其差則皆齊如云五少一四也二多二亦四也五與二減得三一與二加亦得三上下相比數本相合而特叢雜於或盈或朒之差去其叢雜使數之相合了然明露夫陰消陽息易卦有之此云相消亦其義也相消乃相減之一端猶開方爲除法之一端開方者自乘無從之除相消者減盡無差之減名義可通而用有辨矣

同名相乘均得盈異名相乘均得朒朒乘朒轉得盈者朒中之盈也朒乘盈必得朒者盈外之朒也

盈之乘盈其得盈也可知者也朒之乘朒亦轉得盈蓋朒在實數之內實數已乘得積而又以朒乘實數以爲減之地兩朒交乘實數成兩廉形而兩廉之交處必疊兩隅疊兩隅是多一隅也多一隅即多此朒乘朒之數也多此朒乘朒之數是于宜減之數而又減之減于廉之中不啻益于實之中于實爲朒于廉轉爲盈故朒乘朒得盈也若所加之天元在實外實乘爲方矣天元自仍在方外雖與實相乘難與實相混矣



丙戊與丁壬爲實戊甲壬丁爲天元丙甲丙丁爲實外天元右皆盈與盈同名相乘



於甲乙丙丁內減去甲戊乙丁壬巳曲尺形今乘得甲戊乙庚及壬丁辛乙兩形比曲尺多一辛乙巳庚朒乘朒之形甲戊爲朒甲乙爲盈壬丁爲朒丁乙爲盈

其不可除者爲不受除不受除者寄之謂之寄分母分母之中有不受除者則分母之中又寄分母

邊股弟四問云置東行步爲小句以中股乘之得出合以中句除今不受除便以爲小股也下注云內寄中句分母舊按云不受除者無可除之理也凡二數此數與彼數無可除之理則不受除也蓋除有法有實實可二法不可二此題以中句爲法而中句內有

一元又有十六步其爲數已二矣又何以均分不一之數乎故曰不受也第九問草云立天元一爲半徑即以爲小句率其二行差即以爲小股率乃置甲南行步加入天元一爲股以小句乘之合以小股除今不受除便以此爲大句內寄小股分母舊按云此所謂不受除乃其數奇零不能盡非無可除之理也第五題云置大股在地以小句乘之得下式合以小股除之今不受除便以爲大句內寄小股分母又置天元半徑以分母小股乘之以減大句循按此問欲得底句因先求大句大句必從小句比例乃有小句而

小股不可用以除因委曲而用寄分之法徑得大句然大句較底句尚多一半徑而此大句者既爲寄分徑得之大句不可與半徑減故必以分母乘半徑而後可減也大句爲分母所乘之大句則半徑亦必爲分母所乘之半徑此問蓋李氏示人以相減例也大股第十三問草云立天元一爲半徑二之減甲南行爲大差以自之爲大差冪加于南行冪半之爲大弦內帶大差分母別寄又置乙斜行爲小弦以大股乘之合大弦除不除便以此爲小股也內帶大弦分母按此大弦爲小股中所帶之分母而大弦之分母中又帶

大差分母蓋欲得小股先求大弦欲求大弦先得大差轉轉寄帶不憚委曲繇瑣者爲同數相消地也心思之妙不啻蟻之穿九曲珠夫所以啓後學之聰明者可謂至矣

分母以不除寄之即以不乘消之寄左不可消則又數以分母乘之分母之中有分母則寄左以分母中之分母乘之分母中之分母帶分母者無之也

寄分母之法其相消之例有數端邊股第六問草云置大股以小句乘之合以小股除今不受除便以此爲大句內帶小股分母又倍天元以小股乘之以減

于大句爲句圓差合以股圓差乘之緣此句圓差內已帶小股分母小股即股圓差更不須乘便以此爲半段黃方冪更無分母也按此言相消之法甚明了句圓差乘股圓差得城冪之半即半段黃方冪是必乘而得冪也小股爲一率小句爲二率大股爲三率必小股除之乃得大句也而小股既即爲股圓差則前之不除正可以代後之乘而後之不乘亦可以代前之除故前不除而寄分母者後不乘而更無分母也第四問寄左中寄中句分母其又數以中句乘之爲同數第五問寄左中寄小股分母又數以分母小股乘之爲

同數此係寄左中不能以一乘一除兩相消抵故于又數中乘之以消此不受除之數同在寄數中以不乘消之分在寄數又數中以乘消之不除則數多而溢于彼不損此之溢而增彼之約則兩相平矣譬之市儈負我債我取其貨物而不酉值此以不乘消之之義也醫者欲制肝而先强肺相墓者苦右高而左加隈爲則乘以消之之謂也弟十問草云置乙南行步爲小股以句率乘之合以股率除今不受除乃便以此爲小句內寄股率分母以小句大句相乘爲半徑冪內帶股率冪爲分母寄左然後置天元自乘又

以股率冪乘之爲同數按此兩相比例大句小句內皆寄股率分母小句大句既相乘則所寄兩股率亦相乘而爲股冪矣故寄左中帶股冪而又數亦以股冪乘也大股弟十三問草云大弦帶大差分母別寄小股又帶大弦分母因以邊股乘小股爲半徑冪此半徑冪內有大弦分母係別寄大弦分母元帶大差分母故又用大差分母乘上半徑冪爲帶分半徑冪也所帶之分謂止帶大弦分母也寄左然後以大弦乘天元冪爲同數循按此寄分中又有寄分之相消法也帶大差分母之大弦既別寄矣而小股中所帶之大弦分母乃不帶分之大弦非別寄帶分之大弦也又數以大弦乘天元冪此大弦正別寄之大弦中有大差分母者也然則寄左數中所帶之分別無所帶而又數中所乘之大弦轉多一大差分母矣故豫于寄左數中以大差分母乘之以爲同數相消地耳別寄之分母隨乘而入不用之以除則大差分母無由入小股中不受除而帶分母自帶大弦之正數不帶大弦之假數也弟十四問草以股冪加大差冪半之爲大弦內帶大差分母又置股冪減大差冪半之爲大弦內帶大差分母又置股冪減大差冪半之爲

大句亦帶大差分母（大差即句弦較）乃置明弦以大句乘之合以大弦除不除便以此爲小句內帶大弦爲母其大句內元有大差分母不用即明句也以底句乘明句爲半徑冪內帶大差及大弦爲母寄左然後置天元冪以大差通之又以大弦通之爲同數此寄數帶兩分母而又數又以兩分母乘之也大句中有分母不用者又數之大弦其中有大差分母依前法則寄數中之半徑冪宜豫以大差乘之今因小句中本帶大差大弦兩母故以不乘抵之非不用也有以消抵之也蓋寄數小句中有分母二底句中有分母一在小

句中者其一爲不帶分之大弦其一爲大句中所帶
之大差在底句中者爲大句中之大差是帶兩大差
一大弦也又數旣以大差通之又以帶大差分母之
大弦通之是亦兩大差一大弦適相消抵因不必復
用相抵之法冥然化其消息之跡故曰不用也是明
帶兩分母實暗帶三分母也又一法草云股圜差卽大差
冪加股冪半之爲大弦寄大差分母減股冪半之爲
大句寄大差分母以大句乘明弦合大弦除不除便
以爲小句寄大弦分母又以股乘明弦合以大弦除
爲小股不除而又以同母通分之爲同分小股也又

置明弦以大弦通之得通分小弦也三位相併爲股
圜差寄左然後以天元大差以大弦分母通之爲同
數此則寄數中共帶六分母而以一分母齊之法至
此精妙極矣六者何大差三大弦三也其在小句中
有大句所帶之大差有不帶大差之大弦是爲一大
差一大弦也其在小股中有同母通分之大差有不
帶大差之大弦是又一大差一大弦也其在小弦中
有通分之大弦有大弦中所帶之大差是亦一大差
一大弦也而小句小股小弦併之卽股圜差則以帶
大差之大弦通之不啻以六分母通句股弦之三位

也原注云大股乘時無大差分母故令通之以齊大
句上所有大差分也云大股乘時無大差分母者言
大股中無大差分母非若大句中有之故前大句乘
明句弦爲小句其中有大差母其股乘明弦爲小股
則無大差母也以同母分通之則均有大差母故曰
通之以齊也同分同於大句中之分也審此用同分
以齊大句中之大差分母則前所謂大差分母不用
者詎眞不用乎哉第十八問草下注云其大句中有
大差分母其大股內却無分母故今乘過復以大差
通之齊分母也此注尤彰明較著矣寄分之法爲天

元一造微之境比例齊同全賴此以濟其窮故李氏
詳乎言之卽其一隅可以知三因復闡明其故俾學
者易知故不憚煩云

又數與寄數相齊謂之同數亦謂之如積如積之例當
其較則舍所盈故加於盈而數合也當其和則包所朒
故減其朒而數合也

測圓海鏡列加減二法謂之正率天元一之術實無
出此二者其他變化錯綜皆由此而推之耳題云或
問出西門南行四百八十步有樹出北門東行二百
步見之問徑幾里其減法云立天元一爲半徑置南

行步在地內減天元半徑得十元卌〇爲股圓差又置乙東行步在地內減天元得下式〡〇爲句圓差以句圓差乘股圓差得丨丄元卌〇爲半段黃方冪卽城徑之半也寄左又置天元冪以倍之得‖〇元亦爲半段黃方冪與左相消得十丄〇卌〇如法開之得半徑一百二十步循按置南行步減天元者積數四百八十中少天元一也置東行步減天元者積數二百中少天元一也兩行步本是一半徑帶一圓差今減去天元半徑故爲句圓差股圓差所減雖在天元實不啻在積也及兩積相乘除去天元所當之積餘爲半城冪之積故如積者但如此半城冪之積以爲之冪或爲之天元以合於除去之天元則與下積適相當矣譬之積如粟天元天元冪如錢粟一斗值錢二百先付錢六十當減去粟三升今不減但記曰已納錢六十則他日持錢取粟僅持七升之值百四十錢而遂當一斗之償矣粟未減也亦非妄以七升之值當一斗之值也前後之值相合也此乘得積數九萬六千如斗粟也六百八十天元多一天元冪如先付三升值也如積之二天元冪與一天元冪相減爲一天元冪如他日持七升之值也夫付過三升之值則我他日之持

錢腑三升之值而取盈三升之粟矣後所持合于先所付自不虧缺而後之所持則必舍乎先之所付此減法之如積也其加法云置南行步加天元一得〡元卌〇爲大股又置乙東行步加天元得〡元〡〇爲大句相乘得丨丄元卌〇爲一个大直積以天元除之得下式〡元卌〇爲三事和寄左然後併二行步又併入句股其得〡元卌〇爲同數與左相消得十丄〇卌〇以平方開之循按加于行步之外則爲四百八十步多一天元二百步多一天元也句股相乘爲句股積今句股中各腑一半徑則所乘得之實數不足一句股積數不知積數所缺者若干惟知所缺之天元及天元冪若干故爲九萬六千步多六百八十元一天元冪此之所多在實積外而如積之數必如句股積以爲之天元及天元冪而齊之夫天元既在實積之外而如積又合天元與實積之形則于如積中減去實外之天元及冪自適當乎積矣譬之以錢二百買粟一斗而此一斗粟中適欠六十錢之粟今持錢二百買之而粟止有七升則必于所持之錢除去六十而後相合也句股冪如粟一斗值也九萬六千步如七升也六百八十元一天元冪如所欠六十錢之粟也一千三百六

十步二天元即句股冪之如積者也蓋句股冪不可得其同數故以天元除之爲三事和三事和者句股弦相併也而句股弦又無實數故但爲一千三百六十多二天元也試又譬之農與市儈交易農舊負儈錢三十儈舊負農粟六升今農持錢八十向儈買粟八升半儈曰于錢減三十餘五十粟減六升餘二升半蓋粟八升半暨錢三十與粟六升暨錢八十適相等九萬六千步多六百八十天元一天元冪與一千六百步二天元適相等其義亦猶是也

三層之相消較必合二四層之相消較或合三較均在上則和在下也較合于下則積必益也其減餘必分兩畔者也

兩畔之數既等其相消之餘亦必兩邊相等其兩層者一法一實不待言矣三層者相消之後必分兩畔而兩畔所分必一畔得一層之減餘一畔得兩層之減餘其兩層之減餘與一層之減餘數既相等則此兩層者必爲一層之較而一層者必爲兩層之和兩層餘在上中則和在下兩層有一層餘在下則和必在上中而其一層在上中與下相耦者則益隅益方也其情甚隱其理實平余于加減乘除釋卷五已發

明此旨相消必分兩畔者緣兩畔之相等也若不相等則減餘可偏在一邊此相消與相減所以同而異也亦惟減餘必分兩畔所以天元一之相消與方程之直除亦有閒也譬之粟每斗値錢一百二十豆每斗値錢八十今一農有粟一斗豆二斗錢二十文一農有粟一斗五升豆五升錢八十文數各不同而値實相等皆三夏因而相消一農餘豆一斗五升一農餘粟五升餘錢六十文又爲相等各餘一百二十而豆之一斗五升已足敵粟與錢之兩色是豆和而錢粟較矣必益錢于粟乃可敵豆是錢爲益隅也

借根之用加減與相消法異而數同何也試質言之有如左之數五右之數十不等也今曰左之數五多五則與右之十等矣其相消以下五減十餘五上多五無對是上下皆五爲相等矣其用加減也則左右各減以五左之多五者今不復多而右之十者今以減去五而亦止存五是亦兩相等也蓋兩邊各減仍不啻以左減右故爲法不同而數必同耳或左數五右數十不曰五多五而曰十少五亦相等則相消以五減十亦上下皆五而相等矣或各加以五則右十之少五者不復少而左五亦加五而爲十是亦兩相

等也此所加減之五未嘗一乘再乘故明了易知若以乘隱之假如以五爲一根之數則左五之多五爲左五多一根右十之少五爲右十之少一根相消則是以五當一根以一根除五仍得五猶五與五等也相減則左五本多一根今減一根相抵爲五右十減一根爲十少一根相加則左五加一根爲五多一根右十本少一根今加一根相抵爲十然後均用相減爲一根與五等仍相消也是多費一番加減也學者言算數之術後人勝于前人恐亦未盡然乎

當其空則正負相變者同名相就同必化爲異也異名

相投異必化爲同也

相消之理既詳之矣兩畔俱空則此層爲從空廉空矣若一畔空一畔有數九章謂之無入無入者無對也試以三層言之此畔上下皆正彼止有中正此同名也然此中正者與彼上正下正爲相等則以此就彼此和而彼較不得仍皆稱正而混淆無別故正變爲負也若負則必有兩層或彼一畔上正下正此一畔中負下正兩下正同名相減而彼之上正投入此畔化而爲負何也此下正爲和中負爲較尚少一較移彼正于此全其爲較矣故亦正變爲負也若不以彼上正投此而以此中負下正就彼亦變爲中正下負蓋下本爲和雖經減去恰合增入之數仍爲和也表之于左方

三正　口　四正　　三正　七負　四正

口　七正　口　　三負　七正　四負

右同名變異表一

三正　口　四正　減餘三　三正　六負　三正

口　六正　一正　　三負　六正　三負

右同名變異表二

三負　口　十正　　三負　二正　一正

口　二負　九正　減餘一　三正　二負　一負

右同名變異表三

三正　口　四正　減餘五　三正　二正　五負

口　二負　九正　　三負　二負　五正

右異名變同表一

八正　口　一負　加得十　八正　二正　十負

口　二負　九正　　八負　二負　十正

右異名變同表二

如積相消則同減而異加開方相生則同加而異減何也緣相就而相化也

同名相減異名相加余既詳之矣而秦道古所詳開方法則同名相加異名相減截然不可紊葢天元如積相消加減在兩行開方商生相入加減在一行彼行之正入此行則爲負彼行之負入此行則爲正是兩行之同名乃一行之異名兩行之異名乃一行之同名在兩行用同減異加在一行用同加異減法不同而義實相通矣凡加積相消無論同名異名消餘必是異名三層以上雖有同名必有異名也表之于左方

三正	三正 減餘一	一負 左餘入右	一正

四正 減餘二	二正	一正	一負 右餘入左

右同名相減化爲異名相減

三正	一負	五正 左加右	五負 左加右 減盡
二負 加得五	四正 加得五	五負 右加左	五正 右加左

右異名相加化爲異名相減

三正	一正	三負 左餘入右	三正 左加右 減盡
六正 減餘三	二負 加得三	三正	三負 右加左

右一同名相減一異名相加化爲異名相減

其同減異加則盈不足之義也

同數相消似于方程乃細揆之實爲盈不足之理何也方程之直除可同減異加亦可異減同加惟盈不足則止可同減不可異減止可異加不可同加天元一之相消亦然葢方程之兩色相對待各樹一幟雖有隱伏而自備和較之全盈不足之多數少數止露其端倪兩行之差不啻呼吸相關縲牽身動和較備者加減可無定止有差者加減必有定也天元一下爲實數即盈不足之出率也上爲多數少數即盈不足之兩盈兩朒一盈一朒也必兩相消而後和較乃備是未消則盈不足之兩行既消則方程之一色也

邊股第八問大句[illegible]自乘得句冪[illegible]寄左又以大弦六百八十加大股[illegible]得[illegible]以小差[illegible]乘之得十[illegible]爲同數相消得[illegible]按舊術股弦較乘股弦和即句冪小差即股弦較故乘股加弦之數而與句冪同數也此數方矩積皆有對在左者積四萬則多四百天元一天元冪也在右者積二十三萬則少九百六十天元一天元冪也分明爲假令之一盈一朒矣于是兩實同名相減兩天元兩冪異名相加而得一十九萬二千少一百三十六天元二天元冪此天元一數爲一百二十乘一百三十六得一十六萬三千二百一百二十自乘得一萬四千四百

二之得二萬八千八百合此二者正與實合是實爲和而天元與冪爲較也卽此三層皆對者而推諸無對無不皆然若以兩實同名相加則實愈多兩天元兩冪異名相減則愈少何以成一和兩較之式不成一和兩較之式而天元一之數何從而得之乎

其有和有較則方程之體也

旣消之後和較皆備與方程之一行同但方程之隱伏在通色一乘此則多一層多一乘方程層層俱隱伏此則下層必露眞數天元以上乃遞增乘爲隱伏故方程無論幾色一以除法馭之天元一必視多層以乘方馭之仍報除之理耳之分弟九問弟十問皆以方程法入之其一純用減而首色減盡謂之曰直減直減者直除也減盡謂之空其一首色相加謂之直加次色減盡謂之中空前一法同減後一法同加異減此方程異于天元一者故標之以方程也而方程之同加同減可以隨用蓋九章古法欒城時猶守未替也

其借算則少廣之遺也

九章算術開方術云置積爲實借一算步之夫不知冪之數而借一算以爲方不啻不知矩之數而借一算以爲天元也然則天元一之術正古九章之遺九章止言開方未詳帶從故止借一爲冪蓋可借一算爲冪卽可借一算爲天元按而求之蛛絲馬跡尙可尋也

其貫方於從則商功之流也

王孝通緝古算經亭臺羨道諸術以積求邊以差求全以所知者爲從以不知者爲分開方得之天元一之所本也但緝古之術有積有差而天元一術有差而積不具彼爲徵實故減其不齊以爲齊此爲課虛故必有立天元寄分母如積相消諸法益造於微也

其如積相比則均輸之趨也其寄分取率則衰分粟米之變也

均輸者于無比例之中求爲比例如積者亦于無比例之中求爲比例也惟均輸所求者相同之率天元一所求者相同之數相同之率由似以得其眞故異乘而除之相同之數緣分以得其合故相消而除之邊股弟四問云置東行步爲小句以中股乘之合以中句除今不受除便以爲小股按此卽三率比例中句爲所有率中股爲所求率小句爲今有數小股爲所求數緣中句半虛半實不可以除故有寄分之法

以參其變而其本原則衰分粟米之今有而已矣以乘代除之法一見於方田章注七人賣馬之題一見于均輸章太倉三返之題（詳見加減乘除釋卷七）彼因後有所除而豫以乘代之此因前未曾除而後以乘齊之彼相代于今有之外此相齊于今有之中也且今有之理中二率相乘同于首尾兩率相乘今寄數以中二率相乘又數以首率乘尾率自然相等其義亦甚常矣

其就分則方田之餘也

測圓海鏡末有之分一卷所以治諸分也夫諸分之有分母正不啻天元一術之立天元故幾分之幾即以一分爲一天元也但諸分之子母同是渾稱而天元之下實則爲眞數下實者未除之子數也故術有不同耳

其測圓則句股之精也

測圓海鏡一書專以明句股之精微也弟一卷詳列識別雜記極神明變化之用所以如積所以同數其樞機全在于此如大直積必化爲三事和兩相乘即爲半段黃方冪是也識別已詳茲不具錄

或謂李冶之說天元一爲演秦九韶之法蓋以秦爲宋人李爲元人元宜在宋後也循按元史冶以至元一年卒於家年八十八是爲宋度宗咸淳元年上溯生年爲金世宗大定十九年當宋孝宗淳熙六年冶卒後十六年元世祖始幷宋又按秦九韶之名不著宋史惟周密癸辛雜識續集言九韶字道古秦鳳間人（數學九章敘自稱其籍爲魯郡近盧氏補宋史藝文志因以九韶爲魯郡人蓋失考核）年十八在鄉里爲義兵首旣出東南多交豪富性極機巧星象音律算術以至營造等事無不精究從李梅亭學駢儷詩詞（花菴中興絕妙詞選云李公甫名劉號梅亭）遊戲毬馬弓劍莫不能知性喜侈好大嗜進謀身或以歷學薦于朝得對有奏稾及所述數學大略（淳祐四年韓祥請召山林布衣造歷從之薦九韶宜在此時數學大略卽數學九章）與吳履齋交尤

稔（履齋卽吳潛）吳有地在湖州西門外當苕水所經入城面勢浩蕩乃以術攫取之（以術攫取說亦荒渺果如是則忤履齋矣何得又有從履齋事）建堂其上位置皆出自心匠齎錢加揚徧謁臺冪賈秋壑宛轉得瓊州至郡數月罷歸又言吳履齋在鄞亟往投之吳時入相使之先行曰當思所處秦復追隨之吳旋得謫賈當國徐摭奏事寘之梅州在梅治政不輟竟殂于梅（癸辛雜識所紀甚詳今撮其畧）考賈鎭淮揚時在理宗淳祐十年當元憲宗時履齋之謫在景定初年其殂梅之時與冶之卒相先後年齒未必大于李況李居河北秦處浙西同時異國不得謂李演秦說也（九韶爲秦鳳間人若以秦鳳路言之

逃歿間已入于金九部爲義兵前年已十八則年百餘歲矣然秦隰路所屬之階成岷隰四州終金之世未嘗去宋九部蓋此四州人周密本舊時地名稱之耳但爲義兵首不知在何年其年齒遂無可考冶本傳冶登金進士第中州集李治中遹子冶字仁卿正大七年收世科辟知鈞州事歲壬辰城潰冶北渡流落忻崞間聚書環堵世祖在潛邸聞其賢召之太宗紀四年攻鈞州克之世祖紀歲甲辰帝在潛邸思有爲于天下延藩府舊臣及四方文學之士問以治道辛亥憲宗卽位盡屬以漠南漢地軍國庶事遂南駐瓜忽都之地是冶以元太宗四年北渡其召見潛邸則在憲宗辛亥以前測圓海鏡自敘標戊申秋九月去甲辰止五年則此書蓋創始于流落忻崞時也自敘云老大以來得洞淵九容之說日夕

玩繹而嚮之病我者使爆然落去而無遺餘山中多暇客有從余求其說者于是又爲衍之累一百七十問本傳云冶晚家元氏買田封龍山下學徒益衆按言山中多暇則是買田聚徒之日蓋甲辰召對後卽歸元氏山下言客有求其說者卽學徒益衆之一乃敘稱病我者使爆然落去稱又爲衍之可見先已有成稿至元氏山中復理之耳所云老大以來蓋指忻崞聚書時事壬辰已五十五故稱老大九部數學九章敘標淳祐七年是年歲次丁未比戊申止前一年冶書之不本於秦明矣郭守敬授時術用天元一算句股弧矢容圓郭卒于仁宗三年年八十六上溯欒城敘書之年相距七十載邢臺時才十六歲方治學洞淵九容之說蓋猶未生邢臺之學實欒城啓之乃世祖至元十三年召修授時術而冶已前卒故一代製作遂首推邢臺無復知有欒城矣學者稱秦在李前或敘

郭于李上均非實也王德淵海鏡後敘云敬齋先生病且革語其子克修曰吾生平著述死後可盡燔去獨測圓海鏡一書雖九九小數吾嘗精思致力於此後世必有知者嗚乎百餘年來不絕如綫至今日而其學大著精神所結鬼神護之欒城自信詎虛言哉秦九韶爲周密所醜詆至于不堪而其書亦晦而復顯密以塡詞小說之才實學非其所知卽所稱與吳履齋交稔爲賈相竄于梅州力政不輟則秦之爲人亦瑰奇有用之才也密又述楊守齋之言稱斷事不平薦湯如壄恐遭其毒手此亦影響之言又言以劍

命隸殺所養子又言聞透渡而色喜密自標聞于陳聖觀又惡知聖觀之非謗耶乃九韶之履歷頗賴此以傳則謗之正所以著之耳元史李冶傳不言其天元一之學且誤海鏡爲鏡海自敘稱取天臨海鏡之義則必不名鏡海矣益古演段爲益古衍疑明儒之苟牽又何至箬溪始然耶

門人汪昌序
男　廷琥　校字

釋弧

嘉定張焱書

釋弧卷上

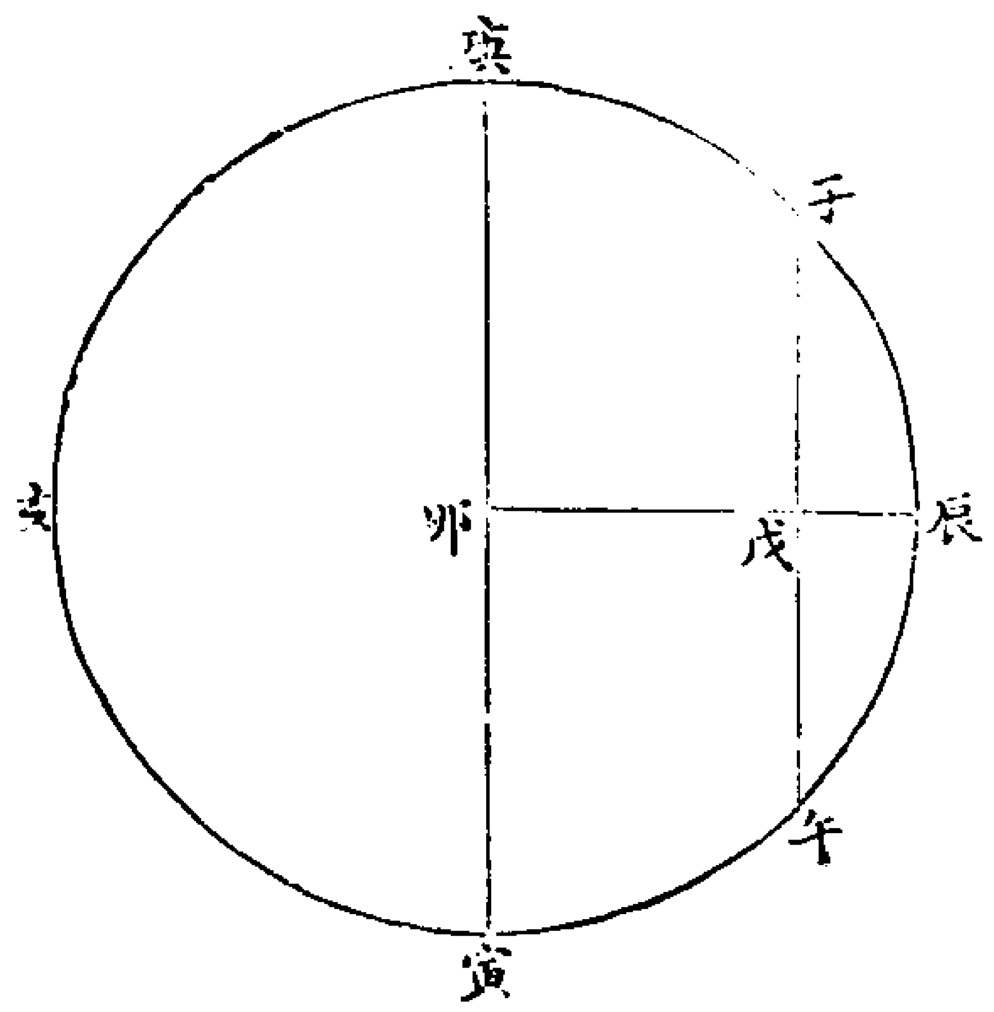
江都焦循學

曲線謂之弧直線謂之弦以弧爲弦復以弦爲弧則弧得合弧限謂之正弧差弧限謂之斜弧以斜爲正復以正爲斜則斜得不變者謂之本形旁通者謂之次形以本形爲次形復以次形爲本形則本形得此三者弧角之樞也其術之目曰以角求弧以弧求角以弧角求弧以弧角求角舉其三以測其三比例之精轉移之巧非覃思冥索未易言得梅徵君文鼎著弧三角舉要及環中黍尺以啟發其旨趣戴庶常震又爲句股割圜記以衍極周髀之旨乃梅書撰非一時緐複無次敘戴書務爲簡奧變易舊名恆不易了乾隆乙卯秋八月取二書參之爲釋弧三篇上篇釋正弧弦切之用中篇釋內外垂弧之義下篇釋次形及矢較之術今三年矣或以立表之理不明則裁弧爲弦之法不備宜補之嘉慶戊午秋九月省試被落後溫習舊業因取昔年所論六觚八綫未成之帙刪益爲此書上卷而刪合原上中二卷以爲中卷微必求彰期於簡要讀梅戴兩家之書者庶得其輗軏焉

弧矢之術起於方田全圜謂之周半其全周謂之半周

半其半周謂之象限凡析其周如弧則統謂之弧依弧而裁之爲稜謂之觚兩觚之閒如弧之有弦者謂之弦半之爲正弦弦之中於圓者爲徑半之爲半徑

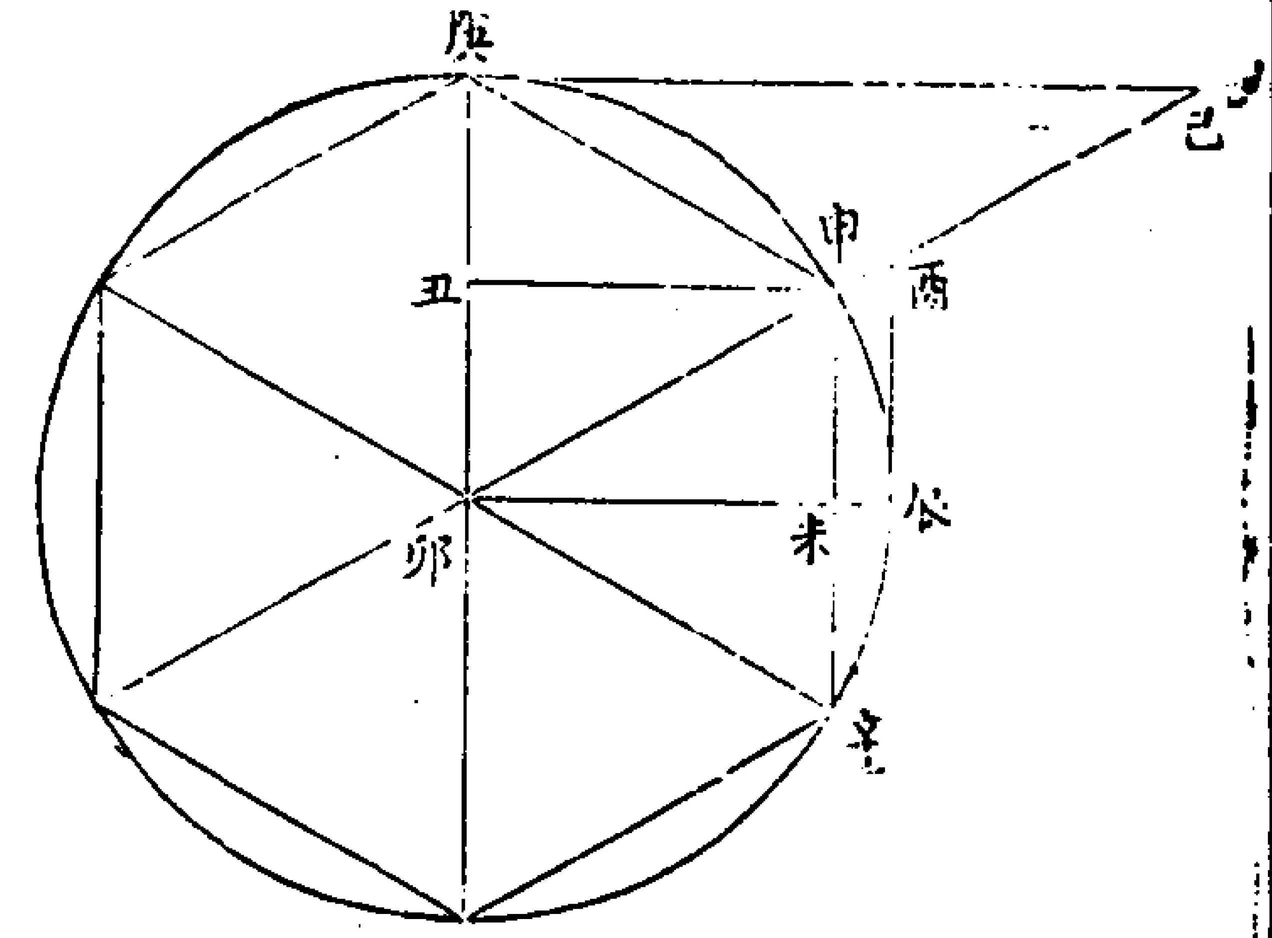
周髀算經曰數之法出於圓方圓出於方方出於矩矩出於九九八十一九九者數也以數相加減不出乎矩趙爽云矩廣長也即所謂直線以數相乘除不出乎方故開方句股均可以乘除之理言之由方而圓以形生形必依形以求義古人既明以圖復象以器以形故也乃九章算術方田章有圓田弧田之術圓爲弧之合弧爲圓之分於此可見其術有周徑有半周半徑有矢有弦爲割圓弧矢之術所從出亦即三角八線之理所不能外也



右圖辰庚亥寅爲圓周庚辰寅爲半周庚辰爲象限庚卯寅爲徑卯辰爲半徑子辰午爲弧子戊午爲弦觚見下

以半徑爲弦其觚必六有半徑得正弦有正弦得餘弦有餘弦得正切有正切得正割以餘弦減半徑爲正矢四者分象限而繫之在本弧謂之正在他弧謂之餘是爲八綫

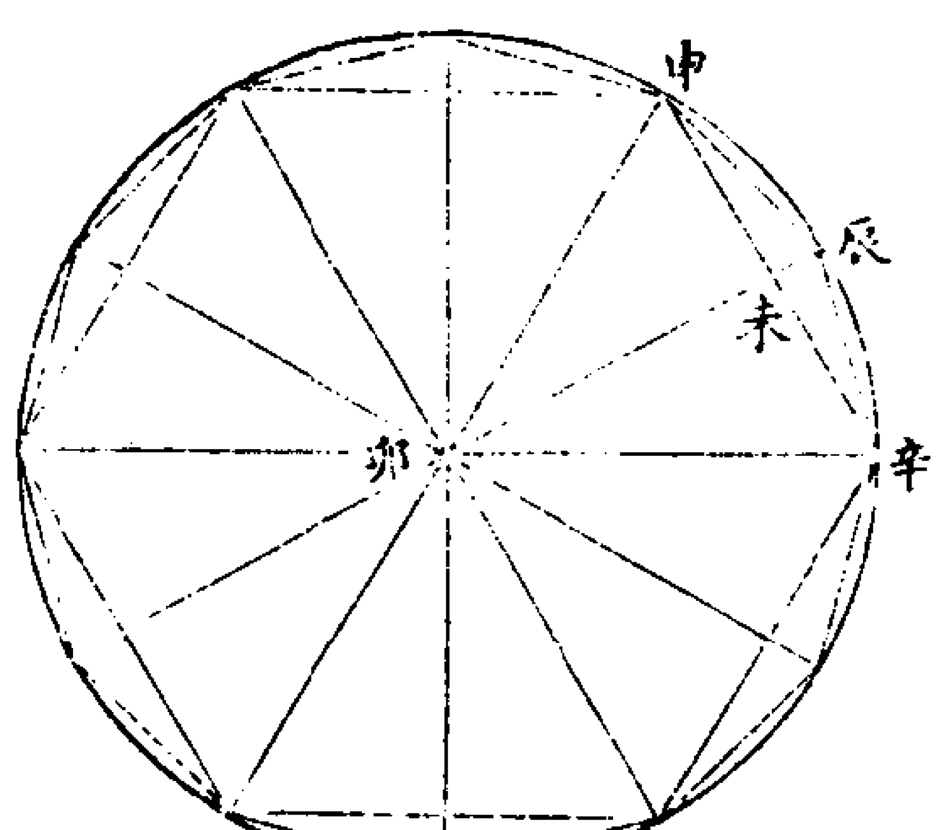
古之圓率徑一周三劉氏徽曰周三者從其六觚之環耳又曰假令圓徑二尺圓中容六觚之一面與圓徑之半其數均等合徑率一而外周率三也西法以半徑爲一千萬與劉氏假令二尺不謀而合則不獨以徑求周必由此起即以弧求弦又孰能外乎此哉蓋設徑爲二則半徑爲一六觚之弦即同半徑則弦亦一也半之爲零五徽曰半面八綫則爲正弦矣於是正弦有數爲句半徑有數爲弦用弦句求股術得餘弦於是餘弦有數矣乃以餘弦爲一率正弦爲二率半徑爲三率求得四率爲正切而正切有數矣乃以正弦爲一率半徑爲二率正切爲三率求得四率爲正割而正割有數矣餘弦既爲他弧之正弦又求得他弧之切割而八線備矣



右圖申辛爲六觚之一面申未爲正弦未卯爲餘弦酉辰爲正切卯酉爲正割未辰爲正矢申辰爲本弧庚申爲他弧丑申爲他弧之正弦同於未卯卯己爲餘割庚丑爲餘矢庚己爲餘切

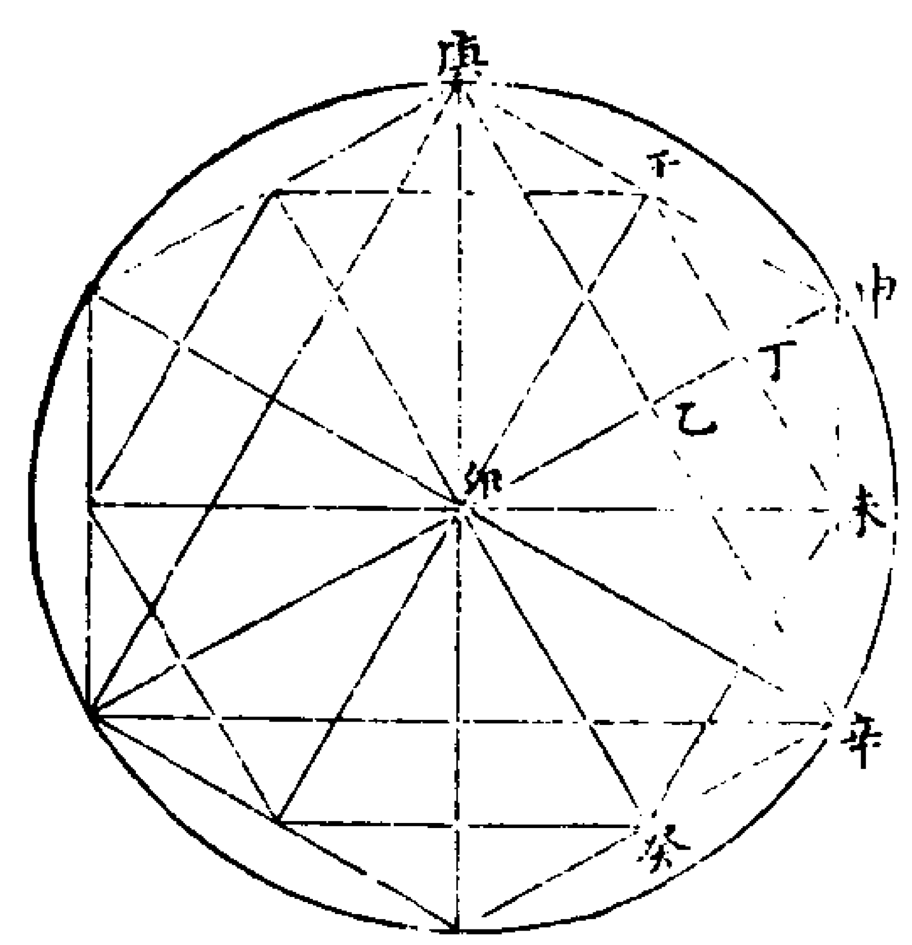
有矢有正弦可以倍六觚爲十二可以半六觚爲三

劉氏割圜之術曰置圓徑二尺半之爲一尺即圓裏六觚之面令半徑一尺爲弦半面五寸爲句爲之求股以減半徑謂之小句觚之半面又謂之小股爲之求弦即十二觚之一面也由是割十二觚爲二十四割二十四爲四十八割四十八爲九十六西人有三要之術其一由正弦得餘弦其二以正弦得半弧之弦即此術也其三以正弦得倍弧之弦法以半徑爲一率正弦爲二率餘弦爲三率求得四率倍之是也術雖傳自西人而其理仍割六觚爲十二觚之理耳何也六觚之餘弦即三角之中垂線而三角之中垂線即三觚之正弦若以此中垂線横畫於三角之中則三半徑變而爲三餘弦而三半徑適爲三餘弦之比例三半徑既爲三餘弦之比例則一半徑一半徑之半必爲一餘弦一餘弦之半之比例半徑之半正弦也餘弦之半倍弧之弦也故有半徑有正弦有餘弦而倍弧之弦得矣均割圓之理也



右圖辰未爲小句未辛爲小股辰辛直線爲求得弦

卽十二弧之一面



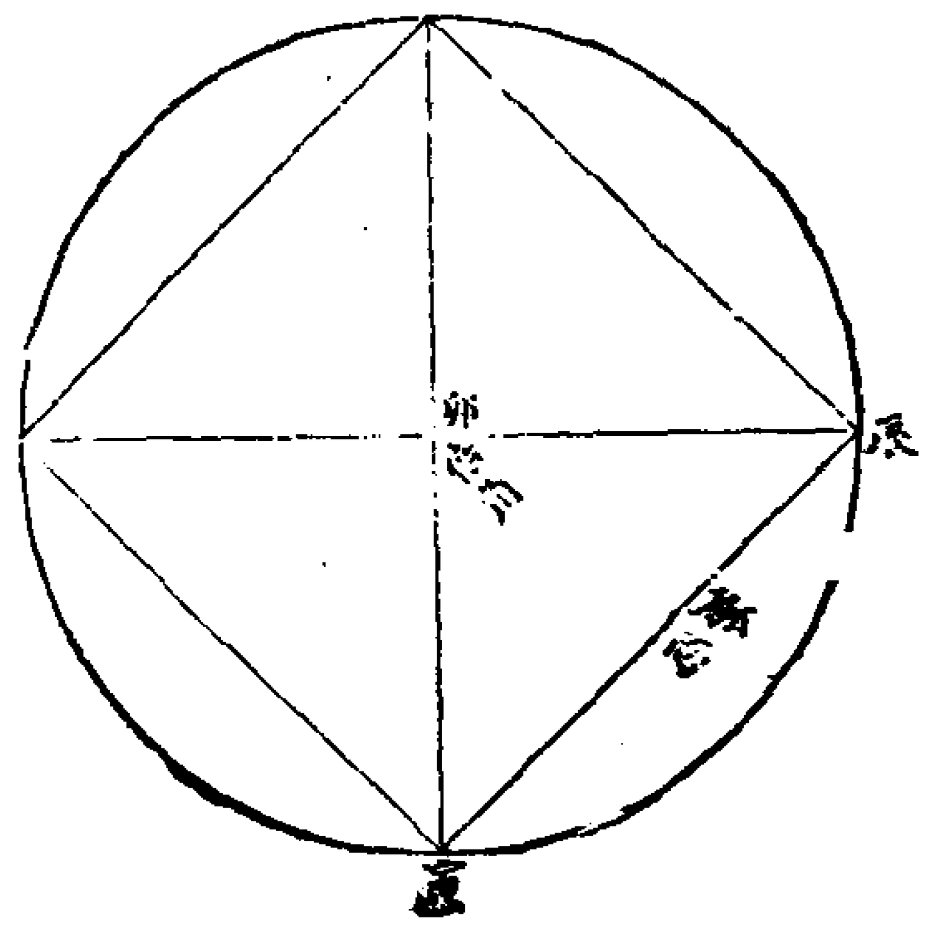
右圖卯壬之餘弦橫之爲卯未中垂線（中垂線詳見後）錯之爲壬未爲六弧內所容六弧之一面倍之卽庚辛爲三弧之一面卯壬未三餘弦爲卯申辛三半徑之比例卯壬丁句股形爲卯申未句股形之比例

以半徑乘六弧之弦得其斜弦則弧可以四以半徑乘六弧之正弦得其斜弦之較則弧可以十

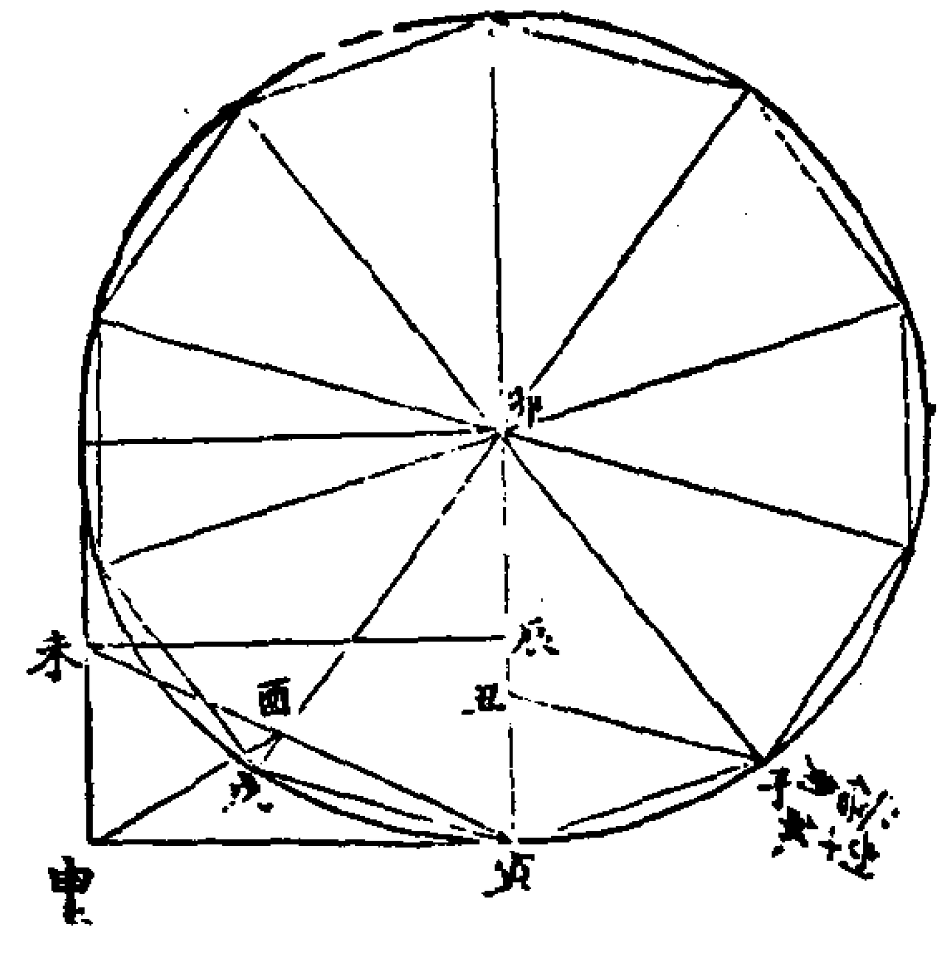
六弧之一面與兩半徑相合成三角形是形三面之度皆十三角所當之弧皆六十無庸算者也故算從此起由此變化之有二一爲半其兩角以倍其一角一爲半其一角以倍其兩角半其兩角以倍其一角惟四分圓周之一半其一角以倍其兩角惟十分圓周之一四分周之一者其弧兩畔所當必八分之一十分周之一者其弧兩畔所當必十分之二此二者相爲消息於六弧之面者也（凡三角之合數必如半周之數三角每角六十度合爲百八十度四弧之面九十度其餘二角所當每角必四十五度四十五度於全周爲八分之一十弧之面三十六度其餘二角所當每角必七十二度七十二度於全周爲十分之二兩三角之度合之亦百八十度）四弧兩半徑相交爲直角其弧面之緪於下者適爲平方內之斜弦故用平方求弦術得之平方求弦以方邊自乘倍而開方除之今方邊卽半徑而半徑卽六弧之一面故半徑乘六弧之弦不啻方邊之自乘也十弧之兩半徑相交爲銳角（銳鈍詳見後）若以中垂線爲股半徑爲弦可得句爲十弧面之半然

弦有數中垂線無數則句不得而求也於是不可求以數而可求以形剖四弧之倍角（九十度之角）以垂於弧面則分一三角形爲兩三角形其形適相等剖十弧之倍角（七十二度之角）以垂於半徑則分一三角形爲大小兩三角形其小三角形與本形適相等既有相等之形則可以爲例一三角形旣分爲大小兩三角形則一半徑亦分爲大小兩徑其大徑等於十弧之面其小徑卽可比例十弧之面小徑可比例十弧之面則大徑可比例半徑之全矣半徑與大小二徑互相比例是三率比例術之中末二率同於首率者也此理分中

末線所爲用也梅勿菴於幾何通解中明是術本於句弦和較相乘即句股羃而反復於遞加倍角之理葢角之有倍有半猶徑之有倍有半有角倍於角則中分倍角而得其對邊之度以減對邊而得大分有邊倍於邊則中分倍邊以其半減直角之對邊而得大分其義一也惟四觚之角兩半一倍惟十觚之角兩倍一半兩半一倍者自其倍剖之其垂線必如底之半兩倍一半者自其倍剖之其垂線必如底之全而如要之大半要之小半乃轉相爲底故倍半之比例爲十觚之所專此所以獨用理分中末線也



右圖卯角九十度辰角寅角各四十五度自倍角剖之其中垂線即等觚函之半以辰寅爲半徑則卯寅爲正弦辰丑爲餘弦



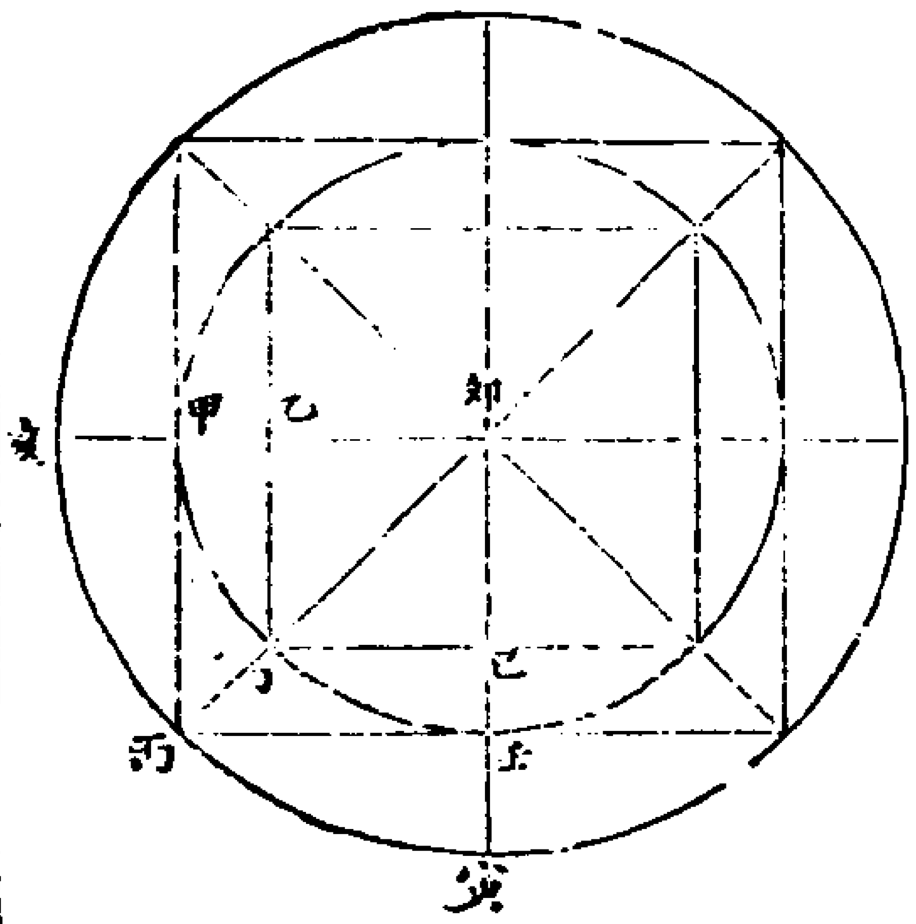
右圖寅戌與子寅皆十觚之一而卯丑丑子同辰寅半徑之半爲句辰未半徑爲股未寅爲弦酉寅爲句弦較即戌寅十觚之一亦即卯丑之大分

有兩弧之餘弦各規之互得其正弦則兩正弦相加得兩弧相加之正弦相減得兩弧相減之正弦其理出於圓內容方方內容圓也

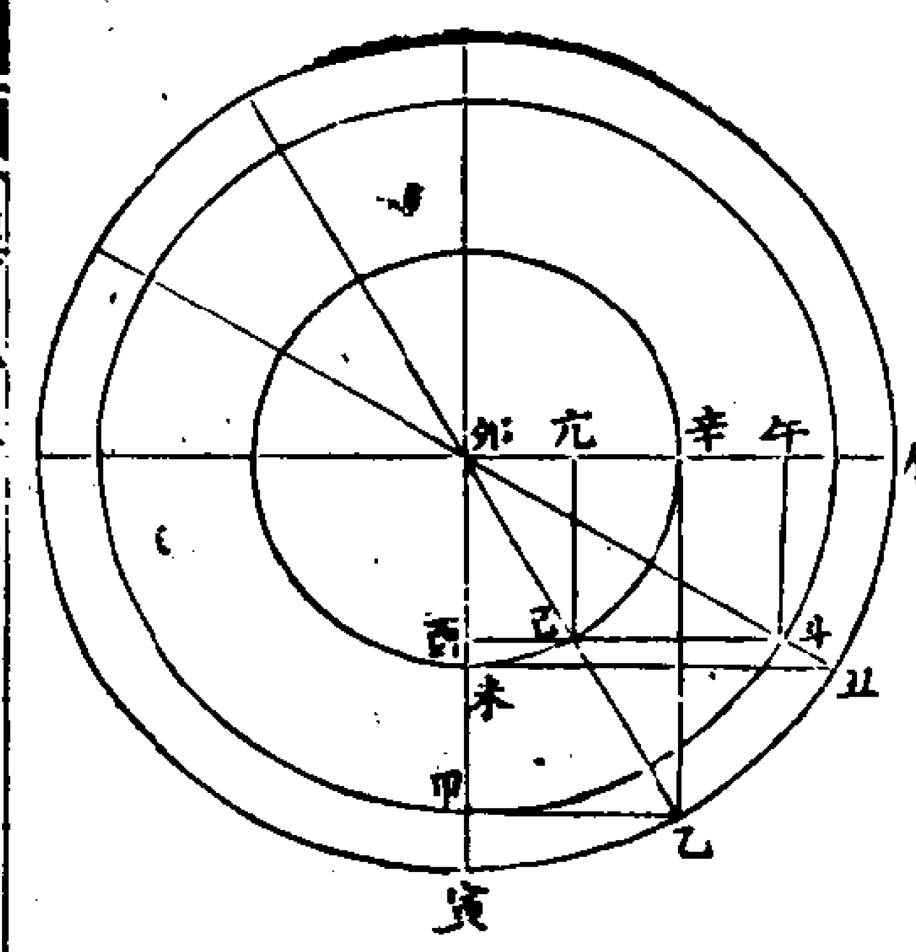
西人有二簡之法其一用加減甚精術以半徑與此弧正弦倍彼弧餘弦而得四率又以半徑與此弧餘弦倍彼弧正弦而得四率兩四率相加則得此弧加彼弧之正弦兩四率相減則得此弧減彼弧之正弦試爲推其本原凡四觚內容圓容圓內又作四觚內

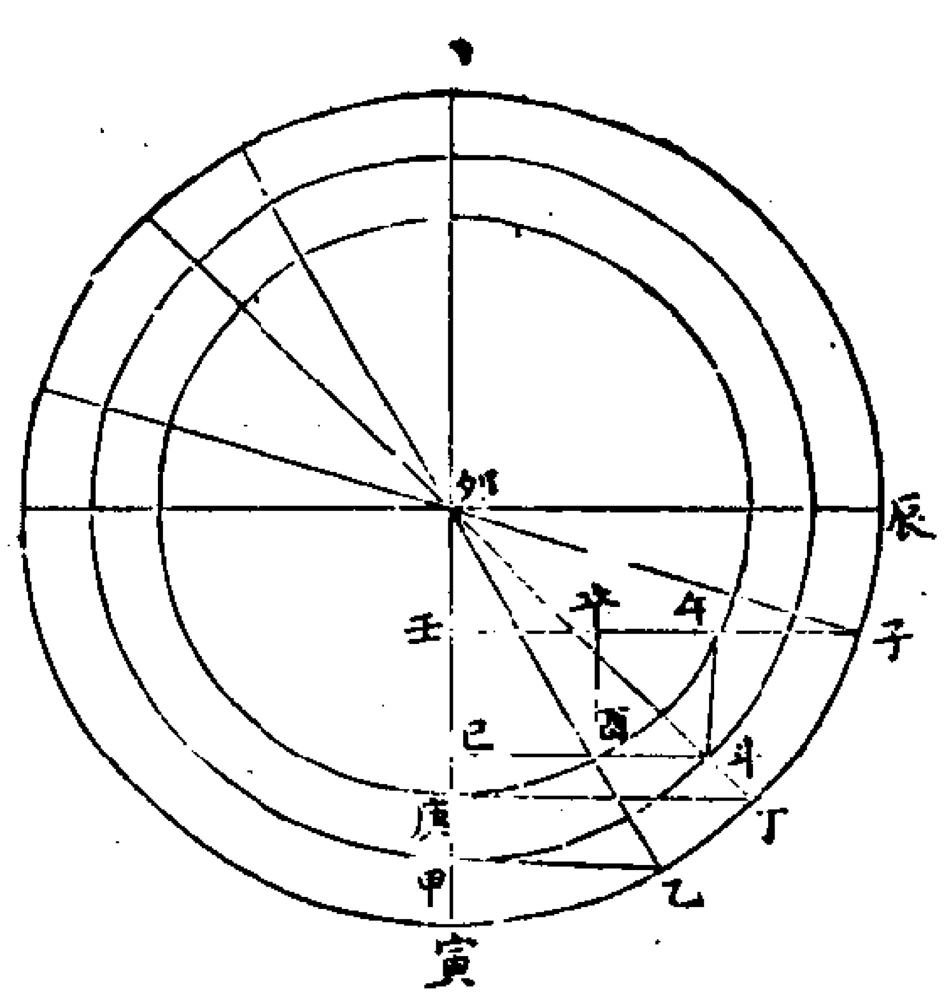
之四觚必與半徑同度則內之正弦必當半徑之半故合內之兩正弦卽得半徑半徑爲九十度之正弦合兩正弦卽得半徑是旣知兩四十五度之正弦可得九十度之正弦易明者也由正方推之縱方則不獨兩四十五相加也六十度加三十度亦可得九十度之正弦四十五度加三十度亦可得七十五度之正弦也於四觚內容圓圓之所値必中垂線亦卽四十五度之餘弦故推之於他數之加減亦必自餘弦規之也圓內容四觚四觚同一圓兩半徑卽一半徑矣兩觚不齊則兩正弦必一長一短并之必溢於兩

弧相加之正弦互之則長者短短者長兩相消息而適相合此自然之理也兩線所在與兩正弦互爲同形之句股故以比例求之耳



右圖甲丙丙壬兩正弦乙丁丁己容圓內兩正弦卯甲卯壬兩餘弦卯寅半徑乙丁丁己相加卽卯寅相減盡仍存甲丙四十五度之正弦





右二圖前圖寅乙三十度甲乙爲正弦甲卯爲餘弦寅丑六十度未丑爲正弦卯未爲餘弦己酉爲三十

度內互得之綫酉斗爲六十度內互得之綫相加卽卯辰爲半徑卽九十度正弦相減爲午亢卽三十度正弦午辰與己酉等午亢與甲乙等自未辛作圓周於內卯酉爲六十度餘弦者爲未辛小圓中半徑己酉卽爲酉辛小圓三十度之正弦可以例寅辰大圓三十度之半徑正弦矣卯甲爲三十度餘弦者爲甲斗亥圓中半徑酉斗卽爲甲斗亥圓六十度之正弦可以例寅辰大圓六十度之半徑正弦矣後圖寅乙三十度同前寅丁四十五度庚丁爲正弦卯庚爲餘弦寅子七十五度壬子爲正弦卯壬爲餘弦己酉爲

三十度內互得之綫己斗爲四十五度內互得之綫相加卽壬子七十五度之弦相減爲午辛十五度之正弦卯庚爲庚午小圓半徑己酉爲正弦卯甲爲甲斗亥圓半徑己斗爲正弦與寅辰大圓之半徑正弦皆得爲例矣以餘弦比半徑未易了然以餘弦爲半徑而規之使圓則內外容圓之理與距等圈之理可相參而得矣（距等圈詳見後）

有所知一正弦以倍半之術推之有所知兩正弦以加減之術推之以倍半之術推之而弧之無奇零者得矣以加減之術推之而弧之有奇零者得矣

析圓周爲三百六十度每度作直綫與徑平行而遂於左右則自一度至九十度卽自二度至一百八十度也而自九十度至一百八十度猶之自一度至九十度故止得一象九十度之弦卽可槩圓周三百六十度之弦也然自近於一度者弦與弧不啻平行近於九十度者弦與弧不啻旁午逐度變移不可爲定如一度二度相差約五三而十五度以後相差止四八有奇蓋一之於二相去以倍以漸而減至八十九九十則所差甚微矣非比例可得而知則必本割圓之術求其每面以爲通弦本六觚之形推之於四觚

十觚又倍之半之由三而得九（三觚六觚十二觚二觚四觚八觚五觚十觚二十觚）得九則加減之法可施矣蓋以度衡觚觚有無奇零者有有奇零者無奇零適當每度之數者止有十七其餘七十三皆有奇零有奇零則不可以割圓求觚亦不能以倍半之術推而得且數之自然而得者惟六觚四觚十觚每觚一半一倍故止於九其餘無奇零之觚八皆不可以倍半求者唯十五觚十八觚可由五觚六觚以三分得一之術求之餘觚六則必用加減得之雖無奇零同於有奇零者矣今逐度表之於左

一度　一百八十觚
二度　九十觚
三度　六十觚
四度　四十五觚
五度　三十六觚
六度　三十觚
七度　二十五觚十四分觚之一
八度　二十二觚半
九度　二十觚
十度　十八觚

十一度　十六觚二十二分觚之八
十二度　十五觚
十三度　十三觚二十六分觚之二十二
十四度　十二觚二十八分觚之二十四
十五度　十二觚
十六度　十一觚三十二分觚之八
十七度　十觚三十四分之二
十八度　十觚
十九度　九觚三十八分觚之二十七
二十度　九觚

二十一度　八觚四十二分觚之二十四
二十二度　八觚四十四分觚之八
二十三度　七觚四十六分觚之三十八
二十四度　七觚半
二十五度　七觚五十分觚之一
二十六度　六觚五十二分觚之四十八
二十七度　六觚五十四分觚之三十二
二十八度　六觚五十六分觚之二十四
二十九度　六觚五十八分觚之十二
三十度　六觚

三十一度　五觚六十二分觚之五十
三十二度　五觚六十四分觚之四十
三十三度　五觚六十六分觚之三十
三十四度　五觚六十八分觚之二十
三十五度　五觚七十分觚之一十
三十六度　五觚
三十七度　四觚七十四分觚之六十四
三十八度　四觚七十六分觚之五十六
三十九度　四觚七十八分觚之四十八
四十度　四觚八十分觚之四十

四十一度　四觚八十二分觚之三十二
四十二度　四觚八十四分觚之二十四
四十三度　四觚八十六分觚之一十六
四十四度　四觚八十八分觚之八
四十五度　四觚
四十六度　三觚九十二分觚之八十四
四十七度　三觚九十四分觚之七十八
四十八度　三觚九十六分觚之七十二
四十九度　三觚九十八分觚之六十六
五十度　三觚一百分觚之六十

五十一度　三觚一百零二分觚之六十
五十二度　三觚一百零四分觚之四十八
五十三度　三觚一百零六分觚之四十二
五十四度　三觚一百零八分觚之三十六
五十五度　三觚一百一十分觚之三十
五十六度　三觚一百一十二分觚之二十四
五十七度　三觚一百一十四分觚之十八
五十八度　三觚一百一十六分觚之十二
五十九度　三觚一百一十八分觚之六
六十度　三觚

六十一度　二觚百二十二分觚之百一十六
六十二度　二觚百二十四分觚之百一十二
六十三度　二觚百二十六分觚之百零八
六十四度　二觚百二十八分觚之百零四
六十五度　二觚百三十分觚之百
六十六度　二觚百三十二分觚之九十六
六十七度　二觚百三十四分觚之九十二
六十八度　二觚百三十六分觚之八十八
六十九度　二觚百三十八分觚之八十四
七十度　二觚百四十二分觚之七十六

七十一度　二觚百四十二分觚之七十六
七十二度　二觚百四十四分觚之七十二
七十三度　二觚百四十六分觚之六十八
七十四度　二觚百四十八分觚之六十四
七十五度　二觚百五十分觚之六十
七十六度　二觚百五十二分觚之五十六
七十七度　二觚百五十四分觚之五十二
七十八度　二觚百五十六分觚之四十八
七十九度　二觚百五十八分觚之四十四
八十度　二觚百六十分觚之四十

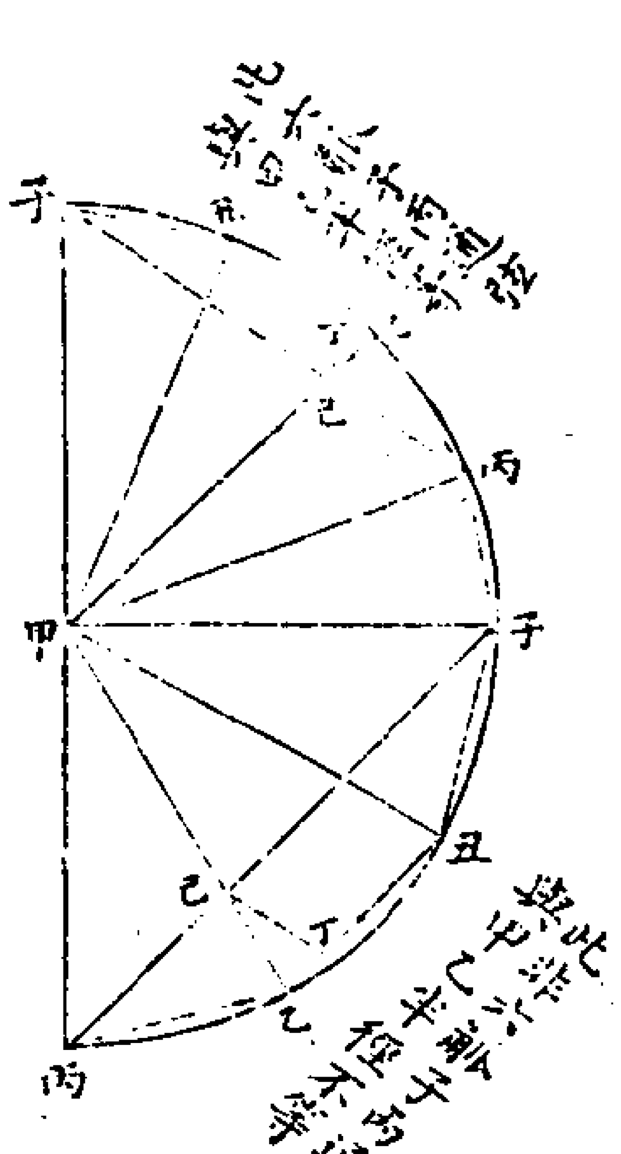
八十一度　二觚百六十二分觚之三十六
八十二度　二觚百六十四分觚之三十二
八十三度　二觚百六十六分觚之二十八
八十四度　二觚百六十八分觚之二十四
八十五度　二觚百七十分觚之二十
八十六度　二觚百七十二分觚之十六
八十七度　二觚百七十四分觚之十二
八十八度　二觚百七十六分觚之八
八十九度　二觚百七十八分觚之四
九十度　二觚

右表六十度之弦爲三等觚之一觚盡於三直線無二觚也二觚卽全徑剖圜爲二有兩全徑則亦二觚耳二觚有零則三觚之不等者也凡有零皆不等之觚也遵

御製新增三分取一用益實歸除得之自三度半之爲一度半是爲九十分又半爲四十五分三分取一得十五分又得五分又半爲二分半是爲一百五十秒又三分取一爲五十秒乃以五十秒之弦比例得六十秒之弦是爲一分出是求之每度六十分之弦皆得矣益實歸除者以一商分爲三商則三商之弦必溢於一商之弦故於一商之原度益之也此用以求十八邊之一商十八邊卽六觚之三倍六觚邊與徑同度故以半徑爲一率卽以六觚之邊爲一率也邊所溢之形似於三分之一之形故以爲比例

欽遵於是設爲四率相求一率加四率同於二率三倍之法若六觚以外之通弦與半徑不等則半徑雖仍爲一率而一率加四率同於二率之三倍者非半徑矣故必以半徑與弧度之通弦相乘以爲首率也是術於比例之形得其理而比例之率除半徑而外餘皆無數可舉故有比例而不能用惟三分首率以所分者爲二率益之以求合乎首率加四率

如二率之三倍也



右圖己丁乙小形同於甲乙丙大形乙丁底同於乙丙底而子丙通弦與子丑丑乙乙丙三商相較三商

正溢一乙丁故必於子丙加乙丁三分之乃得乙丙比例之理以甲乙爲一率乙丙爲二率已乙爲三率求得四率乙丁今乙丙已乙皆無數故用益實歸除之法子丙通弦不同甲乙半徑又不可竟用子丑故以甲乙乘子丑爲首率六觚之弦同於半徑則竟以甲乙爲首率矣益實歸除之法附於左

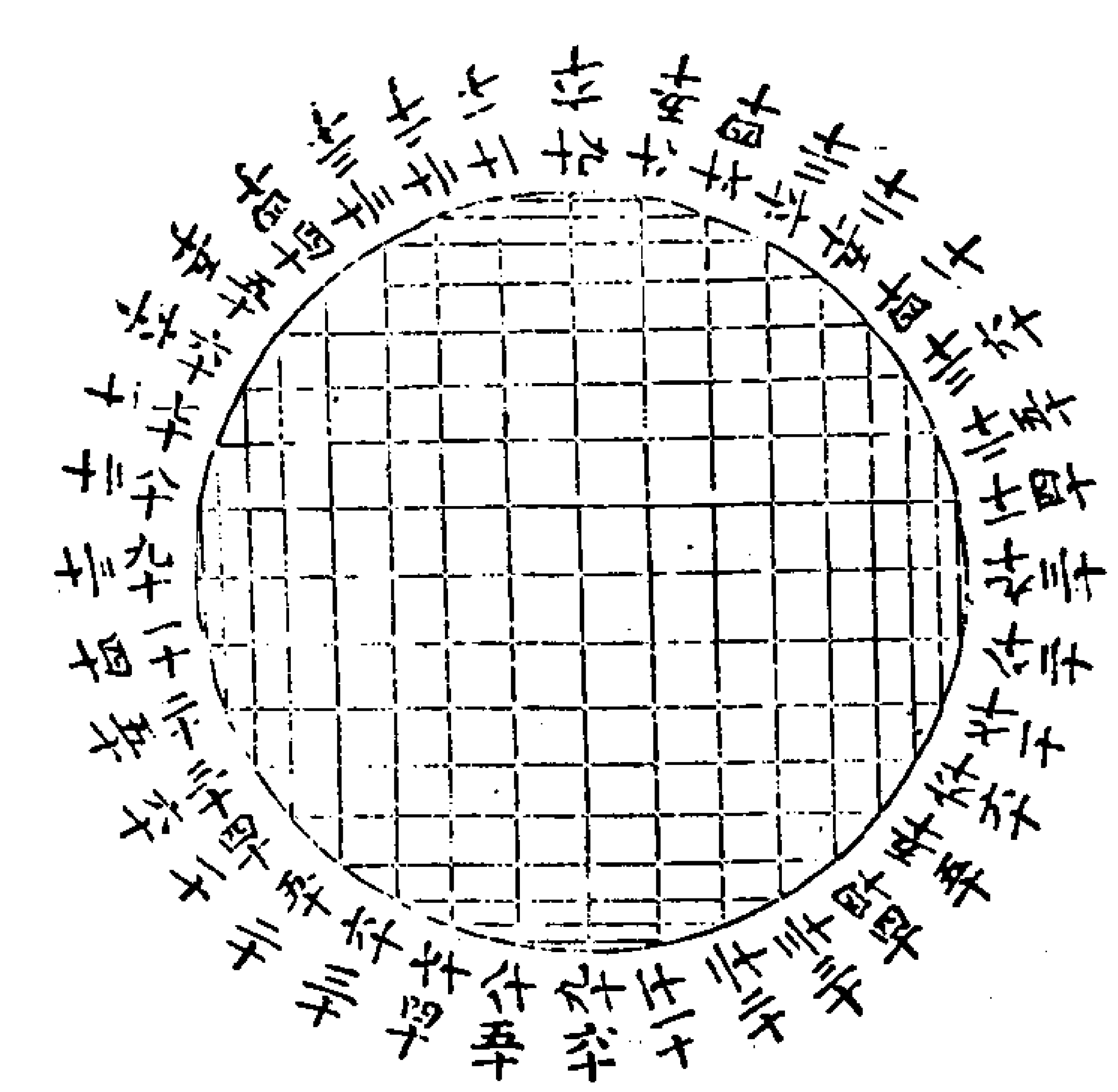
以一率自乘再乘成一立方積爲實通弦與半徑不等則以半徑自乘通弦再乘

又以一率自乘三因之成三平方積爲法以法除實爲未定之二率以此二率自乘再乘益於原實內爲共實又以此未定之二率與法相乘得數減其實餘

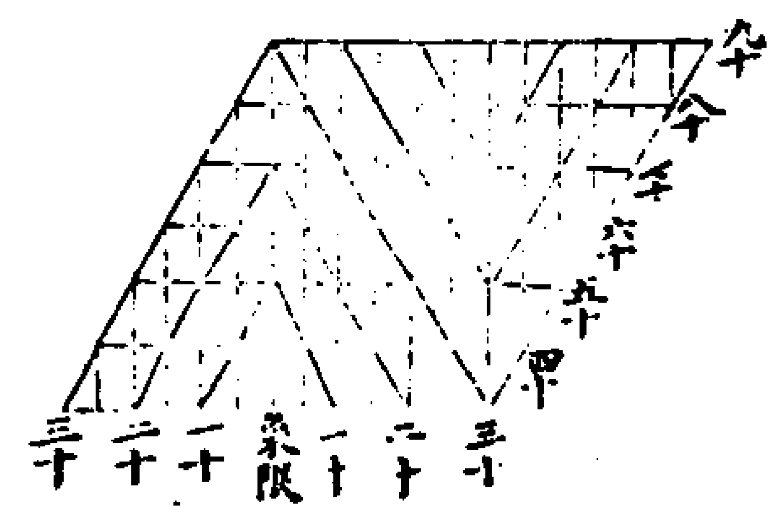
爲弟二位實又以法除之得數加於前未定之二率仍爲未定之二率復如前法求之得弟三位實又以法除之得數加爲二率務令二率二倍當一率併四率之數而後二率定三率四率亦定

以六觚之形參之以四觚則一度至於三十度爲六觚之半三十一度至於九十度爲六觚之全依象限爲弦則半者弧度之弦適等於全者弧度之弦

二簡法之二以六十度內外相距等者加減相求卽互得其度此理卽六觚之理也試爲解之凡形之四方者必合四而成四觚形之三角等者必合六而成六觚六觚之半必一三角形正立兩三角形倒垂相銜而合爲一也每三角形作中垂線而橫分以弦其正立者弦依於六觚之面其倒垂相銜者弦依於半徑之橫自中垂線而分之弦必半於未分者之弦不待智者知之也依六觚之面爲弦以截之其弦卽等於所截之邊依其邊以爲邊猶之乎弦也以邊所截之弦及邊與弦所截之邊猶之乎三觚也依中垂線而垂之猶之垂線也則所截之邊必倍於所截之弦矣平行線而得同度之形幾何此言實爲以形求形之至論今列爲圖明之



三十度至六十度六十度至九十度皆相距三十度是為距弧四十度與八十度距弧皆二十度五十度與七十度距弧皆十度

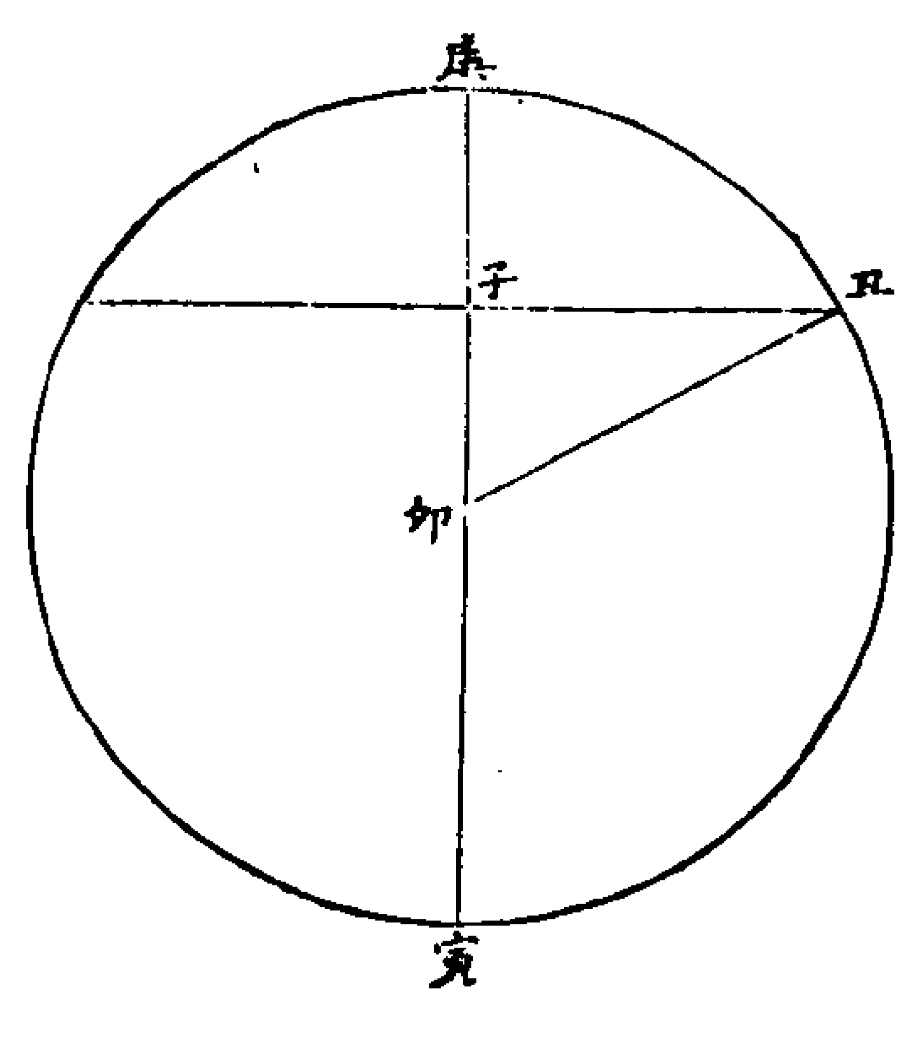


心之所湊者爲角角應乎圜周之度爲角度角度滿於象限爲正角不滿爲銳角過曰鈍角銳角之弧爲鈍角之餘弧其角爲鈍角之外角鈍角之弧爲銳角之餘弧其角爲銳角之外角鈍角之弧過於象限故又曰過弧

李淳風注釋九章算術云刻物作圭形者六枚枚別三面皆長一尺攢此六物悉使銳頭向裏則成六觚之形角徑亦皆一尺更從觚角外畔圜繞爲規則六觚之徑盡達規矣然則曰角曰銳古已名之但李氏所謂角仍觚耳觚爲每面線交接處之稜趙友欽又名爲曲西法所云角卽李氏所云銳頭惟有銳則有鈍矣

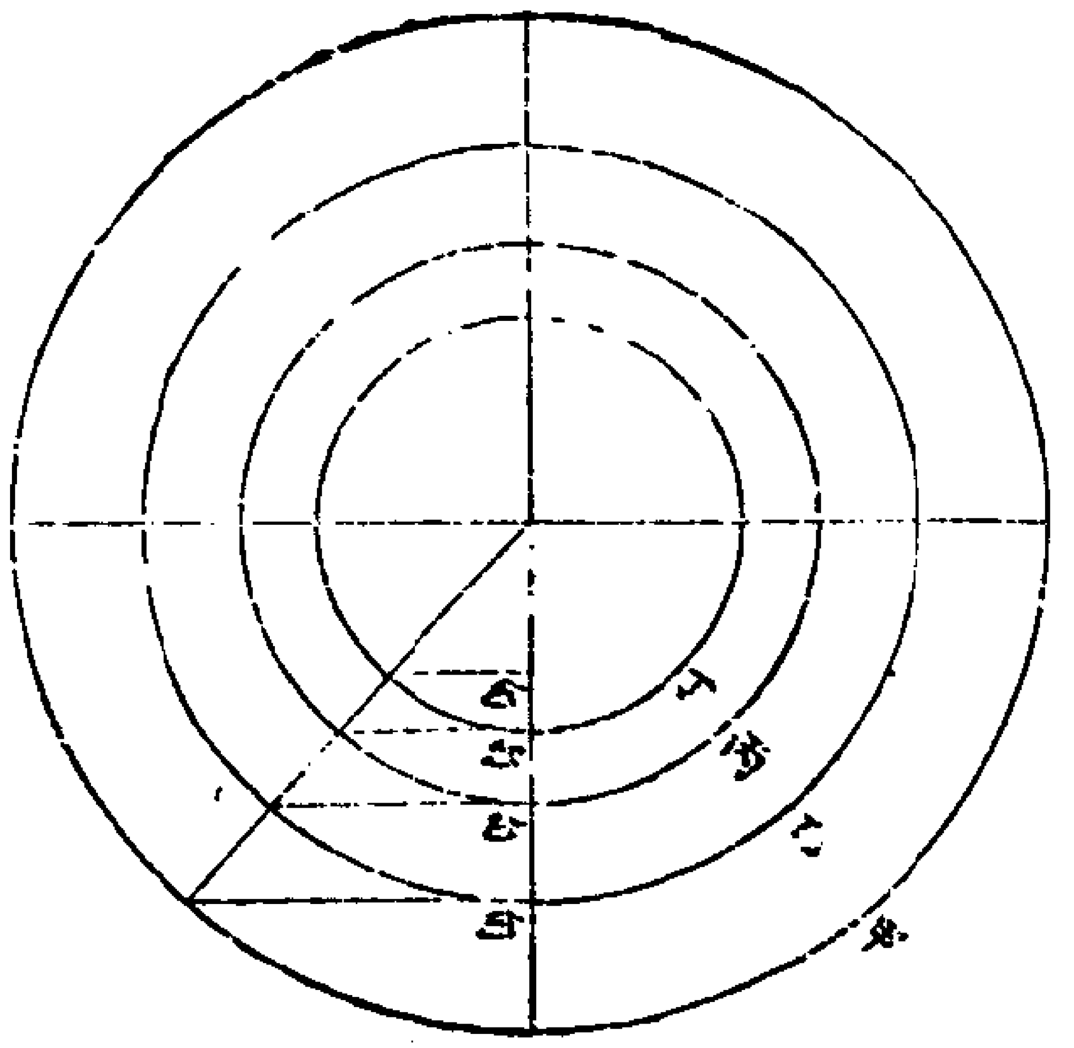
矢之在銳角者爲小矢在鈍角者爲大矢鈍角銳角用弦同用矢異弧三角每線皆弧用止弦切矢較之術馭弧以平則專於矢

一象限止於九十度過此則又爲一象限度雖增而弦不出乎此限也如九十一度之通弦卽八十九度之通弦一百七十九度之通弦卽一度之通弦故銳角之弦與鈍角等銳角主乎限內故半徑在限內者爲矢鈍角主乎限外故半徑在限外者爲矢以象限言之則爲正矢爲餘矢以縱橫分之也以半周言之則爲小矢爲大矢以長短分之也凡大矢減全徑得餘弦小矢減半徑得餘弦凡弧過半周則減半周用餘弧限外之餘弦過三象限則減全圜用餘弧之餘弦矢較詳見後



右圖庚卯丑爲銳角丑卯寅爲鈍角子丑爲正弦庚子爲小矢子寅爲大矢庚丑爲銳角度丑寅爲鈍角

度。以弦爲切。以切爲弦。以割爲半徑。以半徑爲餘弦。各依而規之。皆同其度。是爲距等圈。測量之術以之句股以斜者爲弦。以句股有似於弧。斜者有似於弦也。方田以直者爲弦。以圓周有似於弧。直者有似於弦也。海島算經用兩竿測高。即兩句股之比例。距等圈之義。亦即幾句股層層相疊也。是圈平三角法用之。蓋平三角所求者尺寸。距等圈層層之度皆等。以相等之度比例所求之尺寸。自一寸以至百尺。或高或深。無不脗合。弧三角惟論度不論數。距等之度不待求而自知。故不用也。



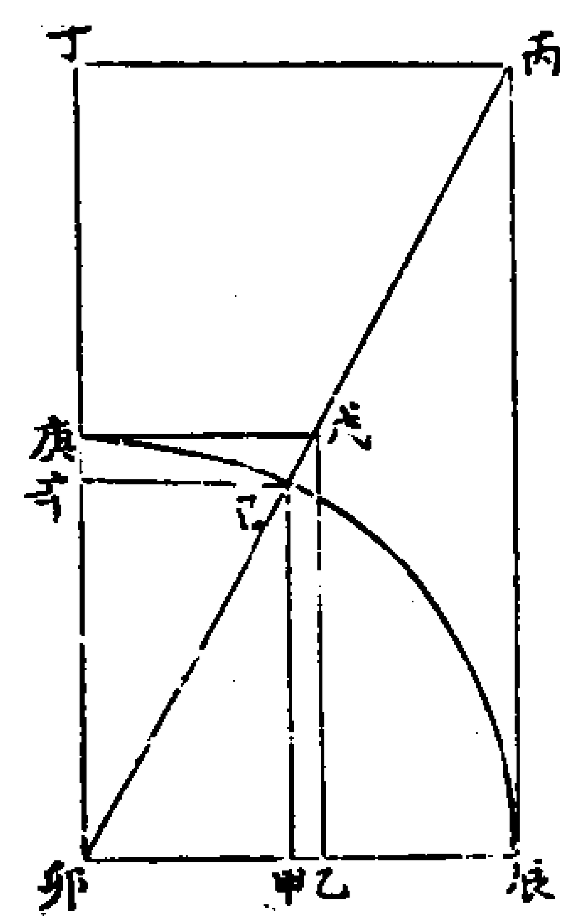
右圖甲乙丙丁四圓周。即距等圈同是句也。在甲爲弦。在乙爲切。在乙爲弦。在丙爲切。在丙爲弦。在丁爲切。

惟半徑橫則爲句。縱則爲股。斜則爲弦。倍之爲割線之準。半之爲正弦之準。視所合以爲之用。故八線者。成於六觚之半徑者也。

割圓起於半徑。而半徑隨弧度之分以爲之截。故角之鈍銳。弦之正餘。皆視乎半徑之所在以爲短長。小大之則不出象限。故不能逃乎半徑。值乎短者小者則半徑斜就之爲弦。值乎長者大者。則半徑縱橫合

之以爲句股。故弦之與徑。猶切之與割。亦猶徑之與餘割。割之於徑。猶徑之與餘弦。亦猶餘割之與餘切。皆自然之數也。以一六觚之形剖而半之。則半徑必半於兩形相貫之半徑。兩形相貫之徑。即六十度之割線也。故正弦與半徑不啻半徑與餘割。由是而推之正割之較半徑多一圓外短線。半徑之較餘弦多一圓內短線。弦切以圓周內外爲限。故半徑與餘弦猶之正割與半徑。而半徑與餘切。猶正割與餘割。正弦與餘弦。亦猶正割與餘割。均可知矣。梅勿菴弧三角舉要第五卷。分相當之法九。互視之法十二。推明

其錯綜反變之理謂八綫比例同宗半徑凡一率乘四率二率乘三率皆等於半徑自乘可云至精至悉矣而以六觚之理衍之益信劉氏割圓之術爲西人不能外也



右圖庚己三十度己辰六十度庚卯己卯辰卯皆半徑丁丙戊乙同辛己己甲皆正弦亦卽餘弦卯甲辛卯同庚戊丙辰皆正切卯乙丁卯同以四率相求明之於左

正弦辛己 半徑己卯 半徑丁丙 餘割丙卯
餘弦辛卯 半徑卯己 半徑庚卯 正割卯戊
正切戊庚 半徑庚卯 半徑丙丁 餘切丁卯
正弦己辛 餘弦辛卯 半徑丙丁 餘切丁卯
餘弦甲乙 正弦己辛 半徑乙戊 正切戊庚
正割卯戊 正切戊庚 半徑卯己 正弦己辛
餘割卯丙 餘切丙辰 半徑卯己 餘弦己甲

正割卯戊 餘割卯丙 半徑卯庚 餘切卯丁
餘割丙卯 正割戊卯 半徑辰卯 正切乙卯
正弦卯甲 正切卯乙 餘切卯丁 餘割丙卯
餘弦己甲 餘切丙辰 正切庚戊 正割戊卯
正弦卯甲 餘弦甲己 正割卯己 餘割卯丙

勿菴互視之法有他弧本弧相求九則按之前十二則已盡之但變名耳今釋於後

他弧正弦卽餘弦 他弧餘弦卽正弦 他弧餘割卽正割
他弧正割卽餘割 他弧正切卽餘切 他弧餘切卽正切

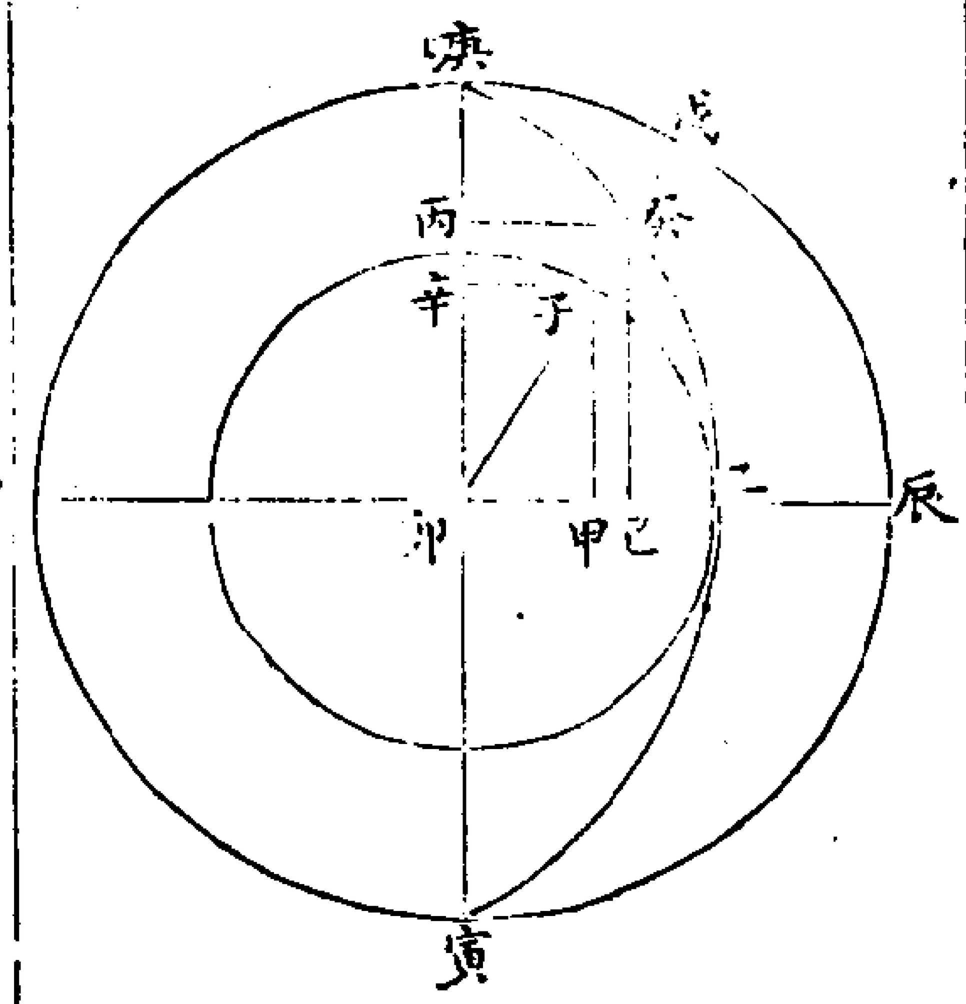
門人汪昌序 校字
男 廷琥

釋弧卷中

江都焦循學

平三角自內以例外。弧三角自外以例內。內弧之度。成於半周。與距等圈之度異。

距等之周。本小於圓周。小周大周同度。故以大當大。以小當小。亦同度兩半周之大同。而兩徑之間。一當大。一當小。則其度遂不同矣。蓋平三角所求者尺寸。必以度與尺寸相比例。故同度之中。而有不同。弧三角所求者角度。自一度以至半周。不出大弧之內。故不同度之中。而有同爲之理也。

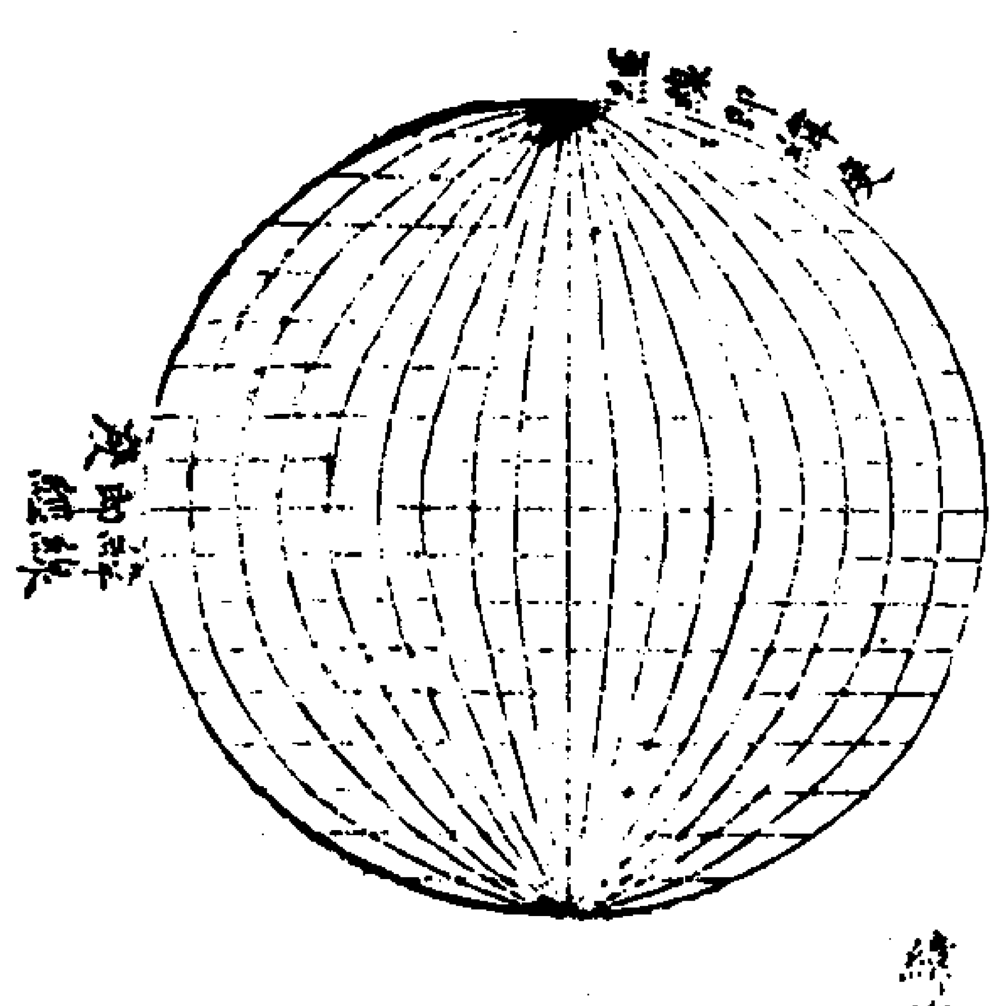


右圖子乙爲距等圈。庚乙寅爲半周。同於庚辰寅。戊卯半徑所截。在距等圈。則子辛子甲爲弦。在半周。則癸丙癸己爲弦。子乙與戊辰大小同度。癸乙與戊辰

大小不同度。

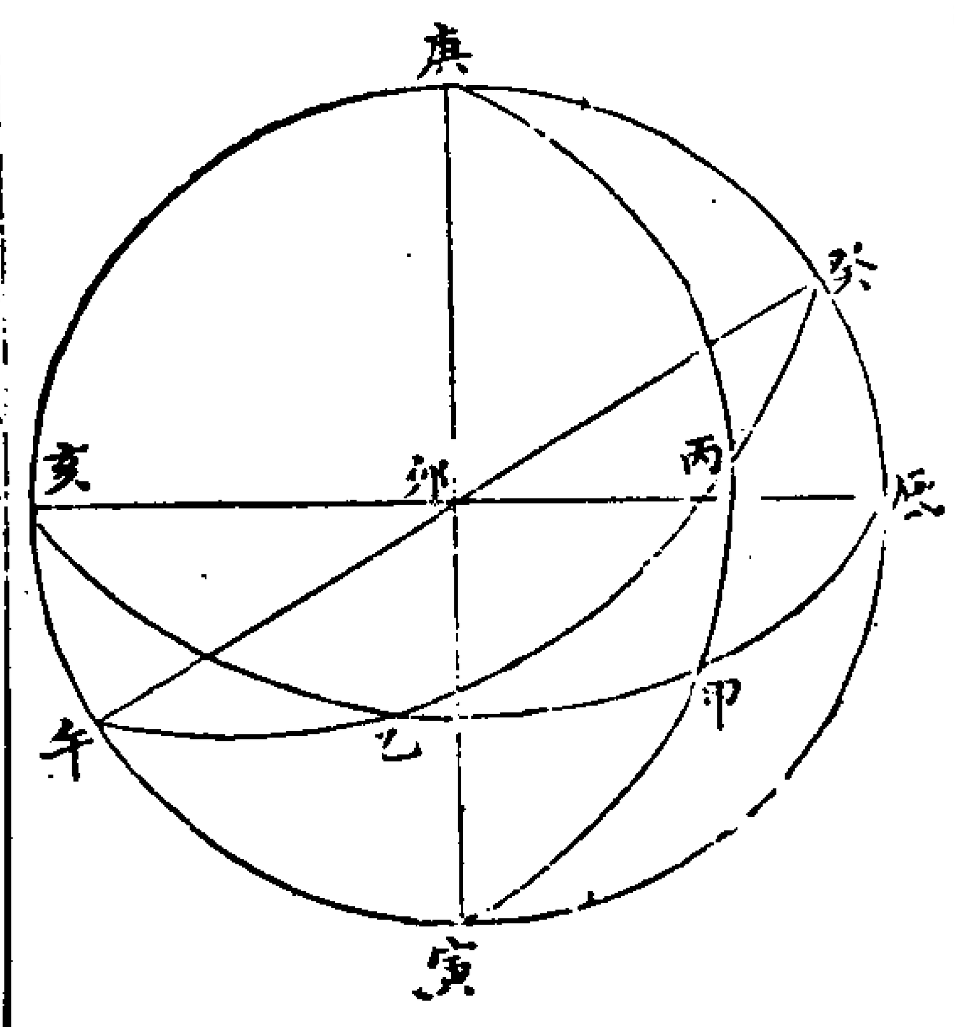
平三角所以測平圓也。弧三角所以測渾圓也。渾圓之周。等於平圓。其綫之帀於渾圓者。皆爲圓周。半之皆半周。半周之縱絡者曰經。距等圈之橫亘者曰緯。爲緯綫者爲經度。爲經綫者爲緯度。

大戴禮云。南北爲經。東西爲緯。經之半周。所以有百八十度者。緯綫成之也。緯之半周。所以有百八十度者。經綫成之也。以綫言之。則縱爲經而橫爲緯。以度言之。則縱爲緯而橫爲經。求黃赤道之度。即求北極剖分之三百六十綫也。求過極經圈之度。即求黃赤距緯之距等圈也。今恐易於惑人。惟以弧角言之。而辨明於此。



緯線即距等圈

線以曲而成弧弧以交而成角弧之去角適當半徑者爲角度不合者爲弧度正角用半徑鈍角銳角各用其弦切渾圓之弦切即平圓之弦切也



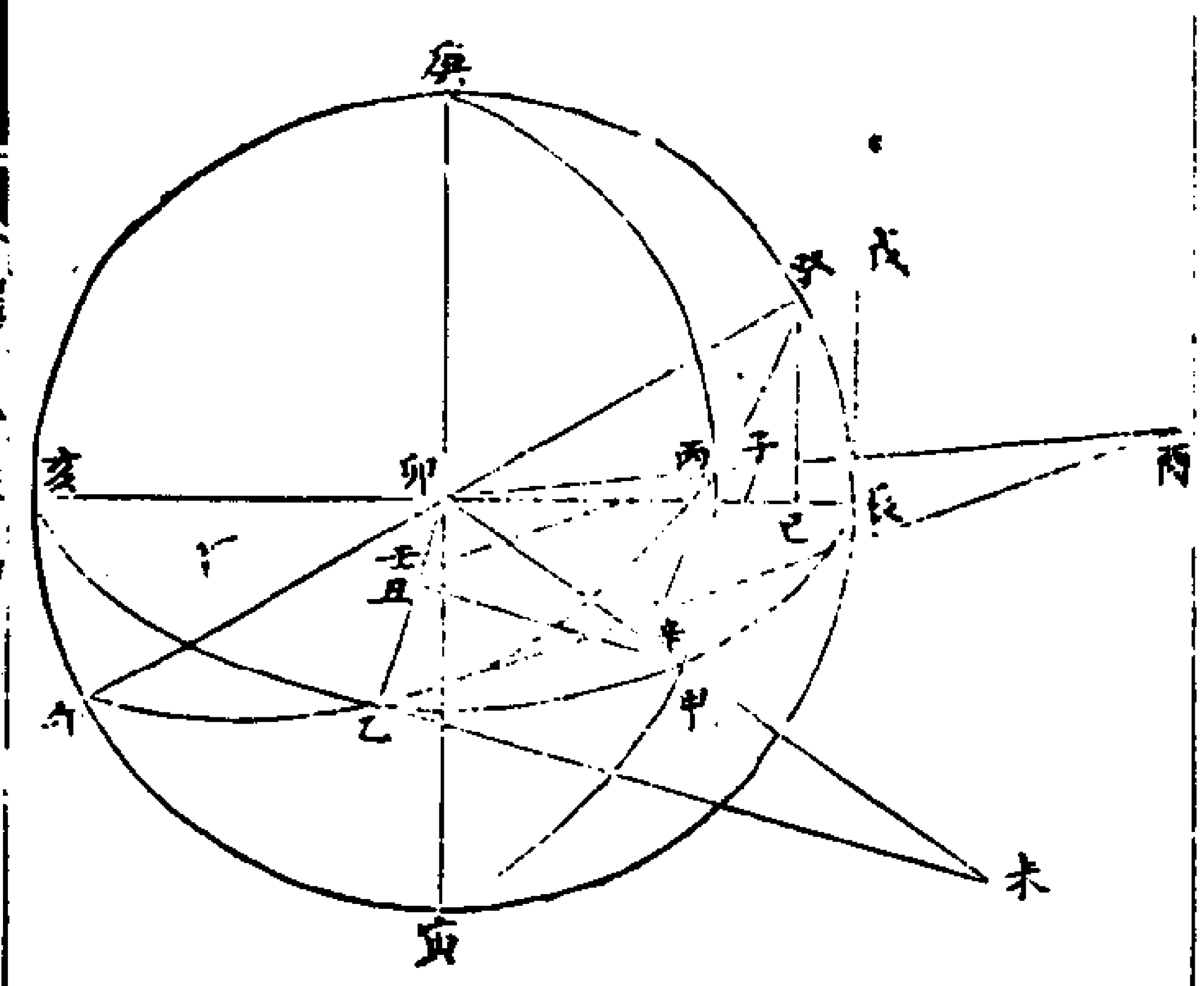
右圖癸乙午亥乙辰庚丙寅皆半周相交成甲乙丙三角形即弧三角也癸辰爲乙角度丙甲爲弧度午寅爲丙角度乙甲爲弧度庚亥爲甲角度乙丙爲弧度

渾圓之冪弧有短長爲弧則遇爲弦則遠各主一周互爲高下欲知其端必辨厥角角之在心者切所集也角之近極者弦所湊也在心者兩經兩緯之交也近極者經緯之斜交也經緯之正交者正角也正角居半徑之間從乎縱則成切從乎橫則成弦故對弧之切連於右弧之弦右弧之切連於左弧之切左弧之弦連於對弧之弦皆因諸其角也

平圓半徑以每度分之則有三百六十皆自心達於周渾圓之周以徑線分之則有三百六十每周半徑三百六十共得半徑一十二萬九千六百皆自心達於渾圓之冪每周內弧線滿乎九十度則兩平圓相銜共一半徑若不及九十度而有弧以截之則自所截之處必交爲二角此二角之弦必行於心之外冪之內隨所截之多寡以爲高下切線皆在冪外總之每一弧即爲一平圓周之所截三弧雖合成一三角形其實爲三平圓之周所成故各依平圓周爲切爲

弦必不能相交而成三角矣經與經交緯與緯交必居正中（經交在赤道之中緯交在兩極之中）經緯十字相交必爲正角居經角緯角之偏（自一度以至九十度）其經緯斜交在經角必近兩分在緯角必近兩極自心旁行由高向下故綫浮冪外爲切由側向心故綫行渾圓體中爲弦正角一旁由高向下一旁由側向心故一綫在外一綫在內也對弧左弧右弧之稱以所知之角定之而角度與對弧爲一例其左右之弧即與角度之兩半徑爲側大約對弧之弦切與角度之弦切爲例其左右弧之當正角者與半徑餘弦爲例其左右弧之當鋭角者與半

徑正割爲例正角則恒爲半徑之例也



測量全義第七卷第一題下有圖爲赤道卽右亥甲辰半周爲黃道卽右午丙癸半周爲極至交圈卽右庚辰寅亥全周（二分爲心則兩至爲各度）爲過極經圈卽右庚丙寅半周爲黃赤距度之垂綫成弦切割餘弦卽右癸辰度之戊辰（切）癸巳（弦）卯癸（割）卯己（餘弦）自黃道垂綫爲經圈正弦又垂綫爲黃弧正弦卽右丙辛丙丑兩正弦自赤道作綫上行爲經圈正切又旁行爲赤弧正弦卽右子甲切與甲壬弦以赤弦合經切爲半徑與角切之比例以黃弦合經弦爲半徑與角弦之比例梅氏弧三角舉要以雅谷所圖闕黃赤二弧之切則舉

角可以求弧舉弧不可以得角乃補二綫爲乙未爲乙酉（圖之）有此二切可以爲半徑餘弦之比例可以爲正割半徑之比例正弧三角於此盡矣乃雅谷於經弦黃弦之端與赤弦經切之端作虛綫連之爲直綫直角形（卽句股形）弧三角舉要因之爲五句股以明其相似又取九章商功之塹堵鼈臑明立三角之理蓋自弧言之爲弧三角自弦割半徑言之則爲立三角觀其裏可知其表也戴東原句股割圜記本之爲立三角三成圖一成兩切也二成一弦一切也三成兩弦也以赤爲句以經爲股以黃爲弦兩切爲弦句加以虛

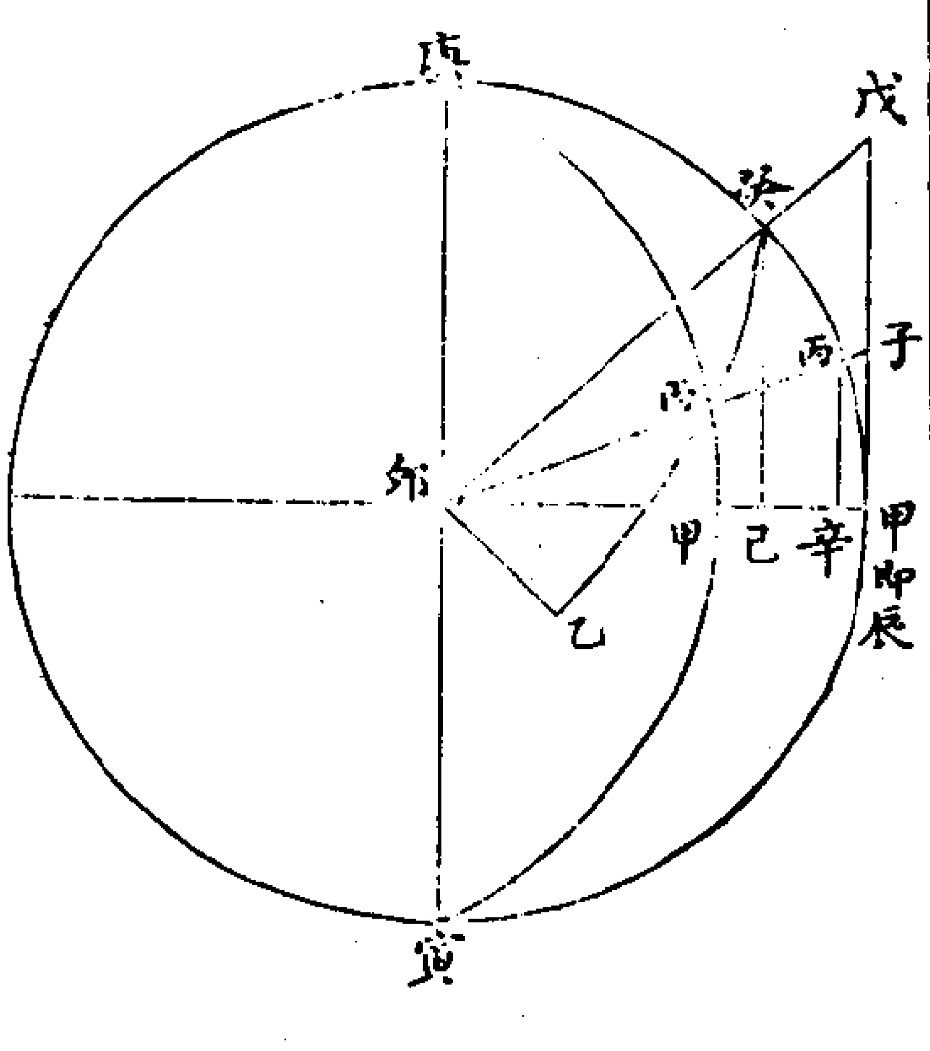
股兩弦爲弦股加以虛句一弦一切爲句股加以虛弦亦緣全義舉要之圖分析明之以盡其致也循謂黃赤兩道夾經綫之弧爲角度則自一度以至九十度其度移則相距之經度亦移多寡均可以相例則乙丙甲之三弧等於乙癸辰之三弧其相似而可爲比例也不待辨而自見惟平圜八綫之法所以用弦切者固以曲綫不可算必直之而後可算也直之而後算則任以一半徑爲底直其內爲弦直其外爲切此自然之理也有弦則短半徑以就之爲餘弦有切則縮半徑以就之爲正割亦自然之理也今三弧皆

曲綫。其不可算。猶之乎平圜之一弧也。（如卯癸辰止癸辰一弧爲曲綫）皆曲綫而欲算之。必皆直之爲弦切無惑也。其乙癸辰之三弧。乙癸乙辰皆滿弧限。皆以半徑爲弦。與心與角度無高下之不齊。故其端相遇。然黃弦卯癸與角弦癸巳爲弦股。則赤弦卯辰卽不可以爲句。赤弦卯辰與角切戊辰爲句股。則黃弦卯癸卽不可以爲弦。黃弦卯癸與赤弦卯辰爲弦句。則角之弦切。均不可以爲股。所有之餘弦正割。仍癸辰角度之半徑所成。非增損黃赤兩弦以就之也。因角度應有之半徑與黃赤之弦適合。故槩曰用半徑。不知同一半徑。而各

有所主也。如以酉乙黃切。例卯癸半徑。以乙未赤切。例卯巳餘弦。此半徑爲乙癸之弦。餘弦自屬角度癸辰。與乙辰之弦無涉。以卯辰半徑。例赤切乙未。以卯戊正割。例黃切酉乙。此半徑爲乙辰之弦。正割自屬角度癸辰。與乙癸之弦無涉。此卯戊正割。卯巳餘弦。與戊辰正切。癸巳正弦爲一類。不屬諸黃赤兩弦。顯然可見。旣爲緯度所截。成乙丙甲三弧。而每弧皆曲。猶之乙癸辰三弧。每弧皆曲也。乙癸乙辰滿限。用半徑爲弦。截爲乙丙乙甲。不滿象限。自當別爲弦切。試自乙丙丙甲甲乙三弧各剖爲平圜。則各有半徑。（卯丙卯甲

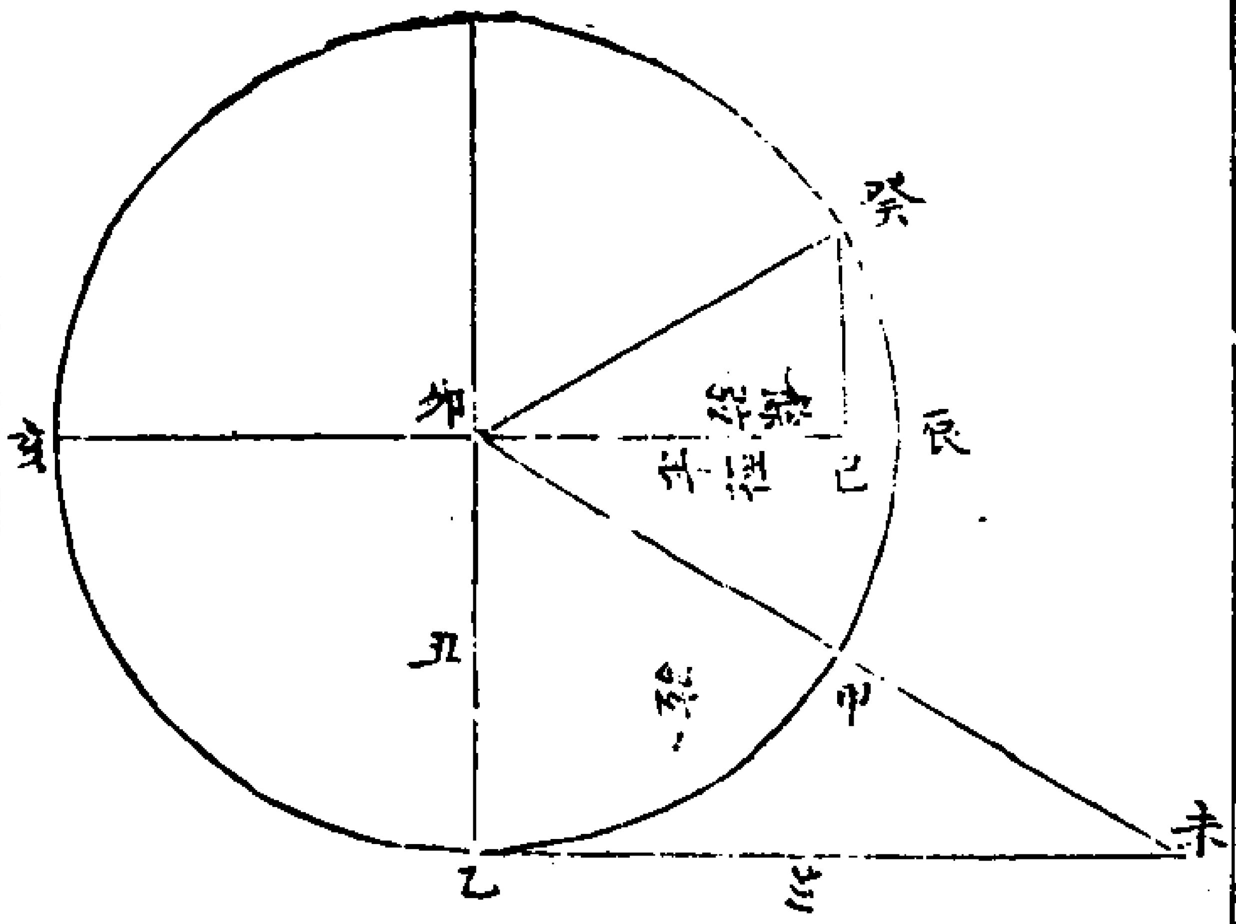
卯乙）各有餘弦。（卯辛卯丑卯壬）各有正割。（卯子卯酉卯未）與角度等。又何詫於黃赤兩弧之切。出於體外哉。其酉乙與乙未連。不與子甲連。猶卯癸與卯辰連。不與戊辰癸巳連也。其丙丑與丙辛連。不與甲壬連。猶卯癸與卯己連。不與卯辰連也。子甲與甲壬連。不與丙丑連。猶戊辰與卯辰連。不與卯癸連也。惟其有一綫之不連。此半徑之或與弦用。或與切用。所以各有指歸。而乙丙甲三弧之弦切。不能漫取爲例。亦於是乎定。故相似比例之義。觀乙癸辰與乙丙甲兩形可見。設爲虛綫。轉令炫矣。今不以立三角明之。而廣諸半周爲全圜。以明三

弧比例之義。

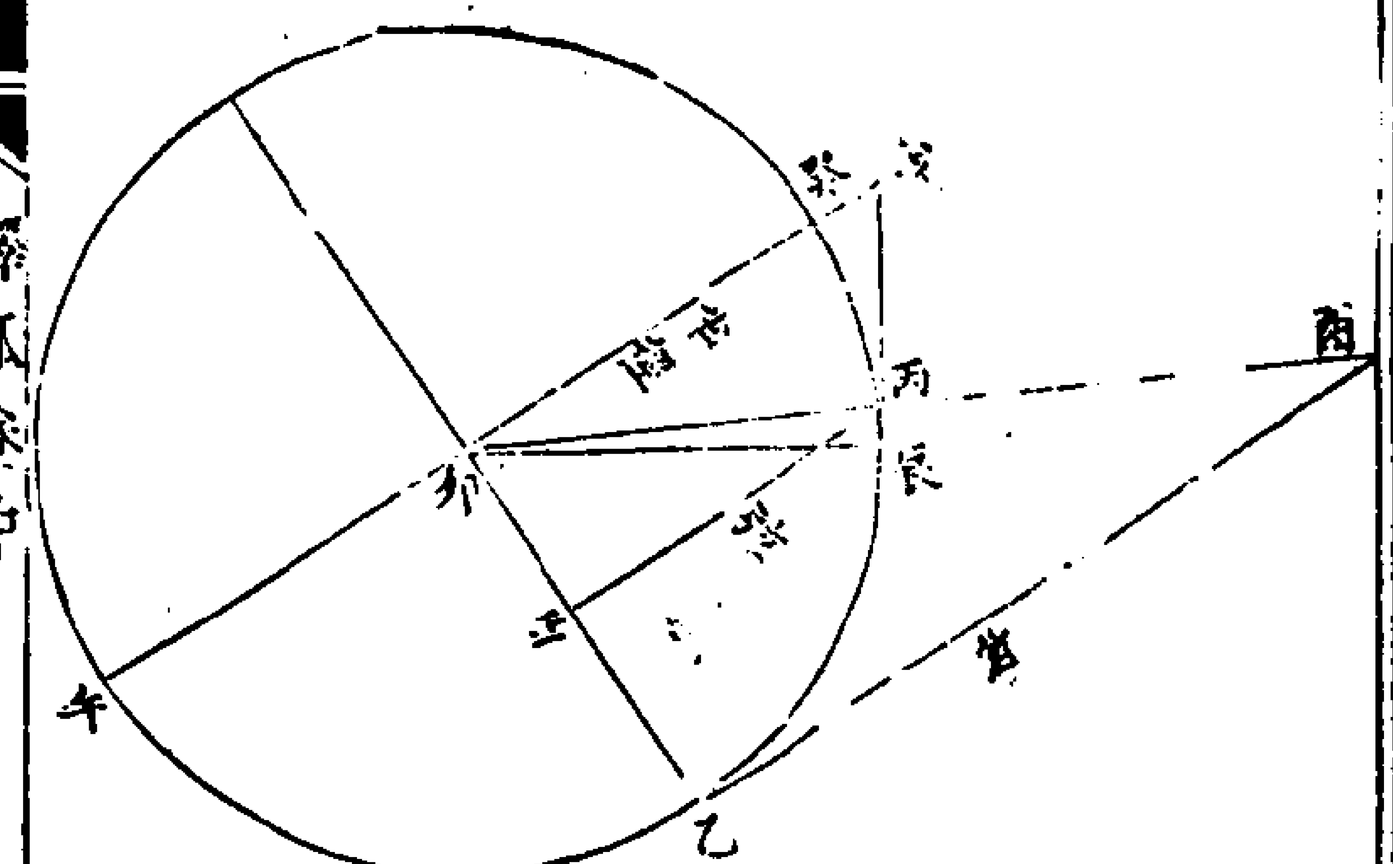


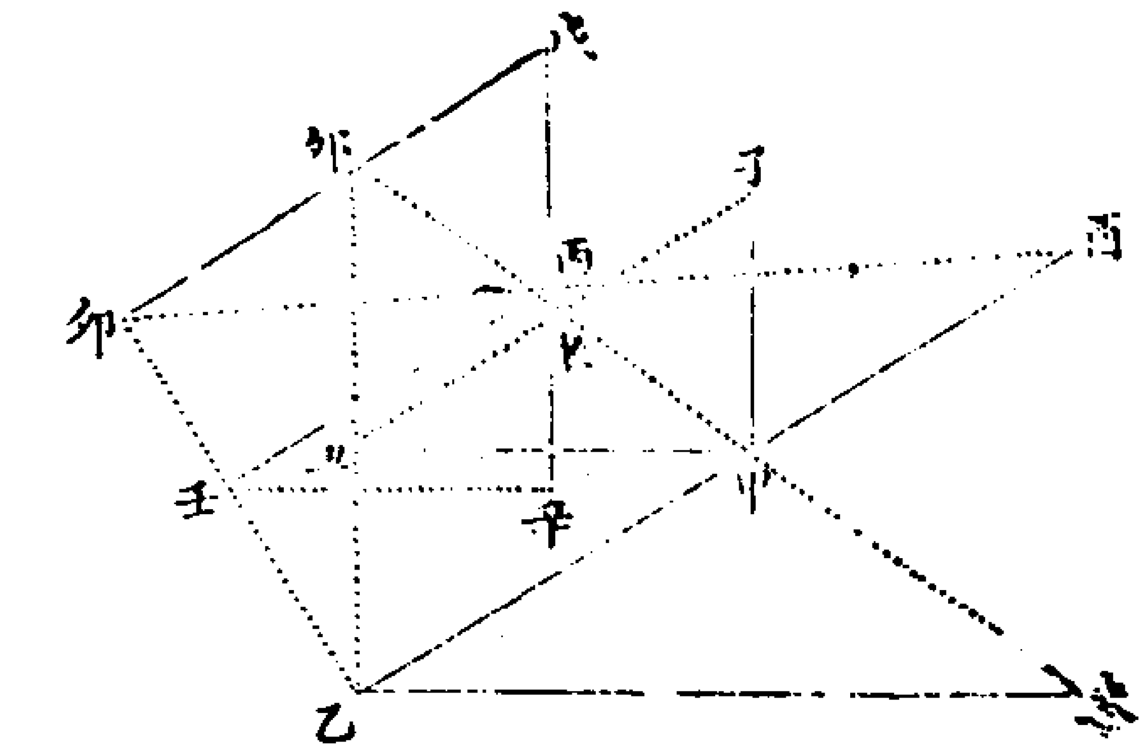
右圖庚甲寅與庚辰寅側交。如一瓣瓜形。從圜外截之於癸。則得癸辰角度。截之於丙。則得丙甲角度。卯

丙與卯癸同是半徑也。庚甲與庚辰同是象限也。剖庚辰寅爲平圓而卯癸截之。剖庚甲寅爲平圓而卯丙截之。其爲角度其有弦有切有割無不同。而卯癸所截之癸辰得稱角度。卯丙所截之丙甲。不得稱角度何也。弧三角以弧線爲主。所以截自癸者以癸乙弧交庚辰於癸也。截自丙者以丙乙弧交庚甲於丙也。乙癸滿一象限。乙丙不滿一象限。故丙甲在平圓同是角度而在弧線不得爲角度也。惟其在平圓同是角度伸丙甲合諸癸辰則子甲切猶之戊辰切丙辛弦猶之癸巳弦。得爲比例。卯戊割與卯子割不平行則不得爲比例也。



右二圖伸甲乙弧爲辰乙亥平圓合諸癸辰弧之平圓則乙未正切。丑甲正弦與卯辰半徑平行。卽與卯己餘弦平行。故乙未切。丑甲弦得與卯辰半徑。卯己餘弦爲比例。而卯未割線不與卯癸割線平行。因而卯乙半徑亦與癸辰弦線相差均不可爲比例矣。伸丙乙弧爲癸乙午平圓合諸癸辰弧之平圓。則乙酉正切。壬丙正弦與卯癸半徑平行。卽與卯戊割線平行。故乙酉切。壬丙弦。得與卯癸半徑。卯戊割線爲比例。而卯酉割線不與卯辰半徑平行。卯乙半徑不與戊而切線平行。不可爲比例矣。

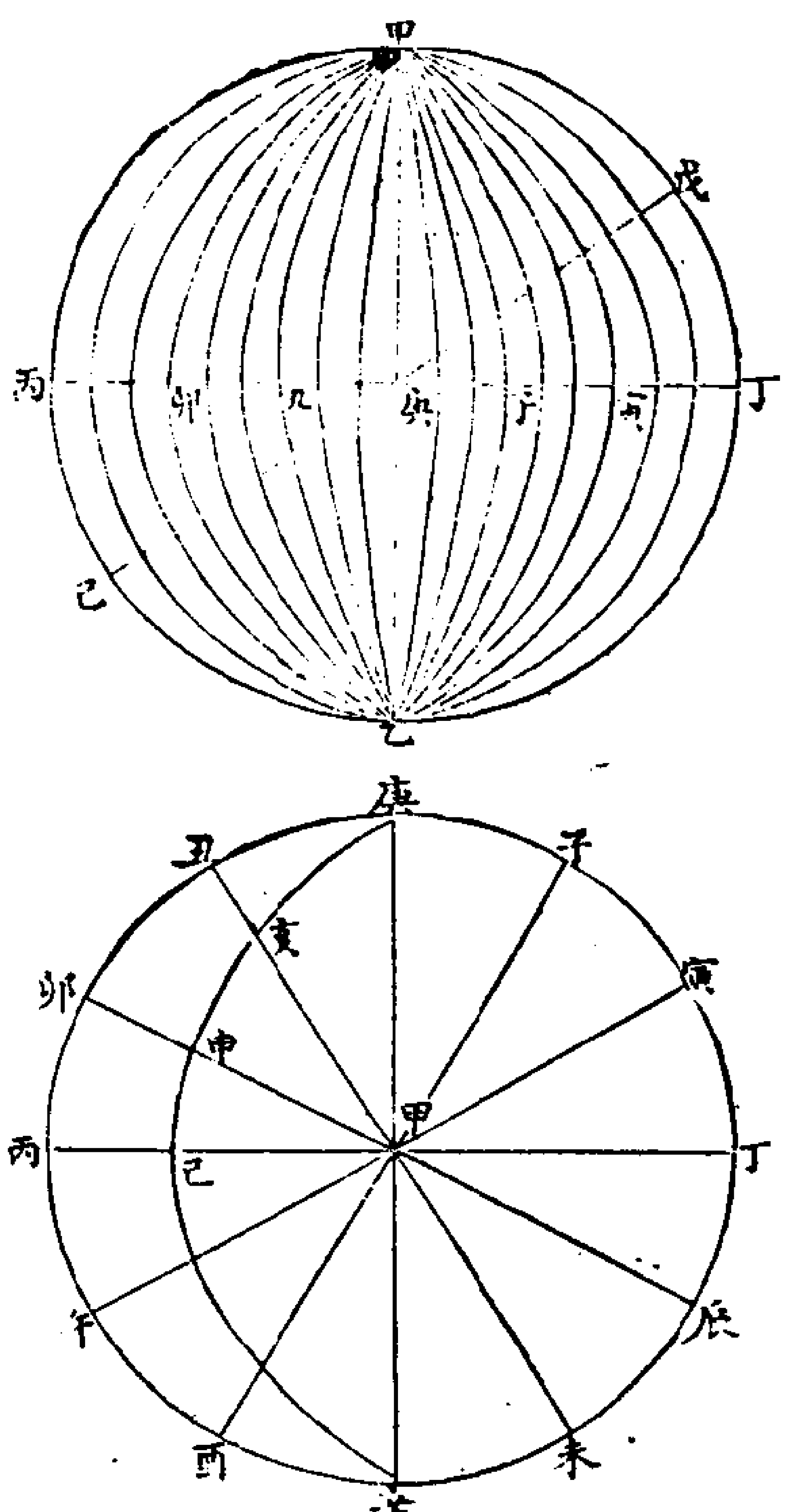




右圖戊卯辰子丑甲丙壬辛酉乙未四形相等可為比例酉卯乙未卯乙與戊卯辰不相等故不可為比例子甲為丙甲弧之切甲丑為甲乙弧之弦合之以例戊丙與丙卯丙辛為丙甲弧之弦丙壬為丙乙弧之弦合之以例丙戊與戊卯酉乙為乙丙弧之切未乙為甲乙弧之切合之以例戊卯與卯辰觀於此圖而弧三角比例之理如視掌矣

角度在經則經之弧皆正角度在緯則緯之弧皆正緯線不為角而為弧則交於緯之正弧者為斜弧經線不為角而為弧則交於經之正弧者為斜弧有兩正弧乃有一正角有正角而後半徑可用也

凡弧三角三角正三弧足者兩正角兩足弧者均無俟算而自知其待算者或正角一鈍角二或正角一銳角二或正鈍銳各一或大弧二小弧一或三弧並小皆謂之正弧正弧者弧之正行不斜之謂也三正角兩正角既不用算三鈍三銳及二鈍一銳二銳一鈍並為斜弧之角故正弧之角止於三類三足弧兩足弧既不用算三大弧為三鈍之弧二大二小必無足弧二小一大二大一小均必兩銳一鈍皆斜弧之弧故正弧之弧止於二類其兩銳兩鈍又有同度不同度之分而比例之法一也



右圖甲庚丁為三正三足甲丁寅為兩正一銳兩足一小甲丁卯為兩正一鈍兩足一大庚亥未為一正

二鈍庚亥丑爲一正二銳亥辛未爲正銳鈍各一庚
申辰爲二大弧一小弧庚申卯爲三小弧兩緯交則
角度在經如戊丁是也丁丙爲緯正弧與甲丁甲寅
等經線交皆成正角戊己於丁丙爲斜弧若經線所
交以緯爲角如丁寅子卯之類則庚又爲丁甲丙之
極而已庚之斜弧爲正弧甲寅甲子甲丑甲卯諸正
弧又爲斜弧矣

角度對弧求右弧

一率角度切　二率對弧切　三率半徑　四率右弧弦

角度對弧求左弧

一率角度弦　二率對弧弦　三率半徑　四率左弧弦

角度右弧求對弧

一率半徑　二率角度切　三率右弧弦　四率對弧切

角度左弧求對弧

一率半徑　二率角度弦　三率左弧弦　四率對弧弦

角度右弧求左弧

一率角度餘弦　二率半徑　三率右弧切　四率左弧切

角度左弧求右弧

一率角度正割　二率半徑　三率左弧切　四率右弧切

對弧右弧求角度

一率右弧弦　二率對弧切　三率半徑　四率角度切

對弧左弧求角度

一率左弧弦　二率對弧弦　三率半徑　四率角度弦

右弧左弧求角度

一率右弧切　二率左弧切　三率半徑　四率角度正割

斜弧之垂線曰垂弧在內曰形內垂弧在外曰形外垂
弧角兩銳上鈍角而內垂得正角二上銳角而內垂得
正角一一正角不可以算故上鈍角必內垂上銳角必
外垂上鈍角則下之類同也上銳角則下之類異也

