續修四庫全書

《續修四庫全書》編纂委員會編

續修四庫全書

上海古籍出版社

一三〇〇・子部・西學譯著類

2/133/12

序

侯官嚴先生所譯社會通詮十四篇。為英人甄克思所著。其書臚殊俗之制。以證社會之原理。疑若非今日之急務者然。然曾佑讀之。以為今日神州之急務。莫譯此書若。此其故嘗微論之。神州自甲午以來。識者嘗言變法矣。然言變法者。其所志在救危亡。而沮變法者。其所責在無君父。夫救危亡與無君父。不同物也。而言者輒混殽嬈嘵。極不可以理。至於今益急。向者以其爭為不可解。乃今而知其不然。蓋其支離者。皆羣學精微之所發見。而立敵咸驅於公例而不自知耳。自生人之朔以迄於今。進化之階歷無量位。一位中當其際者。各以其所由為天理人情之極。而畔之則人道於是終。有終其身不聞異說見異俗者。或見焉聞焉。乃從而大笑之。如是者。自其恆習之所服習者言之。則命曰政治。自其神智之所執著者言之。則命曰宗教。宗教政治。必相附麗。不然。不可以久。其由甲政治以入乙政治也。必有新宗教以慫恿之。而其將出乙政治以入丙政治也。例先微撼其宗教。而後政治由之而蛻。未有舊教不裂。而新政可由中而蛻者。故其宗教與政治附麗疏者其蛻易。其宗教與政治附麗密者其蛻難。此人天之大例矣。人之於宗法社會也。進化所必歷也。而歐人之進宗法社會也最遲。其出之也獨早。則以宗教之與政治附麗疏也。吾人之進宗法社會也最早。而其出也歷五六千年。望之且未有厓。則以宗教之與政治附麗密也。故我國宗法社會。自黃帝至今。可中分之為二期。秦以前為一期。秦以後為一期。前者為麤。後者為精。而為之鈐鍵者。厥惟孔子。孔子以前之宗法社會。治自古昔。至孔子時。已與時勢不相適。故當時瑰瑋之士。各思以其道易之。顯學如林。而孔墨為上。首墨子尊賢貴義節葬兼愛。皆革宗法社會之勁者。然而與習俗太戾。格而不行。而孔子之說。遂浸淫以成國教。孔子之術。其的在於君權。而徑則由於宗法。蓋藉宗法以定君權。而非借君權以維宗法。然終以君權之借徑於此也。故君權存而宗法亦隨之而存。斯託始之不

可不慎矣。奚以明其然也。昔孔子稱雍也可使南面。而仲弓即子弓。南面即帝王之術。子弓之傳為荀子。荀卿書二十篇。與史記李斯傳。其旨密合。夫李斯學帝王之術於荀子。既知六藝之歸。相其君以王於天下。其為術皆昔所聞之於荀子者也。觀其大一統。尊天子。抑臣下。制禮樂。齊律度。同文字。攘夷狄。重珍符。壹是衷於孔教。博士具官。參於議政。西京師說。濫觴於茲。尊寵用事。抑又不逮。至於焚書坑儒。以吏為師。尤闊宏偉。蓋自此以前。孔學為私家。儒分為八。未為害也。自此以後。孔學為國教。是非之準。主術之原。悉由於此。不能不定於一尊。焚書所以絕別本。坑儒所以除私師。以吏為師。吏即博士。所以頒定解甚皆舊教行於羅馬。實具此例。可謂誠證也。不備惟是。中庸為子思形容聖祖之德。其中君子並指孔子。書稱君子之道。造端於夫婦。蓋君子以前。人倫之道。有忠臣孝子。而無貞女。表章貞女。事始於秦。史記貨殖傳。巴寡婦清。能用財自衛。不遭侵暴。始皇帝以為貞婦而客之。為築女懷清臺。又本紀二十八年。泰山刻石。稱男女順禮。同年琅琊臺石刻。稱合同父子。三十七年會稽刻石。稱有子而嫁。倍死不貞。防隔內外。禁止淫泆。男女絜誠。夫為寄豭。殺之無罪。男秉義程。妻為逃嫁。子不得母。凡此之文。無與并一天下並書。故知秦人亦視此為自我作始也。自此以往。有貞婦以為忠臣孝子之後盾。而五倫之制始確立而不可疑。此皆實施君子之道之證。自漢以來。用秦人所行之主術。即奉秦人所定之是非。秦之時一出宗法社會而入軍國社會之時也。然而不出者。則以教之故。故曰鈐鍵厥惟孔子也。政治與宗教既不可分。於是言政者。自不能不波及於政教。而救危亡與無君父二說。乃不謀而相應。始膠固繚繞而不可理矣。夫歐人之變法。爭利害耳。而其慘礉已如此。我國之變法。乃爭是非。宜其艱阻之百出也。雖然。人心執著之理。不可以口舌爭。惟臚陳事物之實跡。則執著者久而自悟。泰西往例。莫不如斯。今使示之以天下殊俗。無不有此一境。而此一境者。其原理何如。其前途又何如。則將恍然有悟於社會遷化之無窮。而天理人情之未