九章算術題云今有圭田廣十二步正從二十一步

圭田卽三銳角形正從者中垂線也有中垂線則分
爲兩句股故半其廣而以正從除之化三角爲句股
之理已發蒙於是蓋兩句股相背三銳角也有全形
闕半者一銳角一鈍角居於下也合者分之作其股
於中則爲中垂線闕者補之作其股於外爲外垂線
三角均銳爲中垂無疑惟兩銳一鈍則或中或外不
可豫定何也凡三角必剖爲兩句股以兩銳向下其
上或銳或鈍自中剖之兩形皆句股若一銳一鈍向
下其上之銳角不能居正中而斜偏於一畔依鈍角
中垂則必不能得兩句股故宜自銳下垂處作一小

句股以補成一大句股測量全義云凡底邊兩旁角爲同類垂弧在形內若異類垂弧在形外勿菴以兩鈍雖同類不可以內垂兩鈍一銳雖異類不可以外垂然兩鈍一銳必用次形次形之內垂外垂仍不外同類異類之例也

垂弧之法非別有術也垂弧者所以欲得正角也斜弧無半徑徑用之不得斜弧得正弧矣得正弧斯得斜弧矣

粟米章法賤實貴之術不可以平除而先以平除得之然後加減得其貴賤斜弧之理亦如是耳先得正

弧或在形外或在形內皆得諸自然既得而以形名之故謂之垂弧有垂弧而更求斜弧猶平除而後得貴賤也

垂弧之法無定角也視其所舉也舉兩角一弧則垂於不舉之角舉兩弧一角則垂及於不舉之弧連角之弧其不連之端弧之所垂也內垂之法得其半而求其半外垂之法得其全而用其虛

內垂惟一角分爲兩角一弧分爲兩弧與原角原弧不同其左右之兩角兩弧則與正角共之也故隨取一兩畔之一角一弧合正角求之得中線外垂之鈍角廣而爲正角一銳角因垂線增之一弧設於形內一弧增長皆異於原角原弧其餘一弧一角則與正角共之故合正角求之得外線

正弧之法舉二可得有正角也斜弧之法舉二不可得無正弧也

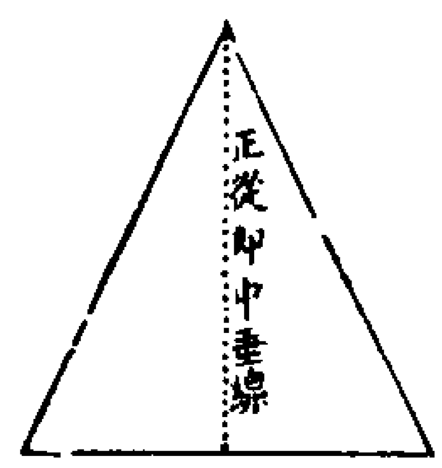
求正弧者有一弧一角或兩弧合正角爲三斜弧必舉兩弧一角或兩角一弧其故何也一弧一角合正角求得垂線又必有一弧或一角合此垂線及正角乃可得其斜也

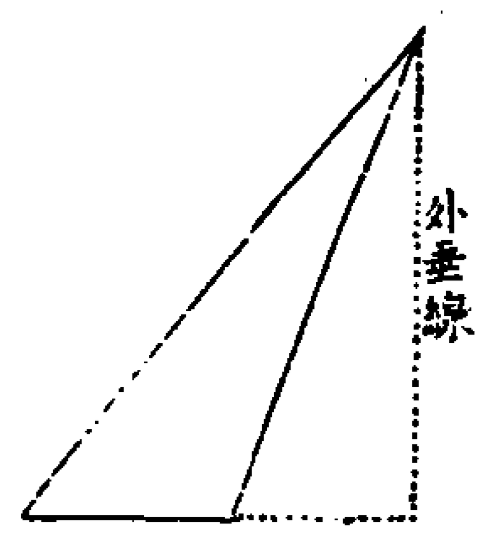
平角之垂例以正弦弧角之垂例以半徑平角之垂有三邊而角可得也弧角之垂有三邊而不等則角不可得也

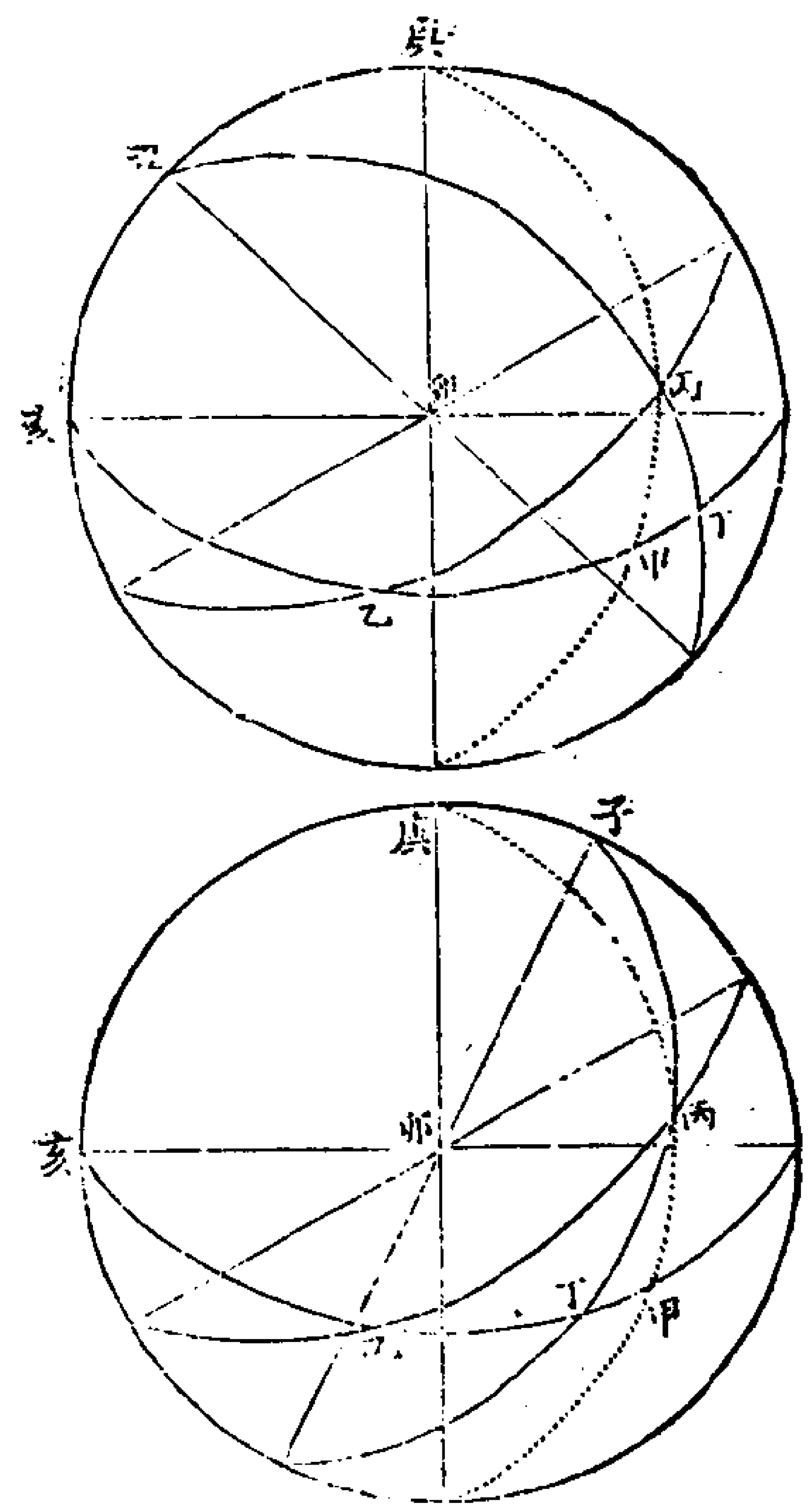
三弧求角之法可施於正弧若斜弧惟三弧中有二弧相等者而後可葢正弧有三弧任取二弧與正角合求則得角斜弧之三弧自中作垂線則兩形均止一弧與正角同其底弧中分爲二惟兩要之弧相等則垂弧所折半之底弧亦相等故可分底弧之半與正角及所知之弧求得角也苟兩要有大小則底弧爲垂弧所分者亦有大小其數不可知矣

平角之垂有一鈍角無兩鈍角垂線得而盡也弧角之

垂有二鈍角有三鈍角垂弧不得而窮也惟兩銳角而
後成平角之形惟平角而後得弧角之度
弧線皆曲故有二鈍三鈍之角弧必改爲弦切則亦
平三角矣兩鈍三鈍之䙝在平角必不能成三角形
故弧角之兩鈍三鈍者不可改爲平三角形卽不可
作垂弧也







右圖甲爲正角甲丙乙爲正弧三角易甲爲丁則變
爲斜弧三角丁爲銳角則丙甲爲形內垂弧丁爲鈍
角則丙甲爲形外垂弧庚甲亥如庚卯亥丑丁亥如
丑卯亥子甲亥如子卯亥觀此正銳鈍可見乙角乙
丙弧爲甲乙丙正弧三角之所有亦卽爲乙丙丁斜
弧三角之所有故據此可求得正弧有正弧以爲之
推移斜弧可求得矣今用甲乙丙丁爲識表其算例
於左

有乙角有乙丙弧有丁丙弧求乙丁弧
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙甲弧
次以甲角丁丙弧丙甲弧求得甲丁弧次以乙甲弧
併甲丁弧得乙丁弧
有乙角有乙丙弧有乙丁弧求丁丙弧
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙甲弧
次以乙甲弧減乙丁弧得甲丁弧次以甲角甲丁弧
丙甲弧求得丁丙弧
有乙角有丙角有乙丙弧求乙丁弧
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙丙半
角又求得乙甲弧次以乙丙半角減丙角得丁丙半
角次以丁丙半角甲角丙甲弧求得甲丁弧次以乙

甲弧併甲丁弧得乙丁弧

有乙角有丙角有乙丙弧求丁丙弧

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙丙半角次以乙丙半角減丙角得丁丙半角次以丁丙半角甲角丙甲弧求得丁丙弧

有乙角有丁角有乙丙弧求乙丁弧

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙甲弧次以丁角甲角丙甲弧求得丁甲弧次以丁甲弧併乙甲弧得乙丁弧

有乙角有丁角有乙丙弧求丁丙弧

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丙甲弧丁角甲角求得丁丙弧

有乙角有乙丙弧有乙丁弧求丙角

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙甲弧次以乙甲弧減乙丁弧得甲丁弧次以甲丁弧丙甲弧甲角求得丁丙半角次以乙甲弧乙丙弧甲角求得乙丙半角次以乙丙半角併丁丙半角得丙角

有乙角有乙丙弧有乙丁弧求丁角

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丙甲弧乙丙弧甲角求得乙丙半角次以乙丙半角乙丙弧甲角求得乙甲弧次以乙甲弧減乙丁弧得甲丁弧次以甲丁弧丙甲弧甲角求得丁角

有乙角有乙丙弧有丁丙弧求丙角

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙丙半角次以丙甲弧丁丙弧甲角求得丁丙半角次以丁丙半角併乙丙半角得丙角

有乙角有乙丙弧有丁丙弧求丁角

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丙甲弧丁丙弧甲角求得丁角

有乙角有丁角有乙丙弧求丙角

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙丙半角次以丙甲弧甲角丁角求得丁丙半角次以丁丙半角併乙丙半角得丙角

有乙角有丙角有乙丙弧求丁角

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丙甲弧乙丙弧甲角求得乙丙半角次以乙丙半角減丙角得丁丙半角次以丁丙半角丙甲弧甲角求得甲丁弧次以甲丁弧丙甲弧甲角求得丁角

形內垂弧 按所舉乙角乙丙弧故以乙角為本角若所舉丁角丁丙弧則丁角為本角矣若乙角與乙丁弧並舉或與丁丙弧並舉則垂弧並在丁

有乙角有乙丙弧有丁丙弧求乙丁弧
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以乙角甲角
丙甲弧求得乙甲弧次以丁丙弧丙甲弧甲角求得
甲丁弧次以甲丁弧減乙甲弧得乙丁弧
有乙角有乙丙弧有乙丁弧求丁丙弧
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙甲弧
次以乙甲弧減乙丁弧得丁甲弧次以丁甲弧丙甲
弧甲角求得丁丙弧
有乙角有丙角有乙丙弧求乙丁弧
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以乙角甲角

丙甲弧求得乙甲弧次以乙甲弧丙甲弧甲角求得
丙全角次以丙全角減丙角得丙半角次以甲丙弧
丙半角甲角求得丁甲弧次以丁甲弧減乙甲弧得
乙丁弧
有乙角有丙角有乙丙弧求丁丙弧
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丙甲弧乙
丙弧甲角求得丙全角次以丙全角減丙角得丙半
角次以丙半角甲角丙甲弧求得丁丙弧
有乙角有丁角有乙丙弧求乙丁弧
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧又求得乙甲弧

次以丁角減半周得丁外角次以丁外角甲角丙甲
弧求得甲丁弧次以甲丁弧減乙甲弧得乙丁弧
有乙角有丁角有乙丙弧求丁丙弧
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丁角減半
周得丁外角以丁外角甲角丙甲弧求得丁丙弧
有乙角有乙丙弧有乙丁弧求丙角
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧以丙甲弧乙丙
弧甲角求得丙全角又求得乙甲弧次以乙甲弧減
乙丁弧得丁甲弧次以丁甲弧丙甲弧甲角求得丙
半角次以丙半角減丙全角得丙角

有乙角有乙丙弧有乙丁弧求丁角
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丙甲弧乙
丙弧甲角求得乙甲弧次以乙甲弧減乙丁弧得丁
甲弧次以丁甲弧丙甲弧甲角求得丁外角次以丁
外角減半周得丁角
有乙角有乙丙弧有丁丙弧求丙角
先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丙甲弧丙
丁弧甲角求得丙半角次以丙甲弧乙丙弧甲角求
得丙全角次以丙全角減丙半角得丙角
有乙角有乙丙弧有丁丙弧求丁角

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丙甲弧丁丙弧甲角求得丁外角以丁外角减半周得丁角

有乙角有丁角有乙丙弧求丙角

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以丁角减半周得丁外角次以丁外角甲角丙甲弧求得丙半角次以乙丙弧丙甲弧甲角求得丙全角次以丙全角减丙半角得丙角

有乙角有丙角有乙丙弧求丁角

先以乙角甲角乙丙弧求得丙甲弧次以乙丙弧丙甲弧甲角求得丙全角次以丙全角減丙角得丙半角次以丙半角甲角丙甲弧求得丁丙弧次以丁丙弧丙甲弧丙半角求得丁外角次以丁外角減半周得丁角

形外垂弧　按形外垂弧與形內垂弧同惟丁角之度在形內則居丙丁甲正弧之內在形外則屬乙丙丁邪弧之中故必多一求外角之例

門人汪昌序校字

男廷琥

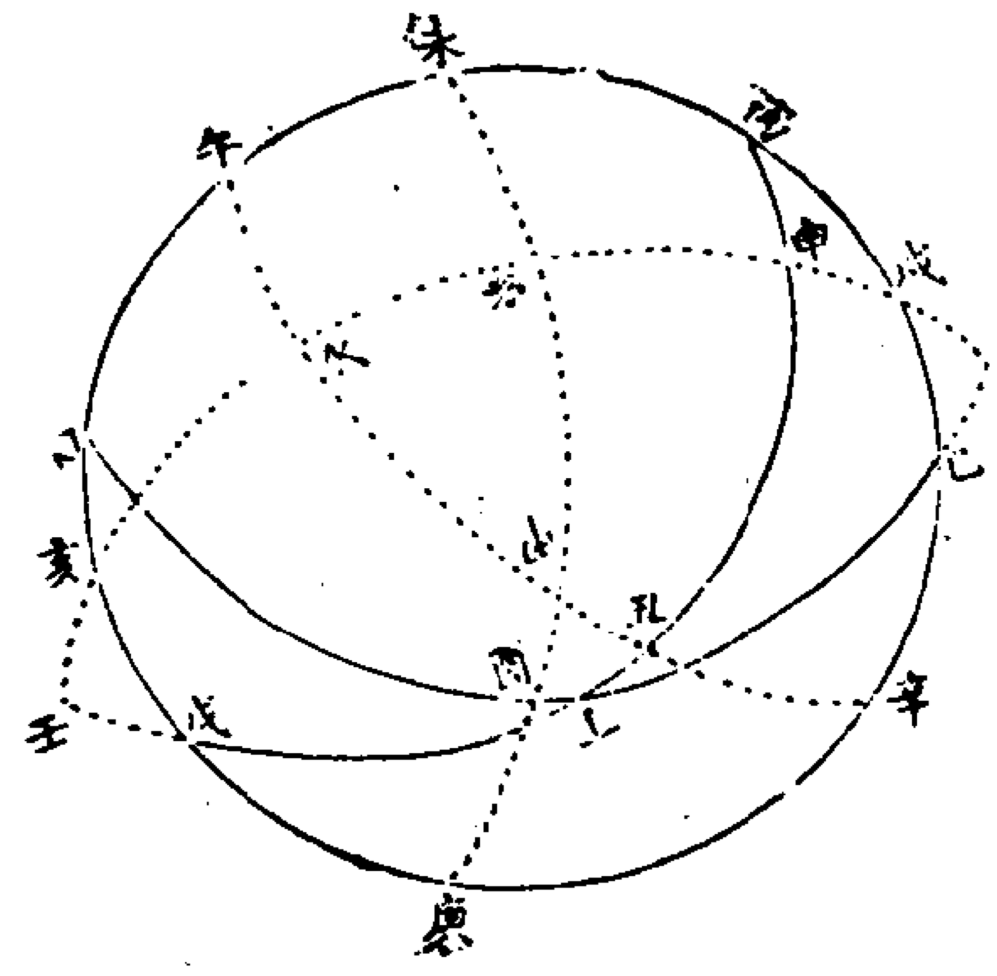
釋弧卷下

江都焦循學

求二鈍三鈍之術必以次形立三弧三角之法必以矢較次形之設有二一互以小大一互以弧角互以弧角者以角為心距半徑而弧之以為半周弧其三角為三弧交其三弧為三角是為次形在此為外角在彼為弧在此為餘弧在彼為角故鈍可易而銳也鈍易而為銳正弧斜弧之恒術可施矣

弧三角舉要言垂弧之法有三一內垂一外垂一垂於次形又曰正弧三角斜弧三角並有次形法而其用各有二其一易大形為小形則大邊成小邊鈍角成銳角其一易角為弧易弧為角則三角可以求邊亦二邊可求一邊此言次形甚明又云三角減半周得次形三邊算得次形三角減半周得原設三邊又云法以本形三外角之度為次形三邊以本形三邊減半周之餘為次形三角次形之義數言盡之矣循按渾圓之上有一周必有一周與之相交縱橫成十字縱者為弧則橫者為角橫者為弧則縱者為角弧三角為三弧之相交每弧一縱一橫縱者交為三弧橫者亦交為三弧兩橫之相交為鈍角其兩縱相交

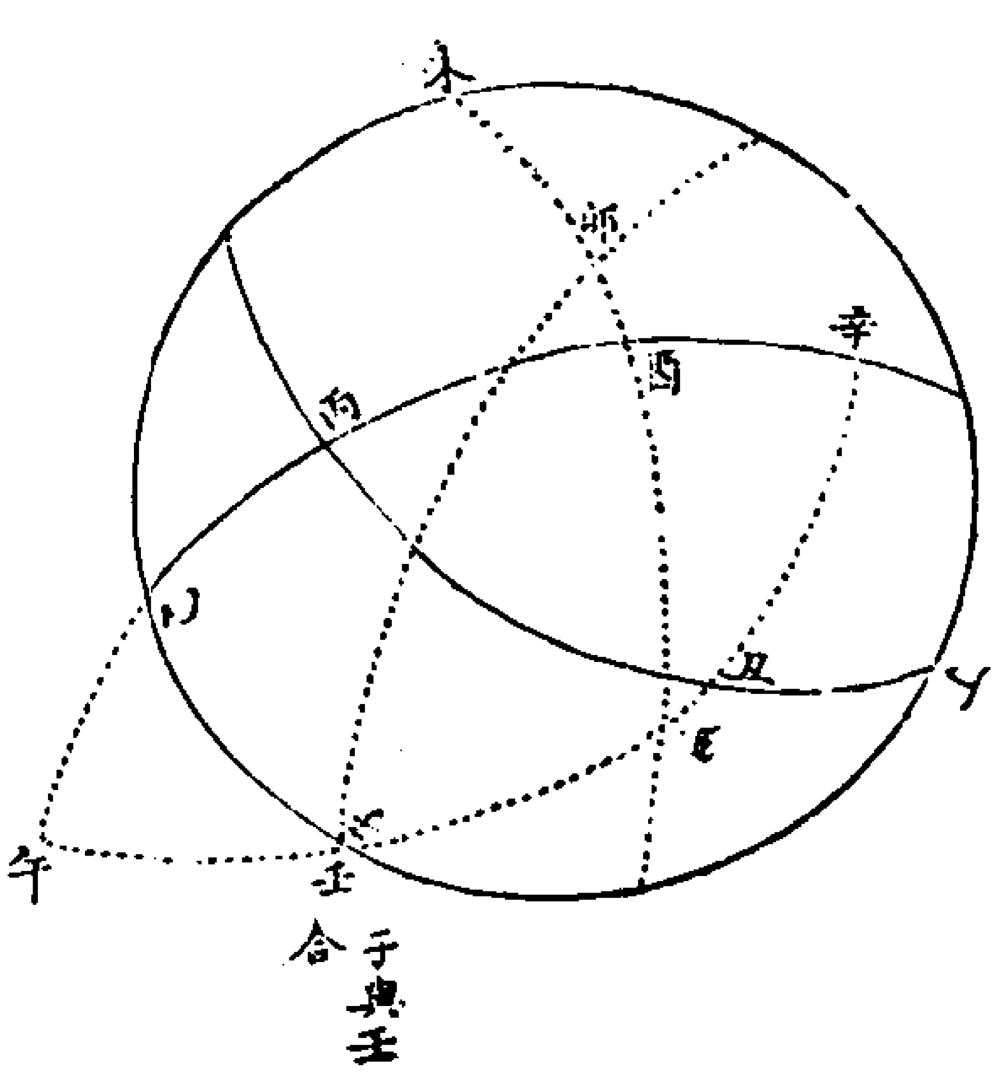
必爲銳角蓋此縮則彼盈此盈則彼縮數之自然者也



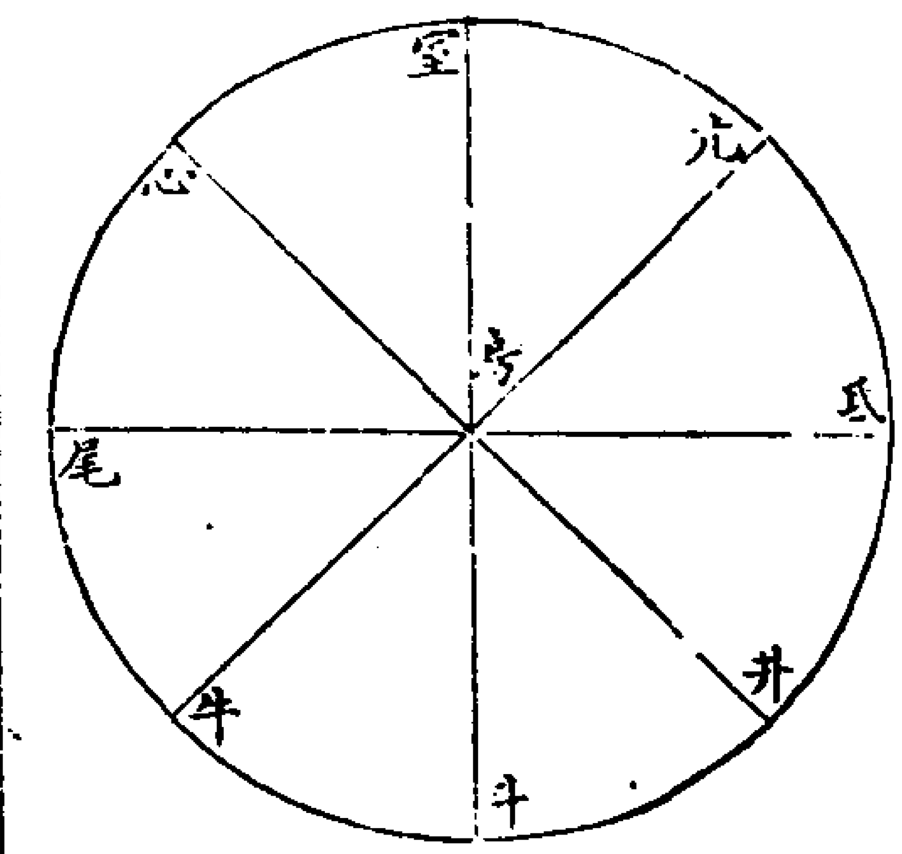
右圖乙丙丁三鈍角爲心作未甲庚午丑辛壬卯申戊寅甲癸三半周相交成卯子甲三銳角形是爲次形酉未爲乙角酉庚爲乙外角午丑爲丙角辛丑爲丙外角申辰爲丁角申癸爲丁外角壬辰亦丁外角卯甲酉與甲酉庚皆象限同減甲酉則次形甲卯弧與乙外角酉庚同辛丑甲與丑甲子皆象限同減丑甲則次形子甲弧與丙外角辛丑同癸申卯與申卯子皆象限同減申卯則次形子卯弧與丁外角癸申同壬辰子與辰子卯同減辰子壬辰亦與子卯同己丙爲乙丙弧之餘午未爲甲角丁己爲乙丁弧之餘酉辰爲卯角戊丁爲丁丙弧之餘丑申爲子角己

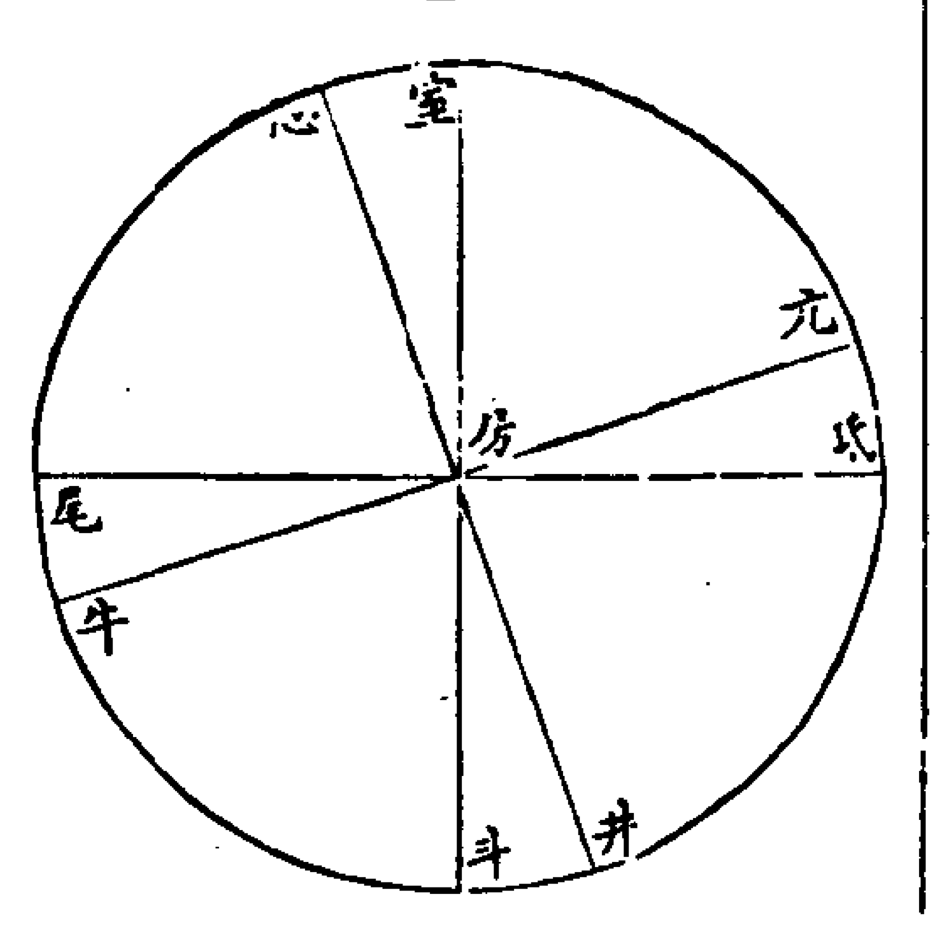
丙未與丙未午皆象限同減丙未則乙丙餘弧之己丙與甲角度午未同己丁酉與丁酉辰皆象限同減酉丁則乙丁餘弧之丁己與卯角度酉辰同依丁角之半周則酉辰爲卯角度依乙角之半周則庚亥爲卯角度庚亥之於乙午猶酉辰之於丁己其度亦同戊丁丑與丁丑申皆象限同減丑丁則丁丙餘弧之戊丁與子角度丑申同依丁角之半周則丑申爲子角之度依丙角之半周則戊辛爲子角之度戊辛與丙未猶丑申與丁戊或以寅癸爲子角亦同辛未爲甲外角與乙丙弧同酉癸爲外角與乙丁弧同壬丑爲子外角與丁丙弧同

右圖乙丙丁二鈍角一銳角次形子卯甲二銳角一鈍角二圖本梅勿菴弧三角舉要今復爲二圖於左



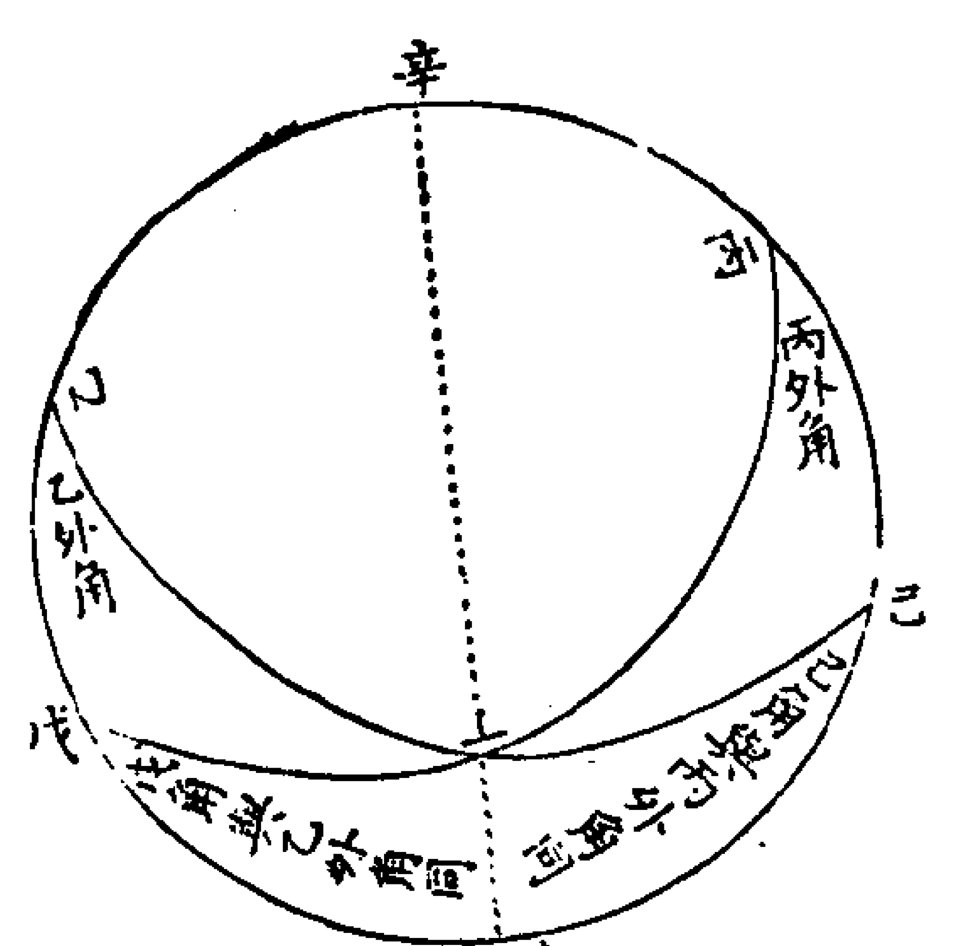
以明其理.

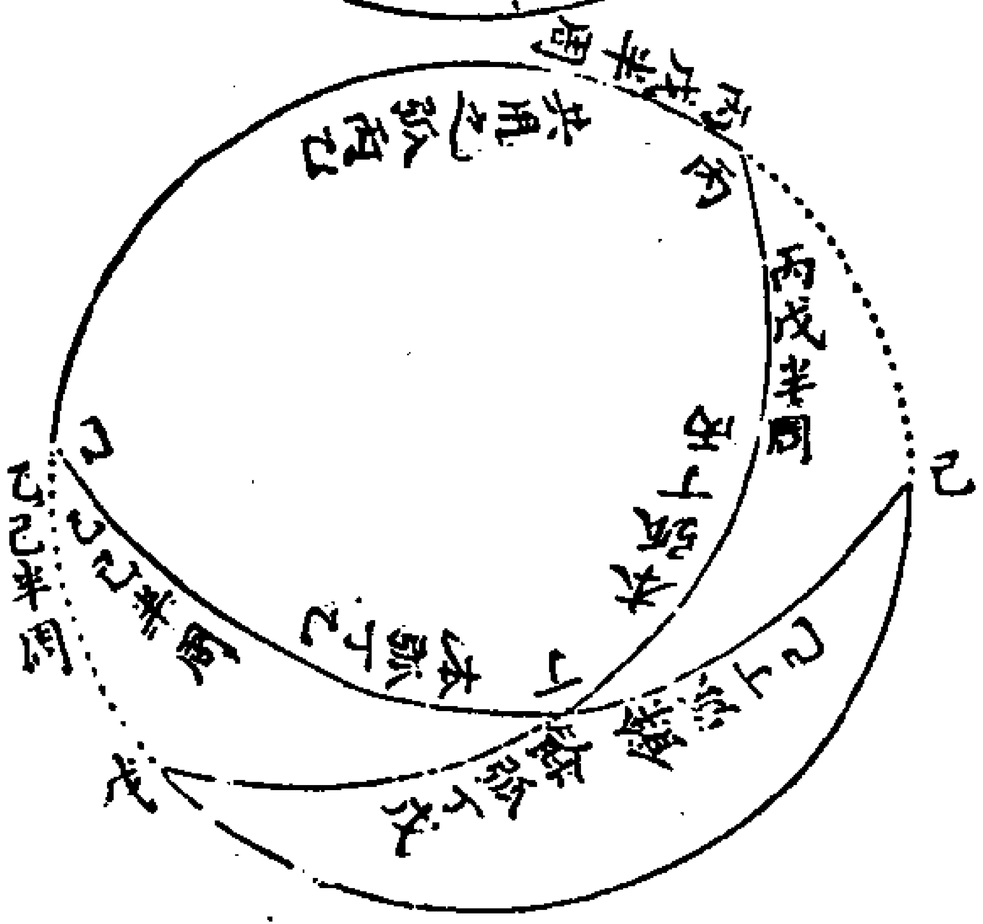




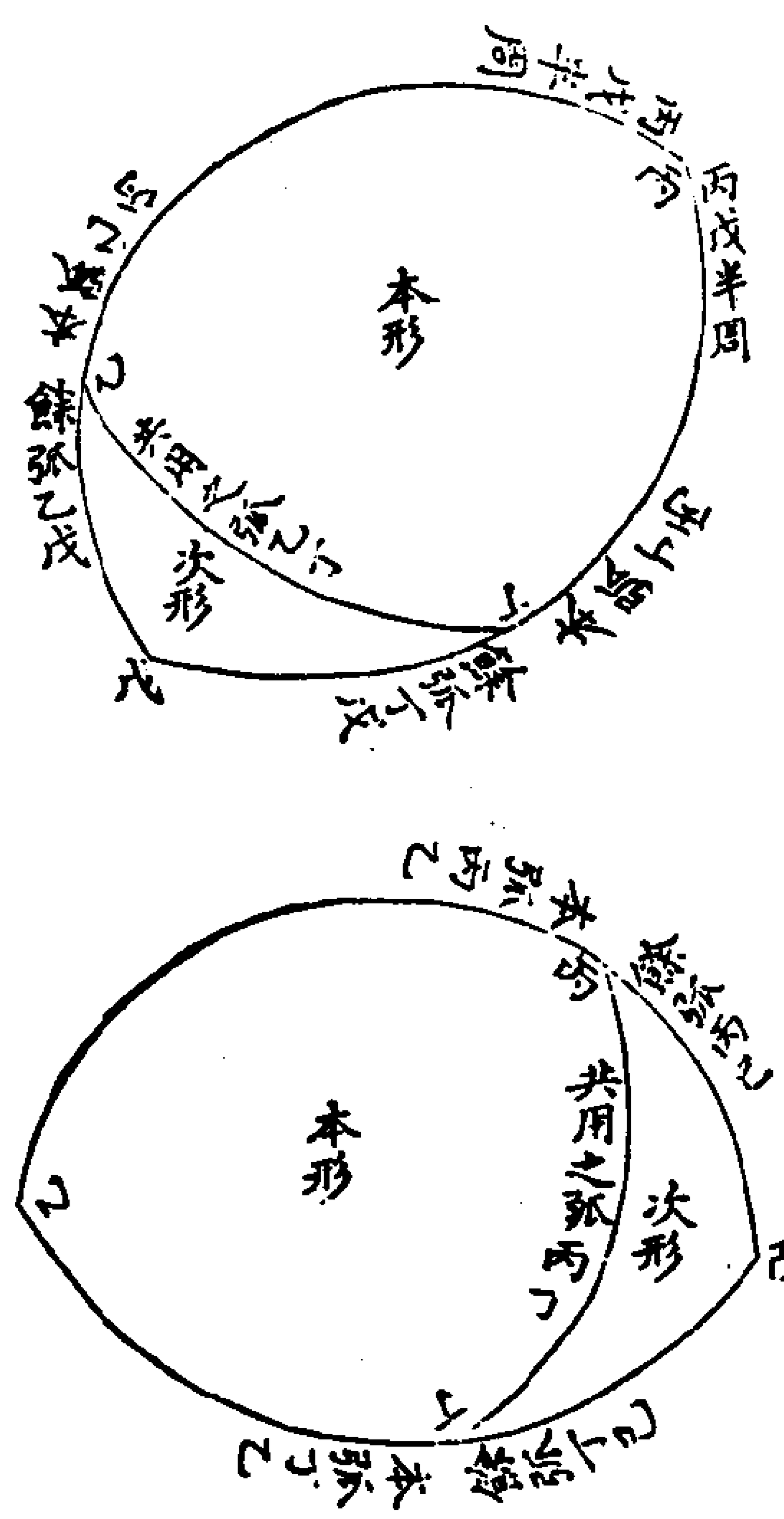
右二圖室斗與尾氐交亢牛與心井交若以亢房尾爲三角形則尾心室亢爲角度而外角亢氐即室心次形一弧也室房爲尾角度心房爲亢角度即爲心房室次形之兩弧且尾心室亢爲本形弧亢氐爲餘弧心室亦爲次形房角度於此可明弧角相易之理互以小大者於圓中爲兩半周相交而得四形銳角之弧必鈍角之餘減餘之弧二共用之弧一合而成之亦曰次形三鈍之形減本形而得次形次形所得不待減而得本形兩鈍之形次形必三銳角之銳者弧之朒者不必兩相易也

對角外角之理詳於幾何原本凡圓內分四形各形必有兩外角一對角必有兩餘弧一共用之弧三銳形隨舉一角一弧皆必減半周用外用餘而所得者必對角必共用之弧故次形所得即本形之度不必復減半周如弧角相易之例也兩鈍一銳形其每形之爲兩外角一對角兩餘弧一共用之弧無異也唯所舉兩鈍角必易爲次形之銳角若所舉爲銳角其外角轉爲鈍角則不可用外角而宜用對角對角無容易者也抑唯所舉兩大弧必易爲次形之小弧若所舉爲小弧其餘弧轉爲大弧則不可用餘弧而宜用共用之弧共用之弧無容易者也其次形之所得亦然求得外角銳角必仍易爲鈍角求得餘弧之小弧必仍易爲大弧若對角及共用之弧則無容易何也對角即本形之銳角共用之弧即本形之小弧也



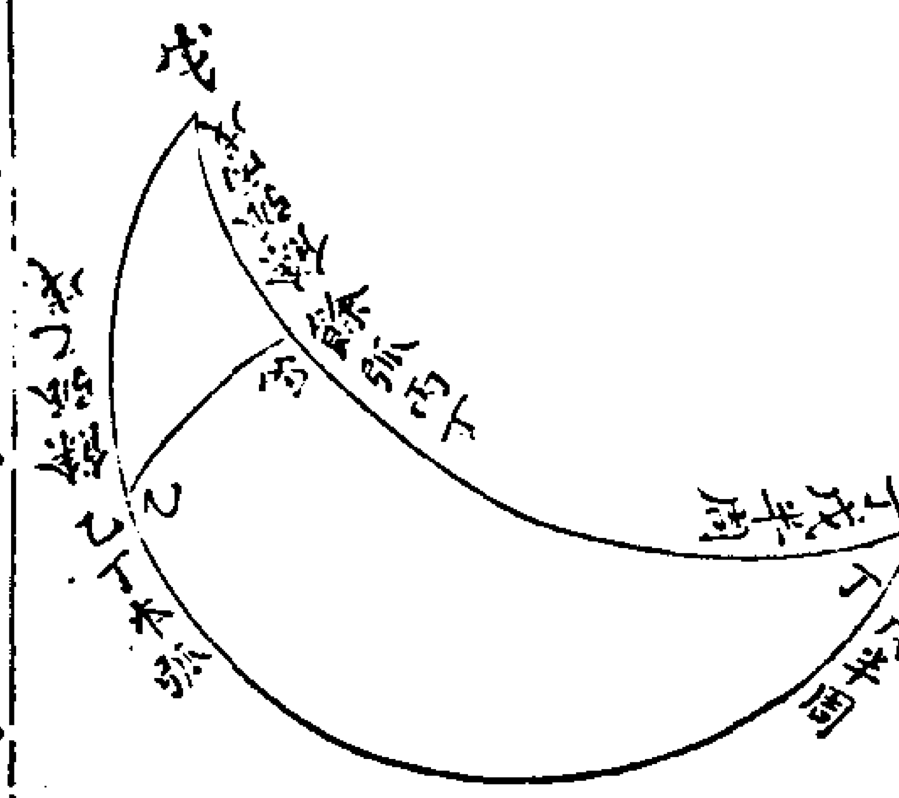


右圖已戊乙與丙乙戊皆爲半周同減乙戊則丙乙與戊已同



右圖戊角爲丙對角已角爲乙對角其度皆等本形

乙丙丁三鈍次形爲兩鋭一鈍鈍角戊已皆對角



右圖丁丙乙兩鈍角一鋭角次形丙乙戊必三鋭角

丙乙兩鈍角用外角丁鋭角即用本角丁丙丁乙兩大弧用餘弧丙乙小弧即用本弧此本形變次形與三鈍角異也得戊角不減半周即丁角得丙乙兩鋭角必減半周乃得丙乙兩鈍角得次形丙乙弧不減半周即本形丙乙弧戊丙戊乙兩小弧必減半周乃得丁丙丁乙兩大弧

以角得角以弧得弧爲簡然鈍角鋭角之減不減二鈍三鈍之不同法算時宜分別不誤以角得弧以弧得角兩費減半周之勞而其用外角用餘弧無分鋭角鈍角也用之爲便故表其例於左又正弧及斜弧之二鋭三鋭者均可用次形梅氏書詳言之然以無

正角而用垂弧不能垂弧而用次形次形者爲三鈍二鈍而設也今專詳三鈍二鈍之次形而正角鋭角者略焉顧鈍角之次形明則正角鋭角之次形可以推而識之惟不同於鈍角者有二凡鋭角弧度滿於限則次形必得正角二鈍三鈍之弧無滿限者則次形必無正角之理一也三鋭二鋭用一外角兩本角以得次形三鈍二鈍皆用外角以得次形二也明於此二者之異其同者不待言矣

有兩角一弧求弧

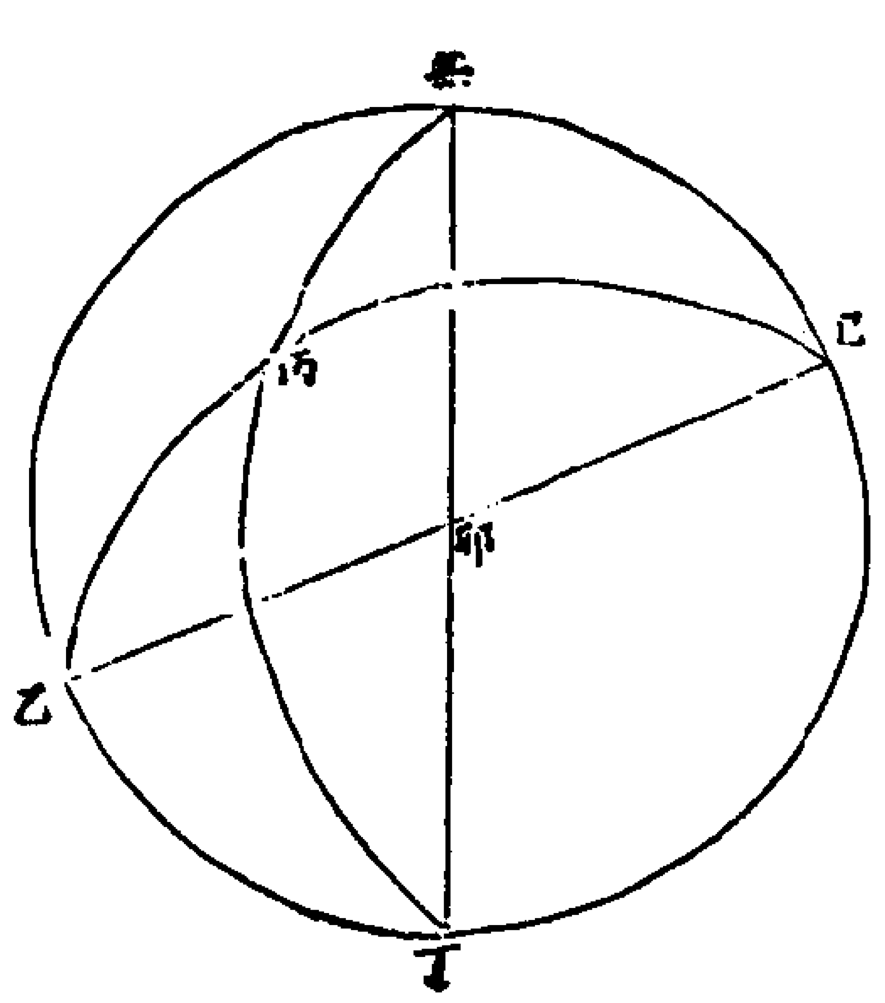
以兩角一弧各減半周爲次形之兩弧一角用兩弧

一角求得次形所求之角減半周得本形之弧
有兩角一弧求角
以兩角一弧各減半周爲次形之兩弧一角用兩弧
一角求得次形所求之弧減半周得本形之角
有兩弧一角求弧
以兩弧一角各減半周爲次形之兩角一弧用兩角
一弧求得次形所求之角減半周得本形之弧
有兩弧一角求角
以兩弧一角各減半周爲次形之兩角一弧用兩角
一弧求得次形所求之弧減半周得本形之角

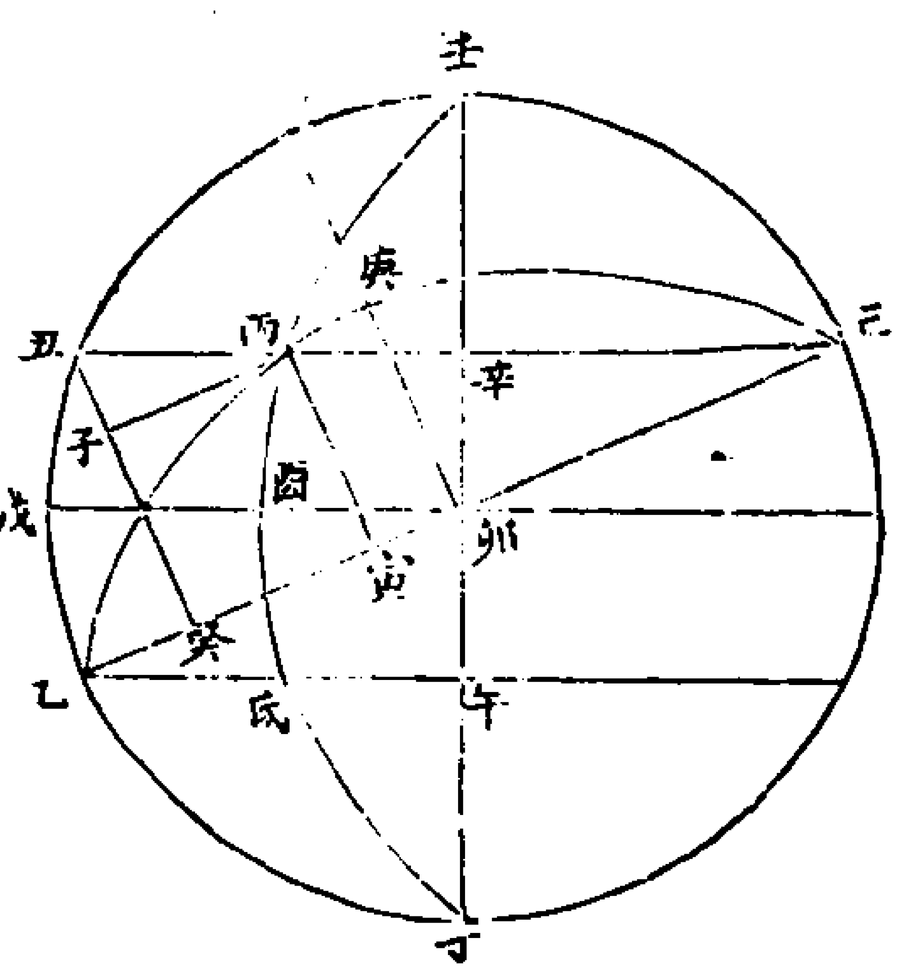
矢較之法有二一以總弧較存弧一以初數得後數二法並詳梅氏環中黍尺戴氏句股割圜記謂之正視之規差角與弧爲比例止舉三弧無比例之處故不用弦而用矢不用側視而用平儀

所求之角曰本角居兩个者曰夾角角兩个之弧曰夾弧對本角曰對弧夾弧之修者曰大弧促者曰小弧循弧而規之其一爲圓周其二爲半周夾弧之半周形必縮對弧之半周形必側其弧縮者弦縮其弧側者弦側惟其縮故度不減惟其側故法以互弧有大小而較生焉較弧有弦而矢截焉以較弧之矢減對弧之矢其減之餘曰兩矢較欲得對弧之矢必先得兩矢之較以兩矢之較合較弧之矢而對弧之矢得矣兩矢之較未易得也求同於兩矢之較者曰後數同於兩矢之較未易得也求比於角度之矢者曰初數此初數後數之義也

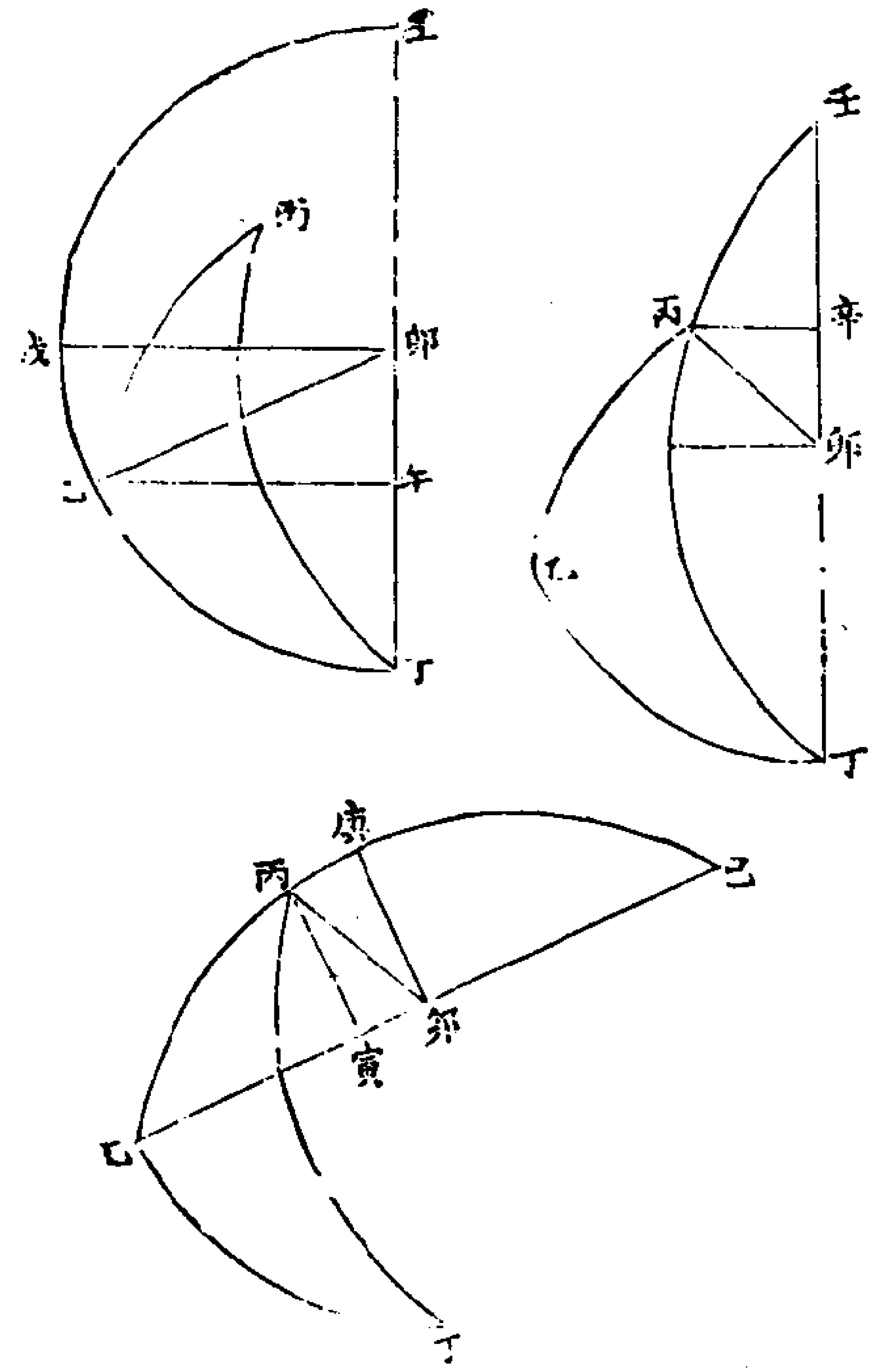
用平儀則距等弧之矢可以例全徑距等矢之半可以例半徑角度之矢依角之鈍銳爲大小鈍角則大於半徑銳角則小於半徑以半徑與角度之矢例正弦則所得之數爲初數以半徑與小弧之弦例初數則所得之數爲後數以初數爲弦後數爲句以半徑爲弦小弦爲句其例一也有一半徑一大弦一小弦求初數用大弦則求後數用小弦或求初數用小弦求後數用大弦皆可相通無一定之例



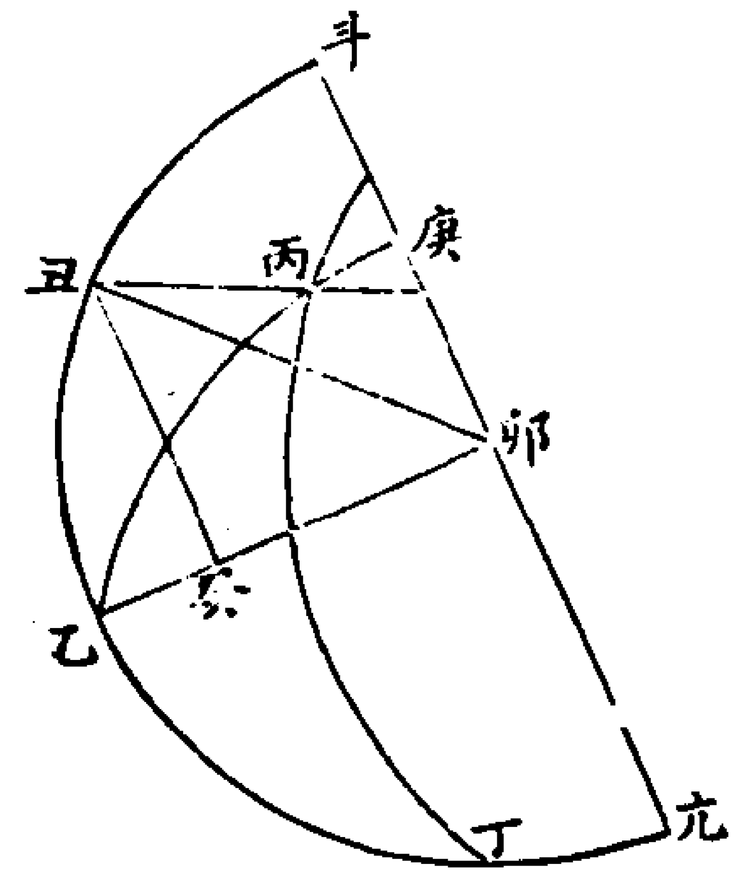
右圖乙丙丁兩銳角一鈍角依乙丁夾弧規爲圜周依乙丙弧丙丁弧規爲巳丙乙壬丙丁兩半周壬丙丁必縮巳丙乙必侈

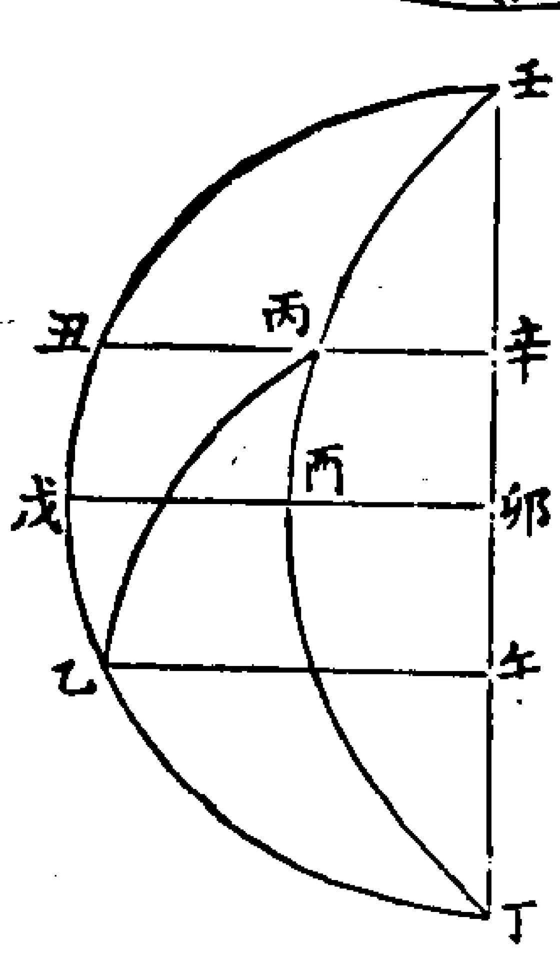


右圖三弧求銳角



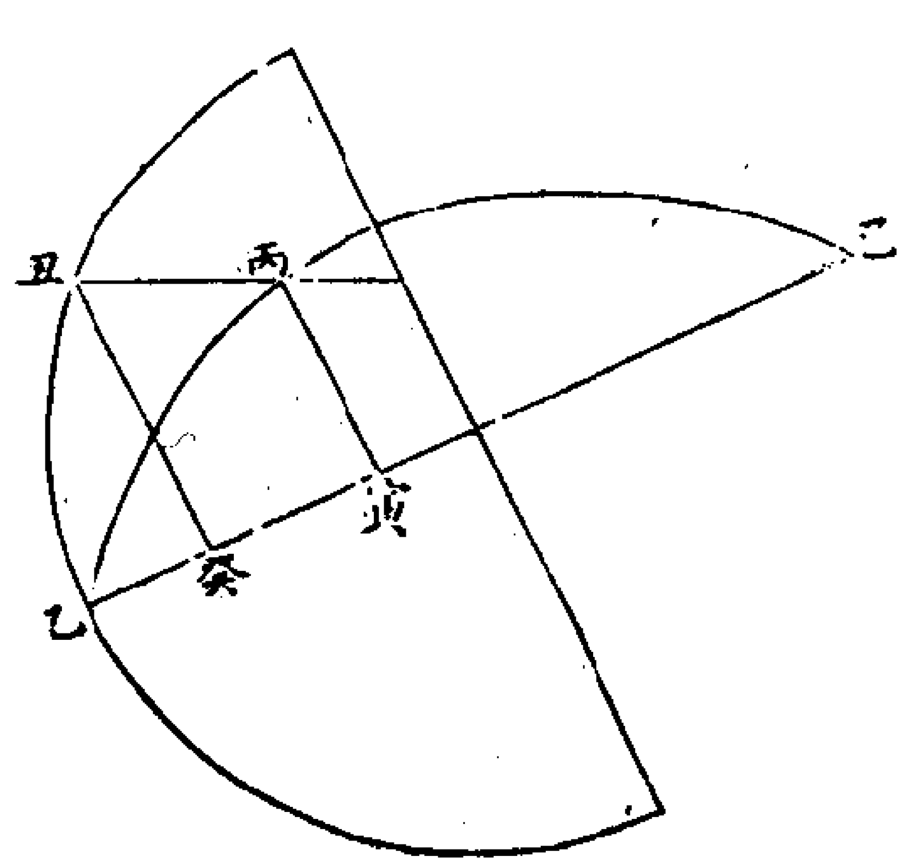
右圖丁丙弧丙辛正弦卯辛餘弦丙乙弧丙寅正弦辛寅餘弦乙丁弧乙午正弦卯午餘弦

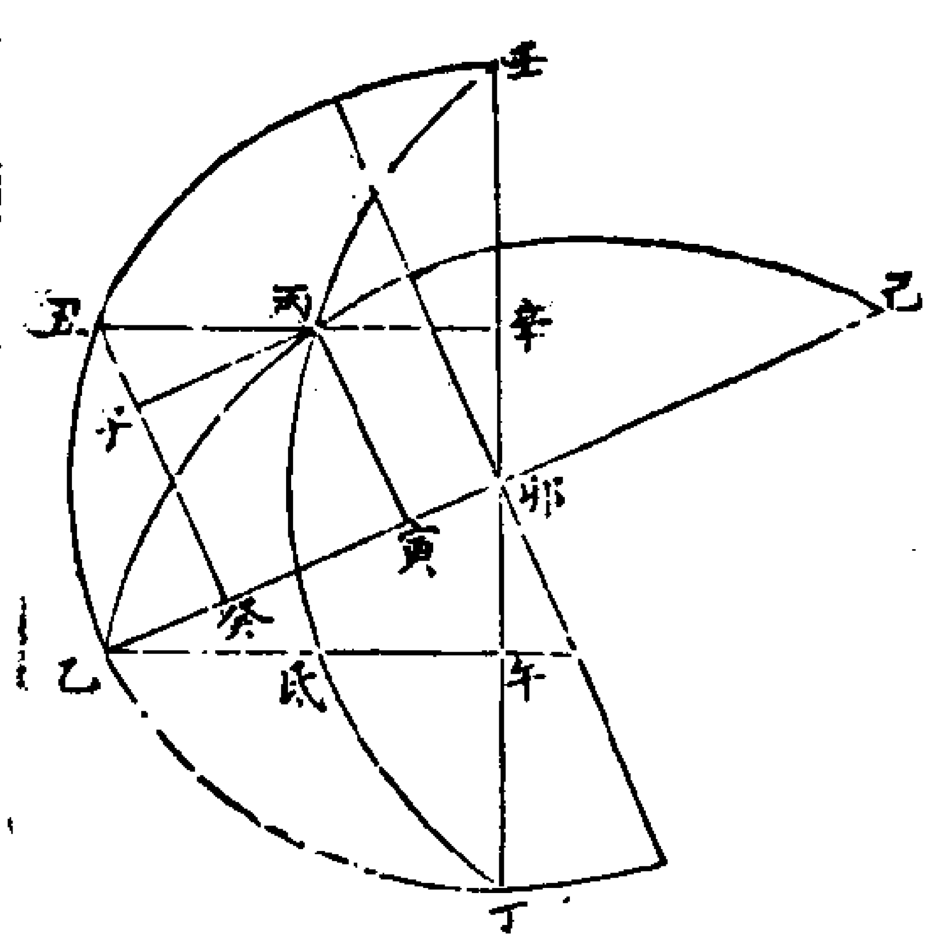




右圖丁丙即丁丑丑乙爲較弧乙癸爲較弧矢丑癸爲較弧弦辛丁爲丙丁之矢午丁爲乙丁之矢辛午

爲矢較辛卯與卯午爲半矢較辛丙與辛丑同丁丙之正弦辛丙如丁丑之正弦辛丑

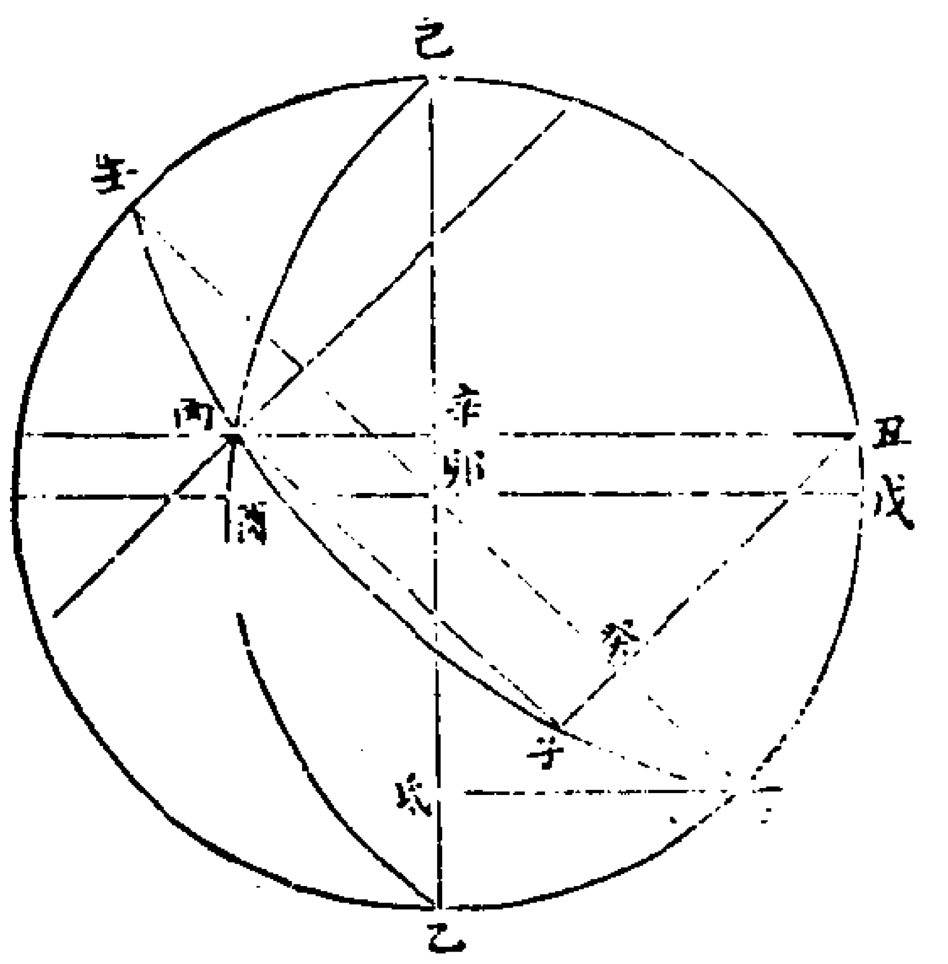




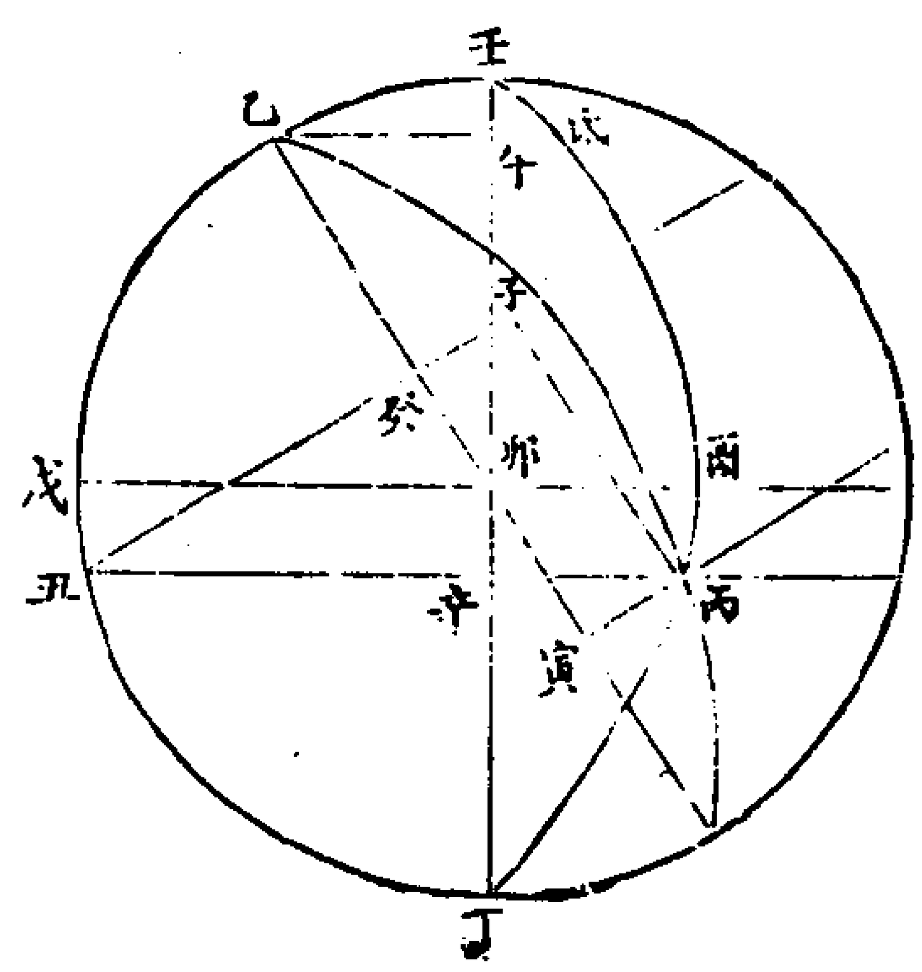
右圖乙癸爲較弧矢寅乙爲對弧矢寅癸爲兩矢較

丑丙爲初數與乙氐同丙子爲後數與寅癸同卯戌與酉戌猶辛丑與丙丑卯乙與乙午猶丙丑與丙子卯戌爲丁角之半徑卯乙爲丁乙弧之半徑辛丑爲丁丙弧之弦乙午爲乙丁弧之弦凡距等之矢皆夾弧之弦卯乙午句股形猶丑丙子句股形或大或小而比例皆同也以午乙與乙卯例丙子與丙丑則得丙丑以辛丑與丙丑例卯戌與酉戌則得酉戌是爲丁角度以半徑卯戌與大弦辛丑例丁角酉戌與初數丙丑以卯乙例小弧之弦得後數丙子或以卯戌與乙午比例得乙午得乙氐爲初數次以卯丁與辛丑比例得後數

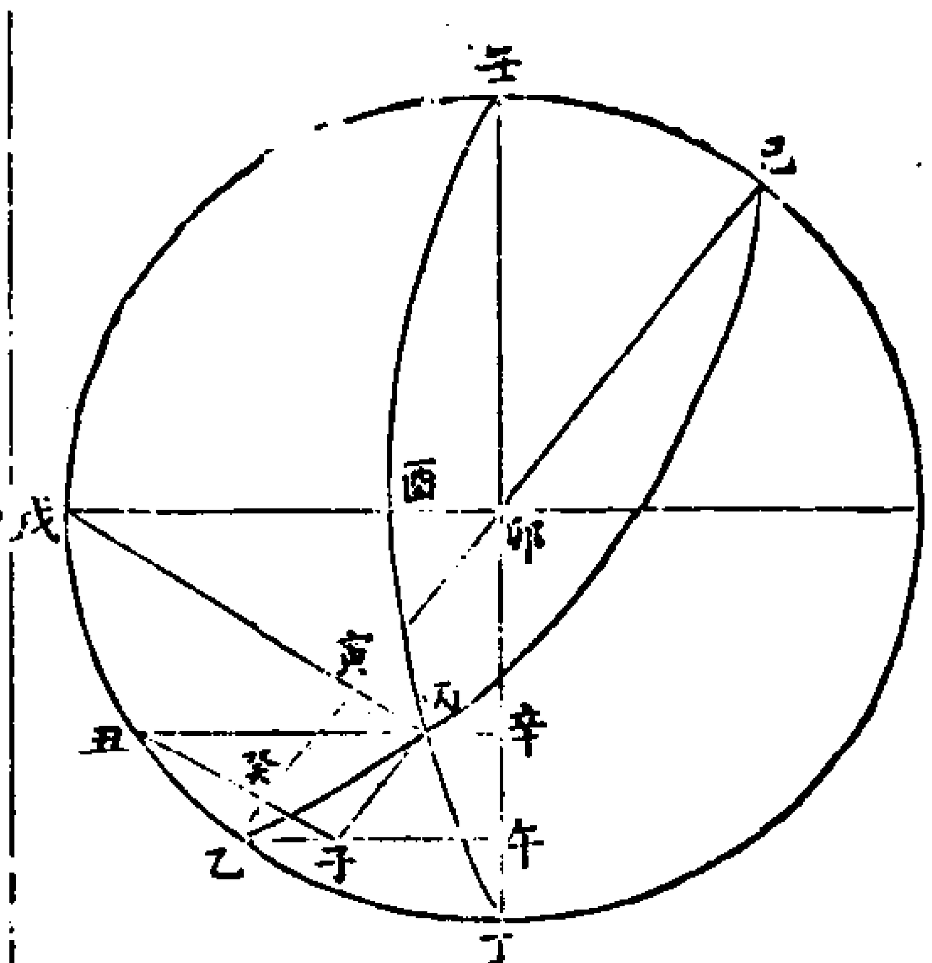
其義亦同。



右圖三弧求鈍角。



右圖乙丙丁三鈍角以卯戌與酉戌例小弧之弦丙辛得初數丙丑以卯乙例大弧之弦乙午得後數



右圖乙丙丁三銳角戴氏句股割圓記第五十第五十一二圖吳氏以上圖爲三銳下圖爲三鈍按之第五十圖仍兩銳也今曲阜孔氏刻本雖爲改正遂缺

三銳一圓爲此補之

一角兩弧求角

先以角度之矢乘一弧正弦半徑除之得初數次以初數乘一弧正弦半徑除之得後數次以後數併較弧之矢得對弧之矢次以對弧之矢減半徑得對弧餘弦

兩角一弧求角

先以本形求次形次以兩弧一角求得弧又以次形復爲本形

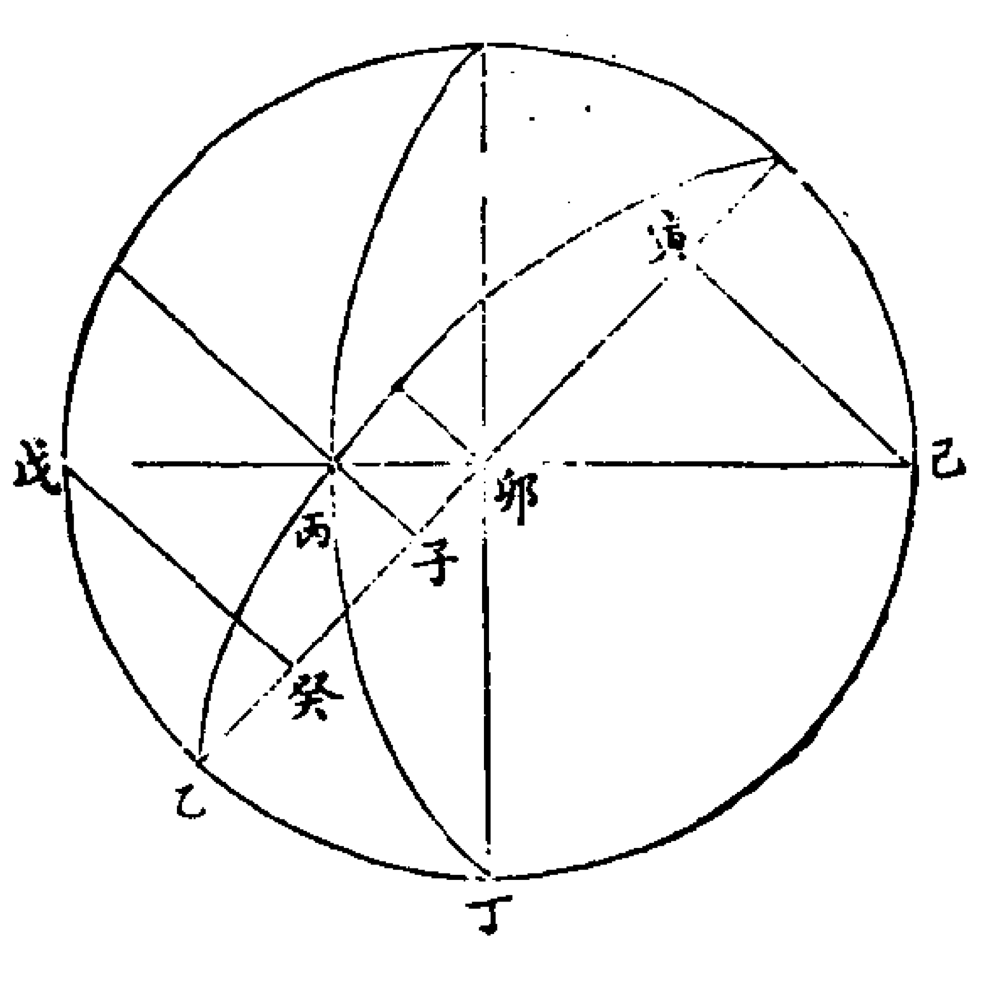
三弧求角

先以兩矢較乘半徑以一弧正弦除之得初數次以初數乘半徑以一弧正弦除之得角度之矢次以角度之矢減半徑得餘弦

三角求弧

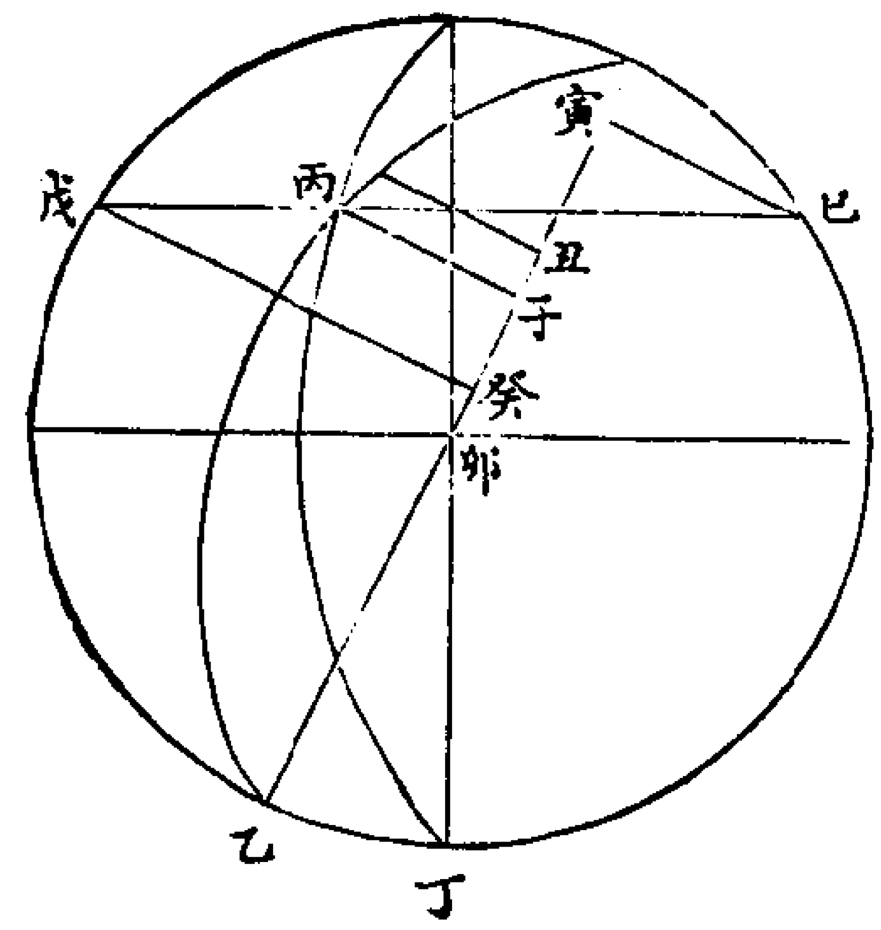
先以本形求次形次以三弧求角又以次形復爲本形

大弧小弧之和曰總弧其較曰存弧截總弧之所至而畫之爲總弧之弦以弦截矢爲總弧之矢截存弧之所至而畫之爲存弧之弦以弦截矢爲存弧之矢自所截以及於心爲兩弧之餘弦總弧之矢減存弧之矢亦曰兩矢較中兩矢較而半之曰半矢較兩矢並集一半徑則兩餘弦相減減之同半矢較之度兩矢各居一半徑則兩餘弦相加加之同半矢較之度以半矢較求對弧較弧之兩矢較猶以半徑與本角之矢此之謂以總弧較存弧也總弧適足半周則存弧之矢必半徑其餘弦亦如之於是總弧以全徑爲之矢以半徑爲兩弧之矢較兩夾弧同度則無對弧存弧矢較而有對弧之矢於是以正弦爲總弧之弦以對弧之矢爲半矢較此又總弧存弧之變也

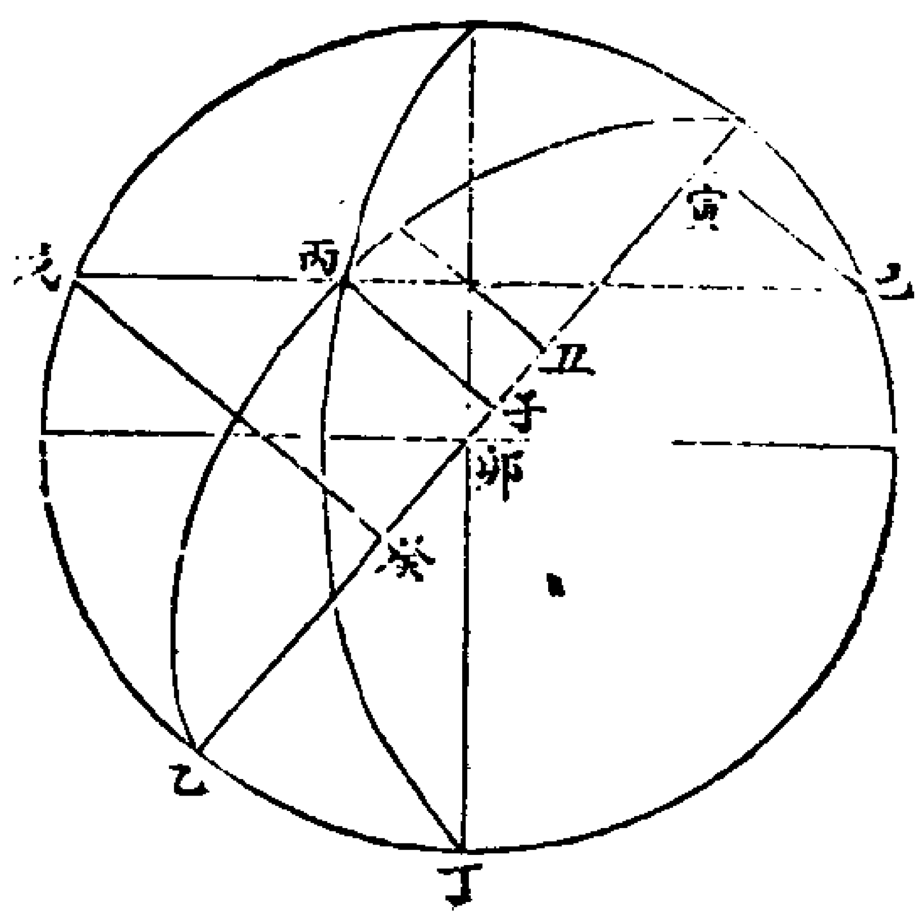


右圖乙丁巳總弧戊乙存弧合得半周己寅總弧弦寅乙總弧矢戊癸存弧弦癸乙存弧矢寅卯總弧餘

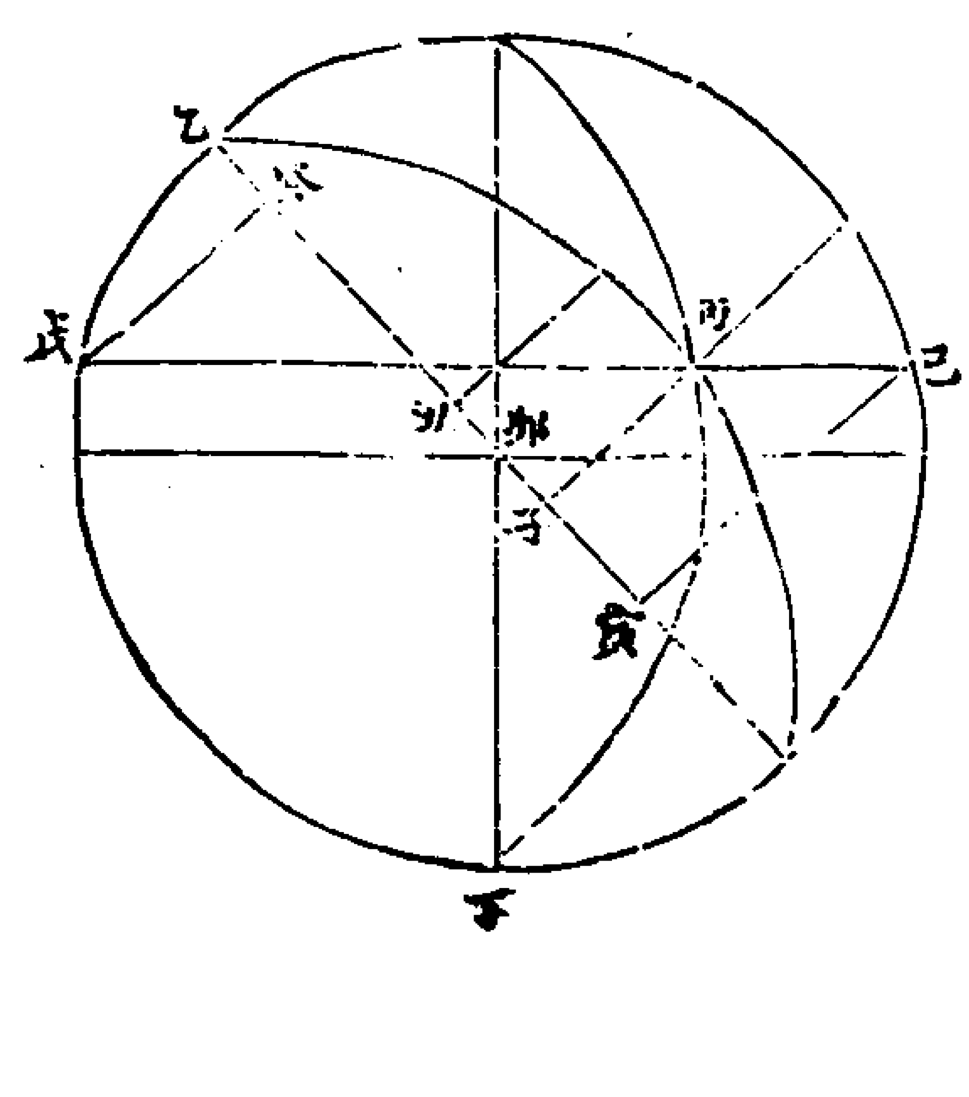
弦癸卯存弧餘弦子癸爲對弧矢減較弧矢之兩矢較寅癸爲總弧存弧之兩矢較



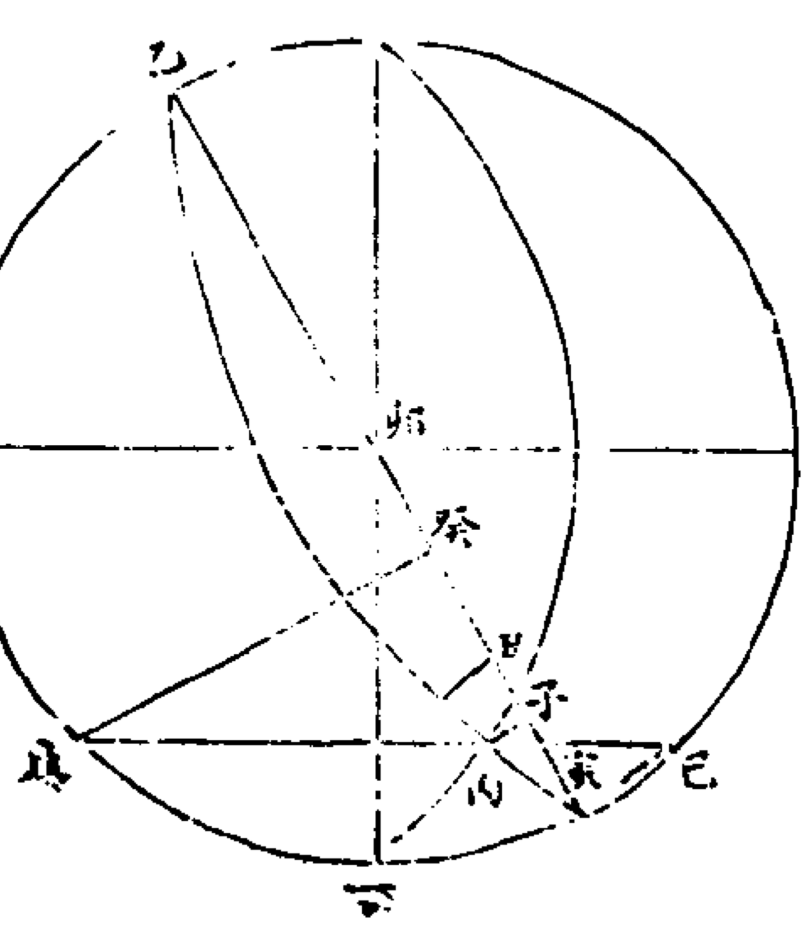
右圖總弧存弧均過象限前圖寅癸折半恰當卯此折半當丑寅丑與癸丑皆半矢較鈍角丑在子癸之間銳角丑在子癸之外



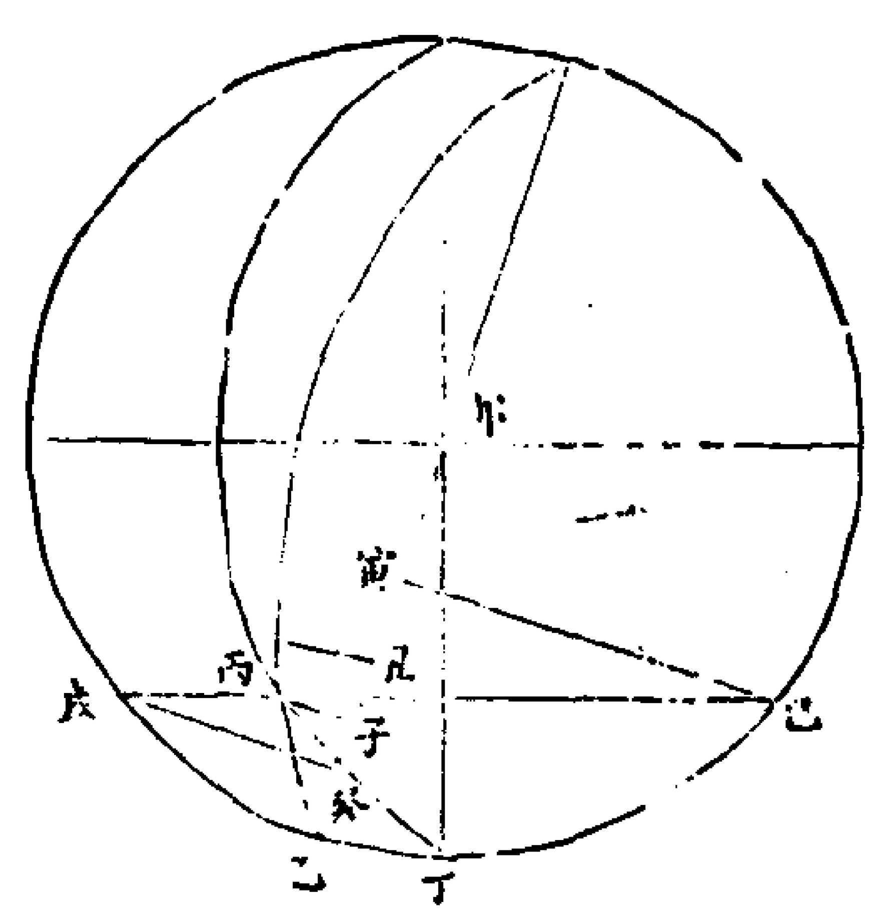
右圖總弧乙丁巳過象限存弧戊乙不過象限



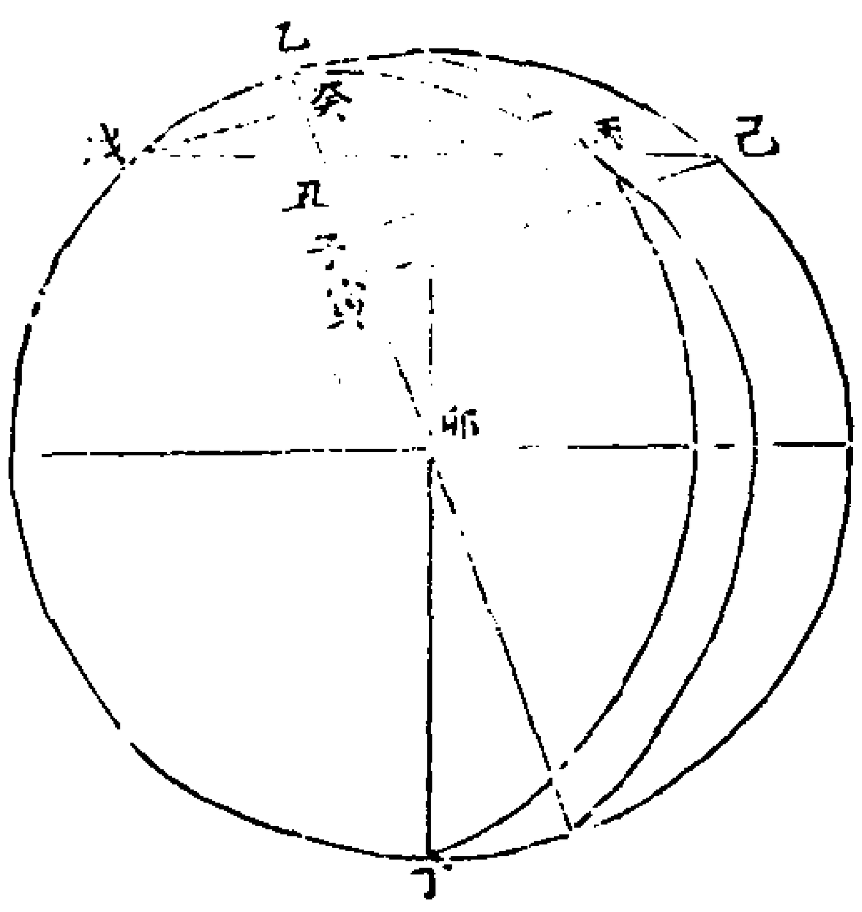
右圖總弧乙巳丁過兩象限存弧不過象限



右圖總弧乙巳丁過兩象限存弧過象限



右圖總弧乙丁巳存弧戊乙均不過象限

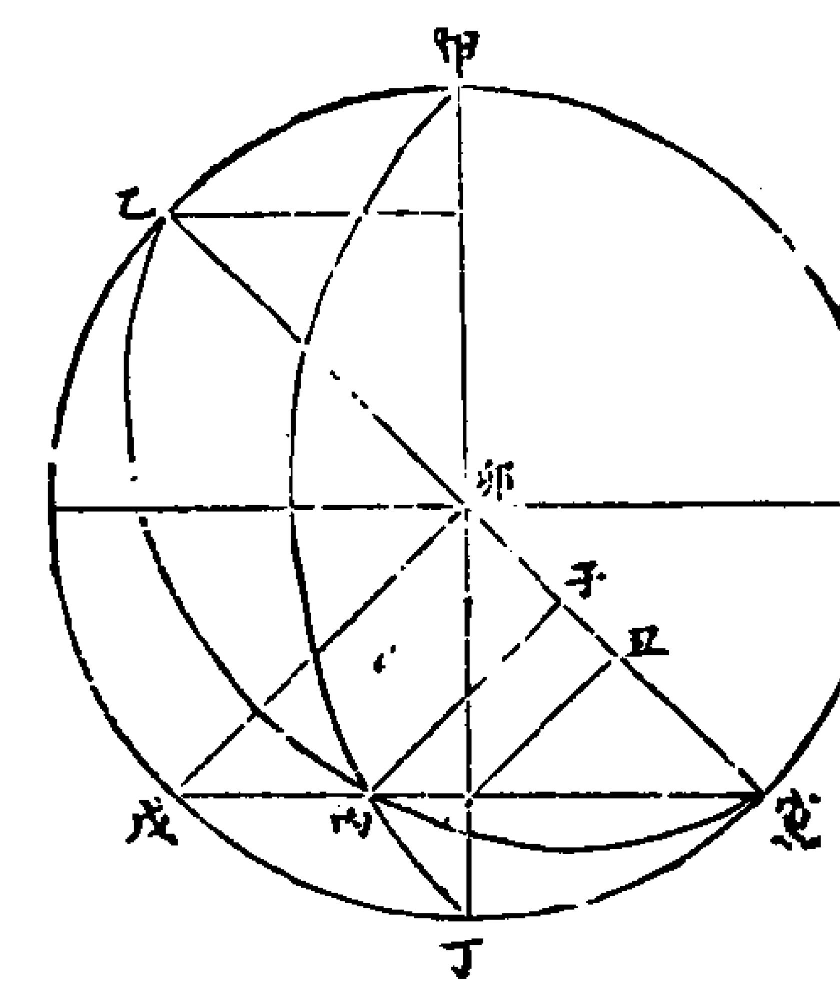


右圖總弧乙丁巳過三象限存弧戊乙不過象限

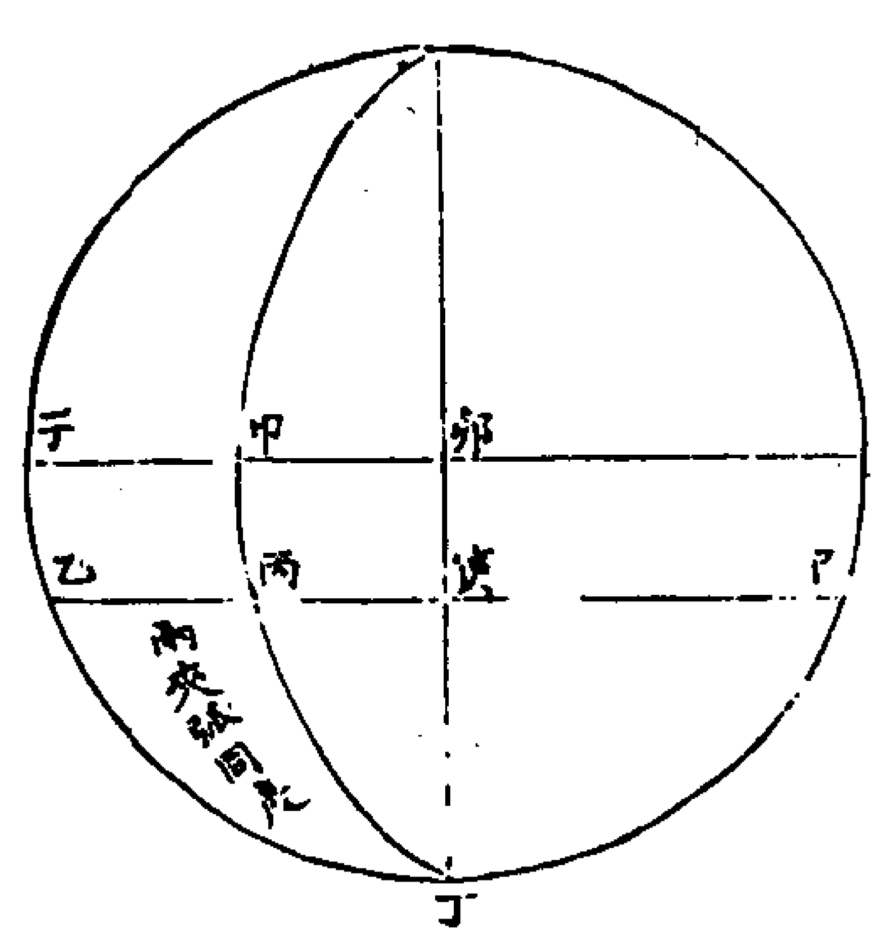
環中黍尺之例云角旁兩弧度相加爲總相減爲存

總弧過象限以總存兩餘弦相加不過象限則相減蓋折半爲初數若總弧過兩象限與過象限法同過三象限與在象限內同若存弧亦過象限則反其加減以循考之餘弦必以矢端至心爲度如癸之於卯寅之於卯是也（癸爲存弧之矢端寅爲總弧之矢端卯爲圜周之心）今所用者癸寅兩餘弦必兼以卯各居一半徑則卯在寅癸之間卯無碍於寅癸直以寅卯與卯癸合之可也其集一半徑則卯或在寅外（如右總弧過三象限）或在癸外（如前總弧存弧均過限圖）用寅癸則卯爲多度故必去寅卯存寅癸或去癸卯存癸寅然則餘弦之或加或減視乎卯之在外在中卯之在

外在中視乎兩矢端之在一半徑與兩半徑而兩矢端之所在正不繫乎總弧存弧之過與不過故直易其過不過之例曰竝集曰各居而後爲一定之例也然所用者癸寅也癸寅者何卽兩矢端之間餘弦之所以加所以減皆由兩矢端之故則與其用餘弦而多一加減之緐何如直用兩矢端之爲捷故東原氏之例曰以左右兩距相併爲和度相減爲較度卽總弧存弧和度較度之矢相減半之爲矢半較東原氏之術視勿菴爲約矣



右圖戊卯爲存弧之弦。乙卯爲存弧之矢。總弧滿半周。則無弦。其矢卽乙卯。寅則以乙卯減乙卯寅。存卯寅爲兩矢較。亦卽爲半徑也。勿菴以半徑爲餘弦。東原氏駁之。葢大矢已滿圓徑。不容有弦。何有餘弦。則半徑爲矢較之說長也。然存弧以半徑爲矢。與全徑相減。故半徑得爲總弧存弧之矢較。而存弧以半徑爲矢。卽以半徑爲弦。以半徑爲弦。卽以半徑爲餘弦。則謂半徑爲總弧之餘弦不可。謂半徑爲存弧之餘弦。無不可。存弧總弧之餘弦加減而折半之例也。梅氏之例今止有存弧餘弦。無總弧餘弦相減。則竟用而半之爲初數。用矢半較自捷於用餘弦。總弧滿半周。旣……於用半徑。則從乎矢較。謂之矢較可也。從乎餘弦。謂之存弧餘弦。可也。



右圖。乙丁丙丁兩夾弧同度。卯子爲半徑。甲子爲丁角。寅乙爲夾角正弦。丙乙爲對弧之矢。無存弧。不得有存弧之餘弦。無矢較。自不必有矢半較。總弧之弦已寅。猶正弦。寅乙半徑角度與正弦比例。得矢半較。此比例得對弧之矢。亦如矢半較矣。

一角兩弧求弧。

一以兩弧相併爲總弧。又相減爲存弧。次以總弧之矢減存弧之矢。又折半之爲半矢較。以半矢較乘本角之矢。半徑除之。得對弧之兩矢較。加較弧之矢。得對弧矢。以減半徑。得餘弦。

一弧兩角求角。

以本形減半周作次形用兩弧一角求弧法求之復
減半周爲本形

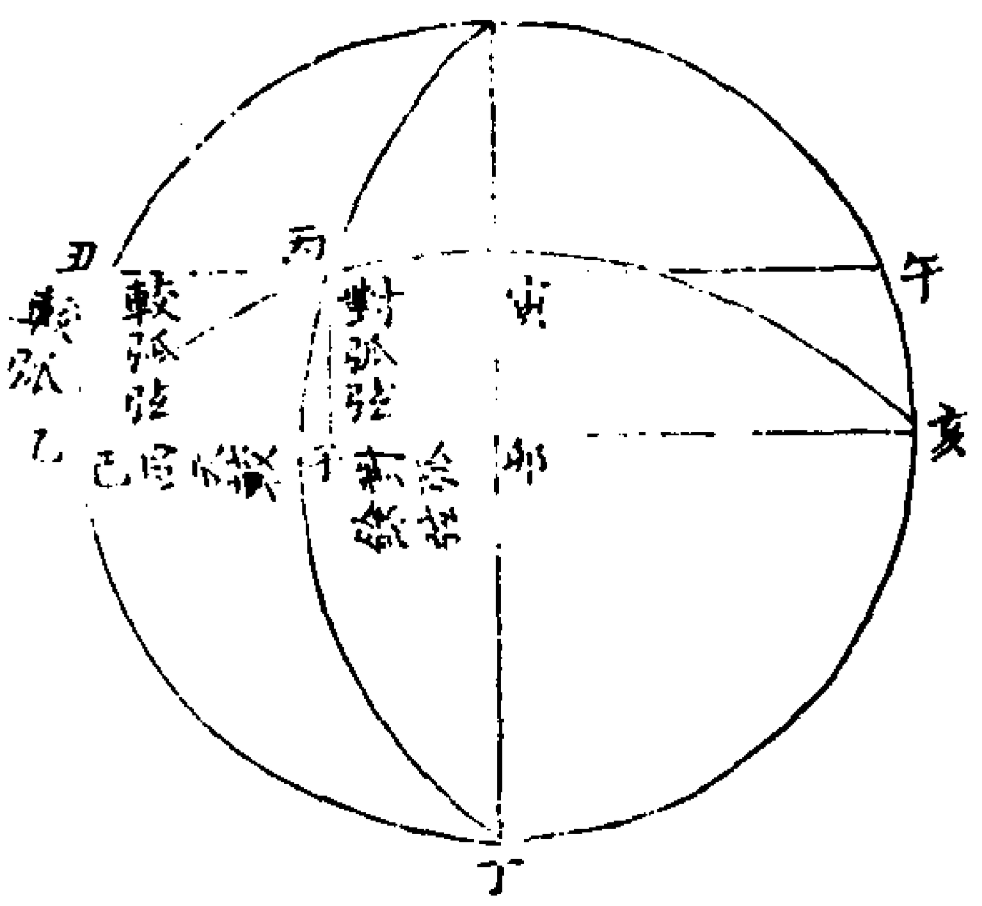
三弧求角

以兩矢較乘半徑半矢較除之得本角之矢

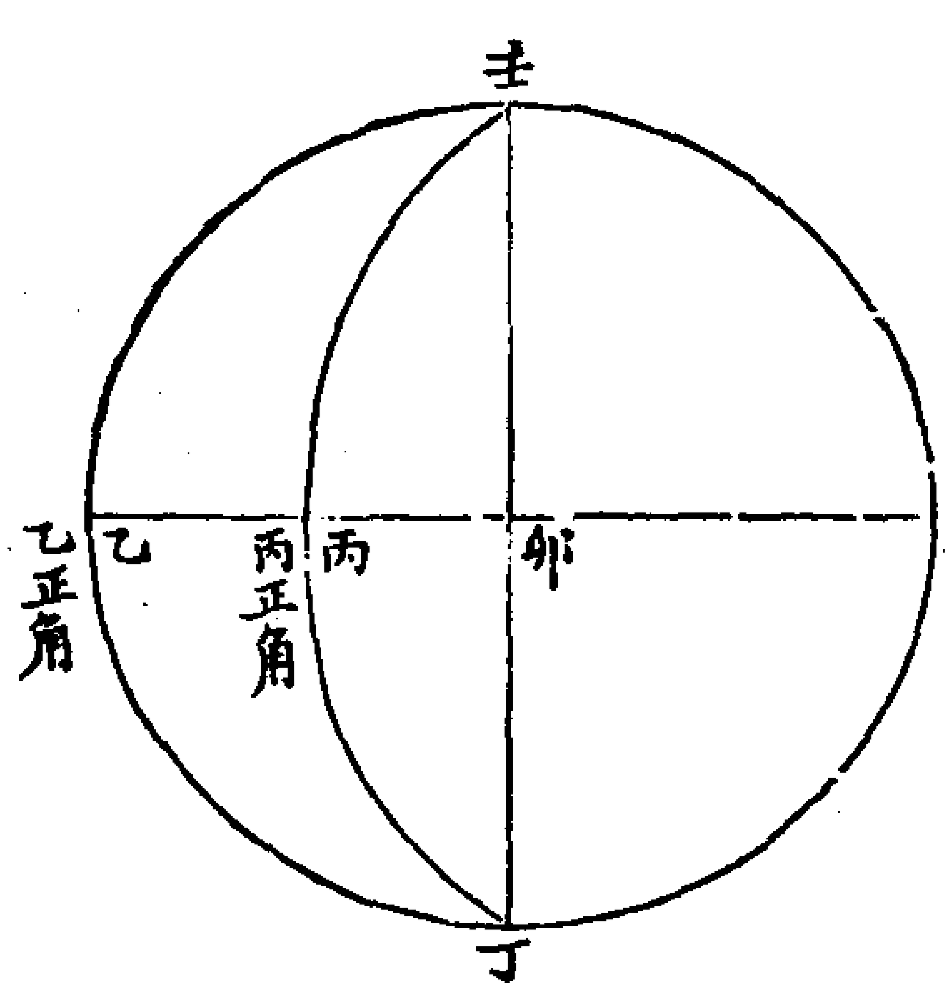
三角求弧

以本形減半周作次形用三弧求角法求之復減半
周爲本形

若弧與限等則兩矢之較卽以例本角之矢或兩弧相
若而端抵於限則本角之矢卽對角之弧正角有兩無
容算矣



右圖乙丁弧適滿象限丑乙爲較弧丑己爲較弧弦
丙子爲對弧弦丑丙爲兩矢較丙寅爲大弧弦丑丙
卽子己寅丑卽寅丙三弧求角以丙丑乘半徑寅丑
除之得角度之矢以角矢乘寅丑半徑除之卽丙丑



右圖乙丙乙丁皆九十度則丙乙爲丁角之度卽對
弧之矢矣其丙角乙角皆滿九十度旣無待求而丁
銳角卽對小弧對小弧卽丁銳角不待算而知也

門人汪昌序
男　廷琥
校字

釋輪

嘉定張焱書

接讀手教如親謦欬前于黃宗易處已領得大製宮室圖茲復見惠已分一部致李生尙之并將尊札付其閱看伊亦深佩服以不得握手爲恨所論月五星諸論推闡入微以實測之數假立法象以求其合尤爲洞澈根原弟衰病不能進于此道當賴英絶領袖之耳舍弟在幕想時親高論茲託蔣生于野附致寸函並候起居不戩弟大昕頓首

本月十二日謁見竹汀師接到寄惠大作羣經宮室圖一部拜領之下感謝無已讀足下與竹汀師書知足下于推步之學甚精議論俱極允當不可移易蓋月體之于次輪旣行倍離之度則其體勢自與七政之在本輪不同而月體旣周行次輪則圍繞一周自不能成大圈與本天等火星歲輪徑旣有大小則其軌迹自不能等于本天反復數四覺前人所說第舉其大分而足下更能推極其精密曷勝承教佩服之至足下又云有其當然亦必有其所以然鈍愚以爲其所以然不外乎所當然也何者古法自三統以來見存者約四十家其于日月之盈縮遲疾五星之順留伏逆皆言其當然而不言其所以然

本朝時憲書甲子元用諸輪法癸卯元用撱圓法以及

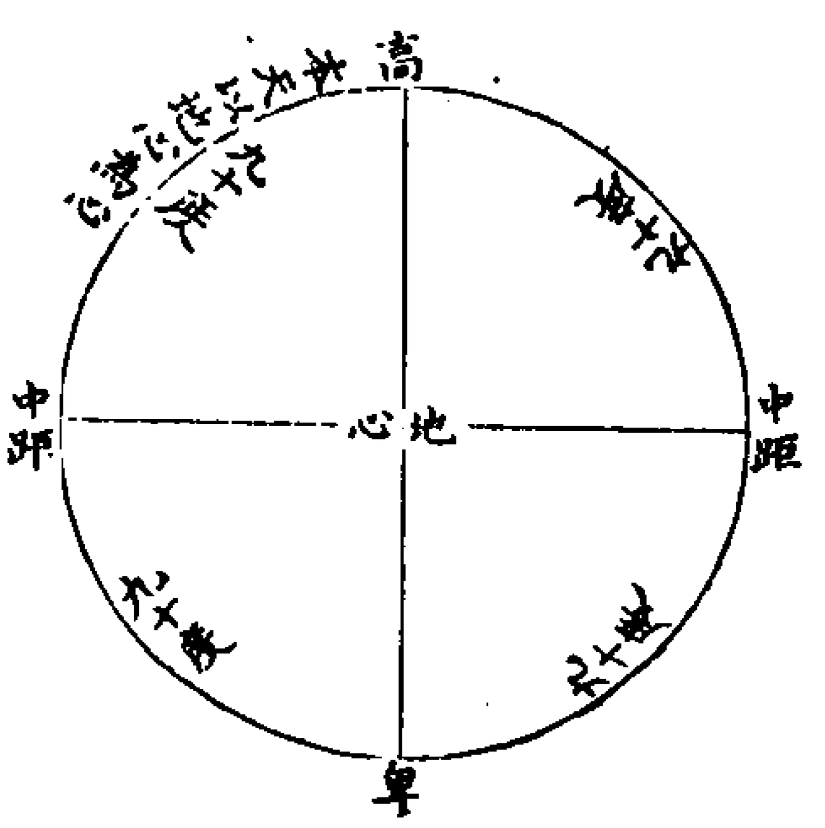
穆尼閣新西法用不同心天蔣友仁所說地動儀設太陽不動而地球如七曜之流轉此皆言其當然而又設言其所以然然其當然者悉憑實測其所以然者止就一家之說衍而極之以明算理而已是故月五星初均次均之加減其故由于有本輪次輪而其實月五星之所以有本輪次輪其故仍由于實測之時當有加減也以是推之則月體一周不能成大圜與本天等其故由于有次輪而所以有次輪之故則由于朔望以外當有加減也火星軌迹不能等于本天其故由于歲輪徑有大小而所以輪徑有大小之故則由于以無消長之輪徑算火星猶有不合而更宜有加減也若不此之求而或于諸曜之性情冷熱別究其交關之故則轉屬支離矣狂瞽之見以質高明是否有當統祈裁正李銳再拜

釋輪卷上

江都焦循學

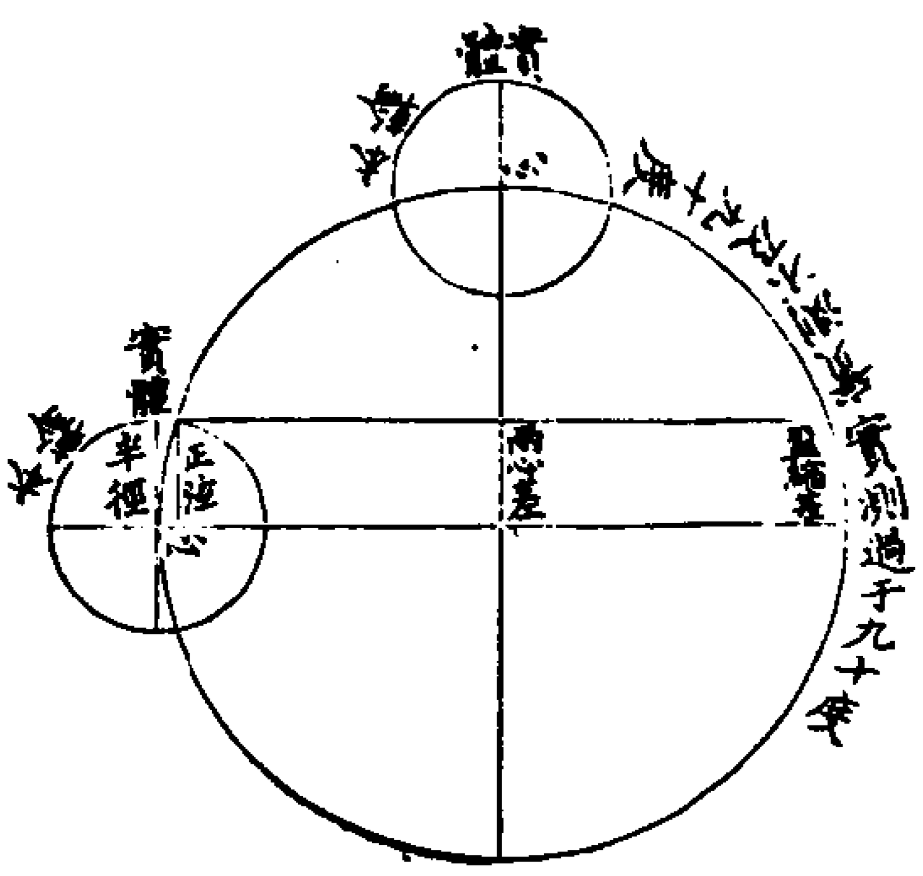
循既述釋弧三篇所以明步天之用也然弧綫之生緣於諸輪輪徑相交乃成三角之象輪之弗明法無從附也擬爲釋輪二篇上篇言諸輪之異同下篇言弧角之變化以明立法之意由於實測若高卑遲疾之故則未敢以臆度焉嘉慶元年春二月記時寓寧波按士館中

七政諸輪生於實測中地心而規之則有本天分之以四各得九十度自高卑至於中距皆等焉



由是自卑測之至於中距實行過之爲積盈自高測之至於中距實行不及爲積縮盈縮之差其正切爲兩心差以兩心差爲半徑規之是爲本輪本輪者爲中距之

差設也

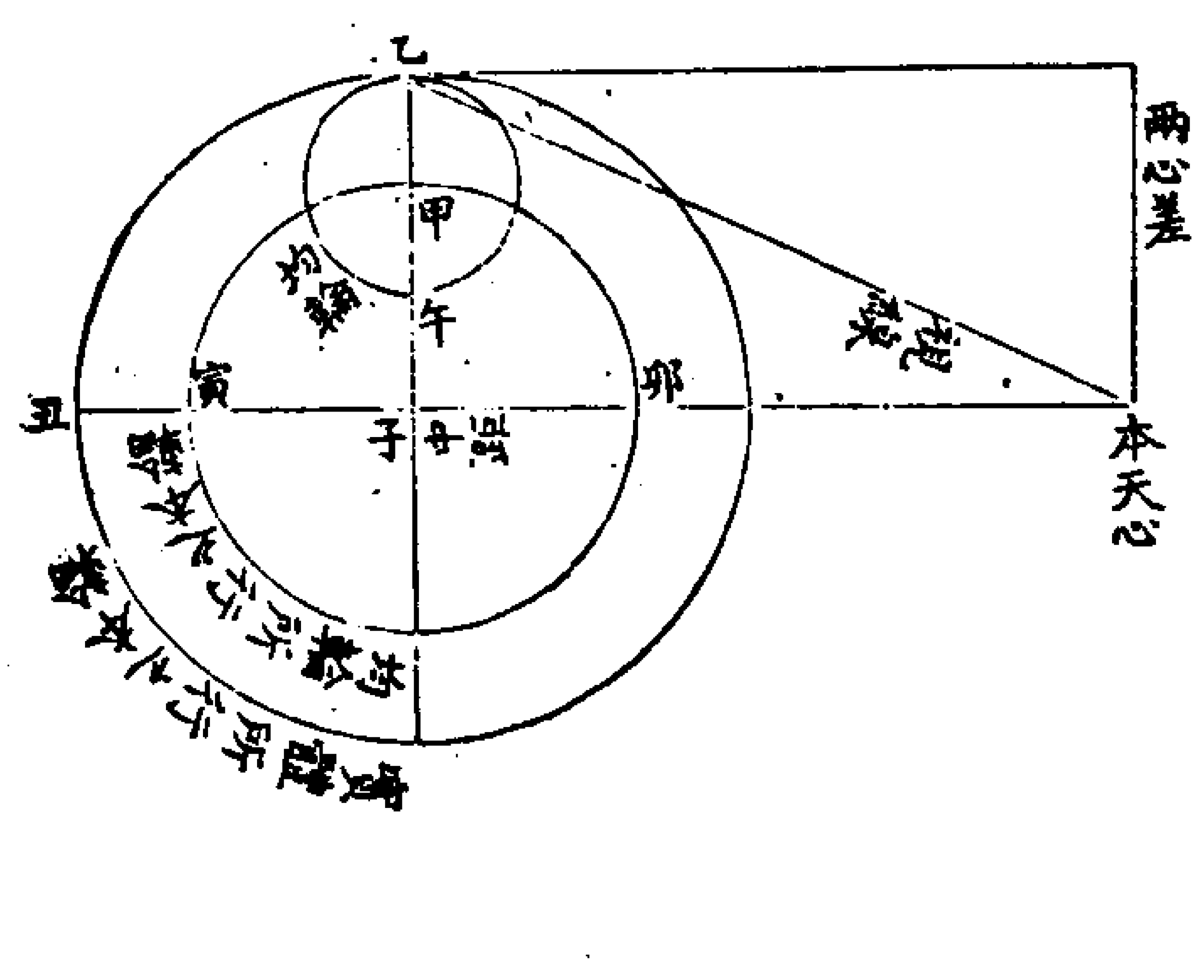


按實體在最高與本輪心地心皆一線無所用其本輪惟測得盈縮差故用本輪以消息之使本輪心順行實體逆轉心當中距實體當盈縮差故有盈縮差乃有半徑有半徑乃有本輪有本輪乃有最高諸輪起於實測夫又何疑

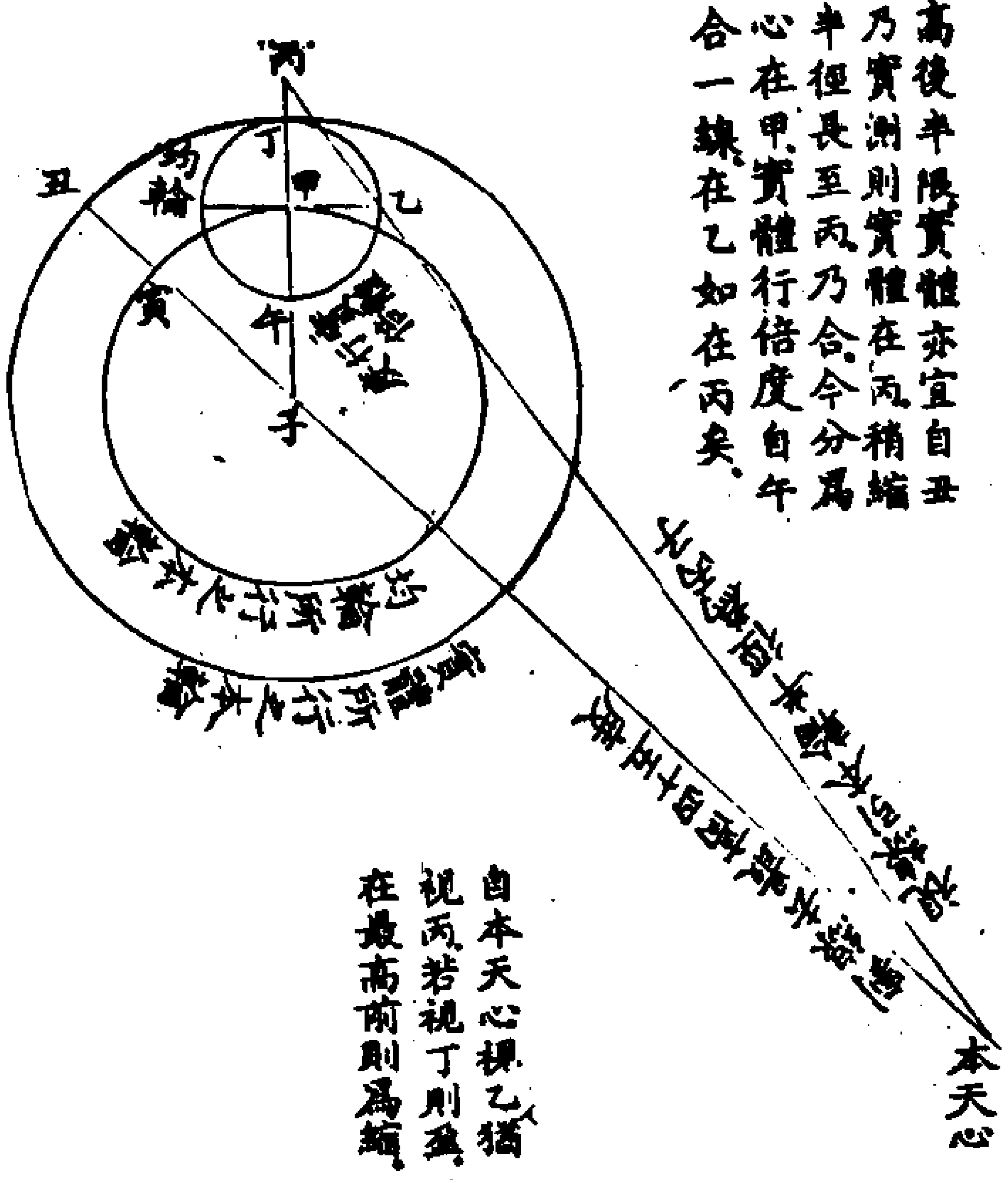
李尚之云本輪至本天中距則本輪半徑爲最大均數之切線卽兩心差若最大均數之正弦必小於本輪半徑則亦小於兩心差

又由中距而上測之當最高之前後則半徑宜於長由中距而下測之當最卑之前後則半徑宜於促於是分本輪之徑以爲均輪均輪者爲高卑前後之差設也

乙爲實體甲爲均輪心子爲本輪心本輪心歷一限至中距實體自丑亦行一限至乙若分乙子三之一爲均輪半徑如乙甲於是均輪心自卯行一限至甲實體之行於均輪自午行均輪心之倍度至乙然則用均輪與不用均輪實體皆至乙是中距無所用均輪也

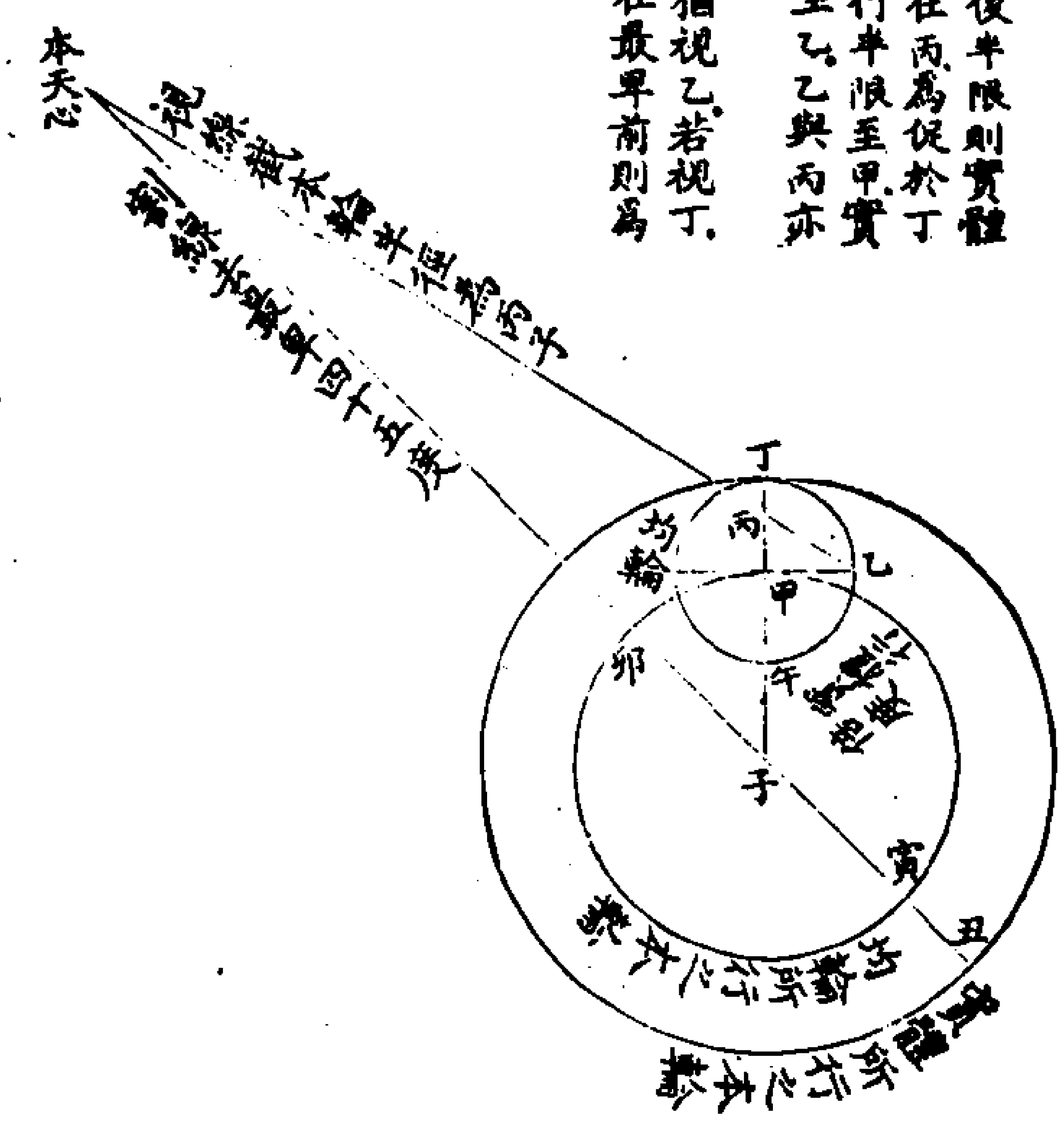


本輪心當最高後半限實體亦宜自丑行半限至丁乃實測則實體在丙稍縮於丁是必引半徑長至丙乃合今分爲均輪使均輪心在甲實體行倍度自午至乙乙與丙合一線在乙如在丙矣

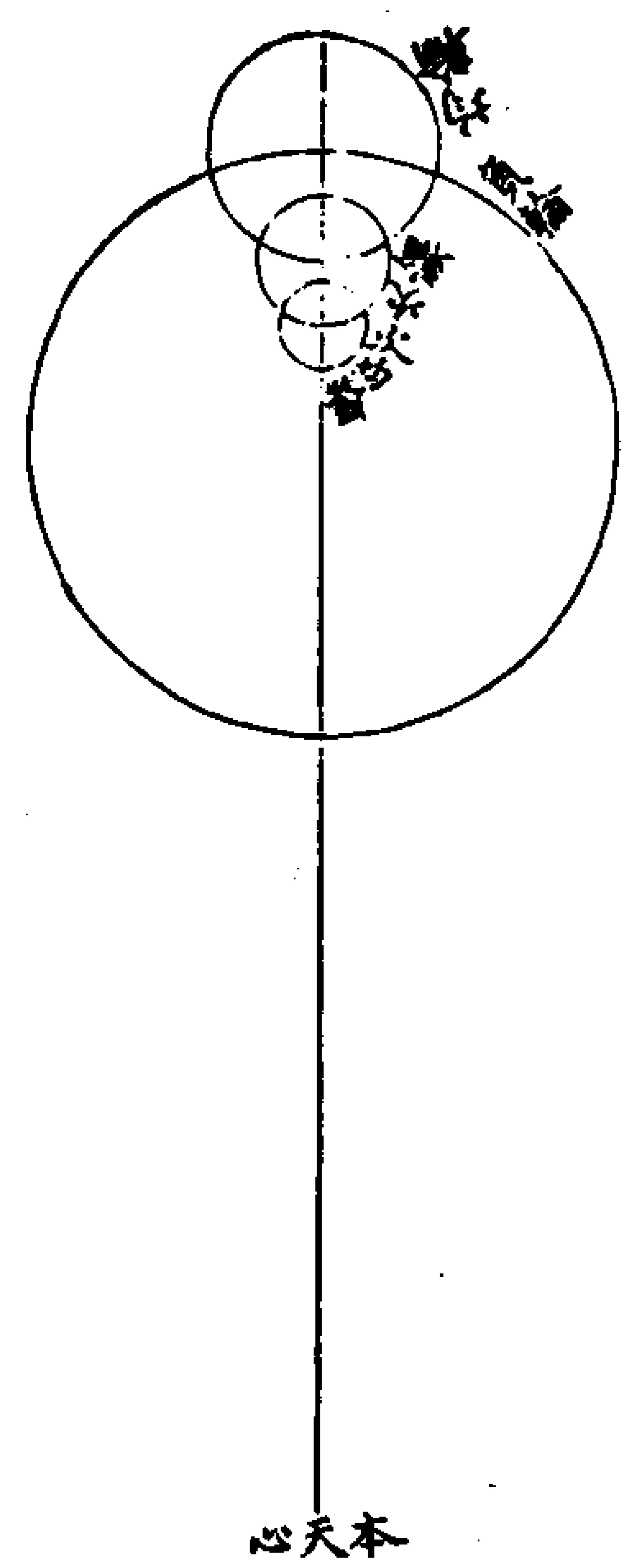


自本天心視乙猶視丙若視丁則盈在最高前則爲縮

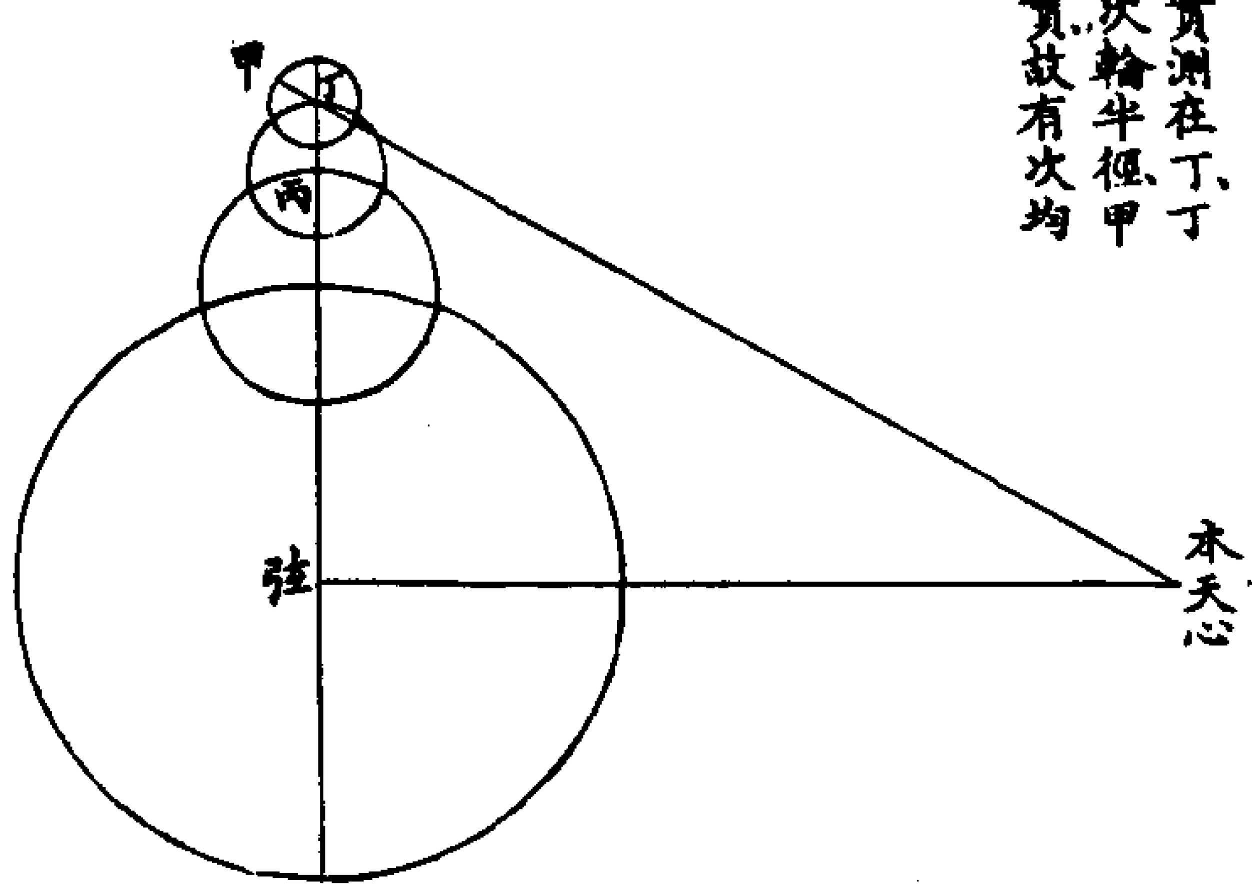
本輪心當最卑後半限則實體應在丁今實測在丙爲促於丁子均輪心自卯行半限至甲實體自午行倍度至乙乙與丙亦合爲一線自本天心視丙猶視乙若視丁則前於丙爲盈在最卑前則爲縮

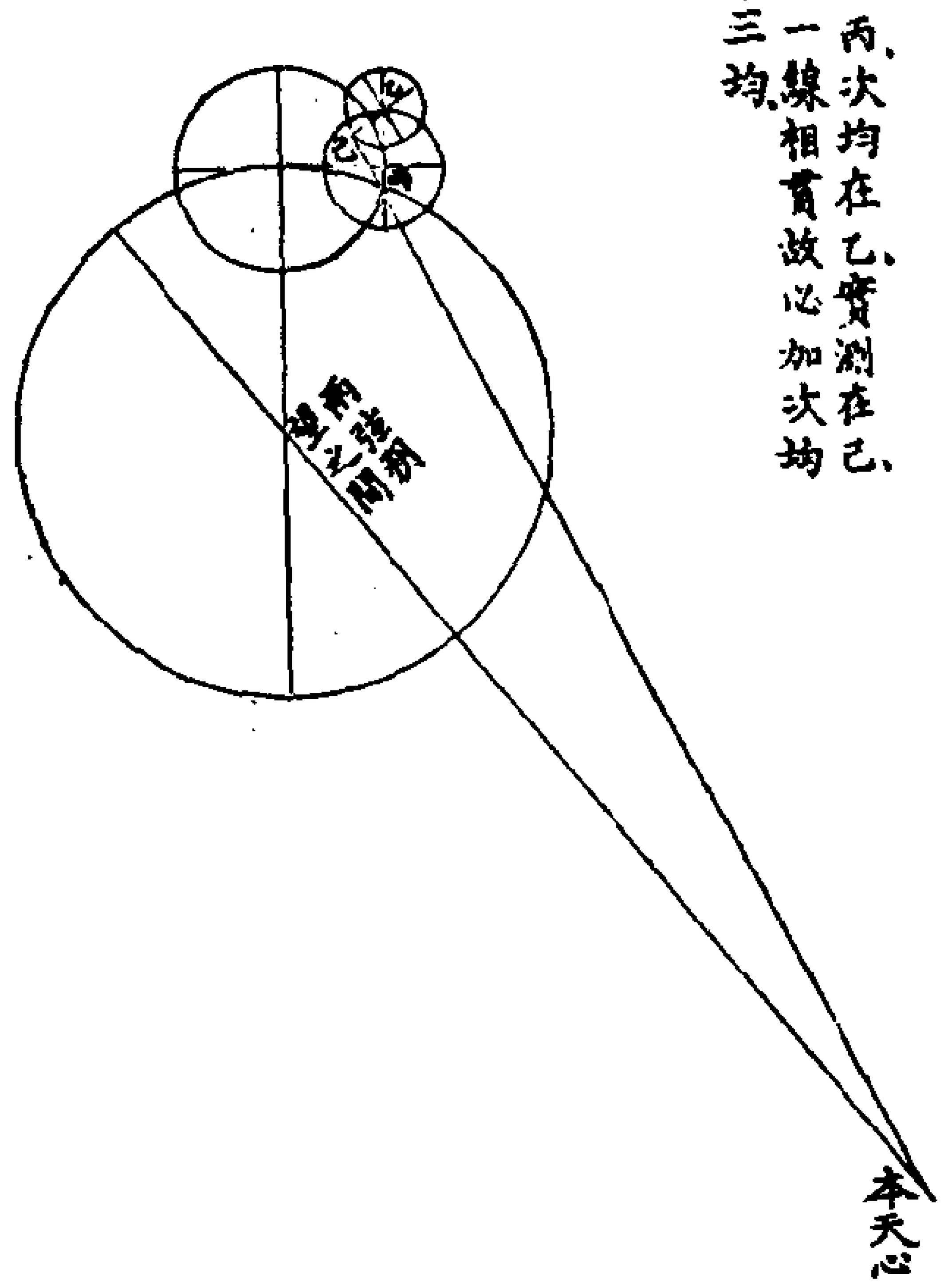


按舊止用本輪以與實測不合故用均輪以消息之第谷設於地心其推步亦等可知諸輪皆以實測而設之非天之眞有諸輪也不然同一本輪何以或大或小同一均輪何以或設於地心或設於本輪也測月於兩弦實體與均輪心差乃設次輪以齊之測月於兩弦朔望之間實體與次輪心差乃設次均輪以齊之本輪爲中距設不爲高卑設必與高卑之線合均輪爲高卑中距之間設不爲中距設必與中距之線合次輪爲兩弦設不爲朔望設必與朔望之線合次均輪爲兩弦朔望之間設不爲兩弦設必與兩弦之線合必與之合此遠近上下之所由殊左旋右旋之所由判也

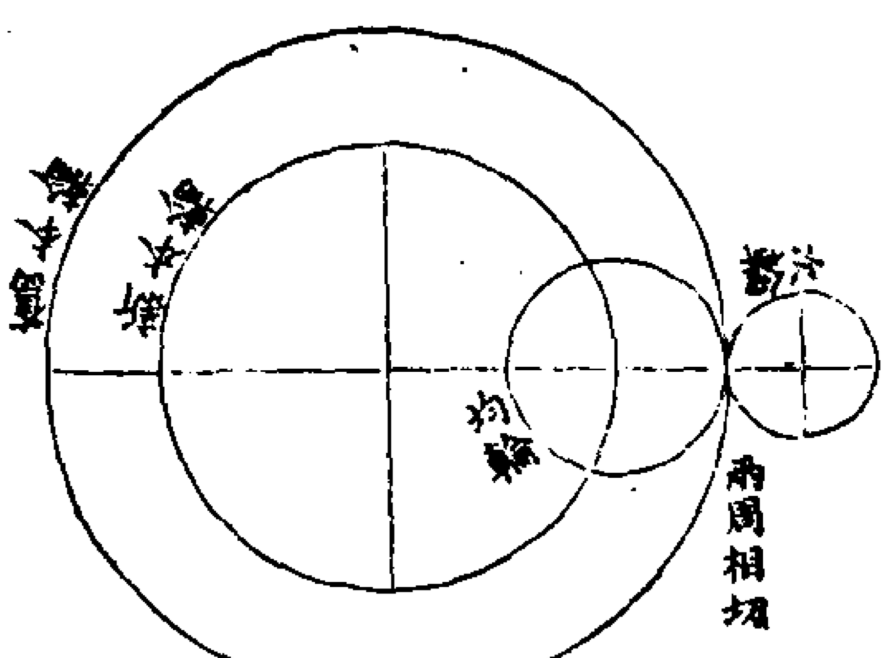


初均在丙實測在丁丁丙之差即次輪半徑甲丁一線相貫故有次均輪而不用

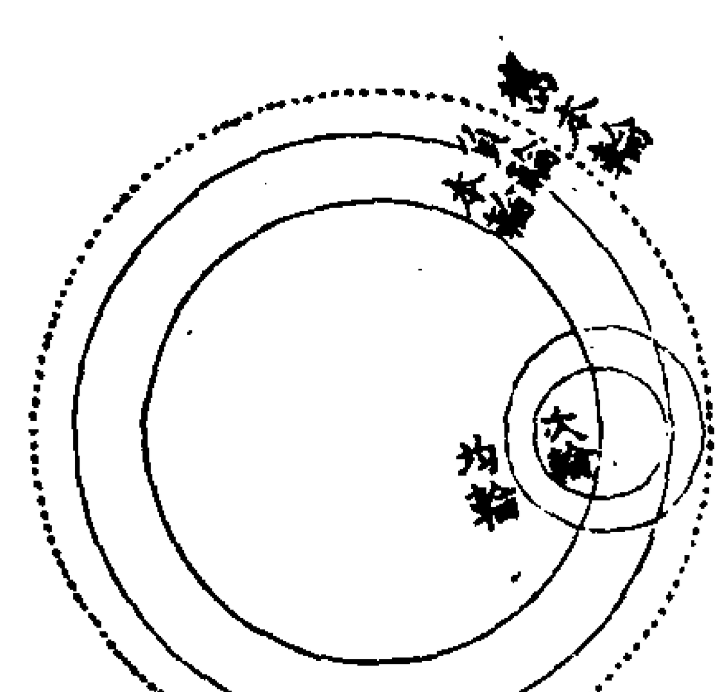


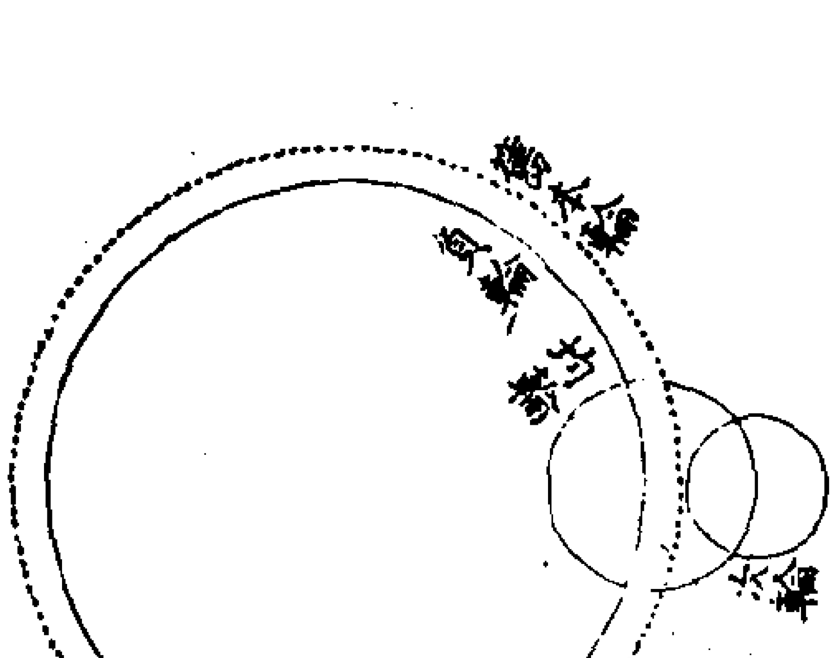


初未設均輪則次輪與本輪兩周相切既分本輪為均輪而均輪之周與次輪之周兩相切矣



欲置次輪於均輪之周乃以新本輪半徑加次輪半徑規之而為負輪以均輪次輪之較為負輪舊本輪之較所以載均輪而就次輪也

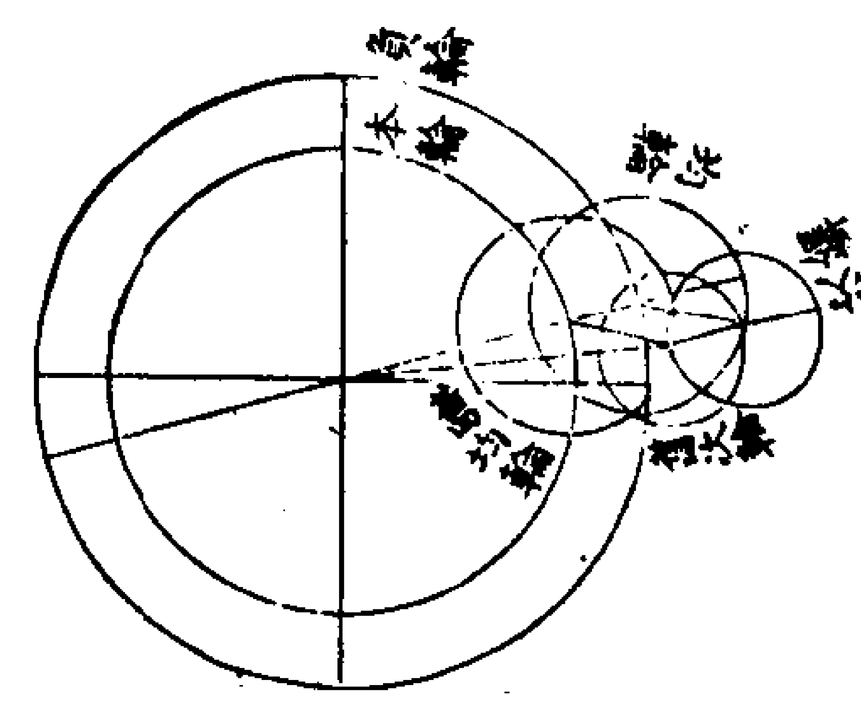


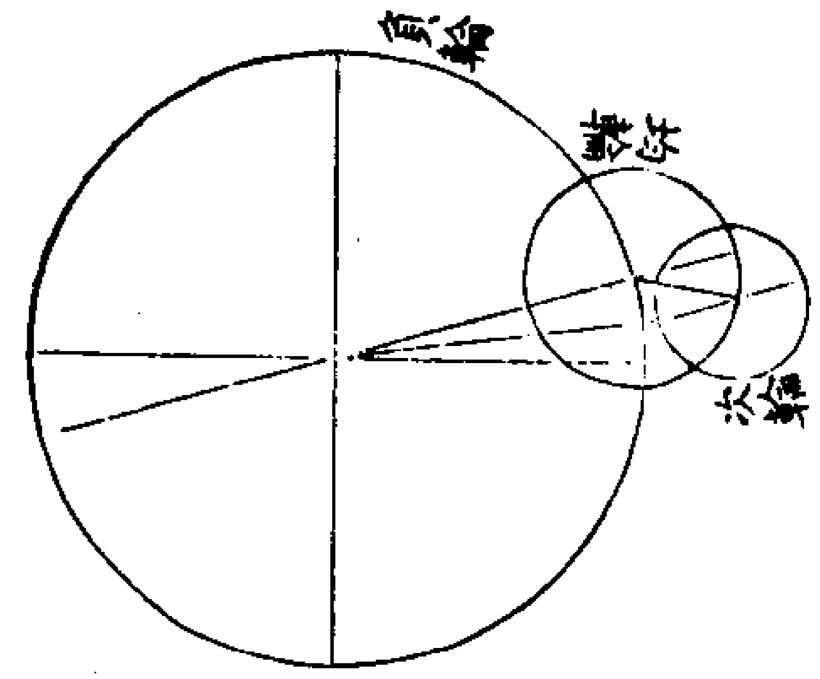


按次輪之周原與本輪之周相切其度未可移易今欲載次輪於均輪惟使均輪就次輪使均輪就次輪不得不增損新舊兩本輪以就均輪蓋均輪在新本輪之周其周與次輪之周相切將伸均輪之周以就次輪之心則必伸出一次輪半徑乃可故以次輪半徑加新本輪半徑為負輪半徑以載均輪然次輪之心雖載於均輪之周以圖核之仍與舊本輪之周兩周相切也

均輪在負輪與在本輪相去一次輪之半徑次輪在負輪之均輪與在本輪之均輪亦相去一半徑初均消息

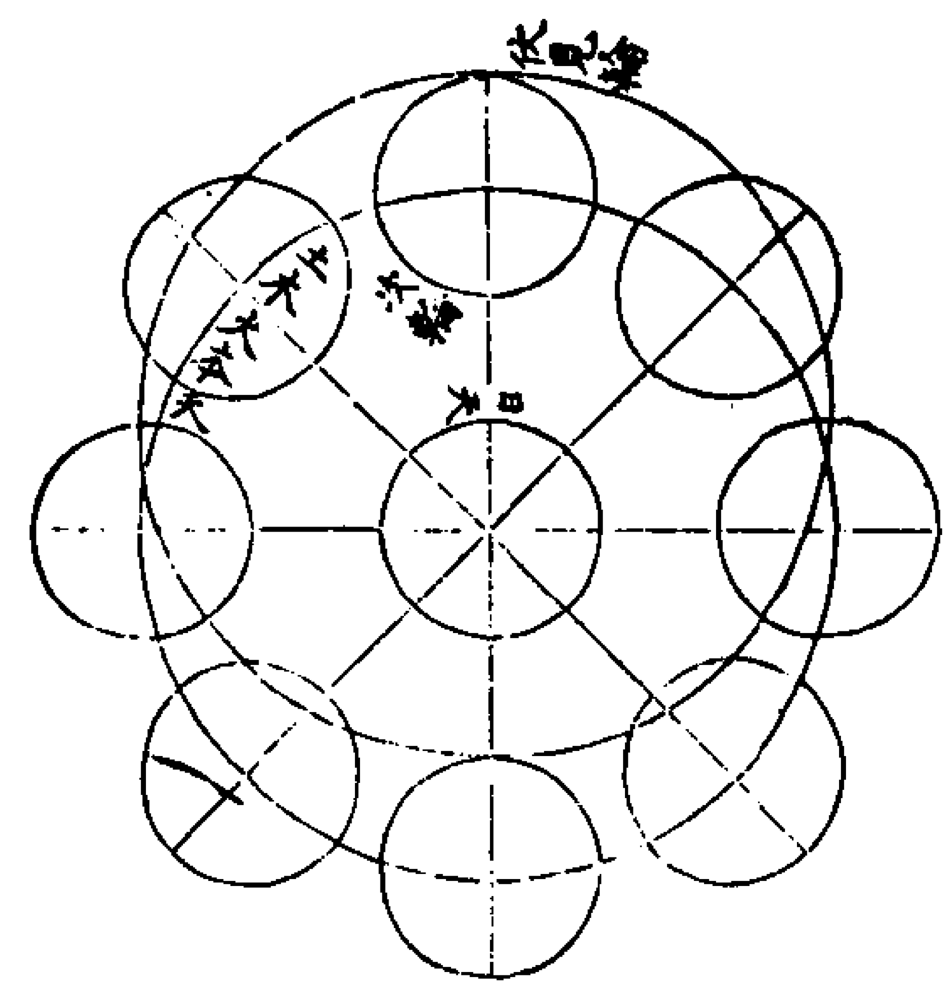
本天用本輪之次輪次均求合倍離用負輪之次輪次
輪之地易而相承以心故與均輪之徑平行也

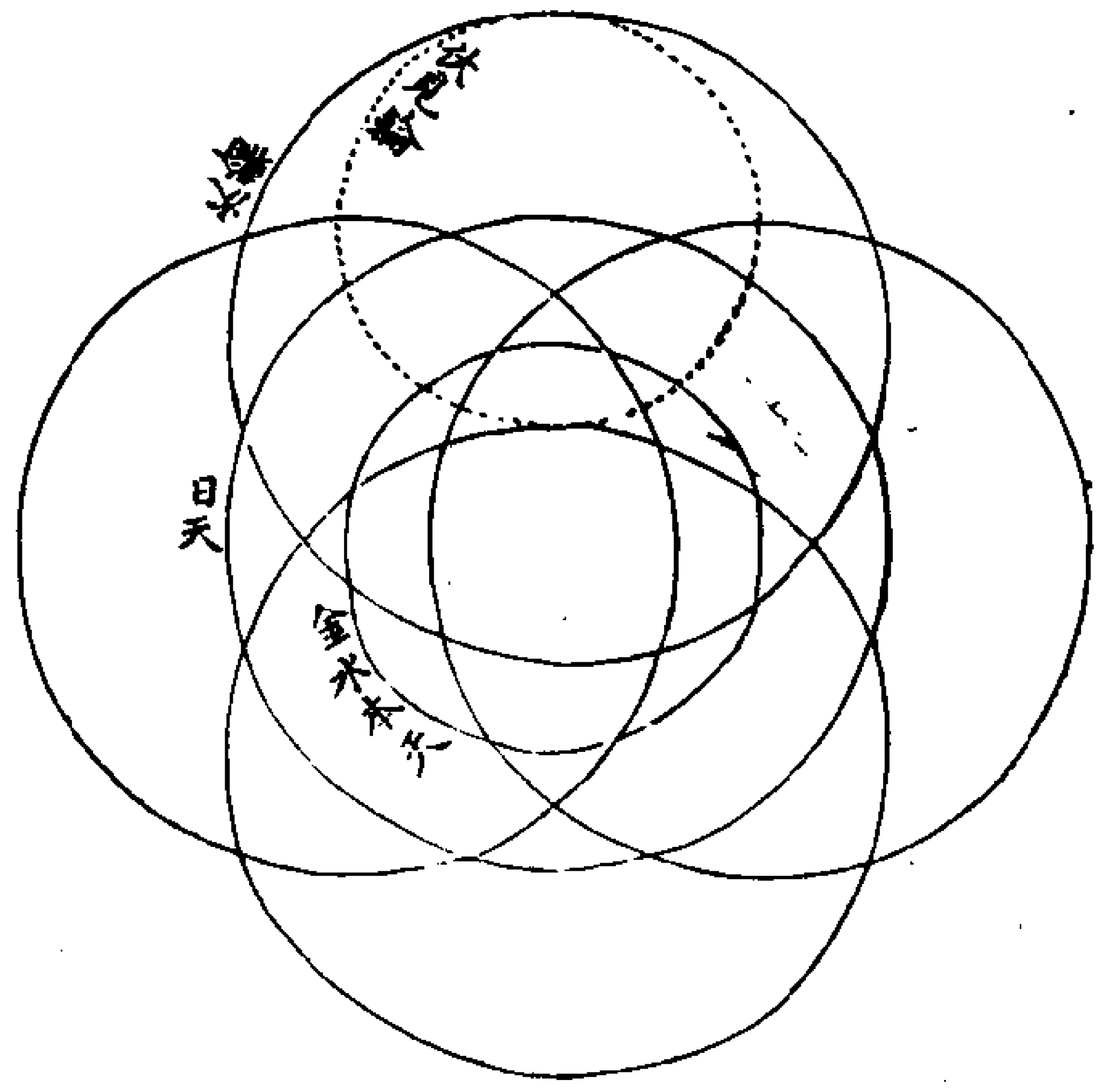


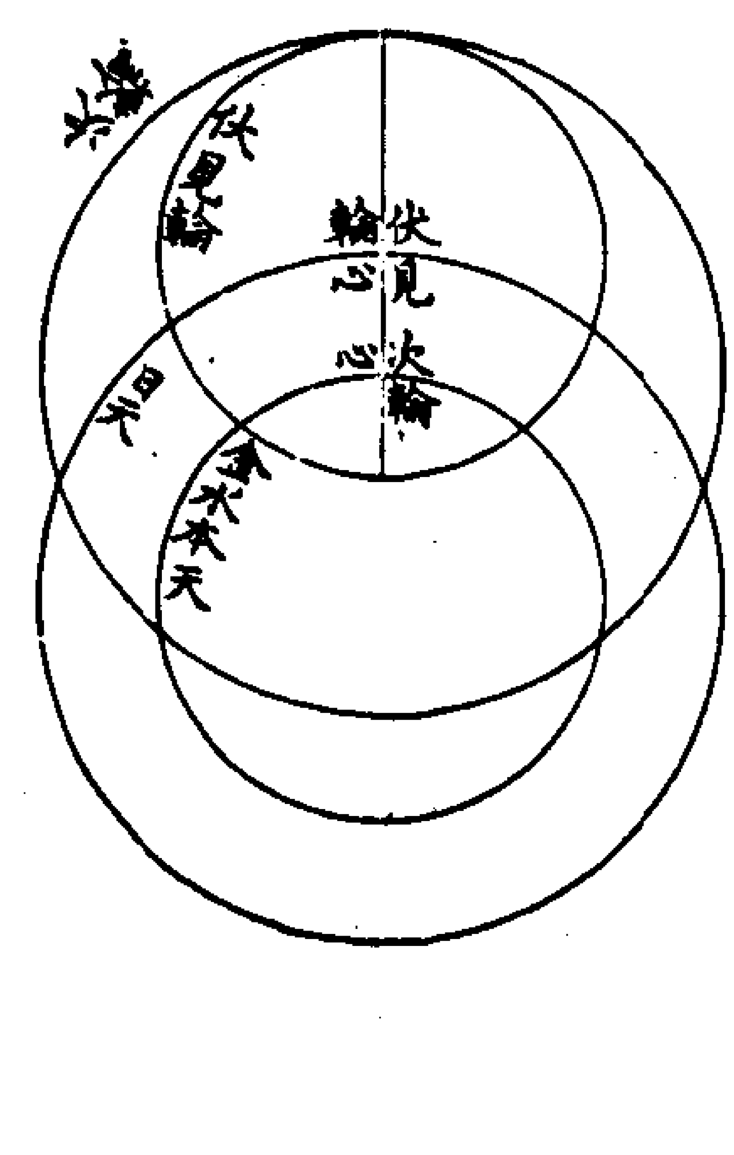


按梅勿菴徵君云天西行七政之本輪皆從天而西轉其行皆向最高日天東移月五星之合望次輪皆從日而東運其行皆向日又云本天挈小輪心東移而七政在小輪上常向最高殆其精氣有以攝之循嘗細推其理因兩心差而立最高之名由最高規爲不同心圈其跡緣最高而周設爲本輪易右行爲左行在右行爲緣最高而下在左行則爲常向最高以爲常向最高可以爲順最高右行亦可不必眞有小輪而本天挈其心也月五星依日而測故因朔望兩弦設爲次輪又設爲次均輪以其自朔望而測自以距日爲之率所以設負輪增次均輪行倍離皆所以就實測之度以爲之法不然同一距日在五星之次輪與日天同大在月則視均輪爲尤小何也且五星次輪軌迹可規成伏見輪之圜周而月行倍離其次均輪所載之體規其軌跡不可令圜亦與日無一定相距之向則諸輪皆巧法非實跡於此可見故初均之均輪在本輪次均之均輪在負輪法隨平測則輪隨乎法也徵君又云日有二小輪月五星有三小輪皆以齊視行之不齊有不得不然者又云總是借虛率以求眞度然則所云常向最高精氣攝之者未可泥於其說矣

五星之合望亦逆依於日行故次輪與日天同大次輪軌迹所成謂之伏見輪故伏見輪與本天同大金水之本天小於日天其次輪大於本天故不用次輪而用伏見輪伏見輪以日爲心其心不在本天故不用金水之本天而用日天所以就伏見輪之心也蓋日天卽金水之次輪伏見輪卽金水之本天土木火在日外以本天載次輪金水在日內則反其用以次輪載本天土木火之伏見輪大於日天不用而用次輪其義一也

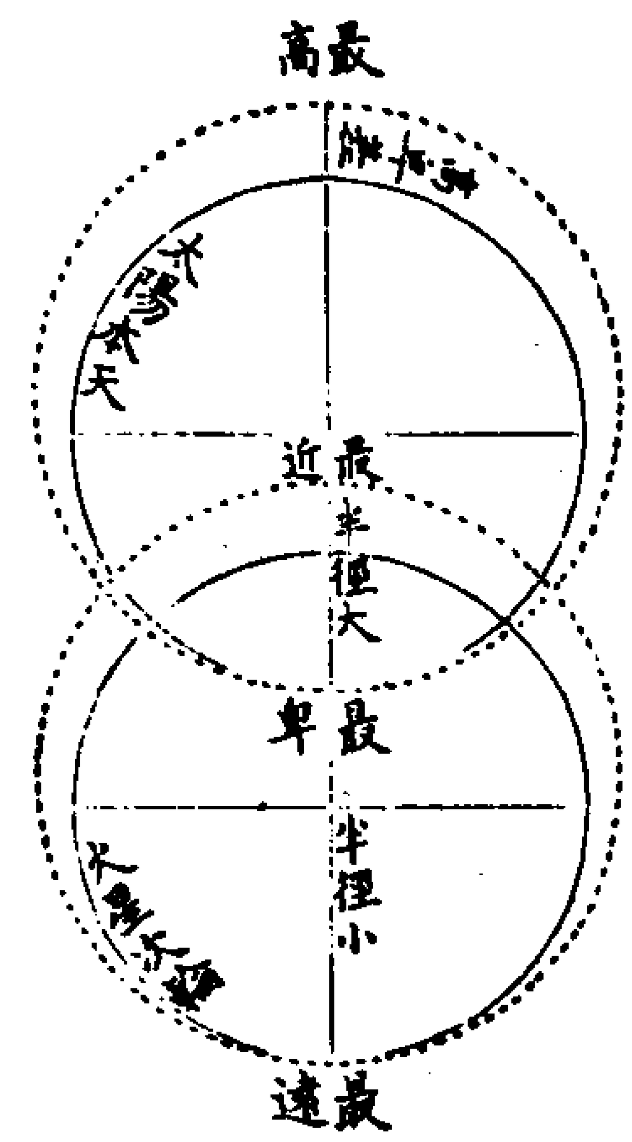


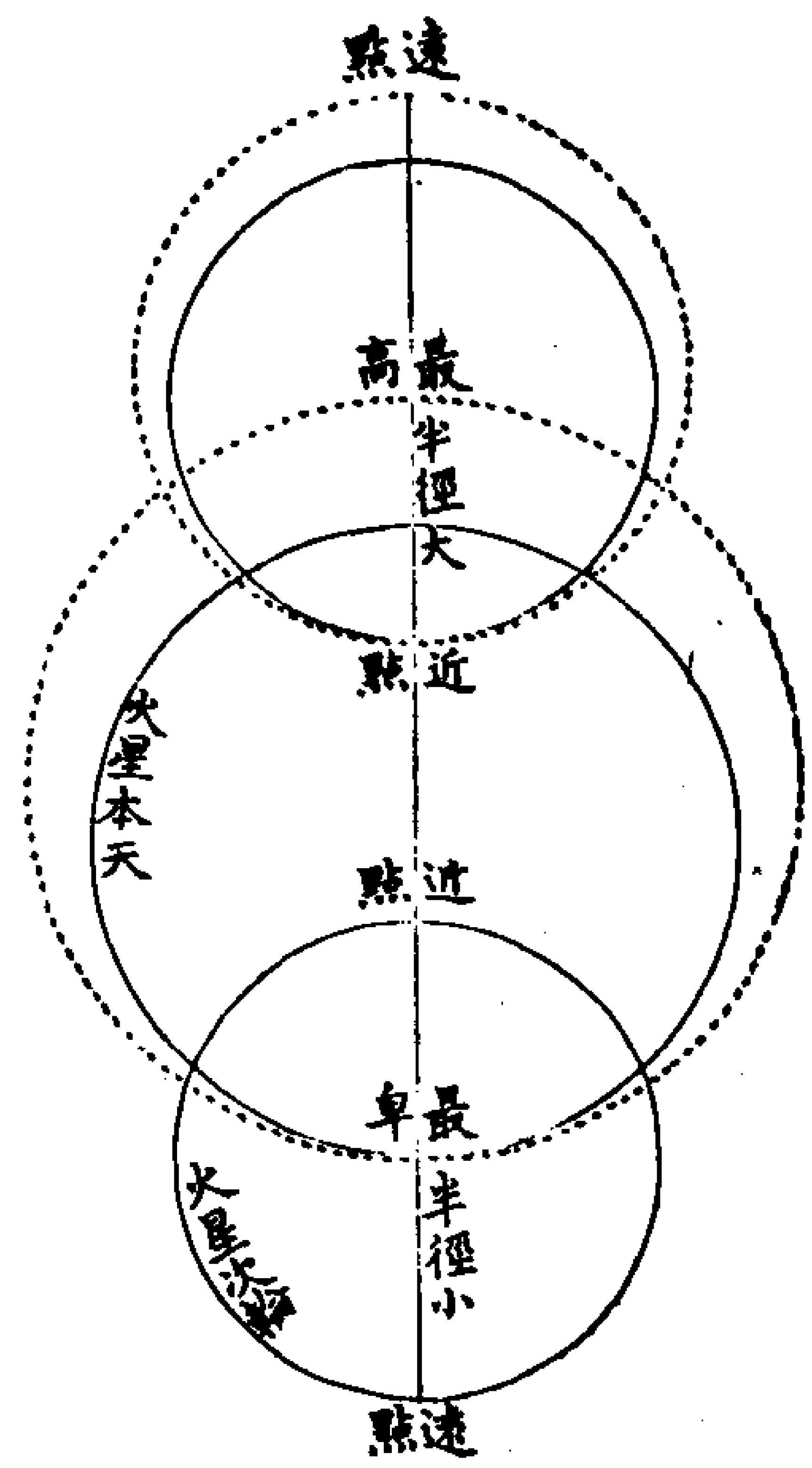


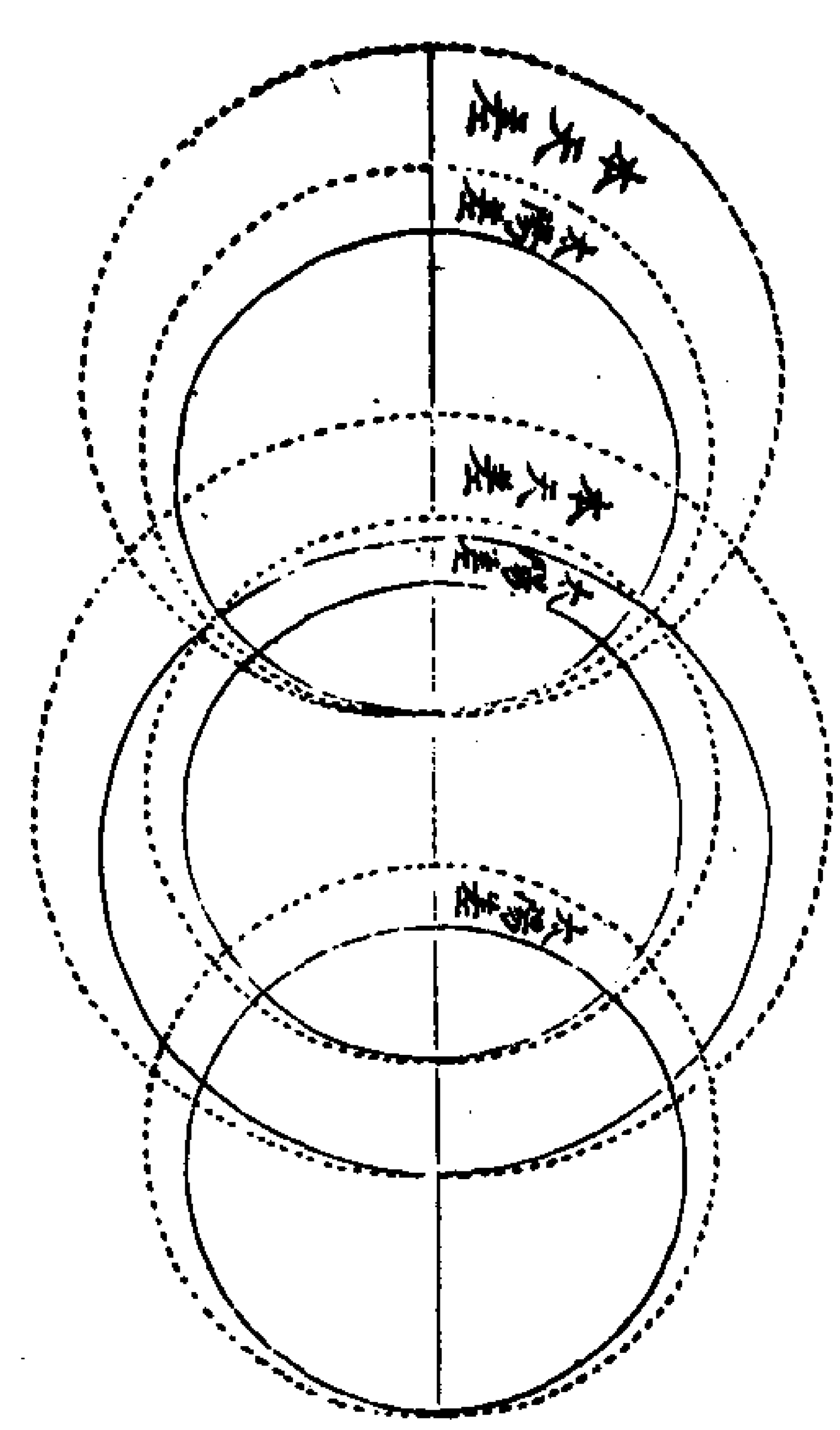


於火星在最卑之遠點太陽在最卑測得其最小之半徑又於火星在最卑之近點太陽在最高測得其半徑較之最小之半徑有差故知有太陽高卑差也於火星與太陽同在最卑測得次輪最小之半徑又於太陽在最卑火星在最高測得次輪半徑與最小半徑有差故知有本天高卑差也太陽火星俱在最高則兩差相加爲半徑之度蓋高卑之差視乎本天於是以均輪之心當本輪之徑過半徑者爲大矢不過半徑者爲小矢矢小則差小矢大則差大心在最高則當本輪全徑之端而差爲大之極在最卑當全徑之末而差爲小之極極

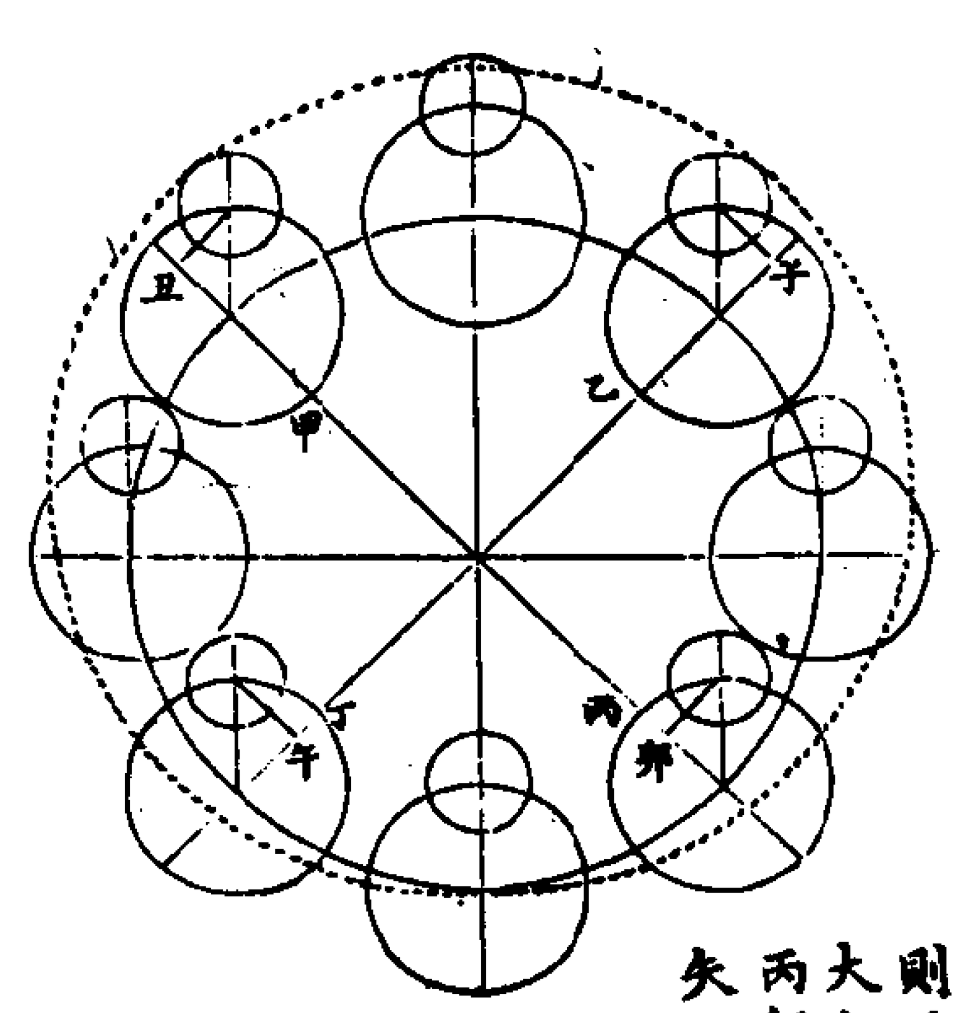
大極小之間以矢例之此半徑所以有小大而次輪所
以割入日天也







均輪心當子丑、則子乙丑甲爲大
矢當卯午則丙卯丁午爲小矢



均輪心當子丑、
則子乙丑甲爲
大矢當卯午則
丙卯丁午爲小
矢

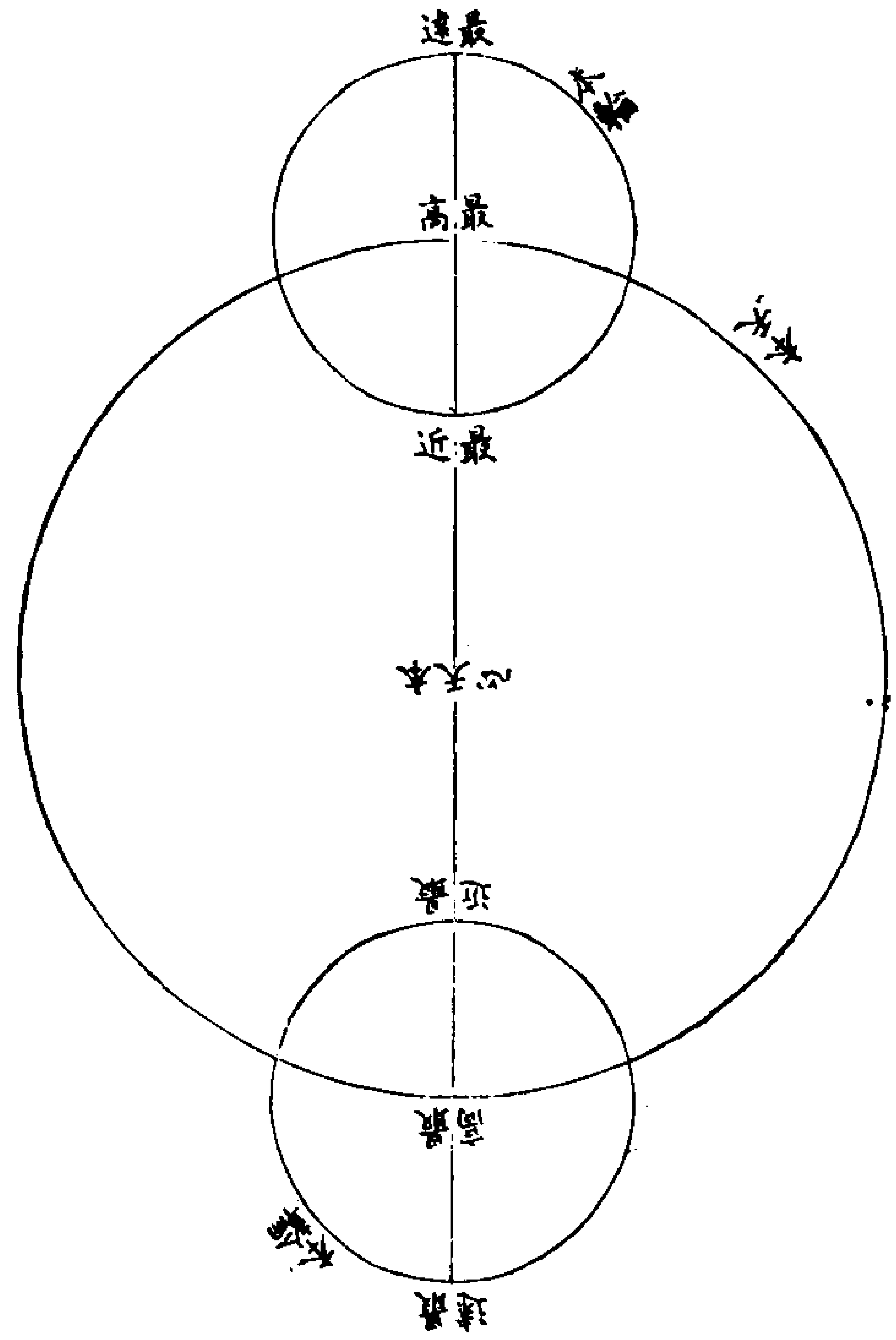
按弟谷曰日之攝五星若磁石之引鐵故其距日有定距今考火星在最卑遠點太陽在最卑與火星在最高之近點太陽在最卑其相距之度皆等惟火星在最高太陽亦在最高則既加太陽高卑之差復加本天高卑之差而星之距日遂過乎常此定距之說未可槩也梅勿菴徵君火星本法云火星兼論太陽之高卑要不能改其徑綫之大致今以求法考之以均輪所當之矢爲兩差之比例以相加則其徑綫隨本輪矢之高下爲高下有不能不改其大致者矣江愼修布衣云他星繞日繞其本輪心爾火日同類獨

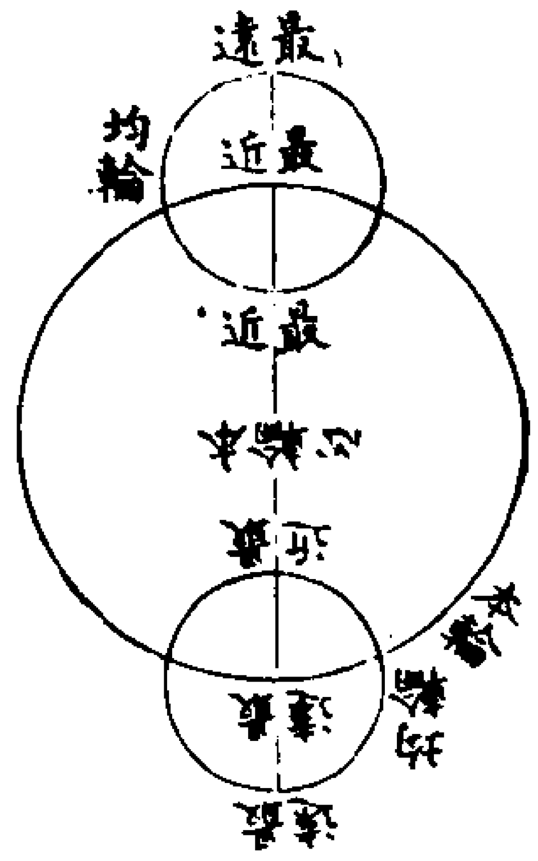
以太陽實體爲心故次輪大小兼論太陽之高卑乃細度之恐亦未然高卑之差惟有不同心之異其輪則同大今推求火星次輪之法在最卑時其半徑爲最小稍離乎最卑之左右增損一分一秒則本輪之矢隨之而長卽半徑之度隨之而增規此成圖必大於本圈非不同心圈與伏見輪之狀可比或者火星之次輪本割入太陽天內高卑之差緣是以起然又無從得其貫通總之設諸輪以合實測其所以然之故終非可以臆度謂火星次輪之大小由於太陽實體其理恐未可通也

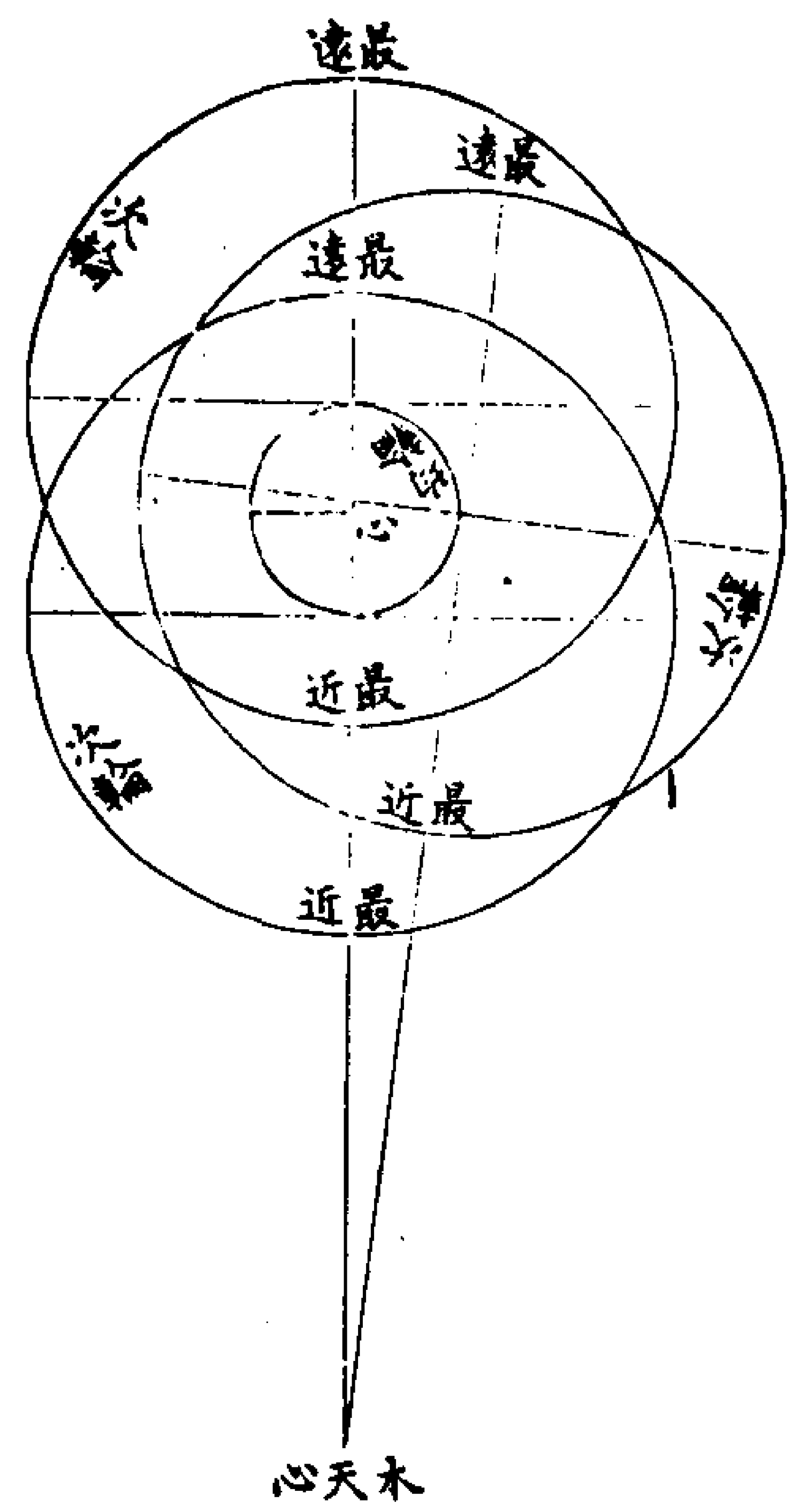
又按日在本天之最卑止見火星本天之高卑爲本天高卑之差若日在最高則高差更加本天之高卑不可見故測本天之高卑必當火在最高日在最卑也

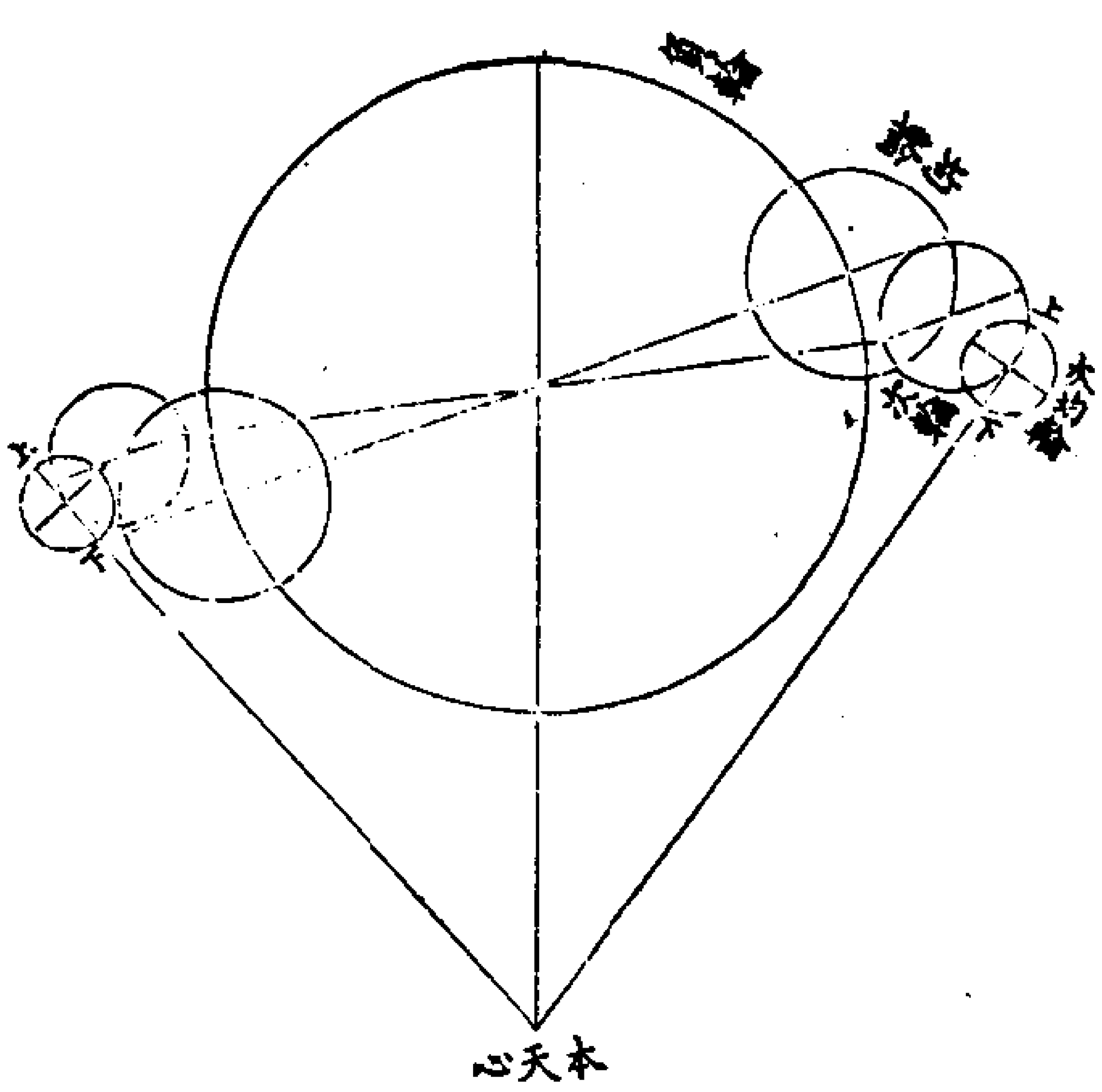
本輪之遠近視乎本天之心差起於本天也均輪之遠近視乎本輪之心消息乎本輪也太陰次輪之遠近視本輪不視均輪者舊次輪之心次均之所起也五星次輪不以本輪之心爲遠近而視乎本天之心者次均起於合伏合伏與次輪本天兩心相貫也伏見輪不用最遠最近而用平遠平近者星行伏見度不行距日度平

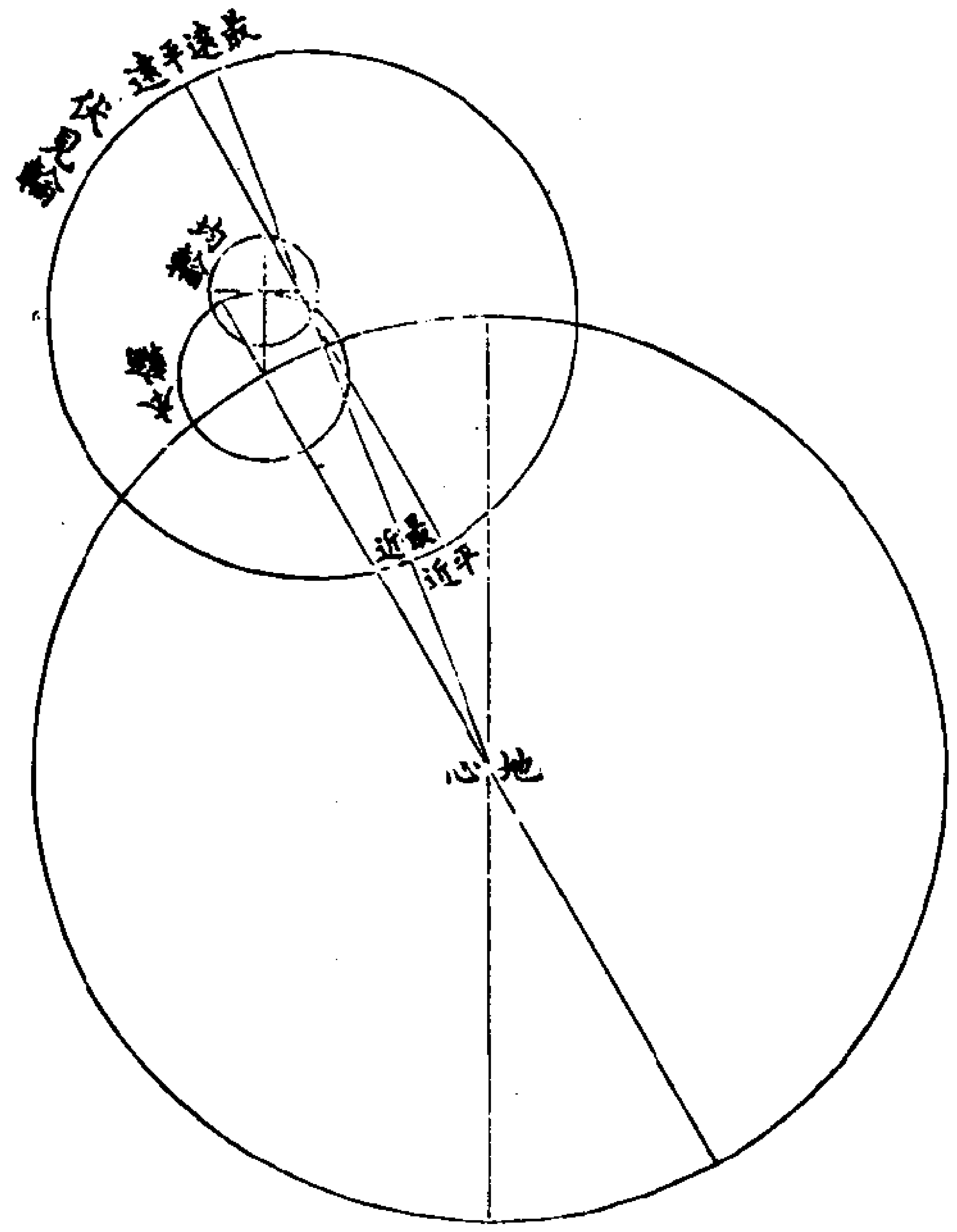
遠距最遠爲初均加減地也本輪之心右旋均輪之心左旋成其差也次輪之度左旋伏見輪之度右旋合其跡也星包於日則次輪右伏見輪左日包於星則次輪左伏見輪右判於距日之疾徐也次均輪之上下視本天之心不視次輪者三均起於次均輪心必與次均之界相切也日星之體皆右旋太陰之體左旋者間於次均輪而與之消息也星行距日度太陰行距日倍度者其消息次輪之度猶日之於均輪也金星伏見輪心自最近倍行水星伏見輪心自最遠三倍行者所以就實測之度也


最遠
本輪
最高
本天
最近
本天心
最近
最高
本輪
最遠


最遠
均輪
最近
最近
本輪心
最近
最遠
本輪
均輪
最遠


最遠
最遠
最遠
最近
最近
最近
本天心


本天心



釋輪卷下

江都焦循學

以差而有徑。以徑而有輪。輪之周。統大小廣狹。而其度皆等。故其角也等。其心卽等。其度有角有弧。而弧三角之法可立矣。

規線作圓。分其周之度。爲三百六十。作線徑交午圓中。以交處爲心。爲距等圈於周內。距等之義詳見釋弧隨其大小。爲度之廣狹。而皆同此心。卽皆同此三百六十度。故無論本輪均輪次輪。得地心之角度。卽得本天之行度也。

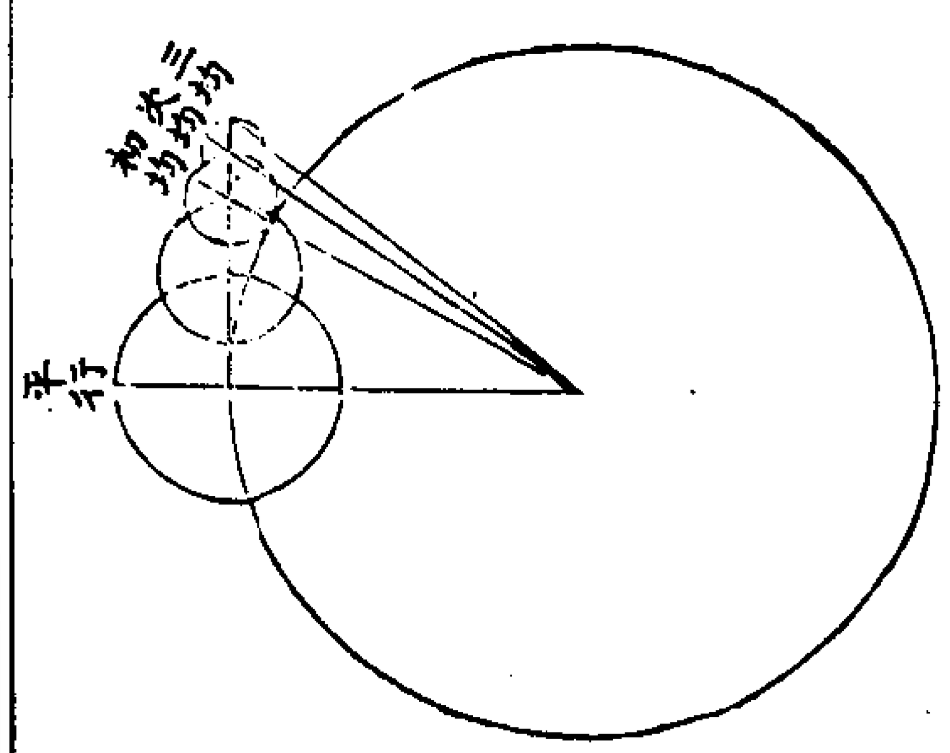
弧三角之法。由弧以知弦。諸輪之法。由輪以知徑。徑卽弦也。

輪因徑而設。徑隨輪之大小爲長短。本天半徑一千萬。此常爲半徑而不移者。小於一千萬則弦也。餘弦也。以諸輪之半徑相加。因而長於一千萬。則大切也。大割也。故半徑之名雖同。而所用實異。用輪爲角。大小必齊。用角爲弦。長短互異。弦之數生於半徑者也。半徑不同。則角亦異矣。

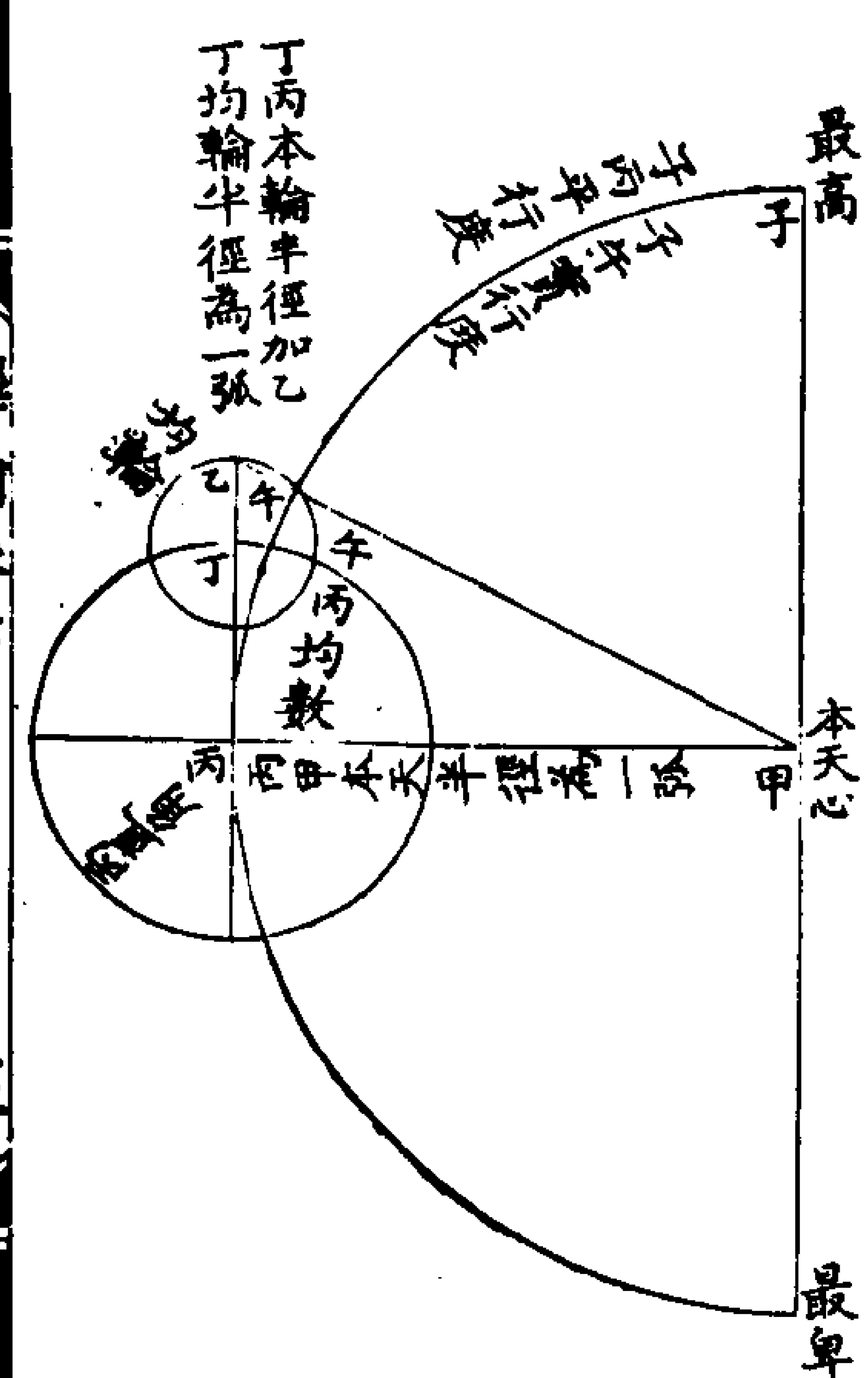
本天半徑一率。角度正弦二率。諸輪半徑三率。求得四率。爲諸輪正弦。倍之卽通弦。餘線亦然。

本輪心之行謂之平行均輪心之行謂之引數日之實體及次輪心之行謂之倍引數五星在次輪行太陽平行之度謂之距度次均輪心及月之實體倍行距日之度謂之倍離實體値平行之前謂之盈値平行之後謂之縮自所盈所縮至於平行爲地心角度推得其度謂之均數以均輪推之謂之初均以次輪推之謂之次均以次均輪推之謂之三均均數者消息乎平行者也

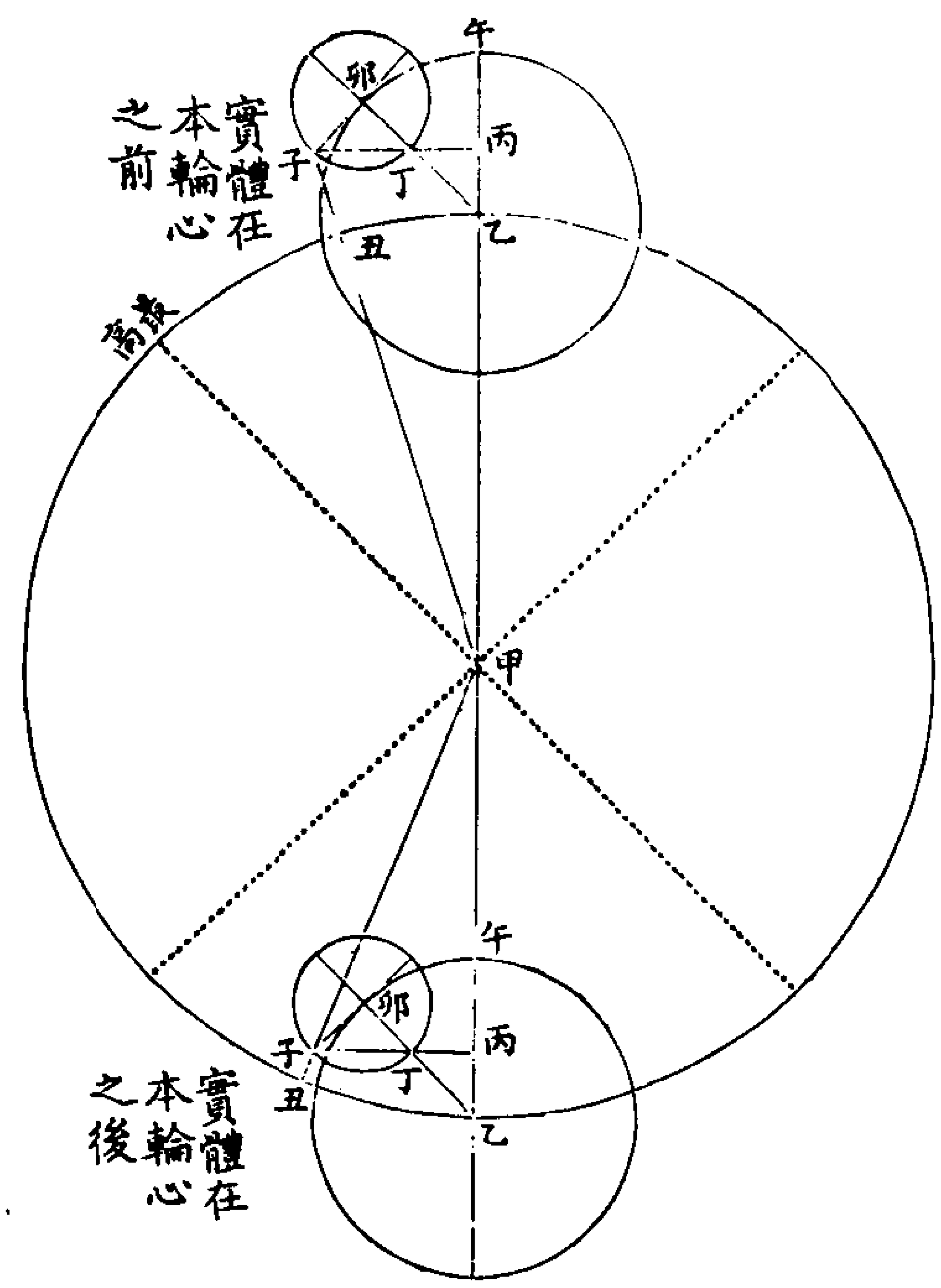
日止用初均五星兼用次均月兼用三均當其盈以平行加均數當其縮以平行減均數初均盈於平行二三均盈於初均以加益其加初均縮於平行二三均縮於初均以減益其減初均盈於平行二三均縮於初均則先加而後減初均縮於平行二三均盈於初均則先減而後加



推算之法諸輪心一線者無加減若最高最卑當中距則有本天半徑有本輪均輪兩半徑有本輪心直角是兩邊一角也求得本天之角卽均數

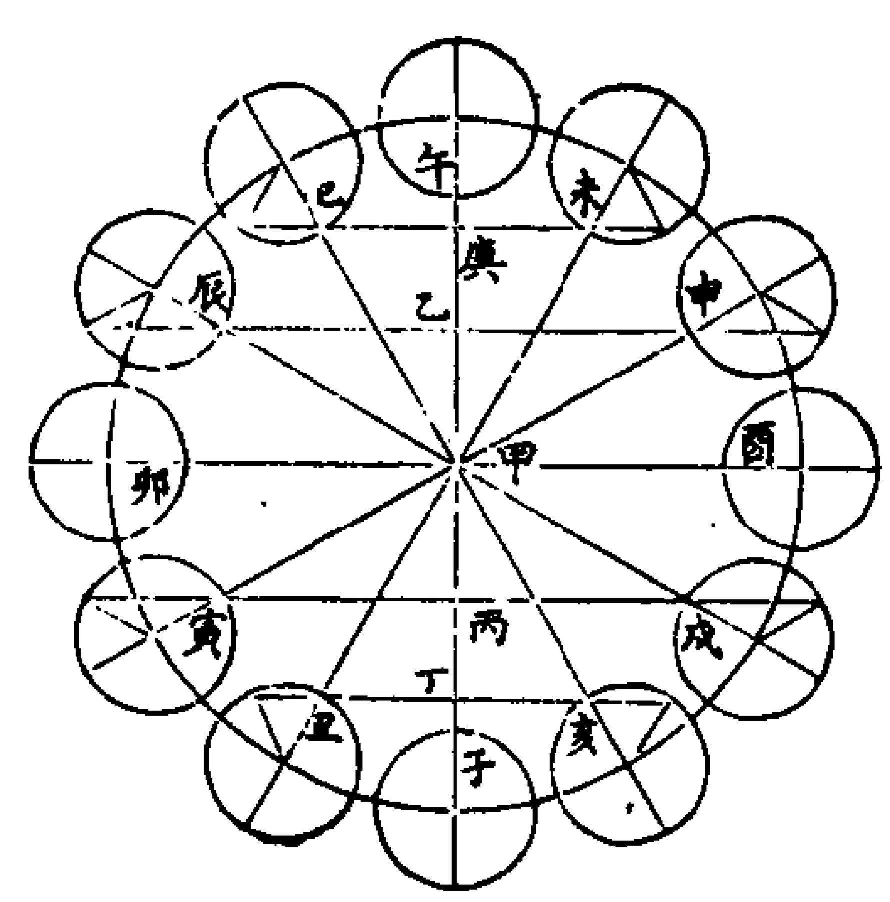


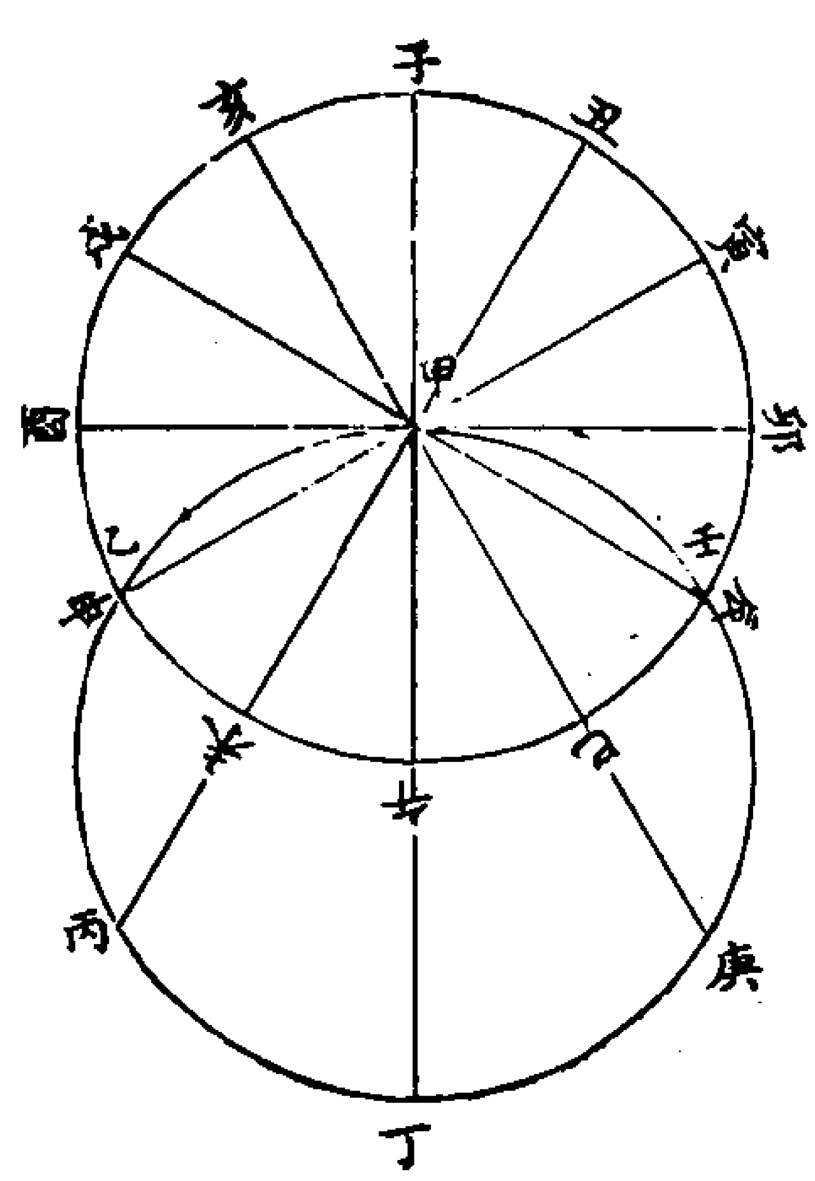
若當高卑中距之間則本輪均輪之半徑不可以相加本輪之心不可以爲角本天之半徑不可以爲邊則先以均輪心之行度爲角以均輪半徑減本輪半徑爲邊參以直角有一邊兩角以求未知之兩邊又以所得之一邊合本天之半徑以一邊合均輪行度之通弦參以直角有一角兩邊以求角以所得之角因盈縮而加減焉自均輪最近抵本輪半徑必成句股之形其通弦必與句相貫爲大句右行一左行二其端必齊此引數所以用倍也



按圖乙丑爲均數亦卽甲角故求得甲角卽得乙丑均數也欲求甲角必先求乙丙丁句股形午卯爲均輪心行本輪之餘弧亦卽本輪心之乙角此有數者也以卯丁均輪半徑減卯乙本輪半徑爲丁乙亦有數者也有乙角有乙丁邊加以丙直角可求丙乙邊及丙丁邊有丙乙邊加乙甲本天半徑又有數者也均輪心自最近所行之度丁子其通弦加丙丁邊又有數者也有丙子邊有丙甲邊仍加以丙直角可求甲角卽乙丑也實體在子本輪心在乙子在乙前則用加子在乙後則用減

按圖大者本輪小者均輪午甲子爲徑己庚未庚申乙辰乙寅丙戌丙丑丁亥丁皆自最近抵半徑之綫十二辰皆最近均輪心從最高左旋實體自最近右旋倍度所至與最近爲通弦而必與抵徑之綫爲一直觀此可見

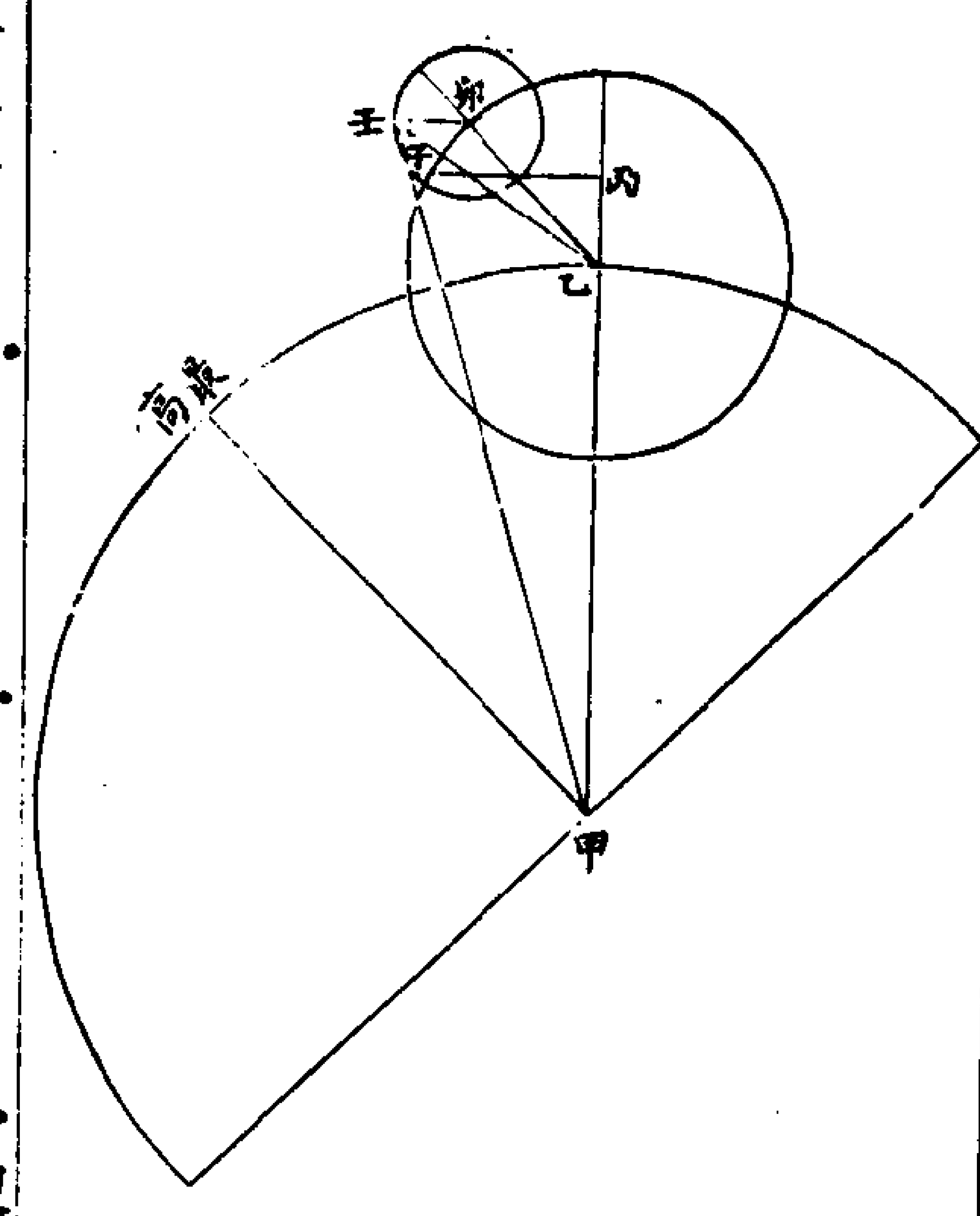




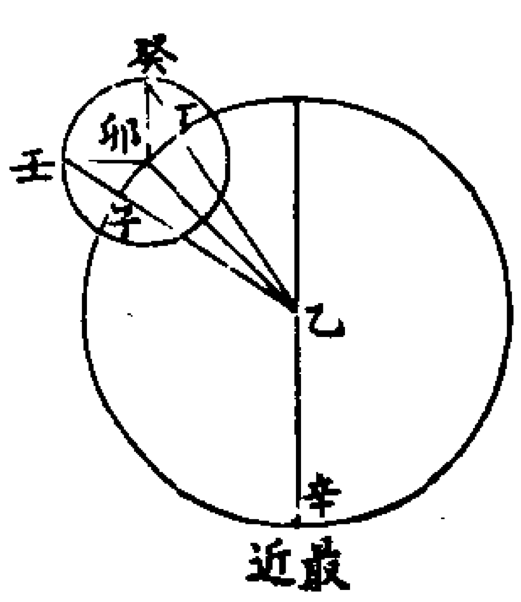
按均輪通弦與最卑抵徑之線相貫爲大句其所以必貫爲大句之理前圖明之猶恐未能了然故更爲是圖上圈本輪下圈均輪甲爲本輪心即爲均輪之最近午爲均輪心十二辰爲最高甲乙丙丁庚壬爲實體所行如以丑爲最高則丑未爲本輪徑線辰甲爲通弦起於最近甲即抵於本輪之徑甲也推之寅卯以下皆然在本輪爲辰巳巳午未申放此在均輪爲辰庚庚丁丙甲放此爲界角之輿半徑故本輪一均輪二必相遇也

又按子丁爲均輪通弦用與丙丁線相加必用三率比例由半徑求得通弦眞數如三十度之正弦五百萬爲六十度之通弦一千萬與本天半徑等以此與丙丁相加必不入矣唯以一千萬與太陽均輪半徑八萬九千六百零四相比例則六十度之通弦仍得八萬九千六百零四也丁丙出於丁乙丁乙爲兩半徑相減則亦出於半徑者也丁丙與丁乙皆出於均輪半徑合爲一邊故無戾耳

若引數不可以用倍則不能以用大句乃以本輪均輪兩半徑爲兩邊行度爲角求得對邊及本輪心角以對邊與本天半徑爲兩邊以本輪心角加減均輪心距本輪最近之度以爲角有兩邊一角而初均亦可求也



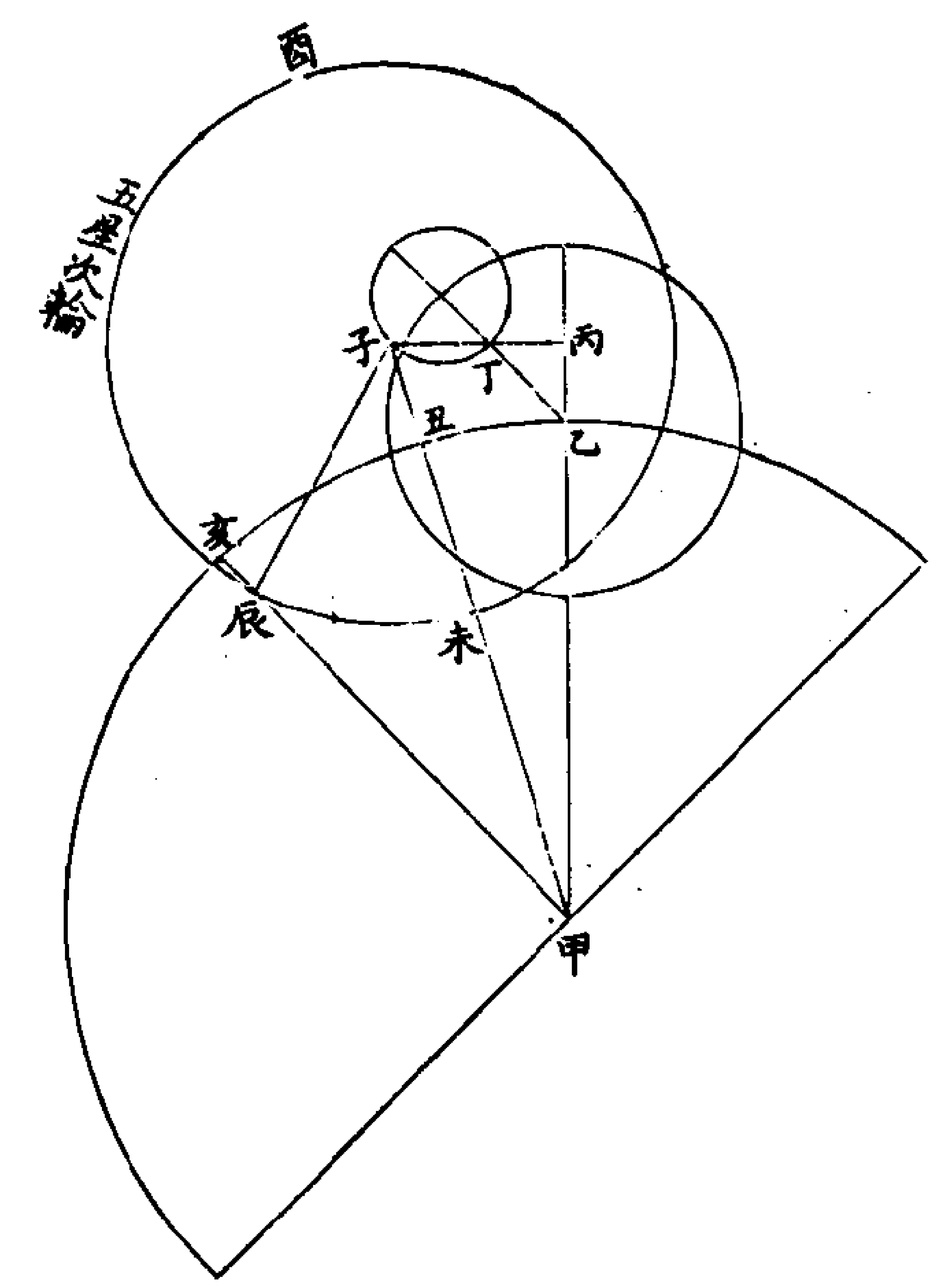
按水星三倍引數初均當壬故以壬卯邊均輪半徑卯乙邊本輪半徑卯角求得壬乙邊合乙甲邊本天半徑乙角又求得甲角



按辛卯爲均輪距本輪最近度若初均在壬則乙角爲子辛於卯辛減乙角子卯初均在癸則乙角爲丁辛於卯辛加乙角丁卯故求壬卯乙之壬乙邊必隨求乙角卯子或丁卯以爲加減地也

更以次輪之行度爲之角以半徑爲之邊其一邊自初均而得之於是有兩邊一角求得角而加減之是爲次

均。凡行度過半周。則用其度之餘。

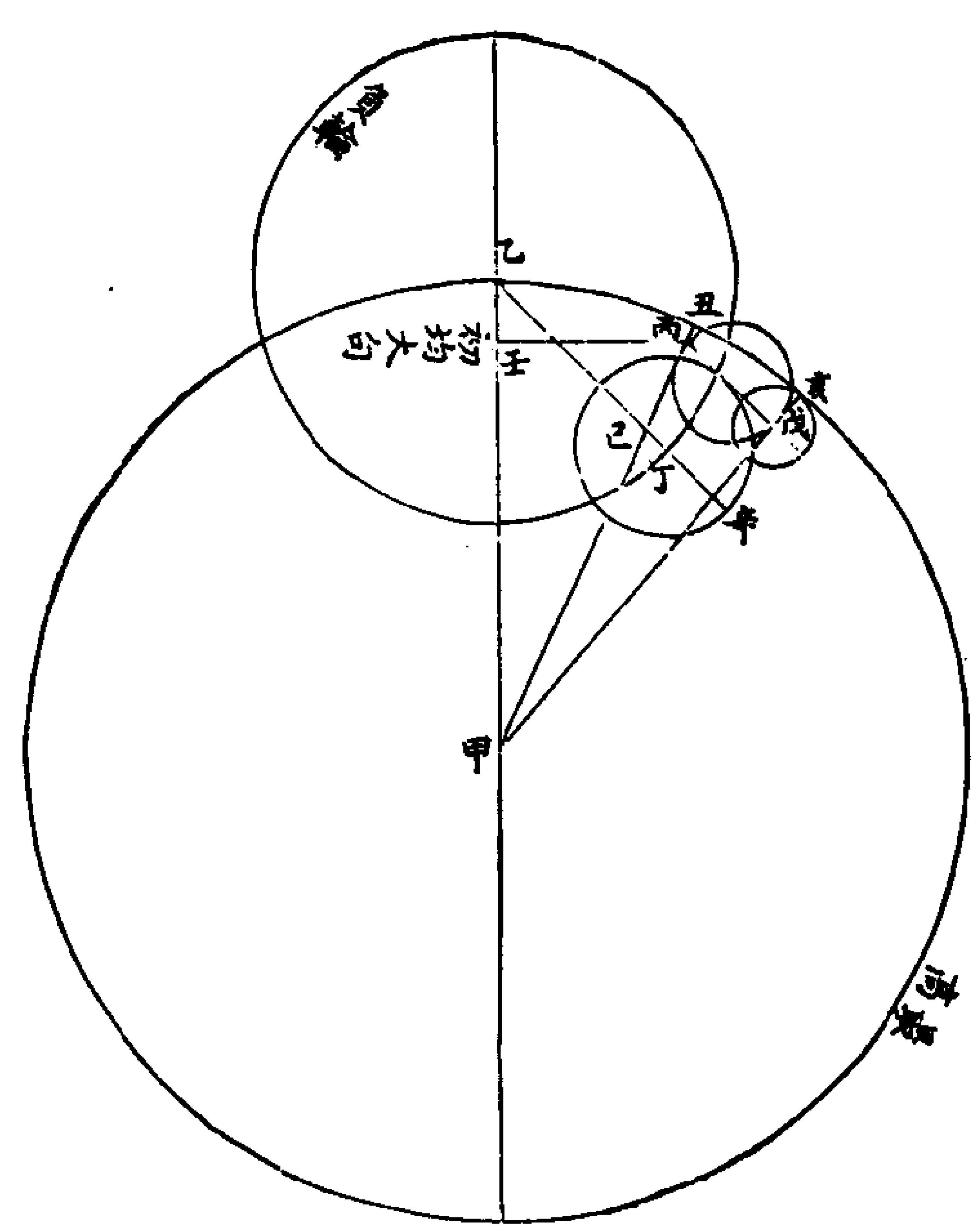


按乙丑爲甲角。復以甲角丙角丙甲邊（或丙子弧）求得子甲角。爲次均之二邊。以次輪半徑子辰爲一邊。行度辰未餘弧卽子角。有子角有子辰邊有子甲邊。可求甲角丑亥。於平行加乙丑外。又加丑亥爲次均數也。自未至酉爲半周。歷酉至辰則過半周。行度爲未酉辰。餘弧爲辰未。故用辰未也。

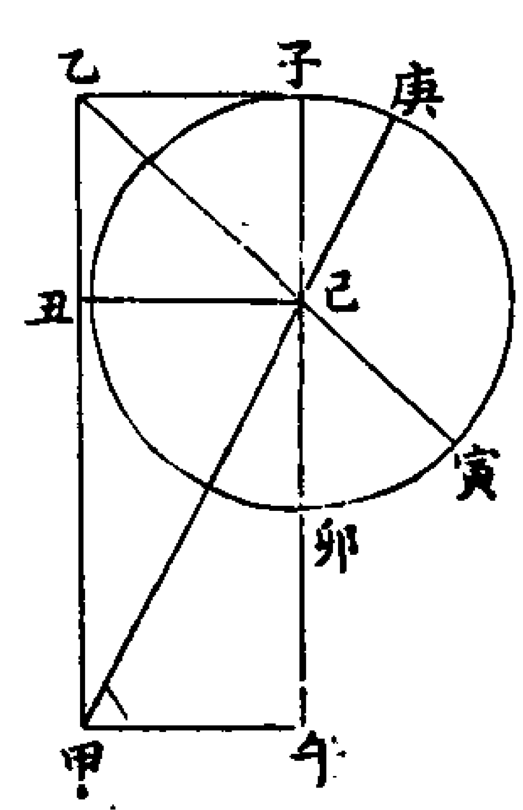
又按酉子丑未爲一線。丑以前爲初均得數。次均自丑起。卽自酉起。次輪視本天爲遠近。於此益明。

月之次均。知兩邊而行度不可以爲用。以初均所知之二角。併之以爲角。兩角之線相交。其外角卽兩角併之

數。



按初均求得丙甲邊爲一邊。（卽前圖子甲）次均輪適當次。輪最遠。（無通弦之度）以次輪全徑爲一邊。其丙角己戊行度之所不及。戊角丙辛亦非行度所合。故行度爲角之法。不可以據。而必合甲乙二角以爲丙角也。



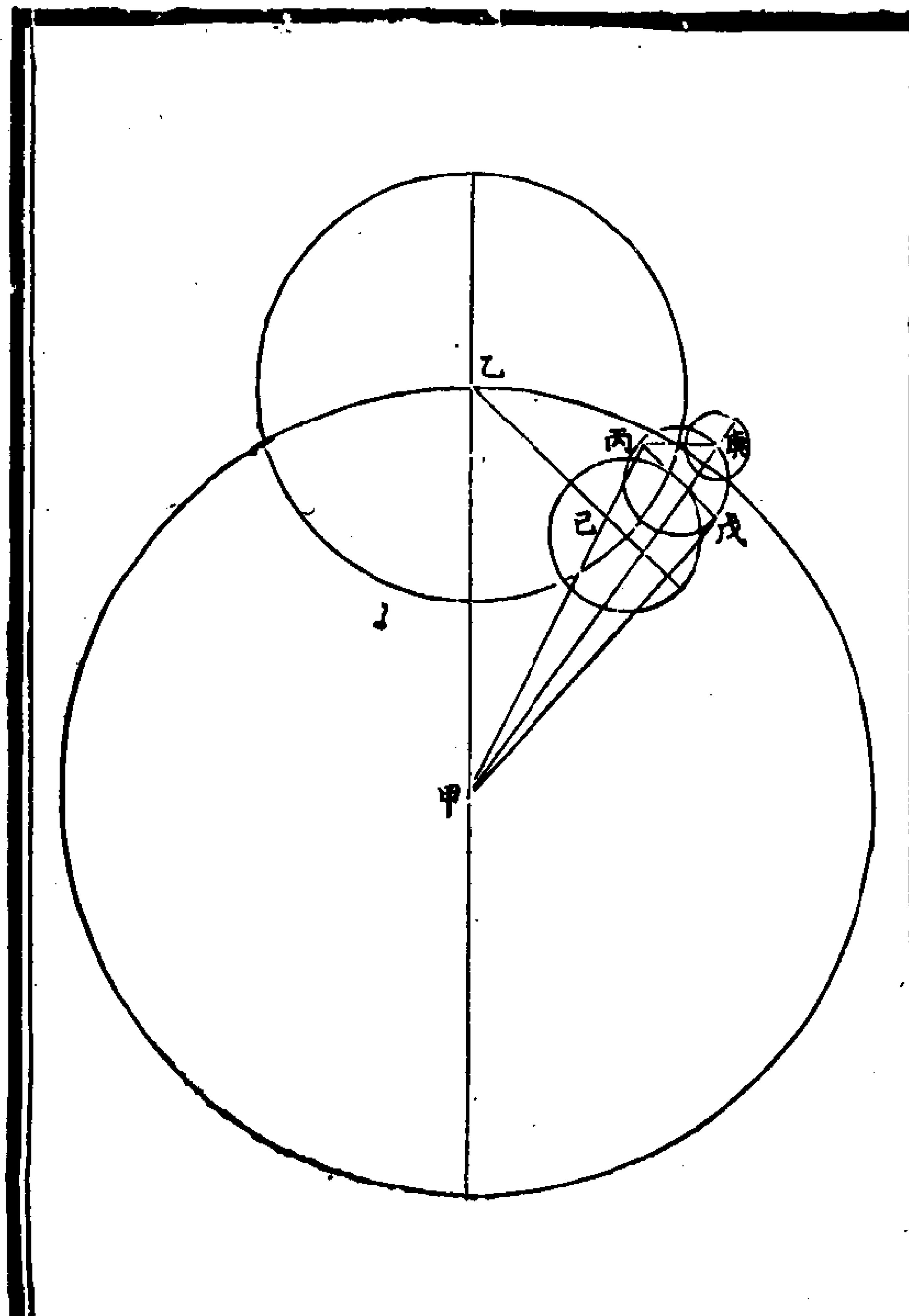
按甲乙己三角引乙至寅引甲至庚交於己引己作子己午縱線又引己作己丑橫線則乙子己如乙丑己丑己甲如己午甲乙子己之己角即乙丑己之乙角丑己甲之甲角如己午甲之己角己午甲之己角即庚辰己之己角乙子己之己角即寅卯己之己角合寅卯己之己角於午甲己之己角猶夫合庚辰己之己角於乙子己之己角也兩己角相併即甲乙兩角相併之度丙戊線與乙己辛線平行則丙角猶夫兩己角併矣

又按乙角有二不同乙己甲之乙角爲均輪心所行

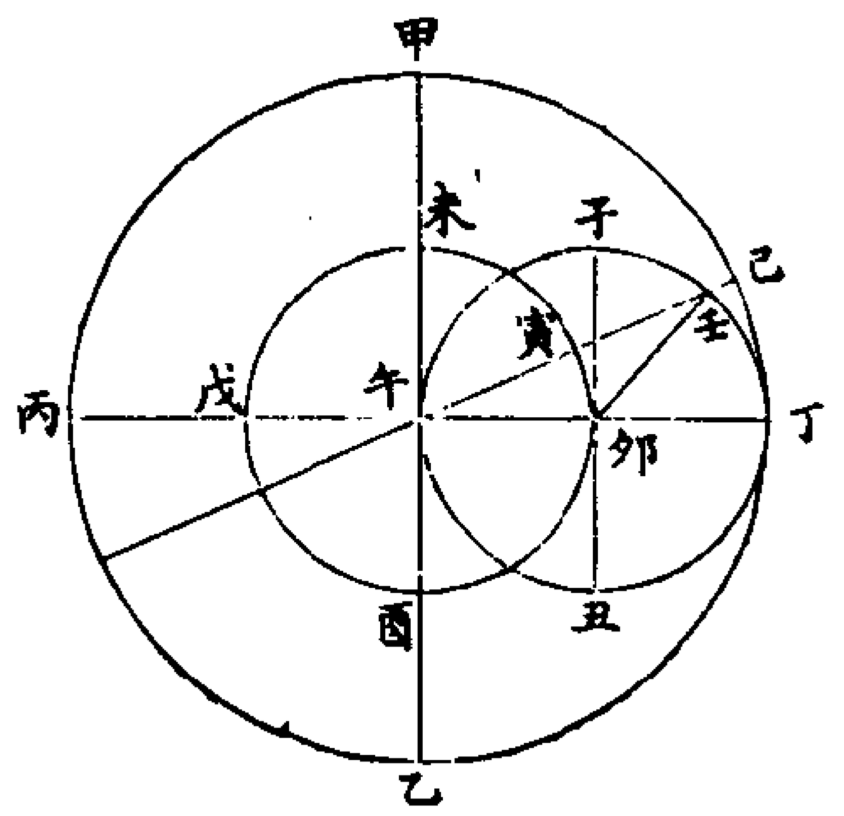
與甲角併爲丙角者此乙角也乙丙甲之乙角以丙甲邊乙甲邊甲角求之可得得之亦可求丙乙弧然無所用之葢丙甲之得由於丙壬大句壬角直角非由丙乙甲之乙角本輪變爲負輪均輪次輪之跡已移最易惑人故此圖去丙乙線次輪遠近線作壬丙線初均次輪通弦冐抵徑線之大句俾知丙甲之求在壬角不在乙角也

又按丑丙甲相貫爲一線丑乙初均減平行之數次均爲甲角丑亥若次輪以本天爲遠近則最遠最近必當丑亥之間與丑乙不相屬故在本天必自丑起算而在次輪即必自丙起算也葢初均次輪心本在於丙與丑甲爲一貫次輪旣移則最遠最近不能與丑甲貫以舊次輪之心爲最近自此起算用丙即不啻用丑也

若次均輪之心不與次輪之最遠合則次輪平行之徑不可以爲邊亦先併所知之角得外角又半行度之所餘而加減之以爲角即用通弦以爲邊通弦者兩正弦相合也截行度爲弧背有弧背必有通弦有通弦必有界角界角之度倍於角度新次輪之界角爲舊次輪之角葢兩輪相貫在此爲通弦在彼爲半徑故以行度之所餘半之以加減外角也



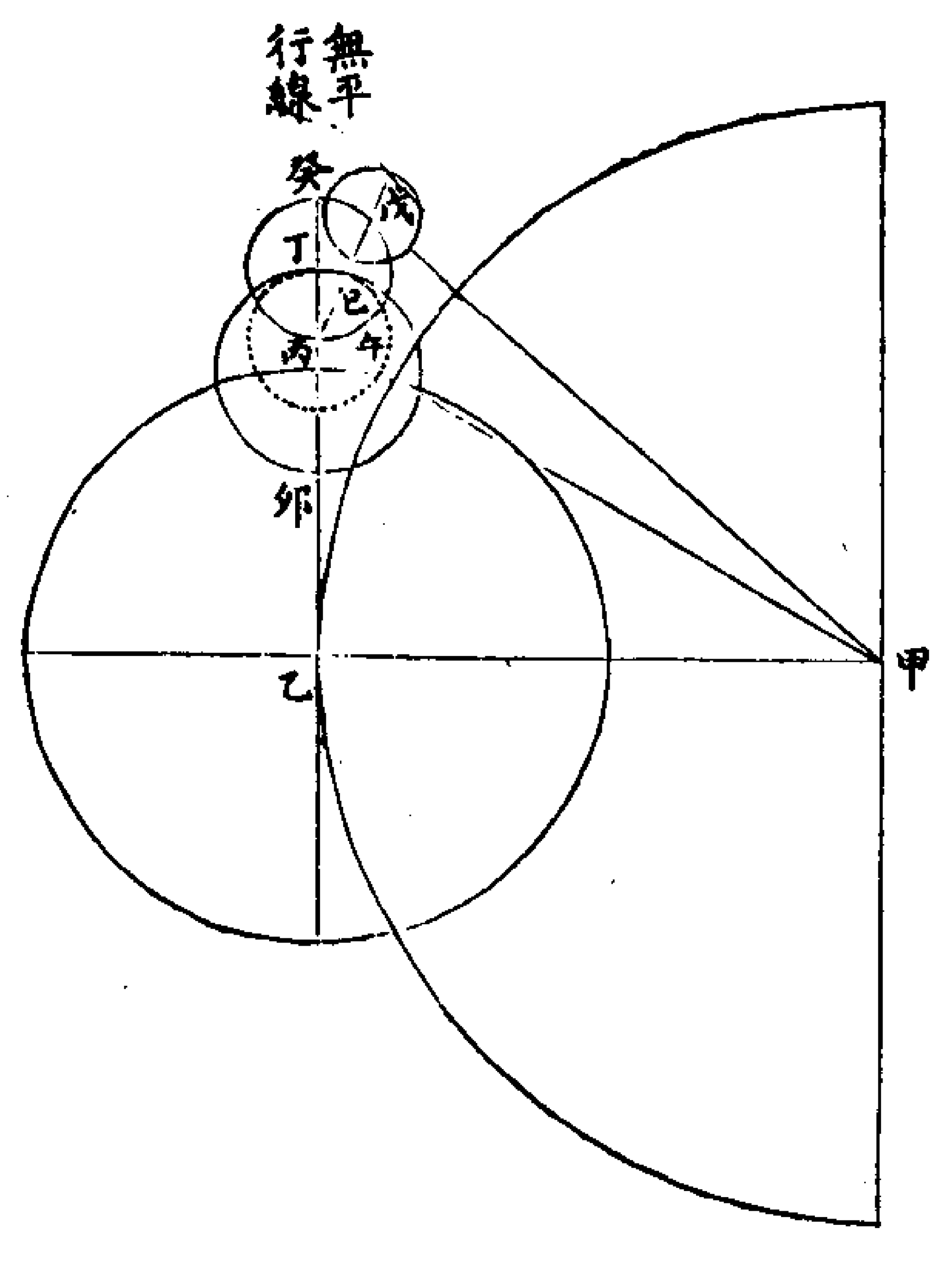
按前圖。次均輪心在戊。故丙戊邊。卽次輪全徑。而丙角卽己外角。此圖次均輪心在庚。爲丙庚甲三角形於戊丙甲之丙角。更多一庚丙戊之丙角。故既併甲乙丙角爲戊丙甲之丙角。又以次均輪心所行之餘弧丙庚心右旋歷丙戊至庚爲弧背。與半周減得庚戊。又折半之爲庚丙戊之丙角。合戊丙甲之丙角。爲庚丙甲之丙角。於是有丙角。有初均求得之丙甲邊。有次均輪行度餘弧丙庚弧背之通弦。爲兩邊一角。以求角而甲角得矣。自丙右旋歷戊至庚。自庚左旋至丙。其通弦共丙庚直線。是以過半周用餘弧之通弦。與正弦之義同也。



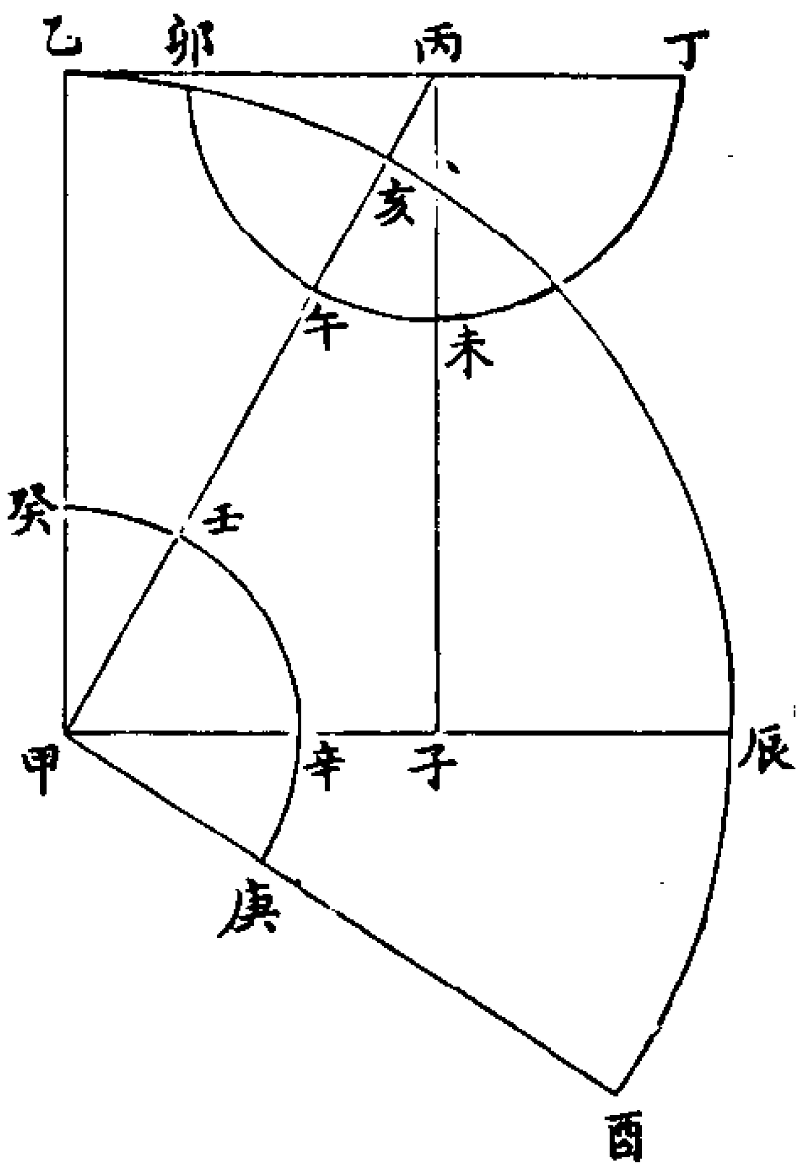
按午子丁丑爲新次輪。未戊酉卯爲舊次輪。兩相貫而間一午卯半徑。午爲舊輪之心。卽爲新輪之近點

自午歷丑歷丁至壬。則壬子午爲餘弧。卽弧背。午寅壬卽通弦。於丁壬子午半周內。減去壬子午。餘丁壬爲午界角。其度四十五。若在新輪。正當寅卯。爲四十五度之半二十二度三十分。故界角折半而得角也。若以丁午全徑爲半徑。規爲甲丙乙丁之大周。其午角己丁亦四十五度之半。視午界角之丁壬。亦折半也壬與己一線

若無平行之線。則初均之角。必爲句股兩角併。亦得外角。又半行度之所餘而加減之。以爲角兩角。一爲正角。矩之界以弦。弦外之朒角。與兩角之朒角等。規之界以弦。弦外之盈角。與正角朒角相併等。



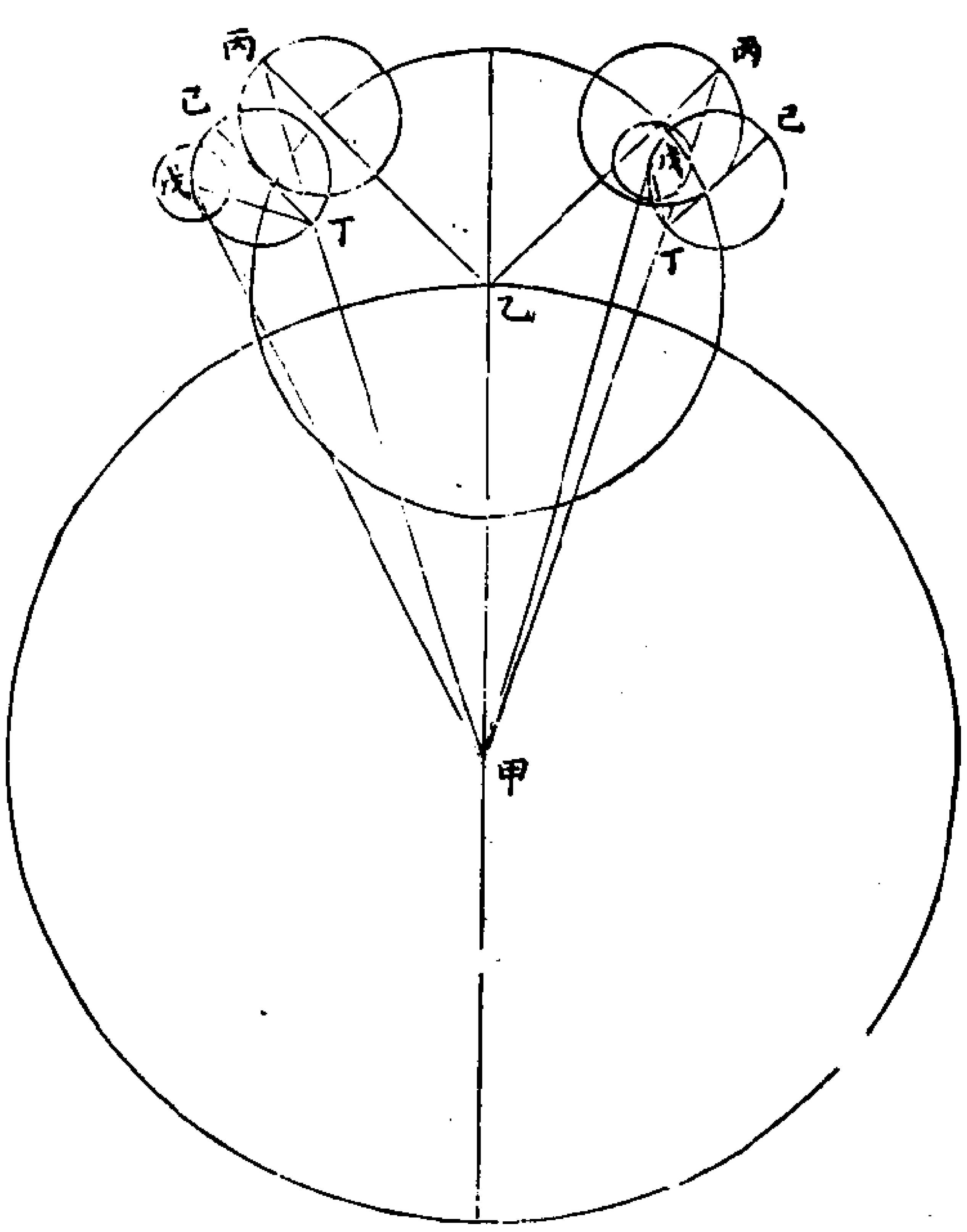
按次輪心在均輪最高癸丙與丁卯一線無平行之徑然合甲乙兩角亦得外角午丁但次均輪行次輪之度爲自丙至戊則次均三角形乃甲丙戊有丙甲初均求得之邊有次均輪行度之通弦戊丙而午丁之丙角不可用故以癸戊界角之度四十五折半爲己丁舊次輪之角度二十二度三十分減外角午己丁之度得午己卽甲戊丙之丙角有兩邊一角而甲度可求矣前圖界角用加此圖用減者次均輪心行過次輪半周度溢於次輪心故加外角乃得丙角不及次輪半周度朒於次輪心故減外角乃得丙角圖互明之也



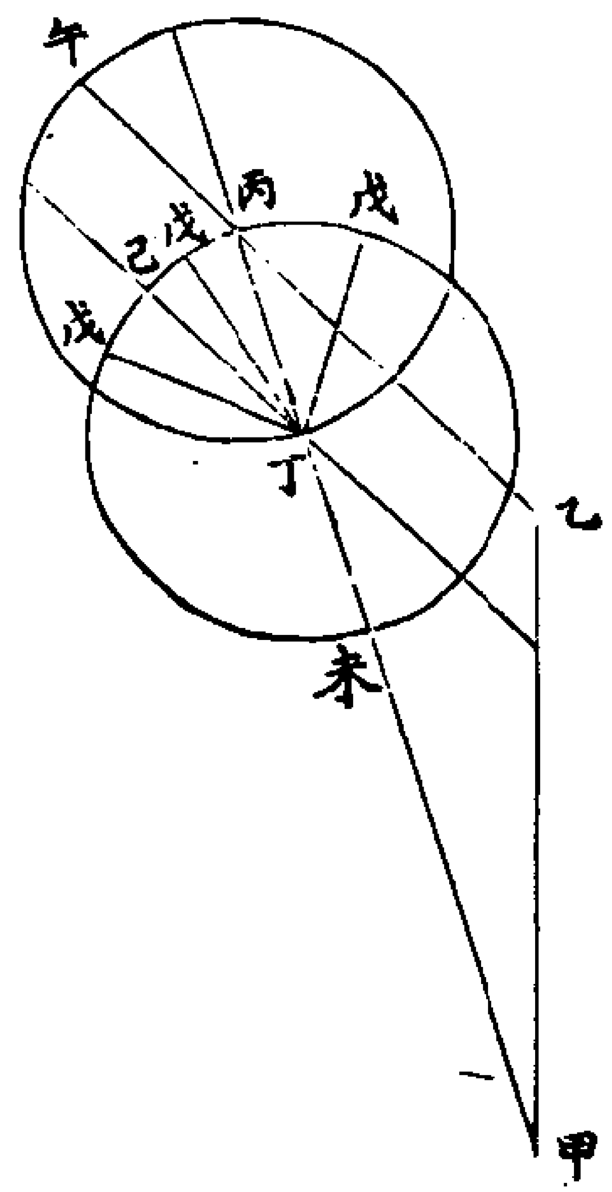
按丙角之丁午不可知因倍甲乙丙句股形爲甲乙丙子縱方形界以丙午壬甲斜弦則甲丙子之丙角卽乙甲丙之甲角復規此丙角爲卯午未丁之半周

亦界以丙午壬甲斜弦則午丙丁之丙角卽乙甲酉之甲角蓋辰甲酉之甲角卽乙甲亥之甲角亥甲酉之甲角卽乙丙子甲縱方之甲角亦卽乙丙子甲縱方之乙角規而小之則癸壬辛庚與午未丁等故併乙甲兩角爲丙角午丁也

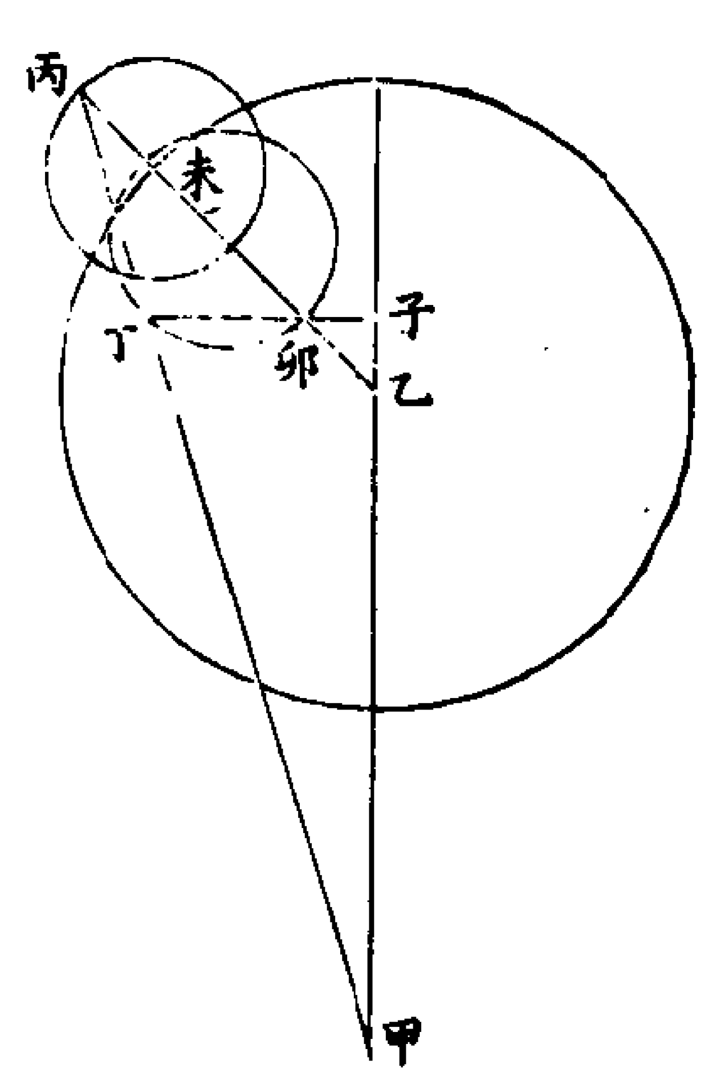
若不併兩角以爲角則以初均對角之外角加減次輪之界角以爲角以初均之角度本天之半徑更合均輪之半徑於負輪之半徑求之乃得對角有對角斯得對角之外角蓋均輪心左旋近於最高其行度未可爲角而併之若以爲角必減半周也



按圖甲乙丙三角形併甲於乙可得丙外角即丁己甲之丁法與前同若不併甲乙二角竟用丙角之外角加減己戊界角之半即得丁戊甲之丁角然丙角須待求而後得數也所以用對角之度以得外角者甲乙丙三角在最卑左右均輪行度即乙角之度故以併初均求得之甲角即得外角甲乙丙三角在最高左右均輪行度在九十度之內則爲乙角之外角在二百七十一度以上則必減去半周乃爲乙角參差不一不如竟求丙角以得其外角也



按丙午丁之丙角爲乙丙甲之丙外角午丙與己丁兩線平行則午丙甲同於己丁甲戊在己後則減己戊戊在己前則加己戊戊在丙前則加己戊而用餘弧戊未爲丁角



按丙未均輪半徑未乙負輪半徑丁子甲初均數有初均求得之甲角有乙甲本天半徑有丙未乙均輪

本輪兩半徑用兩邊一角以求角乃得丙角

諸輪之徑或長或縮由實測而得之諸輪之行或左或右或一倍或三倍由弧角之求而得之不如是爲徑不合於測不如是行不便於求或以七政之行眞有諸輪則鑿矣

本天半徑　七政皆一千萬

本輪半徑　日二十六萬八千八百一十二　月五十八萬　土八十六萬五千五百八十七　木七十萬五千三百二十　火一百四十八萬四千　金二十三萬一千九百六十二　水五十六萬七千五百二十三

均輪半徑　日八萬九千六百□□四　月二十九

萬　土二十九萬六千四百一十三　木二十四萬
七千九百八十　火三十七萬一千　金八萬八千
八百五十七　水十一萬四千六百三十二
負輪半徑　月七十九萬七千　日五星無
次輪半徑　日無　月二十一萬七千　土一百口
口四萬二千六百　木一百九十二萬九千四百八
十　火最小六百三十口萬二千七百五十　金水
不用
次均輪半徑　月一十一萬七千五百　日五星無
伏見輪半徑　金七百二十二萬四千八百五十

水三百八十五萬　日無　月土木火不用

右半徑表

日本輪心自本天最高右旋　均輪心自本輪最遠
左旋　太陽自均輪最近倍均輪心右旋
月本輪心自本天最高右旋　均輪心自本輪最遠
左旋　次輪心自均輪最近倍均輪心右旋　次均
輪自次輪負輪周所載最近倍距日度右旋　太陰自次均
輪最下倍距日度左旋
土木火本輪心自本天最高右旋　均輪心自本輪
最遠左旋　次輪心自均輪最近右旋　星自次輪

最遠行距日度右旋
金本輪心自太陽本天最高右旋　均輪心自本輪
最遠左旋　伏見輪心自均輪最近倍均輪心右旋
星自伏見輪平遠右旋行伏見度
水本輪心自太陽本天最高右旋　均輪心自本輪
最遠左旋　伏見輪心自均輪最遠三倍右旋　星
自伏見輪平遠右旋行伏見度

右左旋右旋表

釋橢

嘉定張焱書

釋橢序

江都焦君里堂厲節讀書綜經研傳鈎深致遠復精推步稽古法之九章考西術之八綫窮弧矢之微盡方圓之變與淩君仲子李君尚之齊名嘉慶三年秋里堂出所製釋橢一篇示予考西法自多祿畝以至第谷皆以日月五星之本天爲平圓其後西人有刻白爾噶西尼等以爲橢圓兩端徑長兩要徑短雍正八年六月朔日食舊法推得九分二十二秒今法推得八分十秒驗諸實測今法爲合於是

詔用今法橢圓起於不同心天之兩心差引而倍之爲

倍心差用面積求平行實行之差於是有大小徑中率與平圓之比例及差角之加減與舊法不同矣其法以面積之度與角度相較亦可得平行實行之差然平行面積也實行角度也以積求角難以角求積易故先設以角求積次設以積求角次設借積求積次設借角求角四法最爲簡捷與舊法迥殊其言日躔之理亦卽盈縮高卑之說也如橢圓以地心爲心規橢圓之形中畫爲午從地心作綫分爲三百六十度每分之積皆爲一度每一分積爲六十分太陽每日右旋當每一度積之五十九分有奇所謂平行也則太陽在午綫之下是爲

最卑而地心至橢圜界之綫短角度必寬是爲行盈太陽在午綫之上是爲最高而地心至橢圜界之綫長角度必狹是爲行縮盈縮高卑之理雖與地谷同而橢圜之法則密於第谷諸輪之法若以諸輪法測今日日月五星之天有不謬以千里者哉昔秦大司寇蕙田輯五禮通考觀象授時一門戴編修震分纂詳述諸輪之法而不及大陽地半徑差清蒙氣差橢圜之說不亦傎乎是篇仿張淵觀象賦之例自爲圖註反復參稽抉蘊闡奧爲實測推步之學者所不可無之書也學者從事於斯以求日躔月離交食諸輪無晦不明無隱不顯矣里堂不以藩爲謭劣屬序是篇乃書橢圜緣起爲讀是篇者之先導云

嘉慶三年季冬月友人甘泉江藩作

十月初九日李銳啟比來連接手書共三通并大作釋橢一本悉心展讀見所述圖說俱極簡當明白眞不朽之盛業也偶有一二獻疑處已別簽出今一并奉上郎希照入其簽語有未當還望教正過吳時務示一音阮閣學命校測員海鏡大約正月間可校畢得讀秘書惠由足下感謝感謝

王引之頓首去歲奉書一函託鄭星兄轉致想已入覽茲從沈四丈處得見大著釋橢及所和詩釋橢爲沈丈鈔錄未畢尙未攜歸細讀生平不喜略觀大槩於足下所作尤不敢草草讀之恐不能盡沈鬱之思渰雅之才也正月二十日引之頓首

去冬除月二十六日接讀手翰兼賜瑤章及大著釋橢一書鈁再三伏讀覺視勿菴先生書尤明若列眉但鈁明圜說之理用法尙祈提命耳沈鈁頓首

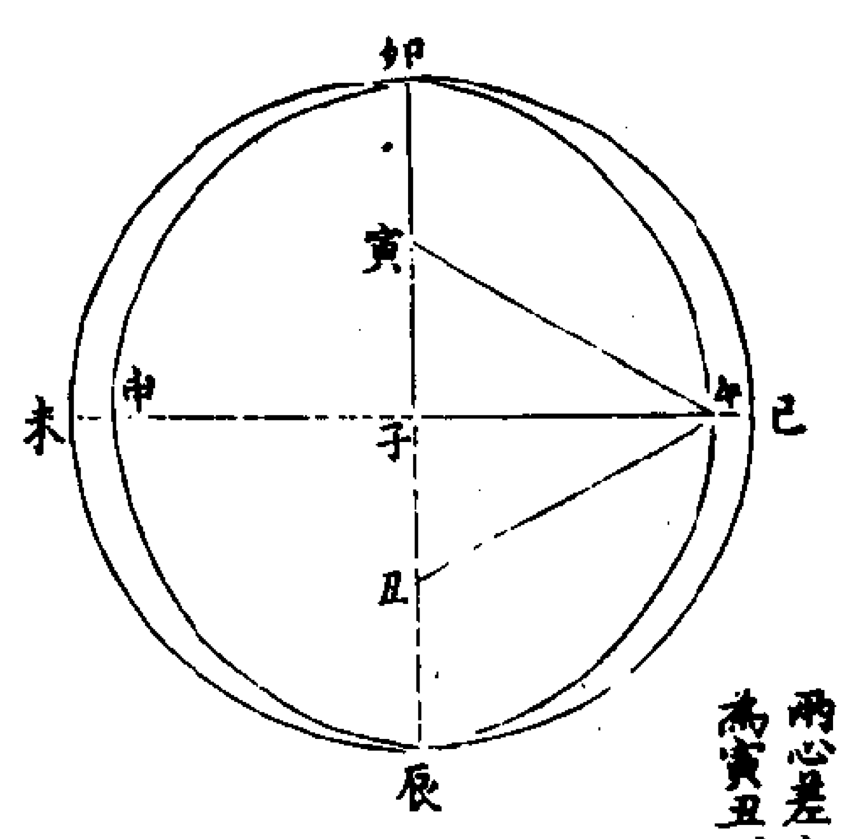
山莊別後卽渡江由吳至越留西湖上與錢塘諸詩人游詠數日慁甚抵東山一路俱無恙晤金輔之殿撰以尊作釋橢釋弧與參之程易田先生尙未晤也楊大壯頓首

釋橢

江都焦循述

康熙甲子律書用諸輪法雍正癸卯律書用橢圓法蓋實測隨時而差則立法亦隨時而改循學習此術以義蘊深密未易尋究謹擇其精要析而明之庶幾便於初學云爾嘉慶元年九月朔錄於吳興舟次

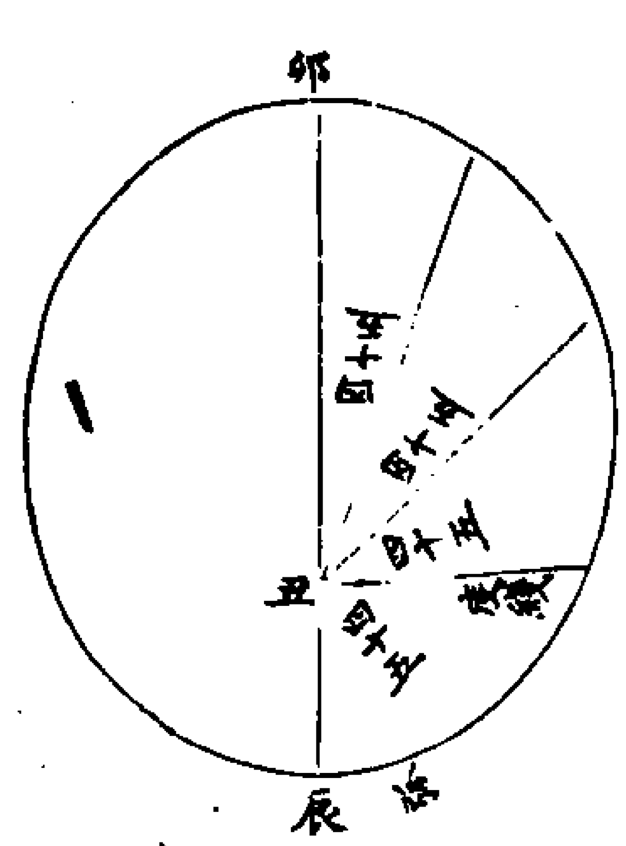
橢圓之法起於兩心差引兩心差而倍之謂之倍心差以倍心差爲底以兩半徑爲要得中垂綫爲小半徑亦曰小徑或以兩心差爲句半徑爲弦求得股亦小徑倍小徑與全徑交規而圓之是爲橢圓