可以一格泥。而宗教之老泅化矣。或者蛻化有期。而鐵血又可以不用乎。此吾人所以歌舞於社會通詮之譯也。

光緒癸卯十二月　錢塘夏曾佑序

原序

夫言治制之書多矣。而原始要終。取古今社會之所實行。著以為賅簡人盡能讀之書。則不佞所未嘗見也。故是篇之作。所與前人異者。其端在此。而所尤重者。凡有所述。皆社會已然之實跡。自其已然。為推其所以然。若夫當然未然。雖賢智者思議之所及。英主睿民。所經緯禱祈而不克至者。則未及焉。庶幾所謂實事求是者歟。或曰。思議者事業之母也。言治制而置所思議經緯禱祈者。是取其子而遺其母矣。則應之曰。是固然。然而意之所嚮。與事之所立者。未可以一也。著其所已立。以視其所嚮。便驕差數焉。則真得失之林。而言治道者之所鏡也。或又曰。社會非域中大物耶。而為之通詮。視其書盡百數十版耳。以芥子而收須彌。其勢不止於疏且漏也。則應之曰。是不然。丈之為理也。其義彌博。其言彌簡。正惟其為大物。故可以為小書。此正書若反者也。且夫學有通有微。通者擧綱維。溯流變。自繁賾而觀其會歸者也。微者剖體分肌。致一曲之誠。自同物而指其殊趣者也。今吾書。通也。非微也。學者若以是為未饜。而欲進其微者乎。有不佞之中古政法論在。時救主降生一千九百年孟陬甄克思序於郛斯福國學

十四　序

三

譯者序

異哉吾中國之社會也。夫天下之羣。衆矣。夷考進化之階級。莫不始於圖騰。繼以宗法。而成於國家。方其為圖騰也。其民漁獵。至於宗法。其民耕稼。而二者之間。其相嬗而轉變者。以遊牧。最後由宗法以進於國家。而二者之間。其相受而蛻化者。以封建。方其封建。民業大抵猶耕稼也。獨至國家。而後兵農工商四者之民備具。而其羣相生相養之事乃極盛。而大和強立。蕃衍而不可以剋滅。此其為序之信。若天之四時。若人身之童少壯老。期有遲速。而不可或少紊者也。吾嘗考歐洲之世變。希臘羅馬之時尚矣。至其他民族。所於今號極盛者。其趾封建。略當中國唐宋間。及其去之也。若法若英。皆僅僅前今一二百年而已。何進之銳耶。乃還觀吾中國之歷史。本諸可信之載籍。由唐虞以訖於周。中國二千餘年。皆封建之時代。而所謂宗法亦於此時最備。其聖人。宗法社會之聖人也。其制度典籍。宗法社會之制度典籍也。物窮則必變。商君始皇帝李斯起。而郡縣封域。阡陌土地。燔詩書。坑儒士。其為法欲國主而外。無咫尺之勢。此雖霸朝之事。侵奪民權。而迹其所為。非將轉宗法之故。以為軍國社會者歟。乃由秦以至於今。又二千餘歲矣。君此土者不一家。其中之一治一亂常自若。獨至於今。籀其政法。審其風俗。與其秀桀之民所言議思惟者。則猶然一宗法之民而已矣。然則此一期之天演。其延緣不去。存於此土者。蓋四千數百載而有餘也。嗟乎。歐亞之地雖異名。其實一洲而已。殊類異化。並生其中。苟溯之邃古之初。又同種也。乃世變之遷流。在彼則始遲而終驟。在此則始驟而終遲。固知天演之事。以萬期為須臾。然而二者相差之致。又不能為無因之果。而又不能不為吾羣今日之利害。亦已明矣。此不佞迻譯是編。所為數番擲管太息。繞室疾走者也。光緒癸卯十一月侯官嚴復序。