兩心差本無此濶爲寅丑以清於閱

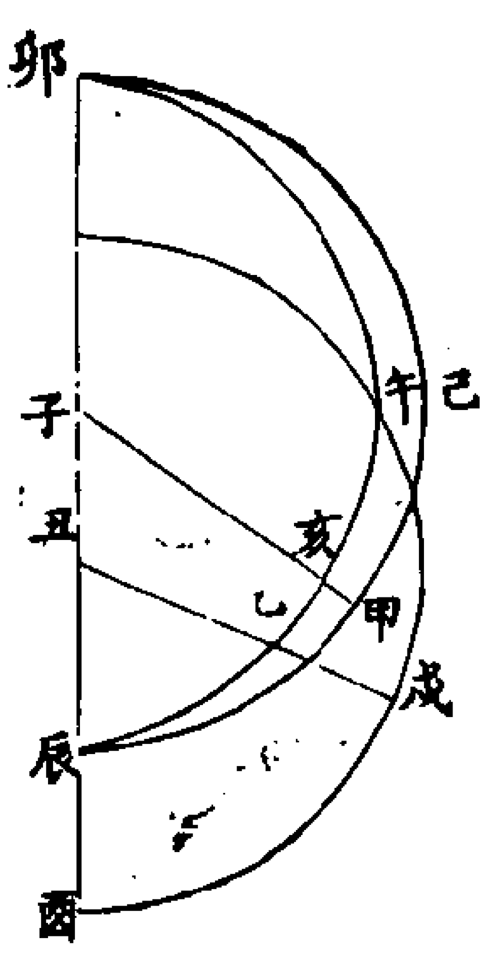
卯未辰巳平圓也子丑爲兩心差寅子丑爲倍心差自子至巳至未至卯至辰皆半徑以寅丑爲底以兩半徑爲兩要成寅午丑三角形午之所當爲子子午短於子巳故爲小徑子午卽寅午丑三角之中垂綫故求得中垂綫卽子午綫倍子午爲申午又倍子辰爲卯辰卽全徑交於子綫卯申辰午而規之卽橢圓形矣

橢圓以地心爲心分其度爲三百六十抵最卑則短抵最高則長每度不均於弧而均於積



細分之筆畫難於均稱分之爲四其義已明

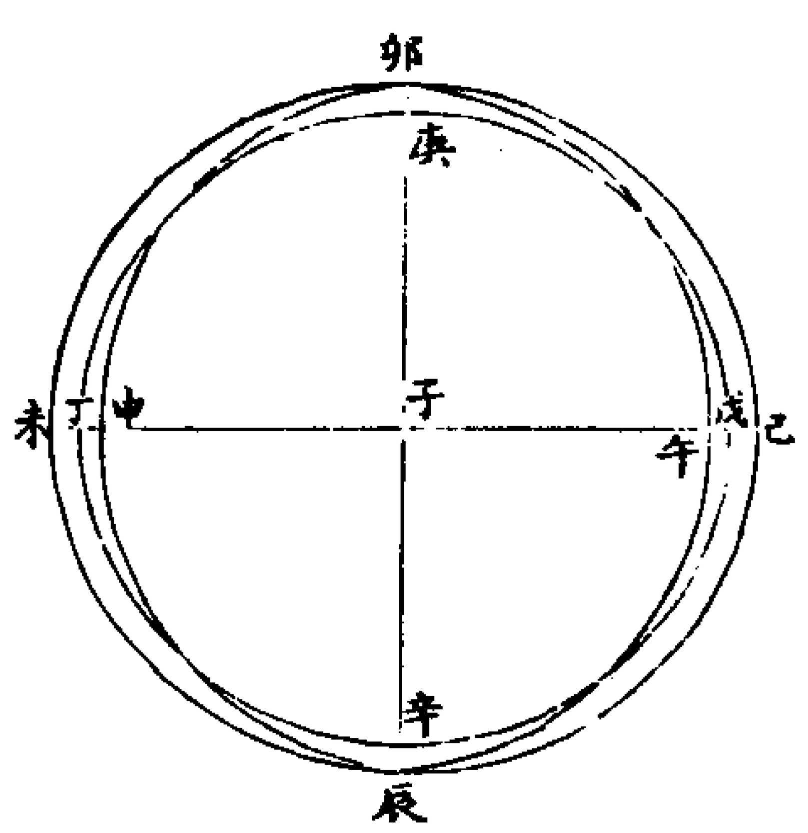
丑爲地心自丑分三百六十度近辰之度綫必短弧必長近卯之度綫必長弧必短其面積則皆同弧三角法其弧度皆等故以諸輪馭其所不等此分以積而弧本不等故省諸輪之用也



故橢圓之積橢圓之度也橢圓之角平圓之弧也

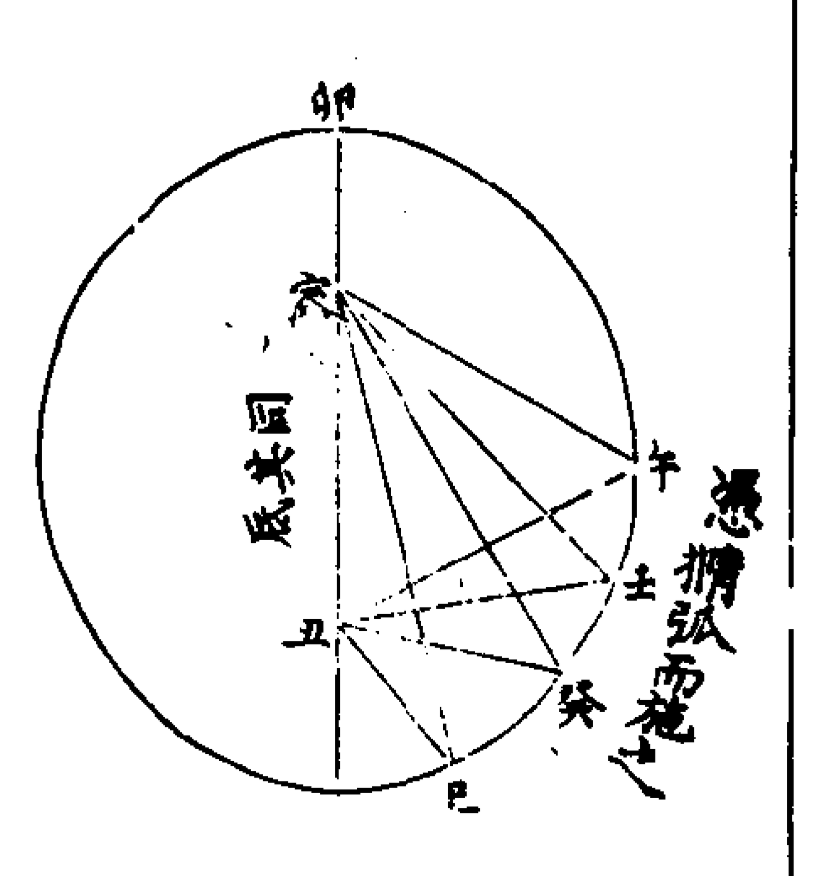
橢圜以積數爲角度求得積數以一度之積除之卽爲橢圜之弧度若以角言之子心不以亥辰爲角仍以大圜甲辰爲角地心丑不以辰乙爲角必以酉戌爲角凡言平圜心角皆甲辰（如後房辰角辰）凡言地心角皆酉戌橢圜可以弧言不可以角言故求得丑辰乙（後作丑辰斗）而積卽得辰乙弧度更求酉戌乃丑角也

平圜之度其弧皆等切其弧之度爲平行（詳見釋弧釋輪）以大半徑（卽半徑）小半徑乘而開方之爲中半徑謂之中率以中率規而圜之爲平圜其度與橢圜等得其面積以三百六十分之得橢圜一度之積是爲實行



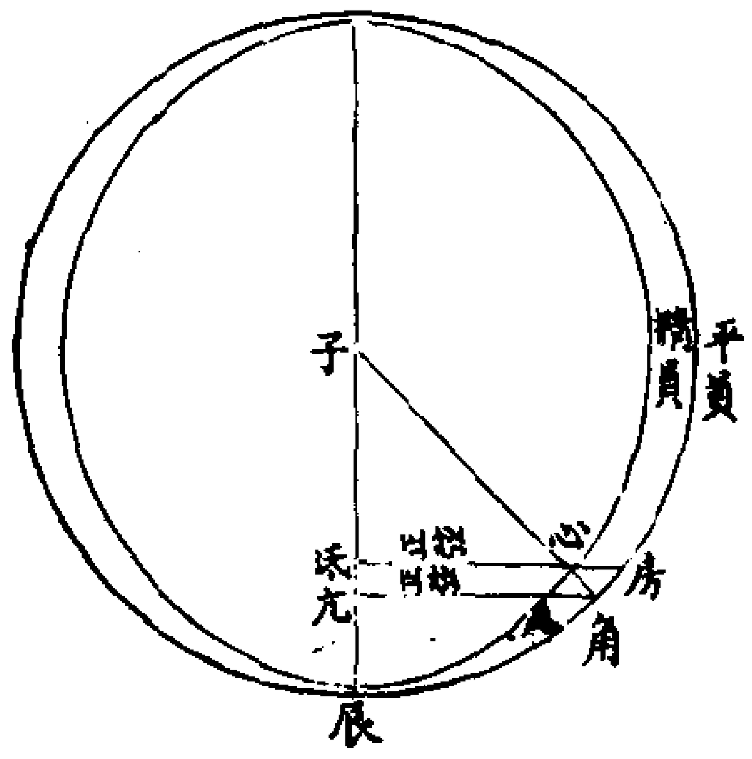
子己爲大半徑子午爲小半徑午己爲兩徑之較自午己折而爲戌午合小徑爲戌子戌中半徑以中半徑規而圜之成戌庚丁辛平圜子辛短於子辰子戌長於子午短長相覆故其積與橢圜之積等

以兩要綫憑橢弧而施之同其底則兩要之度較異而和同



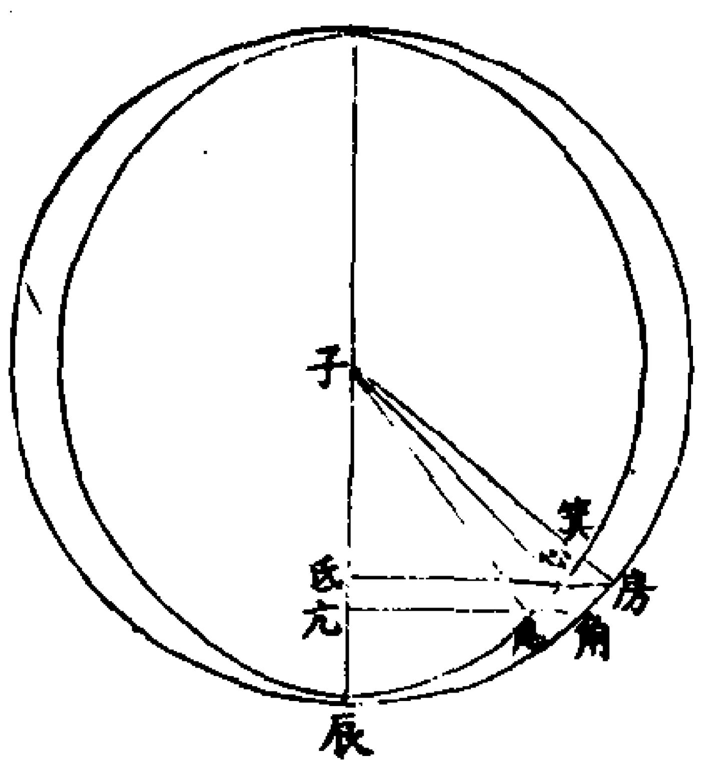
以寅丑爲底寅午丑午爲兩要成三角形若移寅午爲寅壬寅癸寅己移丑午爲丑壬丑癸丑己則成寅壬丑寅癸丑寅己丑三三角形既同此寅丑底同此辰午卯橢圜弧則分兩要雖有較（丑壬必短於寅壬丑癸必短於寅癸丑己必短於寅己）合兩要而和之此短則彼長絕長補短其爲二千萬之數同也（半徑之率一千萬兩半徑故二千萬）

自平圜心截平圜以爲度其正弦之端交於平圜必不交於橢圜若正弦交於橢圜則必不交於平圜又自平圜心作綫與正弦交於橢圜其形必有差若自平圜心作綫與正絃交於平圜其形亦必有差是差也謂之橢圜差角（在平圜爲正弦在橢圜爲矢今槩稱正弦以便於覽）



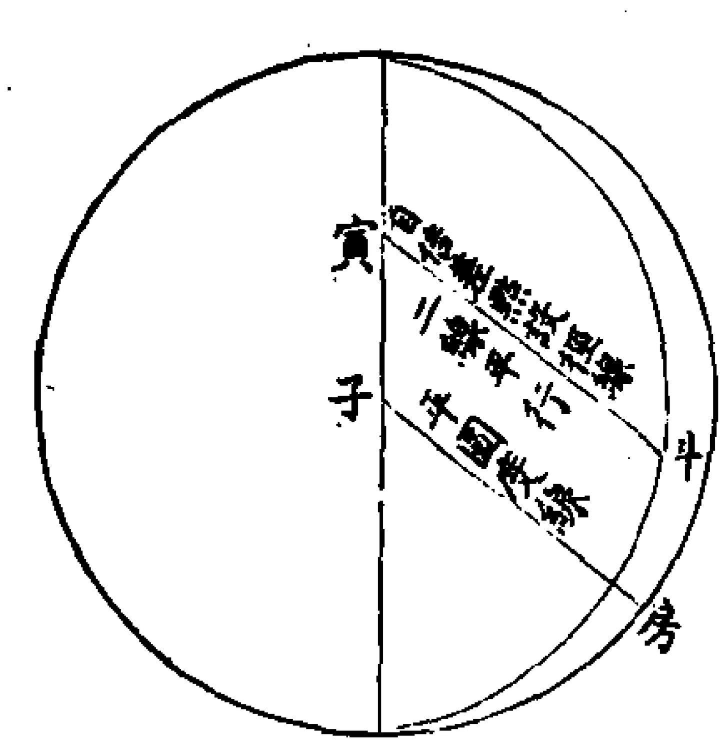
自子作綫截平圜於角則角辰爲子角弧度角亢爲正弦與子角綫遇於平圜交橢弧處則爲亢尾與角不相遇矣若別作氐心正弦遇於心則氐房與子角

亦不相遇此自然之勢也



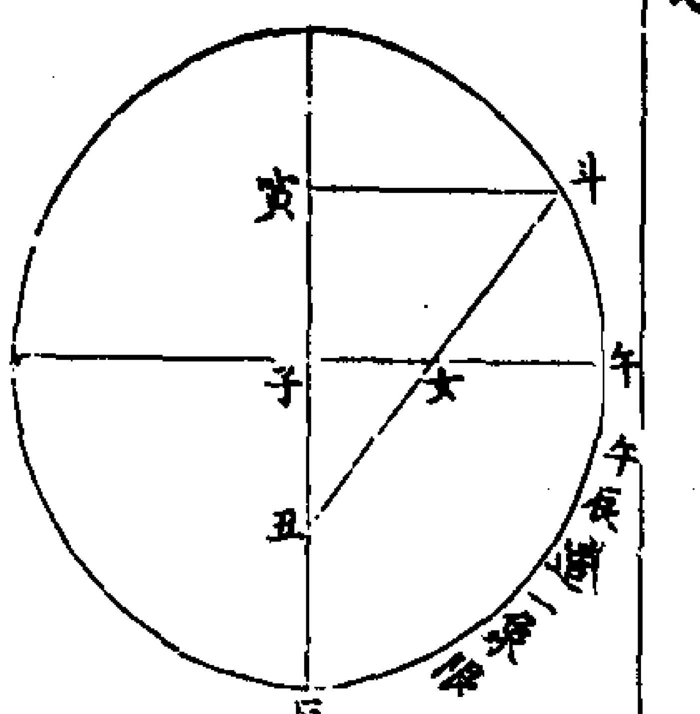
若以角亢正弦自橢弧截爲亢尾則自子作子尾綫遇之若氐心正弦伸至平圜爲氐房則自子作子房綫遇之亦自然之勢也自弦言之子角尾爲子尾亢差角子房心爲子心氐差角自弧言之子心箕爲子心辰差角子房角爲子角辰差角

自倍差點設徑綫（即半徑所移綫）與平圜度綫平行（有角度即有此綫）謂之設角

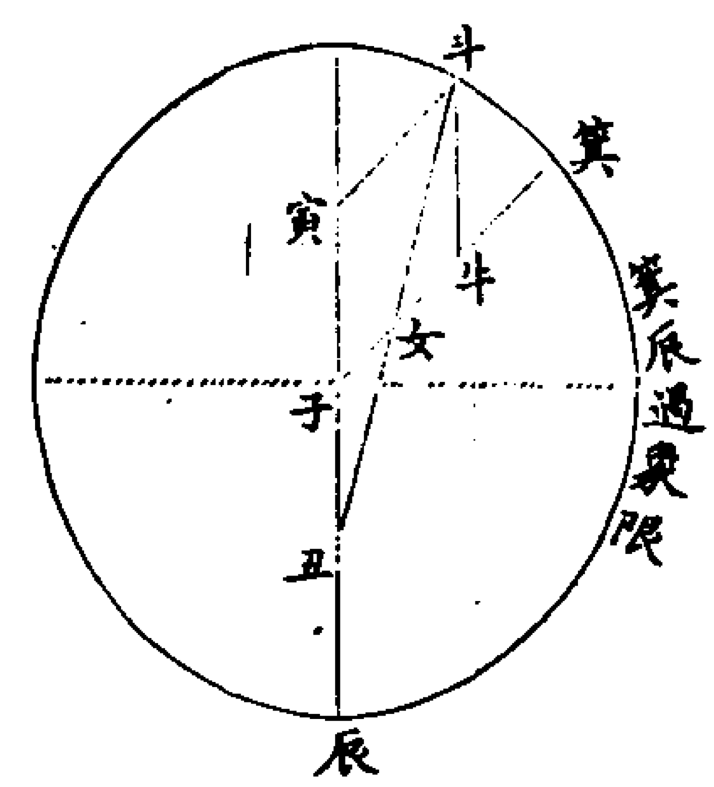


寅爲倍差點丑爲地心寅斗綫與子房綫平行其角度皆等故有子角即有寅角也

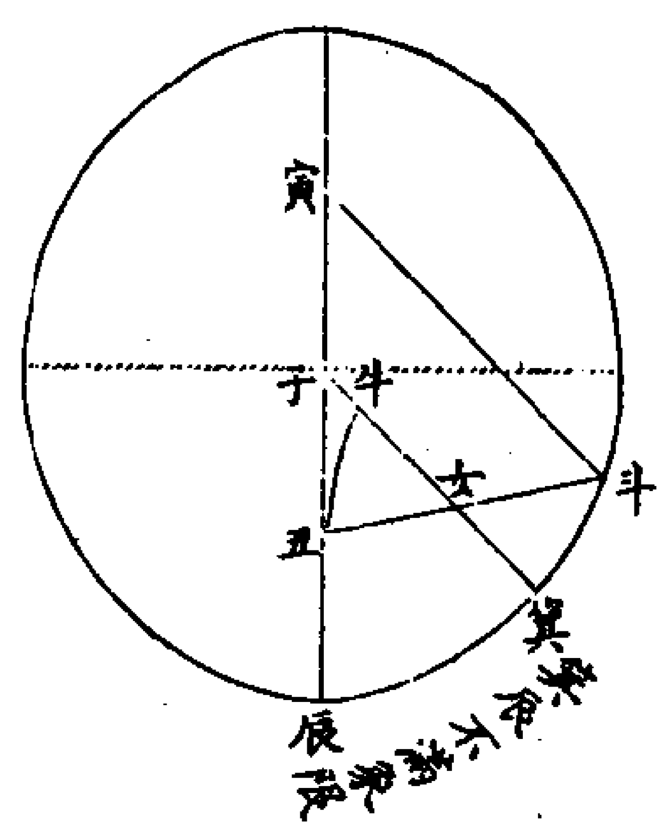
自地心設綫與倍差心綫之端遇於橢圜在象限無差角之較內於限則大一差角外於限則小一差角大則加之小則減之



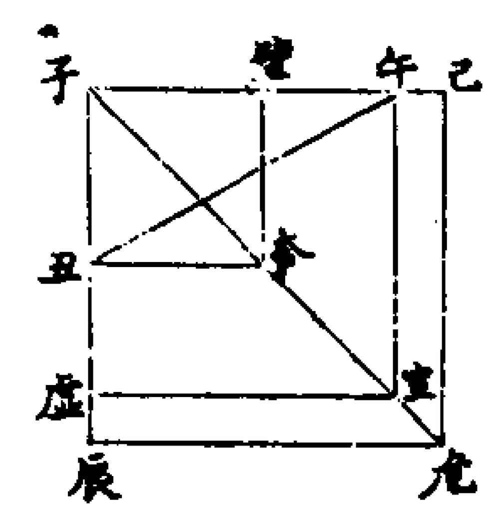
丑寅兩半徑綫會於斗成寅斗丑三角形卽成丑斗辰橢圜三角形午辰適滿象限寅斗平行丑斗會之丑斗辰與子午辰積同以斗午女補子丑女雖微有差大畧相等凡寅斗之平行丑斗之交會皆自此生也



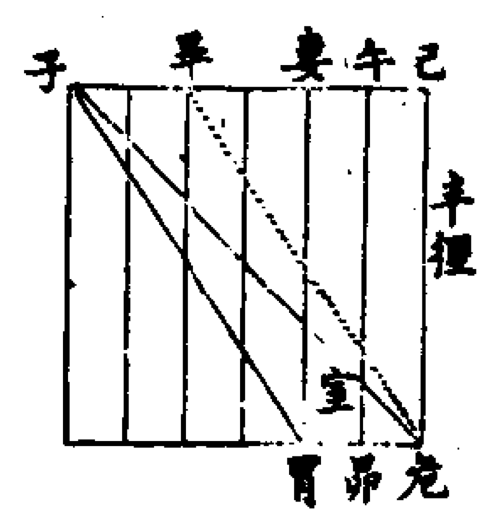
箕辰過象限則子箕辰較丑斗辰小一斗牛箕



箕辰不滿象限則子箕辰較丑斗辰大一子丑牛故求得丑斗辰積必加子牛丑積乃合子箕辰積子牛丑與斗牛箕其積與差角同故與差角爲加減也

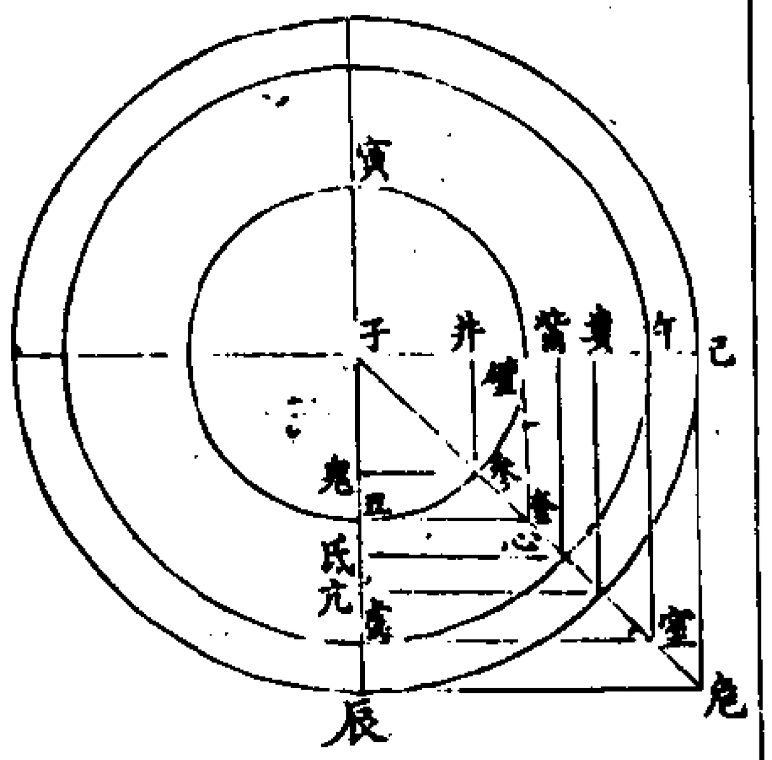


加子牛丑卽橢圜差角何也今以丑午徑綫依象限與子午斜交成子丑午句股形以句子午自乘爲子午室虛正方以弦自乘丑午與子己等爲子己危辰正方二方相減餘午己危辰虛室曲尺形與股子丑自乘之子丑奎壁積數等子丑奎與室危虛辰等子壁奎與午己室危等



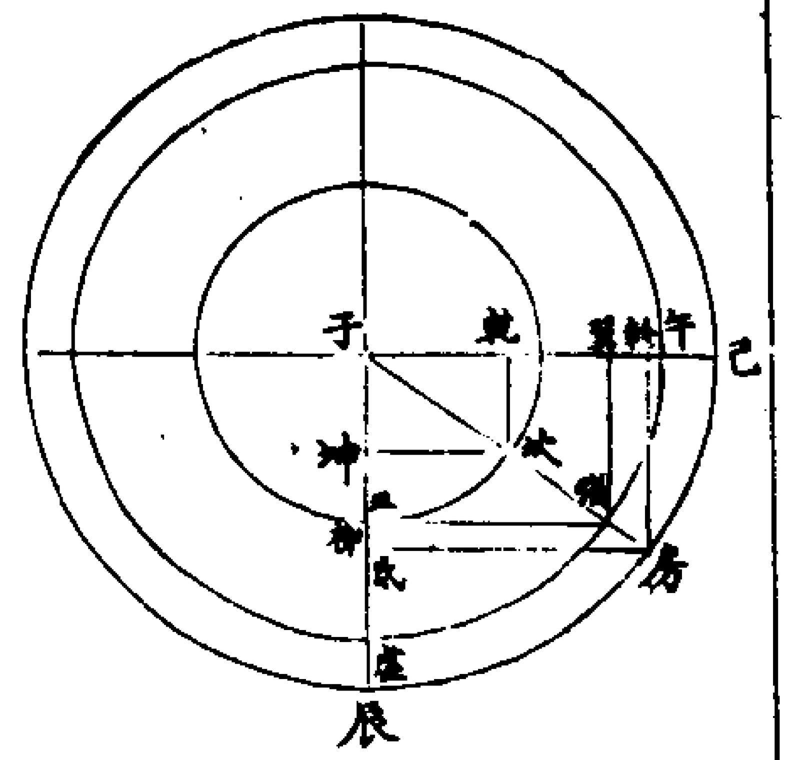
算差角之法以底危昴胃乘高半徑卽其高亦卽外垂綫折半卽得底乘高爲己婁危胃方形折半爲己危午昴長方形視己午危室止少一室昴危凡正方形分爲三己婁一婁畢二畢子三作子胃與畢危兩斜綫則畢危子胃斜方與己危畢等亦與子胃辰等畢危子胃爲正方中三分之一己婁危胃亦正方中三分之一今子胃危爲畢危子胃之半知卽

已婁危胃之半己危午昴也

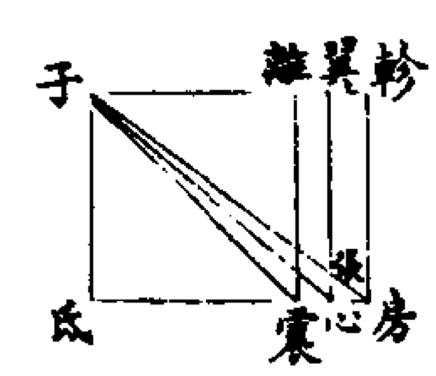


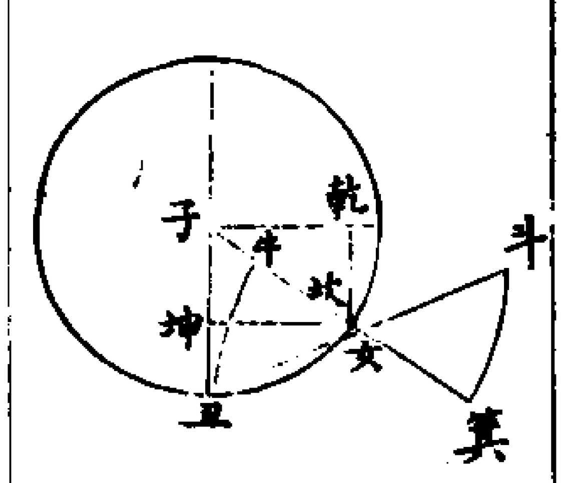
子丑奎壁既與午己危辰虛室曲尺形等若規小徑子午作平圜與大圜爲距等改切綫爲弦綫己危辰大圜之切綫午室虛小徑平圜之切綫婁角亢大圜之弦綫觜心氐小徑平圜之切綫亦以股自乘之方爲切壁奎丑而規

其內爲圜壁參鬼復於其內作弦綫井參鬼則井參子鬼亦與觜婁角亢氐心曲尺形等



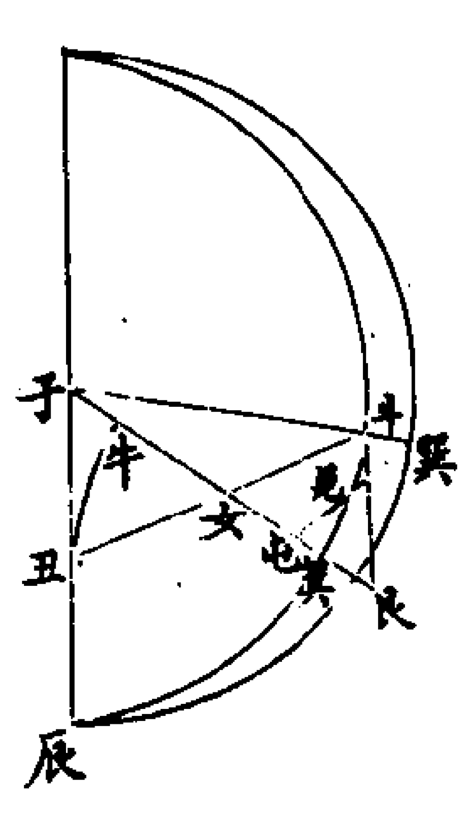
差角之綫子房以此分界則圜內弦綫爲軫房氐柳張翼曲尺形亦與圜內子坤乾坎縱方形積等氐房長於房軫而軫翼廣於柳氐多少相覆其數亦等故子乾坎三角形與軫房張翼等子坤坎三角形與張房柳氐等





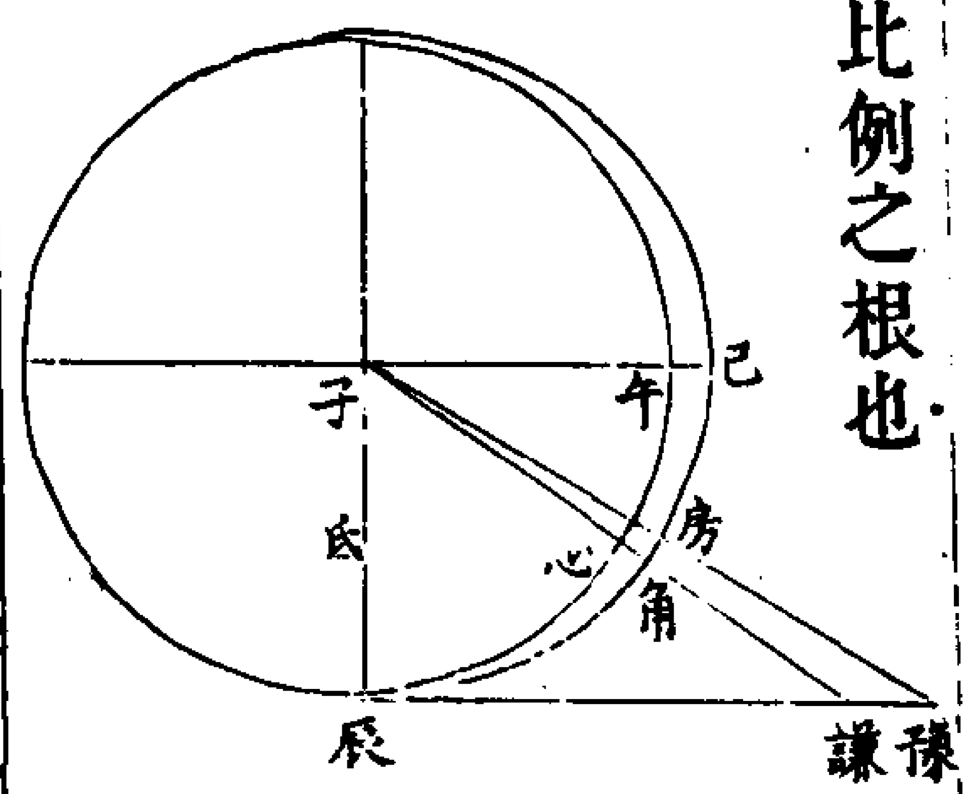
房震爲倍差底與子氐相乘成離震軫房形折半爲軫房翼心是子房震倍差角子心亢爲差角半於子房震即軫房翼心縱方形也猶子胃危與己婁胃危縱方軫房翼張與子坤坎等子坤坎同子坎乾

則子房震倍差角形即子坤坎句股形也子心房爲子房震之半子丑牛亦子坤坎之半故子丑牛之積與差角同也惟差角與軫房翼心等股自乘與軫房翼張等較之差一張心房三角形而子丑牛視子坤坎之半微大兩相消息以意會之可爲比例也

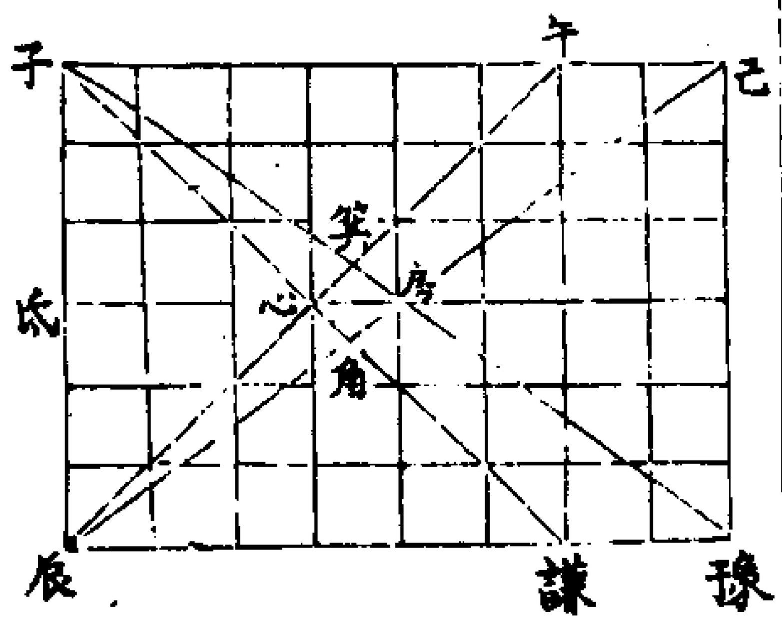


子巽屯倍差角。巽屯底。與箕斗弧交於兌。則兌斗巽與兌屯箕等。故巽子屯與子斗箕等。自斗作斗艮綫。則斗艮箕與子丑牛等。

大徑小徑者。比例之根也。

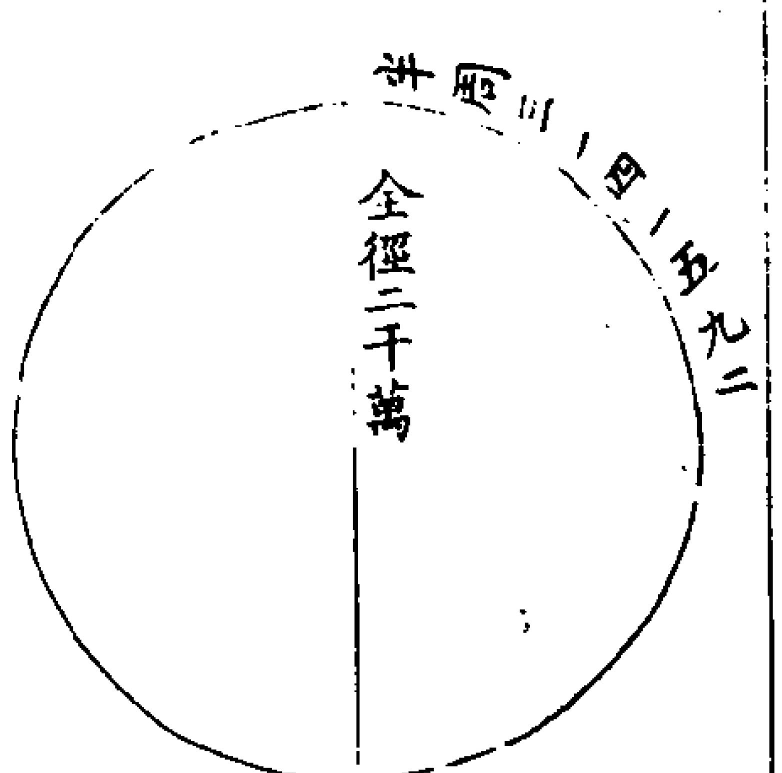


子已為大徑。子午為小徑。子已與子午。如房氐與心氐。亦如豫辰與謙辰。又如子房辰與子心辰。求角度必比例得正弦。若自辰角求辰房。必以大小徑比例正切而得之。



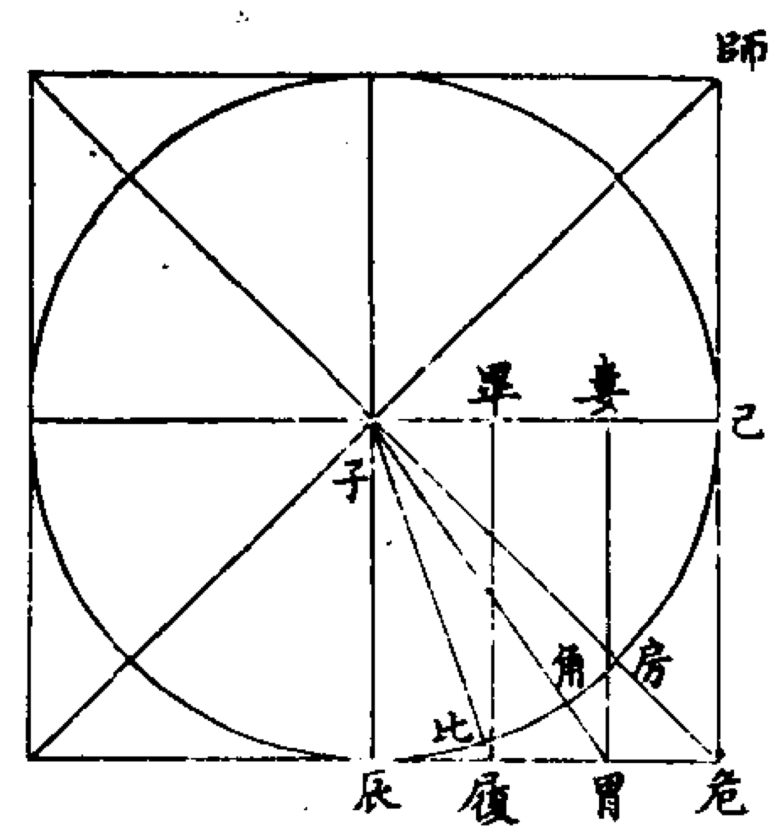
大小徑比例之法。至精至妙。試化圜為方。以顯其蘊。大徑八。小徑六。大弦四。房氐小弦三。心氐以四乘六。得二十四。以八除之。得三。大徑一率小徑二率大弦三率小弦四率以八乘三。得二十四。以三除之。得四。小徑一率大徑二率小弦三率大弦四率大積子房辰十一。以氐房乘子辰折半小積子心辰九。以氐心乘子辰折半。或以心氐乘子氐得九。以房氐乘子氐得十二以十二乘六。得七十二。以八除之。得九。大徑一率小徑二率大積三率小積四率以八乘九。得七十二。以六除之。得十二。小徑一率大徑二率小積三率大積四率互相比例。無不皆合。推此而子豫辰與子謙辰積數。子房氐與子心氐積數。皆可例之。其子房辰不可與子角辰例。子箕辰不可與子房辰例。均於是了然矣。

率數者。角度之準也。



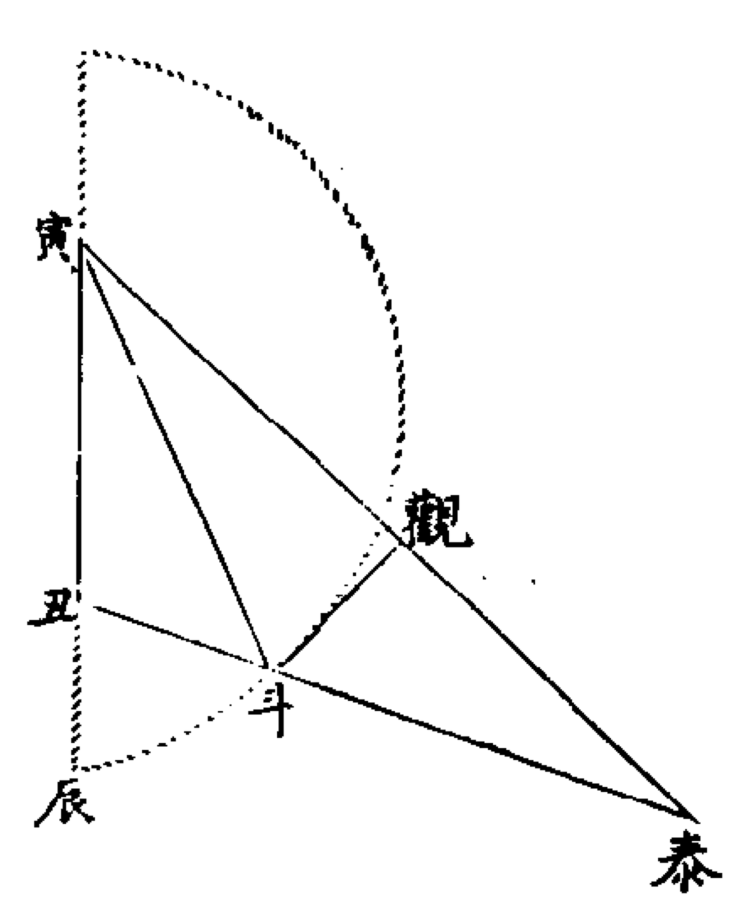
圜周求徑之法。每三一四一五九二。得全徑一。今全徑二。故三一四一五九二為半周也。以此比例。得中率平圜面積三一四一一四三九八二八二三三七

以三百六十除之每度面積八七二五三九九九五二二九即爲一度之積數橢圜積數必自大圜積數以相比例求大圜積數先以角度化爲率數以一百八十度化爲六十四萬八千秒爲一率半周率數爲二率見在角度化秒爲三率乘半徑折半即得



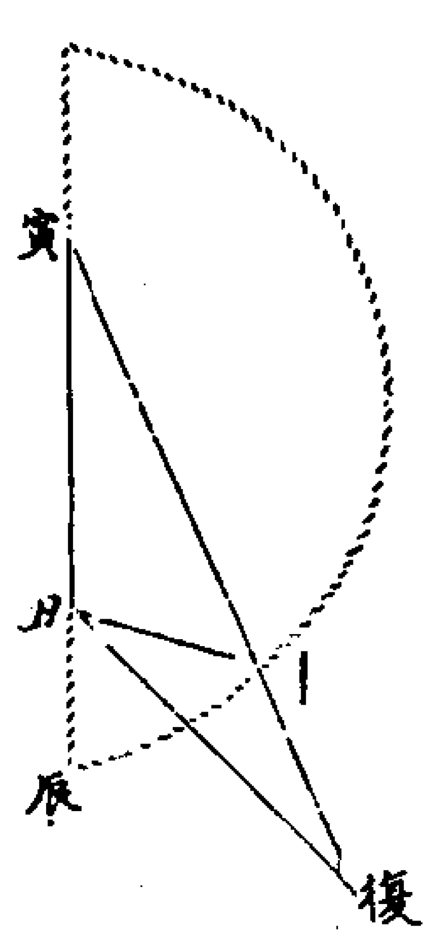
角度乘半徑折半得積數亦試以方形明之辰房己猶之辰危己以己危乘子辰得子己危辰正方積猶以己房乘子辰得子己房辰一限積也若以己辰乘子辰則不異己危辰乘子辰故必折半乃得也求子辰危句股積以辰危乘子辰必折半而得求子辰房弧三角積以辰房乘子辰亦必折半可知矣推之子胃辰之與子角辰子履辰之與子比辰無不皆然蓋胃辰乘子辰爲子婁胃辰縱方履辰乘子辰爲子畢履辰縱方皆必折半乃句股積也

兩要之和求角之要也



寅斗丑斗合二千萬分之不知其數乃以寅斗與丑斗聯爲一綫作丑斗泰長綫斗泰即寅斗爲之底以寅丑兩心差爲小要成寅丑泰三角形此形有丑泰弧有寅丑弧有丑外角必先知丑角酉戌求得泰角又求得寅泰弧中

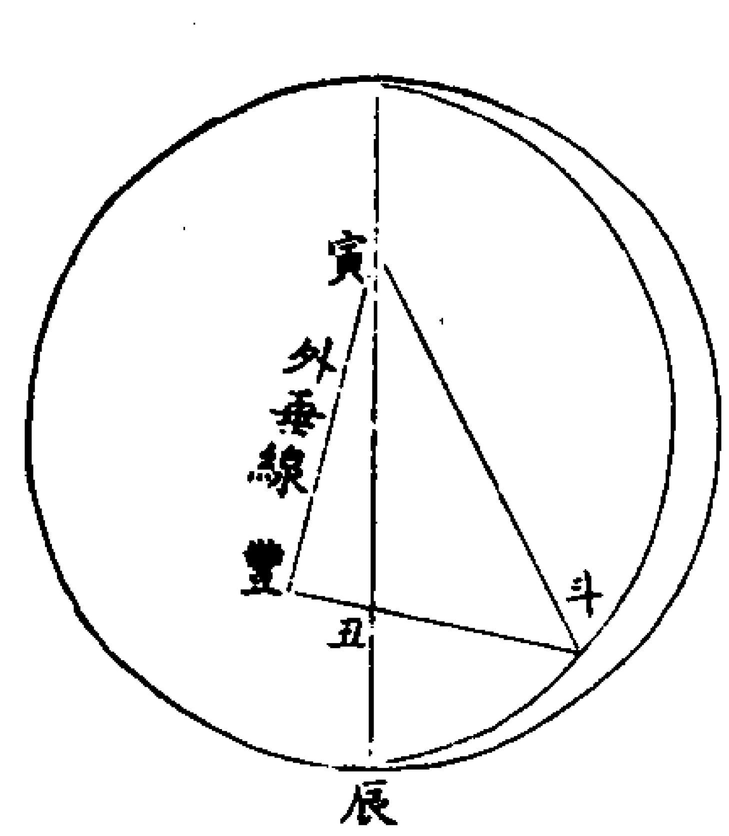
寅泰而半之成觀泰斗句股形此形有泰角有觀泰弧用正弧三角法求得泰斗即得寅斗也求法詳見釋弧

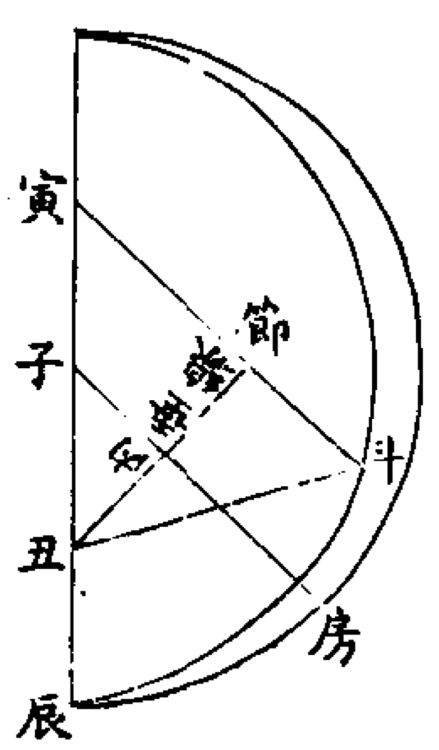


若以丑斗連於寅斗前圖以寅斗連丑斗作寅復丑三角形此形有寅角與角度綫平行有寅丑弧有寅復弧可求復角及復丑弧有復丑弧有復角可得復斗弧矣復斗即丑斗若以復角

並丑角即斗外角（斗寅丑之斗角）以此斗角並寅角即丑外角（丑斗辰之丑角）爲橢圜丑角度也（丑角度酉戌詳見前）用泰角並法亦同（並角得外角之義詳見釋輪）

內垂外垂兩要之用也





用兩要和所以求丑斗也不用兩要和則又有內垂外垂之法如有丑角酉戌求丑斗則以寅丑倍心差數爲弧丑角爲角求得豐丑句寅豐股外垂綫乃以豐丑加丑斗寅斗兩半徑（二千萬）爲股弦和（寅斗爲弦丑斗爲股）豐寅亥爲句用句與股弦和求股之法（其法以句自乘以股弦和除之得股弦較以較與和相加折半得弦數餘爲股數）得豐丑斗數減豐丑知丑斗數矣

有子角度辰房求丑斗作寅斗平行綫寅角即子角有寅角有寅丑兩心差數用正弧三角法求得丑節中垂綫亦求得寅未弧於是於二千萬中減寅節餘節斗丑斗爲股弦和以丑節爲句用句與股弦和求弦法即求得丑斗

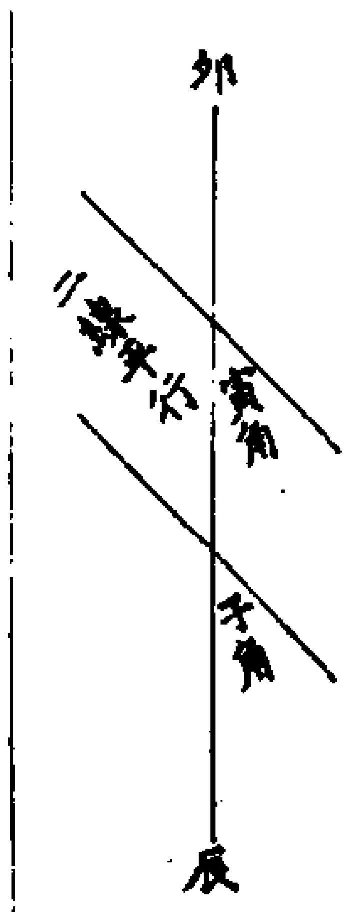
角在地心則垂於內

丑角酉戌

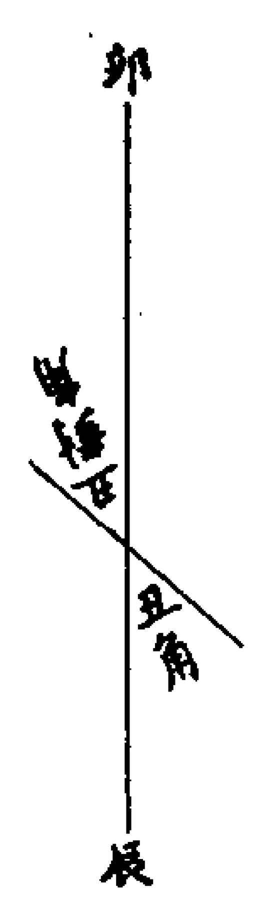
角在心差則垂於外

子角辰房

內垂之角側以平行外垂之角通以對角



立卯辰直綫以二綫平行交之寅角必等於子角

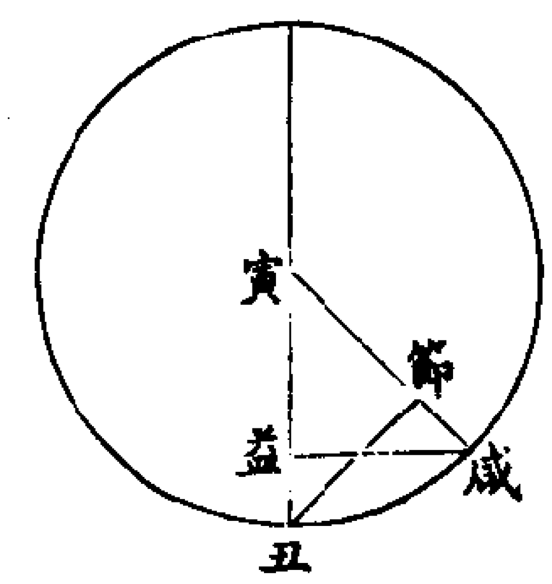


立卯辰直綫以一綫交之丑對角必等於丑角

外垂以加內垂以減

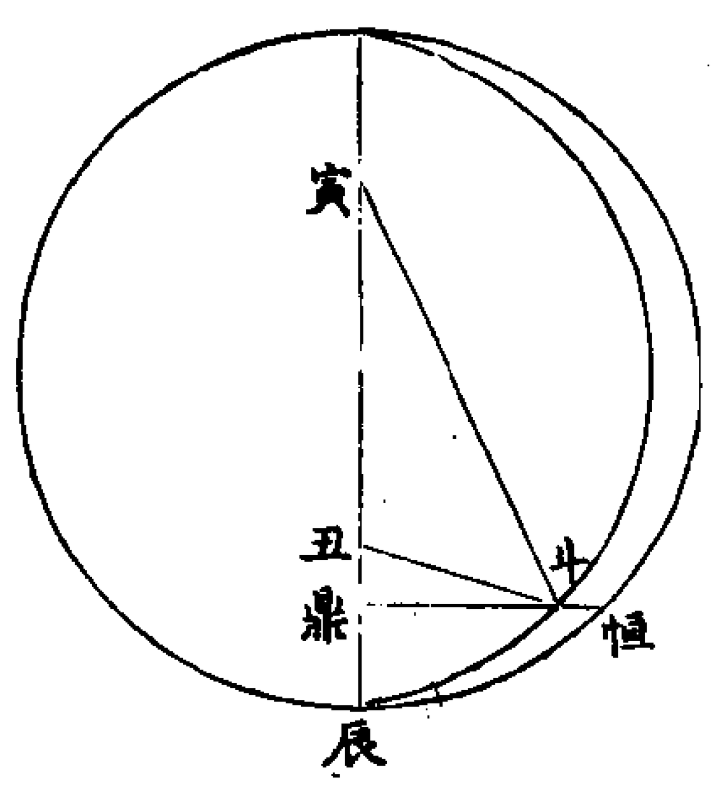
加於二千萬如豐丑減於二千萬如節丑

句通於餘弦股通於正弦弦通於半徑。



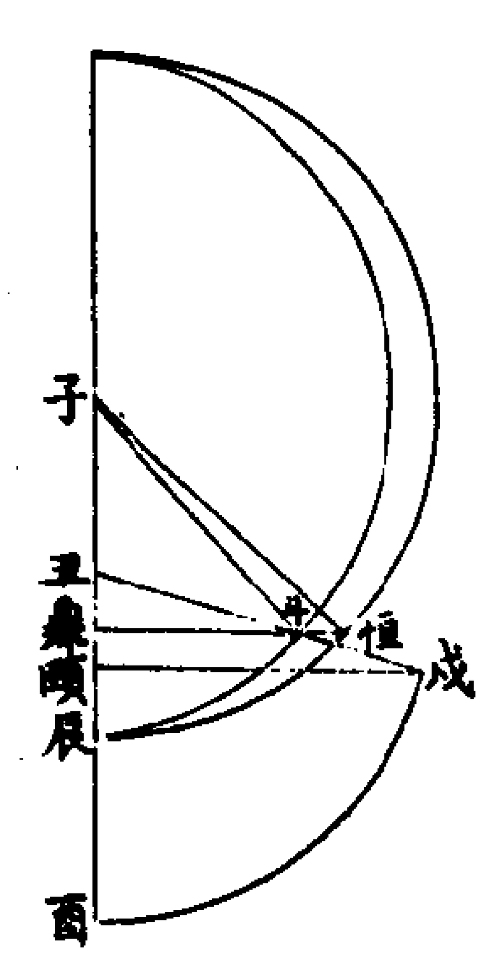
以寅丑半徑爲弦則丑節正弦爲句寅節餘弦爲股。以寅咸半徑爲弦則益咸正弦爲句寅節餘弦爲股。句股與八綫本相比例（覺釋弧）而互相爲用尤見精巧至橢圜子辰半徑此寅丑得爲半徑者半徑長短視乎

圜而率爲一千萬則不易也（中半徑因大徑小徑而成且用實率故不依一千萬之數）有垂綫以得句股有句股和以得兩要有兩要以得弦矢。



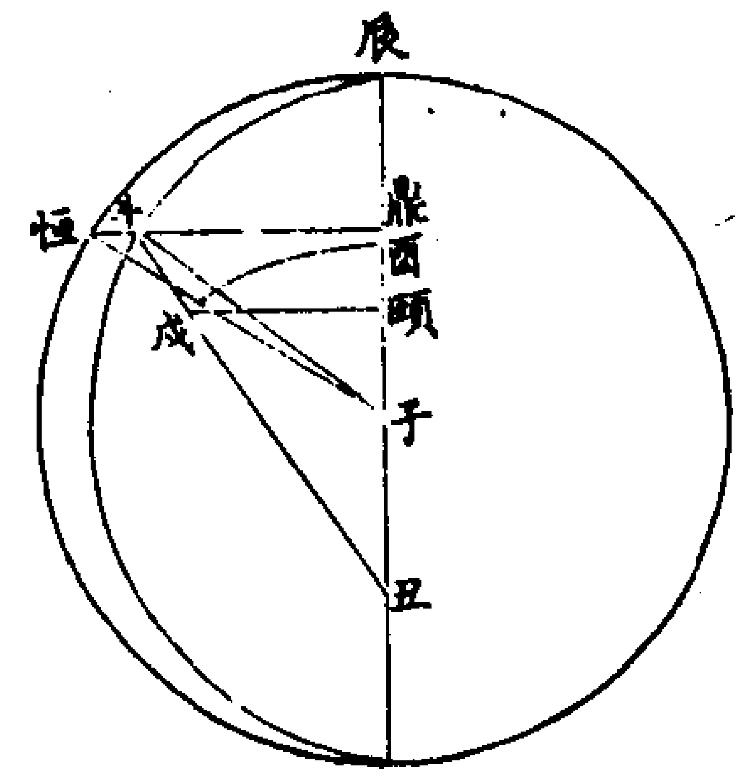
有寅角則以寅斗爲半徑求得斗鼎句有丑角則以丑斗爲半徑求得斗鼎句有斗鼎句即橢圜辰斗之矢用大小徑求得鼎恒即大圜辰恒弧度之正弦故由寅角丑角求恒辰弧度由恒辰弧度求寅角丑角俱以斗鼎爲之樞紐也

於是有地心之角度可以求橢圜之面積是謂以角求積

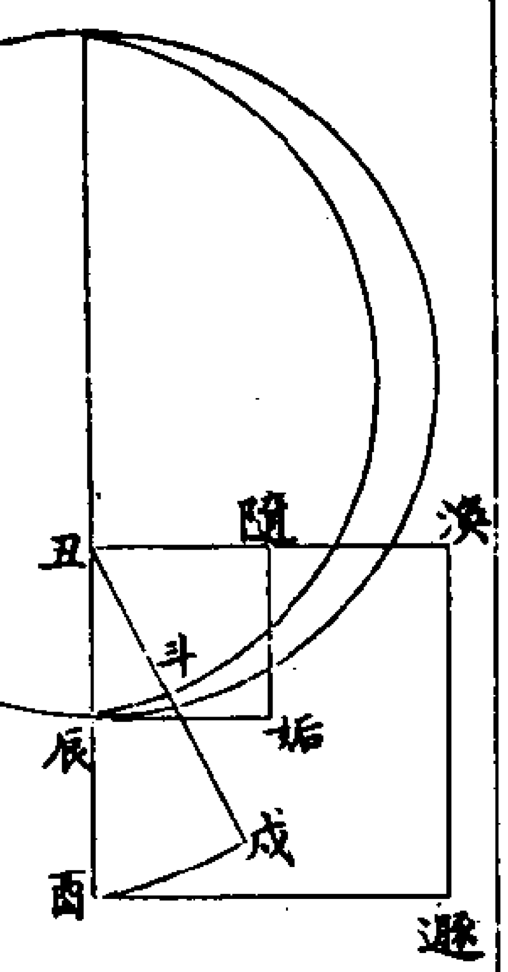


有丑角酉戌求丑斗辰面積先檢表（即八綫表余載於釋弧後）得正弦順戌以半徑與順戌例丑斗與斗鼎而得斗鼎又用大小徑比例得恒鼎爲辰恒正弦以順戌與酉戌例恒鼎與辰恒而得辰恒弧綫即用乘半徑折半得子恒辰面積又用大小徑比例求得子斗辰較丑斗辰多一子丑斗乃子丑有數（即心差）丑斗弧有數（用外垂綫求得）丑外角有數（子斗丑之丑角爲丑角酉戌之外角）求得積與子斗辰相減即丑斗辰橢圜面積此丑斗綫在最卑後若在最高後則子斗辰較丑斗辰少一子丑斗亦用弧三角法求得積與子斗辰相加即丑斗辰橢圜面積。

地心丑去最卑近去最高遠子在最高與地心丑之間最卑後子在丑前則丑斗辰綰於子斗辰之內故小於子斗辰最高後丑在子前則丑斗辰周於子斗辰之外故大於子斗辰

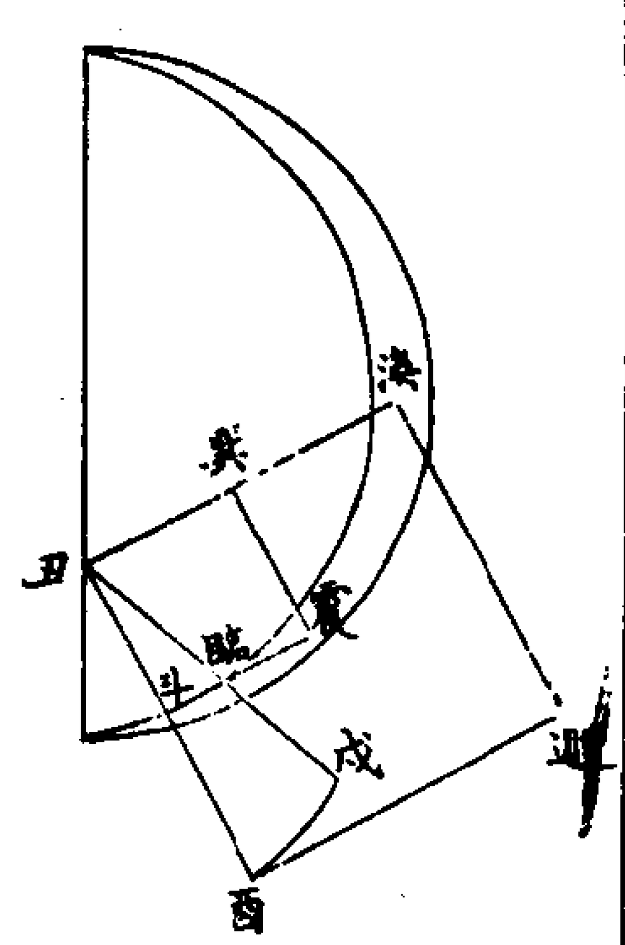


有橢圓之面積可以求地心之角度是謂以積求角



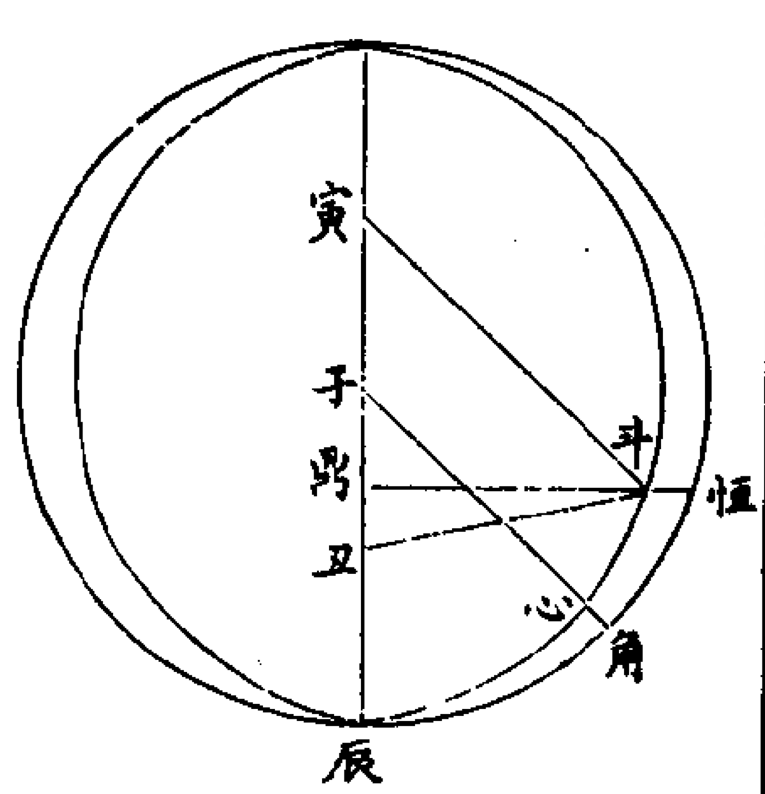
一度無斗辰之濶取其便於閱視

有丑斗辰橢圓一度面積求丑角度酉戌以丑辰小徑自乘爲丑隨姤辰小方又以中率徑丑酉即庚自乘爲丑酉涣遯大方以小方比丑斗辰以大方比丑戌酉小方一率大方二率丑辰斗三率丑戌酉四率得數以一度定積求之一度定積即中率面積所分者詳見前得酉戌爲丑角若由一度更求二度則先求丑斗綫地心角用外垂法以丑斗自乘與中率自乘爲比例蓋每度之綫有長短之不一則所比例之積有多寡之不一也



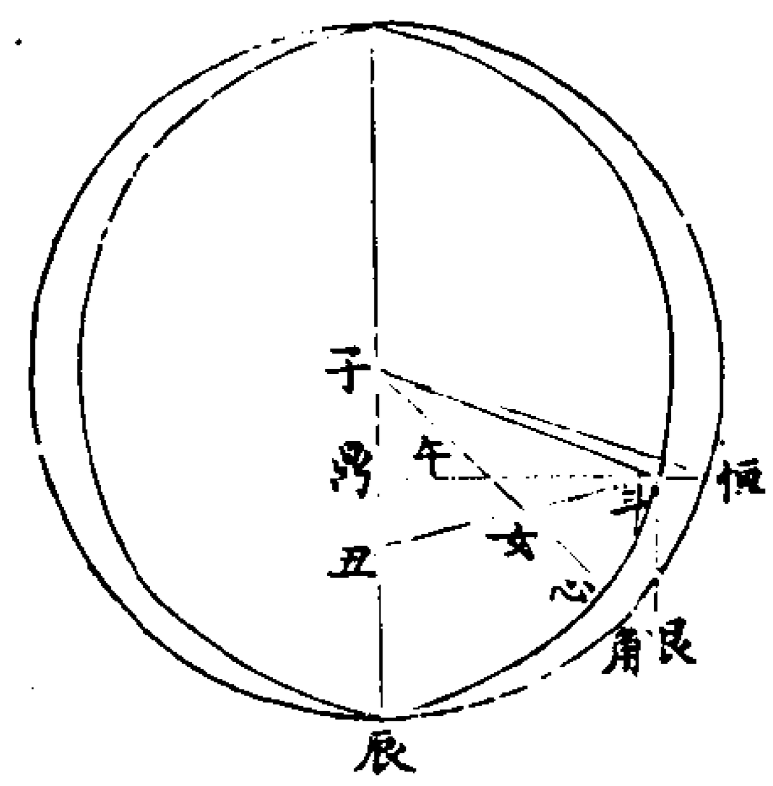
丑斗巽於丑辰則丑斗巽震亦巽於丑辰隨姤而所求得之丑角酉戌自巽於丑辰之所求矣

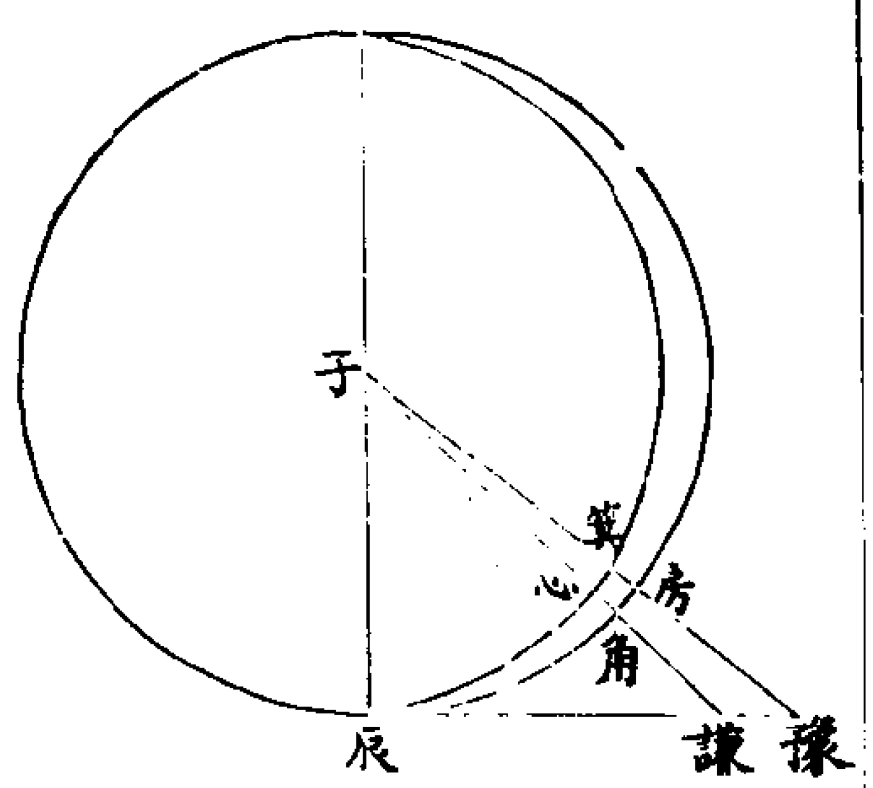
有心差之角度可以得橢圓之面積是謂借積求積



有子角角辰度求丑斗辰面積先以角辰度爲寅角

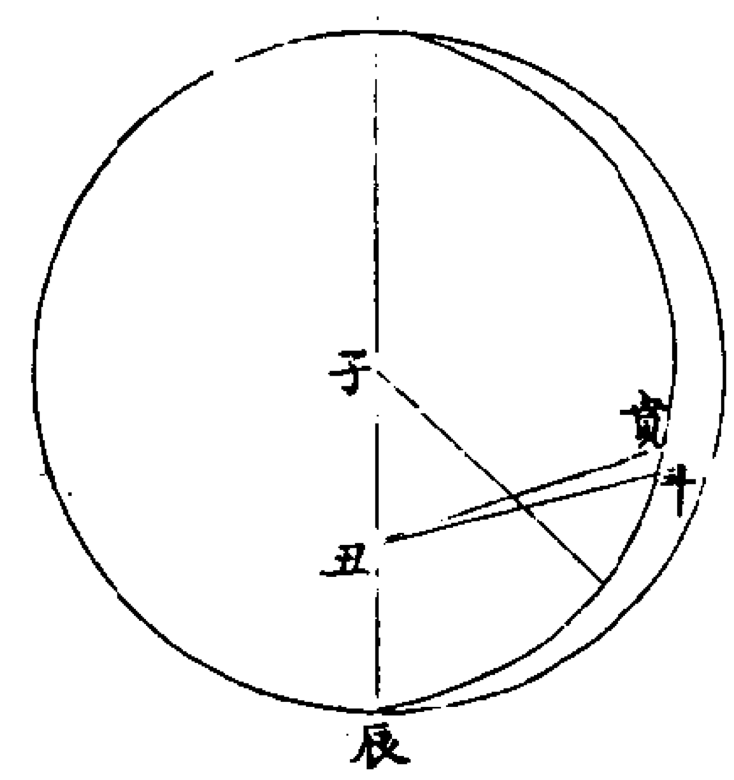
二綫平行詳見前用內垂綫求得丑斗以丑斗爲半徑求得斗鼎用大小徑比例求得鼎恆以爲正弦檢表得恆辰弧度

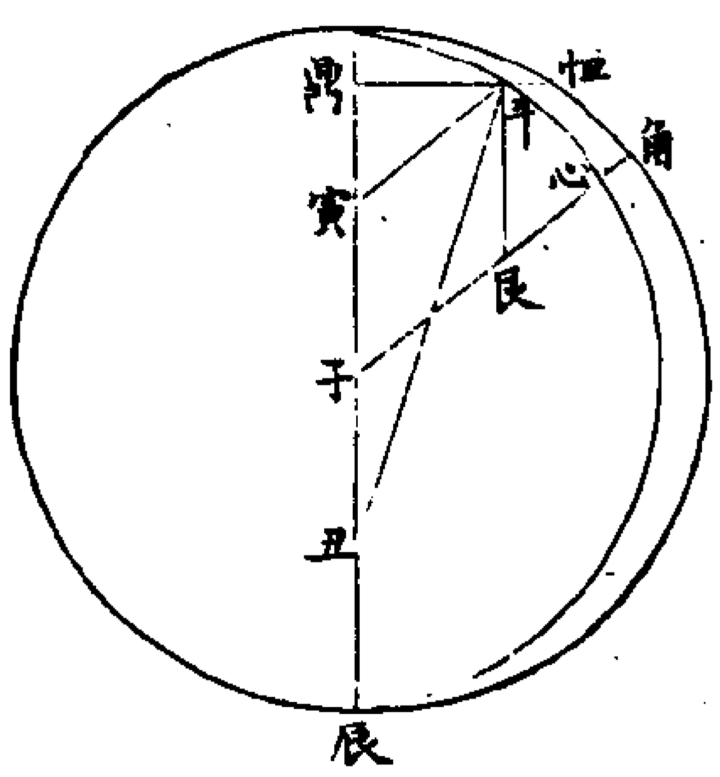


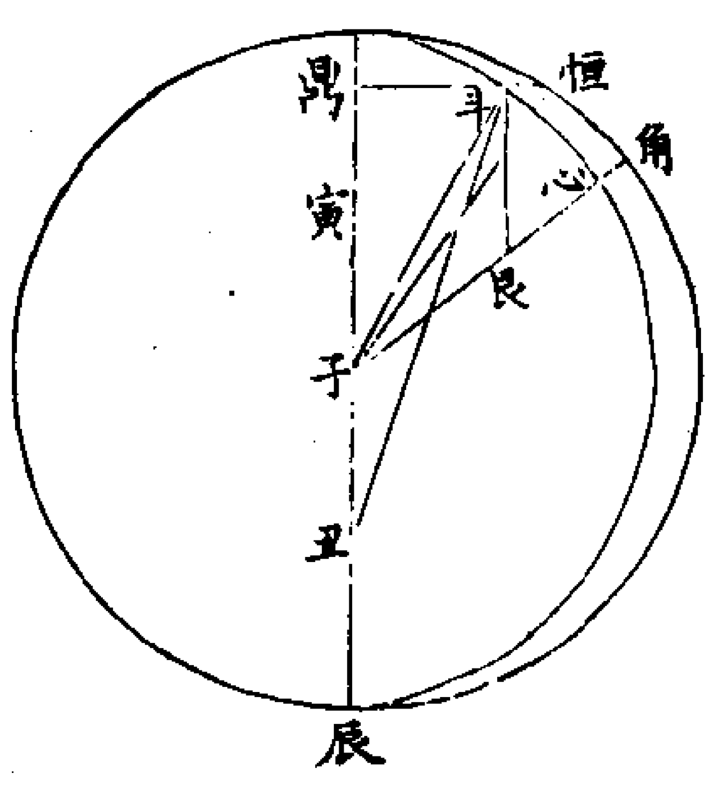


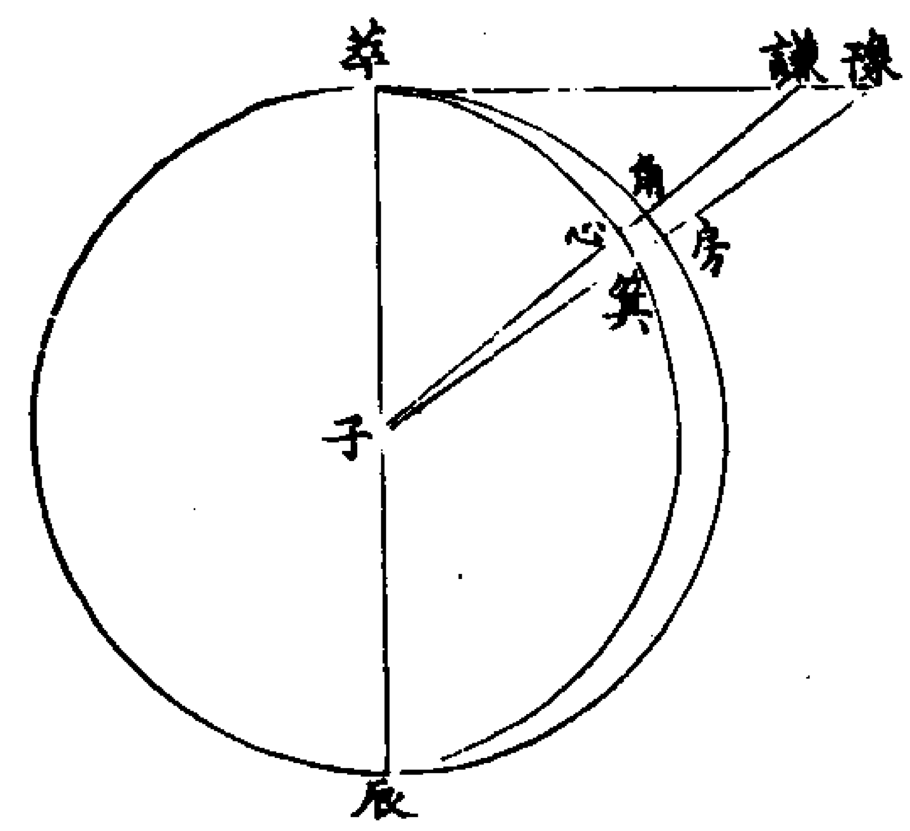
得恆辰弧度用率數乘子辰半徑折半得子恆辰面積又用大小徑比例得子斗辰面積大徑一率小徑二率子恆辰三率子斗辰四率存之用大小徑比例切綫得辰房辰謙一率辰角二率辰豫三率辰房四率用率數乘子辰半徑折半得子房辰面積用大小徑比例求得子心辰辰豫一率辰房二率辰謙三率子心辰四率乃以子心辰減所存之子斗辰餘子斗心積數存之用心差子丑乘斗鼎折半得子斗艮本以斗艮乘斗鼎斗艮無數以其數與子丑等故用子丑減子斗心所以必先求子斗心面積餘斗心艮一鈍二銳形此形與子丑牛同知此即知子丑牛面積矣

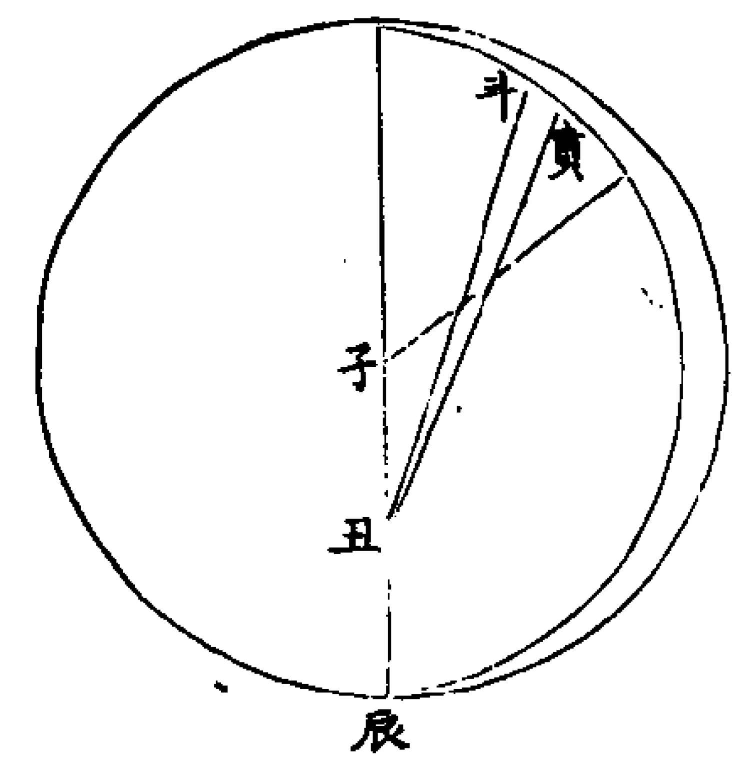
既得子丑牛面積即得丑斗貢積數用以積求角法求得斗貢度加斗辰得辰貢實行度此丑斗綫在一限內若在限外則求得斗心艮面積用以積求角法求得斗貢度減斗辰不用加得辰貢實行度





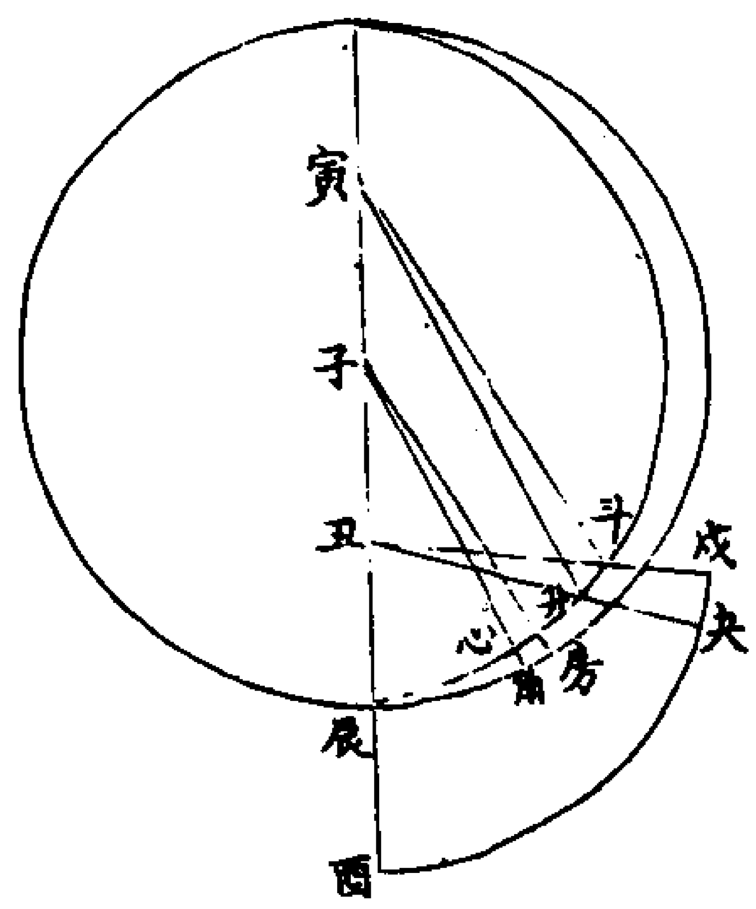


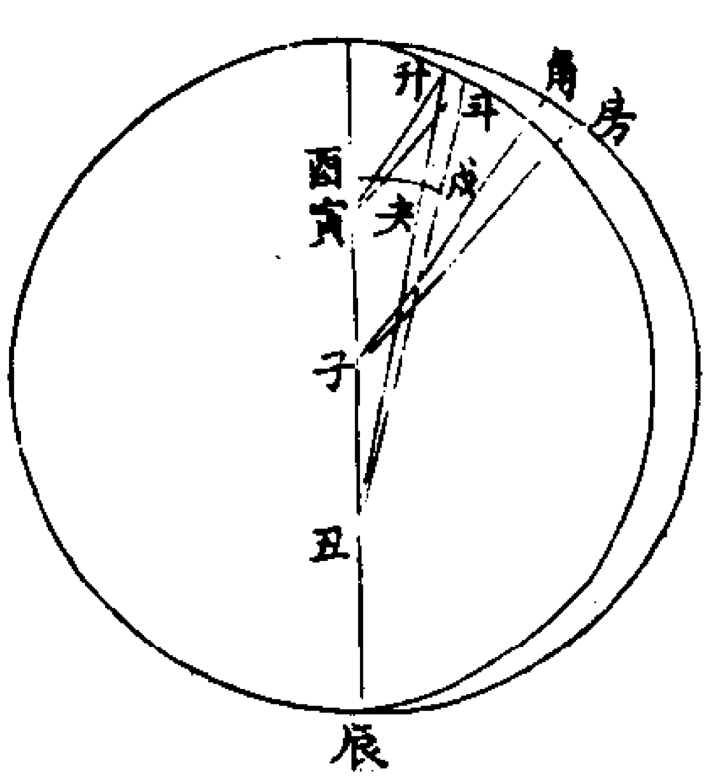




過象限例用餘弦餘切（覽盡）故用鼎恆鼎斗餘弦猶限內用鼎恆鼎斗正弦用萃謙萃豫餘切猶限內戌辰謙辰豫正切

有心差之角度可以求地心之角度是謂借角求角





有子角角辰求丑角酉戌先用大小徑比例自角得房辰（小徑一率大徑二率小切三率大切四率以角辰知小切以大切知房辰）然後用房辰爲寅角度（卽爲寅角）用內垂綫求得斗角以斗角與寅角相加得丑外角卽地心丑角酉戌蓋酉夬與辰升應酉戌與辰斗應丑斗辰較子心辰在限內少一差角在限外多一差角（丑升斗爲差角）卽丑戌酉較子心辰在限內少一差角在限外多一差角也（丑夬戌爲差角）在限內必加一差角而丑斗辰乃同於子心辰在限外必減一差角而丑斗辰乃同於子心辰（詳見子心丑牛及斗心艮）亦乃爲角辰度所求之也角酉戌也必先求辰房爲寅角者俟得酉夬後始

求夬戌則必有丑升弧有丑斗弧更有丑升斗之斗角夬升角乃可用弧三角法求得夬戌以加酉夬爲酉戌今丑升弧可求餘不可得不如先得辰房之爲便也先得辰房則已於子心辰增損一差角而所求得之丑斗辰不必復事增損其丑升辰之面積卽朱經增損之丑斗辰既豫爲增損則以原爲丑斗辰者

改斗爲升以與之別

以角求積加減辨於高卑借積求積加減判以象限蓋兩綫相遇綫之後者包於外兩綫相交綫之長者處其贏前後之位以高卑而互易短長之度以象限而遞更

以此就彼則加減在此以彼就此則加減在彼加猶減也減猶加也

最早後丑斗在子斗之後必至最高後丑斗乃移在子斗之前蓋子丑相遇於斗過象限而長短雖移前後不移也子心與丑斗交於女在限內子心綫長則子丑女多一子丑牛在限外丑斗綫長則斗心女多一斗心艮然最高後一象限雖多在斗心艮其用加實同於最早後一象限最早前一象限雖多在子丑牛其用減實同於最高前一象限亦以前後分内外也以角求積是化子斗辰以就丑斗辰以積求積是

化丑斗辰以就子斗辰故在彼爲減則此加在此爲減則彼加也

借角求角之用加減同於借積求積但不加減於求得之後而加減於未得之先無加減之跡實收加減之用其理不殊法爲尤妙明乎此者日月之行坐而致矣

四法中莫捷於借角求角故日躔求均數用此法

門人汪昌序　校字
男　廷琥

開方通釋

德化李氏刻

開方通釋叙

平方求積之法見於王制方十里者爲方一里者百是也開平方之法見於逸周書制郊甸方六百里因西土爲方千里是也立方求積之法見於考工記㮚人爲量深尺內方尺其實一鬴是也開立方之法亦見於考工記旅人爲簋其實一觳崇尺是也算學之書汗牛充棟莫不以開方爲大法故九數之中方田粟米商功勾股四者之精義反覆相究統於少廣一章有明算學中衰三乘之方無能拼解自宣城梅徵君文鼎發明廉率立成之圖三乘以上之形體始如門山掌果至於帶縱之方有舉多少而分正負者則不外乎同名相加異名相減二術而自宋秦道古九韶元李欒城冶而後至今有能綜其條理者吾友元和李尙之銳江都焦里堂循各立天元一術於古開方法皆有所發明近晤陽城張司馬敦仁請其緝古算經細草與尙之里堂相頡頏三君子之用力於古也深矣里堂既爲諸乘方圖及天元一釋茲復本秦道古數學九章爲開方通釋以秦氏之旨闡古開方之術可謂無遺矣獲請於邗江之上爲之序而歸之若夫借根益實後人損之又損之道萊有成書不必與此術高下也嘉慶六年九月朔歙縣汪萊敘

開方通釋

江都焦循學

梅勿菴少廣拾遺發明諸乘方於正負加減之法闕而未備故其廉隅繁瑣步算既艱亦且莫適於用循向爲加減乘除釋於此欲貫而通之反覆再三猶未得立法之要近來因講明天元一術於金山　文宗閣借得秦道古數學九章原名數學大略其中用開方法既精且簡不特與測圓海鏡相表裏究其原實古九章之遺焉嘉慶庚申冬十一月與元和李尚之同客武林節署共論及此尚之喻志求古於是法尤深好而獨信相約廣爲傳播俾古學大著於海內時江甯談

階平教諭亦客督學劉侍郎幕中時過余寓舍互相證訂甚獲朋友講習之益竊謂乘除之法負販皆知至開正負帶從諸乘方儒者竭精敝神或有未能了了者使知道古此法則自一乘以至百乘千乘庶幾一以貫通人人可以布筴而求也列爲十二式設問以明之欲便於初學故不厭詳爾

實

方　上實下法

實方隅　一乘方

實方廉隅　二乘方

實方廉廉隅　三乘方

實方廉廉廉隅　四乘方

實方廉廉廉廉隅　五乘方

實方廉廉廉廉廉隅　六乘方

實方廉廉廉廉廉廉隅　七乘方

實方廉廉廉廉廉廉廉隅　八乘方

實方廉廉廉廉廉廉廉廉隅　九乘方

式一

右都式

實方

實○隅

實○○隅

實○○○隅

實○○○○隅

實○○○○○隅

實○○○○○○隅

實○○○○○○○隅

實○○○○○○○○隅

實○○○○○○○○○隅

式二

右開方無從者故諸廉無數而必存其空位者以備商生之遞入也九章開方術云置積爲實借一算步之即置積爲實即此式之實也借一算步之即此式之隅也有一位即有一乘故一廉即一乘方

二廉即二乘方三廉即三乘方四廉即四乘方五廉即五乘方六廉即六乘方七廉即七乘方八廉即八乘方九廉即九乘方測圓海鏡之式實在下隅在上諸乘之位了然益古演段與數學九章皆實在上隅在下自隅起算上達於方以便與實相消故也隅遞加至方逐位相生九入則是九乘八入則是八乘相入相生之間精甚亦簡甚也

假如積九隅一開一乘方得幾何答曰得三

商實○隅

一乘入塵
消盡方隅

假如積五百十二隅一開三乘方得幾何答曰得四

商實○○○隅

三乘二乘一乘商生隅
與實入方入上入下廉
相消　廉

假如積五千四百二十萬六千九百八十二隅一百二開五乘方得幾何答曰得九

商實○○○○○隅

四乘三乘二乘一乘商生隅
與實入方入第入第入第四
相消　一廉二廉三廉廉

實方

實○隅

實方○隅

實○廉○隅

實方○廉○隅

實○廉○廉○隅

實方○廉○廉○隅

實○廉○廉○廉○隅

實方○廉○廉○廉○隅

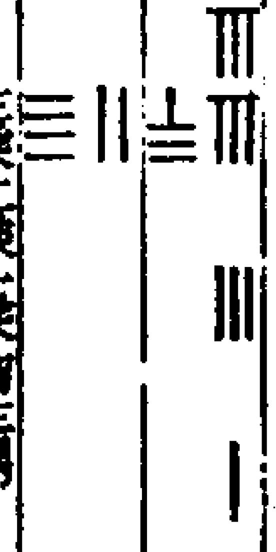
實○廉○廉○廉○廉○隅

式三

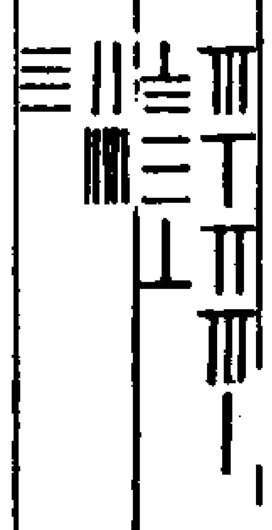
右玲瓏開方式如三乘方帶平方而不帶立方不帶從九乘方帶一乘方三乘方五乘方七乘方而不帶二乘方四乘方六乘方八乘方是也其法皆相生而入之

假如積四千二百八十八方空上廉三下廉空隅一開三乘方得幾何答曰得八

商實○廉○隅

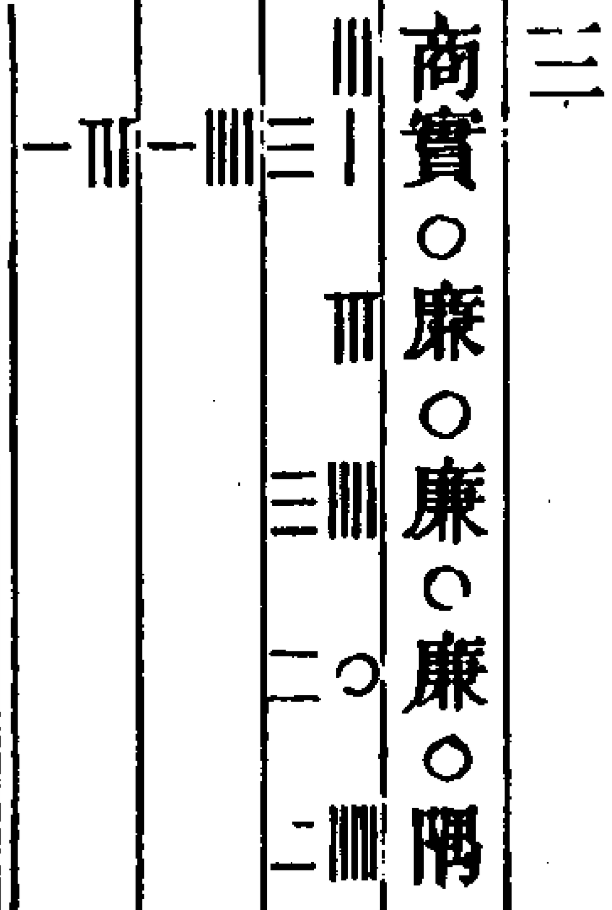


三乘二乘一乘商生隅
與實入方入上入下廉
相消　廉

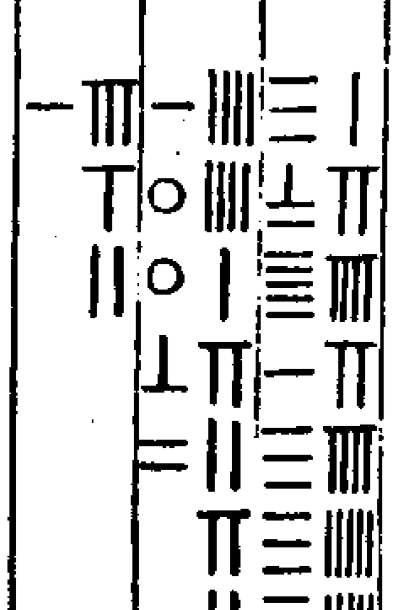


假如積一十八萬一千四百三十一方空第一廉八第二廉空第三廉三十四第四廉空第五廉二十第六廉空隅二十五開七乘方得幾何答曰得三

商實○廉○廉○廉○隅

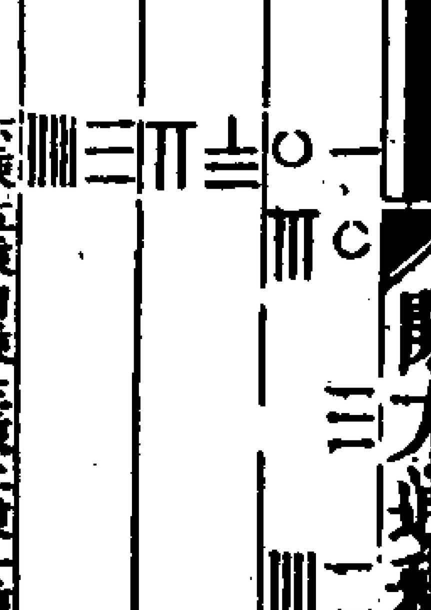


七乘六乘五乘四乘三乘二乘一乘商生隅
與實入方入第入第入第入第入第入第六
相消　一廉二廉三廉四廉五廉廉

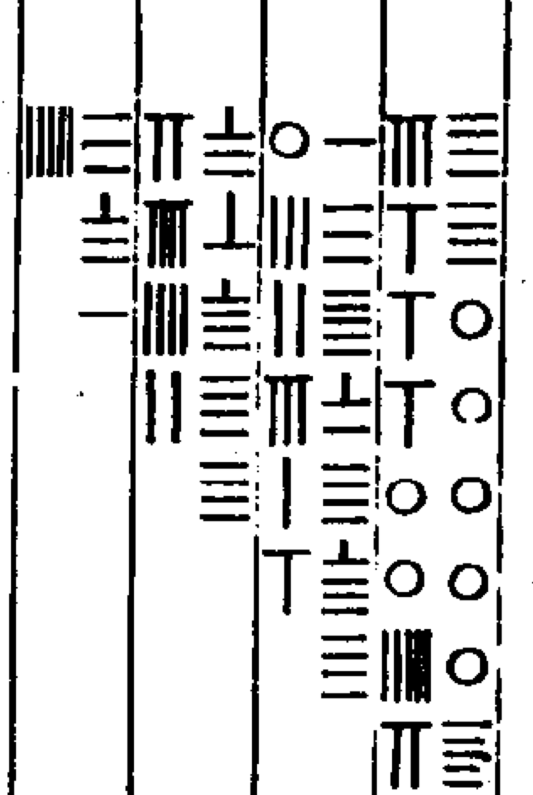


假如積五百三十七萬八千一十八又四分方八百四分第一廉空第二廉三十六第三廉空第四廉四百二十第五廉空隅七又五分開六乘方得幾何答曰得六

商實方○廉○廉○隅



六乘五乘四乘三乘二乘一乘商生隅
與實入方入第入第入第入第入第五
相消　一廉二廉三廉四廉廉



負正

負正正

負正正正
負正正正正
負正正正正正
負正正正正正正
負正正正正正正正
負正正正正正正正正
負正正正正正正正正正
負正正正正正正正正正正

式四

右正負式術云商常爲正實常爲負從常爲正益常爲負此負在實其下方廉隅皆正則開方常法

也自隅而上至方皆正故皆同名相入方與實一正一負異名相消故如等乘之至末相消而盡也蓋秦氏此術全在以正負分同異商生隅而上行遇同則入遇異則消相入則正仍爲正負仍爲負相消則減餘在正爲正在負爲負守此例以行之無往而不自得也李尚之云于術商常爲正又正負同名相乘所得爲正異名相乘所得爲負故商生從隅凡從隅爲正者以商正乘之是爲同名所得爲正凡從隅爲負者以商正乘之是爲異名所得爲負也

負正

負負正
負負負正
負負負負正
負負負負負正
負負負負負負正
負負負負負負負正
負負負負負負負負正
負負負負負負負負負正
負負負負負負負負負負正

式五

右正在隅爲異名實方廉皆負爲同名正負相消

餘必在正雖至負方減餘仍在正隅故以一正上消諸負消一度餘仍在正仍得正則仍異名相消轉轉消至於實而盡

假如積二十七益方六從隅一開一乘方得幾何

答曰得九

商正 實負 方負 隅正

𝍨 𝍪𝍦 𝍥 𝍠

異商 異商
消生 消生
實 方餘 隅
盡 正

𝍪𝍦 𝍢 𝍨 𝍠

假如積七百三十二萬四千二百二十從方第一

從廉第二從廉第三從廉第四從廉第五從廉第
六從廉第七從廉第八從廉從隅皆一開九乘方
得幾何答曰得五

商正 實負 方負 廉負 廉負 廉負 廉負 廉負 廉負 廉負 廉負 隅正

異商 異商 異商 異商 異商 異商 異商 異商 異商
消生 消生 消生 消生 消生 消生 消生 消生 消生
實餘 餘 餘 餘 餘 餘 餘 餘 餘隅
壹 正 正 正 正 正 正 正 正

開方通釋　九

負正
負正負
負正負負
負正負負負
負正負負負負
負正負負負負負
負正負負負負負負
負正負負負負負負負

負正負負負負負負負負
負正負負負負負負負負負

式六

右正在方與實廉隅皆異名實廉隅皆同名隅而上同名相入至正方異名相消消餘必在正方仍得正與負實異名相消而盡其消餘必在正方者正方既是和數則其數已足包括諸廉及隅與實在內如立方商數二在負廉爲一在正方則爲二在負隅爲一在負廉爲三在正方則爲九以九視三視一多已數倍任下之相生相入其勢皆足以有餘雖至九乘方負隅負廉相生者遞有九層而正方亦隨層數而增故相消之餘皆在正方也

開方通釋　十

假如積十二從方十九益廉二益隅一開二乘方得幾何答曰得三

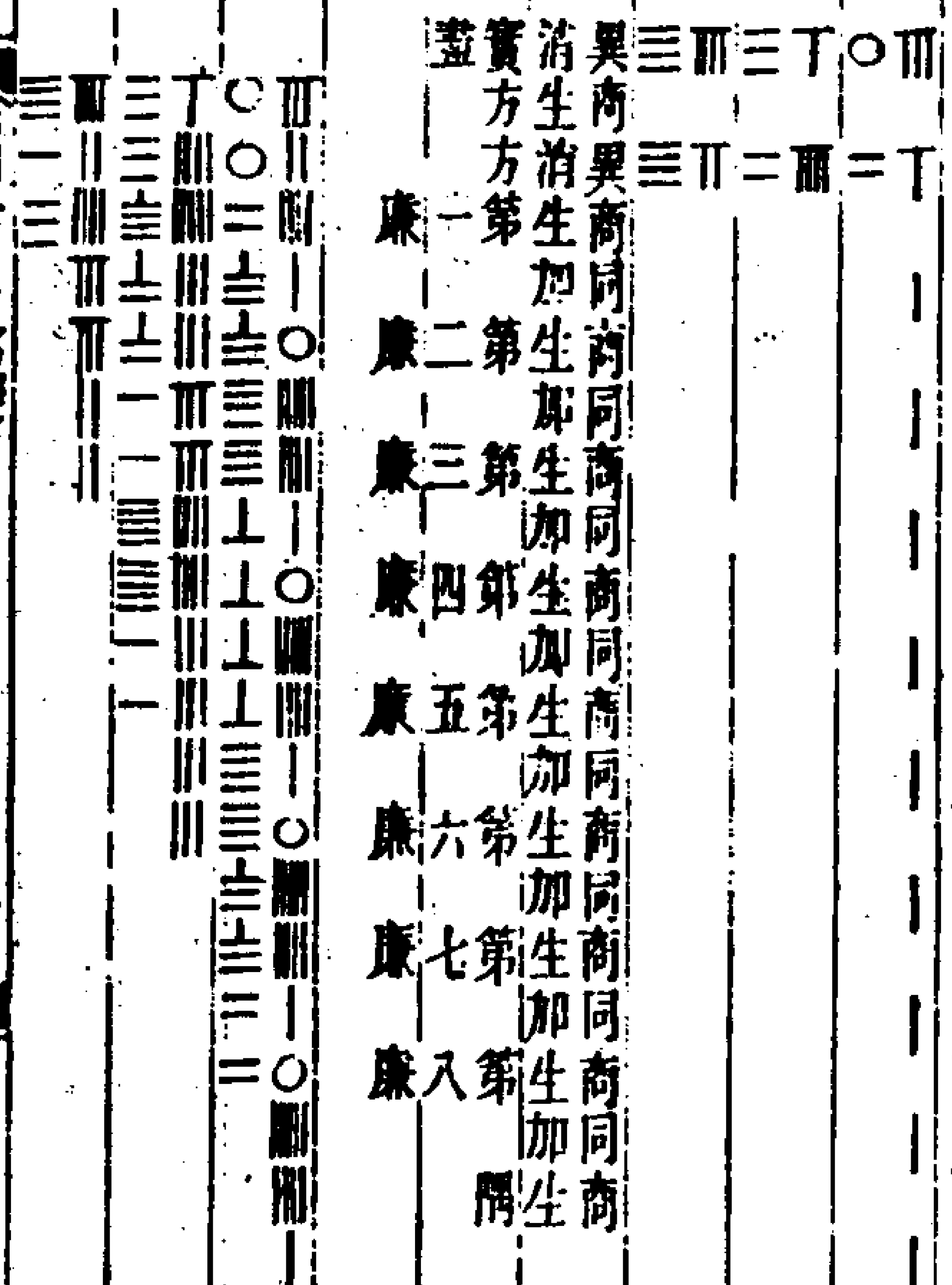
商正 實負 方正 廉負 隅負

異商 異商 同商
消生 消生 加生
實 方餘 廉 隅
壹 正

假如積四十九萬三千六百八從方四十七萬二千九百二十六第一益廉第二益廉第三益廉第四益廉第五益廉第六益廉第七益廉第八益廉

益隅皆一開九乘方得幾何答曰得四

商正實負方正廉負廉負廉負廉負廉負廉負廉負廉負隅負



負正

負正負

負負正負

負負正負負

負負負正負負

負負負正負負負

負負負負正負負負

負負負負正負負負負

負負負負負正負負負負

負負負負負正負負負負負

式七

右正在廉與正在方之例一也隨正所在減餘皆在於正與負實爲異名相消若減餘在負則與實爲同名相入是爲益積必有積商無積商者減餘必在正也

負正

負正負

負正負正

負正負正負

負正負正負正

負正負正負正負

負正負正負正負正

負正負正負正負正負

負正負正負正負正負正

負正負正負正負正負正負

式八

右正負相雜皆同則相入異則相消隨所遇以置算式有萬殊術止一例惟正負相雜則減餘或正或負變幻萬端非復原位正負之可定而加減之易淆亦惟此式爲㝡然益知同加異減及減餘之隨負爲負隨正爲正乃一定不易之例矣

假如積二十二益方三第一益廉一第二從廉四第三從廉二益隅一開四乘方得幾何答曰得二

商正實負方負廉負廉正廉正隅負

異商異商異商
消生消生消生
實方餘第餘第
盡正一正二
廉　廉

異商
消生
盡隅

此第三廉消盡即以商生第二廉凡有消盡者倣此式

假如積四十五萬四百八十從方第一益廉第二益廉第三從廉第四益廉第五益廉第六從廉從隅皆一開七乘方得幾何答曰得五

商正實負方正廉負廉負廉正廉負廉負廉正隅正

異商同商異商異商同商異商異商同商
消生加生消生消生加生消生消生加生
實方　第餘第餘第　第餘第餘第　隅
盡　一正二正三　四正五正六
廉　廉　廉　廉　廉　廉

假如積九千六百六十九從方四第一益廉五十五第二從廉二十八第三益廉七第四益廉三十一從隅二十四開五乘方得幾何答曰得三

商正實負方正廉負廉正廉負廉負隅正

異商同商異商同商異商異商
消生加生消生加生消生消生
實方　第餘第　第餘第餘隅
盡　一正二　三正四正
廉　廉　廉　廉

假如積三十萬二千九百八十一從方九從上廉五十從下廉九百三十二益隅八開三乘方得幾何答曰得七

商正實負方正廉正廉正隅負

異商同商同商異商
消生加生加生消生
實方　上　下餘隅
盡　廉　廉正

實既常爲負則方以下無論幾正幾負而正之數必常處乎全負之數必常處乎不足雖商生益隅數必不敵正方正廉故減餘必在正必與實爲異名相消也

假如積四千二百四十九從方二千從上廉一百九從下廉十二益隅八開三乘方得幾何答曰得

七

			𝍦	商正
𝍫	𝍡	𝍫	𝍧	實負
𝍪	〇	〇	〇	方正
	𝍠	〇	𝍧	廉正
		𝍩	𝍡	廉正
			𝍧	隅負

				異消實盡
𝍫	𝍡	𝍫	𝍧	商生方
〇	𝍥	〇	𝍦	異消餘正
𝍩	𝍢	𝍰	𝍢	商生上廉
	𝍠	𝍰	𝍧	異消餘負
	𝍢	〇	𝍧	商生下廉
		𝍫	𝍢	異消餘負
		𝍬	𝍥	商生隅
			𝍧	

相消之餘初雖在負終必轉而在正蓋二正中必有一正大於商所生之負者也

商	單	十
一乘隅	單	百
二乘隅	單	千
三乘隅	單	萬
四乘隅	單	十萬
五乘隅	單	百萬
六乘隅	單	千萬
七乘隅	單	億
八乘隅	單	十億
九乘隅	單	百億

百	千	萬			
萬	百萬	億	常	超	一位
百萬	十億	萬億	常	超	二位
億	萬億	兆	常	超	三位
百億	千萬億	萬兆	常	超	四位
萬億	百兆	京	常	超	五位
百萬億	十萬兆	萬京	常	超	六位
兆	京	陔	常	超	七位
百兆	千京	萬陔	常	超	八位
萬兆	百萬京	秭	常	超	九位

式九

右定位式爲開方要法九章開方術云借一算步之超一等注云言百之面十也言萬之面百也開立方術云借一算步之超二等注云言千之面十言百萬之面百李淳風注步之超一等者方十自乘其積有百方百自乘其積有萬借一算步之超二等者立方求積方再自乘就積開之故超二位孫子算經云置積二十三萬四千五百六十七步爲實次借一算爲下法步之超一位至百而止夏侯陽算經云開平方除借一算爲下法步之超一冪方十其積有百冪方百其積有萬至百言十至萬言百開立方除借一算爲下法步之超二位立方十其積有千立方百其積有百萬至千言十至百萬言百張邱建算經云置積一十二萬七千四百四十九步於上借一算子於下常超一位步至百止五經算術解論語千乘之國開方法云借一算爲下法步之常超一位至萬而止循按古經開

方術均有超位之法但今可考者僅平方立方二術然由此可推諸乘方之超位也蓋商數視乎實數超位視乎商數商進亦進商退亦退孫子術積二十三萬四千五百六十七開平方故至百而止五經算千乘得九十億開平方故至萬而止至百萬始商千未至百萬雖九十九萬仍商百故積二十萬超位至百止也至百億始商十萬未至百億雖九十九億仍商萬故積九十億超位至萬止也

假如積八千一百隅一開一乘方得幾何答曰得九十

商 實 方 隅 商得 實 方 隅超一位

假如積九萬隅一開一乘方得幾何答曰得三百

商　實　方　隅

商得　實　方　隅得超位

一乘　進一位　超一位

二乘　進一位　超一位　超二位

三乘　進一位　超一位　超二位　超三位

四乘　進一位　超一位　超二位　超三位　超四位

五乘　進一位　超一位　超二位　超三位　超四位　超五位

六乘　進一位　超一位　超二位　超三位　超四位　超五位　超六位

七乘　進一位　超一位　超二位　超三位　超四位　超五位　超六位　超七位

八乘　進一位　超一位　超二位　超三位　超四位　超五位　超六位　超七位　超八位

九乘　進一位　超一位　超二位　超三位　超四位　超五位　超六位　超七位　超八位　超九位

方　一乘　二乘　三乘　四乘　五乘　六乘　七乘　八乘　九乘

式十

右方廉隅定位式隅視商爲進退方廉隅雁行相次蓋爲九乘方則第八廉爲八乘方第七廉爲七乘方第六廉爲六乘方第五廉爲五乘方第四廉爲四乘方第三廉爲三乘方第二廉爲二乘方第一廉爲一乘方平方止於一乘則一乘爲隅立方止於二乘則二乘爲隅以至九乘止於九乘則九乘爲隅超一位卽是進二位超三位卽是進四位古經不詳帶縱之術故止言平方超一立方超二然引而不發其機躍如乃知李欒城秦道古之學所由來而古術之精密有如此也

假如積三千方十隅一開一乘方得幾何答曰得五十

商　實　方　隅

商得　實　方進一位　隅超一位

假如積六十三萬方二百隅一開一乘方得幾何答曰得七百

商　實　方　隅

商得　實　方得進位　隅再超位

商生方加減實上實下法

商生隅入方　生方入實一乘方初商

商生隅入方一廉法一變

商生隅入廉　生廉入方　生方入實二乘方初商

商生隅入廉　生廉入方一廉法一變

商生隅入廉廉法二變
商生隅入下廉　生下廉入上廉　生上廉入方　生
方入實三乘方初商
商生隅入下廉　生下廉入上廉　生上廉入方廉法一變
商生隅入下廉　生下廉入上廉廉法二變
商生隅入下廉廉法三變
商生隅入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉
入第一廉　生第一廉入方　生方入實四乘方初商
商生隅入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉
入第一廉　生第一廉入方廉法一變
商生隅入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉

入第一廉廉法二變
商生隅入第三廉　生第三廉入第二廉廉法三變
商生隅入第三廉廉法四變
商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉
入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方
生方入實五乘方初商
商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉
入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方廉法
一變
商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉
入第二廉　生第二廉入第一廉廉法二變

商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉
入第二廉廉法三變
商生隅入第四廉　生第四廉入第三廉廉法四變
商生隅入第四廉廉法五變
商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉
入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一
廉　生第一廉入方　生方入實六乘方初商
商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉
入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一
廉　生第一廉入方廉法一變
商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉

入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一
廉廉法二變
商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉
入第三廉　生第三廉入第二廉廉法三變
商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉
入第三廉廉法四變
商生隅入第五廉　生第五廉入第四廉廉法五變
商生隅入第五廉廉法六變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉
入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二
廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方　生方入

實七乘方初商
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉
入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二
廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方廉法一變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉
入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二
廉　生第二廉入第一廉廉法二變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉
入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二
廉廉法三變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉

入第四廉　生第四廉入第三廉廉法四變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉
入第四廉廉法五變
商生隅入第六廉　生第六廉入第五廉廉法六變
商生隅入第六廉廉法七變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三
廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生
第一廉入方　生方入實八乘方初商
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三
廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生
第一廉入方廉法一變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三
廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉廉法二變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三
廉　生第三廉入第二廉廉法三變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三
廉廉法四變

商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉　生第五廉入第四廉廉法五變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉
入第五廉廉法六變
商生隅入第七廉　生第七廉入第六廉廉法七變
商生隅入第七廉廉法八變
商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉
入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四
廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生
第二廉入第一廉　生第一廉入方　生方入實九乘方初
商

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉　生第一廉入方廉法一變

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉　生第二廉入第一廉廉法二變

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉　生第三廉入第二廉廉法三變

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉　生第四廉入第三廉廉法四變

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉　生第五廉入第四廉廉法五變

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉　生第六廉入第五廉廉法六變

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉　生第七廉入第六廉廉法七變

商生隅入第八廉　生第八廉入第七廉廉法八變

商生隅入第八廉廉法九變

式十一

右廉法凡初商不盡者則有廉隅方屬初商隅屬次商廉則初商次商相雜之數故初商旣消之後次商未立之先必豫立廉法廉法者先立初商之半以待次商之半也古法于平方倍方法于立方三倍方法然至三乘方以上廉愈多而算愈緐未有簡要如此法之妙也余加減乘除釋中說開方之理最詳未以甲乙明之此商生一次卽一甲次商生一次卽一乙如甲甲甲乙則商生二次留以待次商之生一次甲甲乙乙則商生一次留以待

次商之生二次二乘方三甲三乙其甲乙之交互有二色故廉有二變三乘方四甲四乙其甲乙之交互有三色故廉有三變明其理可知立法之故矣秦道古諸開方式于同加消之入于異消亦云入某某內相消是加減均謂之入此式但以入言之至正負加減無容更贅爾

初商進一　續商退一

初商超一　續商退二

初商超二　續商退三

初商超三　續商退四

初商超四　續商退五

初商超五　續商退六
初商超六　續商退七
初商超七　續商退八
初商超八　續商退九
初商超九　續商退十
初商超一次　商位有二退一次
初商超二次　商位有三退二次
初商超三次　商位有四退三次
初商超四次　商位有五退四次
初商超五次　商位有六退五次
初商超六次　商位有七退六次

初商超七次　商位有八退七次
初商超八次　商位有九退八次
初商超九次　商位有十退九次

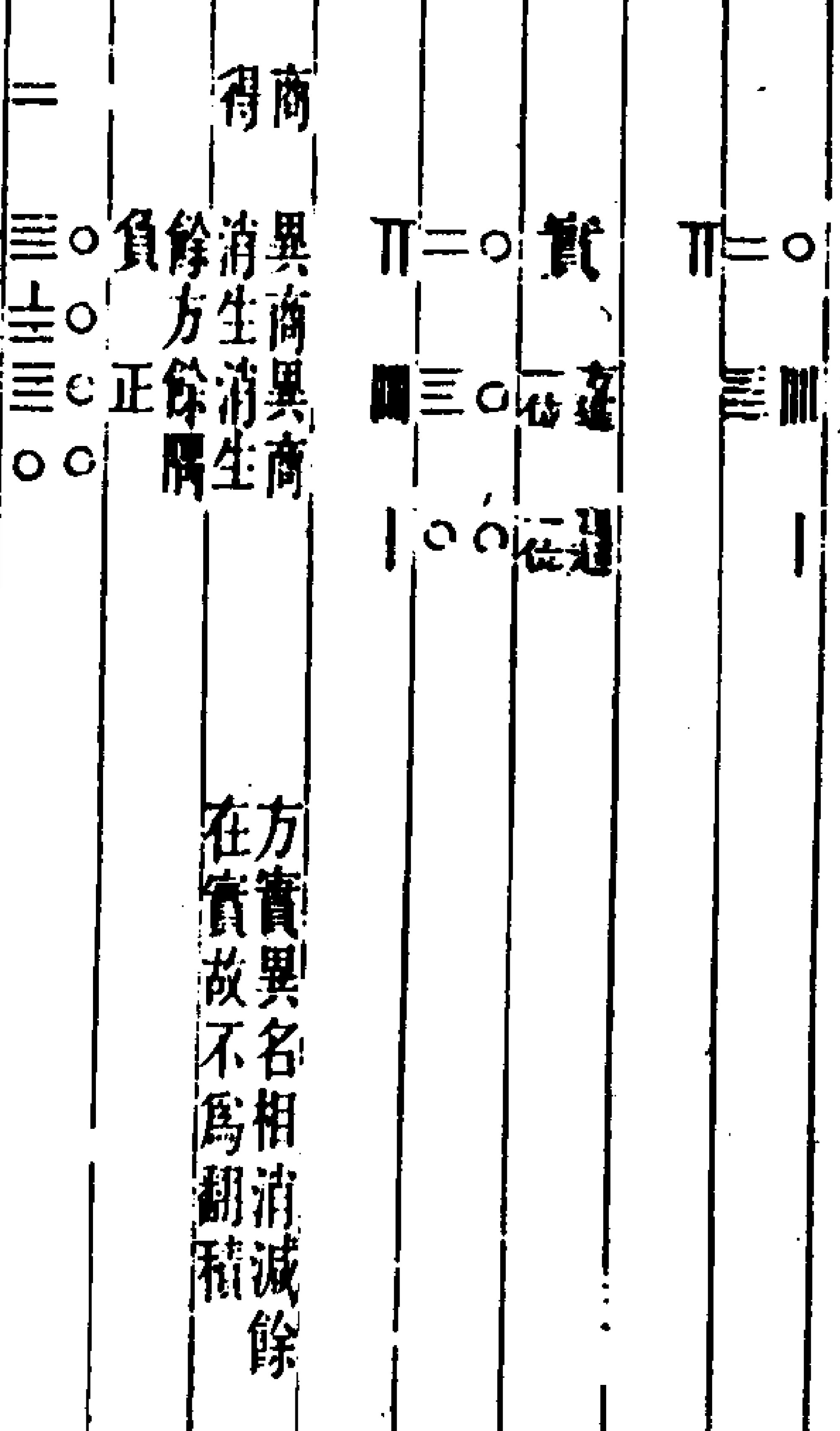
式十二

右退位式九章開方術云其復除折法而下復置借算布之如初開立方術云復除折而下注云開平方者方百之面十開立方者方千之面十據定法已有成方之冪故復除當以千爲百折下一等也孫子算經言次商云除訖倍方法方法一退下法再退三商云除訖倍廉法上從方法方法一退下法再退五經算術云以上商九萬以除實畢倍方法九億爲十八億乃折之方法一折下法再折蓋有進則有退初商百宜進位爲三萬次商十自宜退位爲百矣明于進之故自了然于退之故矣退位既定以續商上生一如初商之例

秦氏于商兩次者有投胎換骨二法投胎即益積方與實同名相加也換骨即翻積方與實異名相消也大約和在隅乃有益積和在方乃有翻積和在隅益方大于初商則益積初商大于益方則不益積和在方較數小于初商則翻積初商小于較數則不翻積皆隨數目之多寡而自然得之非有成法也故不爲式而設題以明之

假如積七百二十從方五十四益隅一開一乘方得幾何答曰二十四

商正　實負　方正　隅負



丅||| ||

異商 消生 餘隅 正

三〇 〇〇

| ||

廉法 一變

餘負 益逾 正 隅退負

實 一位 二位

三〇 一||| |

異商異商 消生消生

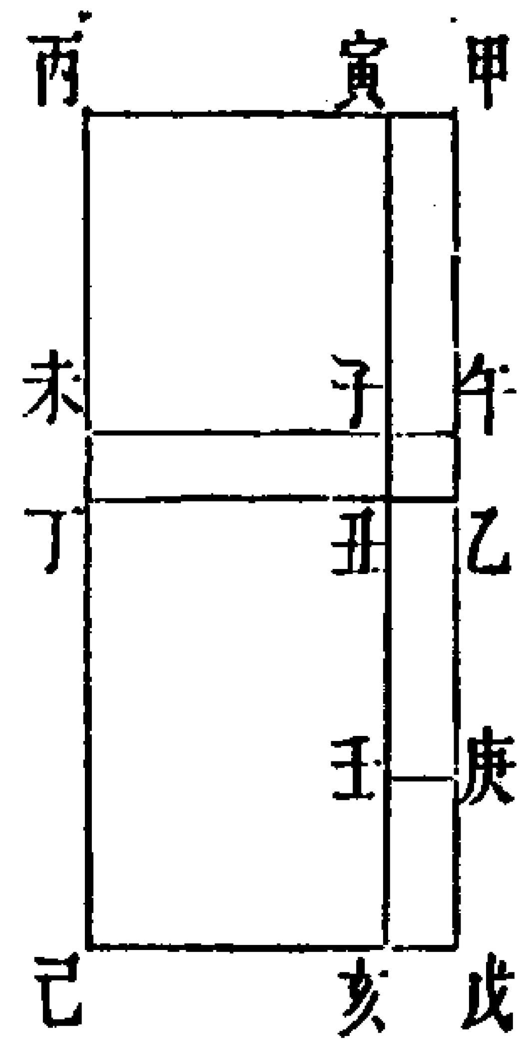
方五十四商二十四較二十大於初商二十是為初

實方餘隅 盡 正

商小於較數不翻積

三〇 〇 一〇 ||||

積商 ||||



甲乙丙丁為益隅　乙戊丁己為實　丙己為從方　丙未為初商　初商消從方為未己　未己乘初商為子亥未己　減積餘庚戊壬亥在原積故不為翻　丁己為較大于初商則子丑未丁自小於乙戊丑亥

假如積七十二從方二十七益隅一開一乘方得幾何答曰二十四

商正 實負 方正 隅負

||| 丅||| |

實 益方 一位 隅退 一位

⊥|| ⊥〇 ||| 〇〇 |

異商異商 消生消生

方實異名相消減餘在方故為翻積

餘方餘隅 正 正

⊥ ||| 三〇 ⊥〇 〇〇

商得 二

異商 消生 餘隅 正

三〇 〇〇

| ||

廉法 一變

餘正 方逾 正 隅退負

實 一位 二位

⊥||| 一||| |

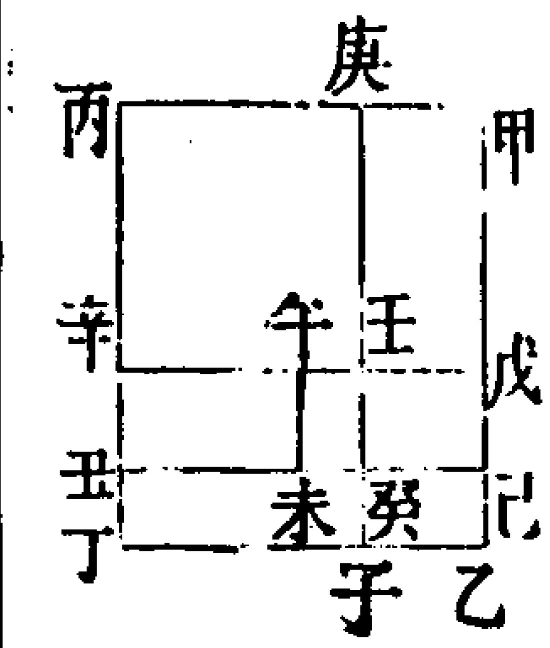
異商同商 消生加生

方二十七商二十四較三小於初商二十是為初商大於較數翻積

實方 隅 盡

⊥||| 一|| ||||

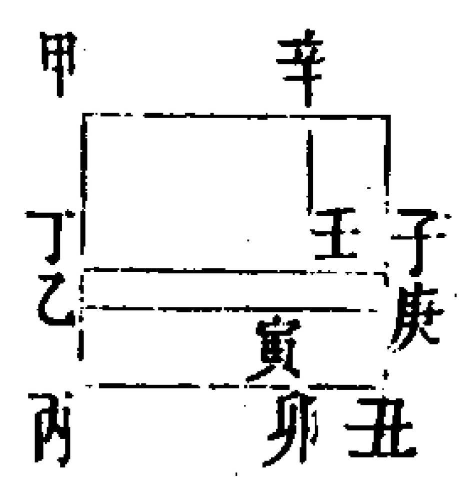
積商 ||||



丙己丙丑益隅　己乙丑丁積　丙辛初商　丙
丁從方　初商減從方餘辛丁　辛丁乘初商爲
壬子辛丁　壬子辛丁大於積相消餘午未辛丑
爲翻積　丑丁爲較小於丙辛　則壬癸辛丑自
大於己乙癸子
假如積一百二十益方十九從隅一開一乘方得

幾何答曰二十四
商正　實負　方負　隅正
|=〇　一Ⅲ　|
實　|=〇　方退一位　|≡〇　隅退二位　|〇〇
商得　||
異商異商　消生消生　餘方餘隅　負　正
|〇〇　=〇　一〇　||〇〇
方實異名相消不益積

同商加生隅
||一〇　||〇〇
廉法一變
餘實負　方退一位正　隅退二位正
|〇〇　=|　|
積商　Ⅲ
異商同商　消生加生　實方　隅　盡
〇〇　=Ⅲ　Ⅲ



甲乙初商大於甲丁益方相消餘丁乙以初商乘
之爲寅壬乙丁在積內減積戌子丑丙乙寅壬形
爲次商實
假如積七十二益方二十一從隅一開一乘方得
幾何答曰二十四
商正　實負　方負　隅正

實 方退一位 隅退一位

商得

同商 加生 方

異商 消生 餘負 隅

方實同名相加為益積

異商 消生 餘正 隅

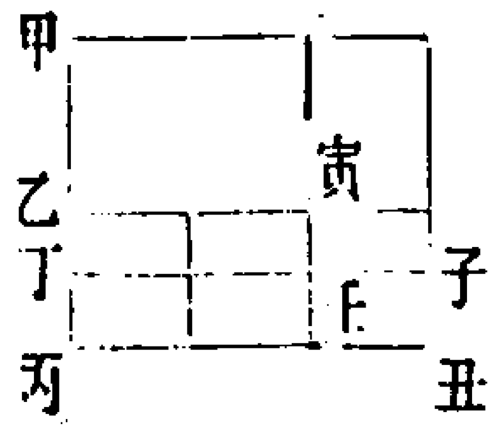
廉法一變

益實 負方退一位 正隅退二位 正

異商 消生 實

同商 加生 方 隅

續商



甲乙初商小于甲丁益方相消餘乙丁以初商乘之為寅壬乙丁在積外加入子丑丁丙積數內成子丑丙乙寅壬形為次商實

測圓海鏡大股第九草消得積一千八萬從方二十一萬三千六百益廉一千二百從隅一開立方得一百二十翻法在記

商正 實負 方正 廉負 隅正

實 方再退一位 廉再退二位 隅再退三位

商得

異商 消生 餘正

商生 方

異商 消生 餘正

商生 廉

異商 消生 餘負

商生 隅

方實相消餘在方

異商消生餘正
異商生廉
異商消生餘負
異商生隅

廉法一變

異商消生餘負
異商生隅

開方通釋

翻實
正方一位
正廉二位
負隅三位正

廉法二變

續商二

異商消生實盡
異商生方
異商消生餘負
異商生廉
異商消生餘負
異商生隅

又明重前第十草消得積五億五千三百一十九

萬四百益方四千六百四十二萬八千四百八十從上廉一百三十三萬六千三百二十八益下廉一萬五千七百九十二從隅六十三翻法開三乘方得一百二十

實負　實正　方負　廉正　廉負　隅正

開方通釋

李欒城正負不拘或從或[illegible]翻實或從翻負益翻正負皆以斜畫明之秦道古則實常爲負從常爲正益常爲負今式中一[illegible]中仍用[illegible]以見正[illegible]本可相加[illegible]

商得一

異商消生餘負
異商生方
異商消生餘負
異商生上廉
異商消生餘正
異商生下廉
異商消生餘負
異商生隅

方實異名[illegible]
方翻積

異商消生餘上正廉
異商消生餘正
商生上廉
異商消生餘正
商生下廉
異商消生餘負
商生隅

同商加
商生下廉
異商消生餘正
商生隅

一變廉法

同商加
商生隅

二變廉法

三變廉法

翻負方退負上廉正下廉正隅退正
實一位 [illegible] [illegible] 四位

續商

異商消生實盡
商生方
異商消生餘正
商生上廉
同商加
商生下廉
同商加
商生隅

二

又明宜前第二草消得積四百六十六萬五千六百從方六十五萬二千三百二十從上廉八千六百四十下廉空益隅一益積開三乘方得一百二十

十

商正 實負 方負 廉負 廉空 隅正

實 方再 [illegible] 廉再 [illegible] ○ 隅再 [illegible]

𝍣丄丅三丅〇〇
丄𝍣二Ⅲ二〇〇〇
𝍰丅三〇〇〇〇〇
丨〇〇〇〇〇〇〇〇

商得 丨

同加益積 三丅二𝍣𝍯丅〇〇
商生方 三丨丄Ⅲ二〇〇〇
異消餘負 三丨丄Ⅲ二〇〇〇
商生上廉 一Ⅲ丄〇〇〇〇〇
異消餘正 一Ⅲ丄〇〇〇〇〇
商生下廉 〇〇〇〇〇〇〇〇
入下廉 〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅 〇〇〇〇〇〇〇〇

方實同名相加爲益實

異消餘正 丨丄丨𝍰丅𝍯〇〇〇
商生上廉 ‖一Ⅲ丄〇〇〇〇〇
同加 ‖一Ⅲ丄〇〇〇〇〇
商生下廉 ‖〇〇〇〇〇〇〇〇
同加 ‖〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅 丨〇〇〇〇〇〇〇〇

廉法一變

同加 〇〇
商生下廉 〇〇
同加 〇〇
商生隅 〇〇

𝍤一Ⅲ丄〇〇〇
Ⅲ〇〇〇〇〇〇
Ⅲ〇〇〇〇〇〇
丨〇〇〇〇〇〇
丨

廉法二變

同加 𝍣〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅 丨〇〇〇〇〇〇〇〇〇

廉法三變

益負方適正上廉正一廉正隅適正
實一位 四位

積商 二

異減實盡 𝍤丄‖𝍣𝍯丅〇
商生方 三丅二𝍣𝍯丅〇〇
同加 二𝍣一Ⅲ𝍰𝍣〇〇　一丅一𝍣丄𝍣〇〇
商生上廉 一丨𝍰𝍣二〇〇〇
同加 𝍤𝍰𝍣丄〇〇〇　𝍤一Ⅲ丄〇〇〇
商生下廉 𝍰𝍣〇〇〇〇
同加 三‖〇〇〇〇　三〇〇〇〇〇
商生隅 ‖〇〇〇〇
丨〇〇〇〇

又明重前第二草又法相消得下式五百一十三

億三千六百六十八萬三千七百七十六爲實從方一十七億二千五百六十萬二千八百一十六第一廉八千二百九十二萬六千八百一十六第二益廉二百二十二萬三百二第三益廉六萬二千一百六十五第四益廉七百一十四益隅二開五乘方得三十四

商正實負方負廉負廉正廉正廉正隅正

實 方一位 第一廉二位 第二廉三位 第三廉四位 第四廉五位 隅五位

商異商異商異商同商同商同商得
異消生消生消生加生加生加生
餘方餘第一餘第二 第三 第四 隅
負 正一 正二 三 四

廉 廉 廉 廉

方實異消故非益積
消餘在實故非翻積

同商加生第一廉 同商加生第二廉 同商加生第三廉 同商加生第四廉 同商加生隅

同商加生第二廉 同商加生第三廉 同商加生第四廉 同商加生隅

廉 廉 廉

廉法一變

同商 加生 同商 加生 同商 加生 第三廉 第四廉 加隅

廉法二變

同商 加生 同商 加生 第四廉 加隅

廉法三變

同商 加生 加隅

廉法四變

餘實 負方道正 一位 廉道正 二位 廉道正 三位 廉道正 四位 廉道正 五位 隅道正 六位

廉法五變

續商 異商 同商 同商 同商 同商

實方 消生 加生 加生 加生 加生

盡 第一廉 第二廉 第三廉 第四廉 隅

益古演段第二十四問消得積一千四百四十九

從方一百八益隅一個七分半倒積倒從開平方

得四十二

商正 實負 方正 隅負

○○𝍧𝍫𝍣𝍩 ○○𝍦○𝍠 𝍣𝍮𝍠

實 ○𝍦𝍫𝍣𝍩 方進一位 ○○○𝍮○𝍩 隅進一位 ○○𝍣𝍮

商得 𝍣

異商消生餘正 ○○𝍠𝍮 𝍪

異商消生餘方正 ○○○𝍮𝍪

異商消生餘隅 ○𝍣𝍮

方實異名相消餘在方是爲倒積即翻積

異商消生餘隅負 ○○𝍪𝍢 𝍦 𝍠 ○𝍣𝍮

隅方異名相消餘在負隅是爲倒從

廉法一變

𝍣 𝍢𝍦𝍠

翻積 正方退一位 負隅退二位

○○𝍠𝍮 ○○𝍡𝍫 𝍣𝍮𝍠

異商消生實盡 同商加方 異商生隅

𝍫○𝍮 𝍤○𝍣

𝍠𝍢

秦道古數學九章古池推原法草云一萬一千五百五十二寸爲實一百五十二寸爲益方半寸爲從隅開投胎平方得三丈六尺六寸四百二十九分寸之四百一十二

商正 實負 方負 隅正

○𝍪𝍣𝍫𝍠 ○𝍪𝍣𝍠 𝍣

此式方正隅負而題中稱益方從隅可見益常爲負從常爲正之例秦氏亦不拘

實 ○○ 方進一位 ○○ 隅進二位 ○○

○𝍪𝍫𝍠 ○𝍪𝍣𝍠 ○○𝍣

商得 𝍫

同商異商生消生餘方負 ○○𝍣𝍠 ○○𝍮 ○○○𝍪 ○○○𝍣

同商加生隅

方實同名相加爲投胎秦氏術云以少廣求之以投胎入之

𝍠𝍪 𝍠𝍣

異商消生餘正隅 ○○𝍧𝍫 ○○○𝍫

次商廉法一變

實　負方退一位　正隅退二位

續商

異消餘負
商生方
同加
商生隅

同加
商生隅

隅

三商廉法變

實　負方退一位　正隅退三位

三商

異消不盡
商生方
同加
商生隅

同加
商生隅

方隅同加為分母　以五約之

不盡餘分子　以五約之

又尖田求積術草云四百六億四千二百五十六萬爲實七十六萬三千二百爲從上廉一爲益隅開玲瓏翻法三乘方步法得八百四十步

商　正實　負方空　廉正　廉空　隅負

實

廉再超一位

隅再超二位

初商　Ⅲ

Ⅲ〇T三‖亖T〇〇〇〇

⊥T三‖〇〇〇〇〇〇

丨〇〇〇〇〇〇〇〇

異消餘正　Ⅲ三Ⅲ〇〇〇〇〇
商生方　〇〇〇〇〇〇〇〇
商入方　〇〇〇〇〇〇
商生上廉　〇〇〇〇〇〇〇
異消餘正　〇〇〇〇〇〇
商生下廉　〇〇〇〇〇〇〇
商入下廉　〇〇〇〇〇〇〇
商生隅　〇〇〇〇〇〇〇

Ⅲ亖‖〇Ⅲ
Ⅲ亖Ⅲ三Ⅲ
亖Ⅲ亖T
亖Ⅲ亖T
一‖三‖
⊥Ⅲ〇〇
Ⅲ〇〇
Ⅲ〇〇

方實異名相消餘在方爲換骨

異消餘負　Ⅲ二T亖Ⅲ〇〇〇〇〇〇〇
商生上廉　Ⅲ二Ⅲ三Ⅲ〇〇〇〇〇〇〇
異消餘負　丨一Ⅲ⊥Ⅲ〇〇〇〇〇〇〇
商生下廉　丨二Ⅲ〇〇〇〇〇〇〇〇
同加　一T〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅　Ⅲ〇〇〇〇〇〇〇〇

一廉變法

同加　Ⅲ〇TT⊥Ⅲ〇〇〇〇〇〇
商生下廉　丨亖‖〇〇〇〇〇〇〇〇
同加　二Ⅲ〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅　Ⅲ〇〇〇〇〇〇〇〇

同加　三‖〇〇〇〇〇〇〇〇
商生隅　Ⅲ〇〇〇〇〇〇〇〇

二廉變法

翻積正實　Ⅲ亖‖〇Ⅲ三Ⅲ〇〇〇〇
方退一位負　亖‖⊥Ⅲ亖〇〇〇〇〇
上廉退二位負　Ⅲ〇TT⊥Ⅲ〇〇〇〇
下廉退三位負　Ⅲ二〇〇〇〇〇
隅退四位負　丨〇〇〇〇

續商　異商同商同商同商同商
消生加生加生加生加生
實方　上廉　下廉　隅
盡

三

〇〇〇〇‖‖|≡|||||〇|‖≟‖‖‖
〇〇〇〇丅≡|≡‖‖‖‖≟
〇〇〇〇丅≡‖≟‖一
〇〇〇〇‖‖丄〇=‖‖
〇〇〇〇丅≟‖一
〇〇〇〇‖‖=‖‖
〇〇〇〇‖‖

秦道古又有開連枝平方法蓋卽帶分開方前所推數學九章古池推原法是也益古演段第四十問分別之分天元一術及連枝同體術最詳與道古可以互証之分天元一者所知數中帶有零分不便立天元一始以分母通之旣相消開方後以分母約之是也詳見天元一釋連枝同體者隅多而開方不盡以隅數乘實而變隅爲一開方後以原數約之是也并錄其術于左以備參考

之分天元一術云今有直田一段中心有圓池外計地四畝五十三步長濶和七十六步太半步田四角至池十八步問池徑外田徑立天元一爲三個池徑以自之得〇〇‖太加十二段見積得‖〇‖爲十二段直積又身外加五爲十八段直積於頭列和步七十六步太通分內子得二百三十自之爲和冪九段內減頭位得‖‖〇‖爲九段斜冪寄左再置天元圓徑加六之角至步一百八得‖‖爲九段斜冪與寄左相消得‖‖‖開平方得六十二步爲三個圓池徑以三約之得一個圓徑二十步三分之二循案此題長濶和七十六步太半步者三分之二也有此奇零不便乘除故以分母三通七十六步太半步爲二百三十也旣通爲三倍則立天元一遂當圓徑三也爲圓徑者三故乘爲徑冪九方之於圓三之四而一故九方冪當十二圓冪也圓冪池也見冪外計地四畝五十三步也畝法二百四十故化爲一千一十三也直積勾股積也池積加見積是成勾股積矣天元冪一個當直積十二半個則六矣故加五爲十八也和冪爲四勾股積一勾股較冪斜弦冪爲二勾股積一勾股較冪故以九和冪減十八個勾股積餘十八個勾股積九個較冪適當弦冪九也天元一旣當三圓徑故必六其角步之十八以加之乃得三弦數自之亦是九弦冪也求一而得三故開方後又必報除也連枝同體術云立天元一爲內池徑加倍角至步三十六得‖太爲直田斜自之得‖‖爲田斜冪又九之得下式‖‖‖爲十八積九較冪寄左

列和步七十六步太通分納子得[illegible]以自之得五萬二千九百步為九段和冪于頭又置天元圓徑以自之又三之四而一得[illegible]為一段圓積也加入見積一千一十三步得[illegible]共為直積一段又十八之得[illegible]為十八段直積以減頭位得[illegible]亦為九段田斜冪與寄左相消得[illegible]合以平方開之今不可開先以隅法二十二步半乘實二萬三千單二步得五十一萬七千五百四十五步正為實元從六百四十八負依舊為從一從隅平方開之得四百六十五步以元隅二十二步半約之得二十步三分之二為內池徑循按同

體連枝為隅數多者設也秦氏連枝法即古開方約分法古法倍得數加隅為分母所餘實為分子見加減乘除釋秦氏以商生隅入廉加隅為分母所餘實為分子又以隅數約之者為隅數之不止於一也是法為連枝之常法李欒城緣隅數之多而有同體連枝連枝之約分不可以定母數同體連枝之約分則可以定母數盡開方之術凡隅之多者以其數乘積而化隅為一既開得數以原隅數約之與原數原積開方數同此一例也凡隅之多者開有帶分不能盡以分母乘積數而開之則能盡此又一例也試以欒城之法演之積二萬三千單二

步負從六百四十八負隅二十二又五商得二十從進一隅超一以商生隅為四千五百入從同加為一萬九百八十又以商生之為二萬一千九百六十入積異消餘一千四十二為次商積乃變初商以商生隅為四千五百入從同加為一萬五千四百六十為廉法于是廉一退為一千五百四十六隅再退為二十二五廉法已多於積商一猶盈必開之必以此為空位而更退位退從為一百五十四六退隅為二步二五商得六生隅為一步三五入從同加為一百五十六步一五又以商生之為九百三十六步六入積異消餘一百五步四為

四商積更開之仍得六仍不可盡故欒城以為不可開也用連枝同體術開得四百六十五步是不可開變而為可開也後一例之證也因以二十二步半除之得二十步是除去四百五十步向餘一十五步此一十五步當二十二步半為不足不可得一故約為三分之二耳必除之亦必存空位亦除得六去積一十三步半仍餘一五是為六不盡所得二六六六不盡與原隅原積開方數同前一例之證也開之不盡用同體連枝術則盡者其天元為三分之二不盡者也今隅有三則為三分之二者三為三分之二者三是六矣六則盡矣然是形

長六濶仍三分之二欲得其濶仍爲不盡惟又以三乘之則長濶皆六矣大抵三不盡者三倍之則盡六不盡者六倍之則盡九不盡者九倍之則盡由是推之不獨多隅者可用此術卽一隅者用分母再乘可也不獨以分母再乘也卽倍分母幾倍分母幾十倍分母以再乘之可也此二二五之一五者是以六七五乘三之二也故二二五不盡以二二五乘之而盡同一不盡而所謂三分之二所謂二十二分半之一十五分母分子俱實有此數此李氏同體連枝法異於秦氏之連枝法也

甘泉徐鳳誥校算

衡齋算學

丙辰仲冬吾友巴孟嘉屬撰推五星伏見通法遂求黃赤之交變尋弧角之比例除總較法不便用對數外試以邊角相求之法梭其銳鈍大小則窮又試以垂弧法推次形又次形紛紛葛藤不可收拾至梭其銳鈍大小亦窮乃屏弃成言渺慮靜觀始覺象數俱顯因錄爲條目弃通法定例各種取曩在與門所論次形數紙合爲一冊孟嘉一見爲之鼓掌余嘗攷垂弧法有梅氏所[illegible]

形內異類則垂弧在形外由今梭之確不可易攷次形法有梅氏所引厤學會通之說謂別算一三角其邊爲此角一百八十度之餘由今梭之無不可通梅氏皆斥之甚矣索解人之難也若此冊得孟嘉可無憾已雖然持戒者言仰觀星宿推步盈虛厤數算計皆所不應孟嘉其何以解我歙汪萊

衡齋算學

歙汪萊撰

弧三角形

弧角比例銳鈍大小知不知條目

對角求對邊

一原所知角銳對邊大又所知角銳所求對邊
恆小

一原所知角銳對邊大又所知角鈍所求對邊
恆大

一原所知角銳對邊足九十度與對邊大同

一原所知角銳對邊小又所知角銳審又所知
角小於原所知角則所求對邊小若大於原所
知角則不能定

一原所知角銳對邊小又所知角鈍審又所知
角之外角小於原所知角則所求對邊大若大
於原所知角則不能定

一原所知角鈍對邊小又所知角鈍所求對邊
恆大

一原所知角鈍對邊小又所知角銳所求對邊
恆小

一原所知角鈍對邊足九十度與對邊小同

一原所知角鈍對邊大又所知角鈍審又所知
角大於原所知角則所求對邊大若小於原所
知角則不能定

一原所知角鈍對邊大又所知角銳審又所知
角小於原所知角之外角則所求對邊小若大
於原所知角之外角則不能定

一原所知無論角銳對邊小角鈍對邊大但又
所知角正九十度者所求對邊皆不能定

一原所知角正九十度對邊無論大小足又所
知角銳所求對邊恆小又所知角鈍所求對邊
恆大

對邊求對角

一原所知邊小對角鈍又所知邊小所求對角
恆銳

一原所知邊小對角鈍又所知邊大所求對角

恆鈍
一原所知邊小對角正九十度與對角鈍同
一原所知邊小對角銳又所知邊小審又所知邊小於原所知邊則所求對角銳若大於原所知邊則不能定
一原所知邊小對角銳又所知邊大審又所知邊較兩象限之餘小於原所知邊則所求對角鈍若大於原所知邊則不能定
一原所知邊大對角銳又所知邊小所求對角

恆銳
一原所知邊大對角銳又所知邊大所求對角恆鈍
一原所知邊大對角正九十度與對角銳同
一原所知邊大對角鈍又所知邊大審又所知邊大於原所知邊則所求對角鈍若小於原所知邊則不能定
一原所知邊大對角鈍又所知邊小審又所知邊較兩象限之餘大於原所知邊則所求對角銳若小於原所知邊則不能定
一原所知無論邊大對角鈍邊小對角銳但又所知邊足九十度者所求對角皆不能定
一原所知邊足九十度對角無論銳鈍正又所知邊大所求對角恆鈍又所知邊小所求對角恆銳

附錄弧角比例算法 凡附錄皆古法

對角求對邊
一率原所知角正弦

二率所知對邊正弦
三率又所知角正弦
四率所求對邊正弦

對邊求對角
一率原所知邊正弦
二率所知對角正弦
三率又所知邊正弦
四率所求對角正弦

正弧三角銳鈍大小相從條目

一交角銳上弧對正角弧大下弧對餘角弧大必畧長於上弧餘角鈍此角之外角必大於交角減象限之餘弧對弧對交角弧小必小於交角度
一交角銳上弧小下弧小必畧短於上弧餘角銳此角必大於交角減象限之餘弧對弧小必小於交角度
一交角銳上弧足下弧足餘角正對弧即交角度
一交角正上弧足下弧即餘角度餘角銳對弧足
一交角正上弧足下弧即餘角度餘角鈍對弧

足
一交角正上弧足下弧足餘角正對弧足
一交角鈍上弧大下弧小餘角銳此角必大於交角去象限之餘弧對弧大必大於交角度
一交角鈍上弧小下弧大餘角鈍此角之外角必大於交角去象限之餘弧對弧大必大於交角度
一交角鈍上弧足下弧足餘角正對弧即交角度

斜弧三角用垂弧分兩正弧三角形通法

正算
一所知一邊在所知兩角之間法以所知邊爲上弧先任以所知一角爲交角用正弧三角法求得下弧對弧餘角三件以所知又一角與此餘角相減餘又爲交角前對弧爲下弧用正弧三角法求得上弧對弧餘角三件後所求得之上弧常爲對先用所知角不知之邊再審所知又一角大於前餘角則後餘角即爲不知之角後對弧與前下弧相加爲對所知又一角不知

之邊若所知又一角小於前餘角則後餘角之外角爲不知之角後對弧與前下弧相減餘爲對所知又一角不知之邊
一所知一角在所知兩邊之間法以所知角爲交角先任以所知一邊爲上弧用正弧三角法求得下弧對弧餘角三件以所知又一邊與此下弧相減餘又爲對弧前對弧爲下弧用正弧三角法求得交角上弧餘角三件後所求得之上弧常爲不知之邊再審所知又一邊大於前

下弧則後餘角卽爲對先用所知邊不知之角後交角與前餘角相加爲對所知又一邊不知之角若所知又一邊小於前下弧則後餘角之外角爲對先用所知邊不知之角後交角與前餘角相減餘爲對所知又一邊不知之角

一所知兩邊對所知兩角法先任以所知一角爲交角對所知又一角所知之邊爲上弧用正弧三角法求得下弧對弧餘角三件又審所知又一角之銳鈍與先用所知角相同卽以所知

又一角爲交角若所知又一角之銳鈍與先用所知角不同則以所知又一角之外角爲交角前對弧復爲對弧所知對先用所知角之邊爲上弧用正弧三角法求得下弧餘角二件審所知二角銳鈍相同以前後兩下弧相加爲不知之邊前後兩餘角相加爲不知之角若所知二角銳鈍不同以前後兩下弧相減餘爲不知之邊前後兩餘角相減餘爲不知之角

省算

一所知一邊在所知兩角之間法以所知邊爲上弧先任以所知一角爲交角用正弧三角法求得下弧餘角二件以所知又一角與此餘角相減餘爲分角乃以分角之餘弦爲一率前餘角之餘弦爲二率原所知邊切綫爲三率求得四率爲對先用角不知之邊切綫

大小定例

先用角鈍分角銳此邊大

先用角鈍分角鈍此邊小

先用角銳分角銳此邊小

先用角銳分角鈍此邊大

又以前餘角之切綫爲一率前下弧切綫爲二率分角切綫爲三率求得四率爲加減邊切綫

大小定例

分角銳此邊小

分角鈍此邊大

審所知又一角大於前餘角以此邊與前下弧相加若小於前餘角以此邊與前下弧相減皆

加減爲對所知又一角不知之邊又以前餘角之正弦爲一率先用角之餘弦爲二率分角之正弦爲三率求得四率爲不知之角餘弦

銳鈍定例

先用角鈍所知又一角大於前餘角此角鈍

先用角鈍所知又一角小於前餘角此角銳

先用角銳所知又一角大於前餘角此角銳

先用角銳所知又一角小於前餘角此角鈍

一所知一角在所知兩邊之間法以所知角爲

交角先任以所知一邊爲上弧用正弧三角法求得下弧以所知又一邊與此下弧相減餘爲分邊乃以前下弧之餘弦爲一率先用邊之餘弦爲二率分邊之餘弦爲三率求得四率爲不知之邊餘弦

大小定例

原角鈍分邊大此邊小

原角鈍分邊小此邊大

原角銳分邊小此邊小

原角銳分邊大此邊大

又以分邊之正弦爲一率前下弧之正弦爲二率原所知角之切綫爲三率求得四率爲對先用邊不知之角切綫

銳鈍定例

原角鈍又一邊大於前下弧此角鈍

原角鈍又一邊小於前下弧此角銳

原角銳又一邊小於前下弧此角鈍

原角銳又一邊大於前下弧此角銳

乃以所得對先用邊之角爲交角所知又一邊爲上弧用正弧三角法求得下弧置之又以對原所知角之邊正弦爲一率原所知角之正弦爲二率所知又一邊之正弦爲三率求得四率爲對所知又一邊不知之角正弦

銳鈍定例

對先用邊角鈍對原角之邊大於後下弧此角鈍

一對先用邊角鈍對原角之邊小於後下弧此

角銳

對先用邊角銳對原角之邊小於後下弧此

角鈍

對先用邊角銳對原角之邊大於後下弧此

角銳

一所知兩邊對所知兩角法先任以所知一角爲交角對所知又一角之邊爲上弧用正弧三角法求其下弧審所知又一角之銳鈍與先用角相同卽以又一角爲交角若與先用角不同則以又一角之外角爲交角對所知先用角所知之邊爲上弧用正弧三角法求得下弧審所知二角銳鈍相同則前後兩下弧相加若所知二角銳鈍不同則前後兩下弧相減皆加減爲不知之邊復以所知又一角爲交角所得之邊爲上弧用正弧三角法求其下弧置之又以對先用角之邊正弦爲一率先用角之正弦爲二率所得之邊正弦爲三率求得四率爲不知一角之正弦

銳鈍定例

原又一角鈍對先用角之邊大於後下弧此

角鈍

原又一角鈍對先用角之邊小於後下弧此

角銳

原又一角銳對先用角之邊小於後下弧此

角鈍

原又一角銳對先用角之邊大於後下弧此

角銳

附錄正弧三角算法五條

有交角與上弧求下弧

一率半徑

二率交角餘弦

三率上弧切綫

四率下弧切綫

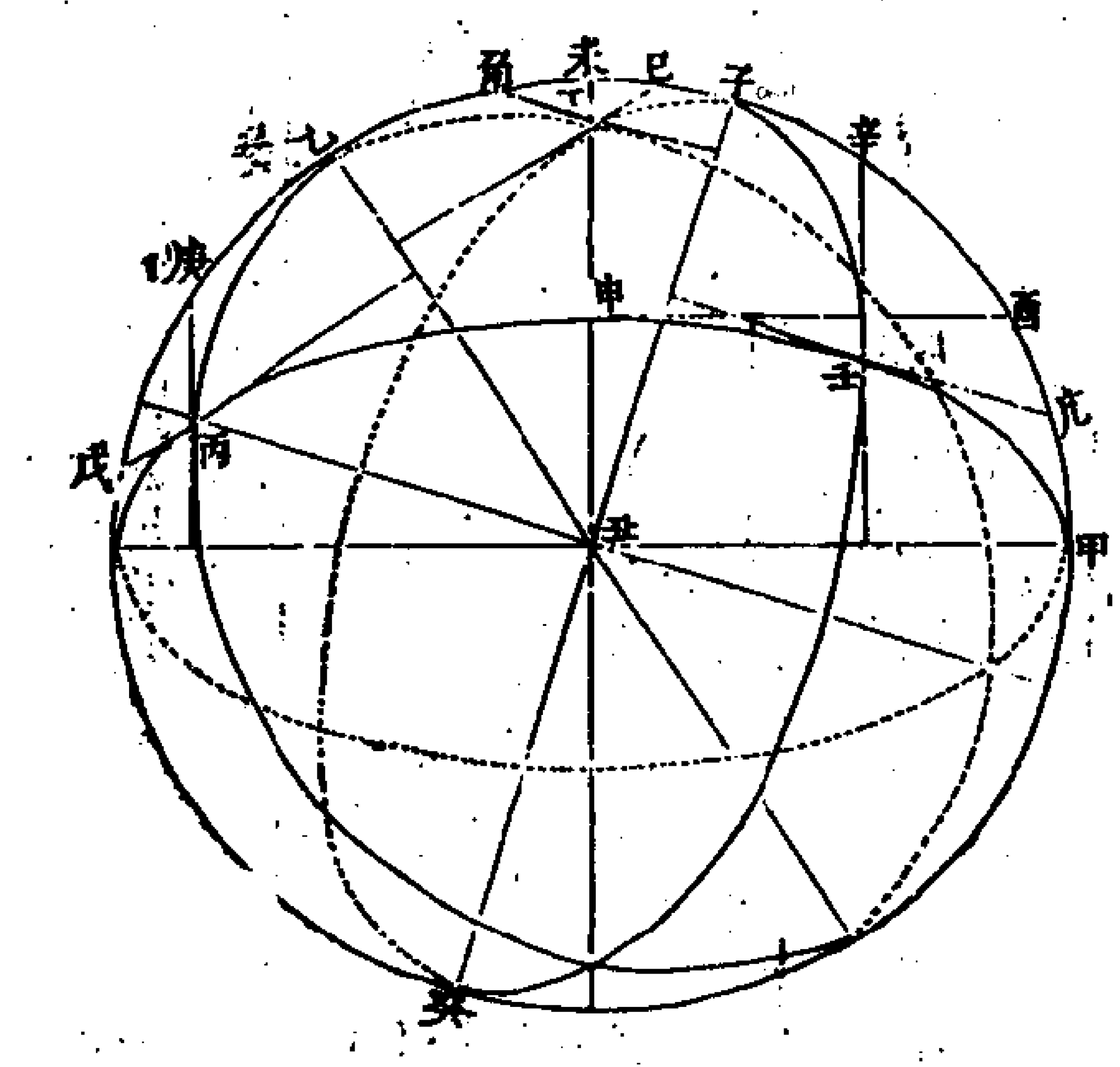
有交角與下弧求對弧

一率半徑

二率交角切綫

三率下弧正弦
四率對弧切綫
有上下二弧求餘角
一率上弧正弦
二率下弧正弦
三率半徑
四率餘角正弦
有下弧與對弧求交角
一率下弧正弦

二率對弧切綫
三率半徑
四率交角切綫
有交角與下弧求上弧
一率交角餘弦
二率半徑
三率下弧切綫
四率上弧切綫
量角度新法

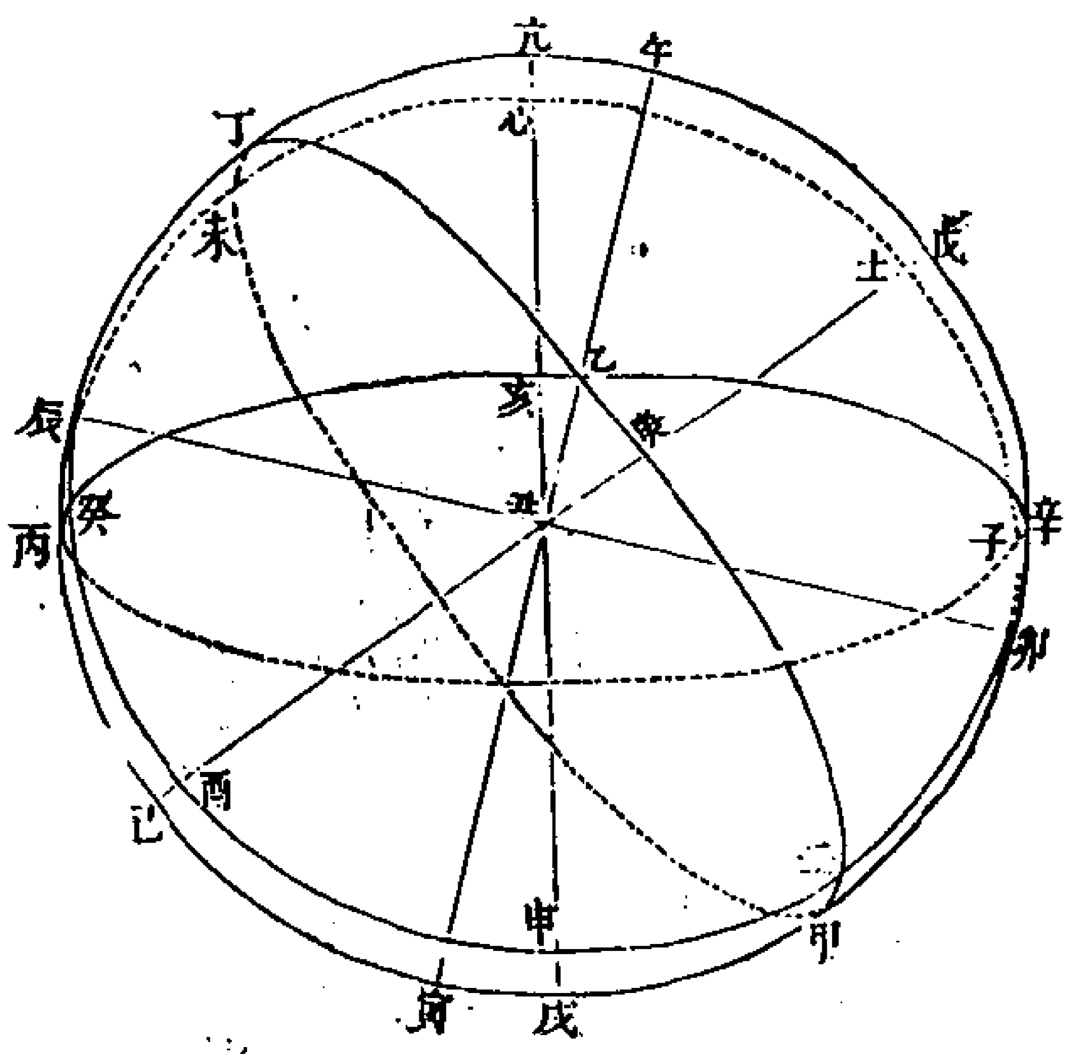


設甲乙丙斜弧三
角形如圖甲乙二
角有甲乙邊爲二
角之角旁弧倚於
平儀之外周量取
甚易取丙角則視
丙乙弧應外周爲
乙戊弧從戊作識
數之過乙到己得

九十度以乙己弧應於內下曲弧爲乙丁識之
又視甲丙弧應外周爲甲庚弧從庚作識數之
向甲到辛得九十度以庚辛弧應於內上曲弧
爲丙壬識之乃以兩內上曲弧交角丙對圜心
丑作虛直距遂作虛十字橫距割外周於子癸
從子割丁到癸作內下曲弧從子割壬到癸作
內上曲弧合子丁子壬應外周之度如自角至
亢之度即丙角度
附錄有角旁弧在外周量法

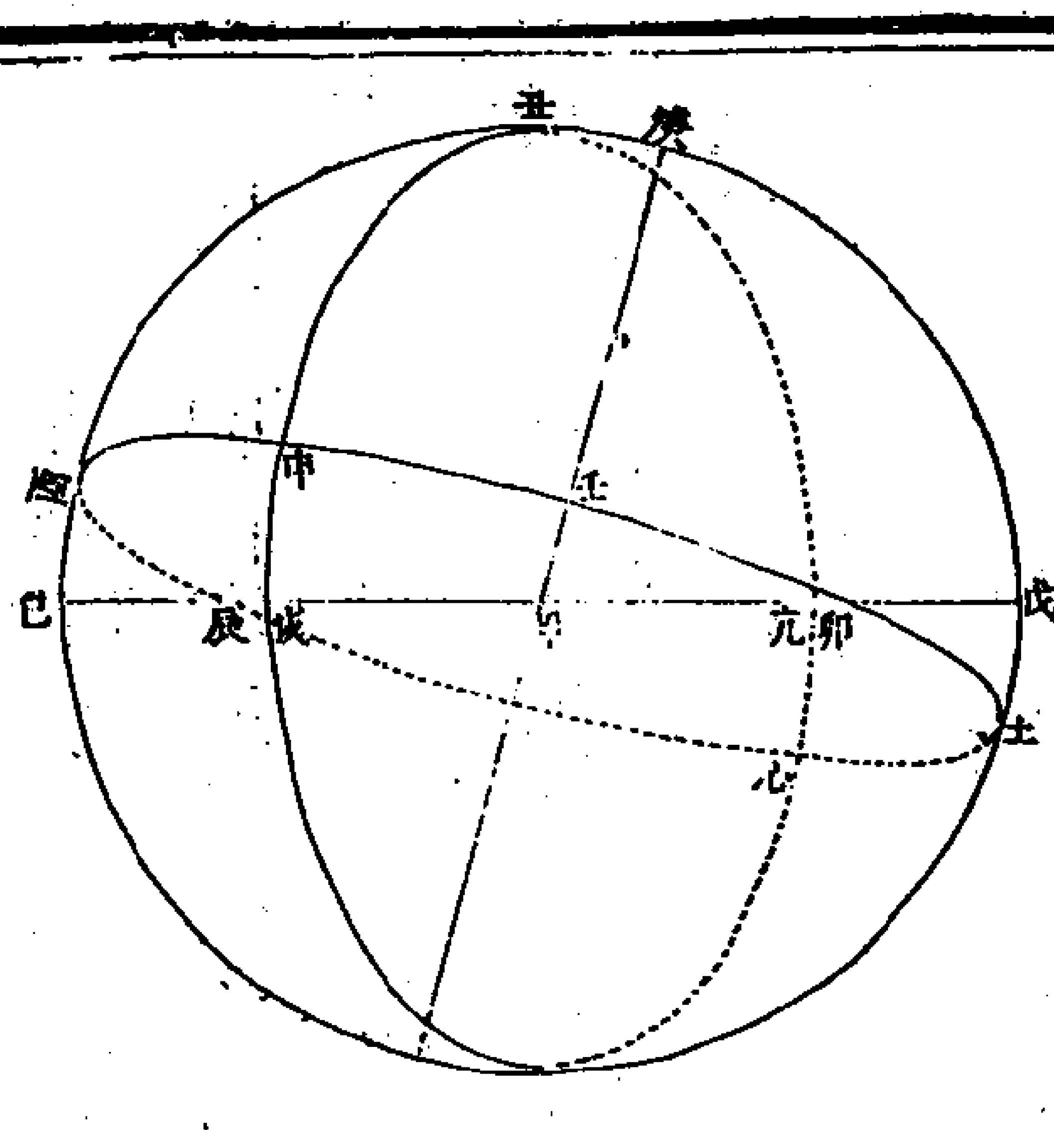
如前圖甲乙丙三角形量取甲角
法先從甲㸃向圜心丑作虛直距
遂作虛十字橫距割上曲弧於申
引之割外周於未乃從申作虛十
字綫割外周於酉數外周自未至
酉之度卽甲角度量取乙角與量
取甲角法同

三角求邊用次形通法
斜弧布角度以明次形之理



設甲乙丙三角形
甲角一百四度半
乙角一百二十八
度丙角一百九度
如圖首置一平圜
任先依甲角度作
甲角用二圖一作
甲丁上下曲弧一
作戊巳橫距角度

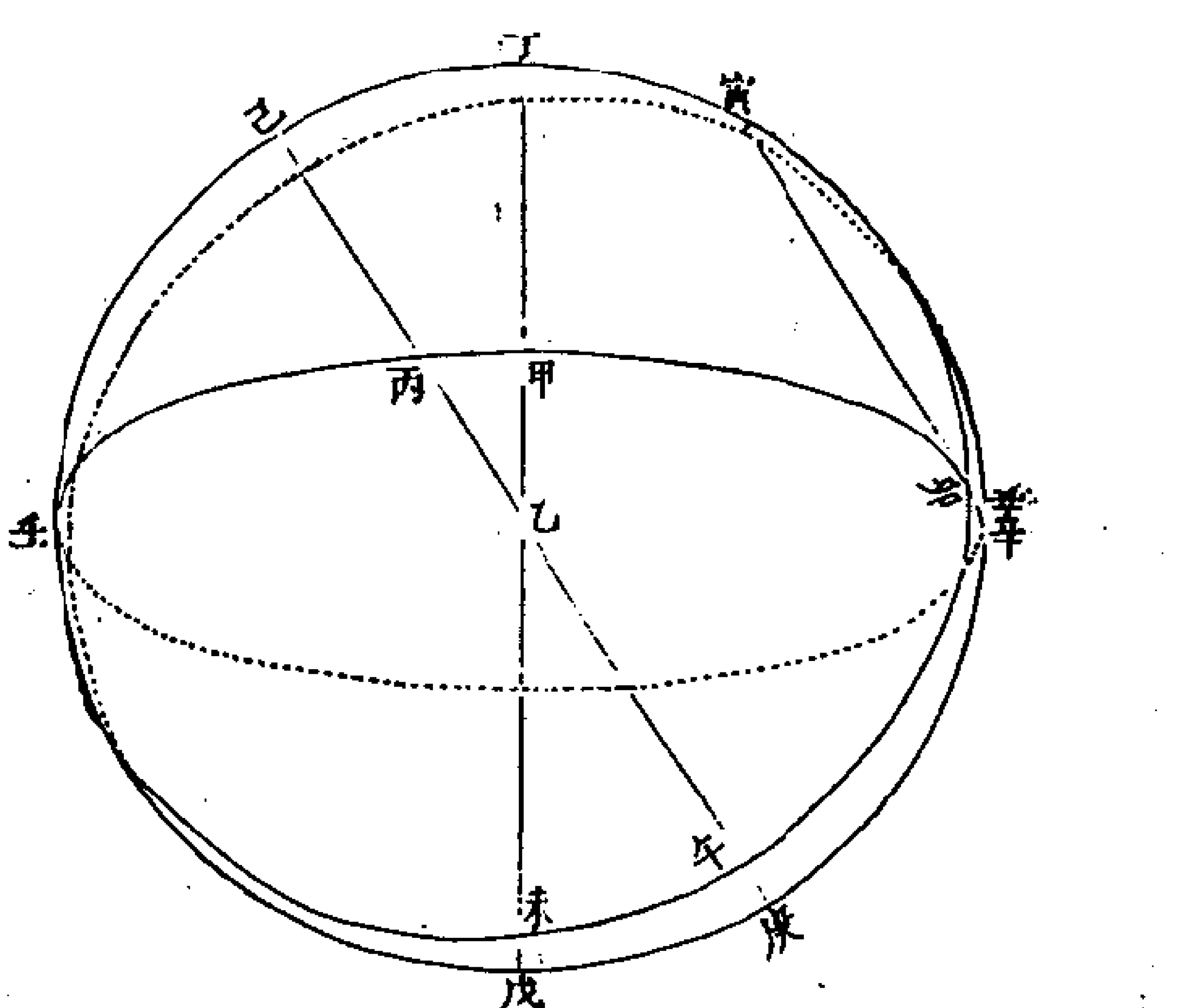
次依丙角度作丙角用二圖一作丙辛上下曲
弧虛交於甲丁弧上一作亢戌橫距角度隨之
又用二圖作卯丑辰午丑寅十字對乙交角界
之又數乙壬得九十度卽用一圖作卯辰上曲
弧就之視子壬適得乙外角度卽繪為眞形不
合則遷就之
取次形
知布三角則次形明矣此形若取三外角卽應
丑申酉次形如前圖以甲角庚巳減半周得戊



庚應丑酉次形邊
丙角亥戌減半周
得亢亥應丑申次
形邊乙角壬癸減
半周得癸未應申
酉次形邊何以審
之試側置前圖先
明甲角甲庚弧之
交戊巳弧成十字

交卯辰弧亦成十字戊己爲甲庚之角卯辰爲乙壬之角也故卯辰之交戊己常在酉而甲庚弧卽爲酉庚角故庚酉常九十度戊丑同庚酉而庚丑爲交數故戊庚同丑酉乙丙二角放此若取甲外角乙丙兩內角卽應丑心酉次形乙外角甲丙兩內角卽應丑心土次形丙外角甲乙兩內角卽應丑申土次形四形任取理解竝通

正弧布角度以明次形之理



設甲乙丙三角形甲角九十度乙角三十一度丙角六十一度能布斜弧則正弧極易如圖首置一平圜任先依乙角度用三圜作丁乙戊己乙庚兩徑弧成乙角次從庚數到丑得丙角度卽從丑與庚巳平行作丑寅虛距等幾界之乃用一圜作辛甲壬上曲弧就之視丙卯適足九十度卽繪爲眞形

取次形

此形任取連丙角之丙巳壬爲次形丙角與本形同巳角與甲角同乙角減象限卽得巳壬邊或取連乙角之乙午未爲次形乙角與本形同午角與甲角同丙角減象限卽得午未邊

論曰凡三邊弧相交上下同具四形三角弧相

交上下亦皆四形三邊弧三角弧互交成三角四角各種形正弧邊角互用取其連本形交角之三角形爲次形但除正角外以一角爲交角一角加減象限爲對弧卽得次形矣若斜弧則惟於三角弧相交八形取之但用三外角或兩內角一外角則上下各有一形之三邊應之也卽如前圖甲乙丙三角臚列已詳若設甲乙辛三角則三外角之應爲丑申土次形其餘三次形爲兩內角一外角相應之三形設辛乙丁三

角則三外角之應爲丑心土次形其餘三次形
爲兩內角一外角相應之三形設丁乙丙三角
則三外角之應爲丑心酉次形其餘三次形爲
兩內角一外角相應之三形故斜弧無論何形
皆可用三外角亦可任用兩內角一外角
正弧以一角加減象限爲次形對弧定例
兩鋭恆置一象限減之
兩鈍恆置三象限減之
一鋭一鈍用鋭加一象限用鈍減去一象限

正弧算法
理爲求得次形上弧之正弦命爲本形下弧之
餘弦法以交角之正弦爲一率餘角之餘弦爲
二率半徑爲三率求得四率爲下弧之餘弦大
小依相從條目定之得下弧再求上弧對弧並
依正弧三角法
斜弧算法
理爲求得次形三角以爲本形三邊凡本形之
角爲次形邊即以其邊所對之角爲本形角所

對之邊凡本形之外角爲次形邊即以其邊所
對角之外角爲本形角所對之邊法以半徑自
乘爲一率所求邊旁兩角餘割綫相乘爲二率
併邊旁兩角較半周餘弧之矢與對角矢相減
餘爲三率求得四率爲所求邊之矢或以邊旁
兩角相減餘弧之矢與對角外角之矢相減餘
爲三率求得四率爲所求邊較半周餘弧之矢
得一邊再求餘二邊幷用垂弧省算法
平三角形

邊角比例鋭鈍知不知一條
凡平三角形知三角者不能求三邊知三邊者
可以求三角知一邊二角一角二邊者皆可以
求餘角餘邊知三邊求三角法置大邊爲底以
中小邊併數乘中小邊較數大邊除之得分底
邊較數分底邊較數與大邊相加折半爲分底
大邊相減折半爲分底小邊又以小邊爲一率
分底小邊爲二率半徑爲三率求得四率爲對
中邊之角餘弦其角必鋭中邊爲一率分底大

邊爲二率半徑爲三率求得四率爲對小邊之角餘弦其角亦銳所對中邊對小邊三銳角去減半周餘爲對大邊之角知二角夾知一邊求餘角餘邊法倂所知二角去減半周餘爲對所知邊之角再用對角求對邊法卽得餘二邊知二邊夾知一角求餘邊餘角法以所知二邊相倂爲一率相減餘爲二率所知一角與半周相減餘半之爲半外角取其切綫爲三率求得四率爲半較角切綫其角必銳半較角與半外角

相加爲對所知大邊之角相減餘爲對所知小邊之角再用對角求對邊法卽得對所知角之邊知一角對知一邊知又一角對不知邊求餘角餘邊法倂二角去減半周餘爲原不知之一角再用對角求對邊法卽得餘二邊知一邊對知一角鈍知又一邊對不知角求餘角餘邊法用對邊求對角法求得對所知又一邊之角必銳倂二角去減半周卽得原不知之又一角再用對角求對邊法卽得原不知之一邊以上五

題皆無銳鈍遊移之慮惟知一邊對知一角銳知又一邊對不知角者若求其角則有知不知之別

凡原所知邊大於又所知邊對角銳則又所知邊所求對角亦銳若原所知邊小於又所知邊對角銳則又所知邊所求對角不能定

附錄邊角比例算法

對角求對邊

一率原所知角正弦

二率原所知對邊

三率又所知角正弦

四率所求對邊

對邊求對角

一率原所知邊

二率原所知對角正弦

三率又所知邊

四率所求對角正弦

憶始塘吾友江蘘浦時蘘浦課以句弦和與中
容求諸數一題余攷自來算書有梅君循齋及
丁君維烈二法認題既誤布算自乖因思別立
正術思緒不來大爲蘘浦所窘戊午春夜與孟
嘉雨窗破寂覆拈此題略言其趣越日蘘浦自
山中讀書來既見斯編相視而咲想見初相見
時歙汪萊

衡齋算學　第二冊

歙汪萊著

句股形　帶縱立方形附

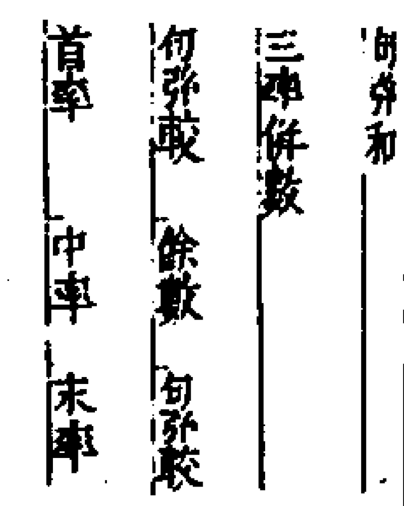
有兩積相等兩句弦和相等求兩句股形各數　一句弦和一股弦和相等法同

法曰四倍句股積自乘句弦和除之得數爲帶縱長立方積以句弦和爲所帶之縱用帶縱長立方法開之得本方根數爲兩句股形中兩句弦較之中率以中率自乘得數爲帶縱平方積

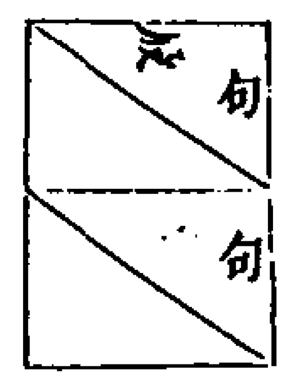
又以中率與句弦和相減得數爲帶縱平方長闊和用帶縱平方長闊和法開之得長闊兩根爲兩句股形中兩句弦較數再用句弦較與句弦和求句股弦法即得兩句股形各數

解曰凡一句弦和任設一句弦較求得句股積必有又一句弦較所求之句股積與之相等　或一股弦較所求句股積與之相等則句弦和變股弦和法同　盖兩句弦較兩數及兩句弦較相併與句弦和相減之餘數必爲連比例之三率兩句弦較兩數必爲首末二率

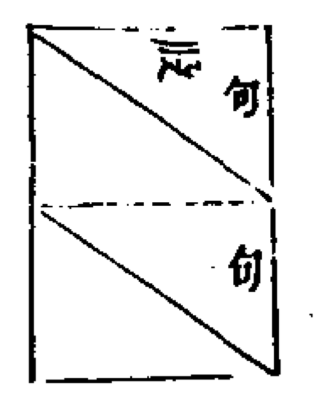
兩句弦較相併與句弦和相減之餘數必為中率句弦和必為三率併數此等積等句弦和得

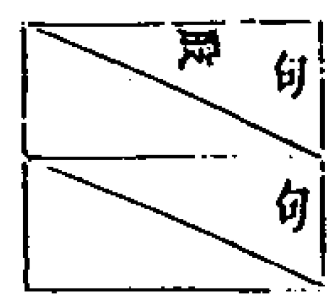


有兩形之故也詳後有此形之句弦較求彼形之句弦較法又凡一句股積必以句為一邊以股為一邊相乘折半

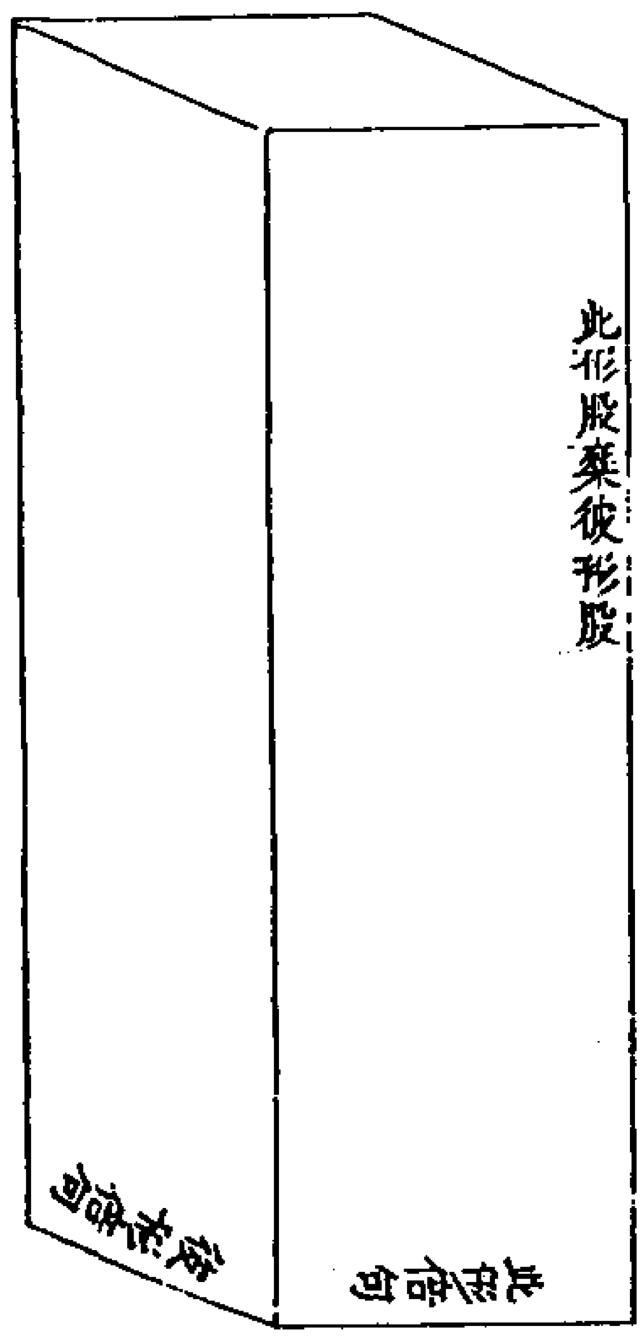


得數若四倍之即是以兩句相併為一邊以股為一邊相乘長方之積也今有兩句股形之積相等則是此形之句倍之為一邊以此形之股為又一邊可也以彼



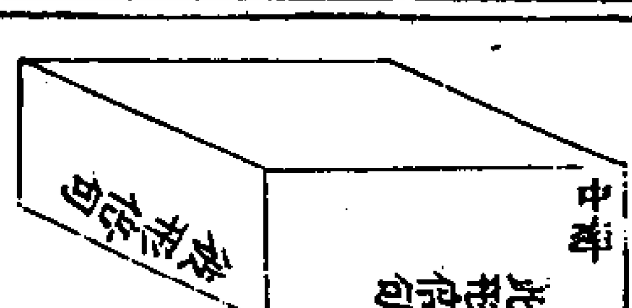


形之句倍之為一邊彼形之股為又一邊可也若以四倍之積自乘之則即可視作此形之倍句乘彼形之倍句為底



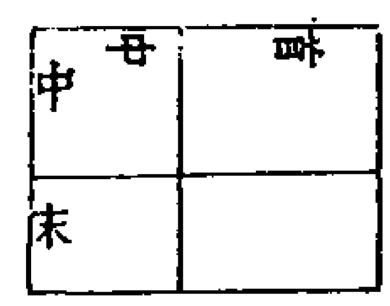
又以兩形之股相乘為高蓋此積本以倍句與股相乘為一乘又以倍句與股相乘之數乘之為再乘此再乘中即可分作倍句為再乘股為三乘而凡三次之乘或此先而彼後或彼先而此後無不可故即可視作倍句自乘為一乘股為再乘復為三乘而此兩形之句股原可互用故即可視作兩形之倍句相乘為底兩形之股相乘為高又凡句弦和開方得根之數與句弦較開方得根之數相乘即得股數今此四倍句

股積自乘之立體既視作兩形之股相乘為高若以句弦和除之即如以句弦和之根除過二次而此形即變為兩句弦較各開方之根數相乘為高矣準前論句弦和為三率併數兩形句弦較為首末二率今此形以兩句弦較之根相乘為高即是以首末二率之根相乘為高夫首末二率之根相乘即中率也又準前論句弦和為三率

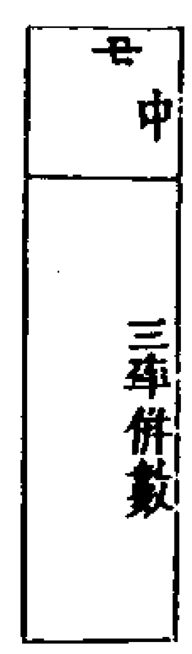


併數兩句弦較為首末二率今此形之底原以

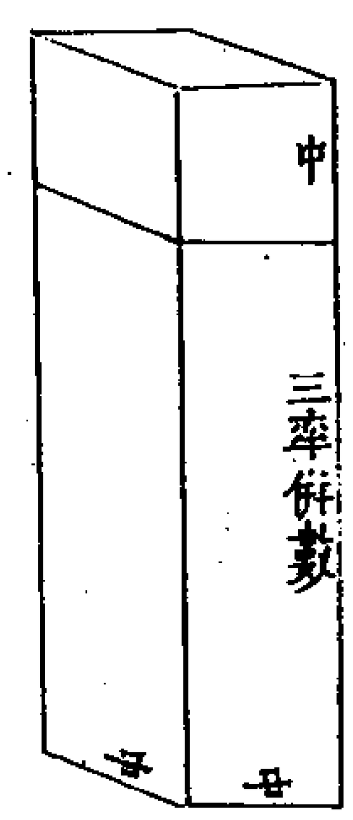
此形之倍句乘彼形之倍句兩形之倍句皆爲
句弦和中減去句弦較之數即一爲三率中減



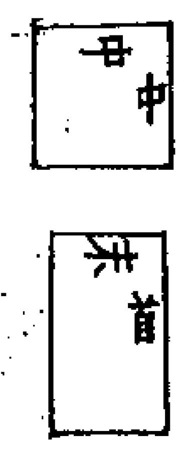
去首率之數一爲三率中減去末率
之數兩數相乘即有一中率自乘之
方一首率乘中率長方一首率乘末
率長方同於中率自乘之方一末率乘中率長



方皆以中率齊之則以中
率爲闊以三率併數爲帶
縱矣又準前論既以中率爲高則恰成中率自



乘爲底三率併數爲
帶縱之長立方故四
倍句股積自乘句弦
和除之爲帶縱長立方積以句弦和爲所帶之
縱求得中率也以此中率與句弦和三率併數
相減自餘首末二率併數中率自乘之數即同



首末二率相乘之數以此數爲
帶縱平方積自合以首末二率
併數爲長闊和故以中率自乘爲帶縱平方積

中率與句弦和相減餘爲長闊和用帶縱平方
長闊和法求得長闊二根爲首末二率亦即爲
兩形之兩句弦較也

中率有奇零求兩句弦較密數

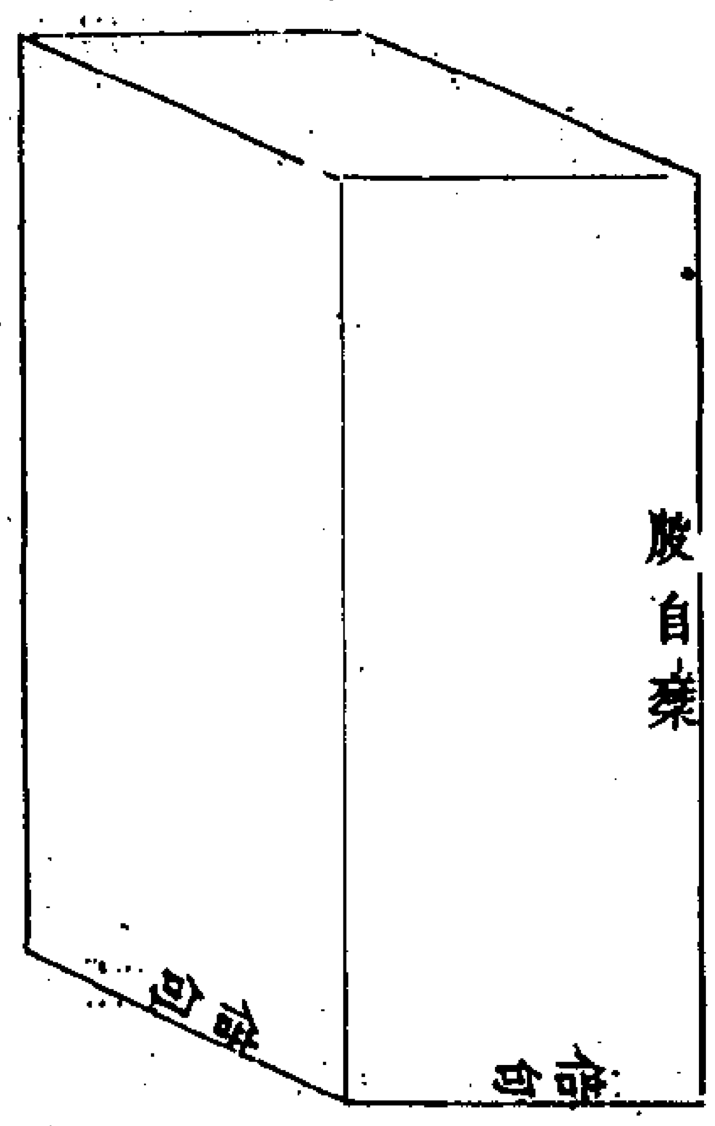
法曰凡中率以帶縱立方開之得數遇有奇零
不盡者不得不截其餘以求得帶縱平方長闊
二根爲首末二率必有微差長根恆失之多闊
根恆失之少用益實歸除法則可得其密數以
前所得長根之數先就首位減去一數用其餘

數爲減過長根之數自乘得積又用句弦和倍
之減去減過長根之數用其餘數以乘前自乘
之積得數加入前帶縱立方積爲實句弦和自
乘之數爲法除之視其得數較減過長根之數
恰合則即爲密數矣若多則更當減少則不可
減更當減則又減一數如前法求之如前法視
之不可減則還其本數待次位之減次位三位
以下若有多位皆如前法定之求闊根以前所
得之數先就首位加一數爲加過闊根之數自

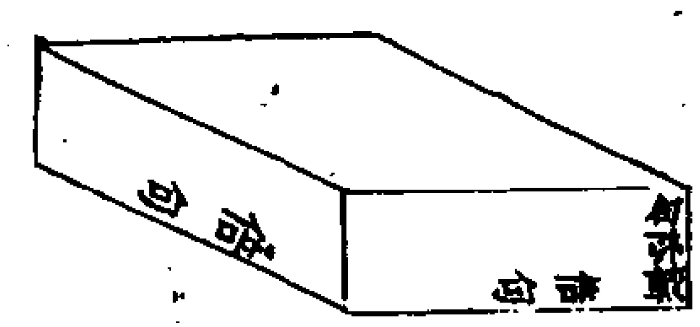
乘得積又用句弦和倍之減去加過賸根之數用其餘數以乘前自乘之積得數加入前帶縱立方積爲實句弦和自乘之數爲法除之視其得數較加過賸根之數恰合則即爲密數矣若多則更當加少則不可加更當加則又加一數如前法求之如前法視之不可加則還其本數待次位之加次位三位以下若有多位皆以前法定之此一加一減之法皆以中率爲限長根之減不得過中率以下賸根之加不得過中率

以上則長闊不至相消雖有奇零之數皆無慮其不合矣

解曰前帶縱立方積本以倍句乘股爲底復以

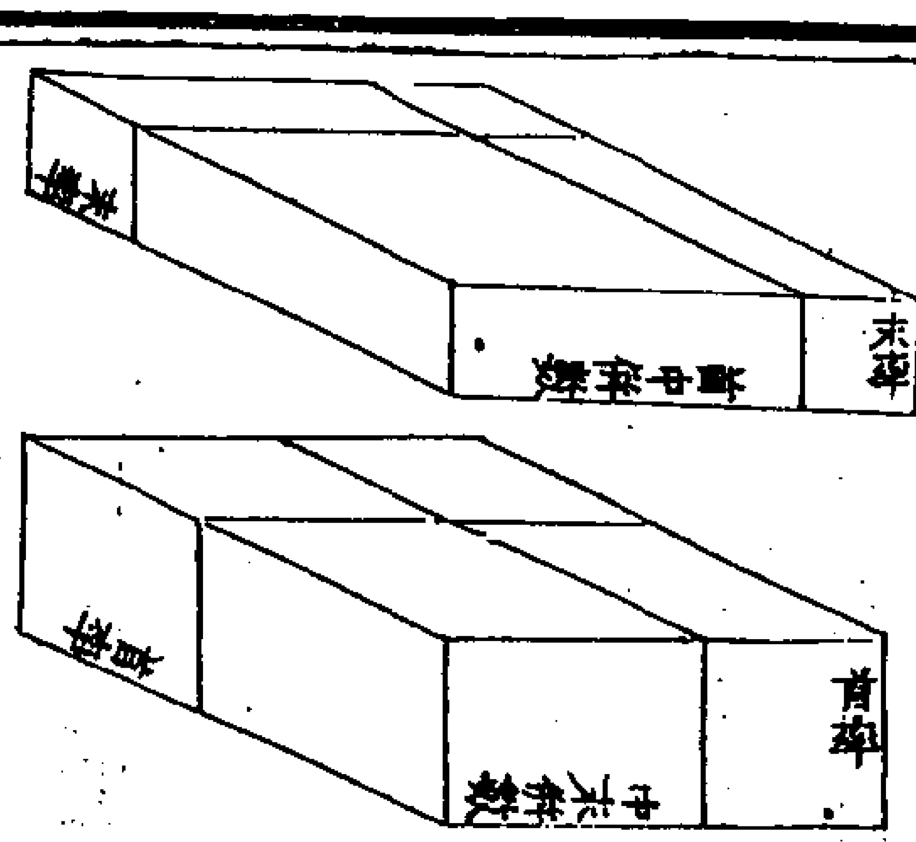


倍句乘股爲高底高相乘句弦和除之之數也就句弦和未除之先三次之乘互易觀之即可視作倍句自乘爲底股自乘爲高然句弦和與句弦較相乘即如股自乘之數則就句弦和既



除之後觀之即可視作倍句自乘爲底句弦較爲高夫此倍句視作首中二率則句弦較必爲末率此倍句視作中末二率則句弦較必爲首率若以末率自乘再乘爲隅倍首中二率乘末率自乘之數爲兩廉加入倍句自乘爲底句弦較爲高之積即成三率併數自乘爲底末

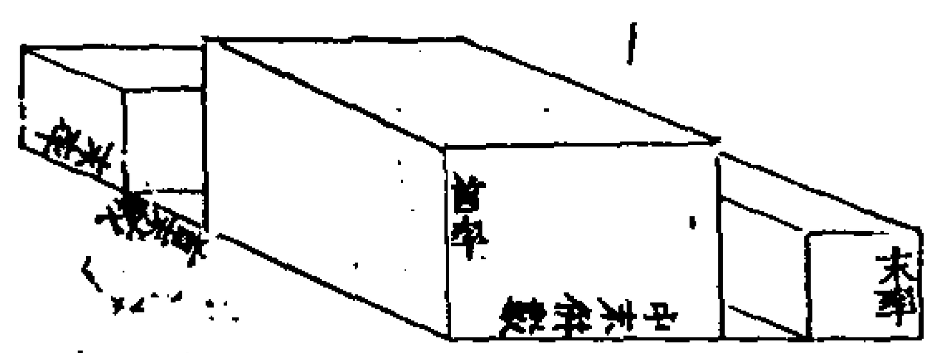
率爲高之積三率併數之句弦和自乘得數除



之必得末率之句弦較矣或以首率自乘再乘爲隅倍中末二率乘首率自乘之數爲兩廉加入倍句自乘爲底句弦較爲高之積即成三率併數自乘爲底首率爲高之積三率併數之句弦和自乘得數除之必得首率之句弦較矣而今所得長闊二

根爲首末二率皆有微差故益實之時必須加減其長恆失之多闊恆失之少者緣中率旣截奇零已失之少自乘爲帶縱平方積則積亦少及與句弦和相減餘爲長闊和又失之多積失之少而長闊和失之多則長闊較必失之多而長恆失多闊恆失少矣益實之時失多用減失少用加加減不過中率皆易明也其以除得數恰合加過減過之根爲密而多則更加減少則還本數者由相補之積有定限試以長根命爲

首率闊根命爲末率帶縱立方積命爲中末二率併數自乘爲底首率爲高之積觀之設三率



併數自乘之方爲範以中末二率併數自乘爲底首率爲高之積置於中末二率併數之方又以末率自乘再乘爲隅末率自乘乘倍首中二率併數爲兩廉之曲矩形積置於所設範對中末二率併數方角之兩旁其間必空首末二率之較乘首中末中四率併數之曲矩形爲底末率爲高之積若以末率之數截立方之下體取其上之餘積以補之其高爲首末二率之較卽合空曲矩形之闊其底羃析之爲四形一末自乘合空曲矩之末率高乘末率長二末乘中合空曲矩之末率高乘二中率長一中自乘合空曲矩之末率高乘首率長如此相補適足一末率爲高三率併數自乘爲底之立方形以三率併數自乘之方除之得末率之數自無多少不合

矣而或原所設之末率微差而少則以所截立方形首末二率相較數之高對空曲矩形首末二率相較數之闊亦無不合而空曲矩形中四段積之立羃則爲末率微少之數乘中率之長二較立方之羃末率不差之數乘二中率者少矣爲末率微少數乘末率長一較立方羃末率不差之數自乘者少矣爲末率微少之數乘首率微多之長一而首率之微多僅以末率微少之數爲長末率之微少直以首率不差之數爲

長微多微少之數雖恰相同而一長一短之積不足相補則較立方冪之中率自乘同於末率不差乘首率不差之數者又少矣夫以所截立方積之多補入空曲矩之少其積必浮而出以三率併數自乘之方除之所得之數能不多於所設之數乎故以除得之數多於所設之數定知設數之尚少所當更加者也又或原所設之末率微差而多則以所截立方形首末二率相較數之高對空曲矩形首末二率相較數之闊

亦無不合而空曲矩形中四段積之立冪為末率微多之數乘中率之長二較立方之冪末率不差之數乘二中率者多矣為末率微多數乘末率長一較立方冪末率不差之數自乘者多矣為末率微多之數乘首率微少之長一而首率之微少僅以末率不差之數為長末率之微多直以首率微少之數過於中率者為長微多微少之數雖恰相同一長一短之積不足相消則較立方冪之中率自乘同於首率不差乘末率不差之數者又多矣夫以所截立方積之少補入空曲矩之多其積必歉而下以三率併數自乘之方除之所得之數能不少於所設之數乎故以除得之數少於所設之數定知設數之已多所當還其本數者也至於求首率法若減數過多設數微差而少與末率加多之形絲豪無異故反以除得之數少於所設之數定知設數之已少所當還其本數者也其正當首率無差則所益之曲矩形積以首率自乘再乘為隅

亦以首率自乘乘倍中末二率併數為兩廉合於中末二率併數自乘為底首率為高之立方積恰成一三率併數自乘為底首率為高之立方積中間始無空曲矩兩高始無不齊不須截彼補此以三率併數自乘之方除之必恰得首率之數亦無多少不合矣然或減數尚少設數微差而多則所益之曲矩形積以首率微多之數為闊亦以首率微多之數為高必須抉出向內首率所多之數為闊首率微多之數為高之

曲矩形乃能合首率爲高中末二率併數自乘爲底之立方積同容於三率併數自乘之方內而立方積之高較之曲矩之高則少首率所多之數取抉出曲矩以首率所多之數爲闊對空立方以首率所多數爲高亦無不合而抉出曲矩四段積之立冪爲首率微多乘末率之長二較空立方冪末率不差乘二中率不差者多矣爲首率微多乘中率之長一較空立方冪中率不差自乘者多矣爲首率微多乘中率微少之長一此段內雖所少之數以首率爲長所多之數以中率微少之數爲長不能相補成首率不差乘中率不差之數而取第三段首率所多之數乘中率之積以補此段中率之所少卽其下截已成中率不差之自乘較空立方冪末率自乘者必多矣夫以抉出曲矩之多補入空立方之少其積亦必浮而出以三率併數自乘之方除之所得之數亦必多於所設之數故反以除得之數多於所設之數定知設數之尚多所當

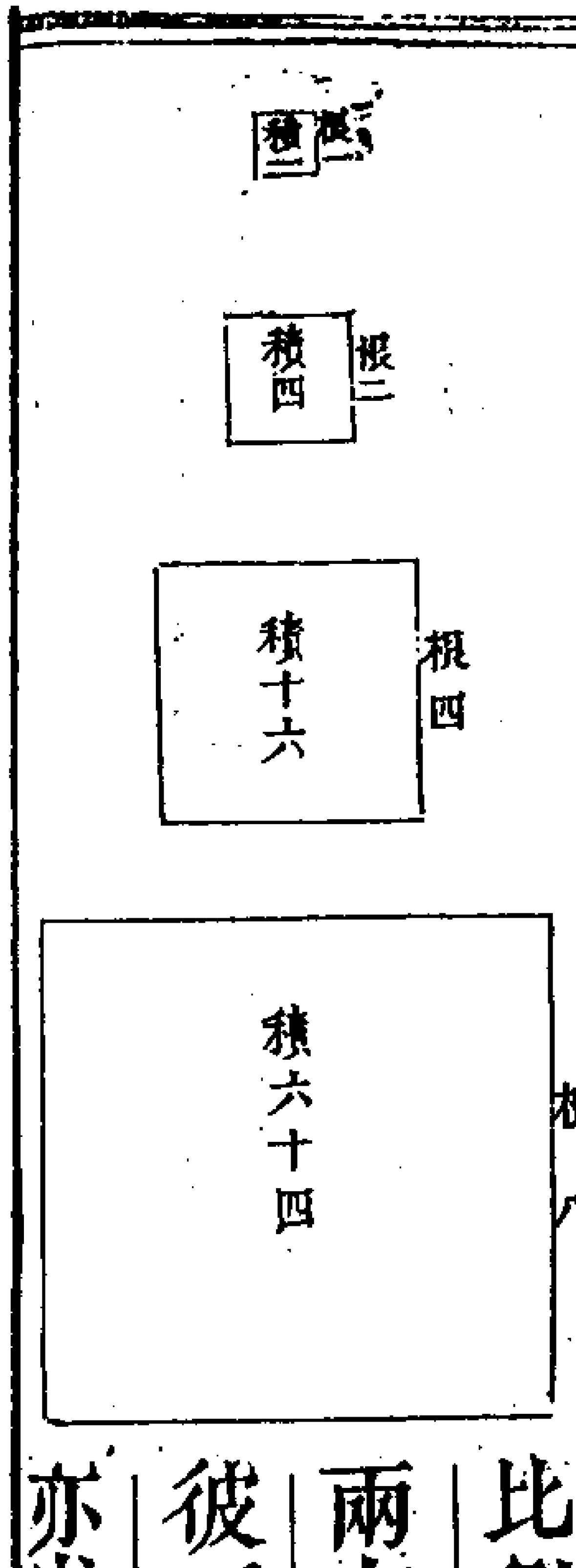
更減者也

有兩句弦和相等有此形之句弦較求等積兩句股形彼形之句弦較及兩形相等之積一句弦和一股弦和相等法同

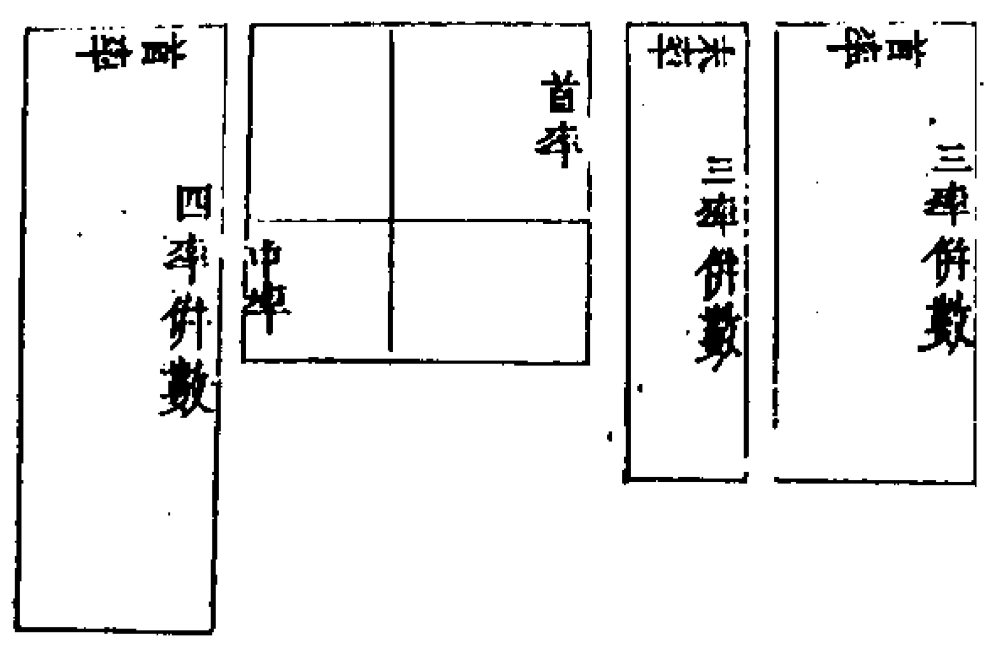
法曰此形句弦較與句弦和相減餘爲此形之倍句倍句與句弦較相乘爲帶縱平方積句弦較爲所帶之縱用帶縱平方法開之得闊邊爲兩形兩句弦較之中率此形倍句減去中率卽得彼形句弦較兩較各與句弦和求得句股弦

諸數其句股相乘折半之積必等

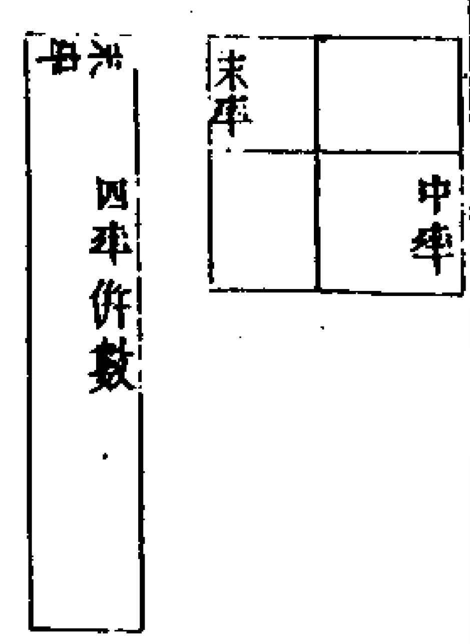
解曰凡三率連比例併數以首率乘之開方得根別以末率乘之開方得根兩根之比例必與首中併數中末併數兩數之比例等是成四率斷比例何以知之凡此兩方積與彼兩方積成



比例則此兩方根與彼兩方根亦成比例

今此兩根之方積一以首率乘三率併數一以


末率乘三率併數則其長皆同以三率併數則其差分惟在闊之首末二率矣若以首中併數爲根自乘得方積則其中有首率自乘一首率乘中率二中率自乘一同於首率乘末率一以首率齊之則首率爲闊首末中中四率併數爲長以中末併數



爲根自乘得方積則其中有末率自乘一末率乘中率二中率自乘一同於末率乘首率一以末率齊之則末率爲闊亦首末中中四率併數爲長兩積之差分亦惟在首末二率是此兩方積與彼兩方積比例等矣積之比例既等根之比例有不等乎故必成四率斷比例也凡斷比例四率若交互乘之其積必等今句弦和內減去句弦較其餘即爲倍句句弦較乘句弦和開方得股是句弦和爲三率併數之象兩積相等之兩句弦較爲首率與末率之象兩積相等之兩倍句爲首中併數及中末併數之象兩積相等兩句弦較之併數與句弦和相減餘必爲中率之象兩積相等之兩股一爲首率與三率併數相乘開方之象一爲末率與三率併數相乘開方之象而首率所得之股其倍句必爲中末二率末率所得之股其倍句必爲中首二率於四率斷比例中皆爲

斜對然後相乘之積必等矣故句弦和中截此形句弦較爲首率其餘倍句爲中末併數以首率乘中末併數有一首率乘中率長方有一首率乘末率長方同於中率自乘之方兩方相就成中率爲闊首率爲帶縱之長方矣故以此形句弦較乘倍句爲帶縱平方積句弦較爲所帶之縱用帶縱平方法開得闊根即爲兩積相等兩句弦較之中率以減倍句得末率即爲彼形之句弦較也

有兩句弦較求等積兩句股形相等之句弦和
法曰以兩句弦較相乘開方得中率中率與兩句弦較相併得數爲等積兩句股形共得之句弦和數
有等積等高闊和數求兩帶縱扁立方形諸數
一長立方高闊和一扁立方高闊和相等法同
法曰命積爲帶縱長立方積以高闊和爲所帶之縱用帶縱長立方法開得本方根爲兩形高數之中率中率與高闊和相減餘爲帶縱平方

之長闊和中率自乘爲帶縱平方積用帶縱平方長闊和法開之得長闊二根爲兩形之兩高數兩高與和相減爲兩闊數理解竝同等積等句弦和兩句股法
有股弦和句股積求諸數
法曰如前兩句弦和相等兩句股積相等法求得闊根卽爲股弦較用股弦較與股弦和求句股弦法卽得諸數
解曰準前論等積等弦和得有兩形由弦和中含比例連三率兩弦較當首末二率而連三率之理末率不及三率併數三分之一者首率必過三率併數三分之一股弦較之法則必在股弦和十二分有奇之二有奇以下斷不及股弦和三分之一故首末二率其一爲股弦較者其一必爲句弦較三率併數此形爲股弦和者等積之彼形必爲句弦和不至有兩積相等兩股弦和相等之相淆而凡句弦和與句股積遇有求得闊根變爲股弦較者亦不至有兩積相等

兩句弦和相等之互易矣又前法旣以長闊二根得首末二率則股弦較不及三率併數三分之一者必當闊根故以闊根得股弦較也
有帶縱長立方高闊和帶縱長立方積求高闊兩數
法曰如前兩帶縱扁立方等積等高闊和法求得長根爲高以高減高闊和爲闊
解曰等積等高闊和之兩帶縱立方形兩高數恆爲首末二率高闊和恆爲三率併數與等積

等弦和之兩弦較及弦和絲豪無異而連三率之理首率過三率併數之半者其餘中末併數尙不及半何況末率帶縱長立方之法則高必過高闊和之半斷無在半以下之事故首末二率其一爲長立方之高者其一必爲扁立方之高三率併數此形爲長立方之高闊和者等積之彼形必爲扁立方之高闊和不至有兩積相等兩長立方高闊和相等之相淆而扁立方高闊和與積有求得長根變爲長立方之高者亦不至有等積等扁立方高闊和之互易矣又前法之求兩高既以長闊二根則長立方之高過高闊和之半者自當長根故以長根得立方高也

論曰句股形等積等弦和帶縱立方形等積等高闊和皆有兩形互易雖股弦和所通在句弦和長立方所通在扁立方幸有名之可辨然其數莫不由兩形相引而出至如句弦和有時所通亦句弦和句二十股二十一弦二十九句弦和四十九句股積二百一十句十二股三十五弦三十七句弦和亦四十九句股積亦二百一十扁立方有時所通亦扁立方高九闊十高闊和十九立方積九百高四闊十五高闊和亦十九立方積亦九百若問者墮執一形則對者交盲兩數循齋諸君見未及此謂以理推之和數與較數有對待者遂意此和此積之僅有二形苦思力索法成而不可用惜哉栩君循齋法見增刪算法統宗丁君維烈法見赤水遺珍

戊午秋季歸自白門抱璞而泣孟嘉適翻算表顧謂予曰且談藝可乎予曰唯唯孟嘉曰八線之制其法終於三分取一表之眞數僅得十分之二誠能立五分取一之法則全表皆確數矣子盍思之予諾之而未暇也轉瞬又屆秋初孟嘉殤厥中男移居別館不淚而傷予無文不能制東野夫子之篇思以瑣故移其情遂構此術稍演得三千言强使遊目以破一須臾之感歙

汪萊

衡齋算學　第三冊

歙汪萊著

平圓形

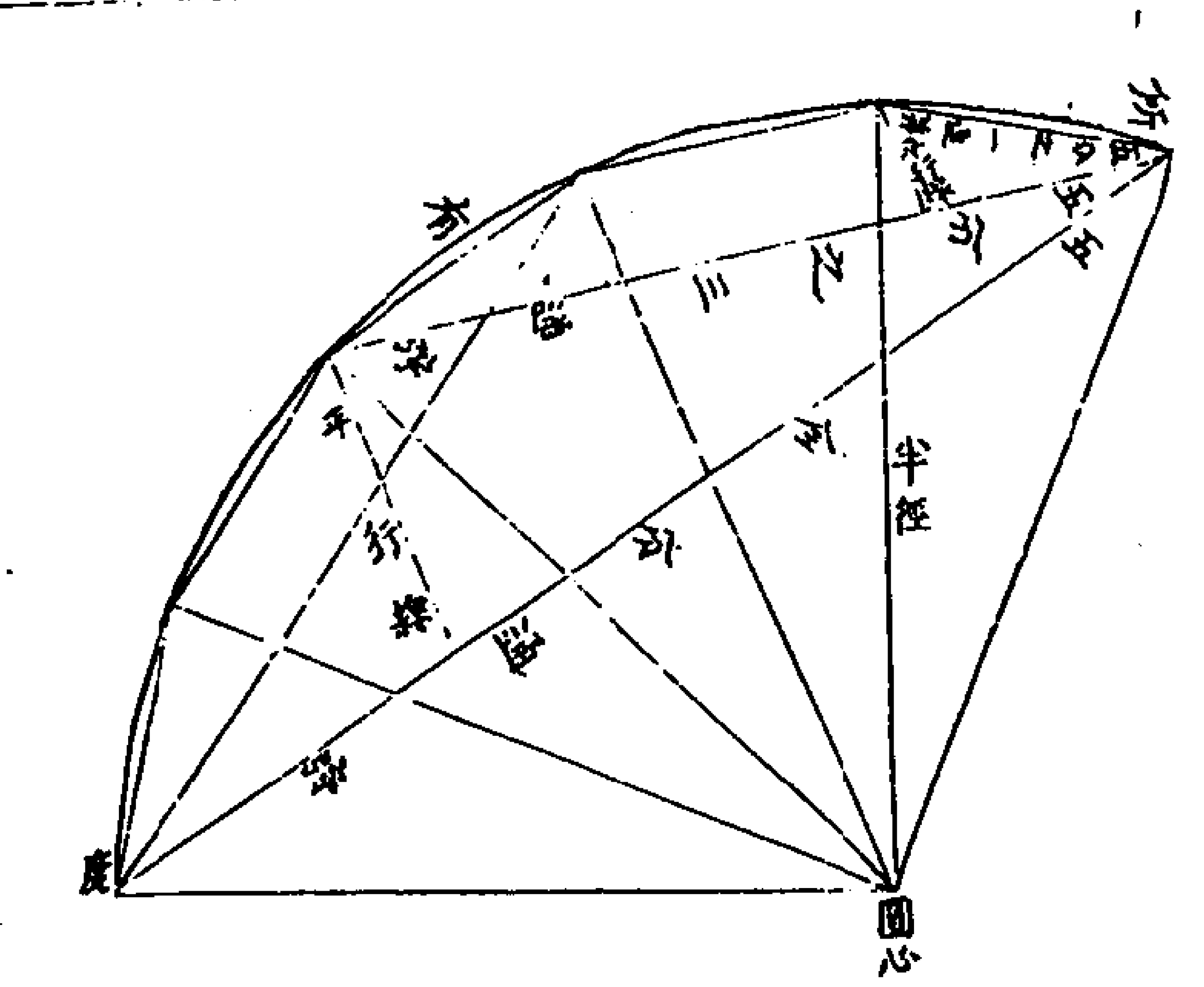
有圓內若干度之通弦求其度五分之一之通弦

法曰取所有若干度之通弦五分之一爲第一數於第一數首位加一數爲第二數第二數自乘再乘得數以半徑自乘之數除之得數爲第三數第三數自乘得數以第二數除之得數取

其五分之一爲第四數以第二數加入第四數減去第三數爲第五數視第五數與第一數恰合則第二數即爲五分之一之通弦密數矣若第五數少於第一數則如前法更加之求之視之若第五數多於第一數則首位所加之數不可加而還其本數待次位之加次位三位以下若有多位皆如前法定之

解曰平圓形內任截所有度成五全分一通弦按其度五平分截之成五分之一五通弦又依

兩旁互截其五分
之三成五分之三
交錯二通弦拔五
平分度作四半徑
割之此五分之三
之通弦其兩旁之
兩截皆與五分之
一通弦等葢兩半
徑與五分之一通



弦所成大三角形內爲五分之三通弦所截成
一小三角形而五分之一通弦與五分之三通
弦其中所夾之角必與大形五分之一之度等
緣五分之三之通弦與半徑所夾之角得五分
之三外角之半五分之一之通弦與半徑所夾
之角得五分之一外角之半五分之三外角較
五分之一外角少五分之二五分之一半外角
較五分之三半外角多五分之一五分之一通
弦與五分之三通弦所夾之角適當此所多之

度也此度旣等五分之一而其餘兩角半徑與
五分之一通弦所夾之一角小形旣與大形共
之則小形之又一角亦不得不等於大形凡大
小兩三角形二角等者三角必等且三邊之比
例必等所謂同式形也今大形夾五分之一之
角爲相等之兩半徑則小形夾五分之一之角
有不爲相等之兩邊乎此五分之三通弦爲半
徑所截者兩旁兩截必與五分之一通弦相等
也至其中一截與所當五分之一通弦平行同

爲兩半徑所夾而較五分之一通弦爲近於圓
心自小於五分之一通弦試由五分之三中一
分通弦之一端與又一端之半徑作平行綫以
截五分之三之通弦則兩線之間所截者必與
五分之一通弦等葢五分之三通弦旣與五分
之三中一分之通弦平行今一端所作之綫又
與又一端之半徑平行凡四邊形四綫兩兩平
行者必兩兩相等勢也又試以半徑爲一率五
分之一通弦爲二率則半徑爲五分之三通弦

所截於外者必爲連比例之三率五分之三通弦中一截少於五分之一通弦之數必爲連比例之四率葢前與半徑平行綫於小三角形內截成一又小三角形此形一角爲半徑與五分之三通弦相交之角此角緣二通弦平行半徑之交之也必成相等之角故卽爲五分之一之半外角一角爲與又一端之半徑平行綫與五分之三通弦相交之角兩半徑之交通弦也形內外之角恆相等此綫旣與之平行故此角亦

爲五分之一半外角夫三角形二角等者三角必等故又小三角形亦爲與大三角形同式之形夫半徑大三角形之要也五分之一之通弦大三角形之底而小三角形之要也半徑爲五分之三通弦所截於外者則小三角形之底而又小三角形之要也五分之三通弦中一截少於五分之一通弦之數又小三角形之底也要底相禰比例必連故以半徑爲一率五分之一通弦爲二率自合以半徑爲五分之三通弦所

截於外者爲三率五分之三通弦中一截少於五分之一通弦之數爲四率也於是知五分之三通弦較五分之一通弦爲三倍而少一半徑爲一率五分之一通弦爲二率之四率然則有五全分度之通弦何以求之乎曰五全分度之通弦爲四半徑所割成五截五分之三二通弦爲四半徑所割成六截去其中交錯之二截其餘兩旁之四截總數與五全分通弦兩旁之四截總數等葢五分之三二通弦六截內一旁兩

截總數及五全分通弦五截內一旁兩截總數與割五全分中一分之半徑中截成次設三角形而五分之三通弦與五全分通弦所夾之角必與五分之一之度等緣五全分之通弦與半徑所夾之角爲五全分之半外角五分之三通弦與半徑所夾之角爲五分之三半外角五全分外角較五分之三外角少五分之二五分之三半外角較五全分半外角多五分之一五分之三通弦與五全分通弦所夾之角適當此所

多之數也此角既同五分之一其餘一爲割五全分中一分之半徑交五全分通弦之角此角按三角形并二餘角爲外角之理卽爲五全分半外角及五分之二總數恰合五分之一半外角一爲割五全分中一分之半徑交五分之三通弦之角亦必爲五分之一半外角是與前三三角形又爲同式而兩要之夾五分之一之角者亦必相等故五分之三二通弦六截內一旁之兩截總數與五全分通弦五截內一旁之兩

截總數等也準前論五分之三通弦中一截較五分之二通弦少一四率旁一截恰合五分之一通弦合二截爲二率五分之一通弦之二倍而少一四率於是知五全分之通弦兩旁四截之總數爲二率之四倍而少二四率更觀五全分通弦中一截亦與其所當五分之一通弦爲平行而更近圓心其數更少然試於五全分中一分通弦之一端與又一端之半徑作平行綫以截五全分之通弦所截之數亦必與五分之

一通弦等亦由四邊形兩兩平行勢如此也而又設三角形之底卽截此又一端之半徑所成原與後作之平行綫平行而其兩要之餘綫又分抵於平行綫之兩端卽成同式後設大三角形而此作平行綫之一端原有抵圓心之半徑卽截後設大三角形內成小三角形此形半徑截於五全分通弦者原與又一端之半徑截於五全分通弦者等又一端之半徑截於五全分通弦者原與後作平行綫等是此形兩要相等

與大三角形同矣夫兩要相等形中易底爲要復截成兩要相等之形必與大形同式是此形爲後設同式小三角形試以後設大三角形之要當前設之二率則後設小三角形之要當前之三率而其底當前之四率而後設大三角形之要卽五分之三通弦原爲前設二率之三倍而少一四率則後設小三角形之底當前之四率者卽爲前四率之三倍而少一六率而後設小三角形之底卽五全分通弦中一截少於五

分之一通弦之數於是知以半徑爲一率五分之一通弦爲二率則五全分之通弦爲五分之一通弦之五倍而少五四率多一六率五分五全分之通弦較五分之一通弦少一四率多六率五分之一也乃以五全分通弦五分之一爲第一數二率爲第二數四率爲第三數六率五分之一爲第四數既加既減以合五全分通弦五分之一者爲第五數借空求實斷遠取近不煩言而解也

論曰五分之三通弦爲五分之一通弦之三倍而少一四率西士三分取一法中已備發之茲解復縷陳之者爲爲新法之所借端不得不暢其旨也作八綫者增此一法而纖微之眞數畢得至由是而通變之又可得七分取一等法未反之隅以俟後之君子

算師思精算弟子之詣舍多設題以難之無由也弧三角之算窮形固難設形亦難稍不經意動乖其方但値握籌茫然先虞發策窘矣己未之夏吾宗岫雲出遊欲構難題數端徃詰算博士因爲制此條目舊著遞兼數理亦設問之奇者也合爲一册以廣贈算師歙汪萊

衡齋算學 第四冊

歙汪萊著

弧三角形

設弧三角形有無定限條目

一設三邊先設二邊總數過半周後設一邊定小於先設二邊總數較全周之餘數

一設三邊先設二邊總數不過半周後設一邊定小於先設二邊之總數

一設三邊先設二邊相等後設一邊無定大限

一設三邊先設二邊不相等後設一邊定大於先設二邊之較數

一設三角先設二角相等後設一角無定小限

一設三角先設二角不相等後設一角定小於先設二角較數較半周之餘數

一設三角先設二角總數適足半周後設一角無定大限

一設三角先設二角總數非適足半周後設一角定大於先設二角一內一外相減之餘數

一設一邊在所設兩角之間無定限

一設一角在所設兩邊之間無定限

一設一邊小對一角銳又設一邊小審先設一邊小於所對角度別以先設一邊爲對弧所對角爲交角作上下弧俱小正弧三角形又設一邊定不大於此形之上弧若大於所對角度則無定限

一設一邊小對一角銳又設一邊大審先設一邊小於所對角度別以先設一邊爲對弧所

對角爲交角作上下弧俱大正弧三角形又設一邊定不小於此形之上弧若大於所對角度則無定限

一設一邊小對一角鈍又設一邊小定小於先設一邊

一設一邊小對一角鈍又設一邊大定大於先設一邊減半周之餘弧

一設一邊小對一角正又設一邊小定小於先設一邊

一設一邊小對一角正又設一邊大定大於先
設一邊較半周之餘弧
一設一邊大對一角銳又設一邊小定小於先
設一邊較半周之餘弧
一設一邊大對一角銳又設一邊大定大於先
設一邊
一設一邊大對一角鈍又設一邊小審先設一
邊大於所對角度别以先設一邊爲對弧所
對角爲交角作下弧大上弧小正弧三角形

又設一邊定不大於此形之上弧若小於所
對角度則無定限
一設一邊大對一角鈍又設一邊大審先設一
邊大於所對角度别以先設一邊爲對弧所
對角爲交角作上弧大下弧小正弧三角形
又設一邊定不小於此形之上弧若小於所
對角度則無定限
一設一邊大對一角正又設一邊小定小於先
設一邊較半周之餘弧

一設一邊大對一角正又設一邊大定大於先
設一邊
一設一邊足對一角無論銳鈍又設一邊大小
皆無定限
一設一邊足對一角正又設一邊無定限
一設一角銳對一邊小又設一角銳審先設一
角小於所對邊度别以先設角度爲對邊所
對一邊爲上弧作正弧三角形又設一角定
不大於此形之交角若大於所對邊度則無

定限
一設一角銳對一邊小又設一角鈍審先設一
角小於所對邊度别以先設角度爲對邊所
對一邊爲上弧作正弧三角形又設一角定
不小於此形交角之外角若大於所對邊度
則無定限
一設一角銳對一邊大又設一角銳定小於先
設一角
一設一角銳對一邊大又設一角鈍定大於先

設一角之外角
一設一角銳對一邊足又設一角銳定小於先設一角
一設一角銳對一邊足又設一角鈍定大於先設一角之外角
一設一角鈍對一邊小又設一角銳定小於先設一角之外角
一設一角鈍對一邊小又設一角鈍定大於先設一角

一設一角鈍對一邊大又設一角銳審先設一角大於所對邊度別以先設角度爲對邊所對一邊爲上弧作正弧三角形又設一角定不大於此形交角之外角若小於所對邊度則無定限
一設一角鈍對一邊大又設一角鈍審先設一角大於所對邊度別以先設角度爲對邊所對一邊爲上弧作正弧三角形又設一角定不小於此形之交角若小於所對邊度則無定限
一設一角鈍對一邊足又設一角銳定小於先設一角之外角
一設一角鈍對一邊足又設一角鈍定大於先設一角
一設一角正對一邊無論小大又設一角銳鈍皆無定限
一設一角正對一邊足又設一角無定限
一凡又設一邊小大無定限者惟先設一邊足

對一角或銳或鈍者不可足餘皆可足
一凡又設一角銳鈍無定限者惟先設一角正對一邊或大或小者不可正餘皆可正

遞兼數理

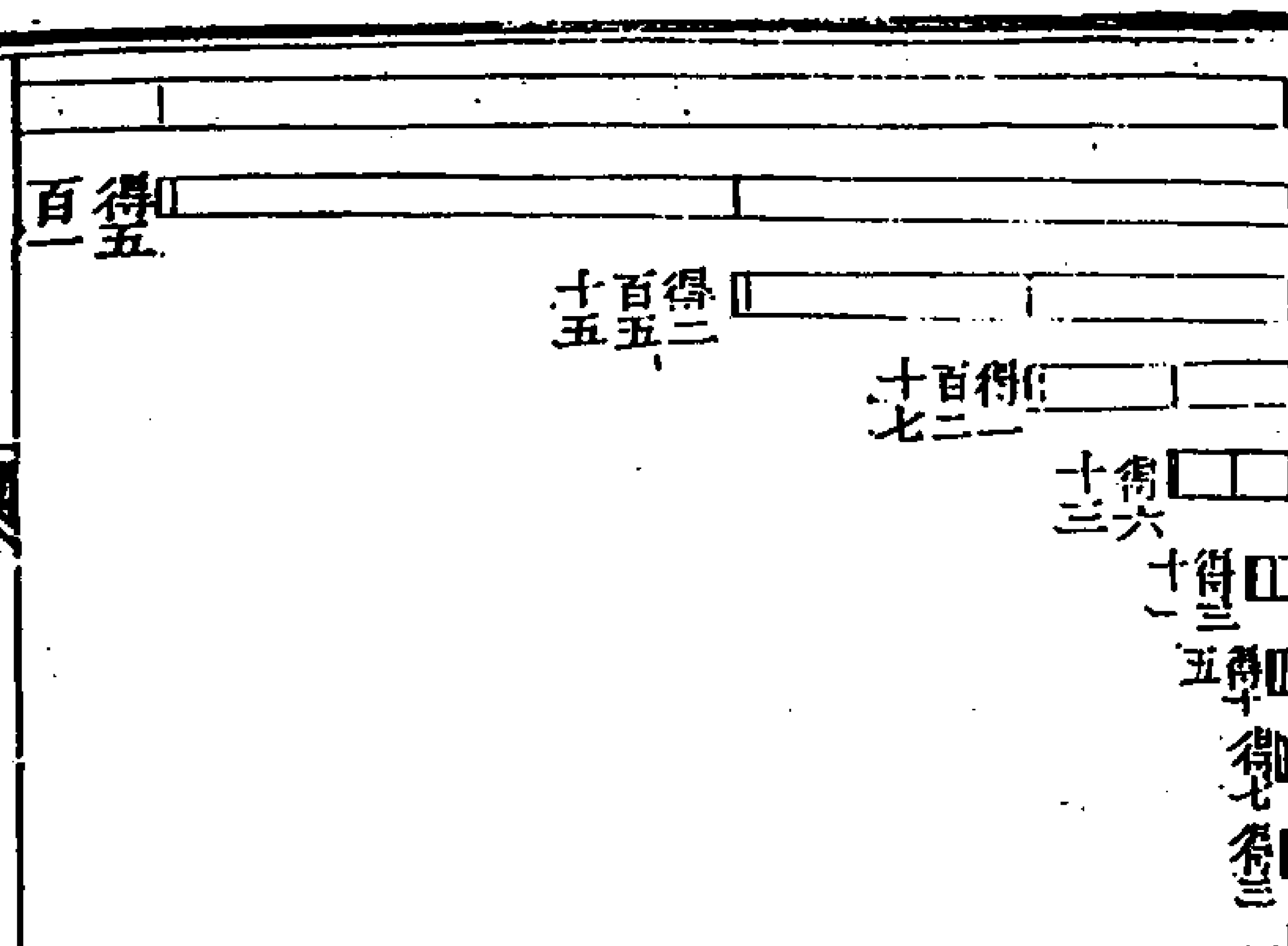
遞兼之數古所未發今定推求之則先明設問之條設如有物各種自一物各立一數起至諸物合併其爲一數止其閒遞以二物相兼爲一數交錯以辯得若干數三物相兼爲一數交錯以辯得若干數四物五物以至多物莫不皆然

此所謂遞兼之數也欲求總數若干及每次分數各若干法分二條法以所設物數減一數爲倍根之次數乃以一爲根倍之加一得三爲一次又倍之加一得七爲二次如是累倍累加一至如其次數而止其末得之數即相兼之總數也法又以所設物數即爲各立一數之數減一數爲三角堆之根乃以根數求得平三角堆爲二物相兼之數又減一數求得立三角堆爲三物相兼之數又減一數求得三乘三角堆爲四

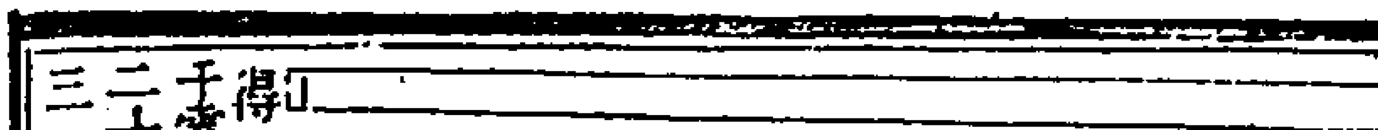
物相兼之數如是根數遞減乘數遞加求得相兼諸數至於中數而止中數以後即同於前不煩覆算中數之位於原設物數減去最大一數取其餘數之中餘數奇則有一中耦則有二中有二中者二相兼數亦同此遞兼之分數也今以十物爲圖解於後推之百千萬億莫不同符抑一理歟

十物遞兼總數圖解

九次八次七次六次五次四次三次二次一次倍加根　解曰加一數者今設

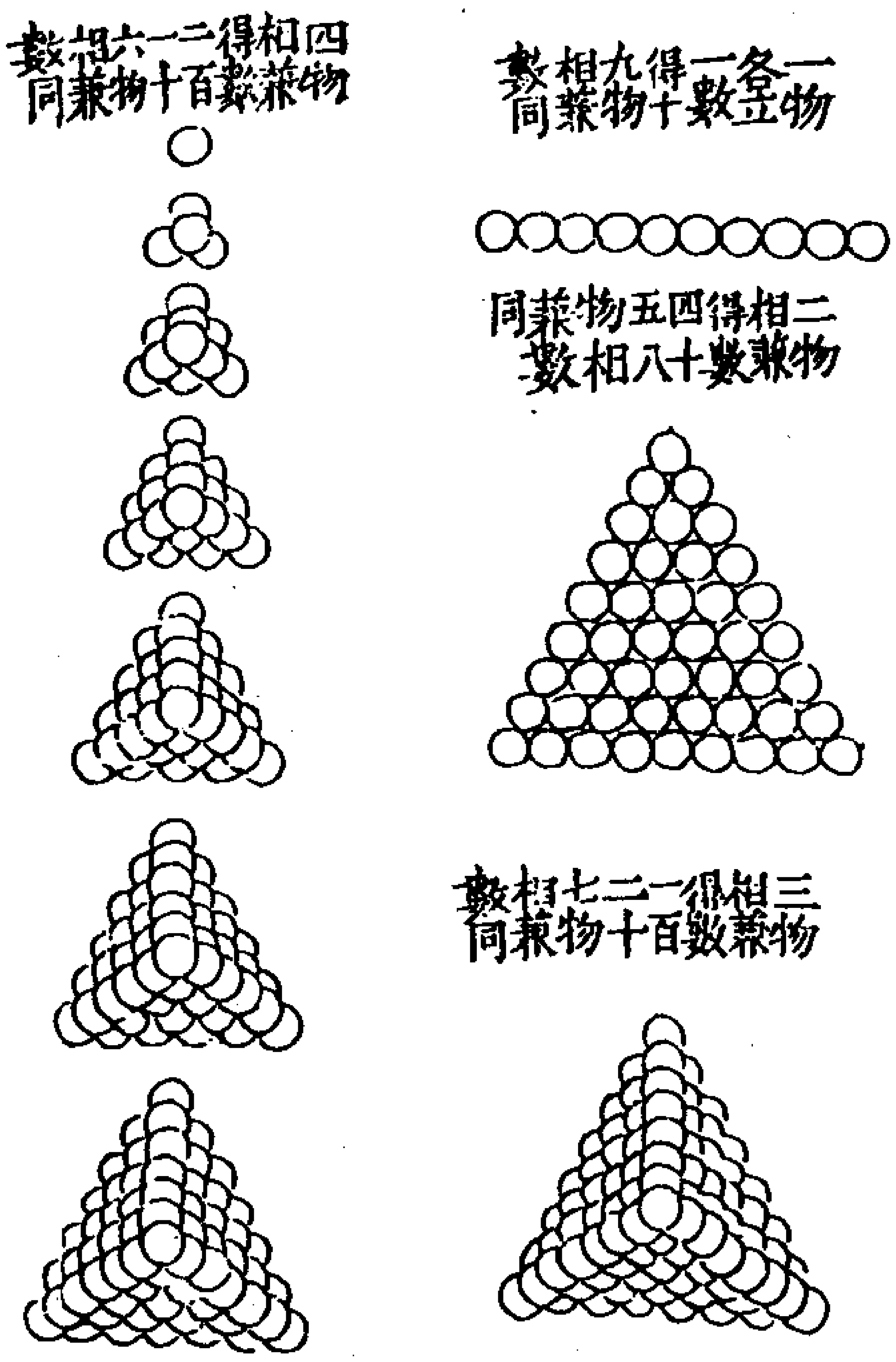


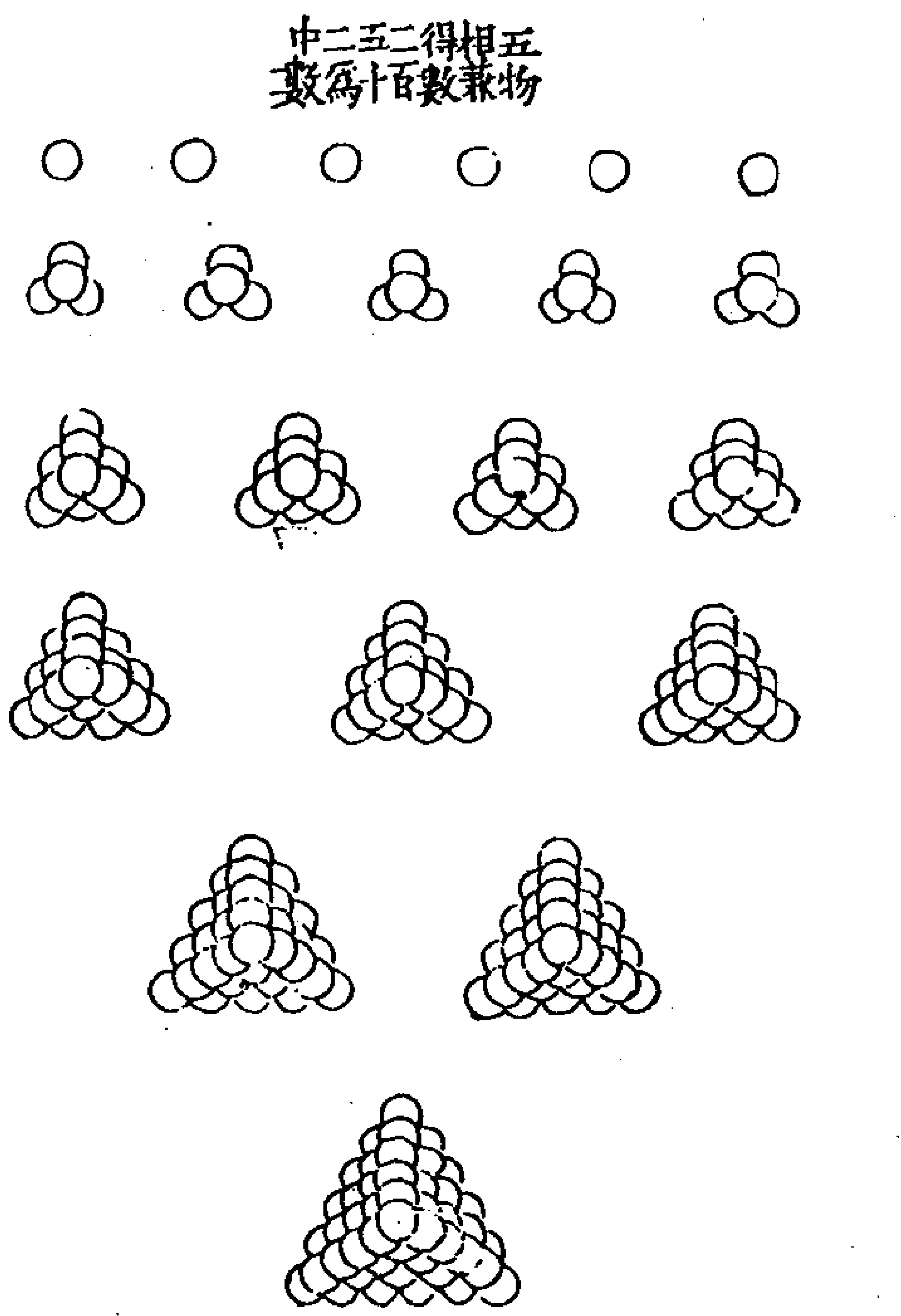
多一物自立之數也其以少一物之遞兼總數爲根而倍之者今設所多之一物必與前遞兼數相兼而徧得數也



十

十物遞兼分數圖解





十物合并得數一○解曰推遞兼之分數用三角堆其說有五一系以一物爲主而兼他物得若干數至以又一物爲主而兼他物卽不復兼先爲主之物故所得必少一數由此遞少遂成三角堆形一系以一物爲主而兼他物得若干數至以二物爲主而兼他物受兼之物已減爲主之一故所得必少一數由此遞少故根數遞減一系一物爲主而兼他物成一根各物遞減而進成一平三角堆至二物爲主則此物與彼物相與爲二

物以兼他物成一根此物與彼又一物又相與爲二物以兼他物又成一根由此遞減而進則一物爲主已成平三角堆各物遞減而進遂成立三角堆由此遞進故乘數遞加一系中數之前後其前相兼之數與後不及兼之數等故得數等一系中數在一物各立一數及一物不及兼之中故各物合并之一位不計

設如

設如筮者求卦每一卦六爻自一爻變以至六

爻皆變問變卦共幾何及諸幾何爻變之卦各幾何法以六爻減一數得五爲倍根之次數乃以一爲根第一次倍之加一得三第二次倍之加一得七第三次倍之加一得十五第四次倍之加一得三十一第五次倍之加一得六十三計變卦共六十三卦又以六爻之數卽爲一爻變之卦數五爻變之卦數同以六爻減一數得五爲平三角堆之根用平三角堆法推得積數十五卽爲兩爻變之卦數四爻變之卦數同以

前根數減一得四爲立三角堆之根用立三角堆法推得積數二十卽爲三爻變之卦數六爻合并得一卽爲六爻皆變之卦數

三角堆求積通法

凡平三角堆以根數加一與根數相乘折半得積數立三角堆以根數加一與根數相乘又以根數加二乘之得數六歸之得積數此定法也至三乘以上則未有其術故立爲通法

法取根數用一二三四五六七八九十以至百千萬億相挨諸數分別加之至如其乘數而止爲累乘法乃置根數以累乘法累乘之得數爲實又置一爲法首用二三四五六七八九十以至百千萬億相挨諸數累乘之爲諸乘三角堆之除法以所求乘數相當之除法除前實得積數

設如

設根數五求四乘三角堆以五加一爲六加二爲七加三爲八加四爲九所求系四乘加四止

矣共計六七八九得四累乘法乃置根數五累乘之初次用六乘得三十二次用七乘得二百一十三次用八乘得一千六百八十四次用九乘得一萬五千一百二十爲實又置一初次用二乘得二二次用三乘得六三次用四乘得二十四四次用五乘得一百二十所求系四乘與此第四次所得之除法相當矣卽以此除法一百二十除前實得一百二十六爲積數

以不知爲知不可也而猶可也以不可知爲知大不可也何可乎以不知爲知何不可乎以不可知爲知物予我以知我暫不知會心焉有待也物不任我以知我謬附以知見魔焉迷不反也嗟乎使物有知不且笑知已乎故曰知其不可知知也辛酉仲秋吾友江鄭堂畢子廉相將爲邗水之遊湖上盃閒發我知者何限未幾巾車遊南嶽臨別之頃與鄭堂察秦九韶開方術及李冶天元一術多以不可知爲知者遂就二乘方以下簡且易者畧爲條目以正之首錄一冊寄吾友焦理堂理堂其樂道予之知歟未不亦樂乎予之不知也歙汪萊

歙汪萊著

一乘方二乘方形

根方多少糅雜每根之數知不知條目

一有幾眞數多幾根積與幾一乘方積相等以幾根數爲帶縱平方長濶較以幾一乘方數乘幾眞數爲帶縱平方積帶縱平方法開之得長根以幾一乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數少幾根積與幾一乘方積相等以幾根數爲帶縱平方長濶較以幾一乘方數乘幾眞數爲帶縱平方積帶縱平方法開之得濶根以幾一乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數多幾根積與幾二乘方積相等以幾根數爲帶縱長立方高濶較以幾眞數自乘又以幾二乘方數乘之爲帶縱長立方積帶縱長立方法開之得高根以幾二乘方數除之得數以一乘方法開之每根之數可知

冊內帶縱立方言濶皆底數四邊等者言高卽高數與底不等者

一有幾眞數少幾根積與幾二乘方積相等以幾根數爲帶縱扁立方高濶較以幾眞數自乘又以幾二乘方數乘之爲帶縱扁立方積帶縱扁立方法開之得高根以幾二乘方數除之得數以一乘方法開之每根之數可知

一有幾眞數多幾一乘方積與幾根積相等以幾根數爲帶縱平方長闊和以幾一乘方數乘幾眞數爲帶縱平方積帶縱平方長濶和法開之得長濶兩根各以幾一乘方數除之

得數各爲每根之數以計原眞數皆合其實每根之數不可知

一有幾眞數少幾一乘方積與幾根積相等可知同第二

一有幾眞數多幾一乘方積與幾二乘方積相等以幾一乘方數爲帶縱扁立方高濶較以幾二乘方數自乘乘幾眞數爲帶縱扁立方積帶縱扁立方法開之得濶根以幾二乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數少幾一乘方積與幾二乘方積相等以幾一乘方數爲帶縱長立方高濶較以幾二乘方數自乘乘幾眞數爲帶縱長立方積帶縱長立方法開之得濶根以幾二乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數多幾二乘方積與幾根積相等以幾根數爲帶縱立方高濶和以幾眞數自乘又以幾二乘方數乘之爲帶縱立方積用第二册內帶縱立方高濶和法求得首末二率

兩高各以幾二乘方數除之得數以一乘方法開之各爲每根之數以計原眞數皆合其實每根之數不可知

一有幾眞數少幾二乘方積與幾根積相等可知同第四

一有幾眞數多幾二乘方積與幾一乘方積相等以幾一乘方數爲帶縱立方高濶和以幾二乘方數自乘乘幾眞數爲帶縱立方積用第二册內帶縱立方高濶和法求得首率弁中率末率並中率爲兩濶各以幾二乘方數除

之各爲每根之數以計原眞數皆合其實每
根之數不可知
一有幾眞數少幾二乘方積與幾一乘方積相
等可知同第八
一有幾根積多幾眞數與幾一乘方積相等可
知同第一
一有幾根積少幾眞數與幾一乘方積相等不
可知同第五
一有幾根積多幾眞數與幾二乘方積相等可

知同第三
一有幾根積少幾眞數與幾二乘方積相等不
可知同第九
一有幾根積多幾一乘方積與幾眞數相等可
知同第二
一有幾根積少幾一乘方積與幾眞數相等不
可知同第五
一有幾根積多幾一乘方積與幾二乘方積相
等左右降位命爲幾眞數多幾根積與幾一
乘方積相等可知同第一
一有幾根積少幾一乘方積與幾二乘方積相
等左右降位命爲幾眞數少幾根積與幾一
乘方積相等可知同第二
一有幾根積多幾二乘方積與幾眞數相等可
知同第四
一有幾根積少幾二乘方積與幾眞數相等不
可知同第九
一有幾根積多幾二乘方積與幾一乘方積相

等左右降位命爲幾眞數多幾一乘方積與
幾根積相等不可知同第五
一有幾根積少幾二乘方積與幾一乘方積相
等左右降位命爲幾眞數少幾一乘方積與
幾根積相等可知同第二
一有幾一乘方積多幾眞數與幾根積相等不
可知同第五
一有幾一乘方積少幾眞數與幾根積相等可
知同第一

一有幾一乘方積多幾眞數與幾二乘方積相
等可知同第七
一有幾一乘方積少幾眞數與幾二乘方積相
等不可知同第十一
一有幾一乘方積多幾根積與幾眞數相等可
知同第二
一有幾一乘方積少幾根積與幾眞數相等可
知同第一
一有幾一乘方積多幾根積與幾二乘方積相
等左右降位命爲幾根積多幾眞數與幾一
乘方積相等可知同第一
一有幾一乘方積少幾根積與幾二乘方積相
等左右降位命爲幾根積少幾眞數與幾一
乘方積相等不可知同第五
一有幾一乘方積多幾二乘方積與幾眞數相
等可知同第八
一有幾一乘方積少幾二乘方積與幾眞數相
等不可知同第十一

一有幾一乘方積多幾二乘方積與幾根積相
等左右降位命爲幾根積多幾一乘方積與
幾眞數相等可知同第二
一有幾一乘方積少幾二乘方積與幾根積相
等左右降位命爲幾根積少幾一乘方積與
幾眞數相等不可知同第五
一有幾二乘方積多幾眞數與幾根積相等不
可知同第九
一有幾二乘方積少幾眞數與幾根積相等可
知同第三
一有幾二乘方積多幾眞數與幾一乘方積相
等不可知同第十一
一有幾二乘方積少幾眞數與幾一乘方積相
等可知同第七
一有幾二乘方積多幾根積與幾眞數相等可
知同第四
一有幾二乘方積少幾根積與幾眞數相等可
知同第三

一有幾二乘方積多幾根積與幾一乘方積相
等左右降位命爲幾一乘方積多幾眞數與
幾根積相等不可知同第五
一有幾二乘方積少幾根積與幾一乘方積相
等左右降位命爲幾一乘方積少幾眞數與
幾根積相等可知同第一
一有幾二乘方積多幾一乘方積與幾眞數相
等可知同第八
一有幾二乘方積少幾一乘方積與幾眞數相

等可知同第七
一有幾二乘方積多幾一乘方積與幾根積相
等左右降位命爲幾一乘方積多幾根積與
幾眞數相等可知同第二
一有幾二乘方積少幾一乘方積與幾根積相
等左右降位命爲幾一乘方積少幾根積與
幾眞數相等可知同第一
一有幾眞數多幾根積又多幾一乘方積與幾
二乘方積相等以幾一乘方數爲帶縱扁立

方高濶較以幾二乘方數乘幾根數爲減方
法以幾二乘方數自乘乘幾眞數爲帶縱扁
立方積帶縱扁立方有減方法開之商數減去高闊較以商數乘之得數減去減方法又以商數乘之除積得闊根以幾二
乘方數除之每根之數可知
一有幾眞數多幾根積又少幾一乘方積與幾
二乘方積相等以幾一乘方數爲帶縱長立
方高濶較以幾二乘方數乘幾根數爲減方
法以幾二乘方數自乘乘幾眞數爲帶縱長

立方積帶縱長立方有減方法開之商數加入高濶較以商數乘之得數減去減方法又以商數乘之除積得闊根以幾二
乘方數除之每根之數可知
一有幾眞數少幾根積又多幾一乘方積與幾
二乘方積相等以幾一乘方數用幾二乘方
數除之得數乘幾根數以較幾眞數若少則
以幾一乘方數爲帶縱扁立方高闊較以幾
二乘方數乘幾根數爲方法以幾二乘方數
自乘乘幾眞數爲帶縱扁立方積帶縱扁立

方有帶方法開之商數減去高闊較以商數乘之得數加入方法又以商數乘之除積得濶根以幾二乘方數除之每根之數可知若多則或幾一乘方數為通分法三母總數幾眞數為三母維乘之其母幾根數為通分之其子三數之計原眞數皆合其實每根之數不可知如二與六與十二設一百四十四眞數少一百八根積又多二十一乘方積與一二乘方積相等則三數皆合也

一有幾眞數少幾根積又少幾一乘方積與幾二乘方積相等以幾一乘方數為帶縱長立方高濶較以幾二乘方數乘幾根數為方法

以幾二乘方數自乘乘幾眞數為帶縱長立方積帶縱長立方有帶方法開之商數去入高濶較以商數乘之得數加入方法又以商數乘之除積得濶根以幾二乘方數除之每根之數可知

一有幾眞數多幾根積又多幾二乘方積與幾一乘方積相等取幾眞數以一乘方法開之為一根之數與實有幾一乘方數用一乘方法開之之數相乘之積用壘借法以其數用原幾二乘方數乘之命為眞數別以其數除原幾根數得數命為幾一乘方數原幾一乘方數命為幾根數原幾二乘方數不問多少總命為一二乘方數其命為幾眞數多一二乘方積又多幾一乘方積與幾根積相等廼以後幾眞數自乘為帶縱長立方積以原幾一乘方數為帶縱長立方高闊較以後幾一乘方數乘後幾眞數為方法帶縱長立方有帶方法開之得濶根為原實有一乘方兩數

之中率以原幾一乘方數減去中率以其餘數為帶縱平方長闊和又以方法加入中率自乘數為帶縱平方積帶縱平方長闊和法開之得長濶二根各為兩寔有一乘方數各帶一乘方法開之之幾數各以其數與原幾一乘方數相減餘又各以原幾二乘方數除之各為原每根之數以計原眞數皆合其寔每根之數不可知

一有幾眞數多幾根積又少幾二乘方積與幾

一乘方積相等可知同第五十
一有幾眞數少幾根積又多幾二乘方積與幾
一乘方積相等以幾根數爲中率之帶縱長
立方高濶較以幾眞數乘幾一乘方數爲減
方法以幾眞數自乘乘幾二乘方數爲帶縱
長立方積帶縱長立方有減方法開之得闊
根爲中率中率與幾根數相減餘爲帶縱平
方長濶和中率自乘得數減去方法餘爲帶
縱平方積帶縱平方長濶和法開之得長濶

兩根各以幾二乘方數除之得數又爲帶縱
平方積以幾二乘方數除幾一乘方數又爲
帶縱平方長濶較帶縱平方法開之各得長
根爲每根之數以計原眞數皆合其寔每根
之數不可知或中率多於根數中率自乘數少於方法立術皆合小變而不可知則同
一有幾眞數少幾根積又少幾二乘方積與幾
一乘方積相等可知同第五十二
一有幾眞數多幾一乘方積又多幾二乘方積

與幾根積相等以幾根數爲中率之帶縱長
立方高濶較以幾眞數乘幾一乘方數爲方
法以幾眞數自乘乘幾二乘方數爲帶縱長
立方積帶縱長立方有帶方法開之得濶根
爲中率中率與幾根數相減餘爲帶縱平方
長濶和中率自乘得數加入方法爲帶縱平
方積帶縱平方長濶和法開之得長濶兩根
各以幾二乘方數除之得數又各爲帶縱平
方積以幾二乘方數除幾一乘方數又爲帶

縱平方長濶較帶縱平方法開之各得濶根
各爲每根之數以計原眞數皆合其實每根
之數不可知
一有幾眞數多幾一乘方積又少幾二乘方積
與幾根積相等可知不可知幷同第五十一
一有幾眞數少幾一乘方積又多幾二乘方積
與幾根積相等不可知同第五十五
一有幾眞數少幾一乘方積又少幾二乘方積
與幾根積相等可知同第五十二

一有幾根積多幾眞數又多幾一乘方積與幾
二乘方積相等可知同第四十九
一有幾根積多幾眞數又少幾一乘方積與幾
二乘方積相等可知同第五十
一有幾根積少幾眞數又多幾一乘方積與幾
二乘方積相等不可知同第五十五
一有幾根積少幾眞數又少幾一乘方積與幾
二乘方積相等不可知同第五十七
一有幾根積多幾眞數又多幾二乘方積與幾

一乘方積相等不可知同第五十三
一有幾根積多幾眞數又少幾二乘方積與幾
一乘方積相等可知同第五十
一有幾根積少幾眞數又多幾二乘方積與幾
一乘方積相等可知不可知并同第五十一
一有幾根積少幾眞數又少幾二乘方積與幾
一乘方積相等不可知同第五十七
一有幾根積多幾一乘方積又多幾二乘方積
與幾眞數相等可知同第五十二

一有幾根積多幾一乘方積又少幾二乘方積
與幾眞數相等不可知同第五十五
一有幾根積少幾一乘方積又多幾二乘方積
與幾眞數相等可知不可知并同第五十一
一有幾根積少幾一乘方積又少幾二乘方積
與幾眞數相等不可知同第五十七
一有幾一乘方積多幾眞數又多幾根積與幾
二乘方積相等可知同第四十九
一有幾一乘方積多幾眞數又少幾根積與幾

二乘方積相等可知不可知并同第五十一
一有幾一乘方積少幾眞數又多幾根積與幾
二乘方積相等不可知同第五十五
一有幾一乘方積少幾眞數又少幾根積與幾
二乘方積相等不可知同第五十三
一有幾一乘方積多幾眞數又多幾二乘方積
與幾根積相等不可知同第五十七
一有幾一乘方積多幾眞數又少幾二乘方積
與幾根積相等可知不可知并同第五十一

一有幾一乘方積少幾眞數又多幾二乘方積
與幾根積相等可知同第五十
一有幾一乘方積少幾眞數又少幾二乘方積
與幾根積相等不可知同第五十三
一有幾一乘方積多幾根積又多幾二乘方積
與幾眞數相等可知同第五十二
一有幾一乘方積多幾根積又少幾二乘方積
與幾眞數相等不可知同第五十五
一有幾一乘方積少幾根積又多幾二乘方積

與幾眞數相等可知同第五十
一有幾一乘方積少幾根積又少幾二乘方積
與幾眞數相等不可知同第五十三
一有幾二乘方積多幾眞數又多幾根積與幾
一乘方積相等不可知同第五十三
一有幾二乘方積多幾眞數又少幾根積與幾
一乘方積相等不可知同第五十五
一有幾二乘方積少幾眞數又多幾根積與幾
一乘方積相等可知不可知并同第五十一

一有幾二乘方積少幾眞數又少幾根積與幾
一乘方積相等可知同第四十九
一有幾二乘方積多幾眞數又多幾一乘方積
與幾根積相等不可知同第五十七
一有幾二乘方積多幾眞數又少幾一乘方積
與幾根積相等不可知同第五十五
一有幾二乘方積少幾眞數又多幾一乘方積
與幾根積相等可知同第五十
一有幾二乘方積少幾眞數又少幾一乘方積

與幾根積相等可知同第四十九
一有幾二乘方積多幾根積又多幾一乘方積
與幾眞數相等可知同第五十二
一有幾二乘方積多幾根積又少幾一乘方積
與幾眞數相等可知不可知并同第五十一
一有幾二乘方積少幾根積又多幾一乘方積
與幾眞數相等可知同第五十
一有幾二乘方積少幾根積又少幾一乘方積
與幾眞數相等可知同第四十九

第五十一條補法

旣以幾一乘方數用幾二乘方數除之以乘幾根數與原幾眞數相較而多於原幾眞數之後則取原幾一乘方數幾根數幾眞數皆以幾二乘方數除之總命為一二乘方積少幾一乘方積多幾根積與幾眞數相等於是以此所命幾一乘方數折半為假一根之數以其數自乘與所命幾根數相較視少於幾根數則卽取減餘根數又以假一根之數乘

之與所命幾眞數相較如其恰合則眞一根卽折半之數矣若見少於幾眞數卽以此相較餘眞數命為帶縱長立方積相減餘根數命為方法假一根之數命為帶縱長立方高闊較帶縱長立方有帶方法開之得高根為眞一根之數以此眞一根之數除所命幾眞數為帶縱平方積眞一根之數與所命幾一乘方數相減餘為帶縱平方長闊和帶縱平方長闊和法開之得長闊兩根與前眞一根

之數共為通分法之三毋三數之計原眞數皆合也然或為長闊和之數過少折半自乘尚不及其為帶縱平方積之數則卽無三數相消其眞一根之數卽為可知者已其以所命幾一乘方數折半為假一根之數以其數自乘與所命幾根數相較而少於幾根數卽取減餘根數又以假一根之數乘之與所命幾眞數相較而見多於幾眞數者則又以所命幾一乘方數三分之一為假一根之數如

前法較而視之如其恰合則眞一根卽三分之一矣如其或多或少則復以前折半法見多相較餘眞數命為幾眞數前折半法相較餘根數命為幾根數前折半法假一根之數命為幾一乘方數共命為一二乘方積少幾一乘方積多幾根積與幾眞數相等仍用前折半法更折半較而視之總以見少而止卽用前法求得眞一根之數與原假一根之數相減餘卽得原眞一根之數其求有無三數

相消亦如前法也其後得眞一根之數由原假一根之數較視幾次而得者仍當按理累次轉減幾次之假一根而後得原眞一根之數其以所命幾一乘方數折半爲假一根之數以其數自乘與所命幾根數相較而多於幾根數者卽以較餘根數爲積一乘方法開之得根以此根與假一根之數相加爲帶縱長立方高闊較倍此根爲廉法此根乘高闊較倍之爲方法所命幾眞數爲帶縱長立方

積帶縱長立方有帶廉帶方法開之得高根爲眞一根之數其求有無三數相消如前法其以所命幾一乘方數折半爲假一根之數以其數自乘與所命幾根數相較而恰合者卽以假一根之數爲帶縱長立方高闊較所命幾眞數爲帶縱長立方積帶縱長立方法開之得高根爲眞一根之數其求有無三數相消亦如前法又本法以幾一乘方數乘原幾根數時視與原幾眞數恰合則幾一乘方數卽爲每一根可知之數而無相消者矣

第五十五條小變之術

中率自乘數減方法恰盡者視中率少於根數卽以減餘數用幾二乘方數除之爲帶縱平方積以幾二乘方數除幾一乘方數爲帶縱平方長闊較帶縱平方法開之得長根爲每根之一數以幾二乘方數除中率爲積所得一數爲法除之得每根之又一數若中率多於根數卽以根數用幾二乘方數除之爲

積一乘方法開之得每根之一數以幾二乘方數除中率爲積所得一數爲法除之得每根之又一數或中率與根數恰合則以幾二乘方數除中率爲積一乘方法開之卽得每根之數而無相消之又一數其中率自乘數少於方法者視中率多於根數以中率自乘數反減方法餘爲帶縱平方積根數反減中率餘爲帶縱平方長闊較帶縱平方法開之得闊根以幾二乘方數除之又爲帶縱平方

積以幾二乘方數除幾一乘方數又爲帶縱
平方長闊較帶縱平方法開之得長根爲每
根之一數以幾二乘方數除中率爲積所得
一數爲法除之得每根之又一數若中率少
於根數以中率自乘數反減方法餘爲帶縱
平方積中率減根數餘爲帶縱平方長闊較
帶縱平方法開之得長根以幾二乘方數除
之又爲帶縱平方積以幾二乘方數除幾一
乘方數又爲帶縱平方長闊較帶縱平方法

開之得長根爲每根之一數以幾二乘方數
除中率爲積所得一數爲法除之得每根之
又一數或中率與根數恰合以中率自乘數
反減方法餘爲積一乘方法開之得根以幾
二乘方數除之爲帶縱平方積以幾二乘方
數除幾一乘方數爲帶縱平方長闊較帶縱
平方法開之得長根爲每根之一數以幾二
乘方數除中率爲積所得一數爲法除之得
每根之又一數其中率自乘數多於方法者

視中率多於根數以中率自乘數減去方法
餘爲帶縱平方積根數反減中率餘爲帶縱
平方長闊和帶縱平方長闊和法開之得長
闊二根各以幾二乘方數除之得數又各爲
帶縱平方積以幾二乘方數除幾一乘方數
又爲帶縱平方長闊和帶縱平方長闊和法
開之各得長根爲每根之數凡得兩數者其
計原眞數皆合也若中率少於根數法在本
條無中率與根數恰合者

南嶽之遊塗次白酒岡雨三晝夜不得道茅簷聽滴如在書牕共話時感遙情無盡之端理幽談未竟之緒更爲此冊算書時同行者家后潭使人張明及其子柴車夫二人車一座馬一匹同寓者說因果一人弄幻術三人女媒一人車夫二人車一座或歌或歎如夢如痴我孟嘉此際望雲長嘯亦念秋風蓬葉飄泊何所耶歙汪萊

衡齋算學　第六冊

歙汪萊著

平圓形

有圓內若干度之通弦求其度三分之一之通弦

法曰置所有若干度之通弦以一百萬萬萬乘之得數自乘爲帶縱立方積以三百萬萬萬爲帶縱立方高濶和用第二冊中帶縱立方高闊和法開之得末率之高以一乘方法開之得三分之一之通弦

解曰三全分之通弦較三分之一之通弦爲三倍而少一半徑爲一率三分之一通弦爲二率之四率第三冊五分取一法中已暢發西士之旨然西法布算廼用益實歸除而不顯立進退之限推求較難今改用帶縱立方而以末率當之斯顯然易得矣其法之原先借一根爲二率一根自乘得一平方以一率半徑一千萬除之應得三率不除卽命一平方爲三率轉以一率

一千萬乘二率一根得一千萬根爲二率當之於是又以三率一平方自乘得一三乘方以二率一千萬根除之應得四率不除卽命一三乘方爲四率轉以二率一千萬根自乘得一百萬萬萬平方當之乃三倍二率減去一四率爲三百萬萬萬平方少一三乘方與三全分之通弦之率相等矣而此二率與四率乃用一率半徑乘之又以一率乘二率乘之之數也故取三全分通弦亦以一率半徑一千萬乘之爲若干數

又以一率半徑乘二率一根所得一千萬根乘之爲若干根與前借根數乃相等矣左右俱無眞數法宜降位其根數者當降爲眞數也旣後當降爲眞數則前之以二率根數乘者卽命爲以眞數乘而後不煩降矣故法徑以半徑一千萬自乘得一百萬萬萬乘三全分通弦爲眞數也其一乘方數者則降爲根數三乘方數者則降爲二乘方數也於是命爲三百萬萬萬根少一二乘方與若干眞數相等此不論三全分者

爲何度第半徑旣立可通爲一法也夫借根而至於有幾根少一二乘方與幾眞數相等以其眞數自乘其形卽變爲帶縱立方而幾根數卽當其高闊和則有兩高數相消故第五冊之目列在根數不可知之條而今之法何以能斷其爲末率乎蓋所有之根數本平方數也本以一率半徑自乘又三乘之之數也所少之二乘方本三乘方也則爲二率之數自乘之平方數也三分之六之度之通弦以爲二率必不多於半

徑一率之數則以所少之平方數較原有之平方數必不及三分之一遞降而下所少一二乘方之根數必不及原有之根數三分之一夫原有之根數帶縱立方之高濶和也所少一二乘方之根數帶縱立方之所以爲高也帶縱立方而以不及高濶和三分之一之數爲高必爲末率之高可知也

論曰善用法者能使無用爲有用帶縱和立方之法無用者也而可以爲有用其在學者之善

會乎至五分取一之法爲之借根廼成二十四乘方多五萬萬萬萬萬萬根少五百萬萬萬萬三乘方與幾眞數相等而所少五百萬萬萬二乘方積必多於一四乘方積於是相消之數至多如一四乘方多七十四根少十五二乘方與六十眞數等則一二三等數皆合則惟以本數限進退設數按率加減而求其合斯爲條理井然故所著第三冊之法取塗自別也