社會通詮目錄

英國甄克思著

開宗

社會形式分第一

治制社會界說　治制者。民生有羣。羣而有約束刑政。凡以善其羣居相生相養者。則立之政府焉。治制者。政府之事也。社會者。羣居之民。而有其所同守之約束。所同嚮之境界。是故偶合之衆雖多。不為社會。萍若而合。絮若而散。無公仞之達義。無同求之幸福。經制不立。典籍載記之流傳。若此者。幾不足以言羣。愈不足以云社會矣。

社會等差　社會之等差衆矣。宗教學術。懋遷行樂。無一不可為社會。靈山法會。基督宗徒。教之社會也。庠序黨塾。學之社會也。為懋遷。則若今之公司。為行樂。則城西之遊邸。推之建一宗旨。以締合同人。皆社會也。其物公私大小不同。然亦各有其法度章規。以部勒統治之。而後有以達其宗旨。然則治制固不必國家。而後有然。吾黨沿區治制之名。以專屬國家者。以其義便而國家為最大最尊之社會。關於民生者最重最深故也。夫國家之為社會也。常成於天演。實異於人為。一也。民之入之。非其所自擇。不能以意為去留。其得自擇去留。特至近世而後爾耳。然而非常道。二也。為人道所不可離。必各有所專屬。三也。其關於吾生最切。養生送死之奮。順身心品地之高卑。皆從其物而影響。四也。為古今人類羣力羣策所扶持。莫不力求其強立而美善。五也。此五者。皆他社會之所無。而國家之所獨具者。是故國（單稱則曰國。雙稱則曰國家。）者。最完成最尊大之社會也。若大不列顛。若法蘭西。若荷蘭。若俄羅斯。若高麗。宇內無慮數十。是數十之所守所行。謂之治制。此最新定之義也。雖然。使吾黨之數十國之歷史而孜稽之。將見是數十者。非古邃同於今所云也。實從其至異之形式。經數千年天演之遞變。乃漸即於今形。古與今。其制度乃大異。

古今社會之異　古今社會。莫不有所以係屬其民者。今社會所以係屬其民者。曰軍政。此於徵兵之國最易見也。法德之民。最重過犯。莫若逃軍。若反戈從逆。攻其宗國。斯為大逆。至若英國。其兵以募。不以徵矣。顧以軍政係民。則異名而同實。王若后仗臣佐衆扶之憲典。有急得詔通國男子執兵。此不諍之柄也。假使英民有為敵國戰者。朝被執。夕以逆民死矣。凡此皆以軍

政係民之實據也惟古之社會則不然其所以係民非軍政乃宗法也宗法何彼謂其民皆同種也皆本於一宗之血胤也顧此於寡小之民族或信耳至於歷世滋大則姑以為同種血胤而已當此之時民有顯然容納非種者一國共誅之雖有久居鄰壤與之通商乃至與之同仇而敵愾不以此故得入其國為編氓也拿破崙法典曰生於法土斯為法民此軍國社會與宗法社會之所絕異而不可混者也古以宗法係民者莫著於猶太乃今國亡久矣雖散居各土而宗法之制猶存惟古昔羅馬貴族齊民之爭今日杜國布阿士蔚藍德之訌溯厥所由皆緣種族英國方諾曼未渡海之先其時之愛爾蘭西衛兩種而前三百年之蘇格蘭山部其邦族摩御皆宗法社會也