又論曰西人杜德美有隨度求弦矢捷法梅氏赤水遺珍載之未備戊辰冬劾力史館協修朱

君雲路出示所藏乃覩德美全法竭旬日思得其立法之原歎爲至妙姑舉一隅於此如通弧求通弦以通弧本數爲第一條次以半徑爲連比例第一率通弧本數爲第二率二率自乘一率除之得第三率次置第一條以三率乘之一率除之得第四率四除之又二除之三除之爲第二條應減此所減者四率二十四分之一也何以減二十四分之一緣三全分通弦較三分之一三通弦併數少一四率若併三分之一三通弦如前法求得三率是爲九倍又求得四率是爲二十七倍應減二十七分之一至五全分通弦較五分之一五通弦併數少五四率准前法應減三十五分之一至七全分通弦較七分之一七通弦併數少一十四四率應減二十九通弦併數少三十四率應減二十四分小分三之一大分遞而計之五分較三分於三十四分之外省三分之二七分較五分省二分之一

九分較七分省五分之三由是母子俱進母大而子小此二十四分之餘正如一尺之棰日取其半萬世不竭也夫有數不能竭者無數竭之諸分者有數等邊形弧線者無數最多邊形最多而無數此二十四分之餘不得不竭故無論何度何分徑減四率二十四分之一至六十等率之加八十二等率之減數既相因理無二致善會者自得之此册推演舊術遐其妙已[illegible]

記曰舊刻此册誤詆德美之失古愚張太守非

之蓋得明君圖所解者大守秘其書不相示予至都中求之司博士廷棟博士購之經歲不能得聞之人云明君所傳者陳君季新季新早卒無傳然張太守已得之惜予不獲見爾因朱君出其全法思悟及此急改刊舊論並記之以誌吾過

第五冊算書跋

是卷窮幽極微真算氏之最也愚更以正負開方爲說括爲三例其一凡隅實異名正在上負

在下或負在上正在下中間正負不相間者可知其二凡隅實異名中間正負相間開方時其與隅異名之從廉皆翻而與隅同名者可知不者不可知其三凡隅實同名者不可知質諸孝嬰未審以爲何如計余與孝嬰別已二載今孝嬰假館六安余又旅寓杭州相去千餘里安得同共一堂相與極論也念之念之壬戌八月初九日元和李銳跋

記曰右一篇吾友李尚之爲余第五冊算書作也余書以辛酉之冬寄里堂里堂閒二載北燕南越不得以書札報余今年夏余始復至揚城里堂隱居北湖炎暑歊蒸四閱月未獲一面八月七日暑氣稍平乃策馬徑至里堂之門秋禾登場百步外馬不容足俟彊俟以肅客將命須臾導我入門而右里堂自闈門出迎造于館書屋三間屋前爲圃圃外爲湖波光雲影鳥語花香令人作世外想余所攜僮僕圉人息于左廡余與里堂止于樹皆坐敘別敘思戒炊餉黏里

堂乃出尚之此篇計去作日期一載矣讀之同聲相應吾友之與人爲善一至于此爲之大快里堂則又曰尚之作此篇時客于西子湖頭蘇小墓之側悼亡未期加以失子酸楚不可言追訊往事又不得不爲尚之悲已袖而歸學舍以授學者延麟延麟謂前冊頁已過多續刻諸此冊之末因記其略如此

論曰尚之此例足爲余書之凡而余書所謂不可知之數有二數相滑者有三數相滑者推之

三乘方以上則有恆河沙不可思議無量數相淆者必辨其爲二爲三爲恆河沙不可思議無量數皆著其求之之法以示後人使不生疑惑則又非例所能括者故余于二乘方以下已煞費苦心而尚之亦不得例也且尚之之第二例亦稍有未當處蓋所謂偶實異名而中間從廉正負相間者即余書之第五十一條也此條有可知有不可知若非先以余法審别之而驟以正負法開方設遇不可知之數如一與一千與

一十萬三數相淆而題爲一萬萬眞數少一萬一十萬一千根積又多一十萬一千一一乘方積與一二乘方積相等者自一至一十萬相去遠矣茫無進退之限初商何以下算初商不能下算何以開方而知其翻爲同名與否又況雖翻而不同名亦有可知者如八百眞數少一百根積又多一十二一乘方積與一二乘方積相等則每根之數惟十斷無相淆以余補法按之可以得其故矣想尚之之作例時愁緒紛挐故未克竟其奧年來始更進一解已

第五冊算書焦記

予幼好九九之學雖求之古書而不能得其指歸自交吳中李尚之銳歙縣汪孝嬰萊得兩君切磋之益于此藝少有進而兩君亦時時以所得見示令商論其可否是時李仁卿秦道古之書兩君均未之見也歲乙卯余在浙始得見益古演段測圓海鏡兩書急寄尚之尚之喜甚爲之疏通證明復推其術于弧矢書書以明郭太

史授時草所用天元一術已而予又得秦氏所爲數學大略亦撰爲天元一釋開方通釋以述兩家之學庚申冬與尚之同客武林節署中互相證訂喜古人絕學復續于今日明年孝嬰來揚州因以語之壬戌春予在京師孝嬰自六安寄一書來甚言秦李兩家之非而剖析其可知不可知衡齋算學中第五冊是也是秋予復在浙尚之寓于孤山買舟訪之以孝嬰之書與相參核尚之深嘆爲精善復以兩日之力作開方

三例以明孝嬰之書之所以然于是秦李兩家之學至此益明今年村居教徒稀入城市出入于農圃醫卜之術秋八月有走馬來者叩門甚迫童子驚相告予視之則孝嬰也延入塾中對飲于豆花蕃語間孝嬰謂予曰或謂尚之詒吾所著書有之乎予因出尚之所爲衡齋算學跋與之孝嬰怡然曰尚之固不我非也因謂予曰子亦爲我一言予諾之孝嬰復走馬去門人請曰秦李之書李君疏之汪君難之不已異乎予

曰此兩君所以是也兩漢經生守一家之言華藻肇蛻通人鄙其固焉鄭康成爲禮經作注難子夏之言猶駁之秦越人宗岐伯之言而作八十一難蓋非深入其室者不能疏亦非深入其室者不能難得李君之疏而秦李之書明得汪君之難而秦李之書益明古人立言固樂夫人之深入而難我不樂人之略觀大意而諂附我也門人退錄之以寄孝嬰卽以爲之言嘉慶癸亥中秋前一日江都焦循記

昔在揚州爲秦太史客太守張古愚先生耔顧趨答之居兩月論經談藝遊必偕焉飲食教誨誼至篤也予匆匆去六安太守亦同治川沙予以第五册算書卻寄就正太守疑之謂其過苦越三年聞太守作鬭方補記樂得其甘時太守與予均復在揚然不以示予太守之客則吾友沈君狎鷗李君尚之聚散離合於斯感焉予授徒多暇亦謀其甘續爲此册太守移任江西無可就正付庋閣又越五六年庚午春來官石埭

諸生有嗜算者出以示之縣尉濟寧劉君景堂國子張君未山茂才唐子步青蘇子珮偕愛之遂付之梓太守倘見之還告其過則幸已歙汪萊

衡齋算學　第七册

歙汪萊著

諸乘方數根數眞數糅雜設題式並訣

一根一眞數之合

正正
一五 正 正 正
正正 一 一十一 三十
一六

正負
一七 正 負 負
正正 一 二 三十五
一五

正負
一八 正 負 正
正負 一 一十二 二十四
一三

右二行首兩無數合無數中一有一無合一數

末兩有數合兩數合而有數皆如本後做此

正正
一五
正正 正 正 正 正
一七 一 一十五 七十一 一百五
正正
一三

正負
一八
正正 正 正 負 負

一二 一 三 七十 一百四十四
正正
一九

正負
二五
正負 正 負 正 正
三九 二十四 一百一十四 八十一 一百三十五
正正
四三

正負
二五
正負 正 負 正 負
一八 一十四 一百五十三 三百四十三 一百二十
正負
七三

右三行知三行卽知四行以上

一平方一眞數之合

正正
一 ○ 八 正 正 正
正正 三 ○ 三十六 ○ 九十六
三 ○ 一十二

正負
二 ○ 八 正 負 負
正正 一十 ○ 一十 ○ 一百二十
五 ○ 一十五

正負
三 ○ 二十七 正 負 正
正負 一十五 ○ 五百一十 ○ 三千三百七十五
五 ○ 一百二十五

右二行

正二　○　正八

正三　○　正二　正三十　○　正一百八十二　○　正二百七十六　○　正一百一十二

正五　○　正七

正二　○　負八

正三　○　正二十七　正二十四　○　正七百二十　○　正二千一百三十六　○　負二萬一千六百

正四　○　正一百

正二　○　負八

正三　○　負二十七　正二十四　○　正二百八十八　○　負六千九百三十六　○　正二萬一千六百

正四　○　正一百

正二　○　負八

正三　○　負二十七　正二十四　○　負九百一十二　○　正八千六百六十四　○　負二萬一千六百

正四　○　負一百

右三行

一平方一根一眞數之合

正一　正二　正三

正四　正五　正六

正四　正一十三　正二十八　正二十七　正一十八

正二　正四　負三十

正三　正四　正五

正六　正二十　負六十四　負一百　負一百五十

正二　負五　正四

正三　正五　正六

正六　負五　負一　負一十　正二十四

此題無數

正二　負一十　正一十二

正四　正五　正六

正八　負三十　正一十　○　正七十二

此題二數

同式異理

正五　負一十　負一十五

正六　正七　正八

正三十　負二十五　負一百二十　負一百八十五　負一百二十

正二　正四　負三十

正三　正五　負二十二

正六　正二十二　負一百一十四　負二百三十八　正六百六十

正二　負一十　正一十二

正　正　負

正六　負二十　負五十八　正二百八十　負二百六十四

三　五　二十二
正　負　負
五　一十　一十五　正　負　負　正　正
正　正　負　一十五　五　二百五　一百四十五　三百三十
三　五　二十二

正　負　正
二　五　四　正　負　正　負　正
正　負　正　二　二十一　七十八　一百一十七　六十八
一　八　一十七
此題無數

正　負　正
二　一十　一十二　正　負　正　負　正
一十　二百　九百二　一千七百　一千一百
正　負　正　六　八　十八　二十八　五十二
八　六十四　九十六
此題四數同式異理

正　負　負
一　三　七十　正　負　負　正　負
正　負　正　二　一十六　九十八　六百六十四　八百四十
二　一十　一十二

正　負　負
一　三　七十　正　負　負　正　正
正　負　負　五　二十五　三百二十五　七百四十五　一千五十
五　一十　一十五

右二行知二行卽知三行以上

訣曰如其行數爲互乘數橫之斜之旣乘如其所得之位而布之正乘正正之正乘負負之負乘負正之空乘實空之同名布其和異名布其

較

開諸乘方數根數眞數糅雜訣

審有無

一平方正幾根負幾眞數正取根數二分之一自乘與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一立方正幾平方負幾眞數正取平方數三分之二自乘又以三分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一三乘方正幾立方負幾眞數正取立方數四分之三自乘再乘又以四分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

右除眞數外皆相連二層若三乘方以上亦相連二層者按三條之理索之卽得

一立方正幾根負幾眞數正取根數三分之一平方開之又以三分之二乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一三乘方正幾平方負幾眞數正取平方數二

分之一自乘與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一四乘方正幾立方負幾眞數正取立方數五分之三平方開之又以五分之三乘之又以五分之二乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一五乘方正幾三乘方負幾眞數正取三乘方數三分之二自乘又以三分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一六乘方正幾四乘方負幾眞數正取四乘方數七分之五平方開之又以七分之五再乘之又以七分之二乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一七乘方正幾五乘方負幾眞數正取五乘方數四分之三自乘再乘又以四分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

右除眞數外皆間一位二層若七乘方以上亦間一位二層者按六條之理索之卽得

一三乘方正幾根負幾眞數正取根數四分之一立方開之又以四分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一四乘方正幾平方負幾眞數正取平方數五分之二立方開之自乘又以五分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一五乘方正幾立方負幾眞數正取立方數二分之一自乘與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一六乘方正幾三乘方負幾眞數正取三乘方數七分之四立方開之又以七分之四乘之又以七分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一七乘方正幾四乘方負幾眞數正取四乘方數八分之五立方開之自乘又以八分之五乘之又以八分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一八乘方正幾五乘方負幾眞數正取五乘方

數三分之二自乘又以三分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一九乘方正幾六乘方負幾眞數正取六乘方數十分之七立方開之又以十分之七再乘之又以十分之三乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一十乘方正幾七乘方負幾眞數正取七乘方數十一分之八立方開之自乘又以十一分之八再乘之又以十一分之三乘之與眞數比眞

數少或相等者有眞數多者無

一十一乘方正幾八乘方負幾眞數正取八乘方數四分之三自乘再乘又以四分之一乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

右除眞數外皆間二位二層若十一乘方以上間二位二層者按九條之理索之卽得

一立方正幾平方負幾根負幾眞數正以幾平方數爲長濶較幾根數爲帶縱平方積開得長濶二根取長根及長濶和相乘以九分之五又爲帶縱平方積前長根加長濶和又爲後長濶和開得濶根以前相乘積九分之四乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一立方正幾平方負幾根正幾眞數正以平方數爲長濶和幾根數爲帶縱平方積不可開則無可開則開得長濶二根取長根與長濶較相乘以九分之五又爲帶縱平方積前長根加長濶較又爲後長濶和開得濶根以前相乘積九分之四乘之與眞數比眞數少或相等者有眞

數多者無

一立方正幾平方正幾根負幾眞數正以平方數爲長濶較幾根數爲帶縱平方積開得長濶二根取濶根與長濶和相乘以九分之五又爲帶縱平方積前濶根加長濶和又爲後長濶和開得濶根以前相乘積九分之四乘之與眞數比眞數少或相等者有眞數多者無

一立方正幾平方負幾根正幾眞數負恒有

右除眞數外相連三層若相間三層及相連相

間多層者統按二十二條之理索之卽得

定進退

凡初商除實不盡或翻爲他實或益爲多實至求次商遞變內通行爲同名者退不者進

入諸商

列原題方根爲法眞數爲實令法在上實在下如設題式初商乘上層同名相加異名相減以入於次層復乘旣入之次層遞入於下層下層減盡則無次商不盡復列原題上層初商旣入

實爲下層中間以初商數如初商法入於初商旣入之次層近下者一入轉而上遞加一入畢入則列之爲變題如初商法入次商視三商之有無及入之如次商之於初商也諸商統於此

求次數

旣得一數無奇零合諸商數於原題內如初商法入之變題恒省下一層降其位通行同名卽無次數異名不相糅卽仍有一數異名相糅審有無如前有則重求之若初得數奇零不盡各

按原題於進退間求之盈其法之層數俱奇零不盡者是爲不可開

道光癸未夏

李氏遺書

召誥日名攷　三統術注　四分術注
乾象術注　奉元術注　占天術注
日法朔餘強弱攷　方程新術草　勾股算術細草
弧矢算術細草　開方說

梅叔阮亨題

李君尙之傳

阮元撰

李銳字尙之一字四香元和縣學生員幼開敏有過人之資從書塾中檢得算法統宗心通其義遂爲九章八綫之學古算術至唐以後幾於亡明泰西利瑪竇入中國有幾何原本一書徐光啟李之藻之徒從而演繹之周官保氏九章之遺法不能燭照數計也李之藻同文算指以西術易九章盈朒方程之說梅宣城定九謂非利氏本意蓋中西術其理則同而立法則異三率比例較古法方田粟米差分爲密而少廣爲西法所無是略而不備矣宣城梅氏近世推絕學以梅氏智計豈有不知古法與西法不同者第囿於西術而九章算經諸書皆未之見所見者惟周髀勾股之法雖欲深求古術然苦無古籍出於意測耳李君起而振之力求古學王孝通緝古算經詞隱理奧無能通之者君與陽城張君古餘共著細草詳論二十術而商功之平地役功廣袤之術較若列眉矣又於同邑顧君千里處得秦九韶九章算經乃窮究天元一術論其法與借根方不同於是郭守敬李治之說始明如唐順之顧應祥之書甚無謂也君嘗謂四時成歲首載虞書五紀明歷見於洪範歷學乃致

治之要爲政之本通典通考置而不錄不亦傎乎因著歷法通考其書體例大略以顓頊夏殷六歷久矣湮亡記載咸缺太初術本之殷歷立法疎濶三統術雖推法較密然亦用太初四年增一日之術是四分術無異於太初也故斷自三統術始至

國朝之橢圜法止唐瞿曇悉達九執歷宋荆執禮會天歷史志佚其法乃於開元占經寶祐四年會天歷中求其術而爲之說焉惜未成書惟三統術注四分術注乾象術注奉元術注占天術注日法朔餘强弱攷六科而已又有召誥日名攷方程新術草勾股算術細草弧矢算術細草開方說皆藏於家君天禀高明潛心經史以唐宋人詩文爲雕蟲小技不足觀也然工四書文家居教學從游者多登第君則屢不得中且蘭草未徵臼炊頻夢行自傷得咯血疾戚戚少歡悰猶復力疾著書卒以此歿矣元昔在浙延君至西湖校禮記正義予所輯疇人傳亦與君共商榷君之力爲多嘉慶二十三年夏江君子屏來嶺表謂予曰尚之歿矣并述陽城張君之言云元朱世傑四元玉鑑雖用天元一術然茭草形正負之法猝讀難通因寄尚之俾爲推究二十一年演成數段寄至豫章尋根推密極爲精審越兩月而凶問至良可哀也四元玉鑑乃予藏本錄以贈張君者惜乎李君細草未成遂無能讀是書者矣君之子可久以書來求作傳書中于君之世系行事及生卒年月不具但云終於六月而已今與江君共論之姑舉所知者而爲之傳君中年無子以兄之子可久爲子及三娶某氏始生一子今尚在襁褓中也悲夫

李氏遺書紀略

儀徵阮雲臺宮保元定香亭筆談云元和李尙之錢辛楣宮詹高弟深於天文算術江以南第一人也居西園爲予校李治測圜海鏡推算立天元一細草

儀徵阮仲嘉明經亨珠湖草堂筆記云李四香與予訂交於浙撫署中爲人樸厚篤學邃於經義尤精於天文步算與焦里堂凌次仲兩先生爲談天三友秦道古李欒城之書久無習者四香特講明天元一大衍求一之術餘事爲詩文亦皆精湛及門傳其學多擢魏科以去與予倡和之作俱刊入瀛舟筆譚

紀略

李氏遺書目

目録

召誥日名攷

元和李銳著

鄭注是時周公居攝五年二月三月當爲一月二月不云正月者蓋待治定制禮乃正言正月故也江徵君聲 王光祿鳴盛 以爲據洛誥十二月戊辰逆推之其說未核今案鄭君精於步筭此破二月三月爲一月二月以緯候入蔀數推知上攷下驗丁一符合不僅檢勘一二年閒月日也攷之如左

入戊午蔀二十九年歲在戊午是年文王得赤雀受命明年改元中候我應云季秋之月甲子案殷九月辛丑朔甲子二十四日也赤雀銜丹書入豐止于昌戶再拜稽首受

案乾鑿度是年入天元二百七十五萬九千二百八十五歲以元法四千五百六十除去之餘四百八十五不滿紀法一千五百二十爲入紀年以六十去之餘五命起甲寅筭上得是年歲在戊午置入紀年四百八十五以蔀法七十六除之得積蔀六不盡二十九爲入蔀年置積蔀六命甲子一癸卯二壬午三辛酉四庚子五已卯六筭外得戊午蔀詩大明疏鄭注尙書文王受命武王伐紂時日皆用殷秝案殷術甲寅元此亦甲寅元故云用殷術然劉歆所說殷術周公六年始入戊午蔀實與此不同

入蔀三十年己未　文王受命元年

入蔀三十一年庚申　二年

入蔀三十二年辛酉　三年

入蔀三十三年壬戌　四年

入蔀三十四年癸亥　五年

入蔀三十五年甲子　六年

入蔀三十六年乙丑　七年文王崩　文王年十五生武王九十七而終終時武王年八十三矣

入蔀三十七年丙寅　八年

入蔀三十八年丁卯　九年

入蔀三十九年戊辰　十年

入蔀四十年己巳　十一年　書序云惟十有一年武王伐殷注云十有一年本文王受命而數之是年入戊午蔀四十歲矣　是年武王頫取白魚

入蔀四十一年庚午　十二年

入蔀四十二年辛未　十三年　書序武王克殷目箕子歸作洪範洪範曰惟十有三祀譜云以秝校之文王受命十三年辛未之歲殷正月六日殺紂案是月已未朔六日甲子

入蔀四十三年壬申

入蔀四十四年癸酉　金縢既克商二年王有疾

入蔀四十五年甲戌
入蔀四十六年乙亥　武王崩時年九十三成王年十
歲
入蔀四十七年丙子
入蔀四十八年丁丑　服喪三年畢成王年十二
入蔀四十九年戊寅　周公辟居東都成王年十三
入蔀五十年己卯　周公居東二年成王年十四
入蔀五十一年庚辰　成王年十五迎周公反居攝元
年
入蔀五十二年辛巳　二年

入蔀五十三年壬午　三年
入蔀五十四年癸未　四年　封康叔作康誥成王年
十八稱孟侯
入蔀五十五年甲申　五年　作召誥
置入蔀年五十五減一餘五十四以章月二百三
十五乘之得一萬二千六百九十如章歲十九而
一得六百六十七爲積月不盡一十七爲閏餘是年
閏四月置積月六百六十七以月法二萬七千七百
五十九乘之得一千八百五十一萬五千二百五
十三如日法九百四十而一得一萬九千六百九

十七爲積日不盡七十三爲小餘以六十去積日
不盡一十七爲大餘命起戊午筭外得一月乙亥
朔置一月朔大餘一十七小餘七十三加大餘一
十四小餘七百一十九半得一月望大餘三十一
小餘七百九十二半命如前得一月己丑望又置
一月朔大餘一十七小餘七十三加大餘二十九
小餘四百九十九得二月朔大餘四十六小餘五
百七十二命如前得二月甲辰朔置二月朔大小餘加大餘一十
四小餘七百一十九半得二月望大餘一
小餘三百五十一半命得二月己未望
一月一日乙亥朔　二月一日甲辰朔

二日丙子　二日乙巳
三日丁丑　三日丙午　三月惟丙午朏
四日戊寅　四日丁未
五日己卯　五日戊申　越三日戊申
六日庚辰　六日己酉
七日辛巳　七日庚戌　越三日庚戌
八日壬午　八日辛亥
九日癸未　九日壬子
十日甲申　十日癸丑
十一日乙酉　十一日甲寅　越五日甲寅

十二日丙戌　　十二日乙卯　若翼日乙卯
十三日丁亥　　十三日丙辰
十四日戊子　　十四日丁巳　越三日丁巳
十五日己丑望　　十五日戊午　越翼日戊午
十六日庚寅　惟二月既望　十六日己未望
十七日辛卯　　十七日庚申
十八日壬辰　　十八日辛酉
十九日癸巳　　十九日壬戌
二十日甲午　　二十日癸亥
二十一日乙未　越六日乙未　二十一日甲子　越七日甲子

二十二日丙申　　二十二日乙丑
二十三日丁酉　　二十三日丙寅
二十四日戊戌　　二十四日丁卯
二十五日己亥　　二十五日戊辰
二十六日庚子　　二十六日己巳
二十七日辛丑　　二十七日庚午
二十八日壬寅　　二十八日辛未
二十九日癸卯　　二十九日壬申
　　三十日癸酉
劉歆三統術說文王受命九年而崩崩後四年而

武王克殷後七歲而崩明年周公攝政元年案校鄭少一年又以召誥洛誥俱攝政七年事其年二月乙亥朔三月甲辰朔十二月戊辰晦竝與鄭不合

召誥日名攷　儀徵阮福校

漢三統術卷上注曰見漢書凡舊本舛誤以算數推知者輒加訂正不復註明其餘確有證據者改而注之疑者仍其舊文於注甄發之它術放此

李銳述幷注

漢興方綱紀大基庶事草創襲秦正朔注曰秦以十月爲正閏爲後九月以北平侯張蒼言用顓頊秝比於六秝疏闊中最爲微近然正朔服色未覩其眞而朔晦月見弦望滿虧多非是至武帝元封七年漢興百二歲矣大中大夫公孫卿壺遂太史令司馬遷等言秝紀壞廢宜改正朔是時御史大夫兒寬明經術上迺詔寬曰與博士共議今宜何以爲正朔服色何上寬與博士賜

等議皆曰帝王必改正朔易服色所以明受命於天也創業變改制不相復推傳序文則今夏時也臣等問學褊陋不能明陛下躬聖發憤昭配天地臣愚以爲三統之制後聖復前聖者二代在前也今二代之統絶而不序矣唯陛下發聖德宣考天地四時之極則順陰陽以定大明之制爲萬世則於是迺詔御史曰迺者有司言秝未定廣延宣問以考星度未能讎也葢聞古者黃帝合而不死名察發斂定清濁起五部建氣物分數然則上矣書缺樂弛朕甚難之依違以惟未能修明其以七年爲元年遂詔卿遂遷與侍

郎尊大典星射姓等議造漢秝迺定東西立晷儀下漏刻以追二十八宿相距於四方舉終以定朔晦分至躔離弦望迺以前秝上元泰初四千六百一十七歲注曰一元之歲數也至於元封七年復得閼逢攝提格之歲注曰甲寅也史記亦云太初元年年名焉逢攝提格徐廣曰歲陰在寅左行歲星在丑右行錢詹事曰古以歲陰紀年亦百四十四歲超一辰銳案以四分以後之法言之是年歲在丁丑中冬十一月甲子朔旦冬至日月在建星注曰孟康曰建星在牽牛間太歲在子已得太初本星度新正姓等奏不能爲算願募治秝者更造密度各自增減以造漢太初秝迺選治秝鄧平及長樂司馬可酒泉候宜君侍郎尊及與民

間治秝者凡二十餘人方士唐都巴郡落下閎與焉都分天部而閎運算轉秝其法以律起秝曰律容一龠積八十一寸則一日之分也與長相終律長九寸百七十一分而終復三復而得甲子注曰九乘百七十一得一千五百三十九而終復爲一統三之得四千六百一十七而復於甲子爲元夫律陰陽九六爻象所從出也故黃鐘紀元氣之謂律律法也莫不取法焉與鄧平所治同於是皆觀新星度日月行更以推算如閎平法法一月之日二十九日八十一分日之四十三先藉半日名曰陽秝不藉名曰陰秝所謂陽秝者先朔月生陰秝者朔而後月迺生平曰陽

秝朔皆先旦月生以朝諸侯王羣臣便廼詔遷用鄧平所造八十一分律秝罷廢尤䟽遠者十七家復使較律秝昏明宦者淳于陵渠復覆太初秝晦朔弦望皆最密日月如合璧五星如連珠陵渠奏狀遂用鄧平秝以平爲太史丞後二十七年元鳳三年太史令張壽王上書言秝者天地之大紀上帝所爲傳黃帝調律秝漢元年以來用之今陰陽不調宜更秝之過也詔下主秝使者鮮于妄人詰問壽王不服妄人請與治秝大司農中丞麻光等二十餘人雜候日月晦朔弦望八節二十四氣鈞校諸秝用狀奏可詔與丞

相御史大將軍右將軍史各一人雜候上林淸臺課諸秝䟽密凡十一家以元鳳三年十一月朔旦冬至盡五年十二月各有第壽王課䟽遠案漢元年不用黃帝調秝壽王非漢秝逆天道非所宜言大不敬有詔勿劾復候盡六年太初秝第一卽墨徐萬且長安徐禹治太初秝亦第一壽王及待詔李信治黃帝調秝課皆䟽闊又言黃帝至元鳳三年六千餘歲丞相屬寶長安單安國安陵桮育治終始言黃帝以來三千六百二十九歲注曰注三千六百二十九以章歲除之得一百九十一適盡其年至朔同日故上文云元鳳三年十一月朔旦冬至也黃帝術上元辛卯至元鳳四年甲辰積二百七十六萬七十三算外入天紀一千二百七十三年入戊子蔀五十七年是元鳳四年直章首寶等說蓋黃帝術也於太初術元鳳四年入甲子統二十七年閏餘十八與此不合不與壽王合壽王又移帝王錄舜禹年歲不合人年壽王言化益爲天子代禹驪山女亦爲天子在殷周閒皆不合經術壽王秝廼太史官殷秝也壽王猥曰安得五家秝又妄言太初秝虧四分日之三去小餘七百五分注曰太初元年丁丑歲入殷術乙酉蔀二章首入蔀年十九積月二百三十五無閏餘積日六千九百三十九大餘三十九小餘七百五卽四分之三是歲至朔同日冬至大餘亦三十九小餘四分之三命大餘乙酉得天正甲子朔旦冬至於太初術是年爲甲子統首氣朔皆無大餘無小餘壽王據殷秝故曰太初虧四分日之三去小餘七百五分以故陰陽不調謂之亂世劾壽王吏八百石

古之大夫服儒衣誦不祥之辭作祅言欲亂制度不道奏可壽王候課比三年下終不服再劾死更赦勿劾遂不更言誹謗益甚竟以下吏故秝本之驗在於天自漢秝初起盡元鳳六年三十六歲注曰自元封七年起盡元鳳六年止三十年此當云三十歲六字衍而是非堅定至孝成世劉向總六秝列是非作五紀論向子歆究其微眇作三統秝及譜以說春秋推法密要故述焉注曰顏師古曰自此以下皆班氏所述劉歆之說也夫歷春秋者天時也列人事而因以天時傳曰民受天地之中以生所謂命也是故有禮誼動作威儀之則以定命也能者養之以福不能者敗以取

禍故列十二公二百四十二年之事以陰陽之中制其禮故春爲陽中萬物以生秋爲陰中萬物以成是以事舉其中禮取其和秝數以閏正天地之中以作事厚生皆所以定命也易金火相革之卦曰湯武革命順乎天而應乎人又曰治秝明時所以和人道也周道既衰幽王既喪天子不能頒朔魯秝不正以閏餘一之歲爲蔀首故春秋刺十一月乙亥朔日有食之於是辰在申而司秝以爲在建戌史書建亥注曰經作十二月傳作十一月故云哀十二年亦以建申流火之月爲建亥而怪蟄蟲之不伏也注曰詩曰七月流火故云建申自文公閏月不告朔至此百有餘年莫能正秝數故子貢欲去其餼羊孔子愛其禮而著其法於春秋經曰冬十月朔日有食之傳曰不書日官失之也天子有日官諸侯有日御日官居卿以底日禮也日御不失日以授百官於朝言告朔也元典秝始曰元傳曰元善之長也共養三德爲善又曰元體之長也合三體而爲之原故曰元於春三月每月書王元之三統也三統合於一元故因元一而九三之以爲法注曰置元一一三之得三二三之得九三三之得二十七四三之得八十一五三之得二百四十三六三之得七百二十九七三之得二千一百八十七八三之得六千五百六十一九三之得一萬九千六百八十三爲法十一三之以爲實注曰置上一萬九千六百八十三又十三之得五萬九千四百九十一三之得十七萬七千一百四十七爲實實如法得一黃鍾初九律之首陽之變也注曰置十七萬七千一百四十七以一萬九千六百八十三除之得九因而六之以九爲法得林鍾初六呂之首陰之變也注曰六乘九得五十四以九除之得六皆參天兩地之法也上生六而倍之下生六而損之皆以九爲法注曰上生者三分益一下生者三分去一三分益一者當四乘三除今六乘而又倍之即是十二乘十二乘九除猶四乘三除也三分去一者當二乘三除今六乘九除猶二乘三除也其相與之率同也九六陰陽夫婦子母之道也律娶妻而呂生子天地之情也六律六呂而十二辰立矣五聲清濁而十日行矣傳曰天六地五數之常也天有六氣降生五味夫五六者天地之中合而民所受以生也故日有六甲辰有五子十一而天地之道畢言終而復始太極中央元氣故爲黃鍾其實一龠以其長自乘故八十一爲日法注曰以黃鍾律長九寸自乘得八十一爲日法自此以下說諸數之生多不合算術學者詳之所以生權衡度量禮樂之所繇出也經元一以統始易太極之首也春秋二以目歲易兩儀之中也於春每月書王易三極之統也於四時雖亾事必書時月易四象之節也時月以建分至啓閉之分易八卦之位也象事成敗易吉凶之効也朝聘會盟易大業之本也故易與春秋天人之道也傳曰

龜象也筮數也物生而後有象象而後有滋滋而後有數是故元始有象一也春秋二也三統三也四時四也合而爲十成五體以五乘十大衍之數也而道據其一其餘四十九所當用也故蓍以爲數以象兩兩之又以象三三之又以象四四之又歸奇象閏十九及所據一加之因以再扐兩之是爲月法之實注曰置四十九兩之得九十八又三之得二百九十四又四之得一千一百七十六又并十九及一得二十加之得一千一百九十六又兩之得二千三百九十二爲月法如日法得一則一月之日數也注曰以日法除月法得二十九八十一分之四十三爲一月日數而三辰之會交矣是以能生吉凶故易曰天一地二天三地

四天五地六天七地八天九地十天數五地數五五位相得而各有合天數二十有五地數三十凡天地之數五十有五此所以成變化而行鬼神也并終數爲十九易窮則變故爲閏法注曰并天九地十得十九爲閏法參天九兩地十是爲會數注曰參天九得二十七兩地十得二十并之得四十七爲會數參天數二十五兩地數三十是爲朔望之會注曰參二十五得七十五兩三十得六十并之得百三十五爲朔望之會以會數乘之則周於朔旦冬至是爲會月注曰會數乘朔望之會得六千三百四十五爲會月九會而復元注曰以九乘會月得五萬七千一百五爲元月是九會而復元黄鐘初九之數也經於四時雖亾事必書時月時所以記啟閉也月

所以紀分至也啟閉者節也分至者中也節不必在其月故時中必在正數之月注曰節謂大雪十一月節之等中謂冬至十一月中之等節不必在其月中必在其月故傳曰先王之正時也履端於始舉正於中歸餘於終履端於始序則不愆舉正於中民則不惑歸餘於終事則不誖此聖王之重閏也以五位乘會數而朔旦冬至是爲章月注曰以五乘會數四十七得二百三十五爲章月四分月法以其一乘章月是爲中法注曰置月法二千三百九十二以四除之得五百九十八即通法以乘章月二百三十五得十四萬五百三十爲中法參閏法爲周至注曰參閏法十九得五十七爲周至以乘月法以減中法而約之則六扐之數爲一月之閏法其餘七

分此中月相求之術也注曰置章中二百二十八以四除之得五十七即周至以五十七乘月法二千三百九十二得十三萬六千三百四十四爲一月之積分此四分章中以乘月法即如四分月法以乘章中與四分月法以其一乘章月所得之中法分摘細正等故可相減以一月之積分十三萬六千三百四十四減一中之積十四萬五百三十餘四千一百八十六爲一月之閏積分與一月積分求等得五百九十八即通法以約一月積分得二百二十八即章中爲一月之閏法以約一月閏積分得七爲一月之閏分歲閏十九分之七通之則月閏二百二十八分之七也六扐褚寅亮曰當作七扐置四千一百八十六以通法除之得七分爲七扐之數也朔不得中是謂閏月注曰無中氣之月爲閏月言陰陽雖交不得中不生故日法乘閏法是爲統歲注曰以日法八十一乘閏法十九得千五百三十九爲統歲三統是爲元歲注曰三統歲得四千六百一十七爲元歲元歲之閏陰陽災三統

閏法注曰陰陽水旱也錢詹事曰每一元歲中有水旱災歲五十七卽三閏法之數易九戹曰注曰錢詹事曰九戹當作无妄益字形相涉而誤劉淵林注吳都賦引作易无妄谷永傳遭无妄之卦運直百六之災阸初入元百六陽九次三百七十四陰九次四百八十陽九次七百二十陰七次七百二十陽七次六百陰五次六百陽五次四百八十陰三次四百八十陽三凡四千六百一十七歲與一元終經歲四千五百六十災歲五十七注曰并陰陽數得五十七爲災歲以減一元四千六百一十七歲餘四千五百六十爲經歲是以春秋曰舉正於中又曰閏月不告朔非禮也閏以正時時以作事事以厚生生民之道於是乎在矣不告閏朔棄時正也何以爲民

故會僖五年春王正月辛亥朔日南至公既視朔遂登觀臺以望而書禮也凡分至啓閉必書雲物爲備故也至昭二十年二月己丑日南至失閏至在非其月梓愼望氛氣而弗正不履端於始也故傳不曰冬至而曰日南至極於牽牛之初日中之時景最長以此知其南至也斗綱之端連貫營室織女之紀指牽牛之初以紀日月故曰星紀五星起其初日月起其中注曰上元之初五星始見去日半次故五星起星紀之初日月起星紀之中凡十二次日至其初爲節至其中爲中注曰爲中二字今增錢詹事曰蔡邕月令章句日至其初爲節至其中爲中氣比文蓋脫去爲中二字斗建下爲十二辰視其

建而知其次故曰制禮上物不過十二天之大數也經曰春王正月傳曰周正月火出於夏爲三月商爲四月周爲五月夏數得天得四時之正也三代各據一統明三統常合而迭爲首登降三統之首周還五行之道也故三五相包而生天統之正始施於子半日萌色赤地統受之於丑初日肇化而黃至丑半日牙化而白人統受之於寅初日孽成而黑至寅半日生成而青天施復於子地化自丑畢於辰人生自寅成於申故秝數三統天以甲子注曰天統首日名甲子地以甲辰注曰地統首日名甲辰人以甲申注曰人統首日名甲申孟仲季迭用

事爲統首注曰寅申巳亥爲四孟子午卯酉爲四仲辰戌丑未爲四季故天統甲子爲仲統地統甲辰爲季統人統甲申爲孟統三微之統既著而五行自青始其序亦如之五行與三統相錯傳曰天有三辰地有五行然則三統五星可知也易曰參五以變錯綜其數通其變遂成天下之文極其數遂定天下之象太極運三辰五星於上而元氣轉三統五行於下其於人皇極統三德五事故三辰之合於三統也日合於天統月合於地統斗合於人統五星之合於五行水合於辰星火合於熒惑金合於太白木合於歲星土合於塡星三辰五星而相經緯也天以一生水地以二

生火天以三生木地以四生金天以五生土五勝相乘以生小周以乘乾坤之策而成大周陰陽比類交錯相成故九六之變登降于六體三微而成著三著而成象注曰三三而九二象十有八變而成卦注曰二九一十八四營而成易爲七十二注曰四乘一十八得七十二參三統兩四時相乘之數也注曰三三如九二四如八八九相乘亦得七十二參之則得乾之策注曰三乘七十二得二百一十六兩之則得坤之策注曰二乘七十二得一百四十四以陽九九之爲六百四十八以陰六六之爲四百三十二凡一千八十陰陽各一卦之微算策也注曰九乘七十二得六百四十八六乘七十二得四百三十二并之得一千八十八之爲八千六百四十而八卦小成引而信之又八之爲六萬九千一百二十天地再之爲十三萬八千二百四十然後大成五星會終注曰置一千八十八乘之得八千六百四十又八乘之得六萬九千一百二十又二乘之得十三萬八千二百四十案此五星會終數於算術當以約分入之置歲星歲數一千七百二十八太白歲數三千四百五十六鎮星歲數四千三百二十熒惑歲數一萬三千八百二十四辰星歲數九千二百一十六互約之以歲星歲數一千七百二十八與太白歲數三千四百五十六求等得一千七百二十八以約歲星歲數得一爲歲星約數既得一則與鎮星熒惑辰星歲數不更約又以太白歲數三千四百五十六與鎮星歲數四千三百二十求等得八百六十四以約鎮星歲數得五爲鎮星約數又以太白歲數三千四百五十六與熒惑歲數一萬三千八百二十四求等得三千四百五十六以約太白歲數得一爲太白約數既得一則與辰星歲數不更約又以鎮星約數五與熒惑歲數一萬三千八百二十四辰星歲數九千二百一十六各求等皆得一不約又以熒惑歲數一萬三千八百二十四與辰星歲數九千二百一十六求等得四千六百八以約熒惑歲數得三爲熒惑約數畢各爲定數歲星定數一太白定數一鎮星定數五熒惑定數三辰星定數九千二百一十六置歲星定數一以太白定數一乘之得一又以鎮星定數五乘之得五又以熒惑定數三乘之得一十五又以辰星定數九千二百一十六乘之得十三萬八千二百四十爲五星俱終之數以歲星歲數除之得八十終以太白歲數除之得四十終以鎮星歲數除之得三十二終以熒惑歲數除之得十終以辰星歲數除之得十五終也觸類而長之以乘章歲爲二百六十二萬六千五百六十而與日月會注曰以會歲五百一十三與五星會終數求等得四十七即會數以約會歲得十九即章歲以章歲乘五星會終數得二百六十二萬六千五百六十以會歲除之得五千一百二十終是月分月食之分與五星俱終三會爲七百八十七萬九千六百八十而與三統會注曰三乘與日月會數得七百八十七萬九千六百八十以統法一千五百三十九除之亦得五千一百二十終是日分月分食分與五星俱終三統二千三百六十三萬九千四百四十而復於太極上元注曰三乘與三統會數得二千三百六十三萬九千四百四十以元法四千六百一十七除之亦得五千一百二十終是日分月分食分日名與五星俱終故日復於太極上元九章歲而六之爲法太極上元爲實實如法得一陰一陽各萬一千五百二十當萬物氣體之數注曰九乘章歲得一百七十一又六乘之得一千二十六以除二千三百六十三萬九千四百四十得二萬三千四十半之得一萬一千五百二十天下之能事畢矣

三統術上畢　　甘泉老友江藩校

漢三統術卷中

李銳述并注

統母

日法八十一元始黃鐘初九自乘一龠之數得日法 注曰此於算術當以統月萬九千三十五與周天五十六萬二千一百二十求等得二百三十五以約統月得日法以約周天得月法案統月爲一統積月周天爲一統積日凡萬九千三十五月中積五十六萬二千一百二十日爲日月相與之率而爲算之道省約爲善故各約之凡八十一月中積二千三百九十二日亦爲日月相與之率也上元之首夜半合朔歷八十一月而又夜半合朔則日法者日分一終之月數也又日法爲月率月法爲日率名月率爲日法月率爲月法者見月求日當以月法乘積月是每月通爲二千三百九十二分故二千三百九十二分爲月法月之積分滿八十一成日是每月積八十一分故八十一爲日法也

閏法十九因爲章歲合天地終數得閏法 注曰月分一終之年數也上元之首冬至合朔歷十九年而又冬至合朔謂之章凡一章十九年有七閏月故章歲亦即閏法

統法千五百三十九以閏法乘日法得統法 注曰日分一終之年數也以章歲除之得八十一是月分亦終又以會歲除之得三是食分亦終上元之首夜半冬至合朔日月如合璧歷千五百三十九年而又夜半冬至合朔日月如合璧謂之統日月如合璧者合加時在晝即是日食既故爲食分終

凡一統積三會八十一章

元法四千六百一十七參統法得元法 注曰周天五十六萬二千一百二十即統日也與甲子六十求等得二十以約六十得三以三乘周天得一百六十八萬六千三百六十爲一元積日以甲子六十除之盡是日名一終也故亦以三乘統法得元法爲日名一終之年數又元法爲統法三之之數則日分月分食分亦終上元之首甲子日夜半合朔冬至日月如合璧歷四千六百一十七年而又甲子日夜半合朔冬至日月如合璧故謂之元凡一元積三統九會二百四十三章

會數四十七參天九兩地十得會數 注曰以朔望之會一百三十五與章月二百三十五求等得五以約章月得會數凡百三十五月有二十三食爲食分一終凡六千三百四十五月有二十三食者四十七爲食分四十七終也

章月二百三十五五位乘會數得章月 注曰以章歲十九減月周二百五十四餘爲章月凡十九年中積二百三十五月爲年月相與之率章歲爲年率章月爲月率以年率除月率得十二十九分之七爲一年月數又爲一歲月行去日周數又爲一日月行去日度數又以章中減之餘七爲一章閏月數

月法二千三百九十二推大衍象得月法 注曰以日法除之得日

二十九八十一分之四十三爲一月日數又爲一月日行度數

通法五百九十八四分月法得通法 注曰以日法除之得七八十一分之三十一爲一弦日數又爲一弦日行度數

中法十四萬五百三十以章月乘通法得中法 注曰置一元積日一百六十八萬六千三百六十以歲中十二除之得中法凡四千六百一十七中中積十四萬五百三十日爲中日相與之率元法爲中率中法爲日率以中率除日率得三十四千六百一十七分之二千二十爲一中日數又爲一中日行度數

周天五十六萬二千一百二十以章月乘月法得周天 注曰即統日也凡千五百三十九年中積五十六萬二千一百二十日爲年日相與之率統法爲年率周天爲日率以年率除日率得三百六十五千五百三十九分之三百八十五爲一歲日數又爲一歲

日行度數

歲中十二以三統乘四時得歲中注日一歲積十二中

月周二百五十四以章月加閏法得月周注日凡一章十九年月行二百五十四周以章歲除之得十三十九分之七為一歲月行周數又為一日月行度數

朔望之會百三十五參天數二十五兩地數三十得朔望之會注日食分一終之月數也凡二十三食中積百三十五月為食月相與之率二十三為食率朔望之會為月率以食率除月率得五二十三分之二十為一食月數上元之首合朔日月如合璧歷百三十五月而又合朔日月如合璧謂之朔望之會

會月六千三百四十五以會數乘朔望之會得會月注日月分食分俱終之月數也上元之首冬至合朔日月如合璧歷六千三百四十五月而又冬至合朔日月如合璧謂之會置會月以章歲乘之章月除之得五百一十三則會歲也凡一會積二十七章

統月萬九千三十五參會月得統月注日一元積三統九會則三會為一統故三會月得統月

元月五萬七千一百五參統月得元月

章中二百二十八以閏法乘歲中得章中

統中一萬八千四百六十八以日法乘章中得統中注日八十一章為統

元中五萬五千四百四參統中得元中

策餘八千八十什乘元中以減周天得策餘注日置一歲六甲子積日三百六十以統法通之得五十五萬四千四十為六甲子積日分以減周天餘為策餘以統法除之得五一千五百三十九分之三百八十五為一歲六甲子外日數什乘元中者十二乘統法為統中又三之為元中是元中即三十六乘統法之數又上十之即是以三百六十乘統法也

周至五十七參閏法得周至

紀母注日舊誤統母今改下推五星日紀術可證

木金相乘為十二注日天以三生木地以四生金三四一十二是為歲星小周注日以十二乘見數得萬八千九百九十六歲數除之得十千七百二十八分之千七百一十六為十二歲之定見數幾及十一故日小周春秋傳日十二年是為一終小周乘巛策為千七百二十八注日巛坤古今字十二乘百四十四得千七百二十八是為歲星歲數注日星分一終之歲數也

見中分二萬七百三十六注日星分一終之中數也

積中十三中餘百五十七注日見中法見中分為見中相與之率見中法為見率見中分為中率以見率除中率得積中十三中餘百五十七為一見中數

見中法千五百八十三見數也注日星分一終之見數也

見閏分萬二千九十六注日此當以閏法十九除之為星分一終之閏月數今不除即為星分十九終之閏月數也

積月十三月餘萬五千七十九注日見月法見閏分為見閏相與之率見月法為見率見閏分為閏率以見率除閏率實不滿法得月餘萬二千九十六為一見閏數以并積中及餘得積月十三及餘為一見月數案月餘以見月法為母中餘以見中法為母母不同不可相并當齊其子同其母然後并之驗見月法為章歲十九乘見中法之數亦以章歲乘中餘百五十七得二千九百八十三此餘亦以見月法為母以并月餘萬二千九十六得月餘萬五千七十九也

見月法三萬七十七注曰星分十九終之見數也
見中日法七百三十萬八千七百一十一
見月日法二百四十三萬六千二百三十七
金火相乘爲八又以火乘之爲十六注曰地以四生金二生火二四如八二八一十六而小復注曰以十六乘復數得三萬四千五百七十六歲數除之得十三千四百五十六分之十六餘分甚微故曰小復小復乘乾策爲三千四百五十六注曰十六乘二百一十六得二千四百五十六是爲太白歲數注曰晨歲數千九百四十四夕歲數千五百一十二
見中分四萬一千四百七十二
積中十九中餘四百一十三
見中法二千一百六十一復數注曰一晨見一夕見爲一復凡三千四百五十六年有晨見二千一百六十一夕見二千一百六十一也
見閏分二萬四千一百九十二
積月十九月餘三萬二千三十九注曰命積中爲積月又以十九乘中餘得七千八百四十七加見閏分得月餘
見月法四萬一千三百五十九
晨中分二萬二千三百二十八
積中十中餘千七百一十八注曰此晨見積中
夕中分萬八千一百四十四
積中八中餘八百五十六注曰此夕見積中

晨閏分萬三千六百八
積月十一月餘五千一百九十一注曰此晨見積月命晨見積中十爲積月又以十九乘中餘千七百一十八得三萬二千六百四十二加晨閏分得四萬六千二百五十滿見月法得一月共得積月十一月餘五千一百九十一
夕閏分萬五百八十四
積月八月餘二萬六千八百四十八注曰此夕見積月命夕見積中八爲積月又以十九乘中餘八百五十六得萬六千二百六十四加夕閏分得月餘
見中日法九百九十七萬七千三百三十七
見月日法三百三十二萬五千七百七十九
土木相乘而合經緯爲三十注曰天以五生土三生木三五一十五倍之爲三十是爲鎮星小周注曰以三十乘見數得十二萬五千二百五十以歲數除之得二十八四千三百二十分之四千二百九十幾及二十九故曰小周小周乘巛策爲四千三百二十注曰三十乘一百四十四得四千三百二十是爲鎮星歲數
見中分五萬一千八百四十
積中十二中餘千七百四十
見中法四千一百七十五見數也
見閏分三萬二百四十
積月十二月餘六萬三千三百注曰命積中爲積月又以十九乘中餘得三萬三千六十加見閏分得月餘
見月法七萬九千三百二十五

見中日法千九百二十七萬五千九百七十五
見月日法六百四十二萬五千三百二十五
火經特成故二歲而過初注曰地二生火以三十二過初爲六十四歲而小周注曰以六十四乘見數得四十一萬四千一十六以歲數除之得二十九萬三千八百二十四分之萬三千一百二十幾三十故曰小周小周乘乾策則太陽大周爲萬三千八百二十四歲注曰六十四乘二百一十六得萬三千八百二十四是爲熒惑歲數
見中分十六萬五千八百八十八
積中二十五中餘四千一百六十三
見中法六千四百六十九見數也

見閏分九萬六千七百六十八
積月二十六月餘五萬二千九百五十四注曰命積中爲積月又以十九乘中餘得七萬九千九十七加見閏分得十七萬五千八百六十五滿見月法得一月共積月六十六餘爲月餘
見月法十二萬二千九百一十一
見中日法二千九百八十六萬七千三百七十三
見月日法九百九十五萬五千七百九十一
水經特成故一歲而及初注曰天一生水以六十四及初而小復注曰以六十四乘復數得百八十五萬八千六百二十四以歲數除之得二百一九千二百一十六分之六千二百八幾二百二故曰小復小復乘巛策則太陰大周爲九千二百一十六歲注曰六十四乘百四十四得九千二百一十六是爲辰星歲數注曰晨歲數五千一百八十四夕歲數四千三十二
見中分十一萬五百九十二
積中三中餘二萬三千四百六十九
見中法二萬九千四十一復數也
見閏分六萬四千五百一十二
積月三月餘五十一萬四百二十三注曰命積中爲積月又以十九乘中餘得四十四萬五千九百一十一加見閏分得月餘
見月法五十五萬一千七百七十九
晨中分六萬二千二百八

積中二中餘四千一百二十六
夕中分四萬八千三百八十四
積中一中餘萬九千三百四十三
晨閏分三萬六千二百八十八
積月二月餘十一萬四千六百八十二注曰命晨積中二爲積月又以十九乘中餘四千一百二十六得七萬八千三百九十四加晨閏分得月餘
夕閏分二萬八千二百二十四
積月一月餘三十九萬五千七百四十一注曰命夕積中一爲積月又以十九乘中餘萬九千三百四十三得三十六萬七千五百一十七加夕閏分得月餘
見中日法一億三千四百八萬二千二百九十七

見月日法四千四百六十九萬四千九十九

合太陰太陽之歲數而中分之各萬一千五百二十注曰太陰歲數卽辰星歲數九千二百一十六也太陽歲數卽熒惑歲數萬三千八百二十四也并之得二萬三千四十半之得萬一千五百二十陽施其氣陰成其物

以星行率減歲數餘則見數也注曰星謂木火土三星行率見下五步木土行率皆百四十五火行率七千三百五十五星行率減歲數爲見數者歲數爲日行周數行率爲星行周數於日行周數內減去星行周數餘爲星行去日周數卽見數也

東九西七乘歲數并九七爲法得一金水晨夕歲數注曰錢詹事曰金水晨見在東方夕見在西方約其率晨見十六分之九夕見十六分之七鋭案此衰分法也九七爲列衰副并九七得十六爲法

以歲中乘歲數是爲星見中分注曰以歲中乘晨夕歲數得晨夕中分

星見數是爲見中法

以歲閏乘歲數是爲星見閏分注曰歲閏七一歲閏餘十九分之七也以歲閏乘晨夕歲數得晨夕見閏分

以章歲乘見數是爲見月法注曰本當以歲閏乘歲數章歲除之爲見閏分卽以見數爲見月法今見閏分省一章歲除故見月法須以章歲通之

以元法乘見數是爲見中日法注曰見數爲見率見中分爲中率以見率除中率得一見積中又元法爲中率中法爲日率以日率乘一見積中爲實中率爲法法除實得一見積日今不求中閏積中以中法乘見中分爲實得元法乘見數爲法而并除亦得一見積日故元法乘見數爲見中日法

以統法乘見數是爲見月日法注曰見月法爲見率見閏分爲閏率以見率除閏率得一見積閏月又日法爲月率月法爲日率以日率乘一見積閏月爲實月率爲法法除實得一見積閏日今不求中閏積月以月法乘見閏分爲實日法乘見月法爲法而并除亦得一見積閏日又見月法爲章歲乘見數之數則以日法乘見月法猶以日法乘章歲又乘見數又統法爲日法乘章歲之數則以日法乘章歲又乘見數猶以統法乘見數也故統法乘見數爲見月日法又統法爲元法三分之一故見月日法亦爲見中日法三分之一

五步

木晨始見去日半次注曰置伏三十三日三百三十三萬四千七百三十七分以行星三度百六十七萬三千四百五十一分減之餘三十度百六十六萬一千二百八十六分半之得去日十五度八十三萬六百四十三分故曰半次凡晨見星在日後順日行十一分度二

百二十一日注曰百二十一日日行亦百二十一度以二乘百二十一以十一除之得星行度二十二度以減日行度餘九十九度以加前去日度得去日一百一十四度分如前始留二十日注曰以日行二十五度加前去日度得去日百三十九度分如前

五日而旋逆日行七分度一八十四日注曰以七除八十四得星逆行十二度以加日行八十四度得九十六度以加前去日度得去日二百三十五度分如前復留二十四日三分注曰此三分以見中日法爲母凡五步日度下分不言分母者皆以見中日法爲母以日行二十四日三分加前去日度得去日二百五十九度八十三萬六百四十六分而旋復順日行十一分度二百一十一日有百八十二萬八千三百六十二分而伏注曰置百一十一日及分以見中日法通日內分得八億一千三百九萬五千二百八十三以二乘之十一除之得一億四千七百八十二萬五千五百六十分以見中日法除之得星行二十

度百六十六萬一千二百八十六分以減日行百一十一度百八十二萬八千三百六十二分餘九十一度十六萬七千七十六分以加前去日度得去日三百五十度九十九萬七千七百二十二分反減一周天三百六十五度百八十二萬八千三百六十五分餘十五度八十三萬六百四十三分則星在日前亦去日半次而伏凡五星伏去日度數與始見去日度數等又周天三百六十五度三百八十五分此分以統法爲母今欲令以見日中法爲母當三因度一分又以見數乘之置三百八十五以三因之得一千一百五十五又以見數乘之得百八十二萬八千三百六十五加周天度得周天三百六十五度百八十二萬八千三百六十五分**凡見三百六十五日有百八十二萬八千三百六十五分除逆定行星三十度百六十六萬一千二百八十六分凡見一歲行一次**注日并百二十一日二十五日八千四日二十四日三分百一十一日百八十三萬八千三百六十二分得凡見日數并二十二度二十度百六十六萬一千二百八十六分除逆行十二度得凡見定行星度數又此凡見日數與一歲日數同三十度爲一次故曰凡見一歲行一次**而後伏日行不盈十一分度一伏三十三日三百三十三萬四千七百三十七分行星三度百六十七萬三千四百五十三分**注日十一分度一當作十分度一置伏日及分通日內分得二億四千四百五十二萬二千二百爲法伏行度及分通度內分得二千三百五十九萬九千五百八十四以分母一十乘之得二億三千五百九十九萬五千八百四十爲實實不滿法故曰不盈十分度一也以星行三度及分減日行三十三度及分餘三十度百六十六萬一千二百八十六分以加前去日度得三百八十度二百六十五萬九千八分滿一周三百六十五度百八十二萬八千三百六十五分去之餘十五度八十三萬六百四十三分又爲去日半次而後見也一**見三百九十八日五百一十六萬三千一百二分行**

星三十三度三百三十三萬四千七百三十七分通其率故曰日行千七百二十八分度之百四十五注日以伏日及分加凡見日數得一見日數以伏行度及分加凡見定行星度數得一見行星度數置一見日數行星度數各以見中日法通之日得二十九億一千四百三萬八十分度得二億四千四百五十二萬二千二百分求等得百六十八萬六千三百六十以約日分得千七百二十八約度分得百四十五此等數以三除之得五十六萬二千一百二十卽周天也**金晨始見去日半次**注日置夕伏十六日百二十九萬五千三百五十二分以行星十四度三百六萬九千八百六十八分加之得三十度四百三十六萬五千二百二十分半之得去日十五度二百一十八萬二千六百一十分**逆日行二分度一六日**注日以二除六日得星逆行三度以加日行六度得九度以加前去日度得去日二十四度分如前**始留八日**注日以日行八度加前去日度得去日三十二度分如前**而旋始順日行四十六分度三十三四十六日**注日以三十三乘四十六日以四十六除之得星行三十三度以減日行四十六度餘十三度以加前去日度得去日四十五度分如前爲晨見去日最遠之數**順疾日行一度九十二分度十五百八十四日而伏**注日以一度九十二分度十五通度內分得一百七以乘百八十四日以九十二除之得星行二百一十四度以日行百八十四日減之餘三十度以減前去日度得去日十五度分如前亦去日半次而伏**凡見二百四十四日除逆定行星二百四十四度**注日并六日八日四十六日百八十四日得晨凡見日數并行星三十三度二百一十四度除逆行三度得晨凡見定行星度數**伏日行一度九十二分度三十三有奇伏八十三日行星百一十三度四百三十六萬五千二百**

二十分注曰置伏日數以見中日法通之得八億二千八百一十一萬八千九百七十一爲法伏行度及分通度內分得一十一億三千一百八十萬四千三百一爲實法除實得一度不盡三億三百六十八萬五千三百三十又以分母九十二乘之得二百七十九億三千九百五萬三百六十復爲實如法而一得三十三不盡六億一千一百一十二萬四千三百一十七故曰日行一度九十二分度三十三有奇又以日行八十三度減星行百一十三度及分餘三十度四百三十六萬五千二百二十分以前去日度反減之餘十五度分如前又爲去日半次而夕見也

凡晨見伏三百二十七日行星三百五十七度四百三十六萬五千二百二十分注曰以晨伏日加晨見日數得晨見伏日數以晨伏行星度及分加晨見定行星度數得凡晨見伏度數

夕始見去日半次注曰凡夕見星在日前順日行一度九十二分度十五百八十一日百七分日四十五注曰此日度兩有一分各以分母通分內子度得百七日得萬九千四百一十二相乘得二百七萬七千八十四爲實兩母相乘得九千八百四十四爲法法除實得星行二百一十一度以日行百八十一度百七分度四十五減之餘二十九度百七分度六十二此分與前去日度分母不同不可相并乃變之以六十二乘見中日法得六億一千八百五十九萬四千八百九十四以百七除之得五百七十八萬一千二百六十分小分七十四大分以見中日法爲母小分以百七爲母共得二十九度五百七十八萬一千二百六十分小分七十四以加前去日度得去日四十四度七百九十六萬三千八百七十分小分七十四爲夕見去日最遠之數順遲日行四十六分度三十三四十六日注曰星行三十三度以減日行四十六度餘十三度以減前去日度得去日三十一度分如前始留七日百七分日六十二分注曰如法變日下分得日行七度五百七十八萬一千二百六十分小分七十四以減前去日度得去日二十四度二百一十八萬二千六百一十分而

旋逆日行二分度一六日而伏注曰以星逆行三度加日行六度得九度以減前去日度得去日十五度分如前亦去日半次而伏凡見二百四十一日除逆定行星二百四十一度注曰并百八十一日百七分日四十五四十六日七日百七分日六十二六日得夕凡見日數并二百一十一度三十三度除逆行三度得夕凡見定行星度數伏逆日行八分度七有奇伏十六日百二十九萬五千三百五十二分行星十四度三百六萬九千八百六十八分注曰置伏日及分通之得一億六千九十三萬二千七百四十四爲法星行度及分通之得一億四千二百七十五萬二千五百八十六又以分母八乘之得十一億四千二百二萬六百八十八爲實法除實得七不盡千五百四十九萬一千四百八十故曰八分度七有奇也以星行十四度及分加日行十六度及分得三十度四百三十六萬五千二百二十分以前去日度反減之餘十五度分如前又爲去日半次而後晨見也

一凡夕見伏二百五十七日百二十九萬五千三百五十二分行星二百二十六度六百九十萬七千四百六十九分注曰以夕伏日及分加夕凡見日數得凡夕見伏日數以夕伏逆行星度及分減夕凡見定行星度得凡夕見伏度數

一復五百八十四日百二十九萬五千三百五十二分行星亦如之注曰并夕晨見伏日度數得一復日度數故曰日行一度

土晨始見去日半次注曰置伏日及分以行星度及分減之餘三十度八百四十三萬三千六百一分半之得去日十五度四百二十一萬六千八百分順日行十五分度一八十七日注曰以十五除八十七得星行五度十五分之十二如法變從見中日法分置十二分以見中日法乘之得二億三千一百三十一萬一千七百以十五除之得千五百四十二萬七百

八十共得星行五度千五百四十二萬七百八十分以減日行八十七度餘八十一度三百八十五萬五千一百九十五分以加前去日度得去日九十六度八百七萬一千九百九十五分始留三十四日注日以日行三十四度加前去日度得去日百三十度分如前而旋逆日行八十一分度五百一日注日以五乘百一以八十一除之得六度八十一分之十九變之置十九分以見中日法乘之得三億六千六百二十四萬三千五百二十五又以八十一除之爲分共得星行六度四百五十二萬一千五分以加日行百一度得百七十度四百五十一萬五千五百二十五分以加前去日度得去日二百三十七度千二百五十九萬三千五百二十分復留三十三日八十六萬二千四百五十五分注日以三十三度及分加前去日度得去日二百七十度千三百四十五萬五千九百七十五分而旋復順日行十五分度一八十五日而伏注日以十五除八十五得五度十五分度之十變之置十分以見中日法乘之得一億九千二百七十五萬九千七百五十以十五除之爲分共得星行五度千二百八十五萬六百五十分以減日行八十五度餘七十九度六百四十二萬五千三百二十五分以加前去日度分滿見中日法得一度共得去日三百五十度六十萬五千三百二十五分反減周天三百六十五度四百八十二萬二千一百二十五分餘十五度四百二十一萬六千八百分亦去日半次而伏求周天度分者如上三因三百八十五又以其見數乘之得周天全度外不成度之分火星放此

凡見三百四十日八十六萬二千四百五十五分除逆定行星五度四百四十七萬三千九百三十分注日并八十七日三十四日百一日三十三日及分八十五日得凡見日數并五度及分又五度及分分滿法成度得十一度八百九十九萬五千四百五十五分除逆行六度及分得凡見定行星度數伏日行不盈十五分度三　三十七日千七百一十七萬一百七十分行星七度八百七十三萬六千五百七十分注日以伏日及分通之得七億三千三十八萬一千二百四十五爲法得星度及分通之得一億四千三百六十六萬八千三百九十五以分母十五乘之得二十一億五千五百二十萬五千九百二十五爲實法除實得二不盡六億九千四百二十六萬三千四百三十五故日不盈十五分度三也以星行七度及分減日行三十七度及分餘三十度八百四十三萬三千六百分以加前去日度得三百八十度九百三十萬八千九百二十五分滿一周三百六十五度四百八十二萬二千一百二十五分去之餘十五度四百二十一萬六千八百分又爲去日半次而後見也一見三百七十七日千八百三萬二千六百二十五分行星十二度千三百二十一萬五百分通其率故曰日行四千三百二十分度之百四十五注日并見伏日度數得一見日度數如法通之日得七十三億八千五百七萬五千二百分星得二億四千四百五十二萬二千二百分求等亦得百六十八萬六千三百六十以約日分得四千三百二十約度分得百四十五

火晨始見去日半次注日置伏日及分以行星度及分減之餘三十二度七百四十七萬一千六百九十五分半之得去日十六度三百七十三萬五千八百四十七分半順日行九十二分度五十三二百七十六日注日以五十三乘二百七十六得萬四千六百二十八以九十二除之得星行百五十九度以減日行二百七十六度餘百一十七度以加前去日度得去日百三十三度分如前始留十日注日以日行十度加前去日度得去日百四十三度分如前而旋逆日行六十二分度十七六十二日注日以星逆行十七度加日行六十二度得七十九度以加前去日度得去日二百二十二度分如前復留十日注日以日行十度加前去日度得去日二百二十二度分如前而旋復順

日行九十二分度五十三二百七十六日而伏注日以星行度減日行度餘百一十七度以加前去日度得去日三百四十九度分如前反減周天三百六十五度七百四十七萬一千六百九十五分餘十六度三百七十三萬五千八百四十七分半亦去日半次而伏凡見六百三十四日除逆定行星三百一度注日并二百七十六日十日六十二日又十日二百七十六日得凡見日數并百五十九度又百五十九度除逆行十七度得凡見定行星度數伏日行不盈九十二分度七十二分伏百四十六日千五百六十八萬九千七百分行星百一十四度八百二十一萬八千五分注日以伏日及分通之得四十三億七千六百三十二萬六千一百五十八為法行星度及分通之得三十四億一千三百九萬八千五百二十七以分母九十二乘之得三千一百四十億五百六萬四千四百八十四為實法除實得七十一

不盡三十二億八千五百九十萬七千二百六十六故日不盈九十二分度七十二也以星行百一十四度及分減一日行百四十六度及分餘三十二度七百四十七萬一千六百九十五分以加前去日度得三百八十一度一千一百二十四萬七千五百四十二分半滿一周三百六十五度七百四十七萬一千六百九十五分去之餘十六度三百七十三萬五千八百四十七分半又為去日半次而後見也一見七百八十日千五百六十八萬九千七百分凡行星四百一十五度八百二十一萬八千五分通其率故日日行萬三千八百二十四分度之七千三百五十五注日如法通日度及分日得二百三十三億一千二百二十四萬六千八百四十分度得一百二十四億三百一十七萬七千八百分求等亦得百六十八萬六千三百六十以約日分得萬三千八百二十四約度分得七千三百五十五

水晨始見去日半次注日以夕伏日及分加星逆行及分得三十度五千八百六十六萬二千八百二十分半之得去日十五度二千九百三十三萬一千四百一十分逆日行二度一日注日以星行二度加日行一度得三度以加前去日度得去日十八度分如前始留二日注日以日行二度加前去日度得去日二十度分如前而旋順日行七分度六七日注日以星行六度減日行七度餘一度以加前去日度得去日二十一度分如前為晨見去日最遠之數順疾日行一度三分度一十八日而伏注日以一度三分度一通之得四分以乘十八日得七十二以三除之得星行二十四度以日行十八度減之餘六度以減前去日度得去日十五度分如前亦去日半次而伏凡見二十八日除逆定行星二十八度注日并一日二日七日十八日得晨凡見日數并六度二十四度除逆行二度得晨凡見定行星度數伏日行一度九分度七有奇三

十七日一億二千二百二萬九千六百五分行星六十八度四千六百六十一萬一百二十八分注日置伏日及分以見中日法通之得五十億八千三百七萬四千五百九十四為法伏行度及分通之得九十一億六千四百二十四萬六千三百二十四為實法除實得一度不盡四十億八千一百一十三萬一千七百三十以分母九乘之得三百六十七億三千一十八萬五千五百七十復為實以法除之得七不盡十一億四千八百六十六萬三千四百一十二故日九分度七有奇也以日行三十七度及分減星行六十八度及分餘三十度五千八百六十六萬二千八百二十分以前去日度反減之餘十五度分如前又為去日半次而夕見也凡晨見伏六十五日一億二千二百二萬九千六百五分行星九十六度四千六百六十一萬一百二十八分夕始見去日半次順疾日行一度三分

度一十六日二分日一注日以日度各通分內子日得三十三度得四相乘得百三十二爲實母二三相乘得六爲法法除實得星行二十二度以日行十六度半減之餘五度半乃半見中日法爲分得五度六千七百四萬一千一百四十入分半以加前去日度得去日二十度九千六百三十七萬二千五百五十入分半爲夕見去日最遠之數順遲日行七分度六七日注日星行減日行餘一度以減前去日度得去日十九度分如前留一日二分日一注日以日行一度六千七百四萬一千一百四十入分半減前去日度得去日十八度二千九百三十三萬一千四百一十一分而旋逆日行二度一日而伏注日以星逆行二度加日行一度得三度以減前去日度得去日十五度分如前亦去日半次而伏凡見二十六日除逆定行星二十六度注日并十六日二分日一七日一日二分日一日得夕凡見日數并二十二度六度除逆行二度得夕凡見定行星度數伏逆日行十五分度四有奇二十四日行星六度五千八百六十六萬二千八百二十分注日置伏日以見中日法通之得三十二億一千七百九十七萬五千一百二十八爲法伏行度及分通之得八億六千三百一十五萬六千六百二以分母十五乘之得百二十九億四千七百三十四萬九千三十爲實法除實得四不盡七千五百四十四萬八千五百一十八故日十五分度四有奇也以星行六度及分加日行二十四度得三十度五千八百六十六萬二千八百二十分以前去日度反減之餘十五度分如前又爲去日半次而後晨見也凡夕見伏五十日行星十九度七千五百四十一萬九千四百七十七分一復百一十五日一億二千二百二萬九千六百五分行星亦如之故曰日行一度

統術

推日月元統置太極上元以來外所求年注日外所求年者不計所求年盈元法除之注日除之謂除去之上元之首甲子夜半合朔冬至日月如合璧盈元法則事事俱如上元故須除去之餘不盈統者則天統甲子以來年數也注日元餘不盈統爲人甲子統盈統除之餘則地統甲辰以來年數也注日元餘在統法以上除去統法餘爲人甲辰統盈統法亦事事如上元惟日名不同故須以三統別之又盈統除之餘則人統甲申以來年數也注日元餘以統法除之尚在統法以上須又除之餘爲人甲申統各以其統首日爲紀注日統首日即甲子甲辰甲申

推天正以章月乘人統歲數注日入舊誤人錢詹事日人當作入盈章歲得一名曰積月不盈者名曰閏餘注日此今有術也章歲爲所有率章月爲所求率人統歲爲所有數而今有之得積月及閏餘爲所求數也九章今有術日以所有數乘所求率爲實以所有率爲法實如法而一閏餘十二以上歲有閏注日一歲閏餘十九分之七如年前有閏餘十二則并其年閏餘七滿章歲成月故有閏求地正加積月一求人正加二注日上元起天正故求地正人正當加

推正月朔以月法乘積月盈日法得一名曰積日不盈者名曰小餘注日此亦今有也以日法爲月率月法爲日率積月爲月數而今有之得日數小餘三十八以上其月大注日一月小餘八十一分之四十三如前月有小餘三十八則并其月小餘四十三滿日法成日故其月大積日盈六十除之注日日名六十而周故盈六十除之不盈者名曰大餘數從統首日起算外注日如大餘五數從天統甲子起一甲子二乙丑三丙寅四丁卯五戊辰算外得己巳則朔

日也求其次月加大餘二十九小餘四十三注曰以日法除月法得大餘二十九小餘四十三小餘盈日法得一從大餘注曰加有大餘二十九小餘四十三加大餘二十九小餘四十三得大餘五十八小餘八十六滿日法八十一得大餘一并入大餘五十八共得大餘五十九小餘五數除如法求弦加大餘七小餘三十一注曰以日法除通法得大餘七小餘三十一求望倍弦注曰求望加大餘十四小餘六十二

推閏餘所在以十二乘閏餘加七得一盈章中數所得起冬至算外則中至終閏盈注曰十二歲中也閏餘本以章歲十九爲母以歲中十二乘之則以章中二百二十八爲母一歲閏餘十九分之七各以十二通之卽爲一歲閏餘二百二十八之八十四以十二分之得一中閏餘二百二十八之七故每加七則得一中加滿章中則滿法成月歲中起冬至故數起冬至算外得閏餘所在中氣在朔若二日則前月閏也注曰無中氣者爲閏月中氣在朔或二日則前月無中氣故前月閏

推冬至以策餘乘入統歲數注曰策舊誤算入舊誤人從錢詹事改盈統法得一名曰大餘不盈者名曰小餘注曰此亦今有也以統法爲歲率策餘爲大餘率入統歲爲所有率而今有之得大餘除數如法則所求冬至日也求八節加大餘四十五小餘千一十注曰八節二至二分四立也置周天以八節除之得七萬二百六十五加統法而一得大餘四十五小餘千一十求二十四氣三其小餘加大餘十五小餘千一十推中節二十四氣皆以元爲法注曰節舊誤部錢詹事曰三其小餘者以元法爲日法也部當作節銳案置周天以二十四氣除之得二萬三千四百二十一二十四分之十六約爲三之二以三通分內子得七萬二百六十五亦以三通統法爲元法除之得大餘十五小餘千一十故曰以元爲法

推五行其四行各七十三日統歲分之七十七注曰置周天以五除之得十一萬二千四百二十四以統法除之得七十三千五百三十九之七十七爲五行各用事日數云四行者不數中央四立以後各七十三日及分爲春木夏火秋金冬水用事統歲卽統法中央各十八日統法分之四百四注曰置周天五分之一十一萬二千四百二十四以四除之得二萬八千一百六以統法除之得十八千五百三十九分之四百四爲土行分王四時之日數四立以前各十八日及分爲土王用事冬至後中央二十七日六百六分注曰分至距四立各四十五日千一十分以土王十八日四百四分減之餘二十七日六百六分據分至求中央皆當加此日數云冬至者以冬至爲例

推合晨所在星注曰日月之會謂之辰置積日以統法乘之以十九乘小餘而并之注曰積日爲統首以來至所求合朔之日數日行一度統法爲一度積分以統法乘積日所得爲統首以來至所求合朔夜半積度分合朔小餘本以日法爲母以十九乘之亦得統法爲母故可相并所得爲統首以來至所求合朔加時積度分盈周天除去之不盈者令盈統法得一度注曰不盈周天者爲所求年冬至至合朔加時積度分以統法除之爲冬至至合朔加時積度及餘數起牽牛注曰冬至日在牽牛初故數起牽牛算外則合晨所入星度也推其日夜半所在星以章歲乘月小餘以減合晨度注曰月小餘爲夜半至合朔加時之日分卽爲夜半至合朔加時日所行之度分故以減合晨度得夜半日所在星章歲乘月小餘卽上文十九乘小餘也小餘不足者破全度注曰小餘不足謂合晨度小餘不足減章歲乘月小餘之

數破全度者去合辰度一下加統法而後減之推其月夜半所在星以月周乘月小餘盈統法得一度注曰日日行一度月日行十三度十九分之七各以十九通之日得十九即章歲月得二百五十四即月周求日以章歲乘小餘故求月以月周乘小餘盈統法爲度所得爲夜半至合朔加時月所行之度及餘以減合晨度

推諸加時以十二乘小餘爲實各盈分母爲法注曰此亦今有也分母爲日分率十二爲時率小餘爲所有日分而今有之得所求時數數起於子算外則所加辰也注曰加辰即加時

推月食注曰錢詹事曰古以日食爲災所以重天變警人君詩云彼月而食則維其常春秋書日食不書月食術家不推月食之術不及日食皆是也其實推日食即同月食置會餘歲積月注曰置入統歲盈會歲五百一十三除去之不盈者會餘歲也以章月乘之盈章歲得一爲積月今

案三統不見會歲之數當置入統以來積月盈會月除去之餘即會餘歲積月也以二十三乘之盈百三十五除之注曰此亦今有也百三十五爲月率二十三爲食率置積月數而今有之得積食不盈者加二十三得一月盈百三十五數所得起其正算外則食月也注曰不盈者食餘也積月以二十三乘故每加二十三得一月加滿百三十五則得一食起其正者如前推天正則起天正地正則起地正也加時在望日衝辰注曰加時月食所加時也如日加子而望則食在午故日在望日衝辰加春秋左傳襄二十四年正義曰漢書律歷志載劉歆三統之術以爲五月二十三分月之二十乃爲一交交在望前朔則日食望則月食交在望後望則月食後月朔則日食交正在朔則日食既前後望不食交正在望則月食既前後朔不食今無此文案正義所云蓋學三統者依後來衙家之說推言之若三統本術止以盈百三十五爲有食初無推交在望前望後之法也

紀術

推五星見復置太極上元以來盡所求年注曰盡所求年者所求年亦置一算乘大統見復數盈歲數得一則定見復數也不盈者名曰見復餘注曰此亦今有也歲數爲所有率見復數爲所求率上元以來年爲所有數而今有之得積見復數見復餘盈其見復數一以上見在往年倍一以上又在前往年不盈者在今年也注曰所求年以見復數乘則每歲得一見復數故每一見復數爲一年歲星太白鎮星歲數已上故有見往年者熒惑歲數在其見數倍一以上故有見在前往年者辰星歲數少於復數無見在往年之事

推星所見中次以見中分乘定見復數盈見中法得一則積中法也不盈者名曰中餘注曰此亦今有也見中法爲見率見

中分爲中率置定見復數而今有之得積中以元中除積中餘則中元餘也以章中除之餘則入章中數也以十二除之餘則星見中次也注曰累以元中章中十二除去之者去其重疊也下據中元餘推至日故須先以元中除之以章中除之者下推見月以章月除月元餘故此亦先以章中除之其實以十二除中元餘餘即爲星見中次一歲十二中周天十二次其數同故日中次中數從冬至起次數從星紀起算外則星中所見中次也

推星見月以閏分乘定見復數注曰舊作以閏分乘定見據上文例增以章歲乘中餘從之盈見月法得一并積中則積月也不盈者名曰月餘注曰月餘舊誤月中餘今刪此亦今有也見月法爲見率見閏分爲閏率置見復數而今有之得積閏月以章歲月中餘從之者中餘本以見中法爲毋見月法爲章歲

乘見中法之數以章歲乘中餘則亦以見月法爲母母同子齊故可相并一歲正數之月十二與歲中同故積閏加積中得積月 以元月除積月餘名曰月元餘以章月除月元餘則入章月數也以十二除之至有閏之歲除十三入章三歲一閏 注曰以閏分七乘三歲得二十一以十九除之得一閏 六歲二閏 注曰以閏分七乘六歲得四十二以十九除之得二閏 九歲三閏 注曰以閏分七乘九歲得六十三以十九除之得三閏 十一歲四閏 注曰以閏分七乘十一歲得七十七以十九除之得四閏 十四歲五閏 注曰以閏分七乘十四歲得九十八以十九除之得五閏 十七歲六閏 注曰以閏分七乘十七歲得百一十九以十九除之得六閏 十九歲七閏 注曰以閏分七乘十九歲得百三十三以十九除之得七閏 不盈者數於天正算外則星所見月也

推至日 注曰此推星所見中日云至日者舉冬至爲例也 以中法乘中元餘盈元法得一名曰積日不盈者名曰小餘 注曰此亦今有也以元法爲中率中法爲日率中元餘爲中數而今有之得日數 小餘盈二千五百九十七以上中大 注曰一中小餘元法分之二千二十若小餘盈二千五百九十七則并二千二十滿元法成日故中大錢詹事曰中餘滿法成日衍家謂之沒日四分以後並有推沒日術三統無之 數除積日如法 注曰此以中元餘求積日當數從元首甲子起除謂六十除去之 算外則冬至也

推朔日以月法乘月元餘盈日法得一名曰積日餘名曰小餘小餘三十八以上月大 注曰此與推天正術同 數除積日如法 注曰亦數從甲子起 算外則星見月朔日也

推入中次日度數以中法乘中餘以見中法乘其小餘并之盈見中日法得一則入中日入次度數也 注曰中餘本以見中法爲母前推至日以中法乘積中爲實元法爲法今以中法乘中餘爲實則當以見中法乘元法爲法又前推至日小餘以元法爲母今以見中法乘之亦當以見中法乘元法爲母母同子齊故可相并元法乘見中法得見中日法故盈見中日法得一 中以至日數 注曰以舊誤次 次以次初數算外則星所見日及所在度數也 注曰日及舊誤 及日從錢詹事乙 求夕在日後十五度

推入月日數以月法乘月餘以見月法乘其小餘并之盈見月日法得一則入月日數也 注曰月餘本以見月法爲母前推朔日以月法乘積月爲實日法爲法今以月法乘月餘爲實則當以見月法乘日法爲法又朔日小餘

以日法爲母以見月法乘之亦當以見月法乘日法爲法故可并之見月法乘日法與統法乘見中法同統法乘見中法得見月日法故盈見月日法得一 并之大餘數除如法則見日也 注曰并之大餘并朔日大餘也此亦可數起朔日入中日亦可并至日大餘互文也

推後見中加積中於中元餘加後中餘於中餘 注曰後中餘舊脫中字歲星加積中十三中餘百五十七它皆放此 盈其法得一從中元餘除數如法則後見中也 注曰舊誤作數如法則見也今改

推後見月加積月於月元餘加後月餘於月餘 注曰歲星加積月十三月餘萬五千七十九它放此 盈其法得一從月元餘除數如法則後見月也

推至日及入中次日度數如上法 注曰舊脫下日字從錢詹事增

推朔日及入月日數如上法注曰舊脫下日字從錢詹事增

推晨見加夕夕見加晨皆如上法

推五步置始見以來日數至所求日各以其行度數乘之注曰日度兩無分者直相乘之爲積度如水晨見日行二度一日但以一二相乘得二爲積度也其星若日有分者分子乘全爲實分母爲法注曰子有所乘母當報除也如太始見日行十一分度二百二十一日此星有分也以分子二乘全百二十一得二百四十二二爲實分母十一爲法得二十二爲積度日有分放此其兩有分者分母分度數乘全分子從之令相乘爲實分母相乘爲法注曰分度數三字衍子相乘則母各當報除故相乘爲法而連除如金夕見日行一度九十二分度十五百八十一日百七分日四十五以度分母九十二乘全一度得九十二度分子十五從之共得百七爲度分以日分母百七乘全百八十一日得萬九千三百六十七日分子四十五從之共得萬九千四百一十二爲日分令度分日分相乘得二百七萬七千八十四爲實以度分母九十二日分母百七相乘得九千八百四十四爲法法除實得二百一十一爲積度實如法得一名曰積度數起星初見星宿所在宿度算外則星所在宿度也注曰星宿二字衍

歲術

推歲所在置上元以來外所求年盈歲數除去之注曰歲星歲數也去之亦去其重疊歲數爲歲分一終元法爲日月元統一終求其俱終之歲以歲數與元法求等得二十七以約歲數得六十四以乘元法得二十九萬五千四百八十八歲而歲星與元俱終又八十乘之得二千三百六十三萬九千四十而復于太極上元也不盈者以百四十五乘之以百四十四爲法如法得一名曰積次不盈者名曰次餘注曰此亦今有也以百四十四爲年率百四十五爲次率不盈者爲年數而今有之得積次凡千七百二十八年歲星行百四十五周以周天十二次乘之得千七百四十次則爲千七百二十八年數得千七百四十次也兩數求等得十二以約年數得百四十四爲年率以約次數得百四十五爲次率歲星大率一歲移一辰今百四十四年行百四十五次是一歲行一次外又超一辰計千七百二十八年超十二辰而一周也春秋左傳襄二十八年正義云欲知入次度者以次餘乘一次三十度以百四十四除之今三統亦無此文積次盈十二除去之注曰十二次一周天故去之不盈者名曰定次數從星紀起算盡之外則所在次也欲知太歲以六十除積次注曰據積舊衍餘字餘不盈者數從丙子起算盡之外則太歲日也注曰據積次求太歲是太歲亦百四十四年超一辰也案太歲與歲星常相應歲星自丑而子右行於天太歲自子而丑左行於地歲星在丑則太歲在子歲星在子則太歲在丑推之十二次皆然故鄭康成周禮注云歲謂太歲歲星與日同次之月斗所建之辰如歲星在丑十一月與日同在丑斗建子太歲在子之類是也太歲日者如太初元年太歲在丙子則其年丙子日爲太歲日鄭注周禮云若今秝日太歲在某月某日某甲是後漢有太歲日也唐杜甫太歲日詩黃鶴注云此是大歷三年正月初三日作攷通鑑目錄大歷三年戊申正月丙午朔初三戊申與黃鶴說合是唐時尚有太歲日也又案太初元年太歲在丙子又云閼逢攝格之歲者錢詹事日闕逢攝提格指太陰所在非太歲所在也太陰常在太歲前二辰故太歲在子則太陰在寅太歲在丑則太陰在卯淮南天文訓太陰在寅歲名曰攝提格太陰在卯歲名曰單閼之類皆謂太陰非太歲也銳案太初元年太歲日丙子後九年至太始二年超一辰太歲日丙戌又百四十四年至建武二十六年庚戌歲以超辰計之太歲當爲辛亥其時當超不超自爾以後太歲一歲一名而不用超辰之法又卽以太

歲紀年而不用闕逢攝提格之等由是古法亾矣

嬴縮傳曰歲棄其次而旅於明年之次以害鳥帑周楚惡之五星之盈縮不是過也過次者殃大過舍者災小不過者亾咎次度注曰此二字衍六物者歲時數日月星辰也注曰錢詹事曰數字衍文也 辰者日月之會而建所指也

星紀初斗十二度大雪中牽牛初冬至於夏為十一月商為十二月周為正月注曰無中氣者為閏月故有中氣則為正數之月也 終於婺女七度注曰錢詹事曰共三十度三百八十五分

玄枵初婺女八度小寒中危初大寒於夏為十二月商為正月周為二月 終於危十五度注曰共三十度

諏訾初危十六度立春中營室十四度驚蟄今曰雨水於夏為正月商為二月周為三月注曰錢詹事曰今日者東漢所改班氏紀之於史也 終於奎四度注曰共三十一度

降婁初奎五度雨水今曰驚蟄中婁四度春分於夏為二月商為三月周為四月 終於胃六度注曰共三十度

大梁初胃七度穀雨今曰清明中昴八度清明今曰穀雨於夏為三月商為四月周為五月 終於畢十一度注曰共三十度

實沈初畢十二度立夏中井初小滿於夏為四月商為五月周為六月 終於井十五度注曰共三十一度

鶉首初井十六度芒種中井三十一度夏至於夏為五月商為六月周為七月 終於柳八度注曰共三十度

鶉火初柳九度小暑中張三度大暑於夏為六月商為七月周為八月 終於張十七度注曰共三十一度

鶉尾初張十八度立秋中翼十五度處暑於夏為七月商為八月周為九月 終於軫十一度注曰共三十度

壽星初軫十二度白露中角十度秋分於夏為八月商為九月周為十月 終於氐四度注曰共三十一度

大火初氐五度寒露中房五度霜降於夏為九月商為十月周為十一月 終於尾九度注曰共三十度

析木初尾十度立冬中箕七度小雪於夏為十月商為十一月周為十二月 終於斗十一度注曰共三十一度禮記月令正義引三統歷云大雪日在斗十二度昏壁五度中去日八十四度旦角三度中冬至日在牛初度昏奎十度中去日八十二度旦亢七度中小寒日在婺女八度昏婁十一度中去日八十四度旦氐十二度中大寒日在危初度昏昴二度中去日八十度旦心五度中立春日在危十六度正月中日在室十四度立春昏畢十度中去日九十八度正月中昏井二度中去日九十三度銳案此立春正月中並脁旦中星度二月節日在奎五度昏井二十二度中去日九十七度旦斗五度中春分日在婁四度昏柳五度中去日一百二度旦斗十六度中三月之節日在胃七度昏張十二度中去日一百七度旦斗二十六度中清明日在昴八度昏翼四度中去日一百一十一度旦女二度中四月節日在畢十二度昏軫四度中去日一百一十四度旦虛三度中四月中日在井初度昏角六度中去日一百一十七度旦危六度中五月五日在井十六度昏氐二度中去日一百一十九度旦室三度中五月中日在井三十一度昏房二度中去日一百一十九度旦奎十一度中銳

案旦奎中當在六月節緣脫去五月中旦中一條誤在於此奎十一度數亦有誤六月節日在柳九度昏尾七度中去日一百一十九度旦婁八度中鋭案旦婁中當在六月中六月中日在張三度昏箕二度中去日一百一十七度旦胃十四度中鋭案旦胃中當在七月節七月節日在張十八度昏斗四度中去日一百一十四度旦畢八度中鋭案旦畢中當在七月中七月中日在翼十五度昏斗十六度中去日一百一十一度旦井初度中鋭案旦井中當在八月節下云井二度兩者必有一誤八月節日在軫十二度昏斗二十六度中去日一百六度旦井二度中八月中日在角十度昏女三度中去日一百六度旦井二十一度中九月節日在氐五度昏虛二度中去日九十七度旦張初度中鋭案此旦中有誤九月中日在房五度昏危三度中去日九十三度旦張十八度中鋭案此旦中亦有誤十月節日在尾十度昏危十四度中去日八十九度旦翼初度中十月中日在箕七度昏室十度中去日八十六度鋭案此脫旦中一條右昏旦中星今三統術無此文以校四分術昏明中星率後五度葢三統起牛初四分起牛前五度故也

角十二　亢九　氐十五　房五　心五　尾十八

箕十一

東七十五度

斗二十六之分注曰四分以後各術一周全度外不成度之分名曰斗分三統統母無斗分之日術中亦不見其末度數起牛初則餘分三百八十五亦當在斗末也　牛八　女十二

虛十　危十七　營室十六　壁九

北九十八度

奎十六　婁十二　胃十四　昴十一　畢十六

觜二　參九

西八十度

井三十三　鬼四　柳十五　星七　張十八

翼十八　軫十七

南百一十二度

九章歲爲百七十一歲而九道小終九終千五百三十九歲而大終注曰九九八十一章爲一統中積三會　三終而與元終注曰九會而復元　進退於牽牛之前四度五分九會陽以九終故日有九道陰兼而成之故月有十九道陽名成功故九會而終四營而成易故四歲中餘一注曰一歲大餘五小餘三百八十五四之小餘滿統法得一從大餘得大餘二十一小餘一　四章而朔餘一爲篇首注曰一章大餘三十九小餘六十三四之大餘滿六十去之小餘滿日法得一從大餘得大餘三十九小餘一案此因四分舊率也四分之術四歲而中無小餘四章而朔無小餘爲蔀首篇首卽蔀首史記歷書有歷術甲子篇　八十一章而終一統

一甲子漢太初元年	甲辰二統	甲申三統	二癸卯	癸未	癸亥	三癸未	癸亥
十辛酉	辛丑	辛巳	十一辛丑	辛巳	辛酉	十二辛巳	辛酉
十九己未	己亥	己卯	二十己亥	己卯	己未	二十一己卯	己未
二十八丁巳	丁酉	丁丑文王四十二年	二十九丁酉	丁丑	丁巳周公五年	三十丙子	丙辰
三十七乙卯	己未	乙亥微王六年	三十八甲午	甲戌	甲寅	三十九甲戌	甲寅
四十六壬子	壬辰	壬申	四十七壬辰	壬申	壬子	四十八壬申	壬子
五十五庚戌	庚寅	庚午	五十六庚寅	庚午	庚戌	五十七庚午	庚戌
六十四戊申	戊子	戊辰	六十五戊子	戊辰	戊申元四年	六十六丁卯	丁未
七十三丙午中	丙戌季	丙寅孟擊二年	七十四乙酉中	乙丑季	乙巳孟	七十五乙丑中	乙巳季

癸卯	辛丑	己亥	丙申	甲午	壬辰	庚寅（成平二年）	丁亥	乙酉孟
四癸亥（初元二年）	十三辛酉	二十二戊午	三十一丙辰	四十甲寅	四十九壬子	五十八己酉	六十七丁未	七十六乙巳中
癸卯	辛丑	戊戌	丙申	甲午	壬辰	己丑	丁亥	乙酉季
癸未	辛巳	戊寅	丙子	甲戌	壬申（熹平八年）	己巳	丁卯	乙丑孟
五癸卯（河平元年）	十四庚子	二十三戊戌	三十二丙申	四十一甲午	五十辛卯	五十九己丑	六十八丁亥	七十七乙酉中
癸未	庚辰	戊寅	丙子	甲戌	辛未	己巳	丁卯	乙丑季（□□元年）
癸亥	庚申	戊午	丙辰	甲寅（獻□五年）	辛亥	己酉	丁未	乙巳孟（楚□三年）
六壬午	十五庚辰	二十四戊寅	三十三丙子	四十二癸酉	五十一辛未	六十己巳	六十九丁卯	七十八甲子中
壬戌	庚申	戊午	丙辰	癸丑	辛亥	己酉	丁未	甲辰季
壬寅	庚子	戊戌	丙申（陽□四年）	癸巳	辛卯	己丑	丁亥（康四年）	甲申孟
七壬戌（始建國三年）	十六庚申	二十五戊午	三十四乙卯	四十三癸丑	五十二辛亥	六十一己酉	七十丙午	七十九甲辰中
壬寅	庚子	戊戌	乙未	癸巳	辛卯	己丑	丙戌	甲申季
壬午	庚辰	戊寅	乙亥	癸酉	辛未	己巳（定年）	丙寅	甲子孟
八壬寅	十七庚子	二十六丁酉	三十五乙未	四十四癸巳	五十三辛卯	六十二戊子	七十一丙戌	八十甲申中
壬午	庚辰	丁丑	乙亥	癸酉	辛未	戊辰	丙寅	甲子季
壬戌	庚申	丁巳	乙卯	癸丑	辛亥（僖五年）	戊申	丙午	甲辰孟
九壬午	十八己亥	二十七丁丑	三十六乙亥	四十五癸酉	五十四庚午	六十三戊辰	七十二丙寅	八十一甲子中
壬戌	己未	丁巳	乙卯	癸丑	庚戌	戊申	丙午	甲辰季
壬寅	己亥	丁酉	乙未	癸巳（懿□年）	庚寅	戊子	丙戌	甲申孟（元朔六年）

注曰錢詹事曰以上三統各八十一章章首朔旦冬至之日名也章分三行以孟中季三統注於下今本行列失次訂之如此

推章首朔旦冬至日置大餘三十九小餘六十一注曰法以月法乘章月得五十六萬二千一百二十如日法而一得六千九百三十九為積日不盡六十一為小餘六十去積日不盡三十九為大餘數除如法各從其統首起求其後章當加大餘三十九小餘六十一各盡其八十一章

推篇大餘亦如之小餘加一求周至加大餘五十九小餘二十一注曰四章為篇三章為周至置一章大餘三十九小餘六十一四之餘數如法得篇大餘三十九小餘一三之得周至大餘五十九小餘二十一

漢三統術中畢

甘泉老友江藩校

漢三統術卷下

李銳述并注

世經

春秋昭公十七年郯子來朝傳曰昭子問少昊氏鳥名官何故注曰舊脫官字對曰吾祖也我知之矣昔者黃帝氏以雲紀故爲雲師而雲名炎帝氏以火紀故爲火師而火名共工氏以水紀故爲水師而水名大昊氏以龍紀故爲龍師而龍名我高祖少昊摯之立也鳳鳥適至故紀於鳥爲鳥師而鳥名言郯子據少昊受黃帝黃帝受炎帝炎帝受共工共工受太昊故先言

黃帝上及太昊稽之於易炮犧神農黃帝相繼之世可知

太昊帝易曰炮犧氏之王天下也言炮犧繼天而王爲百王先首德始於木故爲帝太昊作罔罟以田漁取犧牲故天下號曰炮犧氏

祭典曰共工氏伯九域言雖有水德在火木之閒非其序也任知刑以彊故伯而不王秦以水德在周漢木火之閒周人䙴其行序故易不載注曰顏師古曰䙴古遷字也

炎帝易曰炮犧氏沒神農氏作言共工伯而不王雖有水德非其序也以火承木故爲炎帝教民耕農故天下號曰神農氏

黃帝易曰神農氏沒黃帝氏作火生土故爲土德與炎帝之後戰於阪泉遂王天下始垂衣裳有軒冕之服故天下號曰軒轅氏

少昊帝考德曰少昊曰清清者黃帝之子清陽也是其子孫名摯立土生金故爲金德天下號曰金天氏周䙴其樂故易不載序於行

顓頊帝春秋外傳曰少昊之衰九黎亂德顓頊受之廼命重黎蒼林昌意之子也金生水故爲水德天下號曰高陽氏周䙴其樂故易不載序於行

帝嚳春秋外傳曰顓頊之所建帝嚳受之清陽元囂之孫也水生木故爲木德天下號曰高辛氏帝摯繼之不知世數周䙴其樂故易不載周人禘之

唐帝帝系曰帝嚳四妃陳豐生帝堯封於唐蓋高辛氏衰天下歸之木生火故爲火德天下號曰陶唐氏讓天下於虞使子朱處于丹淵爲諸侯卽位七十載

虞帝帝系曰顓頊生窮蟬五世而生瞽叟瞽叟生帝舜處虞之嬀汭堯嬗以天下火生土故爲土德天下號曰有虞氏讓天下於禹使子商均爲諸侯卽位五十載

伯禹帝系曰顓頊五世而生鯀鯀生禹虞舜嬗以天
下土生金故爲金德天下號曰夏后氏繼世十七王
四百三十二歲
成湯書經湯誓湯伐夏桀金生水故爲水德天下號
曰商後曰殷
三統上元至伐桀之歲十四萬一千四百八十歲歲
在太火房五度注曰置上元至伐桀歲數盈歲星歲數除去之餘一千五百一十二以百
四十五乘之得二十一萬九千二百四十盈百四十四而一得一千五百二十二爲積次不盡七十二爲
次餘積次盈十二去之餘十名曰定次數起星紀算外得大火又置次餘七十二以三十乘之得二千一
百六十如百四十四而一得積度十五數起次初氐五度算外得房五度故傳曰大火閼

伯之星也實紀商人後爲成湯方即世崩殁之時爲
天子用事十三年矣商十二月乙丑朔旦冬至注曰是歲
入甲辰統七十七章首也置上元至伐桀十四萬一千四百八十歲加湯用事十三年共得十四萬一千
四百九十三歲滿元法去之餘二千九百八十三歲滿統法又去之餘一千四百四十四爲入甲辰統年
以章歲除之得七十六算外得七十七章首積月一萬七千八百六十無閏餘積日五十二萬七千四百
二十一大餘二十一小餘十九得殷十二月乙丑朔旦冬至故書序曰成湯既沒
太甲元年使伊尹作伊訓伊訓篇曰惟太甲元年十
有二月乙丑朔伊尹祀于先王誕資有牧方明言雖
有成湯太丁外丙之服以冬至越茀祀先王于方明
以配上帝是朔旦冬至之歲也後九十五歲商十二
月甲申朔旦冬至亾餘分是爲孟統注曰孟統甲申統也置太甲元
年入甲辰統一千四百四十四歲加九十五歲得一千五百三十九歲滿統法去之爲入甲申統首自
伐桀至武王伐紂六百二十九歲故傳曰殷載祀六
百
殷秝曰當成湯方即世用事十三年十一月甲子朔
旦冬至注曰續漢志云殷術開闢至獲麟二百七十五萬九千八百八十六歲依殷術說是年至
獲麟積一千八百八十六年以減開闢歲數餘二百七十五萬八千八百爲開闢至是年積年以四分術元法
四千五百六十除之得六百五適盡是年入天紀甲子蔀首終六府首注曰顏師古曰府首
即蔀首當周公五年則爲距伐桀四百五十八歲少百
七十一歲不盈六百二十九又以夏時乙丑爲甲子

計其年迺孟統後五章癸亥朔旦冬至也注曰置太甲元年入
甲辰統一千四百四十四歲加一百七十一歲得一一六百一十五歲滿統法去之餘七十六爲入甲申
統年以章歲除之得四算外爲入五章首積月九百四十無閏餘積日二萬七千七百五十九大餘三十
九小餘一得十一月癸亥朔旦冬至以爲甲子府首皆非是凡殷世繼
嗣三十一王六百二十九歲
四分上元至伐桀十三萬二千一百一十三歲其八
十八紀甲子府首入伐桀後百二十七歲注曰置四分上元至
伐桀歲數加一百二十七歲得十三萬二千二百四十以四分術紀法一千五百二十除之得八十七適
盡爲入八十八紀甲子府首案此即周術也李淳風五經算術注云周術上元丁巳至僖公五年丙寅積
二百七十五萬九千七百六十九算依劉歆說伐桀至僖五年積一千九十六歲以減周術積年餘二百

七十五萬八千六百七十三爲周術上元至伐桀積年以此四分上元歲數減之餘二百六十二萬六千五百六十爲此四分上元在周術上元後之積年以四分術元會四萬一千四百除之得六十四適盡是此四分上元日月閏積及月食並與周術上元同故曰卽周術也錢詹事曰此四分上元依東漢不用超辰之說則元起丁巳歲與周厤合又依此歲數推魯僖公五年入壬子蔀第四章以辛亥日一分合朔冬至亦與周厤合

春秋秝周文王四十二年十二月丁丑朔旦冬至孟統之二會首也注曰是歲入甲申統二十八章首也入統年五百一十三積月六千三百四十五無閏餘積日千八萬七千三百七十三大餘五十七三小餘二十七得十二月丁丑朔旦冬至置入統年以會歲五百一十三去之適盡故云孟統二會首後八歲而武王伐紂

武王書經牧誓武王伐商紂水生木故爲木德天下

號曰周室

三統上元至伐紂之歲十四萬二千一百九歲歲在鶉火張十三度注曰置上元至伐紂歲數以歲星歲數除之得八十二去之餘四百一十三以百四十五乘之得五萬九千八百八十五盈百四十四而一得積次四百一十五次餘一百二十五積次盈十二去之餘七起星紀算外得歲在鶉火也又以一次三十度乘次餘得三千七百五十盈百四十四而一得積度二十六數起次初柳九度算外得張十三度文王受命九年而崩再期在大祥而伐紂故書序曰惟十有一年武王伐紂大誓八百諸侯會還歸二年乃遂伐紂克殷以箕子歸十三年也故書序曰武王克殷以箕子歸作洪範洪範篇曰維十有三祀王訪于箕子自文王受命

而至此十三年歲亦在鶉火注曰置伐紂歲定次七次餘一百二十五各減十二得定次七次餘一百一十三命如上得文王受命之歲歲在鶉火故傳曰歲在鶉火則我有周之分野也師初發以殷十一月戊子日在析木箕七度注曰置下所推周正月大餘七小餘二十九減一月大小餘得殷十一月大餘三十七小餘六十七得殷十一月辛酉朔戊子月之二十八日也距正月合朔三日小餘二十九置正月合朔積度三百三十七度餘四百二十一減三度度餘五百五十一得戊子日夜半積度三百三十三度餘一千四百九命如法得戊子日夜半日在箕六度度餘一千四百九其日入箕七度故傳曰日在析木是夕也月在房五度注曰戊子後一日己丑距周正月合朔二日小餘二十九置二日以日法通之得一百六十二以小餘二十九并之得一百九十一以月周乘之得四萬八千五百一十四以統法除之得三十一度度餘八百五爲己丑夜半至周正月合朔月行度

分以減合辰度三百三十七度餘四百二十一得己丑夜半月行積度三百五度餘一千一百五十五命如法得己丑夜半月在心一度是戊子之夕月在房五度也房爲天駟故傳曰月在天駟後三日得周正月辛卯朔合辰在斗前一度注曰是歲入甲申統年五百二十一積月六千四百四十三閏餘十八其年有閏積日十九萬二百六十七大餘七小餘二十九得周正月辛卯朔置積日以統法乘之得二億九年二百八十二萬九百一十三以十九乘小餘得五百五十一并之得二億九千二百八十二萬一千四百六十四滿周天去之餘五十一萬九千六十四以統法除之得積度三百三十七度餘四百二十一數起牽牛算外得正月朔合辰在箕十度距斗一度斗柄也故傳曰辰在斗柄明日壬辰晨星始見注曰置上元至伐紂歲數以復數二萬九千四十一乘之得四十一億二千六百九十八萬七千四百六十九如歲數九千二百一十六而一得定復數四十四萬七千八百六復餘七千三百七十三

以見中分十一萬五百九十二乘定復數得四百九十五億二千三百七十六萬一千一百五十二如見中法而一得積中一百七十萬五千三百四中餘二萬七千六百八十八置積中以元中去之中元餘四萬三千一百八十四以十二去之餘八得晨見在伐紂前年處暑中鶉尾之次又以見閏分六萬四千五百一十二乘定復數得二百八十八億八千八百八十六萬六百七十二以章歲乘中條得五十二萬六千七十二并之得二百八十八億八千九百三十八萬六千七百四十四如見月法五十五萬一千七百七十九而一得積閏月五萬二千三百五十六月餘四十四萬五千四百二十以積閏并積中得積月一百七十五萬七千六百六十置積月以元月去之月元餘四萬四千五百一十以章月去之餘入章月九十五先去兩閏月以十二去之餘九得晨見在十月又以中法乘中元餘得六十億六千八百六十四萬七千五百二十如元法而一得積日一百三十一萬四千四百一十三大餘五十三小餘二千六百九十九命甲子得丁巳處暑又以月法乘月元餘得一億六百四十六萬七千九百二十如日法而一得積日

一百三十一萬四千四百一十八大餘五十八小餘六十二命甲子得十月壬戌朔又以中法乘中餘得三十八億九千九十九萬四千六百四十見中法乘中小餘得七千八百三十八萬一千六百五十九并之得三十九億六千九百三十七萬六千二百九十九如見中日法一億三千四百八萬二千二百九十七而一得入中日二十九小餘八千九十八萬九千六百八十六數起處暑中丁巳得晨見在處暑中三十日丙戌又置入中日命爲入次度數起鶉尾初張十八度得晨見在軫十一度又以月法乘月餘得十億六千五百四十四萬四千六百四十見月法乘月小餘得三千四百二十一萬二百九十八并之得十億九千四百六十五萬四千九百三十八如見月日法四千四百六十九萬四千九十九而一得八月日二十四小餘二千六百九十九萬六千五百六十二數起十月朔壬戌得晨見在十月二十五日丙戌又置晨見中大餘五十三加入中日二十九小餘八千九十八萬九千六百八十六又加晨見伏六十五日小餘一億二千二百二萬九千六百五小餘滿見中日法得一大餘盈六十去之得大餘二十八小餘六千八百九十三萬六千九百九十四命甲子得壬辰夕見正月二日也又置入次度二十九度餘八千九十八萬九千六百八十六加晨見伏行星九十六度度餘四千六百六十一萬一百二十八得積度一百二十五度度餘一億二千七百五十九萬九千八百一十四積度滿鶉尾三十度壽星三十一度大火三十度析术三十一度去之餘入次度三命起星紀初斗十二度得夕見在斗十五度

癸巳注曰周正月三日武王始發丙午注曰正月十六日逮師戊午注曰正月二十八日度于孟津孟津去周九百里師行三十里故三十一日而度明日己未冬至注曰入統年五百二十一冬至積大餘二千七百三十五大餘三十五小餘五百一十五得己未冬至月之二十九日也晨星與婺女伏歷建星及牽牛至於婺女天黿之首注曰置上夕見大餘二十八加夕凡見二十六日得大餘五十四命甲子得戊午晨星夕伏冬至前一日也又置夕見入次度三加夕凡見定行星

二十六度得入次度二十九命起次初斗十二度得夕伏在女七度建星即斗見在斗伏在女故曰歷建星牽牛至婺女天黿之首故傳曰星在天黿注曰韋昭曰天黿次名一曰元枵周書武成篇惟一月壬辰旁死霸若翌日癸巳武王廼朝步自周于征伐紂序曰一月戊午師度于孟津至庚申二月朔日也注曰置上正月大餘七小餘二十九以朔大餘二十九小餘四十三加之得大餘三十六小餘七十二命如法得二月庚申朔四日癸亥至牧野夜陳甲子昧爽而合矣故外傳曰王以二月癸亥夜陳武成篇曰粤若來三月既死霸粤五日甲子咸劉商王紂是歲也閏數餘十八正大寒中在周二月己丑晦明日閏月庚寅朔三月二日庚申驚蟄四月己丑朔

死霸死霸朔也生霸望也是月甲辰望注日置上二月大餘三十六小餘七十二以一月大小餘累加之得閏月大餘六小餘三十四三月大餘三十五小餘七十七四月大餘五小餘三十九又加大餘十四小餘六十二得四月望大餘二十小餘二十各命之得閏月庚寅朔三月已未朔四月已丑朔甲辰望置上冬至大餘三十五小餘五百一十五三乘小餘得小餘一千五百四十五以一中大餘三十小餘二千二十加之得大寒大餘五小餘三千五百六十五又加得驚蟄大餘三十六小餘九百六十八各命之得已丑大寒二月三十日也庚申驚蟄三月二日也是無中氣者為閏乙巳旁之故武成篇曰惟四月既旁生霸粵六日庚戌武王燎于周廟翌日辛亥祀于天位粵五日乙卯乃以庶國祀馘于周廟文王十五而生武王受命九年而崩崩後四年而武王克殷克殷之歲八十六矣

後七歲而崩故禮記文王世子曰文王九十七而終武王九十三而終凡武王即位十一年周公攝政五年正月丁巳朔旦冬至注日是歲入甲申統年五百三十二積月六千五百八十無閏餘積日十九萬四千三百一十三大餘三十三小餘七得正月丁巳朔旦冬至又置入統年以章歲除之得二十八盡為入二十九章首殷歷以為六年戊午距煬公七十六歲入孟統二十九章首也後二歲得周公七年復子明辟之歲是歲二月乙亥朔庚寅望注日是歲入甲申統五百三十四年積月六千六百四閏餘十四加積月一共得積月六千四百五積日十九萬五千五十一得二二月大餘五十一小餘二十九加大餘十四小餘六十二得二月望大餘六小餘一十命甲申得二月乙亥朔庚寅望後六日得乙未故召誥曰惟二月既望粵六日乙未又其三月甲辰朔注日置上二月大小餘加大餘二十九小餘四十三得三月大餘二十小餘七十三命甲申得三月甲辰朔三日丙午名誥曰惟三月丙午朏古文月采篇曰三日曰朏是歲十二月戊辰晦注日置上三月大小餘其年有閏加一月大小餘者十滿去如法得十二月大餘十六小餘十六命甲申得十二月庚子朔小餘在三十八已下其月小是戊辰為十二月晦周公以反政故洛誥篇曰戊辰王在新邑烝祭歲命作策惟周公誕保文武受命惟七年

成王元年正月己巳朔注日置前年十二月大餘十六小餘十六加一月大小餘得是年正月大餘四十五小餘五十九如法命之得正月己巳朔此命伯禽俾侯于魯之歲也後三十年四月庚戌朔十五日甲子哉生

霸注日是歲入甲申統五百六十四年積月六千九百七十五閏餘十五加積月三共得積月六千九百七十八積日二十萬六千六十六大餘二十六小餘三十得四月庚戌朔加大餘十四小餘六十二得望大餘四十一小餘十一如法命之得乙丑望是甲子為月之十五日在望前一日故顧命曰惟四月哉生霸王有疾不豫甲子王乃洮沬水作顧命翌日乙丑成王崩

康王十二年六月戊辰朔注日是歲入甲申統五百七十六年積月七千一百二十四閏餘四積日二十一萬三百七十七正月大餘十七小餘七十一二月大餘四十七小餘三十三三月大餘十六小餘七十六四月大餘四十六小餘三十八五月大餘十六無小餘六月大餘四十五小餘四十三七月大餘十五小餘五八月大餘四十四小餘四十八得正月辛丑朔二月辛未朔三月庚子朔四月庚午朔五月庚子朔六月己巳朔七月己亥朔八月戊辰朔然則此文六月葢八月之譌三

日庚午故畢命豐刑曰惟十有二年六月庚午朏王命作策豐刑

春秋殷歷皆以殷魯自周昭王以下亾年數故據周公伯禽以下爲紀

魯公伯禽推卽位四十六年至康王十六年而薨故傳曰燮父禽父並事康王言晉侯燮魯公伯禽俱事康王也子考公就立酋

考公世家卽位四年及煬公熙立

煬公二十四年正月丙申朔旦冬至注曰是歲甲統三十三章首也入統年六百八積月七千五百二十無閏餘積日二十二萬二千七十二大餘十二小餘入得正月丙申朔旦冬至殷秝以爲丁酉距微公七十六歲世家煬公卽位六十年子幽公宰立

幽公世家卽位十四年及微公弟立濆

微公二十六年正月乙亥朔旦冬至注曰是歲入甲申統三十七章首也入統年六百八十四積月八千四百六十無閏餘積日二十四萬九千八百三十一大餘五十一小餘九得正月乙亥朔旦冬至殷秝以爲丙子距獻公七十六歲世家微公卽位五十年子厲公翟立擢

厲公世家卽位三十七年及獻公具立

獻公十五年正月甲寅朔旦冬至注曰是歲入甲申統四十一章首也入統年七百六十積月九千四百無閏餘積日二十七萬七千五百九十大餘三十小餘十得正月甲寅朔旦冬至殷秝以爲乙卯距懿公七十六歲世家獻公卽位五十年子愼公執立嚊

愼公世家卽位三十年及武公敖立

武公世家卽位二年子懿公被立戲

懿公九年正月癸巳朔旦冬至注曰是歲入甲申統四十五章首也入統年八百三十六積月一萬三百四十無閏餘積日三十萬五千三百四十九大餘九小餘十一得正月癸巳朔旦冬至殷秝以爲甲午距惠公七十六歲世家懿公卽位九年兄子柏御立

柏御世家卽位十一年叔父孝公稱立

孝公世家卽位二十七年子惠公皇立

惠公三十八年正月壬申朔旦冬至注曰是歲入甲申統四十九章首也入統年九百一十二積月一萬一千二百八十無閏餘積日三十三萬一千一百八大餘四十八小餘十二得正月壬申朔旦冬至殷秝以爲癸酉距釐公七十六歲世家惠公卽位四十六年子隱公息立凡伯禽至春秋三百八十六年

春秋隱公春秋卽位十一年及桓公軌立此元年上距伐紂四百歲

桓公春秋卽位十八年子莊公同立

莊公春秋卽位三十二年子愍公啟方立

愍公春秋卽位二年及釐公申立

鼂公五年正月辛亥朔旦冬至注日是歲入甲申統九百八十八年積月一萬二千二百二十無閏餘積日三十六萬八百六十七大餘二十七小餘十三得正月辛亥朔旦冬至殷秝以爲壬子距成公七十六歲是歲距上元十四萬二千五百七十七歲得孟統五十三章首注日置入統年九百八十八以章歲除之得五十二算外爲入五十三章首故傳曰五年春王正月辛亥朔日南至八月甲午晉侯圍上陽童謠云丙子之晨龍尾伏辰袀服振振取虢之旂鶉之賁賁天策焞焞火中成軍虢公其奔卜偃曰其九月十月之交乎丙子旦日在尾月在策鶉火中必是時也冬十二月丙子注日丙子當有朔字下滅虢言秝者以夏時故周十二月夏十月也注日置是年正月積日及小餘加十一月積日三百二十四小餘六十八共得積日三十六萬一千一百九十二大餘五十二無小餘得周十二月丙子朔又以統法乘積日得五億五千五百八十七萬四千四百八十八滿周天去之餘四十九萬九千九百二十八盈統法而一得積度三百二十四度餘一千二百九十二得周十二月朔合辰在尾十五度是歲歲在大火注日置距上元歲數滿歲星歲數去之餘八百八十以百四十五乘之得十二萬七千六百盈百四十四而一得積次八百八十六次餘十六以十二除積次餘十得歲在大火故傳曰晉侯使寺人披伐蒲重耳奔狄董因曰君之行歲在大火後十二年鼂之十六歲歲在壽星注日置上定次十次餘十六各加十一得積次二十一次餘二十七積次十二去之餘九得歲在壽星故傳曰重耳處狄十二年而行過衛五鹿乞食於壄人壄人舉凷而與之

子犯曰天賜也後十二年必獲此土歲復於壽星必獲諸侯後八歲鼂之二十四年也歲在實沈注日置上定次九次餘二十七各加八得積次十七次餘三十五積次滿十二去之餘五得歲在實沈秦伯納之故傳曰董因云君以辰出而以參入必獲諸侯春秋鼂公卽位三十三年子文公與立

文公元年距辛亥朔旦冬至二十九歲是歲閏餘十三正小雪閏當在十一月後注日是歲入甲申統一千一十七年積月一萬二千五百七十八閏餘十三其年有閏以十二乘閏餘得一百五十八加七者十一得二百三十四滿章中二百二十八去之餘六置加數十一數起冬至算外得小雪是閏在十一月後又置積月加十共得積月一萬二千五百八十八積日三十七萬一千七百三十四大餘三十四小餘四十二得十一月戊午朔以一月大餘二十九小餘四十三累加前大小餘得閏月大餘四小餘四十二月大餘三十三小餘四十七如法命之得閏月戊子朔十二月丁巳朔又是年冬至積大餘五千三百三十九大餘五十九小餘六百三十九三乘小餘得小餘一千九百一十七累以一氣大餘十五小餘千一十加之滿去加法得霜降大餘三小餘三千六百四十九小雪大餘三十四小餘一千五十二加法命之得丁亥霜降十一月三十日也戊午小雪十二月二日也是無中氣者爲閏而在三月故傳曰非禮也後五年閏餘十是歲亡閏注日是歲入甲申統一千二十二年積月一萬二千六百四十閏餘十無閏而置閏閏所以正中朔也亡閏而置閏又不告朔故經曰閏月不告朔言亡此月也傳曰不告朔非禮也春秋文公卽位十八年子宣公倭立

宣公春秋卽位十八年子成公黑肱立

成公十二年正月庚寅朔旦冬至注曰是歲入甲申統五十七章首也人統年一千六十四積月一萬三千一百六十無閏餘積日三十八萬八千六百二十六大餘六小餘十四得正月庚寅朔旦冬至殷厤以爲辛卯距定公七十六歲注曰定公下舊衍七年二字春秋成公卽位十八年子襄公午立

襄公二十七年距辛亥百九歲九月乙亥朔注曰是歲入甲申統一千九十七年積月一萬三千五百六十八閏餘三加積月八共得積月一萬三千五百七十六積日四十萬九百一十一大餘五十一小餘一得九月乙亥朔是建申之月也魯史書十二月乙亥朔日有食之傳曰冬十一月乙亥朔日有食之於是辰在申司厤過也再失閏矣言時實行以爲十一月也不察其建不考之於天也二十八

年距辛亥一百一十歲歲在星紀注曰置僖公五年歲星定次十次餘十六各加百一十得積次一百二十次餘一百二十六積次滿十二去之適盡得歲在星紀故經曰春無冰傳曰歲在星紀而淫於元枵三十年歲在娵訾三十一年歲在降婁注曰置上定次空次餘一百二十六各加二得定次二次餘一百二十八是三十年歲在娵訾又各加一得定次三次餘一百二十九是三十一年歲在降婁是歲距辛亥百一十三年二月有癸未上距文公十一年會子承匡之歲夏正月甲子朔凡四百四十有五甲子奇二十日爲日二萬六千六百有六旬注曰襄三十年入甲申統一千一百年積月一萬三千六百五閏餘五加積月一共得積月一萬三千六百六積日四十萬一千七百九十六大餘三十六小餘七十六得二月庚申朔其月二十四日癸未置積日加二十四日共得四十萬一千八百二十爲人統至是年二月癸未積日又文公十一年入統一千二十七年積月一萬二千七百二閏餘七加積月二共得積月一萬二千七百四積日三十七萬五千一百六十大餘四十小餘八得夏正月甲子朔置入統至癸未積日以此積日減之餘二萬六千六百六十日以六十甲子除之得四百四十四餘二十日是得四百四十五甲子也故傳曰絳縣老人曰臣生之歲正月甲子朔四百四十有五甲子矣其季於今三之一也師曠曰郤成子會于成匡之歲也七十三年矣史趙曰亥有二首六身下二如身則其日數也士文伯曰然則二萬六千六百有六旬也春秋襄公卽位三十一年子昭公稠立

昭公八年歲在析木十年歲在顓頊之虛元枵也注曰

置襄三十一年歲星定次三次餘一百二十九昭公八年各加八得定次十一次餘一百三十七歲在析木十年又各加二積次滿十二去之得定次一次餘一百二十九歲在元枵十八年距辛亥百三十一歲五月有丙子戊寅壬午火始昏見宋衞陳鄭火注曰是歲入甲申統一千一百十九年積月一萬三千八百四十一閏餘五加積月四共得積月一萬三千八百四十五積日四十萬八千八百二十五大餘四十五小餘二十三得五月己巳朔其月八日丙子十日戊寅十四日壬午二十年春王正月距辛亥百三十三歲是辛亥後八章首也正月己丑朔旦冬至注曰是歲入甲申統年一千一百二十一積月一萬三千七百六十五無閏餘積日四十萬九千四百四十五大餘五小餘三十五得正月己丑朔旦冬至失閏故傳曰二月己丑日南至三十二年歲在星紀距辛亥百四十五歲

盈一次矣注曰置僖公五年歲星定次十次餘十六谷加百四十五得積次一百五十五次餘百六十一次餘滿百四十四去之加積次一共得積次一百五十六滿十二去之盡得歲在星紀次餘滿法成一故日盈一次故傳曰越得歲吳伐之必受其咎春秋昭
公卽位三十二年及定公宋立
定公七年正月已巳朔旦冬至注曰是歲入甲申統六十一章首也入統年一千一百四十積月一萬四千一百無閏餘積日四十一萬六千三百八十五大餘四十五小餘十五得正月已巳朔旦冬至殷秝以爲庚午距元公七十六歲春秋
定公卽位十五年子哀公將立
哀公十二年冬十二月流火非建戌之月也是月也
螽故傳曰火伏而後蟄者畢今火猶西流司秝過也

詩曰七月流火春秋哀公卽位二十七年自春秋盡
哀公十四年凡二百四十二年六國春秋哀公後十
三年遜于邾子悼公曼立寧
悼公世家卽位三十七年子元公嘉立
元公四年正月戊申朔旦冬至注曰是歲入甲申統六十五章首也入統年一千二百十六積月一萬五千四十無閏餘積日四十一萬四千一百四十四大餘二十四小餘十六得正月戊申朔旦冬至殷秝以爲已酉距康公七十六歲元公
世家卽位二十一年子穆公衍立顯
穆公世家卽位三十三年子恭公奮立
恭公世家卽位二十二年子康公毛立

康公四年正月丁亥朔旦冬至注曰是歲入甲申統六十九章首也入統年一千二百九十二積月一萬五千九百八十無閏餘積日四十七萬一千九百三大餘三小餘十七得正月丁亥朔旦冬至殷秝以爲戊子距繆公七十六歲康公世
家卽位九年子景公偃立
景公世家卽位二十九年子平公旅立
平公世家卽位二十年子繆公賈立
繆公二十二年正月丙寅朔旦冬至注曰是歲入甲申統七十三章首也入統年一千三百六十八積月一萬六千九百二十無閏餘積日四十九萬九千六百六十二大餘四十二小餘十八得正月丙寅朔旦冬至殷秝以爲丁卯距楚元七十六
歲繆公世家卽位二十三年子頃公讎立

頃公表十八年秦昭王之五十一年也秦始滅周周
凡三十六王八百六十七歲
秦伯昭公本紀無天子五年
孝文王本紀卽位一年元年楚考烈王滅魯頃公爲
家人周滅後六年也
莊襄王本紀卽位三年
始皇本紀卽位三十七年
二世本紀卽位三年凡秦伯五世四十九歲
漢高祖皇帝著紀代秦繼周木生火故爲火德天下
號曰漢距上元年十四萬三千二十五歲歲在大棣

東井二十二度鶉首之六度也注曰置距上元歲數以歲星歲數去之餘一千三百二十九以百四十五乘之得十九萬二千七百五十盈百四十四而一得積次一千三百十八次餘三十三以十二去積次餘六命星紀算外得歲在鶉首以三十乘次餘得九百九十盈百四十四而一得積度六數起井十六度算外得歲在東井二十二度錢詹事曰東井二十二度鶉首之七度也六當作七又以六十除積次餘十八起丙子算外得太歲日甲午故漢志曰歲在大棣名曰敦牂太歲在午八年十一月乙巳朔旦冬至注曰是歲距入甲申統七十七章首也入統年一千四百四十四積月一萬七千八百六十無閏餘積日五十二萬七千四百二十一大餘二十一小餘十九得十一月乙巳朔旦冬至楚元三年也故殷秝以爲丙午距元朔七十六歲著紀高帝即位十二年

惠帝著紀即位七年

高后著紀即位八年

文帝前十六年後七年著紀即位二十三年

景帝前七年中六年後三年著紀即位十六年

武帝建元元光元朔各六年元朔六年十一月甲申朔旦冬至注曰是歲入甲申統八十一章首也入統年一千五百二十積月一萬八千八百無閏餘積日五十五萬五千一百八十無大餘小餘二十得十一月甲申朔旦冬至殷歷以爲乙酉距初元七十六歲元狩元鼎元封各六年

漢秝太初元年距上元十四萬三千一百二十七歲前十一月甲子朔旦冬至歲在星紀婺女六度注曰置距上元歲數以元法除之盡爲入元首甲子統首又置距上元歲數以歲星歲數去之餘一千四百三十一以百四十五乘之得二十萬七千四百九十五盈百四十四而一得積次一千四百四十一次餘一百三十五以十二除積次適盡得歲在星紀又以三十乘次餘得四千五十盈百四十四而一得積度二十八數起斗十二度算外得婺女六度以六十除積次亦盡得太歲日丙子故漢志曰歲名困敦正月歲星出婺女太初天漢太始征和各四年後二年著紀即位五十四年

昭帝始元元鳳各六年元平一年著紀即位十三年

宣帝本始地節元康神爵五鳳甘露各四年黃龍一年著紀即位二十五年

元帝初元二年十一月癸亥朔旦冬至注曰是歲入甲子統五章首也入統年七十六積月九百四十無閏餘積日二萬七千七百五十九大餘三十九小餘一得十一月癸亥朔旦冬至殷秝以爲甲子以爲紀首是歲也十月日食注曰置上積月以二十三乘之得二萬一千六百二十盈百三十五而一得百六十去之餘二十加二十三者十一得二百七十三盈百三十五又去之餘三置加數十一命起十一月算外得十月有食非合辰之會不得爲紀首距建武七十六歲注曰錢詹事曰此七字班氏所增初元永光建昭各五年竟寧一年著紀即位十六年

成帝建始河平陽朔鴻嘉永始元延各四年綏和二年著紀即位二十六年

哀帝建平四年元壽二年著紀即位六年

平帝著紀卽位元始五年以宣帝元孫嬰爲嗣謂之
孺子
孺子著紀新都侯王莽居攝三年
王莽居攝盜襲帝位竊號曰新室始建國五年天鳳
六年地皇三年著紀盜位十四年
更始帝著紀以漢宗室滅王莽卽位二年赤眉賊立
宗室劉盆子滅更始帝自漢元年訖更始二年凡二
百三十歲
光武皇帝著紀以景帝後高祖九世孫受命中興復
漢改元曰建武歲在鶉尾之張度建武三十一年中
元二年卽位三十三年注曰錢詹事曰按光武建武元年距上元十四萬三千二百五十五歲以歲星歲數除之歲餘一千一百五十九以百四十五乘之得二十二萬六千五十五盈百四十四而一得積次一千五百六十九次餘百一十九以十二除積次餘數九推歲星當在壽星又以六十除積次餘數亦九知太歲在乙酉也志云歲在鶉尾之張度疑有誤自王莽居攝以下班固所增入非歆本文

漢三統術下畢

甘泉老友江藩校

漢四分術卷上注曰見續漢志

李銳述并注

自太初元年始用三統秝施行百有餘年秝稍後天
朔先秝朔或在晦月見考其行日有退無進月有進
無退建武八年中太僕朱浮太中大夫許淑等數上
書言秝不正宜當改更時分度覺差尚微上以天下
初定未遑考正至永平五年官秝署七月十六日食註曰永平五年壬戌歲入三統術甲子統一百六十五年以章月二百三十五乘之得三萬八千七百七十五如章歲十九而一得積月二千四十閏餘一十五其年有閏案通鑑目錄是年閏五月置積月二千四十以二十三乘之得四萬六千九百二十盈百三十五去之餘七十五加二十三者九得二百八十二盈百三十五又去之餘一十二置加數九命起十一月算外得七月是七月有食又置積月二千四十加九月共得積月二千四十九以月法二千三百九十二乘之得四百九十萬一千二百八如日法八十一而一得積日六萬五百八小餘六十以六十去積日得大餘二十八命甲子得七月壬辰朔加朔大餘十四小餘六十二得望大餘四十三小餘四十一命如前得丁未望是七月十六日食
待詔楊岑
見時月食多先秝卽縮用算上爲日上言月當十五
日食官秝不中詔書令岑普與官課起七月盡十一
月弦望凡五官秝皆失岑皆中庚寅詔令岑署弦望
月食官復令待詔張盛景防鮑鄴等以四分法與岑
課歲餘盛等所中多岑六事十二年十一月丙子詔
書令盛防代岑弦望月食加時四分之術始頗施行

是時盛防等未能分明秝元綜校分度故但用其弦望而已先是九年太史待詔董萌上言秝不正事下三公太常知秝者雜議訖十年四月無能分明據者至元和二年太初失天益遠日月宿度相覺浸多而候者皆知冬至之日日在斗二十一度未至牽牛五度而以為牽牛中星後天四分日之三注日元和二年乙酉入三統術甲子統一百八十八年以策餘八千八十乘之得一百五十一萬九千四十如統法一千五百三十九而一得大餘九百八十七小餘四十七大餘滿六十去之得冬至大餘二十七小餘四十七命甲子得辛卯冬至其小餘不及四分之一於四分術入辛酉蔀一十七年以日餘乘之得二千八百五十六如中法而一得大餘八十九小餘八即四分之一大餘滿六十去之得冬至大餘二十九命辛酉得庚寅冬至兩術相課是三統後天四分日之三也後天舊誤從天今改晦朔弦望差天一日注日置上入三統術甲子統一百八十八年以章月二百三十五乘之得四萬四千一百八十八如章歲十九而一得積月二千三百二十五閏餘五以月法二千三百九十二乘積月得五百五十六萬一千四百如日法八十一而一得積日六萬八千六百五十九小餘二十一以六十去積日得大餘一十九命甲子得天正癸未朔置一朔大餘一十九小餘二十一累以大餘七小餘三十一加之得上弦大餘二十六小餘五十二望大餘三十四小餘二下弦大餘四十一小餘三十三各命甲子得庚寅上弦戊戌望乙巳下弦又置上入四分術辛酉蔀一十七年以章月乘之得三千九百九十五如章歲而一得積月二百一十閏餘五以蔀日乘積月得五百八十二萬九千三百九十如蔀月而一得積日六千二百一小餘四百五十以六十去積日得大餘二十一命辛酉得天正壬午朔置朔大餘二十一小餘四百五十累以大餘七小餘三百五十九四分三加之得上弦大餘二十八小餘八百九四分三望大餘三十六小餘二百二十九

四分二下弦大餘四十三小餘五百八十九四分一各命辛酉得己丑上弦丁酉望甲辰下弦是晦朔弦望皆差一日宿差五度章帝知其謬錯以問史官雖知不合而不能易故召治秝編訢李梵等綜校其狀二月甲寅遂下詔曰朕聞古先聖王先天而天不違後天而奉天時河圖曰赤九會昌十世以光十一以興又曰九名之世帝行德封刻政朕以不德奉承大業夙夜祗畏不敢荒寧予末小子託在於數終曷以續興崇弘祖宗拯濟元元尚書璿璣鈐曰述堯世放唐文帝命驗曰堯考德顧期立象且三五步驟優劣殊軌況乎頑陋無以克堪雖欲從之末由也已每見圖書中心恧焉間者以來政治不得陰陽不和災異不息癘疫之氣流傷於牛農本不播夫庶徵休咎五事之應咸在朕躬信有闕矣將何以補之書曰惟先假王正厥事又曰歲二月東巡狩至岱宗柴望秩于山川遂覲東后叶時月正日祖堯岱宗同律度量考在璣衡以正秝象庶乎有益春秋保乾圖曰三百年斗秝改憲史官用太初鄧平術有餘分一在三百年之域行度轉差注日錢詹事日四分術歲三百六十五日四分日之一太初術以千五百三十九分之三百八十五為斗分積至四年小滿皆滿一日而太初術又多千五百三十九分之一所謂餘分一也積至三百年當羸七十五分則冬至益後天故云行度轉差寖以謬錯璇璣不正

文象不稽冬至之日日在斗二十二度而秝以爲牽牛中星先立春一日則四分數之立春日也以折獄斷大刑於氣已迕用望平和秝時之義蓋亦遠矣今改行四分以遵於堯以順孔聖奉天之文冀百君子越有民同心敬授獲咸喜以明予祖之遺功於是四分施行而訢梵猶以爲元首十一月當先大欲以合耦弦望命有常日而十九歲不得七閏晦朔失實行之未期章帝復發聖思考之經讖使左中郎將賈逵問治秝者衞承李崇太尉屬梁鮪司徒嚴朂注曰錢詹事曰此嚴朂亦司徒之椽屬非司徒也史脫文太子舍人徐震鉅鹿公乘蘇統及訢梵等十八人以爲月當先小據春秋經書朔不書晦者朔必有明晦不朔必在其月也卽先大則一月再朔後月無朔是明不可必梵等以爲當先大無文正驗取欲諧耦十六日月朓昏晦當滅而已又晦與合同時不得異日又上知訢梵亢見敕毋拘秝已班天元始起之月當小定後年秝數遂正永元中復令史官以九道法候弦望驗無有差跌逵論集狀後之議者用得折衷故詳錄焉

逵論曰太初秝冬至日在牽牛初者牽牛中星也古黃帝夏殷周魯冬至日在建星建星卽今斗星也太初秝斗二十六度三百八十五分牽牛八度案行事史月注冬夏至日常不及太初秝五度冬至日在斗二十一度四分度之一石氏星經曰黃道規牽牛初直斗二十度去極二十五度於赤道斗二十一度也四分法與行事候注天度相應尚書考靈曜斗二十二度無餘分冬至在牽牛所起又編訢等據今日所在牽牛中星五度於斗二十一度四分一與考靈曜相近卽以明事元和二年八月詔書曰石不可離令兩候上得筭多者太史令玄等候元和二年至永元元年五歲中課日行及冬夏至斗二十一度四分一合古秝建星考靈曜日所起其星間距度皆如石氏故事他術以爲冬至日在牽牛初者自此遂黜也逵論曰以太初秝考漢元盡太初元年日朔二十三事其十七得朔四得晦二得二日新秝七得朔十四得晦二得三日以太初秝考太初元年盡更始二年二十四事十得晦以新秝十六得朔七得二日一得晦以太初秝考建武元年盡永元元年二十三事五得朔十八得晦以新秝十七得朔三得晦三得二日又以新秝上考春秋中有日朔者二十四事失不中者二十三事天道參差不齊必有餘餘又有長短不可

以等齊治秝者方以七十六歲斷之則餘分稍長稍
得一日故易金火相革之卦象曰君子以治秝明時
又曰湯武革命順乎天應乎人言聖人必秝象日月
星辰明數不可貫數千萬歲其間必改更先距求度
數取合日月星辰所在而已故求度數取合日月星
辰有異世之術太初秝不能下通於今新秝不能上
得漢元一家秝法必在三百年之閒故讖文曰三百
年斗秝改憲漢興當用太初而不改下至太初元年
百二歲乃改故其前有先晦一日合朔下至成哀以
二日爲朔故合朔多在晦此其明效也逵論曰臣前

上傅安等用黃道度日月弦望多近史官一以赤道
度之不與日月同於今秝弦望至差一日以上輒奏
以爲變至以爲日卻縮退行於黃道自得行度不爲
變願請太史官日月宿簿及星度課與待詔星象考
校奏可臣謹案前對言冬至日去極一百一十五度
夏至日去極六十七度春秋分日去極九十一度洪
範日月之行則有冬夏五紀論日月循黃道南至牽
牛北至東井率日日行一度月行十三度十九分度
七也今史官一以赤道爲度不與日月行同其斗牽
牛與鬼赤道得十五而黃道得十三度半行東壁奎

婁軫角亢赤道十度黃道八度或月行多而日月相
去反少謂之日卻案黃道值牽牛出赤道南二十五
度其直東井輿鬼出赤道北二十五度赤道者爲中
天去極俱九十度非日月道而以遙準度日月失其
實行故也以今太史官候注考元和二年九月已來
月行牽牛東井四十九事無行十一度者行婁角三
十七事無行十五六度者如安言問典星待詔姚崇
井畢等十二人皆曰星圖有規法日月實從黃道官
無其器不知施行案甘露二年大司農中丞耿壽昌
奏以圖儀度日月行考驗天運狀日月行至牽牛東

井日過度月行十五度至婁角日行一度月行十三
度赤道使然此前世所共知也如言黃道有驗合天
日無前卻弦望不差一日比用赤道密近宜施用上
中所臣校案逵論永元四年也至十五年七月甲辰
詔書造太史黃道銅儀以角爲十三度亢十氐十六
房五心五尾十八箕十斗二十四四分度之一牽牛
七須女十一虛十危十六營室十八東壁十奎十七
婁十二胃十五昴十二畢十六觜三參八東井三十
輿鬼四柳十四星七張十七翼十九軫十八凡三百
六十五度四分度之一冬至日在斗十九度四分度

之一史官以郭日月行參弦望雖密近而不爲注日儀黃道與度轉運難以候是以少循其事遠論曰又今史官推合朔弦望月食加時率多不中在於不知月行遲疾意永平中詔書令故太史待詔張隆以四分法署弦望月食加時隆言能用易九六七八支知月行多少今案隆所署多失臣使隆逆推前手所署不應或異日不中天乃益遠至十餘度梵統以史官候注考校月行當有遲疾不必在牽牛東井婁角之間又非所謂朓側匿乃由月所行道有遠近出入所生率一月移故所疾處三度九歲九道一復凡九章百七十一歲復十一月合朔旦冬至合春秋三統九道終數可以知合朔弦望月食加時據官注天度爲分率以其術法上考建武以來月食凡三十八事差密近有益宜課試上案史官舊有九道術廢而不修熹平中故治秝郎梁國宗整上九道術詔書下太史以參舊術相應部太子舍人馮恂課校恂亦復作九道術增損其分與整術並校差爲近太史令颺上以恂術參弦望然而加時猶復先後天遠則十餘度永元十四年待詔太史霍融上言官漏刻率九日增減一刻不與天相應或時差至二刻半不知夏秝密詔書下太常令史官與融以儀校天課度遠近太史令舒承梵等對案官所施漏法令甲第六常符漏品孝宣皇帝三年十二月乙酉下建武十年二月壬午詔書施行漏刻以日長短爲數率日南北二度四分而增減一刻一氣俱十五日日去極各有多少今官漏率九日移一刻不隨日進退夏秝漏隨日南北爲長短密近於官漏分明可施行其年十一月甲寅詔曰告司徒司空漏所以節時分定昏明昏明長短起於日去極遠近日道周不可以計率分當據儀度下參晷景今官漏以計率分昏明九日增減一刻違失其實至爲疏數以耦法太史待詔霍融上言不與天相應太常史官運儀下水官漏失天者至三刻以晷景爲刻少所違失密近有驗今下晷景漏刻四十八箭立成斧官府當用者計吏到班予四十八箭文多故魁取二十四氣日所在并黃道去極晷景漏刻昏明中星刻於下

昔太初秝之興也發謀於元封啓定於天鳳積百三十年是非乃審注曰前志云自漢秝初起至天鳳六年而是非堅定銳案自太初元年至元鳳六年正得三十年此文天鳳當作元鳳百字衍及用四分亦於建武施於元和訖於永元七十餘年注曰自建武八年起盡永元十四年凡七十一年

然後儀式備立司候有準天事幽微若此其難也中興以來圖讖漏泄而考靈曜命秝序皆有甲寅元其所起在四分庚申元後百一十四歲朔差卻二日注日置一百一十四年滿甲子蔀七十六年去之餘三十八爲八癸卯蔀年以章月乘之得八千九百三十如章歲而一得積月四百七十無閏餘以蔀日乘積月得一千三百四萬六千七百三十如蔀月而一得積日一萬三千八百七十九小餘四百七十以六十去積日得大餘一十九命癸卯得天正合朔冬至壬戌日甲寅元首日名甲子在壬戌後二日是朔差郤二日也學士修之於草澤信向以爲得正及太初秝以後大爲疾注日大當作天而修之者云百四十四歲而太歲超一辰百七十一歲當棄朔餘六十三中餘千一百九十七注日置一百七十一年以章月二百三十

五乘之得四萬一百八十五如章歲十九而一得積月二千一百一十五無閏餘至朔同日以月法二千三百九十二乘積月得五百五萬九千八十如日法八十一而一得積日六萬二千四百五十七小餘六十三卽朔餘也置朔餘六十三以十九通之得千一百九十七卽中餘也乃可常行自太初元年至永平十一年百七十一當去分而不去故令益有疏闊此二家常挾其術庶幾施行每有訟者百寮會議羣儒騁思論之有方益於多聞識之故詳錄焉

安帝延光二年中謁者亶誦言當用甲寅元河南梁豐言當復用太初尚書郎張衡周興皆能秝數難誦豐或不對或言失誤衡興參案儀注者考往校合以

爲九道法最密詔書下公卿詳議太尉愷等上侍中施延等議太初過天日一度弦望失正月以晦見西方食不與天相應元和改從四分四分雖密於太初復不正皆不可用甲寅元與天相應合圖讖可施行博士黃廣大行令任僉議如九道河南尹祉太子舍人李泓等四十人議郎用甲寅元當除元命苞天地開闢獲麟中百一十四歲推閏月六直其日或朔晦弦望二十四氣宿度不相應者非一用九道爲朔月有比三大二小皆疏遠元和變秝以應保乾圖三百歲斗秝改憲之文四分秝本起圖讖最得其正不宜

易愷等八十四人議宜從太初尚書令忠上奏諸從太初者皆無他效驗徒以世宗攘夷廓境享國久長爲辭或云孝章改四分災異率甚未有善應臣伏惟聖王興起各異正朔以通三統漢祖受命因秦之紀十月爲年首閏常在歲後不稽先代違於帝典太宗遵修三階以平黃龍以至刑犴以錯五是以備哀平之際同承太初而妖孽累仍痾禍非一議者不以成數相參考眞求實而泥采妄說歸福太初致咎四分太初秝衆賢所立是非以定永平不審復革其弦望四分有謬不可施行元和鳳鳥不當應秝而翔集遠

嘉前造則喪其休近議後改則隱其福漏見曲論未可爲是臣輒復重難衡興以爲五紀論推步行度當時比諸術爲近然猶未稽於古及向子歆欲以合春秋橫斷年數損夏益周考之表紀差謬數百兩秝相課六千一百五十六歲而太初多一日注曰六千一百五十六歲三統術之四統歲也四分術日分四歲一終則千五百三十九終也置三統術周天五十六萬二千一百二十以四乘之得二百二十四萬八千四百八十爲六千一百二十六歲之積日又置四分術周天以一千五百三十九乘之得二百二十四萬八千四百七十九亦爲六千一百五十六歲之積日兩術相課是太初多一日冬至日直斗而云在牽牛迂闊不可復用昭然如此史官所共見非獨衡興前以爲九道密近今

議者以爲有闕及甲寅元復多違失皆未可取正昔仲尼順假馬之名以崇君之義況天之秝數不可任疑從虛以非易是上納其言遂改秝數

順帝漢安二年尚書侍郞邊韶上言世微於數虧道盛於得常數虧則物衰得常則國昌考武皇帝攄發聖思因元封七年十一月甲子朔旦冬至乃詔太史令司馬遷治秝鄧平等更建太初改元易朔行夏之正乾鑿度八十一分之四十三爲日法設淸臺之候驗六異課效觕密太初爲最其後劉歆研幾極深驗之春秋參以易道以河圖帝覽嬉雒書甄曜度推度

九道百七十一歲進退六十三分百四十四歲一超次與天相應少有闕謬從太初至永平十一年百七十一歲進退餘分六十三治秝者不知處之推得十二度弦望不效挾廢術者得竄其說至元和二年小終之數寖過餘分稍增月不用晦朔而先見孝章皇帝以保乾圖三百年斗秝改憲就用四分以太白復樞甲子爲癸亥引天從算耦之目前更以庚申爲元旣無明文託之於獲麟之歲又不與感精符單閼之歲同史官相待因成習疑少能鉤深致遠案弦望足以知之詔書下三公百官雜議太史令虞恭治秝宗

訢等議建秝之本必先立元元正然後定日法法定然後度周天以定分至三者有程則秝可成也四分秝仲紀之元起於孝文皇帝後元三年歲在庚辰上四十五歲歲在乙未則漢興元年也又上二百七十五歲歲在庚申則孔子獲麟二百七十六萬歲尋之上行復得庚申歲歲相承從下尋上其執不誤此四分秝元明文圖讖所著也太初元年歲在丁丑上極其元當作庚戌而曰丙子言百四十四歲超一辰凡九百九十三超歲有空行八十二周有奇乃得丙子注曰錢詹事曰案三統術上元至太初元年十四萬三千一百二十七算以百四十四除之得九百九十

三超餘一百三十五以九百九十三并入積算得十四萬四千一百二十以六十除之盡是上元丙子至太初元年復得丙子矣置九百九十三以十二次除之得八十二周餘七故云八十二周有奇案歲
所超於天元十一月甲子朔旦冬至日月俱超日行
一度積三百六十五度四分度一而周天一匝名曰
歲歲從一辰日不得空周天則歲無由超辰案百七
十一歲二蔀一章小餘六十三自然之數也夫數出
於杪曶以成毫釐毫釐積累以成分寸兩儀既定日
月始離初行生分積分成度日行一度一歲而周故
為術者各生度法或以九百四十或以八十一法有
細觕以生兩科其歸一也日法者日之所行分也日

垂令明行有常節日法所該通遠無已損益毫釐差
以千里自此言之數無緣得有虧棄之意也今欲飾
平之失斷法垂分恐傷大道以步日月行度終歲不
同四章更不得朔餘一雖言九道去課進退恐不足
以補其闕且課秝之法晦朔變弦以月食天驗昭著
莫大焉今以去六十三分之法為秝驗章和元年以
來日變二十事月食二十八事與四分秝更失定課
相除四分尚得多而又使近孝章皇帝秝度審正圖
儀晷漏與天相應不可復尚文曜鉤曰高辛受命重
黎說文唐堯即位羲和立禪夏后制德昆吾列神成

周改號萇弘分官運斗樞曰常占有經世史所明洪
範五紀論曰民間亦有黃帝諸秝不如史官記之明
也自古及今聖帝明王莫不取言於羲和常占之官
定精微於晷儀正衆疑祕藏中書改行四分之原及
光武皇帝數下詔書草創其端孝明皇帝課校其實
孝章皇帝宣行其法君更三聖年秝數十信而徵之
舉而行之其元則上統開闢其數則復古四分宜如
甲寅詔書故事奏可
靈帝熹平四年五官郎中馮光沛相上計掾陳晃言
秝元不正故妖民叛寇益州盜賊相續為秝用甲寅

為元而用庚申圖緯無以庚為元者近秦所用代周
之元太史治秝郎中郭香劉固意造妄說乞與本庚
申元經緯有明受虛欺重誅乙卯詔書下三府與儒
林明道者詳議務得道眞以羣臣會司徒府議議郎
蔡邕議以為秝數精微去聖久遠得失更迭術數無
常是以承秦秝用顓頊元用乙卯百有二歲孝武皇
帝始改正朔秝用太初元用丁丑行之百八十九歲
孝章皇帝改從四分元用庚申今光晃各以庚申為
非甲寅為是案秝法黃帝顓頊夏殷周魯凡六家各
自有元光晃所據則殷秝元也他元雖不明於圖讖

各家術皆當有效於其當時黃帝始用太初丁丑之元注曰黃帝當是武帝之譌有六家紛錯爭訟是非太史令張壽王挾甲寅元以非漢秝雜候清臺課在下第卒以疏闊連見劾奏太初效驗無所漏失是則雖非圖讖之元而有效於前者也及用四分以來考之行度密於太初是又新元效於今者也延光元年中謁者亶誦亦非四分庚申上言當用命秝序甲寅元公卿百寮叅議正處竟不施行且三光之行遲速進退不必若一術家以算追而求之取合於當時而已故有古今之術今之不能上通於古亦猶古術之不能下通於今也元命苞乾鑿度皆以爲開闢至獲麟二百七十六萬歲及命秝序積獲麟至漢起庚午蔀之二十三歲竟己酉戊子及丁卯蔀六十九歲合爲二百七十五歲漢元年歲在乙未上至獲麟則歲在庚申推此以上上極開闢則不在庚申注曰不在當作復在上文云二百七十六萬歲尋之上行復得庚申是也讖雖無文其數見存而光晃以爲開闢至獲麟二百七十五萬九千八百八十六歲獲麟至漢百六十一歲轉差少一百一十四歲注曰庚申元開闢至獲麟二百七十六萬歲獲麟至漢元年二百七十五歲并之得開闢至漢元年二百七十六萬二百七十五歲甲寅元開闢至獲麟二百七十五萬九千八百八十六歲獲麟至漢亦二百七十五歲并之得開闢至漢元年二百七十六萬一百六十一歲立元不同故積年不合邕於甲寅元開闢至漢元年數內減去庚申元開闢至獲麟年數餘一百六十一爲獲麟至漢元年數因謂光晃差少一百一十四歲此巧辭相詆非實理也　云當滿足則上違乾鑿度元命苞中使獲麟不得在哀公十四年下不及命秝序獲麟漢相去四蔀年數與奏記譜注不相應當今秝正月癸亥朔注曰案通鑑日錄熹平五年丙辰正月癸亥朔光晃以爲乙丑朔注曰置熹平五年入殷術壬午蔀七十年以章月乘之得一萬六千四百五十如章歲而一得積月八百六十五閏餘一十五加積月二得積月八百六十七以蔀日乘之得二千四百六萬七千五十三如蔀月而一得積日二萬五千六百三小餘二百三十三以六十去積日得大餘四十三命壬午年算外得熹平五年正月乙丑朔乙丑之與癸亥無題勒款識可與衆共別者須以弦望晦朔光魄虧滿可得而見者考其符驗而光晃秝以考靈曜二十八宿度數及冬至日所在與今史官甘石舊文錯異不可考校以今渾天圖儀檢天文亦不合於考靈曜光晃誠能自依其術更造望儀以追天度遠有驗於圖書近有效於三光可以易奪甘石窮服諸術者實宜用之難問光晃但言圖讖所言不服元和二年二月甲寅制書曰朕聞古先聖王先天而天不違後天而奉天時史官用太初鄧平術冬至之日日在斗二十二度而秝以爲牽牛中星先立春一日則四分數之立春也而以折獄斷大刑於氣已迕用望

平和蓋亦遠矣今改行四分以遵於堯以順孔聖奉天之文是始用四分秝庚申元之詔也深引河洛圖讖以爲符驗非史官私意獨所興搆而光晃以爲固意造妄說違反經文謬之甚者昔堯命羲和秝象日月星辰舜叶時月正日湯武革命治秝明時可謂正矣且猶遇水遭旱戒以蠻夷猾夏寇賊姦宄而光晃以爲陰陽不和姦臣盜賊皆元之咎誠非其理元和二年乃用庚申至今九十二歲而光晃言秦所用代周之元不知從秦來漢三易元不常庚申光晃區區信用所學亦妄虛無造欺語之愆至於改朔易元往者壽王之術已課之效亶誦之議不用元和詔書文備義著非羣臣議者所能變易太尉耽司徒隗司空訓以邕議劾光晃不敬正鬼薪法詔書勿治罪

太初秝推月食多失四分因太初法以河平癸巳爲元注曰河平元年癸巳入四分術癸卯蔀第四章首故可爲月食元施行五年永元元年天以七月後閏食術以八月注曰永元元年己丑距河平癸巳一百一十六年以章月乘之得二萬七千二百六十如章歲而一得積月一千四百三十四閏餘十四是年閏七月以二十三乘積月得三萬二千九百八十二盈百三十五去之餘四十二加二十三者十得二百七十二盈百三十五又去之餘二置加數十命起十一月算外得八月是八月有食其十二年注曰十二年當作二年與下十二日相涉誤衍十字案下文云以紺法署施行五十六歲自永元二年至本初元年正得五十六年故知十字衍也正月十二日蒙公乘宗紺上書言今月十六日月當食而秝以二月注曰置上食餘二加二十三者六得一百四十盈百三十五去之餘五置加數六命起八月算外得二月是二月有食至期如紺言太史令巡上紺有益官用除待詔甲辰詔書以紺法署施行五十六歲至本初元年天以十二月食秝以後年正月於是始差到熹平三年二十九年之中先秝食者十六事常山長史劉洪上作七曜術甲辰詔屬太史部郎中劉固舍人馮恂等課效復作八元術固等作月食術並已相參固術與七曜術同月食所失皆以歲在己未當食四月恂術以三月官秝以五月太史上課到時施行中者丁巳詔書報可其四年紺孫誠上書言受紺法術當復改今年十二月當食而官秝以後年正月到期如言拜誠爲舍人丙申詔書聽行誠法光和二年歲在己未三月五月皆陰太史令修部舍人張恂等推計行度以爲三月近四月遠誠以四月奏廢誠術施用恂術其三年誠兒整前後上書言去年三月不食當以四月史官廢誠正術用恂不正術整所上正屬太史太史主者終不自言三月近四月遠食當以見爲正無遠近詔書下太常其詳案注記平議術之要效驗虛實太常就耽

上選侍中韓說博士蔡較穀城門侯劉洪右郎中陳調於太常府覆校注記平議難問恂誠各對恂術以五千六百四十月有九百六十一食注曰置五十六百四十月以二十三乘之得一十二萬九千七百二十如百三十五而一得九百六十食不盡一百二十今云九百六十一食是恂術較舊法爲强也爲法而除成分空加縣法推建武以來俱得三百二十七食其十五食錯案其官素注天見食九十八與兩術相應其錯辟二千一百誠術以百三十五月二十三食爲法乘除成月從建康以上減四十一建康以來減三十五以其俱不食恂術改易舊法誠術中復減損論其長短無以相踰各引書緯自證文無義要取追天而已夫日月之術日循黃道月從九道以赤道儀日冬至去極俱一百一十五度其入宿也赤道在斗二十一而黃道在斗十九兩儀相參日月之行曲直有差以生進退故月行井牛十四度以上其在角婁十二度以上皆不應率不行以是言之則術不差不改不驗不用天道精微度數難定術法多端秝紀非一未驗無以知其是未差無以知其失失然後改之是然後用之此謂允執其中今誠術未有差錯之謬恂術未有獨中之異以無驗改未失是以檢將來爲是者也誠術百三十五月月二十三食其文在書籍學者所修施行日久官守其業經緯日月厚而未愆信於天文述而不作恂久在候部詳心善意能揆儀度定立術數推前校往亦與見食相應然協秝正紀欽若昊天宜率舊章如甲辰丙申詔書以見食爲比今宜施用誠術棄放恂術史官課之後有效驗乃行其法以審術數以順改易耽以說等議奏聞詔書可恂整誠各復上書恂言不當施誠術整言不當復棄恂術爲洪議所侵事下永安臺覆實皆不如恂誠等言劾奏謾欺詔書報恂誠各以二月奉贖罪整適作左校二月遂用洪等施行誠術光和二年萬年公乘王漢上月食注自章和元年到今年凡九十三歲合百九十六食與官秝河平元年月錯以己巳爲元事下太史令修上言漢所作注不與見食相應者二事以同爲異者二十九事尚書召穀城門候劉洪勑曰前郎中馮光司徒掾陳晃各訟秝故議郎蔡邕共補續其志今洪其詣修與漢相參推元謂分考校月食審已巳元密近有師法洪便從漢受不[illegible]對洪上言推元漢已巳元則考靈曜旃蒙之歲乙卯元也與光晃甲寅元相經緯於以追天作秝校三光之步今爲疏闊孔子緯一事見二端者

明秝興廢隨天爲節甲寅秝於孔子時效已巳顓頊秦所施用漢興草創因而不易至元封中迂闊不審更用太初應期三百改憲之節甲寅已巳讖雖有文略其年數是以學人各傳所聞至於課校罔得厥正夫甲寅元天正正月甲子朔旦冬至七曜之起始用牛初乙卯之元人正己巳朔旦立春三光聚天廟五度課兩元端閏餘差百五十二分之三注日案顓頊術乙卯元所起在殷術甲寅元後六十一年置六十一年以章月乘之得一萬四千三百三十五如章歲而一得積月七百五十四閏餘十九分之九子母各以十二通之得二百二十八分之一百八此閏餘爲冬至去天正朔之數以月閏七兩度加之得閏餘二百二十八分之一百二十二此閏餘爲雨水去人正朔之數又案此閏餘滿二百二十八成月則二百二十八卽一月積分加月閏七得二百三十五卽一中積分半之得一百一十七半卽一氣積分置人正閏餘雨水去朔二百二十八分之一百二十二以一氣積分一百一十七半減之得閏餘二百二十八分之四半此閏餘爲立春去人正朔之數子母各以一半約之得一百五十二分之三卽兩元端之閏餘差也朔三百四注日置上積月七百五十四以蔀日乘之得二千九十三萬二百八十六如蔀月而一得積日二萬二千二百六十六小餘二百四十六以六十去積日得天正朔大餘六小餘二百四十六以一月大餘二十九小餘四百九十九兩度加之得人正朔大餘五小餘三百四命大餘甲子算外得人正己巳朔與顓頊術元首日名同而多小餘三百四是朔差三百四也中節之餘二十九注曰置上六十一年以日餘乘之得一萬二百四十八如中法而一得大餘三百二十小餘八大餘滿六十去之得冬至大餘二十小餘八以一氣大餘十五小餘七三度加之得立春大餘五小餘二十九命大餘甲子算外得己巳立春亦與顓頊術元首日名同而多小餘二十九是中節之餘差二十九也以效信難聚漢不解說但言先人有書而已以漢成注參官施行術不同二十九事不中見食二事案漢習書見已巳元謂朝不聞不知聖人獨有興廢之義史官有附天密術甲寅已巳前以施行效後格而已不用河平疏闊史官已廢之而漢以去事分爭殆非其意雖有師法與無同課又不近密其說蔀數術家所共知無所采取遺漢歸鄉里

四分術上畢

甘泉老友江藩校

漢四分術中

李銳述并注

昔者聖人之作秝也觀璇璣之運注曰璇璣北極璇璣也三光之行注曰三光日月星道之發斂注曰道謂黃道發南斂北景之長短注曰冬至表景長夏至表景短斗綱之建注曰所以定月位也青龍所躔注曰所以定歲名也青龍歲星也歲星與日同次之月斗所建之辰為太歲四分術無超辰之法太歲不與歲星相應此依古法言之參伍以變錯綜其數而制術焉天之動也一晝一夜而運過周注曰謂自夜半至夜半天運過周所過者日所行也星從天而西注曰星恒星也日違天而東日之所行與運周在天成度在秝成日注曰日夜半加正北與天運而西復加正北為一日其所東行為一度

居以列宿終于四七注曰四七二十八宿也受以甲乙終于六旬注曰甲子至癸亥六十日日月相推日舒月速當其同謂之合朔舒先速後近一遠三謂之弦注曰一謂四分周天之一三謂四分周天之三月在日前四分周天之一謂上弦在日後四分周天之一謂下弦相與為衡分天之中謂之望注曰周天三百六十五度四分一分天之中謂月去日一百八十二度八分度之五以速及舒光盡體伏謂之晦晦朔合離斗建移辰謂之月注曰舊脫月字從錢詹事增辰謂十二辰日月之行注曰行舊誤衞則有冬有夏冬夏之間則有春有秋是故日行北陸謂之冬西陸謂之春南陸謂之夏東陸謂之秋日道發南去極彌遠其景彌長遠長乃極冬乃至焉日道斂北

去極彌近其景彌短近短乃極夏乃至焉二至之中道齊景正注曰道齊南北之中景正長短之中春秋分焉日周于天一寒一暑四時備成萬物畢改攝提遷次注曰歲星與日同次之月斗所建遷一次青龍移辰謂之歲歲首至也注曰至冬至也月首朔也至朔同日謂之章注曰章首至朔加時同同在日首謂之蔀注曰日首謂夜半也至朔加時同在夜半蔀終六旬謂之紀注曰至朔同在夜半日名又直甲子歲朔又復謂之元注曰蔀終六旬歲名又直庚辰是故日以實之月以閏之時以分之歲以周之章以明之蔀以部之紀之記之元以原之然後雖有變化萬殊贏朒無方莫不結系于此而稟正焉極建其中道營于外璇

衡追日以察發斂注曰舊脫發字從錢詹事增光道生焉注曰光道黃道也光黃古通孔壺為漏浮箭為刻下漏數刻以考中星昏明生焉日有光道月有九行注曰九行謂青道二朱道二白道二黑道二并黃道而九九行出入而交生焉注曰出入出入於黃道也自北而南為出自南而北為入朔會望衡鄰於所交虧薄生焉注曰朔近交則日食望近交則月食月有晦朔星有合見注曰合如朔伏如晦見去日與伏等月有弦望星有留逆注曰留如弦逆如望其歸一也步術生焉金水承陽先後日下注曰不能與日為衡故先後日下速則先日注曰夕見也遲而後留留而後逆逆與日違注曰晨見也違而後速速與日競競又先日遲速順逆晨夕生焉日月五緯各有終原

而七元生焉注日七元謂日月五星之元見伏有日留行有度而率數生焉參差齊之多少均之注日如日行四歲之終月行十九歲一終均齊於七十六歲日行十九終月行四終是也會終生焉引而伸之觸而長之探賾索隱鉤深致遠無幽辟潛伏而不以其精者然故陰陽有分寒暑有節天地貞觀日月貞明若夫祐術開業淳燿天光重黎其上也承聖帝之命若昊天典秝象三辰以授民事立閏定時以成歲功羲和其隆也取象金火革命創制治秝明時應天順民湯武其盛也及王德之衰也無道之君亂之於上頑愚之吏失之於下夏后之時羲和淫湎廢時亂日允乃

征之紂作淫虐喪其甲子武王誅之夫能貞而明之者其興也勃焉回而敗之者其亡也忽焉巍巍乎若道天地之綱紀帝王之壯事是以聖人寶焉君子勤之夫秝有聖人之德六焉以本氣者尚其體以綜數者尚其文以考類者尚其象以作事者尚其時以占往者尚其源以知來者尚其流大業載之吉凶生焉是以君子將有興焉咨焉而以從事受命而莫之違也若夫用天因地揆時施教頒諸明堂以爲民極者莫大乎月令帝王之大司備矣天下之能事畢矣過此而往羣忌苟禁君子未之或知也斗之二十一度

注日不言四分一省文去極至遠也日在焉而冬至羣物於是乎生故律首黃鍾秝始冬至月先建子時平夜半當漢高皇帝受命四十有五歲陽在上章陰在執徐注日文帝後元三年庚辰也冬十有一月甲子夜半朔旦冬至日月閏積之數皆自此始立元正朔謂之漢秝注日元謂日月閏積之元又上兩元而月食五星之元並發端焉注日元法四千五百六十兩之得九千一百二十從文帝後元三年推而上之九千一百二十歲歲在庚辰爲上元月食日月食也不言日食諱之也秝數之生也乃立儀表注日儀謂渾儀表謂圭表以校日景注日景謂日中表景景長則日遠注日遠遠於極也冬至景最長日去極最遠天度之端也注日術始冬至故以冬至日所在爲天度之端日發其端周

而爲歲注日一周天爲一歲然其景不復注日冬至小餘四不同故景不復周千四百六十一日而景復初注日日以夜半冬至發度端凡四周一千四百六十一日復以夜半冬至復於度端故景復初是則日行之終以周除日得三百六十五四分度之一爲歲之日數注日一歲三百卽四歲故以周除日所得爲歲之日數日日行一度亦爲天度注日一歲三百六十五日四分日之一卽爲周天三百六十五度四分度之一察日月俱發度端日行十九周月行二百五十四周復會于端注日復合朔於度端是則月行之終也以日周除月周得一歲周天之數注日日行十九周卽十九歲故以日周除月周得十三十九分之七爲一歲月行周天之數以日一周減之餘十二十九分之七則月行過周及月行之

數也注日月行過周及日去日一周也以一歲日行一周減一歲月行周數餘爲一歲月行去日周數爲一歲之月注日一月月行去日一周故一歲月行去日周數卽一歲月數以除一歲日爲一月之數注日置一歲月十三十九分之七以十九通分內子得二百三十五又以日分母四通之得九百四十爲法置一歲日三百六十五四分一以四通分內子得一千四百六十一又以月分母十九通之得二萬七千七百五十九爲實以法除實得二十九九百四十分之四百九十九爲一月日數月之餘分積滿其法得一月月成則其歲月大注日一歲十二月其餘分十九分之七餘分積滿十九成一月則有十三月故其歲月大四時推移故置十二中以定月位注日中謂冬至大寒之等位謂十二辰之位如冬至在其月爲十一月建子大寒在其月爲十二月建丑是也有朔而無中者爲閏月注日月無中氣則爲閏中之始日節注日節謂十二節小雪小寒之等別周天爲十二次日至其初爲節至其中爲中氣故節爲中之始與中爲二十四氣以除一歲日爲一氣之日數也注日置二十四氣三百六十五日四分一各以分母四通之得九十六氣一千四百六十一日兩數更相減損求得等數三以約九十六氣得三十二爲法以約一千四百六十一日得四百八十七爲實法除實得十五三十二分之七爲一氣日數其分積而成日爲沒并歲氣之分如法爲一歲沒注日一氣餘分七積滿其法三十二成一日是爲沒日并一歲二十四氣餘分得一百六十八如法三十二而一得五三十二分之八一歲沒爲沒分于終中注日于終當作終于三十二氣積沒日七而餘分盡以三十二半之得積中十六故日沒分終于中中終于冬至注日中氣始于冬至而終于冬至故日中終于冬至冬至之分積如其法得一日四歲而終注日冬至餘分四之一積四歲餘分滿其法得一日故四歲而終月分成閏閏七而盡其

歲十九名之曰章注日一歲月餘分七積十九歲得餘分一百三十三滿其法十九成七閏而餘分盡故以十九歲爲章章首分盡四之俱終名之曰蔀注日分盡月分盡也冬至之分四歲一終月分十九歲一終以四乘十九得七十六歲冬至之分十九終月分四終故名之曰蔀以一歲日乘之爲蔀之日數也以甲子命之二十而復其初是以二十蔀爲紀注日置一蔀七十六歲以一歲三百六十五日四分一通分內子得一千四百六十一日乘之得一十一萬一千三十六以分母四除之得二萬七千七百五十九爲蔀之日數以甲子六十去之餘三十九命甲子算外得癸卯是日名未復初以六十與二萬七千七百五十九求得等數三以約六十得二十以二十乘二萬七千七百五十九日得五十五萬五千一百八十日以六十去之盡日名復於甲子以二十乘一蔀七十六歲得一千五百二十歲故以一千五百二十歲爲紀紀歲青龍未終三終歲後復青龍爲元注日一紀一千五百二十歲以六十去之餘二十命起庚辰算外得庚子是歲名未復以六十與一千五百二十求等數得二十以約六十得三以乘一千五百二十歲得四千五百六十歲以六十去之盡歲名復於庚辰故以四千五百六十歲爲元

元法四千五百六十注日日分月分日名歲名俱終之歲數也三紀爲元積六十蔀二百四十章

紀法千五百二十注日日分月分日名俱終之歲數也二十蔀爲紀積八十章

紀月萬八千八百注日以一紀蔀數二十乘蔀月得紀月

蔀法七十六注日日分月分俱終之歲數也四章爲蔀

蔀月九百四十注日以一蔀章數四乘章月得蔀月

章法十九注日月分一終之歲數也

章月二百三十五注日以日行十九周減月行二百五十四周餘爲章月以章法除之得十二十九分之七爲一歲月數則此章月又爲一歲積月分章法又爲一月積分

周天千四百六十一注日四歲之日數也又爲四歲日行之度數以日法除之得三百六十五四分之一爲一歲日數又爲周天度數則此周天又爲一歲積日分又爲周天積度分日法又爲一日積分又爲一度積分案日日行一度日數即度數一日周天一日日法互文也

日法四注日日分一終之歲數也又爲日日行一終之周數

部日二萬七千七百五十九注日置周天爲四歲日數以章法十九歲乘之得蔀日以蔀月除之得二十九九百四十分之四百九十九爲一月日數又爲一月日行度數則此蔀日又爲一月積日分又爲一月日行積度分蔀月又爲一日積分又爲一度積分又以蔀法除之得三百六十五七十六分之一十九即四分之一爲一周天度數則此蔀日又爲周天積度分蔀法又爲一度積分

沒數二十一爲章閏注日四歲之沒數也置周天以六十去之餘爲沒數以日法除之得五四分之一爲一歲沒數則此沒數又爲一歲積沒分日法又爲一沒積分又此沒數即四歲之大餘此五日四分一即一歲之大小餘也爲章閏三字衍文

通法四百八十七注日三十二氣之日數也又爲沒分一終之日數置二十四氣三百六十五日四分日之一五沒四分沒之一各以四通之得九十六氣千四百六十一日二十一沒三數求等得三以約氣得中法約日得通法約沒得沒法是爲三十二氣有四百八十七日七沒也以中法除之得十五三十二分之七爲一氣日數則此通法又爲一氣積日分中法又爲一日積分以沒法除之得六十九七分之四爲一沒日數則此通法又爲一沒積日分沒法又爲一日積分

沒法七因爲章閏注日沒分一終之沒數也章閏月分一終之閏數也置一章十九歲以十二月乘之得二百二十八以減章月餘爲章閏月分一終有閏月七沒分一終有沒日七其數同故沒法即爲章閏一氣日餘分滿法成日謂之沒一歲月餘分滿法成月謂之閏其義一也

日餘百六十八注日一歲二十四氣之積日餘也一氣日餘三十二分之七以二十四乘之得日餘以中法除之得五三十二分之八即四分之一爲一歲大小餘命日餘爲大餘命中法爲歲數是爲三十二歲有大餘百六十八也案以日法除沒數即得一歲大餘五小餘四分一推冬至不以日法沒數者緣求二十四氣以中法爲母故推冬至亦以中法爲母日法爲年率則沒數爲大餘率中法爲年率則日餘爲大餘率其相與之率同也

中法三十二注日日分一終之氣數也又爲沒分一終之氣數

大周三十四萬三千三百三十五注日亦周天也以章月乘周天得大周以蔀月除之得三百六十五九百四十分之二百三十五即四分之一爲一歲日數又爲周天度數是大周亦爲一歲積日分亦爲周天積度分以蔀月爲法者章月通周天爲大周章月通日法爲蔀月故也

又以蔀日除之得十二二萬七千七百五十九分之一萬二百二十七即十九分之七爲一歲月數是大周亦爲一歲積月分以蔀日爲法者周天通章月爲大周周天通章法爲蔀日故也爲算之道有繁有約繁而言之爲大周約而言之爲周天繁則分細如九百四十之二百三十五是也約則分觕如四分之一是也故以率相除大歸是一兩設其率分可約者用約分須通者用繁便於籌策而已又以蔀月除蔀日得一月之日以蔀月除大周得一歲之日則若氣朔爲一法此大周若麟德術以後之歲實蔀月若日法蔀日若朔實矣

月周千一十六注日一蔀之月周數也一章月行二百五十四周爲日行一終之周數以一蔀章數四乘之得月周以蔀法除之得十三七十六分之二十八即十九分之七爲一歲月行周數約周爲度即爲一日月行度數則此月周又爲一日月行積度分

月食數之生也乃記月食之既者注日上元之首日月合如璧交正在

刻也令加時在晝是爲日食既故日記其既者爲率二十三食而復既其月百三十五注日月下舊衍食字今從錢詹事刪月道半在黃道外半在黃道內月行出入黃道則有兩交日行自此交至彼交爲一食計一百三十五月日行二十三當交而食分一終率之相除得五月二十三之二十而一食注日月行自此交至彼交中間積五月二十三分月之二十於今有術二十三爲食率百三十五爲月率一食爲所有數而今有之得一食積月一十省不乘故日率之相除又日行一歲一周積月十二十九分之七半之得六月三十八分之七爲日行半周天月數今此日行自此交至彼交爲日行交半周得五月二十三分之二十課於日行半周天月數不足八百七十四分月之二百七十五者緣交有退行故也以除一歲之月得歲有再食五百一十三分之五十五也注日置一歲月十二十九分之七以十九通分內子得二百三十五又以食月分母二十三通之得五千四百五爲一歲積月分又置一食積

五月二十三分之二十以二十三通分內子得一百三十五又以歲月分母十九通之得二千五百六十五爲一食積月分兩數求等得五以約一歲積月分得一千八十一爲寔以約一食積月分得五百一十三爲法法除實得二五百一十三分之五十五爲一歲食數十分終其法注日置食數二五百一十三分之五十五歲數一各以五百一十三通之食得一千八十一歲得五百一十三是爲五百一十三歲有一千八十一食也置五百一十三歲以章法除之得二十七章以二十七乘章月得六千三百四十五是爲六千三百四十五月有一千八十一食也又置六千三百四十五月以百三十五月除之得食分四十七終是五百一十三歲月分與食分俱復於上元因以與蔀相約得四與二十七互之會二千五十二注日置五百一十三歲以四除之不盡一是日分未終故求與蔀俱終之歲數置五百一十三與蔀法七十六求等數得十九以約蔀法七十六得四以約五百一十三歲得二十七故日得四與二十七互之者互乘之也四爲七十六約數以乘五百一十三

得二千五十二二十七爲五百一十三約數以乘七十六亦得二千五十二爲蔀會二十而與元會注日二十蔀而日名復於甲子故亦以二十乘之置蔀會二千五十二以二十乘之得四萬一千四十爲元會案二十蔀爲紀則二十蔀會當爲紀會云元會者置四萬一千四十以歲名六十除之亦盡是歲名日名俱復於上元故即以爲元會更無紀會也元會四萬一千四十注日日分月分日名歲名食分俱終之歲數也二十蔀會爲元會積九元二十七紀五百四十蔀二千一百六十章蔀會二千五十二注日日分月分食分俱終之歲數也積二十七蔀一百八章歲數五百一十三注日月分食分俱終之歲數也積二十七章食數千八十一注日以歲數除之得二五百一十三分之五十五爲一歲食數則此食數又爲一歲積食分歲數又爲一食積分

月數百三十五注日食分一終之月數也以食法除之得五二十三分二十爲一食月數則此月數又爲一食之積月分食法又爲一月積分食法二十三注日食分一終之食數也推入蔀術日以元法除去上元注日謂置上元庚辰以來盡所求年以元法除去之也所除去者已往之積元前元與後元日分月分歲名日名並同數有重疊故須去之其餘以紀法除之注日除之亦是除其重疊前紀與後紀日分月分日名並同滿元法徑去之不計所得數故日除去紀節須求所入故日除之所得數從天紀算外則所入紀也注日紀首歲名未復故求所入紀天紀元首紀名也所得者爲已往之紀數故算外得所求無所得爲天紀得一爲地紀二爲人紀不滿紀法者入紀年數也以蔀去除之注日前蔀與後蔀日分月分同故亦須除之所得數從甲子蔀起

算外所入紀歲名命之算上即所求年太歲所在注曰算外下有脫文當云算外所入蔀也不滿蔀法者入蔀年數也各以所入紀歲名命之算上即所求年太歲所在蔀首日名未復故須求所入蔀甲子元首蔀名也算外為所入蔀者如得一為入癸卯蔀二為入壬午蔀是也天地人三紀歲名不同故各以所入紀命之如入天紀甲子蔀命庚辰地紀甲子蔀命庚子是也入蔀年為盡所求之算故算上即得所求

推月食所入蔀會年以元會除去上元其餘以蔀會除之注曰與上術同意所得以二十七乘之注曰蔀會積二十七蔀以蔀會除元會餘所得為積蔀會數以二十七乘之得積蔀數月食所入蔀會與入蔀不同今即以蔀首之次命蔀會故須通積蔀會為積蔀滿六十除去之注曰六十蔀為一元以六十除去積蔀數猶以元法除去積年餘以二十除注曰二十蔀為紀猶以紀法除所得數從天紀算之起外所以入紀注曰錢詹事曰之起以三字皆衍文或云起當在歲上不滿二十者數從甲子蔀起算外所入蔀會也其初不滿蔀位者入蔀會年數也各以所入紀歲名命之注曰所舊誤不從錢詹事改算上即所求年蔀注曰即所求年蔀當作即所求年太歲所在

	天紀歲名	地紀歲名	人紀歲名	蔀首
甲子	庚辰	庚子	庚申	一
癸卯	丙申	丙辰	丙子	二
壬午	壬子	壬申	壬辰	三
辛酉	戊辰	戊子	戊申	四

庚子	甲申	甲辰	甲子	五
乙卯	庚子	庚申	庚辰	六
戊午	丙辰	丙子	丙申	七
丁酉	壬申	壬辰	壬子	八
丙子	戊子	戊申	戊辰	九
乙卯	甲辰	甲子	甲申	十
甲午	庚申	庚辰	庚子	十一
癸酉	丙子	丙申	丙辰	十二
壬子	壬辰	壬子	壬申	十三
辛卯	戊申	戊辰	戊子	十四
庚午	甲子	甲申	甲辰	十五
己酉	庚辰	庚子	庚申	十六
戊子	丙申	丙辰	丙子	十七
丁卯	壬子	壬申	壬辰	十八
丙午	戊辰	戊子	戊申	十九
乙酉	甲申	甲辰	甲子	二十

注曰錢詹事曰右歲名日名今本皆失其次為更正如此自庚辰至甲申天紀二十蔀蔀首歲名也自庚子至甲辰地紀二十蔀蔀首歲名也自庚申至甲子二紀二十蔀蔀首歲名也自甲子至乙酉每紀二十蔀蔀首天正朔旦冬至之日名因為蔀名也下一至二十則蔀首之次第一紀之中各有二十蔀故以次列之銳案求蔀首日名法置蔀日二萬七千七百五十九以六十去之餘三十九日命元首甲子算外得

癸卯求次蔀復置三十九日命癸卯算外得壬午宅皆倣此求每紀蔀首歲名法置蔀法七十六以六十去之餘十六年命元首庚辰算外得丙申求次蔀復置十六年命丙申算外得壬子宅皆倣此

推天正術置入蔀年減一注曰入蔀年爲盡所求之算減一者外所求也求氣朔者算盡往年卽得其年故須減一以章月乘之滿章法得一名爲積月不滿爲閏餘注曰此今有術也章法爲所有率章月爲所求率置所有入蔀年而今有之得所求積月十二以上其歲有閏注曰一歲閏餘七以減章法十九餘十二令歲前有閏餘十二加其歲閏餘七得十九滿章法成一月其歲有十三月故有閏

推天正朔日置入蔀積月以蔀日乘之滿蔀月得一名爲積日不滿爲小餘注曰亦今有術也蔀月爲月率蔀日爲日率置入蔀月數而今有之得積也積日以六十除去之注曰六十日甲子復亦是去其重疊其餘爲大餘以所入蔀名命之算盡之外則前年天正十一月朔日也小餘四百四十一以上其月大注曰四百四十一朔虛分也一月小餘四百九十九以減蔀月九百四十餘四百四十一令前月小餘四百四十一加其月小餘四百九十九得九百四十滿蔀月成一日則其月有三十日故月大

求後月朔加大餘二十九小餘四百九十九注曰以蔀月除蔀日得大餘二十九小餘四百九十九小餘滿蔀月得一上加大餘命之如前

一術以大周乘年周天乘減之餘滿蔀日則天正朔日也注曰錢詹事曰此有脫誤依法推之當以大周乘入蔀年又以周天乘閏餘減之餘滿蔀月得一爲積日滿六十去之其餘爲大餘以所入蔀名命之算外卽天正朔日周天乘下脫閏餘二字蔀日當作蔀月大周者章月乘周天之數閏餘則不滿章法之分以周天乘之則分母相同故可相減以大周乘入蔀年以蔀月除之所得卽天正冬至日然惟章首之歲冬至與朔同日常歲冬至後於朔由閏餘所積故以閏餘爲日分減之而得天正朔日也

推二十四氣術曰置入蔀年減一以日餘乘之滿中法得一名曰大餘不滿爲小餘注曰日餘爲一歲大餘之積分以乘入蔀年得入蔀以來大餘之積分滿中法得一爲入蔀以來之大餘及小餘大餘滿六十除去之其餘以蔀名命之算盡之外則前年冬至之日也

求次氣加大餘十五小餘七注曰中法除通法得大餘十五小餘七除命之如前小寒日也

推閏月所在以閏餘減章法餘以十二乘之滿章閏數得一注曰閏餘爲前閏到年前十一月之閏分以一閏餘減章法餘爲十一月後到所求閏之閏分一歲有閏餘七以十二月通之則爲一月有閏餘七置十一月後到所求閏之閏分以十二乘之卽如以十一月後到所求閏之月數乘每月閏餘七也故滿章閏七得一月滿四以上亦得注曰於術滿半已上亦得一四爲半七已上故亦得一月一算之數從前年十一月起算盡之外閏月也或進退以中氣定之注曰以中氣定之者以無中氣者爲閏月氣有滅沒朔有兩月頻大故閏有進退

推弦望日因其月朔大小餘之數皆加大餘七小餘三百五十九四分三注曰置蔀日二萬七千七百五十九以四除之得六千九百三十九四分之三以蔀月除之得大餘七小餘三百五十九四分三小餘滿蔀月得一

加大餘命如法得上弦又加得望次下弦又後月朔其弦望小餘二百六十以下注曰冬至夜漏刻五十五以蔀月乘之百刻而一得五百一十七爲自昏到明之日分半之得二百五十八半爲自夜半到明之日分云二百六十就成數言以冬至爲例者冬至夜漏極長餘氣皆短於冬至每以百刻乘之滿蔀月得一刻注曰蔀月爲一日之積分百刻爲一日刻數於今有術蔀月爲日分率百刻爲刻率置所有日分而今有之得所求刻數不滿其所近節氣夜漏之半者注曰所舊作數聲之譌以算上爲日

推沒滅術置入蔀年減一以沒數乘之滿日法得一名爲積沒不滿爲沒餘注曰於今有術日法爲年率沒數爲沒率置入蔀年而今有之得積沒以通法乘積沒滿沒法得一名爲大餘不盡爲小餘注曰於今有術沒法爲沒率通法爲大餘率置積沒數而今有之得大餘大餘滿六十除去之其餘以蔀名命之算盡之外前年冬至前沒日也

求後沒加大餘六十九小餘四注曰沒法除通法得大餘六十九小餘四小餘滿沒法從大餘命之如前無分爲滅注曰沒日無餘分則爲滅日計三十二氣有沒日六滅日一

一術以十五乘冬至小餘以減通法除滿沒法得一則天正後沒也注曰一氣沒分七以一氣日數十五通之是爲一日有沒分七冬至小餘爲前沒到年前冬至之積沒分以一氣日數乘之卽如以前沒到年前冬至之日數以每日沒分七乘之也通法爲前沒到後沒之積日分滿沒法成一日故以減通法餘爲冬至後到所求沒之積日分滿沒法得一爲冬至後到所求沒之日數以冬至命之算外卽後沒也

推合朔所在度置入蔀積月以蔀日乘之滿大周除去之其餘滿蔀月得一名爲積度不盡爲餘分注曰蔀日爲一月日行積度分以乘入蔀積月爲入蔀以來到所求合朔加時之積度分滿大周去之餘爲所求年前冬至到合朔加時之積度分滿蔀月得一爲積度及度餘分此以蔀月爲度法故以大周爲周天分滿周天復從度端起故須去之積度加斗二十一度加二百三十五分注曰加斗二十一度及分則命度起斗初錢詹事曰此以蔀月爲度法九百四十分之二百三十五卽四分之一也以宿次除之不滿宿注曰謂不滿其宿度數則日月合朔所在星度也

求後合朔加度二十九加分四百九十九注曰卽一月大小餘數分滿蔀月得一度經斗除二百三十五分注曰除迄斗度亦除斗下分

一術以閏餘乘周天以減大周餘滿蔀月得一合以斗二十一度四分一則天正合朔日月所在度注曰此與推天正朔日一術同合耕并也九章算有合分術以蔀月爲度法則四分一亦是二百三十五分

推日所在度置入蔀積日之數以蔀法乘之注曰日日行一度蔀法爲一度積分卽一日日行度分故以蔀法乘滿蔀日除去之注曰此及推月所在術以蔀法爲度法故以蔀日爲周天分其餘滿蔀法得一爲積度不盡爲餘分積度加斗二十一度加十九分注曰十九分四分蔀法之一也以宿次除之則夜半日所在宿度也

求次日加一度求次月大加三十度小加二十九度經斗除十九分

一術以朔小餘減合度分卽日夜半所在注曰小餘卽夜半到合朔加時之日行分故以減合朔度分卽夜半日所在度分其分二百三十五約之十九乘之注曰此以蔀月分變從蔀法分也二百三十五爲章月十九爲章法章法章月蔀法蔀月皆歲月相與之率也推日月所在度以蔀法爲度法故須變之

推月所在度置入蔀積日之數以月周乘之注曰月周爲一日月行積度分故以乘滿蔀日除去之其餘滿蔀法得一爲積度不盡爲餘分積度加斗二十一十九分除加上法則所求之日夜半月所在宿度也

求次日加十三度二十八分注曰以蔀法除月周得一日月行十三度二十八分求次月大加三十五度六十一分注曰置三十日以月周乘之得三萬四百八十滿蔀日二萬七千七百五十九去之餘二千七百二十一以蔀法除之得三十五度六十一分爲月大加數月小二十二度三十三分注曰置月大加數三十五度六十一分以一日月行十三度二十八分減之餘二十二度三十三分爲月小加數分滿法得一度注曰法蔀法也經斗除十九分其冬下旬月在張心署之謂盡漏分後盡漏盡也注曰箋曆事日月在張心署之乾象景初術俱有此文隋書刑法志陳制晦朔八節六齊月在張心日並不得行刑今術家以二十八宿配日月五星房昴虛七星屬日心張危畢屬月銳案謂盡漏當作謂晝漏晝漏分後者晝漏與夜漏分之後謂自夜上水後至夜漏盡月在張心則注於術故乾象景初術並云夕在張心署之

一術以蔀法除朔小餘所得以減日夜半度也餘以減分卽月夜半所在度也注曰以蔀法除蔀月得十二度二十八分爲一日月行去日度小餘爲不滿蔀月之分以蔀法除之得夜半到合朔月行去日度卽爲夜半月去日度緣夜半有此去日度故合朔在夜半後合朔日月同度合朔以前月尙在日後故以減夜半日所在爲夜半月所在

推日明所入度分術曰置其月節氣夜漏之數以蔀法乘之二百除之得一分卽夜半到明所行分也注曰蔀法爲一日日行分以百刻爲刻率蔀法爲行分率置夜半到明刻數而今有之得夜半到明日行分今以夜漏乘蔀法爲實夜漏爲夜半到明刻數之倍故亦倍百刻得二百爲法以增夜半日所在度分爲明所在度分也

求昏日所入度以夜半到明日所行分減蔀法注曰減上舊術字分其餘卽夜半到昏所行分也注曰夜半到明日所行分卽爲昏到夜半日所行分故以減一日日行分餘爲夜半到昏日所行分以加夜半所在度分爲昏日所在度也

推月明所入度分術曰置其節氣夜漏之數以月周乘之以二百除之爲積分積分滿蔀法得一以增夜半度卽明月所在度也注曰猶上術也

求昏月所入度以明積分減月周其餘滿蔀法得一度加夜半則昏月所在度也注曰亦猶上術也

推弦望日所入星度術曰置合朔度分之數加七度

三百五十九分四分之三注日此循推弦望日術也所加度分即一弦之大小餘宿次除之即得上弦日所入宿度分也

求望下弦加除如前法小分滿四從大分大分滿蔀月從度注日小分下舊脫滿字又脫大分二字今增

推弦望月所入星度術曰置月合朔度分之數加度九十八加分六百五十三半注日一月月行過周及日以大周爲一周天分蔀日爲一月行過周及日分相并得三十七萬一千九百四爲一月月行積分四除之得九萬二千七百七十三半爲一弦月行積分滿蔀月得一得九十八度六百五十三半爲一弦月行度數又可置大周以四除之得八萬五千八百三十三四分三爲一弦月行去日積分滿蔀月得一得九十一度二百九十三四分三爲一弦月行去日度加一弦日行七度三百五十九四分三亦得九十八度六百五十三半爲一弦月

行度數以宿次除之即上弦月所入宿度分也

求望下弦加除如前分滿蔀月從度

推月食術曰置入蔀會年數減一以食數乘之滿歲數得一名曰積食不滿爲食餘注日於今有術歲數爲年率食數爲食率置入蔀會年數而今有之得積食以月數乘積滿食法得一名爲積月不滿爲月餘分注日於今有術食法爲食率月數爲月率置積食數而今有之得積月積月以章月除去之其餘爲入章月數當先除入章閏乃以十二除去之不滿者命以十一月算盡之外則前年十一月前食月也

求入章閏者置入章月以章閏乘之滿章月得一則入章閏數也注日於今有術章月爲所有月率章閏爲所求閏率入章月爲所有月數而今有之得所求閏數餘分滿二百二十四以上至二百三十一爲食在閏月注日以章閏乘入章月是一月有閏分七推閏月所在滿四以上亦得一置章月二百三十五減一月閏分七又減四餘二百二十四置二百二十四加一月閏分七得二百三十一閏有進退故餘分二百二十四至二百三十一皆爲食在閏月閏或進退以朔日定之注日即以中氣定之也

求後食加五月二十分注日以食法除月數得五月二十分滿法得一月數命之如法注日滿法滿日法也其分盡食算上注日食分盡則交正在朔當日食既云月食算上者諱言日食故也

推月食朔日術曰置食積月之數以二十九乘之注日

二十九一月之大餘也爲積日又以四百九十九乘積月注日四百九十九一月之小餘也滿蔀月得一以并積日以六十除之其餘以所會蔀名命之算盡之外則前年天正前食月朔日也

求日食加大餘十四小餘七百一十九半注日食日望日也置蔀日半之得一萬三千八百七十九半以蔀月除之得大餘十四小餘七百一十九半小餘滿蔀月爲大餘大餘命如前則食日也

求後食朔及日皆加大餘二十七小餘六百一十五注日加食朔得後食朔加食日得後食日置五月以二十九乘之得一百四十五爲積日又以四百九十九乘五月得二千四百九十五以蔀月除之得二以并積日得一百四十七以六十除去之餘二十七爲

大餘不滿蔀月六百一十五爲小餘其月餘分不滿二十者又加大餘二十九小餘四百九十九注曰月餘分後食之月餘分也一食月餘分二十月餘分不滿二十此所不滿之數必并前食之月餘分成一月則前食至後食中間積六月故又加一月大小餘數其食小餘者當以漏刻課之注曰以推弦望日小餘術課之夜漏未盡注曰即是不滿夜漏之半以歲上爲日

一術以歲數去上元注曰謂置上元以來外所求年以歲數去之歲數爲食分終亦是去其重疊餘以爲積月注曰此省文也以術爲之當以章月乘餘年滿章法得一爲積月不滿爲閏餘以百一十二乘之滿月數去之餘滿食法得一則天正後食注曰以食法減月數餘一百一十二於術當以食法乘積月滿月數去之不滿者反減月數餘滿食法得一月爲天正後食今先以食法減月數即不須反減所得亦同食法乘積

月滿月數去之者月數爲一食積月分食法爲一月積分以食法乘積月爲積分滿一食積月分則去之也不滿反減月數餘滿食法得一月者不滿月數之餘爲前食到天正之積月分以減一食積月分餘爲天正到後食之積月分故滿一月積分成一月也

推諸加時注曰氣朔月食並有加時故曰諸加時以十二乘小餘先減如法之半得一時其餘乃以法除之注曰法謂小餘之母如朔則蔀月氣則中法是也此於今有術法爲所有日分率十二爲所求時率以小餘爲所有日分數而今有之得所求時數先減如法之半得一時者命起子半也夜半日加子之中故滿半法得一時所得算之數從夜半子起算盡之外則所加時也

推諸上水漏刻以百乘其小餘滿其法得一刻注曰於今有術法爲日分率百爲刻率小餘爲分數而今有之得刻數不滿法什之滿法得一分注曰什之上舊衍法字從錢詹事删什之十乘之也什之滿法得一分則十分爲一刻積刻先減所入節氣夜漏之半其餘爲晝上水之數過晝漏去之餘爲夜上水數其刻不滿夜漏半者乃減之注曰以減夜漏之半也餘爲昨夜未晝其弦望其日注曰晝當作盡其弦望其日者弦望小餘所變之刻不滿夜漏半者以算上爲日言若在弦望不爲昨夜漏未盡爲其日夜漏未盡也

四分術中畢

甘泉老友江藩校

漢四分術下

李銳述并注

五星數之生也各記於日與周天度相約而爲率

注曰各記於日者各記於一合之日及分如木則三百九十八日萬四千六百四十一分是也周天度者周天三百六十五度四分一也相約而爲率者率謂周率日率置一合之日及分以日度法通日內分又以周天度分母日法通之爲積日分又置周天度及分以日法通度內分又以星合日分母日度法通之爲積度分與積日分求等得數以約積日分得日率約積度分得周率案日率者歲數也又爲日行周數一合日數即一合日行度數命度爲周即日行周數故約之爲日率周率者合數也一合星去日一周天周天度即去日一周度數亦命度爲周即去日周數故約之爲周率

以章法乘周率爲月法章月乘日率如月法爲積月月餘

注曰月法舊誤用法錢詹事曰用當作月銳案周率爲積合率日率爲積年率又章法爲積年率章月爲積月率求星合月者以日率集積合爲實周率爲法所得爲積年也又以章月乘之爲實章法爲法所得爲積月也是重今有也今不用中間積年即以後實乘前實後法乘前法而并除章法乘周率爲月法者後法乘前法也章月乘日率者後實乘前實也積合一省不乘實如法得一合之積月不盡爲月餘

以月之月乘積爲朔大小餘

注曰當云以月之日乘積月爲朔大小餘

乘爲入月日餘

注曰此有脫文以算求之當以蔀日乘月餘以月法乘朔小餘從之章法乘章月得數約之如日度法爲入月日日餘案周率爲積合率日率爲積年率又章法爲積年率章月爲積月率又蔀月爲積月率蔀日爲積日率求星合日者以日率乘積合爲實周率爲法所得爲積年也又以章月乘之爲實章法爲法所得爲積月也又以蔀日乘之爲實蔀月爲法所得爲積日也是亦重今有也今不用中閒積年積月即以日率章月蔀日相乘爲實周率章法蔀月相乘爲法而并除又蔀日爲章法乘周天之數則以日率章月蔀日相乘即如以日率章月章法周天相乘也蔀月爲日法乘章月之數則以周率章法蔀月相乘即如以周率章法日法章月相乘也此法實兩數中並有章法章月各省不乘即以日率乘周天爲實周率乘日法爲日度法而并除積合一亦省不乘實如法得一合之積日不盡爲日餘今求入月日則以月餘朔小餘推之月餘爲日率乘章月之積分蔀日爲章法乘周天之數以蔀日乘月餘猶以日率章月章法周天相乘爲實當以周率章法日法章月相乘爲法又小餘以蔀月爲法蔀月爲日法乘章月之數月法爲周率乘章法之數以月法乘朔小餘亦當以周率章法日法章月相乘爲法兩數分同故可相并以章法乘章月得數約之則當以周率乘日法爲法故如日度法爲入月日日餘又小餘爲其朔夜半到合朔加時之分數月餘爲合朔加時到星合加時之數相加得其朔夜半到星合加時之數故所得爲入月日及日餘

以日法乘周率爲日度法以率去日率餘以乘周天如日度法爲度之餘也

注曰錢詹事曰以率當作以周率銳案如日度法爲度之餘也當云如日度法爲積度不盡爲度之餘也案日率爲日行周數周率爲星去日周數木火土以周率減日率餘爲星行周數金水先後日下其行與日同日率即爲星行周數周率爲積合率木火土周率減日率之餘金水日率爲積周率又日法爲積周率周天爲積度率求星合度者木火土以減餘乘積合金水以日率乘積合爲實周率爲法所得爲積周也又以周天乘之爲實日法爲法所得爲積度也今不用中間積周木火土即以減餘乘周天金水即以日率乘周天爲實以周率乘日法爲日度法而并除積合一省不乘以法除實得一合星行積度不盡爲度餘日度法者推合日以爲日法推合度以爲度法兩術所同用也

日率相約取之得二千九百九十九萬一千六百二十一億五千八百二萬六千三百而五星終

注曰此五星俱終之歲數也日率相約取之者置木日率四千七百二十五火日率千八百七十六土日率九千四百一十五金日率四千六百六十一水日率千八百八十九以木日率與火日率求等得七以約木日率

得六百七十五爲木約數又以木約數與土日率求等得五以約土日率得一千八百八十三爲土約數又以木約數與金日率水日率求等皆得一不約又以火日率與土約數求等得七以約土約數得二百六十九爲土再約數又以火日率與金日率水日率求等皆得一不約又以土再約數與金日率水日率求等亦皆得一不約又以金日率與水日率求等亦得一不約約畢木得六百七十五火得一千八百七十六土得二百六十九金得四千六百六十一水得一千八百八十九各爲定數置木定數六百七十五以火定數一千八百七十六乘之得一百二十六萬六千三百又以土定數二百六十九乘之得三億四千六十三萬四千七百又以金定數四千六百六十一乘之得一萬五千八百七十六億九千八百三十三萬六千七百又以水定數一千八百八十九乘之得二千九百九十九萬一千六百二十一億五千八百二萬六千三百爲五星終之積年以木日率除之得六千三百四十七億四千三百三十一萬三千八百六十八終以火日率除之得一萬五千九百八十七億五十一萬六百七十五終以土日率除之得三

千一百八十五億五千一百四十七萬七千二百二十終以金日率除之得六千四百三十四億五千八百九十四萬八千三百終以水日率除之得一萬五千八百七十六億九千八百三十三萬六千七百終

如蔀之數與元通注曰置五星終數與元會四萬一千四十求等得五百四十以約元會得七十六以乘五星終數得二十二兆七千九百三十六萬三千二百四十億九百九十九萬八千八百爲日月月食五星終之積年以元會除之得五萬五千五百四十億三百九十九萬六千三百四十五終以五星終數除之得七十六終蔀法七十六以七十六乘故曰如蔀之數

木閏率四千三百二十七注曰合分一終之合數也以日率除之得歲有四千七百二十五分合之四千三百二十七則此周率又爲一歲積合分日率又爲一終合積分

日率四千七百二十五注曰合分一終之歲數也計四千七百二十五年有四千三百二十七合故以爲率置木一終三百九十八日萬四千六百四十一分以日度法一萬七千三百八通

日內分得六百九十萬三千二百二十五又以月法四乘之得二千七百六十一萬二千九百爲積日分又置周天千四百六十一亦以日度法乘之得二千五百二十八萬六千九百八十八爲積度分與積日分求等得五千八百四十四以約積日分得日率約積度分得周率

合積月十三月餘四萬一千六百六注曰一合之積月也以章月乘日率得一百一十一萬三百七十五加月法八萬二千二百一十三而一得合積月不盡爲月餘

月法八萬二千二百一十三

大餘二十三小餘八百四十七虛分九十三注曰置積月十三以蔀日乘之得三十六萬八百六十七以蔀月除之得三百八十三爲積月不盡爲小餘六十夫積月不盡爲大餘以小餘減蔀月餘爲虛分

入月日十五日餘萬四千六百四十一注曰置月餘四萬一千六

百六以蔀日乘之得一十一億五千四百九十四萬九百五十四又置小餘八百四十七以月法乘之得六千九百六十三萬四千四百一十一并之得一十二億二千四百五十七萬五千三百六十五以四千四百六十五約之得二十七萬四千二百六十一以日度法除之得入月日不盡爲日餘

日度法萬七千三百八

積度三十三度餘萬三百一十四注曰置日率以周率減之餘三百九十八以周天乘之得五十八萬一千四百七十八以日度法除之得積度不盡爲度餘

火周率八百七十九注曰以日率除之得歲有千八百七十六分合之八百七十九

日率千八百七十六注曰千八百七十六年有八百七十九合也置火一終七百七十九日千八百七十二分以日度法通之得二百七十四萬八百三十六又以日法通之得一千九十六萬三千三百四十四爲積日分又置周天以日度法通之得五百一十三萬六千八百七十六爲積度分

以等數五千八百四十四約積日分得日率約積度分得周率

合積月二十六月餘六千六百三十四注曰以章月乘日率得四十四萬八百六十以月法除之得合積月不盡爲月餘

月法萬六千七百一

大餘四十七小餘七百五十四虛分一百八十六注曰置積月以蔀日乘之得七十二萬一千七百三十四以蔀月除之得七百六十七爲積日不盡爲小餘六十去積日餘爲大餘小餘減蔀月餘爲虛分

入月日十二日餘千八百七十二注曰置月餘以蔀日乘之得一億八千四百一十五萬三千二百六又置小餘以月法乘之得一千二百五十九萬二千五百五十四并之得一億九千六百七十四萬五千七百六十以四千四百六十五約之得四萬四千六十四以日度法除之得入月日不盡爲日餘

日度法三千五百一十六

積度四十九度餘一百一十四注曰置日率以周率減之餘九百九十七以周天乘之得一百四十五萬六千六百一十七以日度法除之得四百一十四度以三百六十五度減之餘爲積度不盡九百九十三以周率減之餘爲度餘

土周率九千九十六注曰以日率除之得歲有九千四百一十五分合之九千九十六

日率九千四百一十五注曰九千四百一十五年有九千九十六合也置土一終三百七十八日二千一百六十三分以日度法通之得一千三百七十五萬五千三百一十五又以日法通之得五千五百二萬一千二百六十爲積日分又置周天以日度法通之得五千三百一十五萬七千

二十四爲積度分以等數五千八百四十四約積日分得日率約積度分得周率

合積月十二月餘十三萬八千六百三十七注曰以章月乘日率得二百二十一萬二千五百二十五以月法除之得合積月不盡爲月餘

月法十七萬二千八百二十四

大餘五十四小餘三百四十八虛分五百九十二注曰置積月以蔀日乘之得三十三萬三千一百八以蔀月除之得三百五十四爲積日不盡爲小餘六十去積日餘爲大餘小餘減蔀月餘爲虛分

入月日二十四日餘二千一百六十三注曰置月餘以蔀日乘之得三十八億四千八百四十二萬四千四百八十三又置小餘以月法乘之得六千一十四萬二千七百五十二并之得三十九億八百五十六萬七千二百三十五以四千四百六十五約之得八十七萬五千三百七十九以日度法除之得入月日不盡爲日餘

日度法三萬六千三百八十四

積度十二度餘二萬九千四百五十一注曰置日率以周率減之餘三百一十九以周天乘之得四十六萬六千五十九以日度法除之得積度不盡爲度餘

金周率五千八百三十注曰以日率除之得歲有一合四千六百六十一分合之一千一百六十九

日率四千六百六十一注曰四千六百六十一年有晨合二千九百一十五夕合二千九百一十五并之有五千八百三十合也置金一合二百九十二日二百八十一分以日度法通之得六百八十萬九千七百二十一又以日法通之得二千七百二十三萬八千八百八十四爲積日分又置周天以日度法通之得三千四百七萬五百二十爲積度分以等數五千八百四十四約積日分得日

率約積度分得周率

合積月九月餘九萬八千四百五　注曰以章月乘日率得一百九萬五千三百三十五以月法除之得合積月不盡爲月餘

月法十一萬七百七十

大餘二十五小餘七百三十一虛分二百九　注曰置積月以蔀日乘之得二十四萬九千八百三十一以蔀月除之得二百六十五爲積日不盡爲小餘六十去積日餘爲大餘小餘減蔀月餘爲虛分

入月日二十七日餘二百八十一　注曰置月餘以蔀日乘之得二十七億三千一百六十二萬四千三百九十五又置小餘以月法乘之得八千九十七萬二千八百七十并之得二十八億一千二百五十九萬七千二百六十五以四千四百六十五約之得六十二萬九千九百二十一以日度法除之得入月日不盡爲日餘

日度法二萬三千三百二十

積度二百九十二度餘二百八十一　注曰置日率以周天乘之得六百八十萬九千七百二十一以日度法除之得積度不盡爲度餘

水周率萬一千九百八　注曰以日率除之得歲有六合千八百八十九分合之五百七十四

日率千八百八十九　注曰千八百八十九年有晨合五千九百五十四夕合五千九百五十四并之有萬一千九百八合也置水一合五十七日四萬四千八百五分以日度法通之得二百七十五萬九千八百二十九又以日法通之得一千一百三萬九千三百一十六爲積日分又置周天以日度法通之得六千九百五十九萬三百五十二爲積度分以等數五千八百四十四約積日分得日率

約積度分得周率

合積月一月餘二十一萬七千六百六十三　注曰以章月乘日率得四十四萬三千九百一十五以月法除之得合積月不盡爲月餘

月法二十二萬六千二百五十二

大餘二十九小餘四百九十九虛分四百四十一　注曰以蔀月除蔀日得大餘不盡爲小餘以減蔀月餘爲虛分

入月日二十八日餘四萬四千八百五　注曰置月餘以蔀日乘之得六十億四千二百一十萬七千二百一十七又置小餘以月法乘之得一億一千二百八十九萬九千七百四十八并之得六十一億五千五百萬六千九百六十五以四千四百六十五約之得一百三十七萬八千五百一以日度法除之得入月日不盡爲日餘

日度法四萬七千六百三十二

積度五十七度餘四萬四千八百五　注曰置日率以周天乘之得二百七十五萬九千八百二十九以日度法除之得積度不盡爲度餘

推五星術置上元以來盡所求年以周率乘之滿日率得一名爲積合不盡名合餘　注曰今有術也日率爲積年率周率爲積合率以周率乘年滿日率爲積合

合餘以周率除之所得爲退歲無所得星合其年得一合前年二合前二年　注曰舊脫上合字所得爲舊誤不得焉退歲者合不在其年而有所退也木土以周率除日率得一故得合前年火以周率除日率得二故得合前二年金水日率少周率多以日率除周率金得一水得六則一歲中間金一合或二合水六合或七合理不得有退歲也

金水積合奇爲晨偶爲夕　注曰金水以二

合爲一終有晨合一夕合一奇爲晨偶爲夕則上元起夕合也乾象術上元亦起夕合今以校之上元己丑至熹平三年甲寅積七千三百四十六算上以金周率九千二十二乘之得六千六百二十七萬五千六百一十二以金日率七千二百一十三除之得積合九千一百八十八合餘二千五百六十八積合偶爲夕四分術上元庚辰至熹平三年甲寅積九千四百五十五算上以金周率乘之得五千五百一十二萬二千六百五十以金日率除之得積合一萬一千八百二十六合餘一千六百六十四積合偶爲夕與乾象術合其不滿周率者反減之餘爲度分注日積年以周率乘則周率卽爲一歲之積分又推五星盡所求年則合餘卽爲星合加時到歲終冬至之積分反減周率餘卽爲歲前冬至到星合加時之積分下據以求星合度故謂之度分

推星合月以合積月乘積合爲小積又以月餘乘積合滿其月法得一從小積爲積月不盡爲月餘注日爲積

月不盡五字今增積月滿紀月去之注日紀首日名復於甲子故滿紀月去之餘爲入紀月每以章閏乘之滿章月得一爲閏不盡爲閏餘以閏減入紀月其餘以十二去之餘爲入歲月數從天正十一月起算外星合所在之月也其閏餘滿二百二十四以上至二百三十一星合閏月閏或進退以朔制之注日其閏下舊脫餘字今增此與推月食求入章閏同

推朔日以蔀日乘入紀月注日乘下舊衍之字滿蔀月得一爲積日不盡爲小餘積日滿六十去之餘爲大餘命以甲子注日甲子紀首日名算外星合月朔日注日此卽推天正朔日術

推入月日以蔀日乘月餘以其月法乘朔小餘從之以四千四百六十五約之所得滿日度法得一爲入月日不盡爲日餘注日滿上舊衍得字錢詹事日四千四百六十五者章法乘章月之數也銳案餘已說在上文以朔命入月日算外星合日也注日入月日爲其朔夜半到星合加時之積日故以朔命之得星合日

推合度以周天乘度分滿日度法得一爲積度不盡爲度餘注日已說在上文以斗二十一四分一命度算外星合所在度也注日度分爲冬至到星合加時之數故以冬至日所在命之得星合度

一術加退歲一以減上元注日退歲者周率除合餘所得數也推五星盡所求年以退歲減之餘爲上元以來盡星合年之算置退歲數加一以減上元餘爲上元以來外星合年之算求星合年前冬至當外所求故須加退歲一無退歲者但減一算滿八十除去之注日

八十年而日名復於甲子故滿八十除去之置四歲積日一千四百六十一以甲子六十去之不盡二十一與六十求等得三以約六十得二十以乘一千四百六十一日得二萬九千二百二十日以六十去之盡爲日復甲子積日以一千四百六十一爲所有日率四爲所求年率二萬九千二百二十爲所有日而今有之得八十爲所求年餘以沒數乘之滿日法得一爲大餘不盡爲小餘以甲子命大餘則星合歲天正冬至日也注日此卽推二十四氣術以沒數乘日法除猶以日餘乘中法除也以周率乘小餘并度餘滿日度法從度卽正後星合日數也命以冬至注日周率下舊脫乘字正當作至小餘謂冬至小餘度餘謂星合度餘也小餘以日法爲母日度法爲日法乘周率之數以周率乘小餘所得卽以日度法爲母故可與度餘相并星合度爲歲前冬至加時度去星合加時度之積度分卽爲歲前冬至加時到星合加時之日分以周率乘冬至小餘并之爲冬

至夜半到星合加時之日分即冬至後日數也命以冬至初星合日

求後合月加合積月於入歲月加月餘於月餘注曰如木則加合積月十三及月餘是也滿其月法得一從入歲月入歲月滿十二去之有閏計焉注曰有閏去十三月餘命如前算外後合月也金水加晨得夕加夕得晨注曰金水舊誤餘一從錢詹事改

求朔日以大小餘加令所得注曰如木則加大餘二十三及小餘是也其月餘得一月者又加大餘二十九小餘四百九十九小餘滿蔀月得一加大餘大餘命如前注曰又加大餘二十九已下舊有脫誤從錢詹事訂正

求入月日以入月日餘加令所得注曰如木則加入月日十五及日餘

四下　十二

是也餘滿日度法得一從日其前合月朔小餘不滿其虛分者空加一日注曰不字衍空加一日者空去所加一日如木本加入月日十五及日餘今空加一日則加十四日及日餘是也前合月小餘滿其虛分以其朔小餘加之即滿蔀月成日大餘多一日則入一月日少一日故須空加一日日滿月先去二十九注曰月小二十九日故先減二十九其後合月朔小餘不滿四百九十九又減一日注曰一月小餘四百九十九小餘不滿此數則前月大緣所不滿之數并前月小餘成一日故也前月大故須又減一日凡小餘四百四十一已下前月大其月小四百九十九已上前月小其月大四百四十一已上四百九十九已下前月其月皆大其餘命如前

求合度以積度度餘加令所得注曰如木則加積度三十三及度餘是也餘滿日度法得一從度命如前經斗除如周率矣注曰周率爲日度法四分之一故經斗除周率

木晨伏十六日七千三百二十分半行二度萬三千八百一十一分在日後十三度有奇而見東方注曰日日行一度凡日數即日行度數置伏日行十六度七千三百二十分半伏星行二度萬三千八百一十一分相減餘得星在日後十三度一萬八百一十七分半凡求星去日順行與日行相減逆行則相加相減者星行少於日行爲在日後多於日行爲在日前相加者在日後以在日前度與周天相減餘即在日後度以在日後度與周天相減餘即在日前度見順日行五十八分度之十一五十八日行十一度注曰五十八爲日率十一爲度率度率爲實日率爲法實不滿法法爲母寔爲子得一日星行五十八分度之十一餘做此以日行五十八度加前伏日行十六度有奇共得日行七十四度有奇以星行十一度加前伏星行二度有奇共得星行十三度有奇相減餘得星在

四下　十三

日後六十度有奇微遲日行九分注曰此分亦以五十八爲母不言分母承上文餘倣此五十八日行九度注曰以日行五十八度加前一日行七十四度有奇共得日行一百三十二度有奇以星行九度加前星行十三度有奇共得星行二十二度有奇相減餘得星在日後一百九十度有奇留不行二十五日注曰以日行二十五度加前日行一百三十二度有奇共得日行一百五十七度有奇一星不行即因前二十二度有奇相減餘得星在日後一百三十四度有奇旋逆日行七分度之一八十四日退十二度注曰八十四日退十二度則日行八十四分度之十二子母求等數得十二各約之得日行七分度之一餘放此以日行八十四度加前日行一百五十七度有奇共得日行二百四十一度有奇以星退十二度減前星行二十二度有奇共得星行一十度有奇相減餘得星在日後二百三十度有奇木火土退行之際其去日一百八十二度有奇是爲與日相衡故星逆加[illegible]復留二十五日注曰以日行二十五

度加前日行二百四十一度有奇共得日行二百六十六度有奇星不行卽因前星行一十度有奇相減餘得星在日後二百五十五度有奇**復順五十八日行九度**注曰亦日行五十八分度之九以日行五十八度加前日行二百六十六度有奇共得日行三百二十四度有奇以星行九度加前星行一十度有奇共得星行一十九度有奇相減餘得星在日後三百四度有奇**又五十八日行十一度在日前十三度有奇而夕伏西方**注曰亦日行五十八分度之十一不言日行分亦承上文以日行五十八度加前日行三百二十四度有奇共得日行三百八十二度有奇以星行十一度加前星行一十九度有奇共得星行三十度有奇相減餘得星在日後三百五十一度有奇置周天三百六十五度四千三百二十七分以星在日後三百五十一度一萬八百一十七分半減之餘得星在日前十三度一萬八百一十七分半**除伏逆**注曰日除伏度除伏逆**一見**注曰自見至伏爲一見**三百六十六日**注曰置順五十八日微遲五十八日留二十五日逆八十四日復留二十五日復順五十八日又五十八日并之得三百六十六日**行二十八度**注曰置順行十一度微遲行九度復順行九度又行十一度并之得四十度減逆退十二度餘二十八度**伏復十六日七千三百二十分半行二度萬三千八百一十一分而與日合**注曰以日行十六度有奇加前日行三百八十二度有奇共得日行三百九十八度有奇以星行二度有奇加前星三十度有奇共得星行三十二度有奇相減餘三百六十五度四千三百二十七分滿周天去之星與日合木火土逆行前後共伏順留日度數皆同**凡一終**注曰木火土以一合爲一終**三百九十八日有萬四千六百四十一分**注曰以一見日加前後伏日及分得一終日及分**行星三十三度與萬三百一十四分**注曰以一見行度加前後伏行度及分得一終星行度及分**通率日行四千七百二十五分之**

三百九十八注曰置一終日及分又置一終行星度及分各以日度法通之得六百九十萬三千三百二十五爲一終積日分五十八萬一千四百七十八爲一終行星積度分兩數求等得一千四百六十一以約積日分得四千七百二十五爲法以約積度分得三百九十八爲實實不滿法以法命之得日行四千七百二十五分之三百九十八

火晨伏七十一日二千六百九十四分行五十五度二千二百五十四分半在日後十六度有奇而見東方注曰在日後十六度四百三十九分半**見順日行二十三分度之十四百八十四日行百一十二度**注曰日共行二百五十五度有奇星共行一百六十七度有奇星在日後八十八度有奇**微遲日行十二分九十二日行四十八度**注曰日共行三百四十七度有奇星共行二百一十五度有奇星在日後一百三十二度有奇**留不行十一日**注曰日共行三百五十八度有奇星共行二百一十五度有奇星在日後一百四十三度有奇**旋逆日行六十二分度之十七六十二日退十七度**注曰日共行四百二十度有奇星共行一百九十八度有奇星在日後二百二十二度有奇**復留十一日**注曰日共行四百三十一度有奇星共行一百九十八度有奇星在日後二百三十三度有奇**復順九十二日行四十八度**注曰日共行五百二十三度有奇星共行二百四十六度有奇星在日後二百七十七度有奇**又百八十四日行百一十二度在日前十六度有奇而夕伏西方**注曰日共行七百七度有奇星共行三百五十八度有奇星在日後三百四十九度有奇卽是在日前十六度四百三十九分半**除伏逆一見六百三十六日行三百三度伏復七十一日二千六百九十四分行五十**

五度二千二百五十四分半而與日合注日日共行七百七十五度有奇星共行四百一十四度有奇相減餘三百六十五度八百七十九分滿周天去之星與日合凡一終七百七十九日有千八百七十二分行星四百一十四度與九百九十三分通率日行千八百七十六分之九百九十七注日以日度法通一終日及分得二百七十四萬八百三十六以等數一千四百六十一約之得一千八百七十六爲分母又以日度法通一終行度及分得一百四十五萬六千六百一十七以等數約之得九百九十七爲分子

土晨伏十九日千八十一分半行三度萬四千七百二十五分半在日後十五度有奇而見東方注日在日後十五度二萬二千七百四十分見順日行四十三分度之三八十六日行六度注日日共行一百五度有奇星共行九度有奇星在日後九十五度有奇留不行三十三日注日日共行一百三十八度有奇星共行九度有奇星在日後一百二十八度有奇旋逆日行十七分度之一百二日退六度注日日共行二百四十度有奇星共行三度有奇星在日後二百三十六度有奇復留三十三日注日日共行二百七十三度有奇星共行三度有奇星在日後二百六十九度有奇復順八十六日行六度在日前十五度有奇而夕伏西方注日日共行三百五十九度有奇星共行九度有奇星在日後三百四十九度有奇卽是在日前十五度二萬二千七百四廿分除伏逆見三百四十日行六度伏復十九日千八十一分半行三度萬四千七百二十五分半而與日合注日日共行三百七十八度有奇星共行十二度有奇相減餘三百六十五度九千九十六分滿周天去之星與日合凡一終三百七十八日有二千一百六十三分行星十二度與二萬九千四百五十一分通率日行九千四百一十五分之三百一十九注日以日度法通一終日及分得一千三百七十五萬五千三百一十五以等數一千四百六十一約之得九千四百一十五爲分母又以日度法通一終行度及分得四十六萬六千五十九以等數約之得三百一十九爲分子

金晨伏五日退四度在日後九度而見東方注日日行五度星退四度相加得星在日後九度見逆日行五分度之三十日退六度注日日共行十五度星共退十度相加得在日後二十五度留不行八日注日日共行二十三度星共退十度相加得星在日後三十三度順日行四十六分度之三十三四十六日行三十三度注日日共行六十九度置星行三十三度以星共退十度減之餘得星共行二十三度以減日共行度餘得星在日後四十六度爲金去日極遠之數而疾日行一度九十一分度之十五九十一日行百六度注日日共行一百六十度星共行一百二十九度星在日後三十一度益疾日行一度二十二分九十一日行百一十三度在日後九度而晨伏東方注日日共行二百五十一度星共行二百四十二度星在日後九度除伏逆一見二百四十六日行二百四十六度伏四十一日二百八十一分行五十度二百八十一分而與日合注日日共行二百九十一度有奇星共行二百九十二度有奇星與日合一合二百九十二日二百八十一分行星如之

金夕伏四十一日二百八十一分行五十度二百八

十一分在日前九度而見西方注日日行四十一度有奇星行五十度有奇相減餘得星在日前九度見順疾日行一度九十一分度之二十二九十一日行百一十三度注日日共行一百三十二度有奇星共行一百六十三度有奇星在日前三十一度微遲日行一度十五分九十一日行百六度注日日共行二百二十三度有奇星共行二百六十九度有奇星在日前四十六度而遲日行四十六分度之三十三四十六日行三十三度注日日共行二百六十九度有奇星共行三百二度有奇星在日前三十三度留不行八日注日日共行二百七十七度有奇星共行三百二度有奇星在日前二十五度旋逆日行五分度之三十日退六度在日前九度而夕伏西方注日日共行二百八十七度有奇星共行二百九十六度有奇星在日前九度除伏逆

一見二百四十六日行二百四十六度伏五日退四度而復合注日日共行二百九十二度有奇星共行二百九十二度有奇星與日合金水晨合已後夕合已前其伏順留逆日度皆相等凡再合一終注日金水有晨合一夕合故再合爲一終五百八十四日有五百六十二分注日倍一合日及分得一終日及分行星如之通率日行一度注日金水一終日及分與一終行度及分同故通率日行一度

水晨伏九日退七度在日後十六度而見東方見逆一日退一度注日日共行十度星共退八度星在日後十八度留不行二日注日日共行十二度星共退八度星在日後二十度旋順日行九分度之八九日行八度注日日共行二十一度星順逆行相消適盡星在日後二十一度爲水去日極遠之數而疾日行一度四分度之一二十日行二十五度在日後十六度而晨伏東方注日日共行四十一度星行二十五度星在日後十六度除伏逆一見三十二日行三十二度伏十六日四萬四千八百五分行三十二度四萬四千八百五分而與日合注日日共行五十七度有奇星共行五十七度有奇星與日合一合五十七日有四萬四千八百五分行星如之

水夕伏十六日四萬四千八百五分行三十二度四萬四千八百五分在日前十六度而見西方見順疾日行一度四分度之一二十日行二十五度注日日共行三十六度有奇星共行五十七度有奇星在日前二十一度而遲日行九分度之八

九日行八度注日日共行四十五度有奇星共行六十五度有奇星在日前二十度留不行二日注日日共行四十七度有奇星共行六十五度有奇星在日前十八度逆一日退一度在日前十六度而夕伏西方注日日共行四十八度有奇星共行六十四度有奇星在日前十六度除伏逆一見三十二日行三十二度伏九日退七度而復合注日日共行五十七度有奇星共行五十七度有奇星與日合凡再合一終百一十五日有四萬一千九百七十八分行星如之通率日行一度注日右五星步法也舊本脫誤衍字並從錢詹事訂正

步術以步法伏日度分注日如木則伏十六日及分行二度及分是也加星合日度餘注日加舊誤如以日加日以度加度命之如前得星見日度

也行分母乘之分注曰行舊誤術行分母如木順則五十八是也之分星見度餘也如日度法而一分注曰如日舊誤日如於今有術日度法爲所有率行分母爲所求率之分爲所有數而今有之得行分不盡如法半以上亦得一而日加所行分注曰木順則日加十一分是也滿其母得一度注曰如木順則滿五十八得一度是也逆順母不同注曰如木逆母七順母五十八爲不同是也以當行之母乘故分如故母如一也注曰如木逆則七爲當行之母五十八爲故母其初不滿五十八者爲故分是也今有術也如一而一也而如古通亦留者承前逆則減之伏不書度注曰謂不以所在宿度書於術經斗除如行母四分具一注曰如木順經斗除一十五分爲四分五十八之一是也其分有損益前後相放注曰滿半以上得一爲益不滿半者棄之爲損相放者前益者後損之前損者後益之其

以赤道命度進加退減之其步以黃道注曰以赤道宿度下進退數進加退減所命赤道度卽黃道度也

月名注曰題下文也舊作日名非是又舊本日名以下并連上文亦非今改定如此

天正十一月	十二月	正月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月
冬至	大寒	雨水	春分	穀雨	小滿	夏至	大暑	處暑	秋分	霜降	小雪

注曰冬至在其月是名十一月大寒在其月是名十二月若月無中氣則其月無名是爲閏月

斗二十六四分一退二　牛八　女十二進一　虛十進二

危十七進二　室十六進三　壁九進一注曰危十七舊作十六壁九舊作壁十並誤今改正案此赤道度卽太初星距見於三統術者是也自漢已後相沿承用至唐大衍術始改畢觜參鬼四宿後漢施行四分未嘗改測則二宿度數不得與三統術異今本作危十六壁十者與下文黃道度相涉而誤也

北方九十八度四分一

奎十六　婁十二退一　胃十四退一　昴十一退二

畢十六退三　觜二退三　參九退四

西方八十度

井三十三退三　鬼四　柳十五　星七進一

張十八進一　翼十八進二　軫十七進一

南方百一十二度

角十二　亢九退一　氐十五退二　房五退三

心五退三　尾十八退三　箕十一退三

東方七十五度

右赤道度周天三百六十五度四分一

注曰右宿度下列進退數者進退赤道度爲黃道度也如求得日在赤道斗二十一度以退二減之則日在黃道斗十九度又如求得日在赤道女二度以進一加之則日在黃道女三度是也求進退差法四分術並冬至赤道在斗二十一黃道在斗十九是黃赤二道並起牛前五度也置五度爲赤道牛初距度端積度累以赤道度牛八女十二之等加之爲赤道二十八宿距度端積度又置五度爲黃道牛初距度端積度累以黃道度牛七女十一之等加之爲黃道二十八宿距度端積度以各宿黃赤二道距度端積度相減餘爲進退差赤道度多爲進少爲退列之如下

二十八宿	赤道距度端積度	黃道距度端積度	進退差
牛	五	五	空
女	十三	十二	進一
虛	二十五	二十三	進二

危		三十五	三十三	進二
室		五十二	四十九	進三
壁		六十八	六十七	進一
奎		七十七	七十七	空
婁		九十三	九十四	退一
胃		一百五	一百六	退一
昴		一百一十九	一百二十一	退二
畢		一百三十	一百三十三	退三
觜		一百四十六	一百四十九	退三
參		一百四十八	一百五十二	退四
井		一百五十七	一百六十	退三
鬼		一百九十	一百九十	空
柳		一百九十四	一百九十四	空
星		二百九	二百八	進一
張		二百一十六	二百一十五	進一
翼		二百三十四	二百三十二	進二
軫		二百五十二	二百五十一	進一
角		二百六十九	二百六十九	空
亢		二百八十一	二百八十二	退一
氐		二百九十	二百九十二	退二
房		三百五	三百八	退三
心		三百一十	三百一十三	退三
尾		三百一十五	三百一十八	退三
箕		三百三十三	三百三十六	退三
斗		三百四十四	三百四十六	退二

斗二十四四分一　牛七　女十二　虛十

危十六　室十八　壁十

北方九十八度四分一

奎十七　婁十二　胃十五　昴十二

畢十六　觜三　參八

西方八十三度

井三十　鬼四　柳十四　星七

張十七　翼十九　軫十八

南方百九度

角十二　亢十　氐十六　房五

心五　尾十八　箕十

東方七十七度

右黃道度三百六十五四分一

黃道去極日景之生據儀表也注曰黃道去極據儀日景據表漏刻之生以去極遠近差乘節氣之差如遠近而差一刻以相增損注曰去極遠近差者其氣去極度與前氣去極度相減之餘也節氣之差者冬夏二至之刻差二十刻也遠近者極遠極近相減之餘冬夏二至之去極差四十八度也以其氣去極差乘二十刻如四十八度而一得其氣漏刻差冬至後晝夏至後夜以其氣漏刻差增前氣漏刻得其氣漏刻冬至後夜夏至後晝以其氣漏刻差損前氣漏刻得其氣漏刻昏明之生以天度乘晝漏夜漏減之二百而一注曰舊誤夜漏減三百而一今改爲定度以減天度餘爲明加定度一爲昏其餘四之如法爲少注曰此下當有二爲半三爲太六字不盡三之如法爲強餘半法以上以成強強三爲少少四爲度其強二爲少弱也注曰案星從天而西日行一周天當漏刻一百其自明至中自中至昏皆當晝漏之半以天度乘晝漏即如以天度乘半晝漏之倍數故亦倍百刻爲二百除之所得爲昏時日所在距中之度以減周天三百六十五度二十五分餘爲明時日所在距中之度而日行自夜半至昏明又自有行分今昏明星度並從夜半日所在起算須以日行自夜半至明至昏之行分加昏明時日所在距中之度爲昏明中星度定度[illegible]以二

百爲法則夜漏卽爲日行自夜半至明之行分以夜漏減二百餘卽爲日行自夜半至昏之行分爲術當以夜漏加明時日所在距中之度爲明中星度以夜漏減二百餘以加昏時日所在距中之度爲昏中星度緣此定度中先減去夜漏則以之轉減天度卽少減一夜漏更不須加故所餘卽爲明中星度又此定度先減夜漏而後加一度卽如以夜明漏中二百之餘加之故加定度一爲昏中星度并昏明中星度得三百六十六度二十五分多於周天一度所多一度卽日所行也凡四分之一爲少二爲半三爲大三分少之一爲強二爲少弱通而言之十二分之一爲強二爲少弱三爲少四爲少強五爲半弱六爲半七爲半強八爲大弱九爲大十爲大強十一爲一弱又以日度餘爲少強而各加焉注日日度餘者二十四氣日所在度餘也日所在度下分以三十二爲母今昏明中星度餘既命爲少強故亦以日所在之度下分變從少強而并之

二十四氣	日躔	黄道去極	晷景	晝漏刻	夜漏刻	昏中星	旦中星
冬至	斗二十一度八分退二	百一十五度	丈三尺	四十五	五十五	奎六弱	亢二少強退一
小寒	女二度七分進一	百一十三強	丈二尺三寸	四十五分八	五十四分二	婁六半強退一	氐七少弱退二
大寒	虛五度十四分進二	百一十大弱	丈一尺	四十六分八	五十三分八	胃十一半強退一	心半退三
立春	危十度二十一分進二	百六少強	九尺六寸	四十八分六	五十一分四	畢五少弱退三	尾七半弱退三
雨水	室八度二十八分進三	百一強	七尺九寸五分	五十分八	四十九分二	參五半弱退四	箕大弱退三
驚蟄	壁八度三分進一	九十五強	六尺五寸	五十三分三	四十六分七	井十一少弱退三	斗少退二
春分	奎十四度十分	八十九強	五尺二寸五分	五十五分八	四十四分二	鬼四	斗十一弱退三
清明	胃一度十七分退一	八十三少弱	四尺一寸五分	五十八分三	四十一分七	星四大進一	斗二十一半退二
穀雨	昴二度二十四分退二	七十七大強	三尺二寸	六十分五	三十九分五	張十七大進一	牛六半
立夏	畢六度三十一分退三	七十三少弱	二尺五寸二分	六十二分四	三十七分六	翼十七大進二	女十少進一
小滿	參三度六分退四	六十九大弱	尺九寸九分	六十三分九	三十六分一	角大弱	危大弱進三
芒種	井十度十三分退三	六十七少弱	尺六寸八分	六十四分九	三十五分一	亢五大退一	危十四強進二
夏至	井二十五度二十分退三	六十七強	尺五寸	六十五	三十五	氐十二少弱退二	室十二少弱進三
小暑	柳三度二十七分	六十七大強	尺七寸	六十四分七	三十五分三	尾一大強退三	奎二大強
大暑	星四度二分進一	七十	二尺	六十三分八	三十六分二	尾十五半弱退三	婁三大退一
立秋	張十二度九分進一	七十三半強	二尺五寸五分	六十二分三	三十七分七	箕九大強退三	胃九大弱退一
處暑	翼九度十六分進一	七十八半強	三尺三寸三分	六十分二	三十九分八	斗十少退三	畢三大退三
白露	軫六度二十三分進一	八十四少強	四尺三寸五分	五十七分八	四十二分二	斗二十一強退二	參五半弱退四
秋分	角四度三十分	九十半強	五尺五寸	五十五分二	四十四分八	牛五少	井十六少強退三
寒露	亢八度五分退二	九十六大強	六尺八寸五分	五十二分六	四十七分四	女七大進一	鬼三少強
霜降	氐十四度十二分退二	百二少強	八尺四寸	五十分三	四十九分七	虛六大進二	星三大強進一
立冬	尾四度十九分退三	百七少強	丈四寸二分	四十八分二	五十一分八	危八強進二	張十五大強進一
小雪	箕一度二十六分退三	百十一弱	丈一尺四寸	四十六分七	五十三分三	室三半強進三	翼十五大強進二
大雪	斗六度一分退二	百一十三大強	丈二尺五寸五分	四十五分五	五十四分五	壁半強進一	軫十五少弱進一

注日右二十四氣各數舊有誤字今皆訂正求日所在法冬至積度空累加十五度七分分滿中法三十二從度列爲二十四氣日所在積度分置其氣日所在積度分加二十一度八分數從斗初起赤道宿次除之經斗去八分算外得其氣日所在宿度及分如小寒日所在積度十五分七加二十一度八分得三十六度十五分數從斗初起經斗去八分其度下分餘七赤道宿次除之餘二度不滿女宿得小寒日所在女二度七分也宅皆放此

二十四氣	日所在積度分
冬至	空
小寒	十五度七分

大寒	三十度十四分
立春	四十五度二十一分
雨水	六十度二十八分
驚蟄	七十六度三分
春分	九十一度十分
清明	一百六度十七分
穀雨	一百二十度二十四分
立夏	一百三十六度三十一分
小滿	一百五十二度六分
芒種	一百六十七度十三分
夏至	一百八十二度二十分
小暑	一百九十七度二十七分
大暑	二百一十三度二分
立秋	二百二十八度九分
處暑	二百四十三度十六分
白露	二百五十八度二十三分
秋分	二百七十三度三十分
寒露	二百八十九度五分
霜降	三百四度十二分
立冬	三百一十九度十九分
小雪	三百三十四度二十六分
大雪	三百五十度一分

求漏刻法置二十四氣黃道去極度及少強先以少強通爲分強爲一分少弱爲二分少爲三分少強爲四分半弱爲五分半爲六分半強爲七分大弱爲八分大爲九分大強爲十分弱則去度一爲十一分爲黃道去極度分又以其氣黃道去極度分與前去黃道去極度分相減餘爲去極遠近差置去極遠近差以分母十二通分內子以二至刻差二十四約之得五乘之爲實亦以十二通二至去極差四十八度得五百七十六亦四約之得一百四十四爲法法除實得其氣漏刻差冬至後以其氣漏刻差加前氣晝漏刻得其氣晝漏刻以減百刻餘爲夜漏刻夏至後以其氣漏刻差減前氣晝漏刻餘爲其氣晝漏以減百刻餘爲夜漏刻加小寒黃道去極一百一十三度一分以減冬至黃道去極一百一十五度餘一度十一分爲小寒去極差以十二通一度得一十二內十一分共得二十三以五乘之得一百一十五爲實以法一百四十四除之不滿法退除得八分即小寒漏刻差也以漏刻差八分加冬至晝漏刻四十五得四十五八分爲小寒晝漏刻以減百刻餘五十四二分爲小寒夜漏刻凡冬至後夏至前各氣皆放此又如小暑黃道去極六十七度十分以夏至黃道去極六十七度一分減之餘九分爲小暑去極差以五乘之得四十五爲實以法百四十四除之得三分即小暑漏刻差也以漏刻差三分減夏至晝漏刻六十五餘六十四七分爲小暑晝漏刻以減百刻餘三十五三分爲小暑夜漏刻凡夏至後冬至前各氣皆放此

二十四氣	黃道去極度分	去極差	漏刻差
冬至	一百一十五度空分	空	空
小寒	一百一十三度一分	一度一十一分	空刻八分
大寒	一百一十度八分	二度五分	一刻空分
立春	一百六度四分	四度四分	一刻八分
雨水	一百一度一分	五度三分	二刻二分
驚蟄	九十五度一分	六度空分	二刻五分
春分	八十九度一分	六度空分	二刻五分
清明	八十三度二分	五度一十一分	二刻五分
穀雨	七十七度十分	五度四分	二刻二分
立夏	七十三度二分	四度八分	一刻九分
小滿	六十九度八分	三度六分	一刻五分
芒種	六十七度二分	二度六分	一刻空分
夏至	六十七度一分	空	空
小暑	六十七度十分	空度九分	空刻三分
大暑	七十度空分	二度二分	空刻九分
立秋	七十三度七分	三度七分	一刻五分
處暑	七十八度七分	五度空分	二刻一分
白露	八十四度四分	五度九分	二刻四分
秋分	九十度七分	六度三分	二刻六分
寒露	九十六度十分	六度三分	二刻六分
霜降	一百二度四分	五度六分	二刻三分
立冬	一百七度四分	五度空分	二刻一分
小雪	一百一十度一十分	三度七分	一刻五分
大雪	一百一十三度十分	二度一十一分	一刻一分

求昏旦中星法置前二十四氣日所在積度分以十二乘其分三十二而一即其分以十二爲母亦列爲二十四氣積度分又以周天三百六十五度二十五分乘其氣晝漏刻及分得數以其氣夜漏刻及分減之餘爲實以二百爲法法除實所得爲定度不盡退除之爲分以減周天度及分餘爲其氣旦中星積度及分又置定度及分加一度所得爲其氣昏中星積

度及分昏明積度下分各以十二乘之百除爲分此分亦以十二爲母各列之爲二十四氣昏旦中星積度及分置其氣昏旦中星積度分與其氣日所在積度分相加又加二十一度三分滿周天三百六十五度三分去之數從斗初起以赤道宿次除之經斗除三分算外得其氣昏旦中星宿度其度下分以少半大强弱命之如冬至晝漏刻四十五以天度三百六十五二十五分乘之得一萬六千四百三十六度二十五分以冬至漏刻五十五減之餘一萬六千三百八十一度二十五分爲實以法二百除之得八十一度九十一分爲定度以減天度餘二百八十三度三十四分以十二乘三十四分得四百八分以百除之得四分共得二百八十三度四分爲明中星積度分又置定度加一度得八十二度九十一分以十二乘九十一分得一千九十二分以百除之得一十一分共得八十二度一十一分爲昏中星積度分置昏中星積度八十二度十一分與日所在積度分相加緣冬至積度空無所加即以二十一度三分加之得一百四度二分數從斗初起經斗去三分其度下分餘十一赤道宿次除之餘五度不滿奎宿其度下十一分即加一度命爲弱得冬至昏中星奎六弱也置明中星積度二百八十三度四分加二十一度三分得三百四度七分數從斗初起經斗去三分其度下分餘四赤道宿次除之餘二度不滿亢宿其度下分四命爲少强得冬至旦中星亢二少强也餘皆放此

二十四氣	日所在積度分	昏中星度分	旦中星度分
冬至	空	八十二度十一分	二百八十三度四分
小寒	十五度三分	八十四度四分	二百八十一度十一分
大寒	三十度五分	八十六度二分	二百八十度一分
立春	四十五度八分	八十九度六分	二百七十六度九分
雨水	六十度十一分	九十三度六分	二百七十二度九分
驚蟄	七十六度一分	九十八度一分	二百六十八度二分
春分	九十一度四分	一百二度八分	二百六十三度七分
清明	一百六度六分	一百七度三分	二百五十九度
穀雨	一百二十一度九分	一百一十一度三分	二百五十五度
立夏	一百三十七度	一百一十四度九分	二百五十一度六分
小滿	一百五十二度二分	一百一十七度六分	二百四十八度九分
芒種	一百六十七度五分	一百一十九度四分	二百四十六度十一分
夏至	一百八十二度八分	一百一十九度六分	二百四十六度九分
小暑	一百九十七度十分	一百一十九度	二百四十七度三分
大暑	二百一十三度一分	一百一十七度四分	二百四十八度十一分
立秋	二百二十八度三分	一百一十四度七分	二百五十一度八分
處暑	二百四十三度六分	一百一十度九分	二百五十五度六分
白露	二百五十八度九分	一百六度四分	二百五十九度十一分
秋分	二百七十三度十一分	一百一度七分	二百六十四度八分
寒露	二百八十九度二分	九十六度十分	二百六十九度五分
霜降	三百四度五分	九十二度七分	二百七十三度八分
立冬	三百一十九度七分	八十八度九分	二百七十七度六分
小雪	三百三十四度十分	八十六度	二百八十度三分
大雪	三百五十度	八十三度十分	二百八十二度五分

其晷景一行無數可校今案祖冲之術二至晷景與此同其至前後各氣晷景以此至前後晷景兩兩相加折半得之如此術大雪景丈二尺五寸六分小寒景丈二尺三寸相加半之得冲之術大雪一小寒一丈二尺四寸三分是也覆檢此文惟立冬一氣不合案祖冲之稱四分志立冬中景長一丈立春中景九尺六寸相加半之得九尺八寸與冲之術立春立冬景正合然則此文立冬晷景丈四寸二分誤衍四寸二分四字耳

中星以日所在爲正日行四歲乃終置所求年二十四氣小餘四之如法爲少大餘不盡加之如法爲强弱以減節氣昏明中星而各定矣注曰節氣昏明中星上所列昏旦中星是也昏旦中星宿度並爲節氣加時在夜半之數若節氣加時在夜半後即須減之爲定如冬至有小餘四分一則夜半日所在尚未到斗二十一度八分而在斗二十一度其昏中星尚未到奎六弱而在奎五大弱明中星尚未到亢二少强而在亢二强也以小餘變從少大强弱令可相減强正弱負也注曰負舊誤直負猶背也其强弱相減同名相去異名從之注曰如以强減少强爲少以弱減少弱亦爲少故曰同名相去如以强減少弱爲强以弱減少强爲半弱故曰異名從之從强進少爲弱注曰以强加强爲少弱也從弱退少而强注曰以强減少弱爲强也

從上元太歲在庚辰以來盡熹平三年歲在甲寅積九千四百五十五歲也注曰錢詹事曰四分術以章帝元和二年施行在熹平甲寅前九十年此積年乃及熹平者蓋劉洪撰記時附益之銳案章帝施行四分月食以河平癸巳爲元至光和三年始用宗誠月食術月食五星之元蓋其時所定光和三年在熹平甲寅後六年

四分術下畢　　甘泉老友江藩校

漢乾象術卷上

李銳述并注

光和中穀城門候劉洪始悟四分於天疏闊皆斗分太多故也造乾象法又制遲疾術以步月行兼考月行陰陽交錯於黃道表裏方於太初四分轉精密矣建安元年鄭康成受其法以爲窮幽極微又加注釋焉劉氏在蜀不見改術當是仍用漢四分法吳中書令闞澤受乾象法於東萊徐岳字公河又加解注中常侍王蕃以洪術精妙用推渾天之理以制儀象及論故黃武二年春正月改四分用乾象術注曰見吳志至於吳亡晉渡江後景初術漸差其推五星尤疏闊更用乾象五星法代之自黃初以後皆斟酌乾象以求折衷洪術爲後代推步之師表云注曰已上采三國志晉書宋書

上元己丑以來至建安十一年景戌歲積七千三百七十八年注曰己下見晉書錢詹事曰景者丙也避唐諱改

乾法千一百七十八注曰錢詹事曰倍紀法爲乾法銳案歲分月分日名俱終之歲數也

會通七千一百七十一注曰以周天與餘數求等得三十以約周天得會通以約餘數得沒法以沒法除會通得六十九日百三分日之六十四而一沒

紀法五百八十九注曰三十一章爲紀歲分月分俱終之歲數也

周天二十一萬五千一百四十注曰即一紀日數也以紀法除之得三百六十五五百八十九分之百四十五爲周天度數亦爲一歲日數此百四十五即斗分也以月周除之得二十七七千八百七十四分之二千五百三十二爲月行周天日數

通法四萬三千二十六注曰以周天與紀月求等得五以約周天得通法以約紀月得日法以日法除通法得二十九千四百五十七分之七百七十三爲一月日數

通數三十一注曰一紀章數也

日法千四百五十七

歲中十二

餘數三千九十注曰數舊誤歲錢詹事曰當作數錢案以紀法除之得五五百八十九分之百四十五爲一歲大小餘數

章歲十九

沒法百三

章閏七

會數四十七注曰一會章數也

會歲八百九十三注曰四十七章爲一會

章月二百三十五

會率千八百八十二注曰以會數除之得歲有再食八百九十三分之九十六

朔望合數九百四十一注曰半會率得朔望合數蝕日月餘在此數已下朔則日食望則月食已上望則月食後月朔則日食月餘盡則日食既月餘九百四十一則月食既故名朔望合數

會月萬一千四十五注曰以會率除之得五月千八百八十二分月之千六百三十五而一食

紀月七千二百八十五

元月一萬四千五百七十

月周七千八百七十四注曰一紀月行周數也以紀法除之得十三五百八十九分之二百一十七爲一日月行度數

小周二百五十四

推入紀

置上元盡所求年以乾法除之不滿乾法以紀法除之餘不滿紀法者注曰謂乾法之餘不滿紀法入內紀甲子年也滿法去入外紀甲午年也注曰甲子甲午紀首日名因爲紀名也乾法爲二紀并數故有內外紀

推朔

置入紀年外所求注曰外所求減一也以章月乘之章歲而一所得爲定積月不盡爲閏餘閏餘十二以上歲有閏注曰有舊誤不閏餘十二加歲閏七滿法成月故有閏以通法乘定積月爲假積日滿日法爲定積日不盡爲小餘以六旬去積日爲大餘命以所入紀算外所求年天正十一月朔日也注曰凡法同前術者已說在前術此不更詳它術放此

求次月加大餘二十九小餘七百七十三小餘滿日

法從大餘小餘六百八十四已上其月大注曰六百八十四一月朔虛分也加一月小餘七百七十三滿法成日故月大

推冬至

置入紀年外所求以餘數乘之滿紀法爲大餘注曰紀下舊脫法字不盡爲小餘以六旬去之命以紀算外天正冬至日也

求二十四氣

置冬至小餘加大餘十五小餘五百一十五滿二千三百五十六從大餘命如法注曰錢詹事日二千三百五十六者四因紀法也置餘數三千九十以二十四氣分之各得百二十八又四分之三小餘五百一十五者四因百二十八而餘分三也小餘滿紀法爲日既四因之故亦四因紀法爲日法當云置冬至大餘四其小餘今本脫此四字耳

推閏月

以閏餘減章歲餘以歲中乘之滿章閏爲一月不盡半法已上亦有一進退以無中月

推弦望

加大餘七小餘五百五十七半注曰置通法四萬三千二十六以四除之得一萬七百五十六半以日法除之得大餘不盡爲小餘小餘如日法從大餘餘命如前得上弦又加得望又加得下弦又加得後月朔其弦望定小餘四百一以下注曰乾象術不見二十四氣晝夜漏刻黃道去極度當仍用四分術數置冬至夜漏五十五刻以日法乘之得八萬一百三十五以二百除之得四百不盡一百三十五亦得一故以四百一爲率以百刻乘之滿日法得一刻不盡什之求分以課所近節氣夜漏未盡以算上爲日

推沒

置入紀年外所求以餘數乘之滿紀法爲積沒有餘加盡積爲一注曰有餘加積沒一故所得爲冬至後沒以會通乘之滿沒法爲大餘不盡爲小餘大餘命以紀算外冬至後沒日

求次沒加大餘六十九小餘六十四滿其法從大餘無分爲滅

推日度

以紀法乘積日滿周天去之餘以紀法除之所得爲度命度以牛前五度起注曰斗二十一度也宿次除之不滿宿卽天正朔夜半日所在注曰天正下舊脫朔字

求次日加一度經斗除分分少損一度爲紀法加焉

推月度

以月周乘積日滿周天去之餘滿紀法爲度不盡爲分命如上則天正朔夜半月所在度

求次月小月加度二十二分二百五十八注曰以月周七千八

百七十四乘小月二十九日得二十二萬八千三百四十六滿周天二十一萬五千一百三十去之餘一萬三千二百一十六以紀法五百八十九除之得度不盡爲分大月又加一日度十三分二百一十七滿法得一度其冬〻下旬夕在張心署之

推合朔度

以章歲乘朔小餘滿會數爲大分不盡小分注曰本當以日法爲所有率紀法爲所求率朔小餘爲所有數而今〻之得大分今以通數約日法卽會數以通數約紀法卽章歲故以章歲乘滿會數得一以大分從朔夜半日分滿紀法從度命如前天正合朔日月所共會也

求次月加度二十九大分三百一十二小分二十五注曰舊脫此五字置一月小餘七百七十三以章歲乘之得一萬四千六百八十七以會數除之得大分不盡爲小分小分滿會數從大分大分滿紀法從度經斗除大分

求弦望日所在度加合朔度七分二百二十五小分十七半注曰置弦小餘五百五十七半以章歲乘之得一萬五百九十二半以會數除之得大分不盡爲小分大小分及度命如前則上弦日所在度又加得望下弦後月合

求弦望月行所在度加合朔度九十八大分四百八小分四十一注曰置周天二十一萬五千一百三十以四除之得五萬三千七百八十二半以紀法五百八十九除之得九十一度大分一百八十三半以大分半爲小分二十三半又以七度大分二百二十五小分十七半加之得此度及大小分數大小分及度命如前合朔則上弦月所在又加得望下弦後月合

求日月昏明度日以紀法月以月周乘所近節氣夜漏二百而一爲明分日以減紀法月以減月周餘爲昏分各以加夜半如法爲度

推月蝕

置上元年外所求以會歲去之其餘年以會率乘之如會歲爲積蝕有餘加積一會月乘之如會率爲積月不盡爲月餘以章閏乘餘年滿章歲爲積閏注曰章歲舊誤章月錢詹事曰當作章歲以減積月餘以歲中去之不盡數起天正

求次蝕加五月月餘千六百三十五滿會率得一月注曰滿上舊重五字錢詹事曰衍月以望

推卦用事日

因冬至大餘倍其小餘坎用事日也加小餘千七十五滿乾法從大餘中孚用事日也注曰錢詹事曰六十四卦用事直日之法本之京房其法以坎離震兌用事在分至之首得八十分日之七十三餘卦皆六日八十分日之七推頤晉井大畜皆五日八十分日之十四較它卦少七十三分所少之數卽坎離震兌用事數也乾象術推卦用事以滿乾法千一百七十八爲日千一百七十八分之千七十五卽八十分之七十三強也千一百七十八分之百十三卽八十分之七弱也銳案六日七分四分術之率也四分術一氣大餘十五小餘七

此小餘以三十二爲母三十二分之七即八十分之十七半也倍之得兩氣大餘三十小餘十四即八十分之三十五以五除之得六日七分以七分轉減八十餘七十三分於乾象術一氣大餘十五小餘五百一十五此小餘以二千三百五十六爲母二千三百五十六分之五百一十五即千一百七十八分之二百五十七半倍之得兩氣大餘三十小餘一千三十即千一百七十八分之五百一十五以五除之得大餘六小餘百三以百三轉減千一百七十八餘小餘千七十五緣乾象斗分少故千一百七十八分之百三較八十分之七爲弱

求次卦各加大餘六小餘百三其四正各因其中日而倍其小餘

推五行用事

置冬至大小餘注曰此亦當置冬至大餘四其小餘加大餘二十七小餘九百二十七滿二千三百五十六從大餘得土用事日也注曰置周天二十一萬五千一百三十以四乘之得八十六萬五百二十以五除之得一十七萬二千一百四爲五行用事積日分以二千三百五十六除之得大餘七十三小餘百一十六爲五行用事日數又置五行用事積日分以四除之得四萬三千二十六爲四時土王積日分以二千三百五十六除之得大餘十八小餘六百一十八爲土王日數又置一氣大餘十五小餘五百一十五以三各乘之得大餘四十五小餘一千五百四十五爲冬至到立春日數以土王日數減之餘大餘二十七小餘九百二十七加大餘十八小餘六百一十八得立春木用事日加大餘七十三小餘百一十六復得土又加土如得其火注曰如讀爲而金水放此

推加時

以十二乘小餘滿其法得一度辰注曰度字衍數從子起算外朔弦望以定小餘

推漏刻

以百乘小餘滿其法得一刻不盡什之求分課所近節氣起夜分盡夜上水未盡以所近言之

推有進退進加退減所得也進退有差起分度後二率四度轉增少少每半者三而轉之差滿三止歷五度而減如初注曰此變赤道度從黃道度之術今本并連上文非是起分度後二當云起二分度後率四度轉增少者少爲四分之一二分前後黃道度多赤道度少赤道四度黃道則四度四分之一也少每半者三而轉之者前既增少又增得半自少而增至半又增者則三度而增之爲太故曰三而轉之既云四度轉增少又云三而轉之者張衡渾儀曰每一氣者黃道進退一度焉今則別一氣十五度爲四度者三三度者一凡增一少者四則一氣正得增一度也差滿三止者黃赤道差極於三度也歷五度而減如初者二至前後黃道度少赤道度多故須減之前率四度增少今亦率四度減少故曰如初也歷五度者分至相去計九十一度有奇分後歷四十五度而增三度今先歷五度而減少以後依率減之則至前亦四十五度而減三度也

月行三道術

月行遲疾注曰一日月行十三度十九分度之七此平率也不足十三度七分爲遲過于十三度七分爲疾周進有恆注曰月行遲疾一周自度端復至度端又過三度有奇是一周之間有所進也所進有常數故曰周進有極會數從天地凡數乘餘率自乘如會數而一爲過周分注曰天地凡數者易曰凡天地之數五十有五也以會數

兩十七并五十五得一百二餘率者二十九也以二十九自乘得八百四十一以一百二乘之得八萬五千七百八十二以會數四十七除之得一千八百二十五四十七分之七爲過周分乃遲疾一周過於周天之數也以紀法五百八十九除之得三五百八十九之五十八又四十七之七爲過周度數此過周分若今法之最高行矣

以從周天月周除之歷日數也

注曰置周天二十一萬五千一百三十以過周分一千八百二十五四十七分之七加之得二十一萬六千九百五十五四十七分之七以月周七千八百七十四除之得二十七七千八百七十四分之四千三百五十七四十七分之七爲歷日數又置二十一萬六千九百五十五四十七分之七以會數通分內子得一千一十九萬六千八百九十二以倍通數六十二除之得十六萬四千四百六十六則歷周也置月周亦以會數乘之得三十七萬七十八倍通數除之得五千九百六十九則周日法也以除歷周得二十七五千九百六十九分之三千三百三亦爲歷日數

遲疾有衰其變者勢也

注曰衰差也遲疾之差也謂遲疾有衰敘由遲變疾由疾變遲皆自然之勢計一周之間入歷一日極疾自一日已後其疾漸減至八日而平八日已後漸遲至十五日極遲自十五日已後其遲漸減至二十二日而復平二十二日已後復漸疾至周一日入次歷復極疾而一周

以衰減加月行率爲日轉度分

注曰衰列衰也一日月行率十三度七分遲疾一周惟八日二十二日月行不遲不疾正得中平之數即以月行率爲日轉度分其八日已前二十二日已後以列衰累加之八日以後二十二日以前以列衰累減之爲每日日轉度分

衰左右相加爲損益率

注曰八日二十二日日轉度分與月行率等其損益率空其前後皆以列衰累加之爲每日損益率故曰左右相加

益轉相益損轉相損盈縮積也

注曰一日盈初十六日縮初以損益率累益累損之爲每日盈縮積

半小周乘通數而一以歷周減焉爲朔行分也

注曰半小周二百五十四得一百二十七錢詹事曰半小周乘通法得五百四十六萬四千三百二如通數而一得十七萬六千二百六十七又三十一分之二十五以歷周減之餘一萬一千八百一是爲朔行大分夕餘二十五爲小分也銳案歷周爲遲疾一周之積日分滿周日法成一日通法爲一月之積日分滿日法成一日兩數分母不同欲令相減法須變之先驗周日法爲會數乘月周倍通數除之之數凡數先乘後除先除後乘所得不異今先以倍通數除月周得小周之半以乘會數亦得周日法是周日法又爲半小周乘會數之數又驗日法爲通數乘會數之數則以半小周乘日法以通數除之即得周日法故此術以半小周乘通法以通數除之即變一月之積日法分爲一月之積周日法分與歷周分揂細相等故即以歷周減之所減之餘乃遲疾一周少於一月之積分也

日轉度分	列衰	損益率	盈縮積	月行分
一日十四度分十	一退減	益二十二	盈初	二百七十六
二日十四度分九	二退減	益二十一	盈二十二	二百七十五
三日十四度分七	三退減	益十九	盈四十三	二百七十三
四日十四度分四	四退減	益十六	盈六十二	二百七十
五日十四度	四退減	益十二	盈七十八	二百六十六
六日十三度分十五	四退減	益八	盈九十	二百六十二
七日十三度分十一	四退減	益四	盈九十八	二百五十八
八日十三度分七	四退加	損	盈百二	二百五十四
九日十三度分三	四退加	損四	盈百二	二百五十
十日十二度分十八	三退加	損八	盈九十八	二百四十六
十一日十二度分十五	四退加	損十一	盈九十	二百四十三
十二日十二度分十一	三退加	損十五	盈七十九	二百三十九

十三日	十二度八分	二退加	損十八	盈六十四	二百三十六
十四日	十二度六分	一退加	損二十	盈四十六	二百三十四
十五日	十二度五分	一退減	損二十一	盈二十六	二百三十三
十六日	十二度六分	二進減	損二十 損不足反減之爲[illegible]而損縮初二十不足	盈五 縮初	二百三十四
十七日	十二度八分	三進減	益十八	縮十五	二百三十六
十八日	十二度十一分	四進減	益十五	縮三十三	二百三十九
十九日	十二度十五分	三進減	益十一	縮四十八	二百四十三
二十日	十二度十八分	四進減	益八	縮五十九	二百四十六
二十一日	十三度二分	四進減	益四	縮六十七	二百五十
二十二日	十三度七分	四進加	損	縮七十一	二百五十四
二十三日	十三度十一分	四進加	損四	縮七十一	二百五十八
二十四日	十三度十五分	四進加	損八	縮六十七	二百六十二
二十五日	十四度	四進加	損十二	縮五十九	二百六十六
二十六日	十四度四分	三進加	損十六	縮四十七	二百七十
二十七日	十四度七分	三歷初進加三天周日	損十九	縮三十一	二百七十三
周日	十四度九分	少進加	損二十一	縮十二	二百七十五

注日日轉度分者每日月行定度也列衰者其日與次日行分之差也列差有進退加減者以之加減日轉度分日進退以之加減損益日加減異其名所以別其用每以加減其日得次日也二十七日列衰傳寫錯誤依陰陽歷衰之例及算數推之當云三進加歷初大周日損益率者小周與其日月行分之差也小周少於月行分在盈爲益在縮爲損多於月行分在盈爲損在縮爲益入日損率下舊本誤衍四字錢

詹事日月行一日轉惟八日二十二日無所損益然由益而損正在此日故不云損若干但云損也損下不當有四字十六日損益下注亦有舛誤以意求之當云損不足反減五爲益謂盈有五而損二十故不足盈縮積者其日之盈縮積也積疾日盈積遲日縮八日已後月行漸遲而積尚存故一日至十六日皆爲盈二十二日已後月行漸疾而積遲尚存故十六日至周日皆爲縮月行分者每日月行定分以章歲通日轉度分即月行分也又案景初元嘉正光諸術周日下益有小分之數乾象術無之當是省文或傳寫脫漏也今依率推之置周日縮積十二即爲周日分損率以周虛二千六百六十六乘之得三萬一千九百九十二以周日分三千三百三除之得九三千三百三分之二千二百六十五子母各三約之即一千一百一分之七百五十五此一千一百一即少大法則七百五十五即少大分也是周虛損率爲九又少大分七百五十五與周日分損率十二相加得二十一少大分七百五十五爲周日損率以周日損率加小周二百五十四得二百七十五少大分七百五十五爲周日月行分以章歲十九除之得十四度九分少大分七百五十五以周日日轉度分此少大分滿少大法從分分滿章歲從度又以少大分變爲餘置少大分七百五十五以周日法五千九百六十九乘之得四百五十萬六千五百九十五以少大法除之得四千九十三爲餘不盡二百二爲少大分是周日日轉度分又爲十四度九分餘四千九十三少大分二百二損益率又爲二十一餘四千九十三少大分二百二月行分又爲二百七十五餘四千九十三少大分二百二此少大分滿少大法從餘餘滿周日法從分分滿章歲從度已上皆周日之數今周虛爲入次歷空日日餘求益率者以周日法與一日益率二十二率之置周虛以二十二乘之得五萬八千六百五十二以周日法除之得九餘四千九百三十一爲所求益率也置二十七日損率十九以列衰三加之得二十二以周日縮積反減之餘十又減餘一千三十八亦得所求益率九餘四千九百三十一故下文云不直周日減餘千三十八也又置周日損率二十一餘四千九十三少大分二百二以周日縮積十二反減之餘九及餘四千九十三少大分二百二加餘八百三十七少大分八百九十九少大分滿法從餘

亦得所求益率九餘四千九百三十一故下文云直周日者加餘八百三十七少大分八百九十九也周日列衰少進加少者即餘八百三三十七少大分八百九十九也

周日分三千三百三

周虛二千六百六十六注日以周日分減周日法餘爲周虛

周日法五千九百六十九

通周十八萬五千三十九注日以通數乘周日法或以周半乘日法得通周

歷周十六萬四千四百六十六

少大法一千一百一

朔行大分萬一千八百一注日此萬字及下小分二十五五字從錢詹事增

小分二十五

周半一百二十七

推合朔入歷

以上元積月乘朔行大小分注日本當以一月之積周日法分乘積月緣滿歷周須去之故即以朔行分乘小分滿通數三十一從大分注日舊脫小分二字大分滿歷周去之餘滿周法得一日注日周法即周日法不盡爲日餘日餘命筭外所求合朔入歷也

求次月加一日日餘五千八百三十二小分二十五注日置朔行大小分以周日法除之得一日日餘五千八百三十二小分二十五

求弦望各加七日日餘二千二百八十三小分二十九半注日置一弦小餘五百五十七半以周半乘之得七萬八百二半以通數除之得日餘二千二百八十三小分二十九半分各如法成日日滿二十七日去之餘如周分注日周分即周日分不足除減一日加周虛

求弦望定大小餘

置所入歷盈縮積以通周乘之爲實合通數乘日餘分以乘損益率以損益實爲加時盈縮也章歲減月行分乘周半爲差法以除之注日求加時盈縮者於今有術當以周法爲所有率損益率爲所求率置所有日餘分以通數通餘內分以乘損益率爲實亦以通數乘周法得通周爲法法除實得所求日餘分相當之損益數以損減益加盈縮積爲加時盈縮今不除即以通數乘日餘分以乘損益率之數爲日餘分相當之損益數轉以通周乘盈縮積則兩分揃細相等可以相加減故損益之即爲加時盈縮也又求盈縮日分者於今有術當以章歲減月行分餘爲其日月行去日分爲所有率日法爲一日積分所求率置所有盈縮積以日法乘之爲實以章歲減月行分之餘爲法今此盈縮積以通周乘之此通周爲周半乘日法之數即以日法乘盈縮積又以周半乘之爲實故亦以周半乘章歲減月行分之餘爲法法除實得所有盈縮積相當之日法分又章歲爲一日日行分與其日月行分相減餘爲其日日行月行之差故日差法也所得盈減縮加大小餘注日月行疾則加時差而早故減月行遲則加時差而晚故加如日法盈不足朔加時在前後日注日盈則加時在後日不足則加時在前日弦望進退大餘爲定小餘注日盈則進不足則退又景初等術並有直周日法今依率補之直周日者以通周乘縮積又以少大法乘之爲實以少大法乘損率加少大分七百五十五又以通數乘日餘分以乘之以損實爲加時縮積以章歲減月行分餘以少大法乘之加少大分七百五十五以乘周半爲差法以除之所得加小餘加上法

求朔弦望加時定度

以章歲乘加時盈縮差法除之所得滿會數為盈縮大小注曰為盈縮大小當云為盈縮大分不盡為小分以差法除加時盈縮所得為日法分今以章歲乘加時盈縮差法除之即如先除得日法分又以章歲乘之也又日法為通數乘會數之數則以章歲乘日法即如以章歲乘通數又乘會數也又紀法為章歲乘通數之數則以章歲乘通數又乘會數即如以紀法乘會數也是章歲乘日法即如以紀法乘會數章歲乘日法分即如以紀法分乘會數故以會數除之所得為大分不盡為小分以盈減縮加本日月所在注曰月行疾則日未及合朔之度已及日故減月行遲則過合朔之度乃及日故加弦望同義盈不足以紀法進退度為日月所在定度分

推月行夜半入歷

以周半乘朔小餘如通數而一以減入歷日餘餘不足加周法而減焉却一日注曰減一日也却得周日加其分注曰謂不加周法而加周分即得夜半入歷

乾上　十六

求次日轉一日注曰轉加一日也因日餘到二十七日日餘滿周日分去之不直周日也其不滿直之加周虛於餘餘皆次日入歷日餘也

求月夜半定度

以夜半入歷日餘乘損益率如周法得一不盡為餘注曰此今有術也所得者所有日餘相當之益損數也以損益盈縮積餘無所損破全為法損之為夜半盈縮也滿章歲為度不盡為分通數乘分及餘餘如周法從分注曰以通數乘章歲分得紀法分以通數乘章歲分之餘滿周法亦得紀法分分滿紀法從度以盈加縮減本夜半度及餘為定度

求變衰法

以入歷日餘乘列衰如周法得一不盡為餘即各知其日變衰也

求次歷

以周虛乘列衰注曰次歷日餘皆周虛之積故以周虛乘如周法為常數歷竟輒以加變衰滿列衰去之注曰變舊誤率下變衰也同周虛滿周法成日故變衰滿列衰去之轉為次歷變衰也

乾上　十七

求次日夜半定度

以變衰進加退減歷日轉分分盈不足章歲出入度也通變乘分及餘而日轉加夜半定度為次日也竟歷不直周日減餘千三十八注曰如甲日夜半月行十三度七分入歷二十六日日餘五千三百三十二乙日夜半月行二十六度十四分入歷日空日餘二千二十九是為不直周日以求月夜半定度法推其定度以甲日日餘乘二十七日損率十九得一十萬一千三百八如周法五千九百六十九而一得十六餘五千八百四以減二十七日縮積三十一得甲日縮積十四餘一百六十五以減甲日夜半月行度得甲日夜半定行十二度十一分餘五千八百四又以乙日日餘乘一日益率二十二得四萬四千六百三十八周法而一得七餘二千八百五十五即為乙日盈積以加乙日夜半月行度得乙日夜半定行二十七度二分餘二千八百五十五以變衰推之以甲日日餘乘二十七日列衰三得一萬五千九百九十六周法而一得甲日變衰二餘四千五十八以加二十七日日轉度分廿