太古社會　前章政社會之原者大較至於宗法之制而止意謂以宗繫民其制最古故其言社會也由一國而為一種由一種而為一家至矣蔑以加矣半期以來科學日精而囊區漸闢稍稍以舊說為不然知社會更有進於宗法之一境而其演進實象亦與舊說懸殊此其所關甚鉅於吏界治制皆為新闢之奧區也顧專科論俗之書不少概見即其景象於習常之人意亦難以通直是以今之為論其詳不可得聞僅能著其大略所幸幽覆之阻如是太古社會尚有一二存者而討者之勤雖親歷險遠冒死亡猶能躬驗其實傳寫圖畫故其情狀較然可述學者向稱此等為圖騰社會顧圖騰之名稍不利俗鄙意不若即稱蠻夷社會謂之蠻夷者絕無鄙夷蔑惡之義特以見其為太古人類居狂榛之世云爾

嚴復曰圖騰者蠻夷之徽識用以自別其衆於餘衆者也非美之赤狄澳洲之土人常畫刻鳥獸蟲魚或草木之形揭之為桓表而臺灣生番亦有牡丹檳榔諸社名皆圖騰也由此推之古書稱閩為蛇種盤瓠犬種諸此類說皆以宗法之意推言圖騰而蠻夷之俗實亦有篤信圖騰之物為其先者十口相傳不自知其為怪誕也

故稽諸生民歷史社會之形式有三曰蠻夷社會亦稱圖騰社會曰宗法社會曰國家社會亦稱軍國社會是編所論本其最初降成今制所重者即社會天演之常以跡其蛻嬗徐及之致非於三者有專詳也蓋社會之為物既立則有必趨之勢必循之軌即或不然亦必有特別原因之可論其為至賾而不可亂如此顧不佞欲以區區一卷之書盡其大理議者將謂其多廓落之談而無與於其學之精要雖然吾往者不既云乎學之為道有通有微通者瞭遠之璇璣也微者顯微之測驗也通之失在膚微之失在狹故燭火可煬室而不可以覘敵明月利望遠而不可以細書亦在用者之何如耳彼徒執顯微之管以觀物者又烏識璇璣

之為用大乎。善夫吾師之言曰。後世科各為學。欲並舉衆科。科詣其極。人道所必不能者也。惟於所有諸科。各得其一二。而於一二之科。則罄其所有。此吾今學者所必由之塗術也。意讀者欲於治制之科。得其一二者乎。則不佞是篇或有當也。

本書裁制　行於北部森林之中。無圖識。無指南。雖終古蹀躞其中而不得出可也。五洲社會之歷史。其繁浩不翅北部之森林也。使無裁制。以先定其論述之義法。將宇宙之大。民族之多。言無統紀。輕重失宜。而卒同於無述。則義法之裁制尚矣。雖然。其將何道之由。

法度經制　今夫一社會之立也。或有文字。或無文字。實皆有其歷史。歷史者何。所以載其演進發達之階級也。顧載矣。而其中有去而不留者焉。有立而久存者焉。即去而不留者。非於社會無效果也。然每渾而無跡。或微而難知。其立而久存者不然。孕育輪囷。歷千載而其效愈見。則法度經制是已。故法度經制者。社會之機杼也。得此而後有其組織之事。禮刑政教。官府兵賦。倫位爵祿。皆此物也。羣學之家。以社會為有生之大品。法度經制者。又社會之股肱心膂矣。雖咸出於人為。而其理實同於天設。物體羣體。二者皆有其官詞。為之翕歛。為之導化。為之保持。又皆有生病老死之可言。知此則吾書之義法定矣。

社會命脈　雖然。法度經制重矣。而其於社會也。猶官骸藏府之在一身而已。一身官骸藏府而外。不有其尤重者乎。則生命是已。生命即在動植。尚未有犁然為之界說者。矧其在社會之最繁。故欲致社會而得其命脈之所存。莫若先為其形下以致其形上。然則法度經制。果不可緩也。竭吾心思耳目之力。於法度經制。得其所以萌孽進長。而漸即於今形者。庶幾有以盡其物之性歟。

專言治制　深演完備之社會。其為法度經制至衆。有政刑。有工商。有宗教。有教育。使一一而詳之。一科所未暇也。吾是書所欲講者。在治制。凡所以合群馭衆者。皆所論也。生養之制。行政之經。將溯其最初以馴至於今。有則以是為吾書之義法云爾。

圖騰群制分第二

蠻夷種族　自舟車大通。殖民蠭起。坤輿之上。無幽不矚。匪險不探。而冒彨橫目。茹毛飲血。為太古最初之種族者。猶至衆也。若孟加拉之安丹曼尼。摩答拉之山族。鄂里沙之朱俺。錫蘭之武葉陀。以上五印度之蠻夷若非洲之木客阿戛。若北美之可羅拉都紅人。若中美之嘻烈。若南美之巴芝。若婆羅洲之猶狪。若北極之額思氣摩。皆原種也。澳洲南島曰達斯馬尼亞。其中種人近已澌滅。亦純全不雜之種。蠻而澳洲大陸土人。為地中最衆之蠻族。遠處内地。風氣不通。其為吾黨所重者。以其為科學家所採討者。其為數甚多。其為種純淨。雖其衆之淪亡。特早暮耳。顧在今日。則眞未鑿之渾沌也。歐洲人士。耆奮不顧身。采入其阻。其最著者。有若郝維德。若費孫。若斯彭沙。若吉稜。諸學者。皆能用其慇惠。得蠻獠之驩心。故所述見聞。皆實事求是。迥非肊設。至若摩根所論。則以久居北美紅種之中。有以得社會甫出圖騰。轉入宗法之變相。尤能言之有物。如所著太古社會一書。識百年來言群不朽之盛業。學者得前數公所論。而參之以摩根之說。於蠻夷群法。庶無遁情已。

初民生事　自其可見者而言之。凡文明之所享。皆蠻夷之所乏。澳洲之土人。無樹藝也。無牧畜也。所豢擾者。舍狗而外。無餘禽獸。木處而巢。伏土處而穴。居宮室屋廬。無其觀念。求食則伏叢莽深菁之中。以伺敎者。若甝甝。讀哇拉似剛迦鳥而小土人以為食若巍甝讀斯拉生亦鼠屬能以尾自挂鷙則負子面逐群子之尾皆絫其母之尾　無疏穀。行采大地所旅生。不蓺而自茁者。頗知用火。敲石鑽燧為之。其烹庖則至粗惡。無陶冶金鐵之事。有石斧。有哲稜。其刺獸也。以礵著長木之末。遙擲擊之。曰文摩蘭。無書契文字。故事口口相傳。為歌詩。溯其先。至不識用石之時代。其治病。以箴剌箴以火煆之。以為劫也。器用寡少。綴木皮為楮梚。謂之辟蚩。刻木為盂。其婦人持此以服役。所得言者盡此矣。其被體也。無服而有飾。相聚祭鬼則用之。至於平時。無男女皆赤倮。以生事之至微。故常若飢。人言太古熙熙。於事實適得其反。此洲不獨人民。即草木禽獸。皆淺演者。使在他洲。以物競之烈。不存久矣。蓋自天地奠位以來。未與外通。故能遂古至今。獨保其初如此。近二百年。此為肇闢人境。吾輩生今幸得見之。更數百年。是淺演者之猶存。殆僅已。

蠻夷禮俗　捨形質而觀精神。將閉錮之效。愈益見。其禮俗最粗極陋固也。而節文煩重。皆損益於隆古而漸成。特以未嘗有載籍耳。蠻夷篤古怖新。其交於鬼神尤謹。試讀斯彭沙吉稜諸氏書。觀其言圖騰昏祭可見也。此無足訝。蓋群演之道。禮無縣設。