四度七分得十四度九分餘四千五十八減餘千三十八得十四度九分餘三千二二十而以轉加甲日夜半定行亦得乙日夜半定行二十七度二分餘二千八百五十五直周日者加餘八百三十七又以少大分八百九十九加次秝變衰轉

求如前注曰如丙日夜半月行十三度七分入歴二十六日餘二千六百六十六丁日夜半月行二十六度十四分入歴二十七日餘二千六百六十六戊日夜半月行四十二度二分入歴日空日餘五千三百三十二是爲直周日者以求月夜半定度法推其定以丙日餘乘二十七損率十九得五萬六百五十四加周法而一得八餘二千九百二以減二十七日縮積三十一得丙日縮積二十二餘三千六十七以減丙日夜半月行度得丙日夜半定行十二度三分餘二千九百二又以戊日餘乘一日益率二十二得一十一萬七千三百四如周法而一得十九餘三千八百九十三即爲戊日盈積以加戊日夜半月行度得戊日夜半定度四十一度二分餘三千八百九十三以變衰法推之以丙日日餘乘二十七日列衰三得七千九百九十八如周法而一得丙日變衰一餘二千二十九以加二十七日日轉度分十四度七分得十四度八分餘二千二十九而以轉加丙日夜半定行得丁日夜半定行二十六度十一分餘四千九百三十一又置周日轉度分十四度九分餘四千九十三少大分二百二加餘八百三十七少大分八百九十九得十四度九分餘四千九百三十一而以轉丁日夜半定行亦得戊日夜半定行四十一度二分餘三千八百九十三

求次日夜半盈縮

以變衰減加損益率爲變損日益注曰日益當作益率而以轉損益夜半盈縮歴竟損不足反減爲入次歴減加餘如上數注曰不直周日亦減餘千三十八如甲日乙日入歴如上求得甲日縮積十四餘一百六十五乙日盈積七餘二千八百五十五又求得甲日變衰二餘四千五十八減餘千三十八得二餘三千二十以加二十七日損率得甲日變損率二十一餘三千二十以甲日縮積反減之亦得乙日盈積七餘二千八百五十五直周日者亦加餘八百三十七少大分八百九十九如丙日丁日戊日入歴如上求得丙日縮積二十二餘三千六十七戊日盈積十九餘三千八百九十三又求得丙日變衰一餘二千二十九以加二十七日損率十九得丙日變損率二十餘二千二十九而轉減丙日縮積得丁日縮積二餘一千三十八又置周日損率二十一餘四千九十三少大分二百二加餘八百三十七少大分八百九十九得二十一餘四千九百三十一而以丁日縮積反減之亦得戊日盈積十九餘三千八百九十三

求昏明月度

以歴月行分乘所近節氣夜漏二百而一爲明分注曰舊脫明字以減月行分爲昏分分如章歲爲度以通數乘分以昏後以明加夜半定度注曰以昏下有外誤當云以加夜半定度爲昏明定度餘分半法以上成注曰成下當有一字不滿廢之

求月行遲疾注曰題上事也

月經四表注曰四表東南西北也謂黃道之東南西北倘書曰光被四表出入三道注曰三道內外中道也外道爲陽歴在黃道南內道爲陰歴在黃道北交錯分天以月率除之爲歴之日注曰日月道交錯分天半爲外道半爲內道置周天二十一萬五千一百三十半之得十萬七千五百六十五則歴周也以月周七千八百七十四除之得十三七千八百七十四分之五千二百三爲陰陽歴各一終之日數此不成日之分五千二百三則分日也月率當是月周之誤周天乘朔望合如會月而一朔合分也注曰錢詹事曰以周天乘朔望合數得二億二百四十二萬七千三百三十如會月而一得一萬八千三百二十八卽朔合分也又餘萬一千四十五分之四千五百七十以五約之爲二千二百九分之九百一十四故以二百九爲

徵分法九百一十四爲微分銳案會率爲一會食數月行自此交至彼交爲一食是一食爲日行交半周并二食得日行交一周半會率得朔望合數爲一會日行交周數以加會月得差率爲一會月行交周數則此朔望合數又爲一會月行交周數除去一月一周天外過周及日之積周以周天乘之則爲一會月行交周數除去一月一周天外過周及日之積度分以會月爲所有率過周及日之積度分爲所求率一月爲所有數而今有之得一月月行交一周天外過周及日之積度分也

通數乘合數餘，如會數而一，退分也。以從月周，爲日進分。會數而一，爲差率也。注日會歲爲一會日行周數朔望合數爲一會日行交周數相減餘四十八爲一會交退行周數通數乘之會數而一者變會從紀也會數爲一會章數爲所有率四十八爲一會交退行周數爲所求率通數爲一紀章數爲所有數以所求率乘之得一千四百八十八以所有率除之得三十一又四十七之三十一爲所求一紀交退行周數約而言之卽爲一日交退行分數故日退分也月周爲一紀月行周數以一紀交退行周數并之得七千九百五又四十七之三十一爲一紀月行交周數卽爲一日月行交之積度分在交爲退在月則爲進故又爲日進分以紀法除之得十三五百八十九分之二百四十八又四十七之三十一爲一日月行交度數會數而一爲差率也會數下當有乘之通數四字會數乘之通數而一者又變紀從會也置七千九百五四十七之三十一以會數通分內子得三十七萬一千五百六十六以通數除之得一萬一千九百八十六爲差率此差率卽爲一會月行交周數又爲一日月行交之積度分以會歲除之得十三八百九十三分之三百七十七亦爲一日月行交度數

陰陽歷	衰	損益率	兼數
一日	一減	益十七	初
二日 限餘千二百九十 微分四百五十七 此爲前限	一減	益十六	十七
三日	三減	益十五	三十三
四日	四減	益十二	四十八
五日	四減	益八	六十
六日	三減	益四	六十八
七日	三減 減不足反損爲加謂益有當加減三爲不足	益一	七十二
八日	四加	損二 過極損之謂月行半周度已過極則當損之	七十三
九日	四加	損六	七十一
十日	三加	損十	六十五
十一日	二加	損十三	五十五
十二日	一加	損十五	四十二
十三日 限餘三千九百十二 微分一千七百五十二 此爲後限	一加 歷初大分日	損十六	二十七
分日 五千二百而三	少加少者	損十六大	十一

注曰前後限者日月食限也求其數者置朔合分二萬八千三百二十八微分九百一十四半之得九千一百六十四微分四百五十七爲限分以月周除之得一日日餘一千二百九十微分四百五十七則前限也置一周十三日日餘五千二百三以前限日餘分減之餘十二日日餘三千九百一十二微分一千七百五十二則後限也各取算外故在二日十三日之下今本脫前限一條又微分誤作徵分並依算補正案朔合分爲一月月行交過周及日之積度分卽爲一月日行交之積度分半之爲自朔至望或自望至朔日行交之積度分以紀法除限分得十五餘三百二十九微分四百五十七爲自朔至望或自望至朔日行交之度數據以爲限者古推日月食交在望前則朔日食望月食交在望後則望月食後朔日食交正在朔則日食既前後望不食交正在望則月食既前後朔不食是以朔望相去之數爲限故此術以朔望相去日行交之度數爲限也分日五千二百而三而辭也猶云二強進少而弱衰者前後二日損益

率之差也以之加減其日損益率得次日故曰加減也七日衰下注謂益有當加減三爲不足有下當有一字加字當是衍文損益者所以損益數皆也八日損率下注舊誤在七日益率下今以意更正云過朒損之者極謂月去黄道極遠已過此數即須損之半周半歷者周也兼數者月去黄道之度分也此度分爲十二成歷一周度一日兼日分日去交近故兼數少一日後分日已前去交漸遠故兼數多八兼數去交最遠已倍兼數最多置八日兼數七十三以十二除之得六度一分爲月去黄道極遠之數也又以日分損率下當有小分依率推之置月周以分日減之餘二千六百七十一分則虛分也以乘分數十一得二萬九千三百八十一以分日除之得五五千二百三分之七千三百六十六子母各以十一約之母得四百七十二三則少大法也子得三百六十則少大分也以兼數十一得十六又少大分三百六十爲分日損率

少大法四百七十三

歷周十萬七千五百六十五

差率萬一千九百八十六

朔合分萬八千三百二十八

微分九百一十四注曰微舊誤微下皆同

微分法二千二百九

推朔入陰陽歷

以會月去上元積月餘以朔合分定微分各乘之微分滿其法從合分合分滿周天去之其餘不滿歷周者爲入陽歷注曰上元起陽歷也滿去之注曰滿舊誤餘錢詹事曰當作滿餘爲入陰歷餘皆如月周得一月算外所求月合朔入歷不盡爲日餘

求次月

加二日日餘二千五百八十微分九百一十四注曰置朔合分定微分以月周除之得二日日餘二千五百八十微分九百一十四如法成日滿十三去之除餘如分日陰陽歷竟互入端入歷在前限餘前後限餘後者注曰後限下舊脫餘字月行中道也注曰月行中道則有食求望者因合朔入歷日餘分加一日日餘一千二百九十微分四百五十七朔入陽歷則望入陰歷則望入陽歷日滿十三餘滿分日去之朔入陽歷望亦入陽歷朔入陰歷望亦入陰歷

求朔望定數

各置入遲疾歷盈縮大小分會數乘小分爲微分注曰爲微分舊誤爲微案微分法爲會數自乘之數小分本以會數爲母故以會數乘之爲微分盈減

縮加陰陽日餘注曰此加減與遲疾術同亦求朔望則盈減縮加求夜半則盈加縮減日餘盈不足日進退日而定注曰以月周進退日以定日餘乘損益率如月周得一以損益兼數注曰舊本脫兼字爲加時定數

推夜半入歷

以差率乘朔小餘如微分法得一注曰微分法爲五約會月之數差率爲一日月行交之會歲分日法爲五紀月之數月周與日進分相加爲一日月行交之紀法分今此朔小餘爲不滿日法之分以微分法爲所有率差率爲所求率朔小餘爲所有數而今有之所得爲朔小餘所變之月行交紀法分也以減入歷日餘不足加月周而減之卻一日注曰舊脫此三字卻得分日加其分以會數約微分爲

小分卽朔日夜半入歷

求次日加一日日餘三十一小分三十一小分如會數從餘注曰日餘三十一小分三十一卽日進分也餘滿月周去之又加一日歷竟下日餘滿分日去之爲入歷初也不滿分日者直之加餘二千七百二小分三十一爲入次歷注曰置月周加日進分得七千九百五小分三十一以分日五千二百三減之餘二千七百二小分三十一

求夜半定日

以通數乘入遲疾歷夜半盈縮及餘餘滿周半爲小分注曰舊脫周字盈縮餘本以周法爲母周法爲周半乘會數之數故以周半除餘所得以會數爲母以盈加縮減入陰陽日餘日盈不足注曰當云日餘盈不足或日字衍以月周進退日而定也以定日餘乘損益率如月周得一以損益兼數注曰率如已下九字今增爲夜半定數也

求昏明數

以損益率乘所近節氣夜漏二百而一爲明以減損益率爲昏而以損益夜半數爲昏明定數

求月去極度

置加時若昏明定數以十二除之爲度其餘三而一爲少注曰三下舊衍日字不盡一爲強二少弱也所得爲月去黃道度也其陽歷以加日所在黃道歷去極度陰歷以減之注曰陽歷在黃道外去極遠故加陰歷在黃道內去極近故減則月去極度強正弱負強弱相并同名相從異名相消其相減也同名相消異名相從無對互之二強進少而弱

乾象術上畢

漢乾象術卷下

李銳述并注

上元己丑以來至建安十一年景戌歲積七千三百七十八

己丑　戊寅　丁卯　景辰　乙巳

甲午　癸未　壬申　辛酉　庚戌　己亥

戊子　丁丑　景寅注曰此上元以來每紀紀首歲名也置紀法五百八十九以六十去之餘四十九命起元首己丑算外得戊寅又置四十九命起戊寅算外得丁卯它皆放此己丑丁卯之等爲內紀戊寅丙辰之等爲外紀建安十一年丙戌入丁丑紀兼及丙寅者丁丑內紀丙寅外紀也

推五星

五行木歲星火熒惑土塡星金太白水辰星各以終日與天度相約爲日率注曰當云爲周率日率　章歲乘周爲月法章月乘日爲月分分如法爲月數通數乘月法日度法也注曰本當以紀法乘周率爲日度法今此月法月法爲章歲乘周率之數紀法爲通數乘章歲之數則以通數乘月法卽如以紀法乘周率也什分注曰什舊誤升錢詹事曰此篇云什分者皆斗分之譌隸書斗作升傳寫易混乘周率爲什分日度法用紀法乘周率故此同以分乘之注曰周率舊誤同率

五星朔大餘小餘以通法各乘月數日法各除之爲大餘不盡爲小餘以六十去大餘

五星入月日日餘各以通法乘月餘以合月法乘朔小餘并之會數約之所得各以日度法除之則皆是注曰月法下舊脫乘字朔小餘爲通數乘會數之分以乘月法會數約之所得爲通數乘月法之分故滿日度法得一

五星度數度餘減多爲度餘分以周天乘之以日度法約之所得爲度不盡爲度餘過周天去之及什分注曰五星舊誤生錢詹事曰益星字爛脫止存下半又脫去五字去之及什分去舊誤法什舊誤十錢詹事曰木火土以周率減日率餘爲度餘分金水周率多於日率卽以日率爲度餘分法當作去十當作斗銳案火一終行度過於周天故須去之

紀月七千二百八十五

章閏七

章月二百三十五

歲中十二

通法四萬三千二十六

日法千四百五十七

會數四十七

周天二十一萬五千一百三十

什分一百四十五

木

周率六千七百二十二

日率七千三百四十一

合月數十三注曰以章月乘日率得一百七十二萬五千一百三十五爲月分以合月法除之得合月數不盡爲月餘

月餘六萬四千八百一

合月法十二萬七千七百一十八

日度法三百九十五萬九千二百五十八

朔大餘二十三注曰以通法乘合月數得五十五萬九千三百三十八爲積日分以日法除之得三百八十三爲積日不盡爲朔小餘以六十去積日餘爲大餘以朔小餘轉減日法餘爲朔虛分

朔小餘一千三百七

入月日十五注曰以通法乘月餘得二十七億八千八百一十二萬七千八百二十六以合月法乘朔小餘得一億六千六百九十二萬七千四百二十六并之得二十九億五千五百五萬五千二百五十二以會數約之得六千二百八十七萬三千五百一十六爲日分以日度法除之得入月日不盡爲日餘

日餘三百三十八萬四千四百四十六注曰三十當作四十叉四千下當有六百二字

朔虛分一百五十

什分九十七萬四千六百九十

度數三十三注曰以周率減日率餘六百一十九爲度餘分以周天乘之得一億三千三百一十六萬五千四百七十爲積度分以日度法除之爲度數不盡爲度餘

度餘二百五十萬九千九百五十六

火

周率三千四百七

日率七千二百七十一

合月數二十六注曰月分一百七十萬八千六百八十五

月餘二萬五千六百二十七

合月法六萬四千七百三十三

日度法二百萬六千七百二十三

朔大餘四十七注曰積日分一百一十一萬八千六百七十六積日七百六十七

朔小餘一千一百五十七

入月日十二注曰通法乘月餘得一十一億二百六十二萬七千三百二合月法乘朔小餘得七千四百八十九萬六千八十一并之得一十一億七千七百五十二萬三千三百八十三會數約之得日分二千五百萬三千六百八十九

日餘九十七萬三千一十三

朔虛分三百

什分四十九萬四千一十五

度數四十八注曰度餘分三千八百六十四積度分四億三千一百二十六萬二千三百二十積度四百一十四度餘四十七萬八千九百九十八以周天三百六十五度什分四十九萬四千一十五減之餘爲度數度餘

度餘一百九十九萬一千七百六

土

周率三千五百二十九

日率三千六百五十三

合月數十二注曰月分八十五萬八千四百五十五

月餘五萬三千八百四十三

合月法六萬七千五十一

日度法二百七萬八千五百八十一

朔大餘五十四注日積日分五十一萬六千三百一十二積日三百五十四

朔小餘五百三十四

入月日二十四注日通法乘月餘得二十三億一千六百六十四萬八千九百一十八合月法乘朔小餘得三千五百八十萬五千二百三十四并之得二十三億五千二百四十五萬四千一百五十二會數約之得日分五千五萬二千二百一十六

日餘十六萬六千二百七十二

朔虛分九百二十三

升分五十一萬一千七百五

度數十二注日度餘分一百二十四積度分二千六百六十七萬六千一百二十

度餘一百七十三萬三千一百四十八

金

周率九千二十二

日率七千二百一十三

合月數九注日月分一百六十九萬五千五十五

月餘十五萬二千二百九十三

合月法十七萬一千四百一十八

日度法五百三十一萬三千九百五十八

朔大餘二十五注日積日分三十八萬七千二百三十四積日二百六十五

朔小餘一千一百二十九

入月日二十七注日通數乘月餘得六十五億五千二百五十五萬八千六百一十八合月法乘朔小餘得一億九千三百五十三萬九百二十二并之得六十七億四千六百八萬九千五百四十會數約之得日分一億四千三百五十三萬三千八百二十

日餘五萬六千九百五十四

朔虛分三百二十八

升分一百三十萬八千一百九十

度數二百九十二注日以周天乘日率得積度分一十五億五千一百七十三萬二千六百九十

度餘五萬六千九百五十四

水

周率一萬一千五百六十一

日率一千八百三十四

合月數一注日月分四十三萬九百九十

月餘二十一萬一千三百三十一

合月法二十一萬九千六百五十九

日度法六百八十萬九千四百二十九

朔大餘二十九

朔小餘七百七十三

入月日二十八注日通法乘月餘得九十億九千二百七十二萬七千六百六合月法乘

朔小餘得一億六千九百七十九萬六千四百七并之得九十二億六千二百五十二萬四千一十三會數約之得日分一億九千七百七萬四千九百七十九

日餘六百四十一萬九百六十七

朔虛分六百八十四

什斗一百六十七萬六千三百四十五

度數五十七 注曰積度分三億九千四百五十四萬八千四百二十

度餘六百四十一萬九百六十七

推五星

置上元盡所求年以周率乘之滿日率得一名積合不盡爲合餘以周率除之得一星合往年二合前往年無所得合其年合餘減周率爲度分金水積合奇爲晨耦爲夕 注曰上元金水起夕合也晉書志載徐岳議曰水以黃初二年十一月十七日癸未晨見乾象以十一月十三日巳卯見先四日今依術推之上元巳丑以來盡黃初二年辛丑積七千三百九十三年積合四萬六千六百三合餘五百七十一積月九萬一千四百三十九月餘二萬七千六百六十九入甲子紀月四千一十九閏月一百一十九閏餘一百六十八入歲月空積日一十一萬八千六百八十三朔大餘三小餘三百六十三入月日三日餘六百五十九萬七千七百二十六水晨合伏九日見東方得十一月丁卯朔四日庚午水晨合十三日巳卯晨見與岳議合是奇爲晨也

推星合月

以月數月餘各乘積合滿合月法從月不盡爲月餘

以紀月去積月 注曰以紀月除去積月所得耦爲入甲子紀奇爲入甲午紀 餘爲入紀月副以章閏乘之滿章月得一閏以減入紀月餘以歲中去之命以天正算外合月也其在閏交際以朔御之推星合月朔日以通法乘入紀月滿日法得一爲積日不盡爲小餘以六十去積日餘爲大餘命以所入紀算外星合朔日也 注曰此推合月朔日術舊脫今依景初術補

推入月日

以通法乘月餘合月法乘朔小餘并以會數約之所得滿日度法得一則星合入月日也不滿爲日餘命以朔算外

推星合度

以周天乘度分滿日度法得一度不盡爲餘命度以牛前五度起

右求星合

求後合月

以月數加月數以月餘加月餘滿合月法得一月不滿歲中 注曰滿上舊衍減字即合其年滿去之有閏計焉餘爲後年再滿在後二年金水加晨得夕加夕得晨

求後合朔日 注曰後字今增

以朔大小餘加合月大小餘上成月者又加大餘二

十九小餘七百七十三小餘滿日法從大餘命如前

求後入月日衍注日後字今增

以入月日日餘加合入月日及餘餘滿日度法得一日其前合朔小餘滿其虛分者減一日後小餘滿七百七十三以上者去二十九日不滿去三十日注日舊脫去二十九日不滿七字其餘則後合入月日也

求後度

以度加度度餘加度餘滿日度法得一度

木伏三十二日三百四十八萬四千六百四十六分

見三百六十六日

伏行五度二百五十萬九千九百五十六分

見行四十度除逆退十二度定行二十八度

火伏一百四十三日九十七萬三千一十三分

見六百三十六日

伏行一百一十一度四十七萬八千九百九十八分

見行三百二十度除逆十七度定行三百三度

土伏三十三日十六萬六千二百七十二分

見三百四十五度

伏行三度一百七十三萬三千一百四十八分

見行一十五度除逆六度定行九度

金晨伏東方八十二日十一萬三千九百八分

見西方二百四十六日除逆六度定行二百四十六度

晨伏行百度十一萬三千九百八分

見東方日度如西伏十日退八日

水晨伏三十三日六百一萬二千五百五分

見西方三十二日除逆一度定行三十二度

伏行六十五度六百一萬二千五百五分

見東方日度如西伏十八日退十四度注日舊脫此注依上文例增

五星歷步

以術法伏日度及餘注日術字當在上文歷步下加星合日度餘餘滿日度法得一從今注日今當作全命之如前得星見日及度也以星行分母乘見度餘如日度法得一分不盡半法以上亦得一而日加所行分分滿其母得一度逆順母不同以當行之母乘故分如故母而一注日舊脫下故字當行分也留者承前逆則減之伏不書度經什除分以行毋為率分有損益前後相御凡言如盈約滿皆求實之除也去及除之取盡之除也注日此四語不類正文按鄭康成闞澤並注乾象術今兩家注已遺亡疑此為舊注贋文也

木晨與日合伏順十六日百七十四萬二千三百二

十三分行星二度三百二十三萬四千六百七分而
晨見東方在日後注日後上舊術沒字順疾日行五十八分之
十一五十八日行十一度更順遲日行九分五十八
日行九度留不行二十五日而旋逆日行七分之一
八十四日退十二度復留二十五日而順日行五十
八分之九五十八日行九度順疾日行十一分五十
八日行十一度在日前夕伏西方十六日百七十四
萬二千三百二十三分行星二度三百二十三萬四
千六百七分而與日合凡一終三百九十八日三百
四十八萬四千六百四十六分行星三十三度二百

五十萬九千九百五十六分
火晨與日合伏順七十一日百四十八萬九千八百
六十八分行星五十五度百二十四萬二千八百六
十分半而晨見東方在日後順日行二十三分之十
四百八十四日行一百一十二度更順遲日行二十
三分之十二九十二日行四十八度留不行十一日
旋逆行六十二分之十七六十二日退十七度復留
十一日而順注日此七字今增日行十二分九十二日行四
十八度復順疾日行十四分百八十四日行百一十
二度在日前夕伏西方七十一日百四十八萬九千

八百六十八分行星五十五度百二十四萬二千八
百六十分半而與日合凡一終七百七十九日九十
七萬三千一十三分行星四百一十四度四十七萬
八千九百九十八分
土晨與日合伏順十六日百一十二萬二千四百二
十六分半行星一度百九十萬五千八百六十四分
半而晨見東方在日後順日行三十五分之三八十
七日半行七度半留不行三十四日旋逆日行十七
分之一百二日退六度復留二十四日而順日行三
分八十七日半行七度半在日前夕伏西方十六日

百一十二萬二千四百二十六分半行星一度百九
十萬五千八百六十四分半而與日合也凡一終三
百七十八日十六萬六千二百七十二分行星十二
度百七十三萬三千一百一百四十八分
金晨與日合伏逆五日退四度而晨見東方在日後
逆日行五分度之三十日退六度留不行八日旋順
遲日行四十六分之三十三四十六日行三十三度
而順疾日行一度九十一分之十五九十一日行一
百六度更順益疾日行一度九十一分之二十二九
十一日行百一十三度在日後晨伏東方順四十一

日五萬六千九百五十四分行星五十度五萬六千九百五十四分而與日合一合二百九十二日（注曰舊脫一合已下六字）五萬六千九百五十四分行星亦如之

金夕與日合伏順四十一日五萬六千九百五十四分行星五十度五萬六千九百五十四分而夕見西方在日前順疾日行一度九十一分之二十二九十一日行百六度而順遲日行四十六分之三十三四十六日行三十三度留不行八日旋逆日行五分之三十日退六度在日前夕伏西方逆疾五日退四度（注曰舊脫此十四字）而與日合凡再合一終五百八十四日十一萬三千九百八分行星亦如之

水晨與日合伏逆九日退七度而晨見東方在日後更逆疾一日退一度留不行二日旋順遲日行九分之八九日行八度而順疾日行一度四分之一二十日行二十五度在日後晨伏東方順十六日六百四十一萬九百六十七分行星三十二度六百四十一萬九百六十七分而與日合一合五十七日六百四十一萬九百六十七分行星亦如之（注曰行星三十二度已下十八字舊誤在行星亦如之上今訂正）

水夕與日合伏順十六日六百四十一萬九百六十七分行星三十二度六百四十一萬九百六十七分（注曰行星以下十八字舊脫）而夕見西方在日前順疾日行一度四分之一二十日行二十五度而順遲日行九分之八九日行八度留不行二日旋逆一日退一度在日前夕伏西方逆遲九日退七度與日合凡再合一終一百一十五日六百一萬二千五百五分行星亦如之

乾象術下畢

甘泉老友江藩校

補修宋奉元術

李銳述幷注

初仁宗朝用崇天秝至治平初司天監周琮改撰明天秝行之監生石道言未經測驗不可用不聽至熙寧元年七月望夜將旦月食東方與秝不協乃詔秝官雜候星晷更造新秝終五年冬日行餘分畧具會沈括提舉司天監言淮南人衞朴通秝法召朴至言崇天秝氣後天明天秝朔後天注日朔後天舊誤朔先天今改下文減二刻可證失在置元不當詔朴更造朴以已學爲之視明天秝朔減二刻注日以明天術推熙寧七年甲寅歲前天正經朔積年七十一萬一千七百七十氣積分一十萬一千三百八十八億七百七十六萬五千閏餘五十一萬八千九百五十八朔積分一十萬一千三百八十八億七百二十四萬六千四十二積日二億五千九百九十六萬九千四百一十六大餘三十六小餘二萬二千四十二大餘命甲子小餘以刻法除之得庚子日五十六刻二百二分以奉元術推之積年八千三百一十八萬五千七十氣積分七百二十萬七百二十六億七千五百四十四萬四千一百一十閏餘三十一萬五千九百八十五朔積分七百二十萬七百二十六億七千五百一十二萬八千一百二十五積日三百三億八千二百八十一萬三千二百九十六大餘三十六小餘一萬二千九百二十五大餘命甲子小餘以刻法除之得庚子日五十四刻一百二十七分課於明天術少二刻是視明天術朔減二刻也八年閏四月壬寅注日玉海云十二日右正言知制誥沈括上熙寧奉元秝行之詔進括一官賜朴錢百千以監生石道爲靈臺郎括嘗稱朴精於秝術一行之流也春秋日蝕三十六諸秝通驗密者不過得二十六七唯一行得二十九朴乃得三十五唯莊公十八年一蝕今古筭皆不入蝕法疑前史誤耳自夏仲康五年癸巳歲至熙寧六年癸丑凡三千二百一年書傳所載日食凡四百七十五衆秝考驗雖各有得失而朴所得爲多朴欲造候簿其法須測驗每夜昏曉夜半月及五星所在度秒置簿錄之滿五年其間剔去雲陰及晝見日數外可得三年實行然後以筭日綴之古所謂綴術者此也秝官沮之不成奉元秝五星步術但增損舊秝正其甚謬處十得五六而已九年正月二十七日括請令司天用渾儀浮漏圭表測驗令朴參校新秝改正從之先是括典領修秝載今月望月食不驗故也元豐元年十二月辛丑朔詔提舉司天監集秝官考筭遼高麗日本國與奉元秝同異注日以上采玉海夢溪筆談紹興九年史官重修神宗正史求奉元秝不獲八月丙子注日玉海云二十九日詔陳得一裴伯壽赴闕補修之注日以上采宋史玉海

熙寧奉元秝注日以下今補修

步氣朔術

演紀上元甲子歲距熙寧七年甲寅歲積八千三百一十八萬五千七十筭外上驗往古每年減一筭下筭將來每年加一筭注日

案元史志奉元術積年八千三百一十八萬五千二百七十七以熙寧七年距至元十八年積二百七年減之得此積年

元法二萬三千七百　注日此日法見元史志名日法爲元法用明天術例

歲周八百六十五萬六千二百七十三　注日案奉元術行用在明天術後則奉元歲周當與明天相近明天術元法三萬九千斗分九千五百置明天斗分以明天元法退除之得二十四刻三十五分八十九秒七十四小分以奉元元法乘之得五千七百七十三分七十秒六十八小分三十八小秒秒以下不滿半分去之得五千七百七十三爲奉元斗分以奉元元法乘三百六十五日得八百六十五萬五百加入奉元斗分得此歲周

歲餘一十二萬四千二百七十三

朔實六十九萬九千八百七十五　注日案何承天調日法以四十九分之二十六爲彊率十七分之九爲弱率今據此率立法以求奉元朔實置元法二萬三千七百以彊母四十九去之餘三十三以四百四十二乘之得一萬四千五百八十六滿八百三十三去之餘四百二十五爲弱實以弱母十七除之得二十五爲弱數以弱實返減日法餘二萬三千二百七十五爲彊實以彊母四十九除之得四百七十五爲彊數以彊子二十六乘彊數得一萬二千三百五十列上位以弱子九乘弱數得二百二十五加上位得一萬二千五百七十五爲奉元朔餘以元法乘二十九日得六十八萬七千三百加入朔餘得此朔實又以演紀法覆考之置積年八千三百一十八萬五千七十加十年得八千三百一十八萬五千八十爲上元甲子距熙寧甲寅後甲子積年以歲周乘之得七百二十萬七百二十七億六千二百萬六千八百四十爲氣積分副之以六十乘元法得一百四十二萬二千去之餘一百萬二千八百四十則當時所定甲子年氣骨也以朔實去其副餘九萬四千二百一十五則當時所定甲子年閏骨也演紀法先以元法斗分用求一術入之置斗分五千七百七十三於右上元法二萬三千七百於右下立天元一於左上空其左下以右上五千七百七十三除右下二萬三千七百得四爲下商右下餘六百八以下商四乘左上天元一得四歸於左下卽棄去下商四又以右下六百八除右上五千七百七十三得九爲上商右上餘三百一以上商九乘左下四得三十六歸入左上一得左上三十七卽棄去上商九又以右上三百一除右下六百八得二爲下商右下餘六以下商二乘左上三十七得七十四歸入左下四得左下七十八卽棄去下商二又以右下六除右上三百一得五十爲上商右上餘一以上商五十乘左下七十八得三千九百歸入左上三十七得左上三千九百三十七卽棄去上商五十又以右上一除右下六得五爲下商此術不可除盡須令有餘故一除六得五右下餘一以下商五乘左上三千九百三十七得一萬九千六百八十五歸入左下七十八得左下一萬九千七百六十三卽棄去下商五驗右上右下俱一卽以一爲等率左上三千九百三十七爲因率以左上三千九百三十七與左下一萬九千七百六十三相加得二萬三千七百爲蔀率又以紀法六十乘等率仍得六十爲約率以約氣骨得一萬六千七百一十四以因率乘之得六千五百八十萬三千一十八滿蔀率去之餘一萬一千八百一十八以六十乘之得七十萬九千八十爲入元歲以歲閏乘之得一千八百二十七億八千一百六十七萬八千八百四十滿朔實去之餘二十二萬四千二百十五爲入閏以減閏骨不足減於閏骨上加一朔實得七十九萬四千九十乃以入閏減之餘五十六萬九千八百七十五爲閏縮又以六十乘蔀率得一百四十二萬二千爲氣元率以歲閏乘之得三千六百六十五億五千三百二十萬六千滿朔實去之餘六十七萬三千五百爲元閏次以朔實元閏用求一術入之置元閏六十七萬三千五百於右上朔實六十九萬九千八百七十五於右下立天元一於左上空其左下以右上六十七萬三千五百除右下六十九萬九千八百七十五得一爲下商右下餘二萬六千三百七十八以下商一乘左上天元一得一歸於左下卽棄去下商一又以右下二萬六千三百七十五除右上六十七萬三千五百得二十五爲上商右上餘一萬四千一百二十五以上商二十五乘左下一得二十五歸入左上一得左上二十六卽棄去上

商二十五又以右上一萬四千一百二十五除右下二萬六千三百七十五得一爲下商右下餘一萬二千二百五十以下商一乘左上二十六得二十六歸入左下一得左下二十七即棄去下商一又以右下一萬二千二百五十除右上一萬四千一百二十五得一爲上商右上餘一千八百七十五以上商一乘左下二十七得二十七歸入左上二十六得左上五十三即棄去上商一又以右上一千八百七十五除右下一萬二千二百五十得六爲下商右下餘一千以下商六乘左上五十三得三百一十八歸入左下二十七得左下三百四十五即棄去下商六又以右下一千除右上一千八百七十五得一爲上商右上餘八百七十五以上商一乘左下三百四十五得三百四十五歸入左上五十三得上上三百九十八即棄去上商一又以右上八百七十五除右下一千得一爲下商右下餘一百二十五以下商一乘左上三百九十八得三百九十八歸入左下三百四十五得左下七百四十三即棄去下商一又以右下一百二十五除右上八百七十五得六爲上商右上餘一百二十五以上商六乘左下七百四十三得四千四百五十八歸入左上三百九十八得左上四千八百五十六即棄去上商六驗右上右下俱一百二十五即以一百二十五爲等數左上四千八百五十六爲乘數以左上四千八百五十六與左下七百四十三相加得五千五百九十九爲蔀數以等數約閏縮得四千五百五十九以乘數乘之得二千二百一十三萬八千五百四滿蔀數去之餘五十八爲乘元數以乘氣元率得八千二百四十七萬六千爲朔積年以入元歲加之得八千三百一十八萬五千八十爲上元甲子距熙寧七年甲寅後甲子積年減十八年餘八千三百一十八萬五千七十爲上元甲子距熙寧七年甲寅積年以上演紀法出宋秦九韶數書如是反覆推求知今所補奉元術

歲周朔實確無可疑

歲周三百六十五日餘五千七百七十三

朔策二十九餘一萬二千五百七十五

望策一十四餘一萬八千一百三十七半

弦策七餘九千六十八太

氣策一十五餘五千一百七十八秒一十五

中盈分一萬三百五十六秒三十

朔虛分一萬一千一百二十五

閏限六十七萬八千三百九十三秒三百三十

歲閏二十五萬七千七百七十三

月閏二萬一千四百八十一秒三十

沒限一萬八千五百二十一秒三百四十五

紀法六十

秒母三百六十

求天正冬至置所求積年以歲周乘之爲天正冬至氣積分滿元法除之爲積日不滿爲小餘日盈紀法去之不盡命甲子筭外即得所求年前天正冬至日辰及餘

求次氣置天正冬至大小餘以氣策加之即得次氣大小餘若秒盈秒母從小餘小餘滿元法從大餘大餘滿紀法即去之命大餘甲子算外即次氣日辰及餘餘氣累而求之

求天正經朔置天正冬至氣積分滿朔實去之爲積月不盡爲閏餘盈元法爲日不盈爲餘以減天正冬至大小餘爲天正經朔大小餘大餘不足減加紀法小餘不足減退大餘

加元法而減之命大餘甲子算外即得所求年前天正經朔日辰及餘

求弦望及次朔經日置天正經朔大小餘以弦策累加之命如前即得弦望及次朔經日日辰及餘

求沒日置有沒之氣小餘二十四氣小餘在沒限以上者爲有沒之氣以秒母乘之其秒從之用減歲周餘以歲餘除之爲沒日不滿爲餘以沒日加其氣大餘命甲子算外即其氣沒日日辰

求滅日置有滅之經朔小餘經朔小餘不滿朔虛分者爲有滅之朔以三十乘之滿朔虛分爲滅日不滿爲餘以滅日加經朔大餘命甲子算外即其月滅日日辰

步發斂術

候策五餘一千七百二十六秒五

卦策六餘二千七十一秒七十八

土王策三餘一千三十五秒二百一十九

辰法一千九百七十五

半辰法九百八十七半

刻法二百三十七

秒母三百六十

求七十二候各置中節大小餘命之爲初候以候策加之爲次候又加之爲末候各命甲子算外即得其候日辰

求六十四卦各因中氣大小餘命之爲公卦用事日以卦策加之即次卦用事日以土王策加諸侯之卦得十有二節之初外卦用事日

求五行用事日各因四立之節大小餘命之即春木夏火秋金冬水首用事日以土王策減四季中氣大小餘命甲子算外即其月土始用事日也

節氣 月節 四正卦	初候	次候	末候	始卦	中卦	終卦
冬至 十一月中 坎初六	蚯蚓結	麋角解	水泉動	公中孚	辟復	侯屯內
小寒 十二月節 坎九二	鴈北鄉	鵲始巢	雉始雊	侯屯外	大夫謙	卿睽
大寒 十二月中 坎六三	雞始乳	鷙鳥厲疾	水澤腹堅	公升	辟臨	侯小過內
立春 正月節 坎六四	東風解凍	蟄蟲始振	魚上冰	侯小過外	大夫蒙	卿益
雨水 正月中 坎九五	獺祭魚	鴻鴈來	草木萌動	公漸	辟泰	侯需內
驚蟄 二月節 坎上六	桃始華	倉庚鳴	鷹化爲鳩	侯需外	大夫隨	卿晉
春分 二月中 震初九	元鳥至	雷乃發聲	始電	公解	辟大壯	侯豫內
清明 三月節 震六二	桐始華	田鼠化鴽	虹始見	侯豫外	大夫訟	卿蠱
穀雨 三月中 震六三	萍始生	鳴鳩拂羽	戴勝降桑	公革	辟夬	侯旅內
立夏 四月節 震九四	螻蟈鳴	蚯蚓出	王瓜生	侯旅外	大夫師	卿比
小滿 四月中 震六五	苦菜秀	靡草死	小暑至	公小畜	辟乾	侯大有內

芒種五月節 震上六	螳螂生	鵙始鳴	反舌無聲	侯大有外	大夫家人	卿井
夏至五月中 離初九	鹿角解	蜩始鳴	半夏生	公咸	辟姤	侯鼎內
小暑六月節 離六二	溫風至	蟋蟀居壁	鷹乃學習	侯鼎外	大夫豐	卿渙
大暑六月中 離九三	腐草為螢	土潤溽暑	大雨時行	公履	辟遯	侯恆內
立秋七月節 離九四	涼風至	白露降	寒蟬鳴	侯恆外	大夫節	卿同人
處暑七月中 離六五	鷹乃祭鳥	天地始肅	禾乃登	公損	辟否	侯巽內
白露八月節 離上九	鴻鴈來	玄鳥歸	羣鳥養羞	侯巽外	大夫萃	卿大畜
秋分八月中 兌初九	雷乃收聲	蟄蟲坏戶	水始涸	公賁	辟觀	侯歸妹內
寒露九月節 兌九二	鴻鴈來賓	雀入大水為蛤	菊有黃華	侯歸妹外	大夫无妄	卿明夷
霜降九月中 兌六三	豺乃祭獸	草木黃落	蟄蟲咸俯	公困	辟剝	侯艮內
立冬十月節 兌九四	水始冰	地始凍	野雞入水為蜃	侯艮外	大夫既濟	卿噬嗑
小雪十月中 兌九五	虹藏不見	天氣上騰地氣下降	閉塞成冬	公大過	辟坤	侯未濟內
大雪十一月節 兌上六	鶡鳥不鳴	虎始交	荔挺出	侯未濟	大夫蹇	卿頤

求發斂加時各置小餘滿辰法除之為辰數不滿者刻法而一為刻又不滿為分命辰數從子正算外即得所求加時辰刻若以半辰之數加而命之即得辰初後所入刻數

求發斂去經朔置天正經朔閏餘以月閏累加之即每月閏餘滿元法除之為閏日不盡為小餘即得其月中氣去經朔日及餘秒其閏餘滿閏限即為置閏以月內無中氣為定

求卦候去經朔各以卦候策及餘秒累加減之中氣前減中氣後即加各得卦候去經朔日及餘秒

步日躔術已下闕

步晷漏術

步月離術

步交會術

步五星術

四千七百七十一了

補修宋占天術　　李銳述并注

徽宗時有司以觀天秝推崇寧二年十一月朔爲丙子頒秝之後始悟其朔當進而失進遂命姚舜輔造占天秝改十一月朔爲丁丑而再頒秝焉注曰以上宋元史志玉海

崇寧占天秝注曰以下今補修

演紀上元甲子歲距崇寧二年癸未歲積二千五百五十萬一千七百五十九算上考往古每年減一下驗將來每年加一注曰元史志占天秝積年二千五百五十萬一千九百三十七以崇寧二年距至元十八年積筭一百七十八減之得此積年

步氣朔

統法二萬八千八十注曰此日法見元史志名曰統法依觀天術例

歲周一千二十五萬六千四十注曰觀天術統法一萬二千三十歲周四百三十九萬三千八百八十以今有入之置占天統法以觀天歲周乘之得一千二百三十三億八千一十五萬四百如觀天統法而一得一千二十五萬六千三十九不盡一千二百三十收作一共得一千二十五萬六千四十爲占天歲周

歲餘一十四萬七千二百四十

氣策一十五餘六千一百三十五

朔實八十二萬九千二百一十九注曰置統法二萬八千八十以彊母四十九去之餘三以四百四十二乘之得一千三百二十六滿八百三十三去之餘四百九十三爲弱實以弱母十七除之得二十九爲弱數又以弱實減統法餘二萬七千五百八十七爲彊實以彊母四十九除之得五百六十三爲彊數以彊子二十六乘彊數得一萬四千六百三十八於上以弱子九乘弱數得二百六十一加上位共得一萬四千八百九十九爲朔餘又置二十九日以統法通之得八十一萬四千三百二加入朔餘得此朔實以演紀法覆攷之置崇寧癸未積年減十九年餘二千二百五十萬一千七百四十爲元豐七年甲子積年以歲周乘之得二百六十一萬五千四百六十八億六千五百五十萬九千六百爲氣積分滿旬周去之餘一百一十八萬八千卽氣骨也又置氣積分滿朔實去之餘一十一萬一千五百三十八卽閏骨也又置歲周滿統法去之餘六千八百四十八卽斗分也置斗分六千八百四十於右上統法二萬八千八十於右下立天元一於左上空其左下以右上六千八百四十除右下二萬八千八十得四爲下商右下餘七百二十以下商四乘左上天元一得四歸於左下卽棄去下商四又以右下七百二十除右上六千八百四十得九爲上商右上餘三百六十以上商九乘左下四得三十六歸入左上天元一左上得三十七卽棄去上商九又以右上三百六十除右下七百二十得一爲下商右下餘三百六十以下商一乘左上三十七得三十七歸入左下四左下得四十一卽棄去下商一驗右上右下皆三百六十卽以三百六十爲等率以左上三十七爲因率以左上三十七加左下四十一得七十八爲蔀率以紀法六十乘等率得二萬一千六百爲約率以約氣骨得五十五以因率乘之得二千三十五滿蔀率去之餘七以紀法乘之得四百二十爲入元歲以歲閏乘之得一億二千八百二十七萬三千四十滿朔實去之餘五十七萬三千三百一十四爲入閏以減閏骨不足減於閏骨上加一朔實得九十四萬七百五十五乃以入閏減之餘二十六萬七千四百四十三爲閏縮又以紀法乘蔀率得四千六百八十爲氣元率以歲閏乘之得一十四億二千九百四十二萬八千一百六十滿朔實去之餘五十八萬三千八百二十三爲元閏置元閏五十八萬三千八百二十三於右上朔實八十二萬九千二百一十九於右下立天元一於左上其左下空以右上五十八萬三千八百二十三除右下八十二萬九千二百一十九

得一爲下商右下餘二十四萬五千三百九十六以下商一乘左上天元一得一歸於左下卽棄去下商一又以右下二十四萬五千三百九十六除右上五十八萬三千八百二十三得二爲上商右上餘九萬三千三十一以上商二乘左下一得二歸入左上天元一左上得三卽棄去上商二又以右上九萬三千三十一除右下二十四萬五千三百九十六得二爲下商右下餘五萬九千三百三十四以下商二乘左上三得六歸入左下一左下得七卽棄去下商二又以右下五萬九千三百三十四除右上九萬三千三十一得一爲上商右上餘三萬三千六百九十七以上商一乘左下七得七歸入左上三左上得一十卽棄去上商一又以右上三萬三千六百九十七除右下五萬九千三百三十四得一爲下商右下餘二萬五千六百三十七以下商一乘左上一十得一十歸入左下七左下得一十七卽棄去下商一又以右下二萬五千六百三十七除右上三萬三千六百九十七得一爲上商右上餘八千六十以上商一乘左下十七得一十七歸入左上一十左上得二十七卽棄去上商一又以右上八千六十除右下二萬五千六

百三十七得三爲下商右下餘一千四百五十七以下商三乘左上二十七得八十一歸入左下一十七左下得九十八卽棄去下商三又以右下一千四百五十七除右上八千六十得五爲上商右上餘七百七十五以上商五乘左下九十八得四百九十歸入左上二十七左上得五百一十七卽棄去上商五又以右上七百七十五除右下一千四百五十七得一爲下商右下餘六百八十二以下商一乘左上五百一十七得五百一十七歸入左下九十八左下得六百一十五卽棄去下商一又以右下六百八十二除右上七百七十五得一爲上商右上餘九十三以上商一乘左下六百一十五得六百一十五歸入左上五百一十七左上得一千一百三十二卽棄去上商一又以右上九十三除右下六百八十二得七爲下商右下餘三十一以下商七乘左上一千一百三十二得七千九百二十四歸入左下六百一十五左下得八千五百三十九卽棄去下商七又以右下三十一除右上九十三得二爲上商右上餘三十一以上商二乘左下八千五百三十九得一萬七千七十八歸入左上一千一百三十二左上得一萬八千二百

一十卽棄去上商二驗右行上下俱三十一卽以三十一爲等數以左上一萬八千二百一十爲乘數以左上一萬八千二百一十與左下八千五百三十九相并得二萬六千七百四十九爲蔀數置閏縮以等數約之得一萬一千八百五十三以乘數乘之得二億一千五百八十四萬三千一百三十滿蔀數去之餘五千四百四十九爲乘元數以乘氣元率得二千五百五十萬一千三百二十爲朔積年以入元歲加之得二千五百五十萬一千七百四十爲元豐甲子積年加十九年得二千五百五十萬一千七百五十九卽崇寧癸未積年也

朔策二十九餘一萬四千八百九十九

望策一十四餘二萬一千四百八十九半

弦策七餘一萬七百四十四太

歲閏三十萬五千四百一十二

中盈分一萬二千二百七十

朔虛分一萬三千一百八十一

沒限二萬一千九百四十五

閏限八十萬三千七百六十八

旬周一百六十八萬四千八百

紀法六十

推天正冬至置距所求積年以歲周乘之爲氣積分滿旬周去之不盡以統法約之爲大餘不滿爲小餘其大餘命甲子筭外卽所求年天正冬至日辰及餘

求次氣置天正冬至大小餘以氣策及餘累加之小餘

盈統法從大餘一大餘盈紀法去之命甲子筭外卽各得次氣日辰及餘

推天正經朔置天正冬至氣積分以朔實去之不盡爲閏餘以減天正冬至氣積分餘爲天正十一月經朔加時積分滿旬周去之不盡以統法約之爲大餘不滿爲小餘其大餘命甲子筭外卽所求年天正十一月經朔日辰及餘

求弦望及次朔經日置天正十一月經朔大小餘以弦策累加之去命如前卽各得弦望及次朔經日及餘

求沒日置有沒之氣小餘用減二萬八千四百八十九餘滿四百九除之爲日注日置三百六十日於上歲周於中歲餘於下求等得三百六十偏約三位上得一中得二萬八千四百八十九下得四百九本當以一乘有沒氣小餘一乘不長故省不乘也不滿爲餘其日命起氣初日日辰算外卽爲其氣沒日日辰凡氣小餘在沒限已上者爲有沒之氣

求滅日置有滅之朔小餘以三十乘之滿朔虛分除之爲日不滿爲餘其日命起其月經朔初日日辰筭外卽爲其月滅日日辰凡經朔小餘不滿朔虛分者爲有滅之朔

步發斂

候策五餘二千四百四十五

卦策六餘二千四百五十四

土王策三餘一千二百二十七

月閏二萬五千四百五十一

辰法二千三百四十

半辰法一千一百七十

刻法二千八百八

推七十二候各因中節大小餘命之爲初候以候策加之爲次候又加之爲末候

求六十四卦各因中氣大小餘命之爲初卦用事日以卦策加之爲中卦用事日又加之得終卦用事日以土王策加諸侯內卦得十有二節之初外卦用事日又加之得大夫卦用事日復以卦策加之得卿卦用事日

推五行用事各因四立之節大小餘命之卽春木夏火秋金冬水首用事日以土王策減四季中氣大小餘命甲子筭外爲其月土始用事日

常氣 月節 四正卦	初候	次候	末候	始卦	中卦	終卦
冬至 十一月中 坎初六	蚯蚓結	麋角解	水泉動	公中孚	辟復	侯屯內
小寒 十二月節 坎九二	鴈北鄉	鵲始巢	野雞始雊	侯屯外	大夫謙	卿睽
大寒 十二月中 坎六三	雞始乳	鷙鳥厲疾	水澤腹堅	公升	辟臨	侯小過內

立春 正月節 坎六四	東風解凍	蟄蟲始振	魚上冰	侯小過外	大夫蒙	卿益
雨水 正月中 坎九五	獺祭魚	鴻鴈來	草木萌動	公漸	辟泰	侯需內
驚蟄 二月節 坎上六	桃始華	倉庚鳴	鷹化爲鳩	侯需外	大夫隨	卿晉
春分 二月中 震初九	玄鳥至	雷乃發聲	始電	公解	辟大壯	侯豫內
清明 三月節 震六二	桐始華	田鼠化爲鴽	虹始見	侯豫外	大夫訟	卿蠱
穀雨 三月中 震六三	萍始生	鳴鳩拂其羽	戴勝降于桑	公革	辟夬	侯旅內
立夏 四月節 震九四	螻蟈鳴	蚯蚓出	王瓜生	侯旅外	大夫師	卿比
小滿 四月中 震六五	苦菜秀	靡草死	小暑至	公小畜	辟乾	侯大有內
芒種 五月節 震上六	螳螂鳴	鵙始鳴	反舌無聲	侯大有外	大夫家人	卿井
夏至 五月中 離初九	鹿角解	蜩始鳴	半夏生	公咸	辟姤	侯鼎內
小暑 六月節 離六二	溫風至	蟋蟀居壁	鷹乃學習	侯鼎外	大夫豐	卿渙
大暑 六月中 離九三	腐草爲螢	土潤溽暑	大雨時行	公履	辟遯	侯恒內
立秋 七月節 離九四	涼風至	白露降	寒蟬鳴	侯恒外	大夫節	卿同人
處暑 七月中 離六五	鷹乃祭鳥	天地始肅	禾乃登	公損	辟否	侯巽內
白露 八月節 離上九	鴻鴈來	玄鳥歸	羣鳥養羞	侯巽外	大夫萃	卿大畜
秋分 八月中 兌初九	雷乃收聲	蟄蟲坏戶	水始涸	公賁	辟觀	侯歸妹內
寒露 九月節 兌九二	鴻鴈來賓	雀入大水爲蛤	菊有黃華	侯歸妹外	大夫无妄	卿明夷
霜降 九月中 兌六三	豺乃祭獸	草木黃落	蟄蟲咸俯	公困	辟剝	侯艮內
立冬 十月節 兌九四	水始冰	地始凍	雉入大水爲蜃	侯艮外	大夫既濟	卿噬嗑
小雪 十月中 兌九五	虹藏不見	天氣上騰地氣下降	閉塞成冬	公大過	辟坤	侯未濟內
大雪 十一月節 兌上六	鶡鳥不鳴	虎始交	荔挺出	侯未濟外	大夫蹇	卿頤

求中氣去經朔置天正冬至閏餘以月閏累加之滿統法約之爲日不盡爲餘即各得每月中氣去經朔日及餘（其閏餘滿閏限者爲月內有閏也仍定其朔內無中氣者爲閏月）

求卦候去經朔以卦候策累加減中氣去經朔日及餘（中氣前減中氣後加）即各得卦候去經朔日及餘

求發斂加時置所求小餘以辰法除之爲辰數不滿進一位滿刻法爲刻不滿爲餘其辰數命子正算外即各得所求加時辰刻及分

步日躔（已下闕）

步月離

步晷漏

步交會

步五星

宋占天術畢

三千八百六十三字

辱承手書奬飾備至弟自惟譾劣無似不知何以得此於先生且悚且幸大著補宋金六術能使古法之已湮沒者粲然復明鑿鑿可據實有功古人不淺日法朔餘强弱考並自序一首尤爲抉盡閫奧皆必傳之作不但與秦氏書爲羽翼也古愚先生言先生將以各朝歷算依本術疏其法意作爲一書聞之不勝欣幸尚懇勉力成此鴻鉅之業俾先覩爲快弟性好此學而迷惑頗多未能貫通惟冀先生高捷入都時得以賞奇析疑一抒積悃耳眠食佳否想念殊勞統惟鑒照不宣尙之先生宗弟潢頓首

日法朔餘彊弱攷

序

元和李鋭

何承天調日法以四十九分之二十六爲彊率十七分之九爲弱率累彊弱之數得中平之率以爲日法朔餘唐宋演撰家皆墨守其法無敢失墜元明以來疇人子弟罔識古義竟無知其說者今年春讀宋史志忽有啟悟爰列開元占經授時術議所載五十一家日法朔餘之數一一攷其彊弱凡合者三十五家不合者十六家反復推驗知不合之故蓋有三端其一朔餘彊於彊率如統天術朔餘六千三百六十八約餘五千三百六萬六千六百六十六鮑澣之譏其無復彊弱之法者是也其一朔餘之下增立秒數如乾道術朔餘一萬五千九百一十七秒七十六裴伯壽誚爲不入術格者是也其一日法積分太多朔餘雖在彊弱之間亦爲於率不合如劉智正術日法三萬五千二百五十命爲七百一彊五十三弱則朔餘正得一萬八千七百三若命爲七百一十八彊四弱則朔餘爲一萬八千七百四較多一分玉海載至道元年王睿獻新術言於二萬以下修撰日法者是也次爲一卷以質當世明算君子或亦步天者求故之

一助也嘉慶四年五月十八日

何承天彊弱率

彊母四十九

子二十六以萬萬乘之得約餘五千三百六萬一千二百二十四

弱母一十七

子九以萬萬乘之得約餘五千二百九十四萬一千一百七十六

漢劉歆三統術

日法八十一

朔餘四十三約餘五千三百八萬六千四百一十九

右術於率不合

後漢四分術古黄帝顓頊夏殷周魯六術並同四分

日法九百四十

朔餘四百九十九約餘五千三百八萬五千一百六

右術於率不合

劉洪乾象術

日法一千四百五十七

朔餘七百七十三約餘五千三百五萬四千二百二十一

右術二十八彊五弱

調日法

術曰視當時測定朔餘置其術朔餘以萬萬乘之如其術日法而一所得即其術當時測定朔餘也在彊率約餘以下弱率約餘以上者若在彊率約餘以上即不可算列彊母於右上彊子於右次一彊於右副右下空又列弱母於左上弱子於左次左副空一弱於左下并左右兩行得中行以中上退除中次為約餘約餘多於測定數即棄去右行以中行為右行仍前左行約餘少於測定數即棄去左行以中行為左行仍前右行依前累求約餘與當時測定數合中上即日法中次即朔餘中副即彊數中下即弱數也

草曰置朔餘七百七十三以一億乘之得七百七十三億以日法一千四百五十七除之得五千三百五萬四千二百二十一即乾象術當時測定朔餘也在彊率約餘以下弱率約餘以上列彊母四十九於右上彊子二十六於右次一彊於右副右下空又列弱母一十七於左上弱子九於左次左副空一弱於左下并左右兩行得中上六十六中次三十五中副一中下一

	右行	中行	左行
上	𝍫𝍣	𝍮𝍥	𝍠𝍮
次	𝍡𝍮	𝍡𝍫	𝍣
副	𝍠	𝍠	〇
下	〇	𝍩	𝍠

以中上六十六退除中次三十五得約餘五千三百三萬三百三少於測定數即棄去左行以中行爲左行仍前右行并左右兩行得中上一百一十五中次六十一中副二中下一

	右行	中行	左行
上	𝍣𝍫	⊢𝍣	𝍥𝍮
次	𝍪𝍥	𝍥𝍩	𝍫𝍣
副	𝍩	𝍡	𝍩
下	〇	𝍩	𝍠

以中上一百一十五退除中次六十一得約餘五千三百四萬三千四百七十八少於測定數又棄去左行以中行爲左行仍前右行并左右兩行得中上一百六十四中次八十七中副三中下一

	右行	中行	左行
上	𝍣𝍫	𝍮𝍣	𝍥𝍫
次	𝍪𝍥	𝍢𝍮	𝍮𝍠
副	𝍩	𝍢	𝍪
下	〇	𝍩	𝍠

以中上一百六十四退除中次八十七得約餘五千三百四萬八千七百八十少於測定數又棄去左行以中行爲左行仍前右行并左右兩行得中上二百一十三中次一百一十三中副四中下一

	右行	中行	左行
上	𝍫𝍣	𝍪𝍫	𝍮𝍢
次	𝍡𝍮	⊢𝍢	𝍢𝍮
副	𝍠	𝍫	𝍢
下	〇	𝍠	𝍩

以中上二百一十三退除中次一百一十三得約餘五千三百五萬一千六百四十三少於測定數又棄去左行以中行爲左行仍前右行并左右兩行得中上二百六十二中次一百三十九中副五中下一

行	上	次	副	下
右行	𝍫𝍧	𝍡𝍮	𝍠	○
中行	𝍩𝍥𝍩	𝍩𝍧	𝍫	𝍠
左行	𝍩𝍤	𝍩𝍫	𝍢	𝍩

以中上二百六十二退除中次一百三十九得約餘五千三百五萬三千四百三十五少於測定數又棄去左行以中行爲左行仍前右行并左右兩行得中上三百一十一中次一百六十五中副一六中下一

行	上	次	副	下
右行	𝍢𝍫	𝍪𝍥	𝍩	○
中行	𝍢𝍩	𝍩𝍫	𝍥	𝍩
左行	𝍪𝍥	𝍩𝍧	𝍫	𝍠

以中上三百一十一退除中次一百六十五得約餘五千三百五萬四千六百六十二多於測定數卽棄去右行以中行爲右行仍前左行并左右兩行得中上五百七十三中次三百四中副一十一中下二

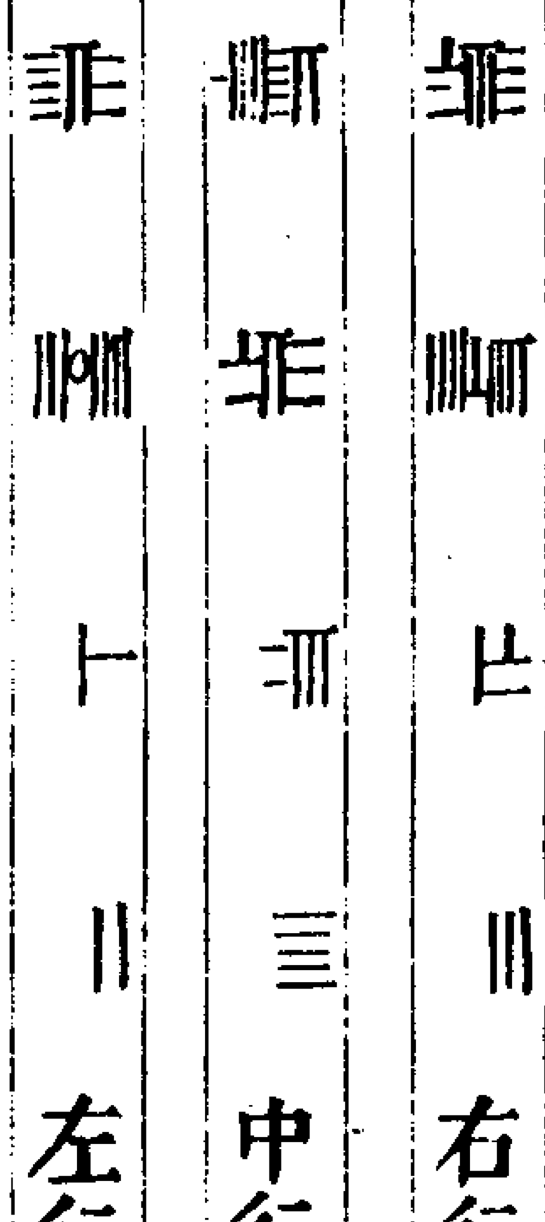
行	上	次	副	下
右行	𝍢𝍩	𝍥𝍫	𝍥	𝍩
中行	𝍫𝍥𝍪	𝍢〇𝍢	𝍩	𝍡
左行	𝍢𝍮	𝍥𝍫	𝍢	𝍩

以中上五百七十三退除中次三百四得約餘五千三百五萬四千一百一少測於定數復棄去左行以中行爲左行仍前右行并左右兩行得中上八百八十四中次四百六十九中副一十七中下三

行	上	次	副	下
右行	𝍢𝍩	𝍩𝍫	𝍥	𝍩
中行	𝍮𝍪	𝍢𝍧	𝍮	𝍢
左行	𝍢𝍮	𝍪〇𝍫	𝍩𝍠	𝍪

以中上八百八十四退除中次四百六十九得約餘五千三百五萬四千二百九十八多於測定數復棄去右行以中行爲右行仍前左行并左右兩行得中上一千四百五十七中次七百七十三中副二十八中下五

上　次　副　下



右行　中行　左行

以中上一千四百五十七退除中次七百七十三得約餘五千三百五萬四千二百二十一與測定數合中上一千四百五十七卽日法中次七百七十三卽朔餘中副二十八卽彊數中下五卽弱數也宅皆放此

九

求日法朔餘（有彊弱求日法朔餘依此術算）

術曰以彊母乘彊數又以弱母乘弱數并之得日法以彊子乘彊數又以弱子乘弱數并之得朔餘

草曰以彊母四十九乘彊數二十八得一千三百七十二於上又以弱母一十七乘弱數五得八十五以并上位得一千四百五十七卽日法也以彊子二十六乘彊數二十八得七百二十八於上又以弱子九乘弱數五得四十五以并上位得七百七十三卽朔餘也

宅皆放此

求彊弱（有日法求彊弱依此術算）

術曰置日法以彊母去之餘以四百四十二（此數以弱母去之適盡以彊母去之餘一）乘之滿八百三十三（此數以彊弱二母去之皆盡）去之餘爲弱實以弱母除之得弱數以弱實轉減日法餘爲彊實以彊母除之得彊數

草曰置日法一千四百五十七以彊母四十九去之餘三十六以四百四十二乘之得一萬五千九百一十二滿八百三十三去之餘八十五爲弱實以弱母一十七除之得五卽弱數也以弱實八十五轉減日法一千四百五十七餘一千三百七十二爲彊實以彊母四十九除之得二十八卽彊數也他皆放此

十

魏韓翊黃初術

日法一萬二千七十九

朔餘六千四百九（約餘五千三百五萬九千二十八）

右術二百四十二彊一十三弱

楊偉景初術

日法四千五百五十九

朔餘二千四百一十九 約餘五千三百五萬九千八百八十一

右術九十二彊三弱

晉劉智正術

日法三萬五千二百五十

朔餘一萬八千七百三 約餘五千三百五萬八千一百五十六

右術於率不合

後秦姜岌三紀甲子元術

日法六千六十三

朔餘三千二百一十七 約餘五千三百五萬九千五百四十一

右術一百二十二彊五弱

涼趙𢾺元始術

日法八萬九千五十二

朔餘四萬七千二百五十一 約餘五千三百六萬九

右術於率不合

宋何承天元嘉術

日法七百五十二

朔餘三百九十九 約餘五千三百五萬八千五百一十

右術一十五彊一弱

祖沖之大明術

日法三千九百三十九

朔餘二千九十 約餘五千三百五萬九千一百五十二

右術七十九彊四弱

梁大同術

日法一千五百三十六

朔餘八百一十五 約餘五千三百五萬九千八百九十五 隋志及開元占經俱無此朔餘數此以算推知下劉孝孫術馬顯丙寅元術同案占經載大同術章歲六百一十九紀法三萬九千六百一十六置紀法以章歲除之得六十四是大同以六十四章為一紀也以古章閏七乘章歲得四千三百三十三加古章歲十九而一得二百二十八為章閏餘一棄之又以十二乘章歲得七千四百二十八為章中以加章閏得七千六百五十六為章月以六十四乘之得四十八萬九千九百八十四為紀月凡日法為紀月之約數月法為紀日之約數以日法除紀月得三百一十

九即約率也置紀法以三百六十五日乘之得一千四百四十五萬九千八百四十又以四除紀法得九千九百四為假歲餘加之共得一千四百四十六萬九千七百四十四為假歲分以約率除之得四萬五千三百五十九為月法餘二百二十三棄之置月法以約率乘之得一千四百四十六萬九千五百二十一為歲分一名紀日以日法除月法得二十九日餘八百一十五為朔餘

右術三十一彊一弱

後魏張龍祥正光術

日法七萬四千九百五十二

朔餘三萬九千七百六十九 約餘五千三百五萬九千二百九十一

右術於率不合

東魏李業興興和術

日法二十萬八千五百三十

朔餘一十一萬六百四十七 約餘五千三百六萬四百七十

右術於率不合

劉孝孫術

日法一千一百四十四

朔餘六百七 約餘五千三百五萬九千四百四十 案隋志及占經載劉孝孫術章歲六百一十九紀法八千四十七歲餘一千九百六十六此章歲與大同術同則亦以七千六百五十六爲章月也置紀法以章歲除之得一十三是孝孫以十三章爲一紀以一十三乘章月得九萬九千五百二十八爲紀月以日法除之得八十七爲約率又以三百六十五日乘紀法加歲餘得二百九十三萬九千一百二十一爲紀日以約率除之得三萬三千七百八十三爲月法以日法除之得二十九日餘六百七爲朔餘

右術二十三彊一弱

北齊宋景業天保術

日法二十九萬二千六百三十五

朔餘一十五萬五千二百七十二 約餘五千三百五萬九千九百五十五

右術於率不合

周甄鸞天和術

日法二十九萬一百六十

朔餘一十五萬三千九百六十一 約餘五千三百六萬七百二十五

右術於率不合

馬顯丙寅元術

日法五萬三千五百六十三

朔餘二萬八千四百二十二 約餘五千三百六萬二千七百四十八 案隋志及占經載丙寅元術章歲四百四十八章閏一百六十五斗分三千一百六十七蔀法一萬二千九百九十二置蔀法以章歲除之得二十九是以二十九章爲一蔀也以十二乘章歲加章閏得五千五百四十爲章月以二十九乘之得一十六萬六百八十九爲蔀月以日法除之得三約率又以三百六十五日乘蔀法加入斗分得四百七十四萬五千六百四十七爲蔀日以約率約之得一百五十八萬二千七百四十九爲月法以日法除之得二十九日餘二萬八千四百二十二爲朔餘

右術於率不合

隋張賓開皇術

日法一十八萬一千九百二十

朔餘九萬六千五百二十九 約餘五千三百六萬一千二百三十五

右術於率不合

張胄元大業術

日法一千一百四十四

朔餘六百七

右術與劉孝孫術同

劉焯皇極術
日法一千二百四十二
朔餘六百五十九 約餘五千三百五萬九千五百八十一
右術二十五彊一弱
唐傅仁均戊寅術
日法一萬三千六
朔餘六千九百一 約餘五千三百六萬一百二十六
右術二百六十三彊七弱
南宮說神龍術
日法一百

十五

朔餘五十三秒六 約餘五千三百六萬
右術於不合
李淳風麟德術
日法一千三百四十
朔餘七百一十一 約餘五千三百五萬九千七百一
右術二十七彊一弱
僧一行大衍術
日法三千四十
朔餘一千六百一十三 約餘五千三百五萬九千二百一十
右術六十一彊三弱

郭獻之五紀術
日法一千三百四十
朔餘七百一十一
右術與麟德術同
徐承嗣貞元術
日法一千九十五
朔餘五百八十一 約餘五千三百五萬九千三百六十
右術二十二彊一弱
徐昂宣明術
日法八千四百

十六

朔餘四千四百五十七 約餘五千三百五萬九千五百二十三
右術一百六十九彊七弱
邊岡崇元術
日法一萬三千五百
朔餘七千一百六十三 約餘五千三百五萬九千二百五十九
右術二百七千一彊一十三弱
後周王朴欽天術
日法七千二百
四
朔餘三千八百二十秒二十八 約餘五千三百五萬九千四百四十

右術於率不合

宋王處訥應天術

日法一萬二

朔餘五千三百七約餘五千三百五萬九千十三百八十八

右術二百一彊九弱

吳昭素乾元術

日法二千九百四十

朔餘一千五百六十約餘與彊率約餘同

右術六十彊弱空

史序儀天術

日法一萬一百

朔餘五千三百五十九約餘五千三百五萬九千四百五

右術二百三彊九弱

宋行古崇天術

日法一萬五百九十

朔餘五千六百一十九約餘五千三百五萬九千四百九十

右術二百一十三彊九弱

周琮明天術

日法三萬九千

朔餘二萬六百九十三約餘五千三百五萬八千九百七十四

右術七百八十一彊四十三弱

衞朴奉元術

日法二萬三千七百

朔餘一萬二千五百七十五約餘五千三百五萬九千七十一案此及占天淳祐會天金乙未五術各史志不載朔餘數此以算推知置日法以彊母四十九去之餘三十三以四百四十二乘之得一萬四千五百八十六滿八百三十三去之餘四百二十五為弱實以弱母一十七除之得二十五為弱數以弱子九乘之得二百二十五於上以弱實反減日法餘二萬三千二百七十五為彊實以彊母除之得四百七十五為彊數以彊子二十六乘之得一萬二千三百五十加上位得一萬二千五百七十五為朔餘

右術四百七十五彊二十五弱

皇居卿觀天術

日法一萬二千三十

朔餘六千三百八十三約餘五千三百五萬九千一十九

右術二百四十一彊一十三弱

姚舜輔占天術

日法二萬八千八十

朔餘一萬四千八百九十九約餘五千三百五萬九千一百一十六置日法以彊母四十九去之餘三以四百四十二乘之得一千三百二十六滿八百三十三去之餘四百九十三為弱實以弱母一十七除之得二十九為弱數以弱子九乘之得二百六十一於上以弱實反減日法餘二萬七千五百八十七為彊實以彊母除之得五百六十三為彊數以彊子二十

六乘之得一萬四千六百三十八加上位得一萬四千八百九十九爲朔餘

右術五百六十三彊二十九弱

紀元術亦姚舜輔造

日法七千二百九十

朔餘三千八百六十八約餘五千三百五萬八千九百八十四

右術一百四十六彊八弱

陳德一統元術

日法六千九百三十

朔餘三千六百七十七約餘五千三百五萬九千一百六十三

右術一百三十九彊七弱

劉孝榮乾道術

日法三萬

朔餘一萬五千九百一十七秒七十六約餘五千三百五萬九千二百

右術於率不合

淳熙術

日法五千六百四十

朔餘二千九百九十二秒五十六約餘五千三百五萬九千五百七十四

右術於率不合

會元術以上二術亦劉孝榮造

日法三萬八千七百

朔餘二萬五百三十四約餘五千三百五萬九千四百三十一

右術七百七十八彊三十四弱

楊忠輔統天術

日法一萬二千

朔餘六千三百六十八約餘五千三百六萬六千六百六十六案此朔餘彊於彊率故推天正經朔有百五乘距算退位減之之法然較諸家終爲太彊

右術於率不合

鮑澣之開禧術

日法一萬六千九百

朔餘八千九百六十七約餘五千三百五萬九千一百七十一

右術三百三十九彊一十七弱

李德卿淳祐術

日法三千五百三十

朔餘一千八百七十三約餘與崇天術同置日法以彊母四十九去之餘二以四百四十二乘之得八百八十四滿八百三十三去之餘五十一爲弱實以弱母一十七除之得三爲弱數以弱子九乘之得二十七於上以弱實反減日法餘三千四百七十九爲彊實以彊母除之得七十一爲彊數以彊子二十六乘之得一千八百四十六加上位得一千八百七十三爲朔餘

右術七十一彊三弱

譚玉會天術

日法九千七百四十

朔餘五千一百六十八約餘五千三百五萬九千五百四十八置日法以彊母四十九去之餘三十八以四百四十二乘之得一萬六千七百九十六滿八百三十三去之餘一百三十六爲弱實以弱母一十七除之得八爲弱數以弱子九乘之得七十二於上以弱實反減日法餘九千六百四爲彊實以彊母除之得一百九十六爲彊數以彊子二十六乘之得五千九百六加上位得五千一百六十八爲朔餘

右術一百九十六彊八弱

陳鼎成天術

日法七千四百二十

朔餘三千九百三十七約餘五千三百五萬九千二百九十九

右術一百四十九彊七弱

金楊級大明術

日法五千二百三十

朔餘二千七百七十五約餘五千三百五萬九千二百七十三案金元二史志俱不載級術朔餘數此據趙知微重修大明術補

右術一百五彊五弱

趙知微重修大明術

日法五千二百三十

朔餘二千七百七十五

右術與前術同

耶律履乙未術

日法二萬六百九十

朔餘一萬九百七十八約餘五千三百五萬九千四百四十九置日法以彊母四十九去之餘一十二以四百四十二乘之得五千三百四滿八百三十三去之餘三百六爲弱實以弱母一十七除之得一十八爲弱數以弱子九乘之得一百六十二於上以弱實反減日法餘二萬三百八十四爲彊實以彊母除之得四百一十六爲彊數以彊子二十六乘之得一萬八百一十六加上位得一萬九百七十八爲朔餘

右術四百一十六彊一十八弱

元郭守敬授時術

日法一萬

朔餘五千三百五秒九十三約餘五千三百五萬九千三百案日法一萬於率爲二百二彊六弱朔餘當五千三百六今朔餘止五有奇不合彊弱之率不得爲日法故術議云積年日法不用也術議未演紀三條其云日法二千一百九十者以彊弱求之爲四十四彊二弱朔餘一千一百六十二其云日法八千二百七十者爲一百六十六彊八弱朔餘四千三百八十八其云日法六千五百七十者爲一百三十二彊六弱朔餘三千四百八十六此三日法並與何承天率密合言若用日法則如此三條也所以爲此說者彊弱率爲唐宋相傳舊法一旦廢棄恐議者非之故反復申明以示改憲之意爾

右術於率不合

日法朔餘彊弱攷

同縣門人蔣廷榮校字

六千二百〇四

方程新術草

元和李銳著

舊術

以舊術爲之先置第三第四行

麻 麥 菽 荅 黍 實

川 卌 丌 丄 卌 ⊢丁 第三行

川 亖 川 亖 三 ⊢川 第四行

以第四行減第三行餘麻一正菽四正荅三負實四正

丨 〇 川 亖負 〇 卌 第三行

川 亖 川 亖 三 ⊢川 第四行

以第三行反減第四行去其頭位餘麥五負菽五負荅一十五正黍四正實一百四正次置第二行

丌 丄 卌 三 川 ⊢卌 第二行

丨 〇 卌 亖負 〇 卌 第三行

〇 三 亖負 亖 卌 ⊢卌 第四行

以第三行減第二行去其頭位餘麥六正菽二十四負荅二十六正黍三正實一百正次置右行

右行

第二行

第三行

第四行

以第三行去右行頭位餘麥七正菽三十三負荅二十九正黍五正實百四正次置左行

右行

第二行

第三行

第四行

左行

以第三行去左行頭位餘麥三正菽二負荅十一正黍五正實九十一正

右行

第二行

第三行

第四行

左行

次以第二行減右行餘麥一正菽九負荅三正黍二正實四正

右行

第二行

第三行

第四行

〇 川 亖負 ⊦ 亖 ⊥ 左行

次以右行去第二行及左行頭位第二行餘菽三十正荅八正黍九負實七十六正左行餘菽二十五正荅二正黍一負實七十九正

〇 丨 亖負 川 二 川 右行

〇 川 ⊥ 亖負 第二行

丨 〇 三 川負 〇 川 第三行

方 四

〇 亖 亖負 亖 川 ⊥亖 第四行

〇 〇 川川 二 ⊤ 川川 左行

次以右行去第四行頭位餘菽四十正黍六負實八十四正半之得菽二十正黍三負實四十二正

〇 丨 亖負 川 二 川 右行

〇 〇 川 ⊥ 亖負 第二行

丨 〇 川 亖負 〇 川 第三行

〇 〇 川 〇 亖負 川二 第四行

〇 〇 川 ⊥ ⊤ 川川 左行

次以第四行減左行餘菽五荅二黍二實三十七

〇 丨 亖負 川 二 川 右行

〇 〇 川 ⊥ 亖負 川川 第二行

方 五

丨 〇 川 亖負 〇 川 第三行

〇 〇 川 〇 亖負 川二 第四行

〇 〇 川川 二 川 ⊤川 左行

次以左行去第四行及第二行頭位第四行餘荅八負黍二十負實一百六負第二行餘荅四負黍二十一負實一百四十六負

〇 丨 亖負 川 二 川 右行

〇　〇　〇　亖負　‖負　丨丅負　第二行

丨　〇　Ⅲ　三負　〇　川　第三行

〇　〇　〇　丌負　丨負　丨丅負　第四行

〇　〇　Ⅲ　二　‖　三Ⅲ　左行

次以第二行去第四行頭位餘黍三十一實一百八十六

新術

列麻九斗麥七斗菽三斗荅二斗黍五斗直錢一百四十爲右行麻七斗麥六斗菽四斗荅五斗黍三斗直錢一百二十八爲弟二行麻三斗麥五斗菽七斗荅六斗黍四斗直錢一百一十六爲第三行麻二斗麥五斗菽三斗荅九斗黍四斗直錢一百一十二爲第四行麻一斗麥三斗菽二斗荅八斗黍五斗直錢九十五爲左行如下圖

麻　麥　菽　荅　黍　錢

Ⅲ　丄　川　二　Ⅲ　丨三〇　右行

丌　丄　川　二　Ⅲ　丨三〇　右行

丄　丅　三　Ⅲ　三　卝三　第二行

丨　〇　川　三負　〇　川　第三行

二　Ⅲ　三　丌　三　十二　第四行

丨　三　‖　亖　Ⅲ　三Ⅲ　左行

麻　麥　菽　荅　黍　錢

先以第四行減第三行第三行餘麻一斗麥空菽四斗荅三斗負黍空下實四正如下圖

丄　丅　三　Ⅲ　三　卝三　第二行

川　三　丌　丄　Ⅲ　丨丅　第三行

二　Ⅲ　三　丌　三　十二　第四行

丨　三　‖　亖　Ⅲ　三Ⅲ　左行

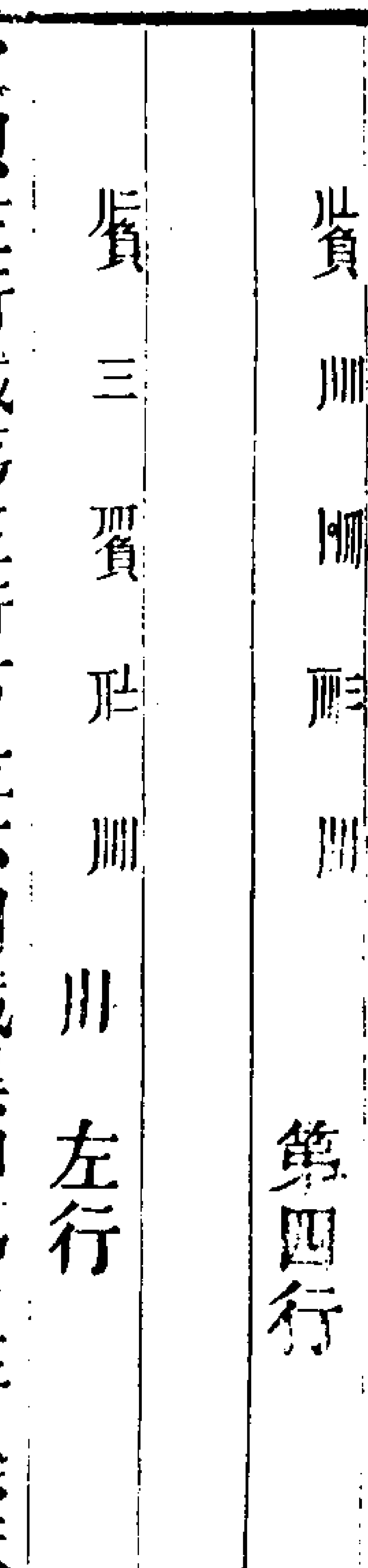
次以第三行去右行及第二行第四行下位　先去

右行下位置右行下位一百四十以第三行下位四除之得三十五乃以三十五徧乘第三行得麻三十五斗正麥空菽一百四十斗正荅一百五斗負黍空錢一百四十正以同減異加右行右行餘麻二十六斗負麥七斗正菽一百三十七斗負荅一百七斗正黍五斗正下空　次去第二行下位置第二行下一百二十八以第三行下位四除之得三十二乃以三十二徧乘第三行得麻三十二斗正麥空菽一百二十八斗正荅九十六斗負黍空錢一百二十八正以同減異加第二行第二行餘麻二十五斗負麥六斗正菽一百二十四斗負荅一百一斗正黍三斗正下空　次去第四行下位置第四行下位一百一十二以第三行下位四除之得二十八乃以二十八徧乘第三行得麻二十八斗正麥空菽一百一十二斗正荅八十四斗負黍空錢一百一十二以同減異加第四行第四行餘麻二十六斗負麥五斗正菽一百九斗負荅九十三斗正黍四斗正下空並如下圖

	麻	麥	菽	荅	黍	錢
右行	𝍪𝍥負	𝍦	𝍠𝍫𝍦負	𝍠〇𝍦	𝍤	
第二行	𝍪𝍤負	𝍥	𝍠𝍪𝍣負	𝍠〇𝍠	𝍢	
第三行	𝍠	〇	𝍣	𝍢負	〇	𝍣
第四行	𝍪𝍥負	𝍤	𝍠〇𝍨負	𝍱𝍢	𝍣	
左行	𝍠	𝍢	𝍡	𝍧	𝍤	𝍱𝍤

又以減左行下位不足減乃止法置左行下位九十五以第三行下位四除之得二十三不盡三乃以二十三徧乘第三行得麻二十三斗正麥空菽九十二斗正荅六十九斗負黍空錢九十二正以同減異加左行左行餘麻二十二斗負麥三斗正菽九十斗負荅七十七斗正黍五斗正錢三正如下圖

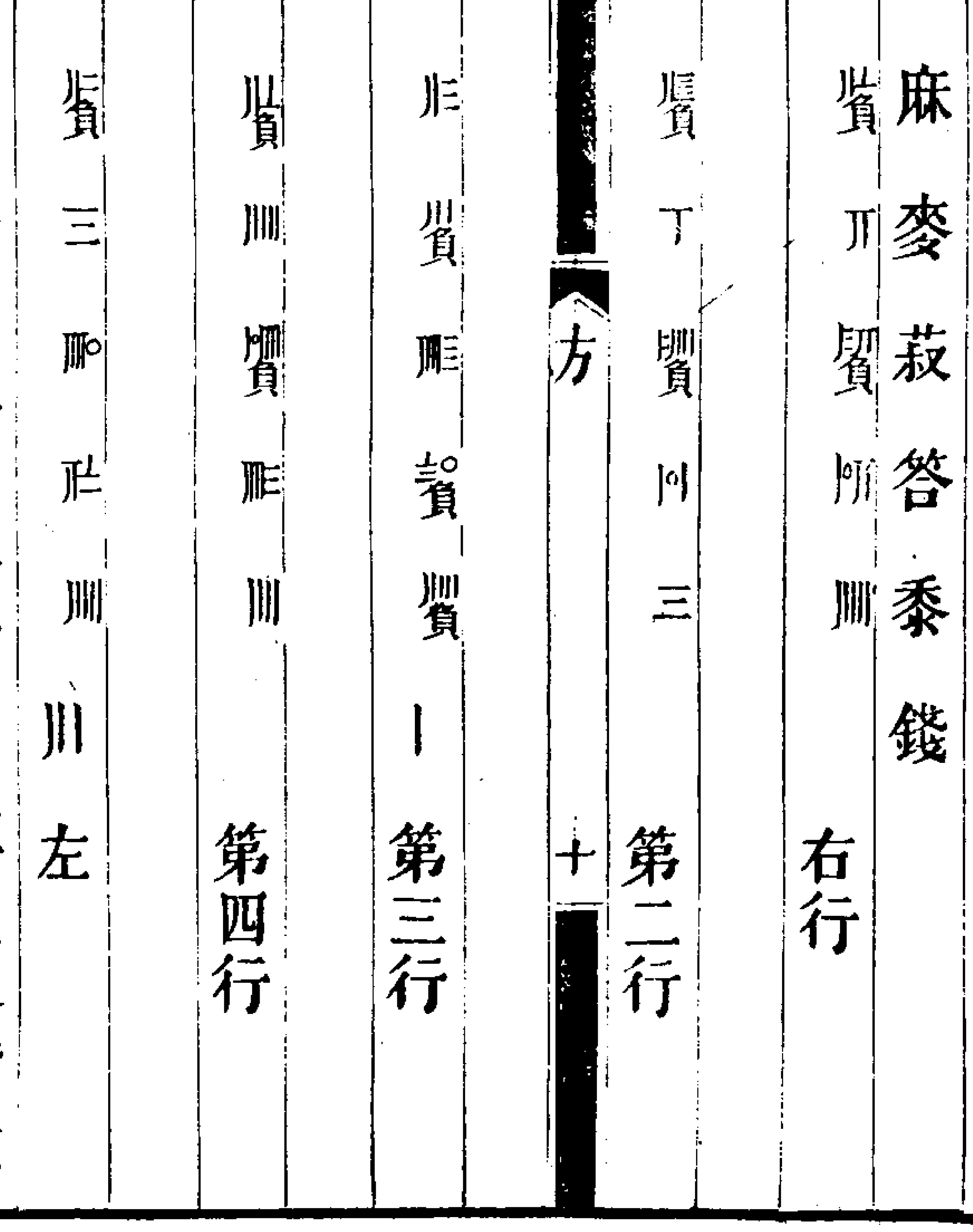
	麻	麥	菽	荅	黍
右行	𝍪𝍥負	𝍦	𝍠𝍫𝍦負	𝍠〇𝍦	𝍤
第二行	𝍪𝍤負	𝍥	𝍠𝍪𝍣負	𝍠〇𝍠	𝍢
第三行	𝍠	〇	𝍣	𝍢負	〇



第四行

左行

次以左行減第三行下位亦同減異加第三行餘麻二十三斗正麥三斗負菽九十四斗正荅八十斗負黍五斗負錢一正如下圖



麻　麥　菽　荅　黍　錢

右行

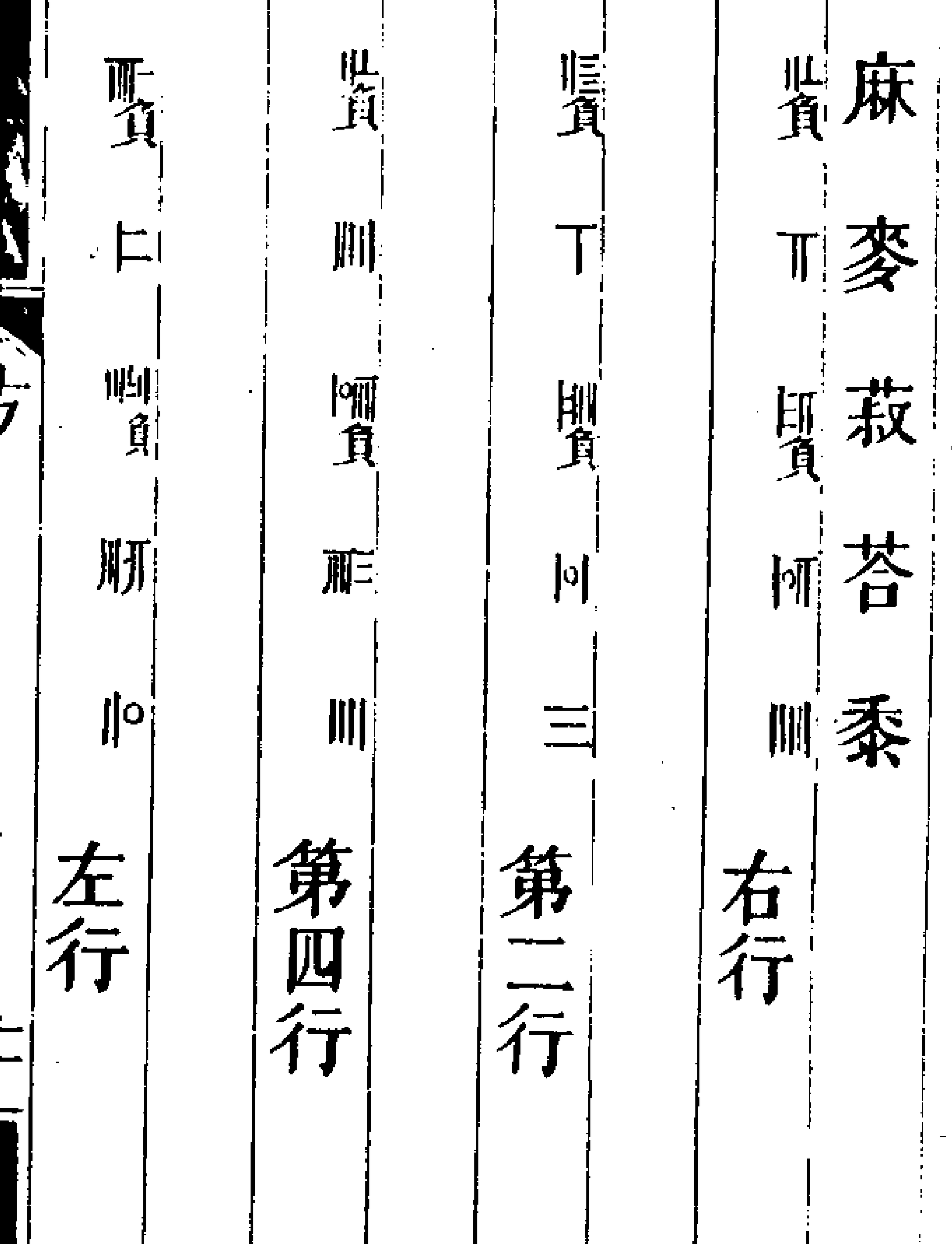
第二行

第三行

第四行

左

次以第三行去左行下位先以第三行三之得麻六十九斗正麥九斗負菽二百八十二斗正荅二百四十斗負黍一十五斗負錢三正以同減異加左行左行餘麻九十一斗負麥一十二斗正菽三百七十二斗負荅三百一十七斗正黍二十斗正下空既減訖廢去第三行不用如下圖



麻　麥　菽　荅　黍

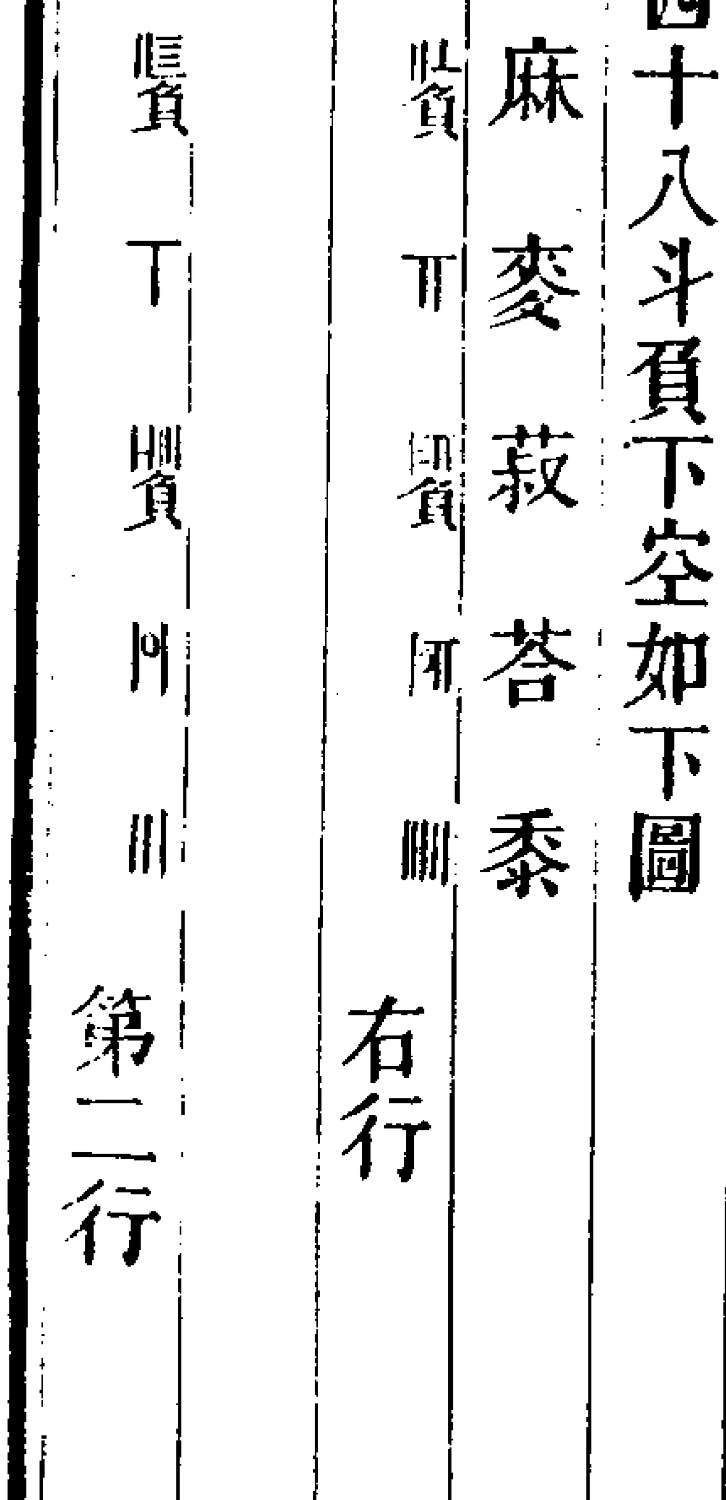
右行

第二行

第四行

左行

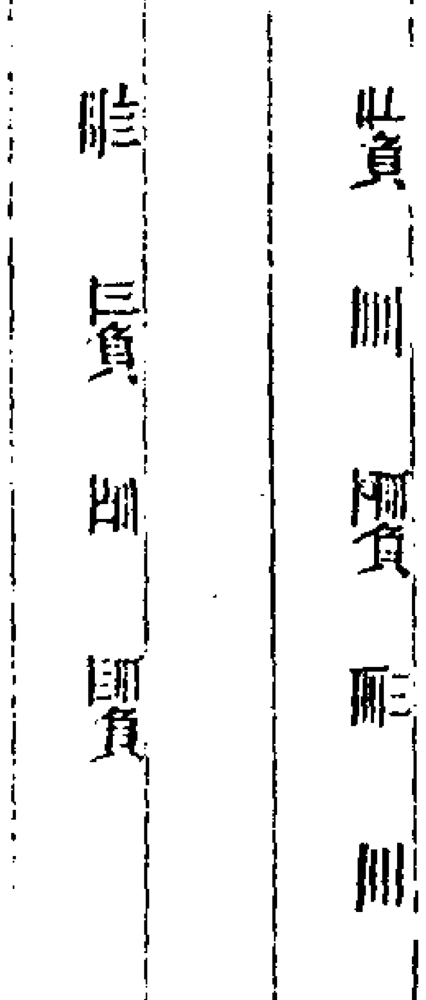
次以第四行去左行下位以第四行下位四除左行下位二十得五乃以五徧乘第四行得麻一百三十斗負麥二十五斗正菽五百四十五斗負荅四百六十五斗正黍二十斗正以同減異加左行左行餘麻三十三斗正麥十三斗負菽一百七十三斗正荅一百四十八斗負下空如下圖



麻　麥　菽　荅　黍

右行

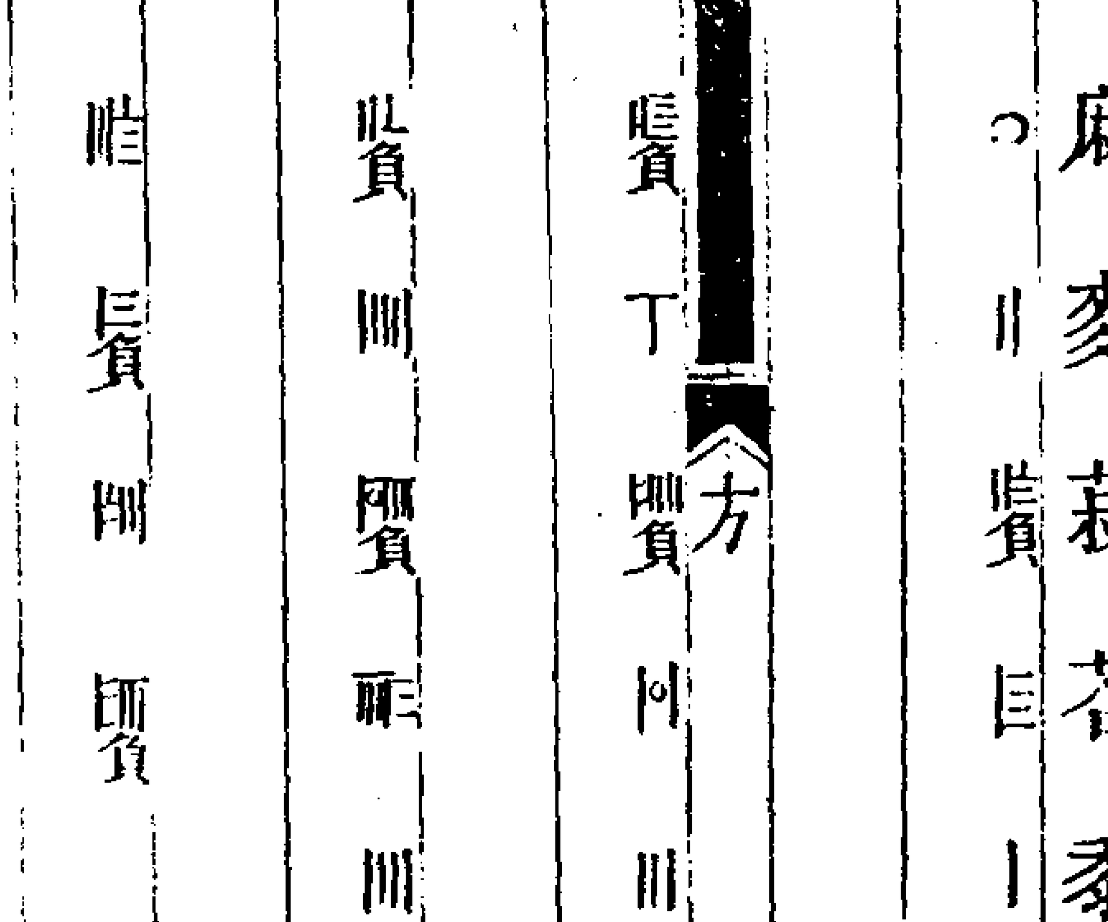
第二行



第四行　左行

又以第四行減右行下位亦是同減異加右行餘麻空麥二斗正菽二十八斗負荅十四斗正黍一斗正如下圖

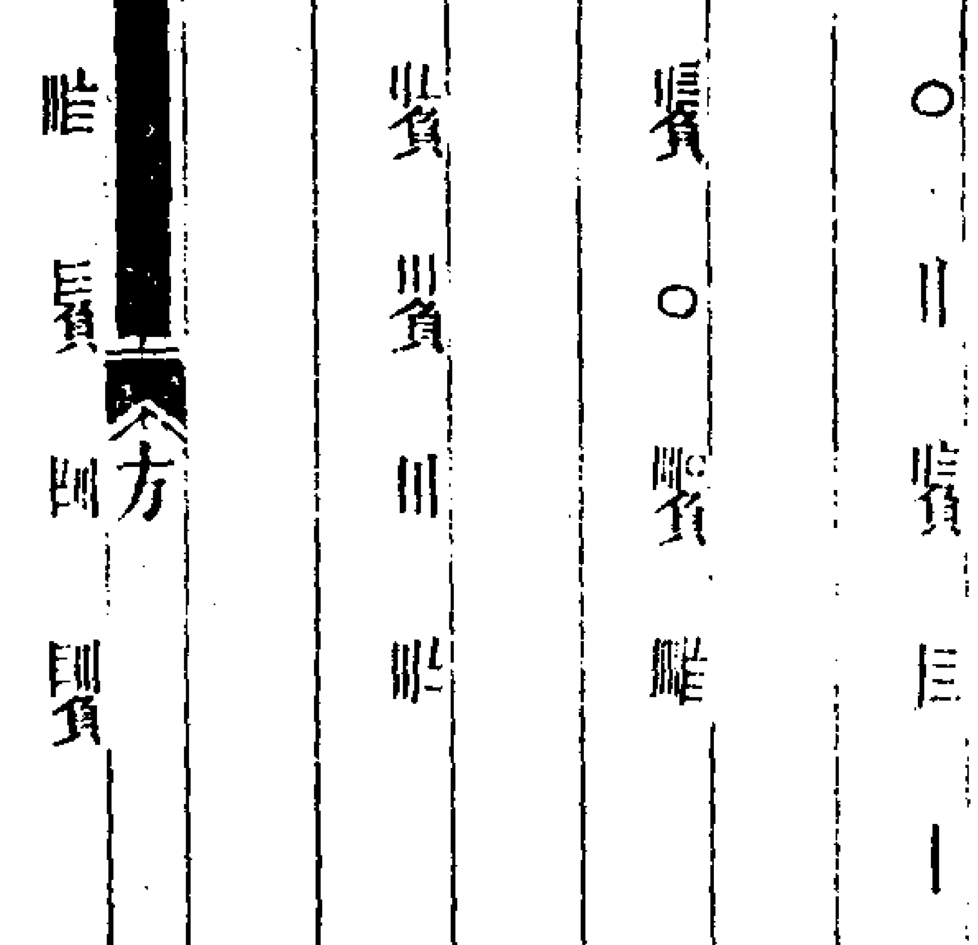
麻　麥　菽　荅　黍



右行　第二行　第四行　左行

次以右行去第二行及第四行下位　先以右行三之得麥六斗正菽八十四斗負荅四十二斗正黍三斗正以同減異加第二行第二行餘麻二十五斗負麥空菽四十斗負荅五十九斗正下空　又以右行四之得麥八斗正菽一百一十二斗負荅五十六斗正黍四斗正以同減異加第四行第四行餘麻二十六斗負麥三斗負菽三斗正荅三十七斗正下空如下圖

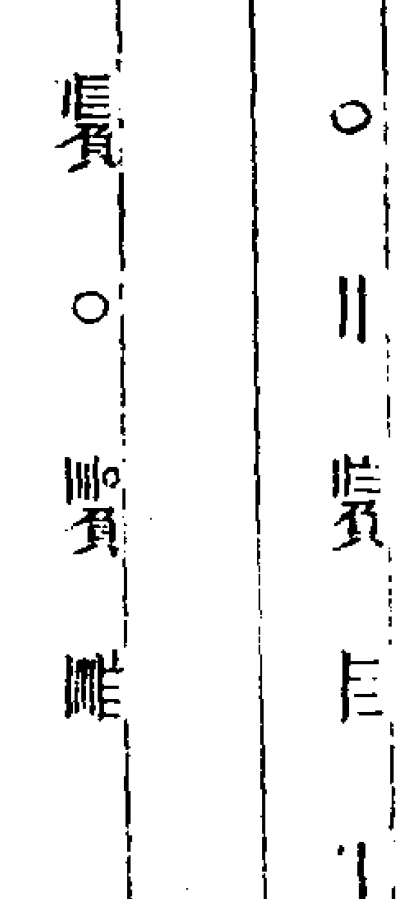
麻　麥　菽　荅　黍



右行　第二行　第四行　左行

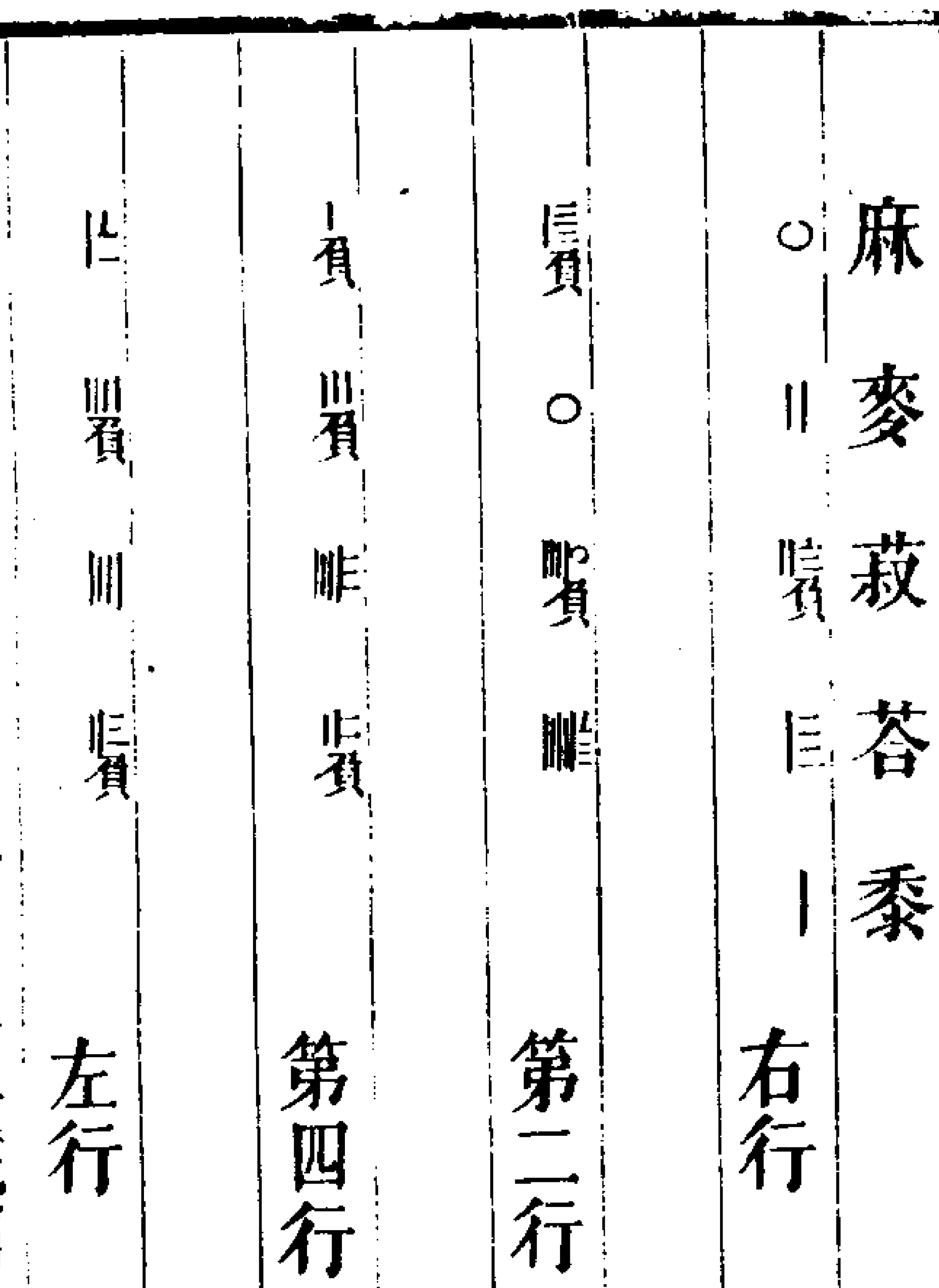
次以第二行減第四行及左行頭位　先以第二行同減異加第四行第四行餘麻一斗負麥三斗負菽四十三斗正荅二十二斗負　又以第二行異減同加左行左行餘麻十四斗正麥十三斗負菽一百三十三斗正荅八十九斗負如下圖

麻　麥　菽　荅　黍

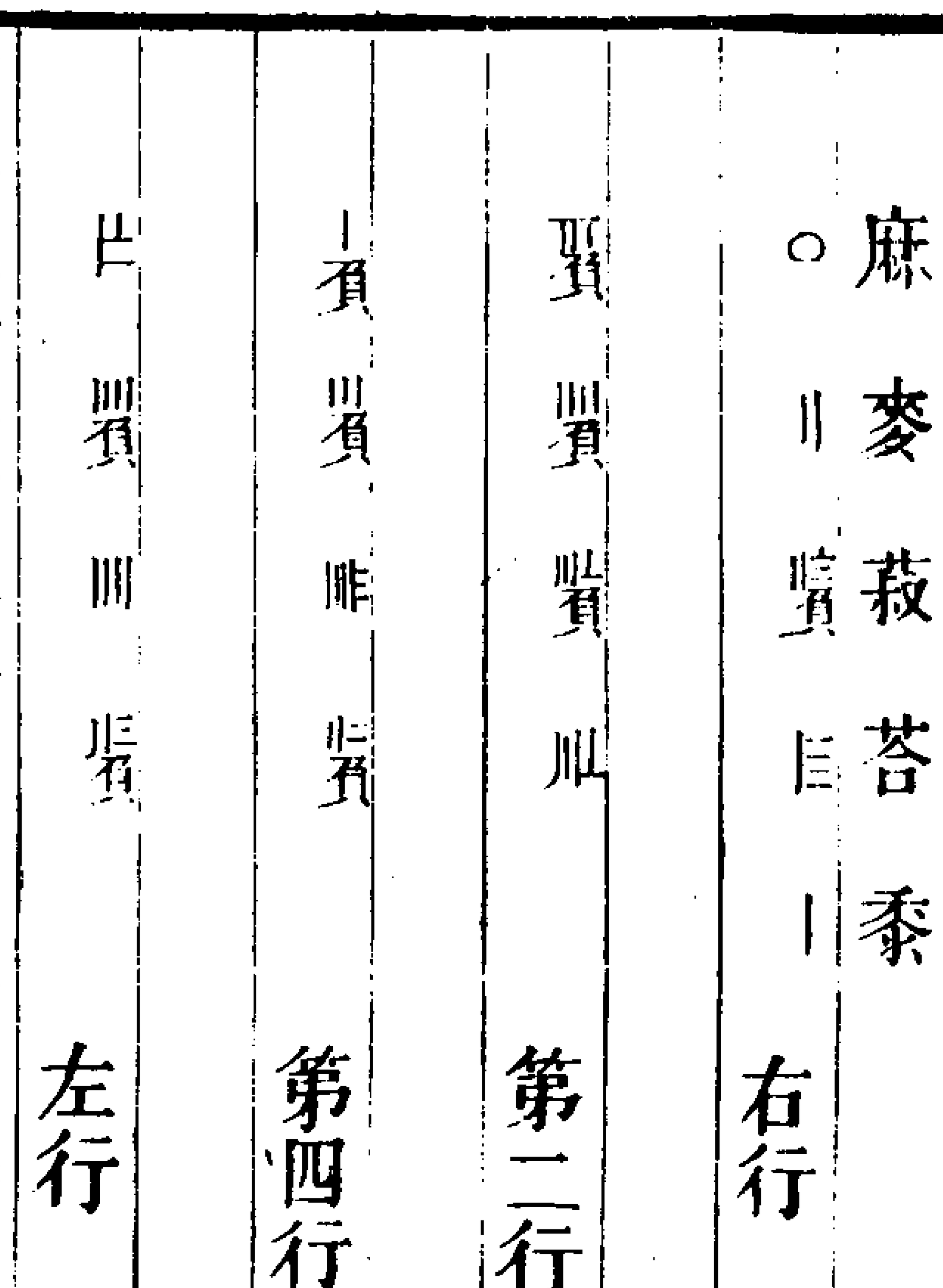


右行　第二行

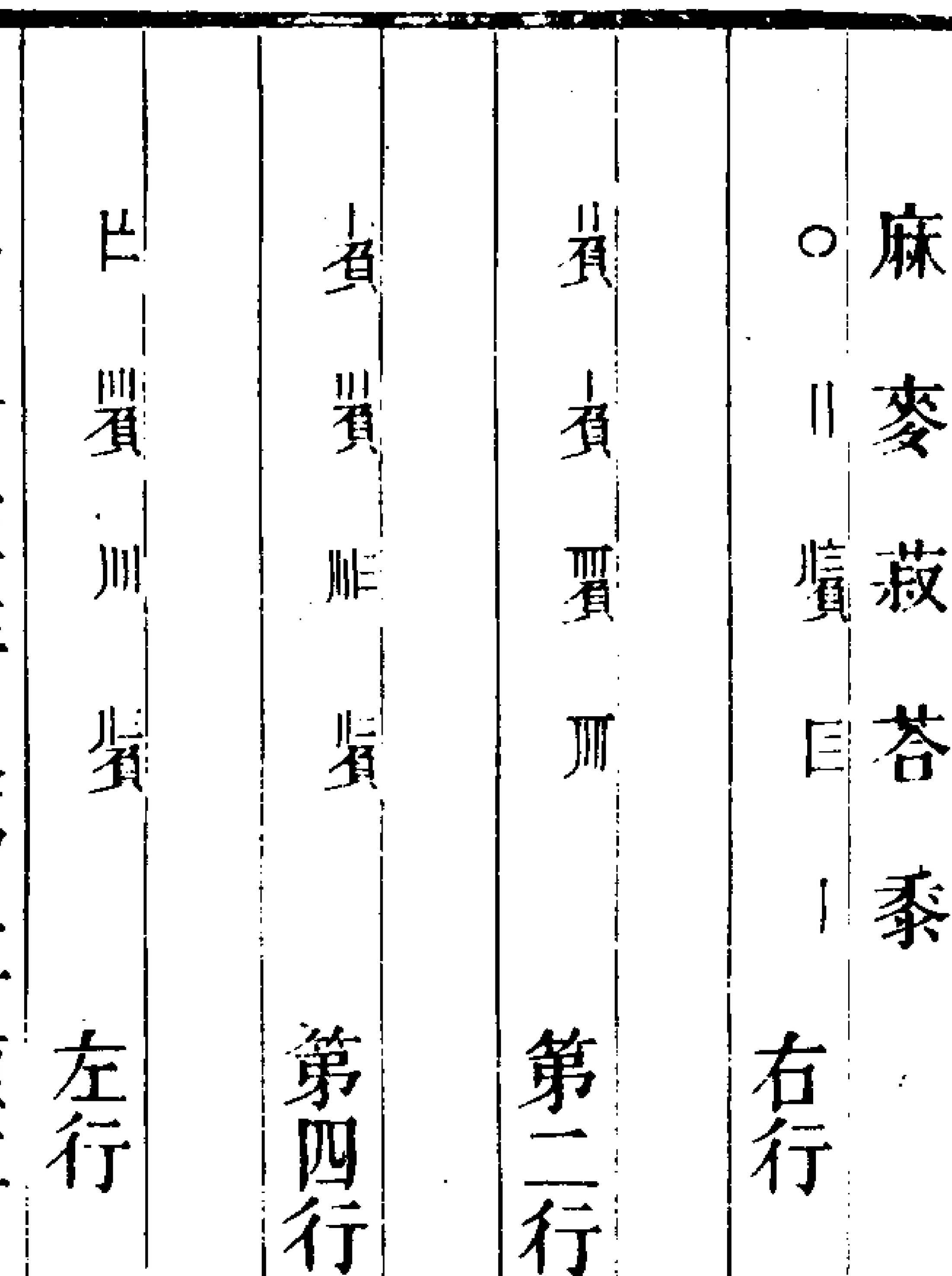
次以第四行減左行菽位不足減乃止法以第四行菽四十三除左行菽一百三十三得三不盡四乃以三徧乘第四行得麻三斗負麥九斗負菽一百二十九斗正荅六十六斗負以同減異加左行左行餘麻十七斗正麥四斗負菽四斗正荅二十三斗負如下圖



次以左行減第二行頭位此是異減同加減訖第二行餘麻八斗負麥四斗負菽三十六斗負荅三十六斗正如下圖

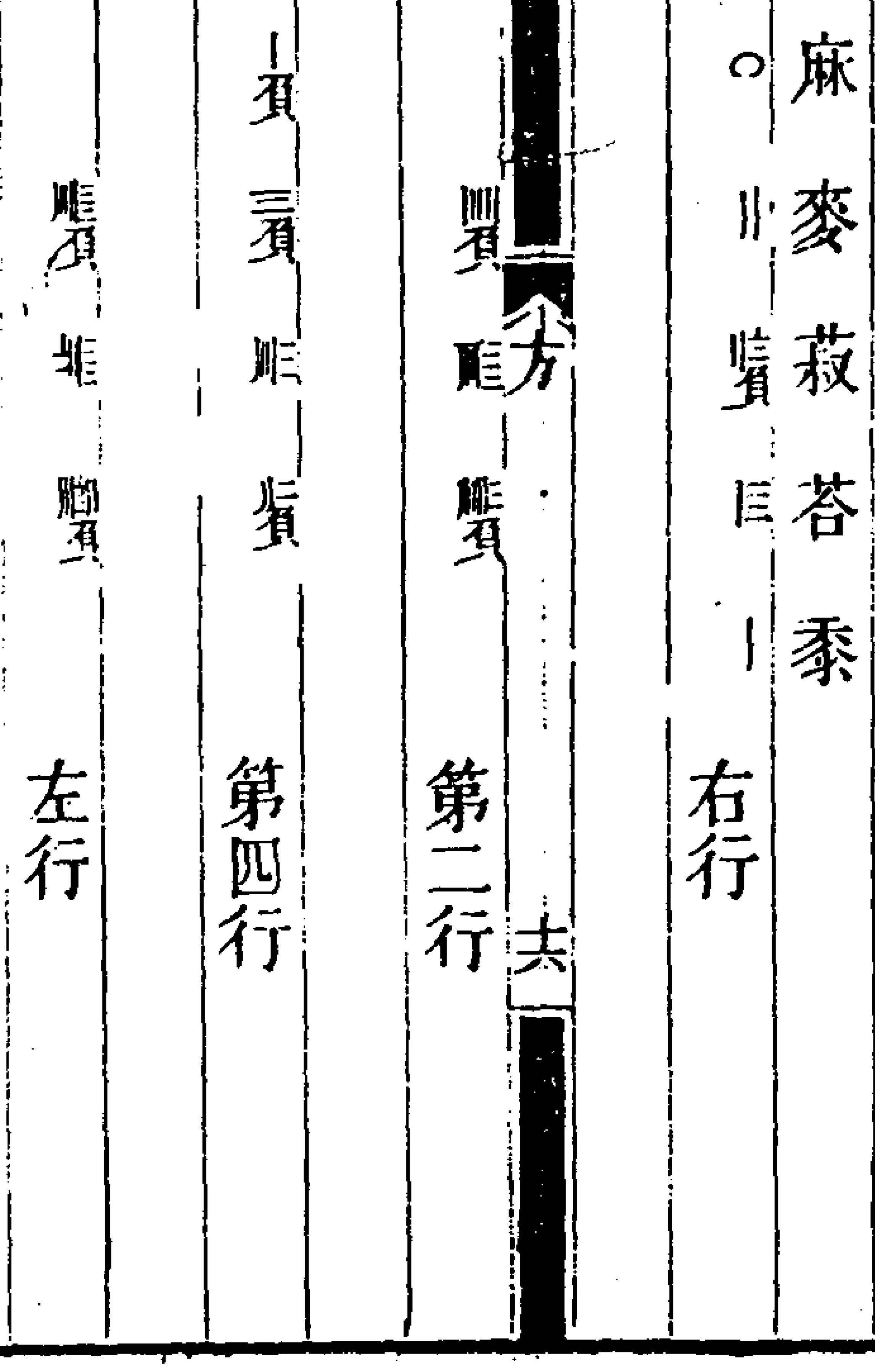


右第二行餘可再半卽以四除之得麻二斗負麥一斗負菽九斗負荅九斗正如下圖

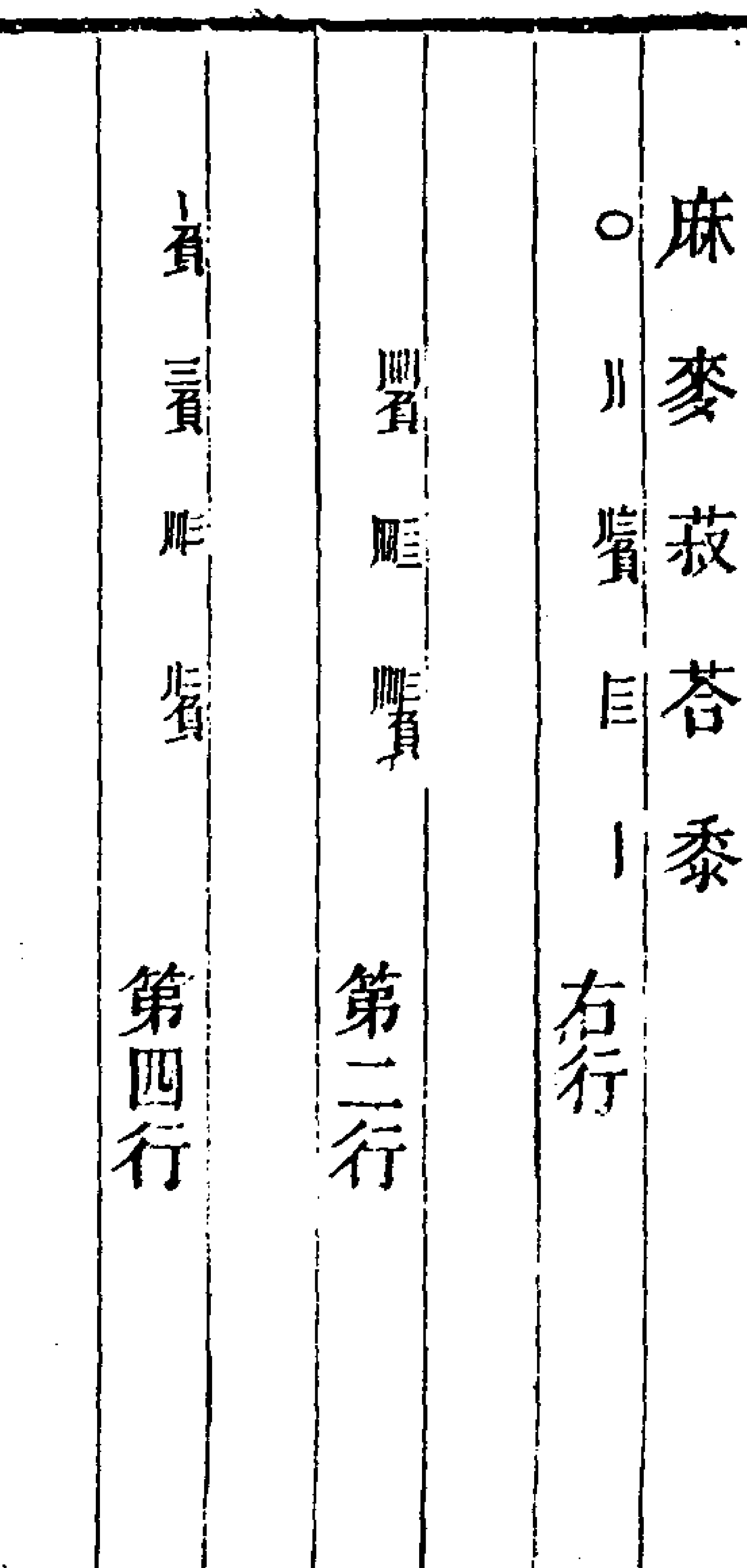


次以第四行去左行及第二行頭位　先以十七徧

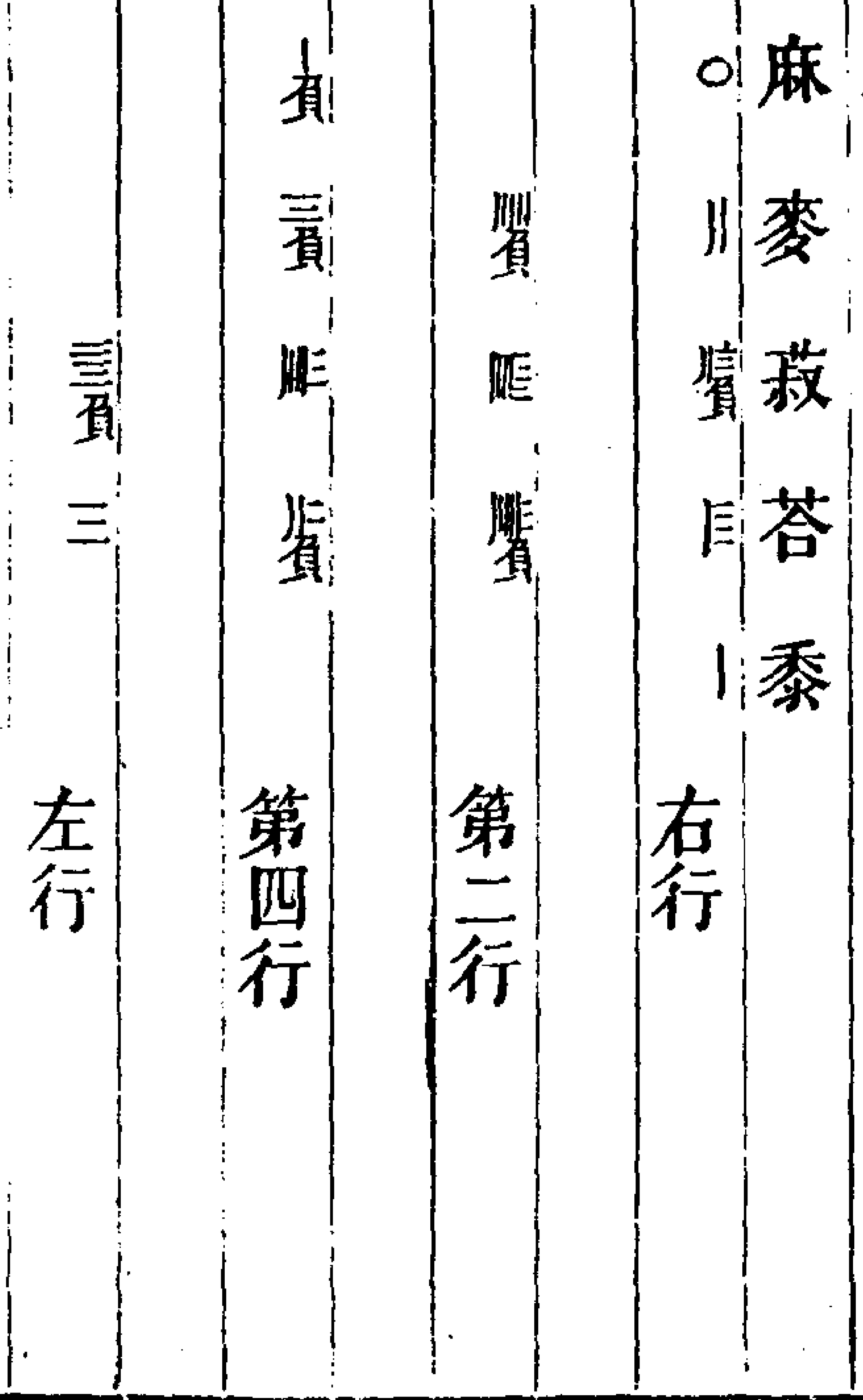
乘第四行得麻十七斗負麥五十一斗負菽七百三十一斗正荅三百七十四斗負以異減同加左行左行餘麥五十五斗負菽七百三十五斗正荅三百九十七斗負　次倍第四行得麻二斗負麥六斗負菽八十六斗正荅四十四斗負以同減異加第二行第二行餘麥五斗負菽九十五斗正荅五十三斗負如下圖



次以第二行去左行頭位法以第二行麥五除左行麥五十五得十一乃以十一徧乘第二行得麥五十五斗負菽一千四十五斗正荅五百八十三負以同減異加左行左行餘菽三百一十斗負荅一百八十六斗正如下圖



乃以左行上下相約得六十二爲等數以約上位得五以約下位得三得左行菽五斗負荅三斗正是菽五當荅三如下圖



次以左行去第二行菽位法以左行菽五除第二行

菽九十五得十九乃以十九徧乘左行得菽九十五斗負荅五十七斗正以異減同加第二行第二行餘麥五斗負菽空荅四正如下圖

	右行	第二行	第四行	左行
麻	○		𝍠負	
麥	𝍡	𝍤負	𝍢負	
菽	𝍪𝍧負	○	𝍫𝍢	𝍤負
荅	𝍩𝍣	𝍣	𝍪𝍡負	𝍢
黍	𝍠			

又以左行減第四行及右行菽位不足減乃止　先以左行菽五除第四行菽四十三得八不盡乃以八徧乘左行得菽四十斗負荅二十四斗正以異減同加第四行第四行餘麻一斗負麥三斗負菽三斗正荅二斗正　又以左行菽五除右行菽二十八得五不盡三乃以五徧乘左行得菽二十五斗負荅一十五斗正以同減異加右行右行餘麥二斗正菽三斗負荅一斗負黍一斗正如下圖

	右行	第二行	第四行	左行
麻	○		𝍠負	
麥	𝍡	𝍤負	𝍢負	
菽	𝍢負	○	𝍢	𝍤負
荅	𝍠負	𝍣	𝍡	𝍢
黍	𝍠			

次以右行減第二行頭位不足減乃止法倍右行得麥四斗正菽六斗負荅二斗負黍二斗正以異減同加第二行第二行餘麥一斗負菽六斗負荅二斗正黍二斗正如下圖

	右行	第二行	第四行	左行
麻			𝍠負	
麥	𝍡	𝍠負	𝍢負	
菽	𝍢負	𝍥負	𝍢	𝍤負
荅	𝍠負	𝍡	𝍡	𝍢
黍	𝍠	𝍡		

次以第二行去右行頭位以第二行倍之得麥二斗

負菽一十二斗負荅四斗正黍四斗正以異減同加右行右行餘菽十五斗負荅三斗正黍五斗正如下圖

麻　麥　菽　荅　黍

𝍰負　川　三　右行

丨負　丅負　二　川　第二行

丨負　𝍰負　川　二　第四行

𝍰負　川　左行

次以左行去右行頭位先以左行三之得菽十五斗負荅九斗正以同減異加右行右行餘荅六斗負黍五斗正是為荅六當黍五如下圖

麻　麥　菽　荅　黍

丅負　𝍣　右行

丨負　丅負　二　川　第二行

丨負　𝍰負　川　二　第四行

𝍫負　川　左行

次以左行去右行荅位以左行倍之得菽十斗負荅六斗正以異減同加右行右行餘菽十斗負荅空黍五斗正又各以五約之得菽二斗負荅空黍一斗正如下圖

麻　麥　菽　荅　黍

𝍡負　〇　丨　右行

丨負　丅負　一　二　第二行

丨負　𝍫負　川　二　第四行

𝍫負　川　左行

次以右行去第二行下位先倍右行以同減異加第二行第二行餘麥一斗負菽二斗負荅二斗正如下圖

麻　麥　菽　荅　黍

𝍡負　〇　丨　右行

丨負　‖負　二　第二行

丨負　三負　三　‖　第四行

‖負　三　左行

次以第二行去第四行下位卽以第二行同減異加第四行第四行餘麻一斗負麥二斗負菽五斗正如下圖

麻　麥　菽　荅　黍

‖負　○　丨　右行

丨負　二負　‖　第二行

丨負　二負　卌　第四行

三負　三　左行

又以第二行減左行下位卽以第二行同減異加左行左行餘麥一斗正菽三斗負荅一斗正如下圖

麻　麥　菽　荅　黍

‖負　○　丨　右行

丨負　二負　‖　第二行

丨負　二負　卌　第四行

丨　三負　丨　左行

次以左行去第二行下位倍左行以同減異加第二行第二行餘麥三斗負菽四斗正如下圖是爲麥三當菽四

麻　麥　菽　荅　黍

‖負　○　丨　右行

‖負　三　第二行

丨負　二負　卌　第四行

丨　三負　丨　左行

次以第二行減第四行下位卽以第二行同減異加第四行第四行餘麻一斗負麥一斗正菽一斗正如下圖

	右行	第二行	第四行	左行
麻			丨負	
麥		川負	一	丨
菽	‖負	三	丨	三負
荅	○			丨
黍	丨			

次以第四行去第二行下位先以第四行四之乃以同減異加第二行第二行餘麻四斗正麥七斗負上得四下得七是爲麻四當麥七是爲相當之率舉矣如下圖

	右行	第二行	第四行	左行
麻		三	丨負	
麥		丅負	一	丨
菽	‖負		一	川負
荅	○			一
黍	丨			

方程新術草畢

儀徵阮福校