俗不暫更。凡此委曲鬼瑣。皆數千年之曲成旁附以歷今茲。而吾黨所得言者。祇其大較而已。不能細也。

種族部落　有種族。有部落。蠻鮮漁獵之蠻。可以言部落。不可以稱種族。今人遇蠻夷之事。多稱種人。意若謂此聚族而居也者。此於名實。為不審矣。蓋種族云者。指一姓之所傳育。即不然。亦其血胤餘孽。此以云種族當也。乃澳洲之蠻。與他圖騰之衆不然。學者宜知宗法。繫民乃治化演進之一大事。其影響於群制亦至深。此非最初民人若澳洲之蠻與他圖騰之衆之所及也。澳洲之蠻。其相聚而居也。取便於分部為獵而已。是其所以求食之道也。故可以謂之曰部落。此群之起點也。若群狼之奪處。一逐之獲。部之人皆與有焉。其聚居者。其勢便也。雖然。部與其鄰。無甚嚴之界域。其分合往來無定數。與人平等。徧一洲之大陸。此蠻夷之真相也。

嚴復曰。蠻獠相聚。如群羊耳。此以云部落。尚未叶也。蓋部落雖不必為種人。亦不必為種人。而常有其部勒者。則又非初民地位也。然苦辭窮。無可改譯。則姑以部落當之。而著其未安於此。讀者審焉。中國內地之苗獞有峒。臺灣之生番有社。謂其峒社。未知於義何如。博雅君子。庶幾教之。

圖騰　蠻夷之所以自別也。不以族姓。不以國種。亦不以部落。而以圖騰。圖騰之稱。不使於澳洲。而始於北美之紅種。顧他洲蠻制。乃與不謀而合。此其所以足異也。聚數十數百之衆。謂之曰一圖騰。建蟲魚鳥獸百物之形。揭櫫之為徽幟。凡同圖騰。法不得為牝牡之合。所生子女。皆從母以奠厥居。以莫知誰父故也。澳洲蠻俗。圖騰有祭師長老。所生者。聽祭師為分屬。以定圖騰焉。其法相沿最古。至今莫敢廢。蓋蠻夷之性。有成俗古禮。則不敢不循。至於禮意。非所及矣。

同圖騰者不昏　此最古禁令也。凡蠻夷皆然。蛇不得與蛇合。鷾鴯不得與鷾鴯合。其制不知始於何時。而以禁親親之黷。則可決也。或曰。蠻夷智慮短淺。如彼顧男女同姓不蕃之公例。何以由太始而知之。意者殆天之所設歟。曰是不然。夫謂蠻夷智慮短淺。不足與於事理之思。其說固也。而事實之必然。雖蠻夷見之矣。彼親親之合。久乃滅亡。見其如此。乃立制防。且以為是神之所諱者。則凜然莫敢犯之矣。此蛇之所以不得與蛇通也。

異圖騰之嫁娶　圖騰不同。得嫁娶矣。然而其制大怪。所逼者常定一圖騰。蛇之所娶者必鷾鴯。不得忽娶蓮花。一也。且其法非以蛇之一男。娶鷾鴯之一女數女也。乃曰凡蛇之男。取凡鷾鴯之女。或凡蓮華之女。嫁凡蛇之男。所致謹者。男女輩行必相

當而已。故蛇之一男。視鷯鷯同輩之女。皆其婦也。蛇之一女。視蓮華一輩之男。皆厥夫也。雖然。於法則如此耳。其施諸事實。則一蛇之男。得一二女於鷯鷯而已足。顧使所妻之鷯鷯。有他蛇者與之為合。彼則以此為固然。所祭者此俏子美者。為己圖騰中兄弟行否耳。故澳洲有蠻出游諸部。使其中有已所妻圖騰之女子。又同輩行焉。則皆可使當夕。往者有傳教人。嘗以是大窘。則避目塞耳。聽其橫陳於前而已。前所言者。初民群制中一絕大事實也。

夫婦之倫　惟初民之群制如是。故無所謂夫婦之倫者。一群之中。無孤憤之男。無寡居之女。費孫云。蠻夷以牝牡之合為天賦。與生俱有者。信哉斯言。翔飛之樂。何羨雉乎。

輩行序次　由前觀之。世代輩行。為蠻夷所謹者矣。顧其事雖若天設。而強半乃出於人為。其衆以歲時舉神閟之會。此大事也。且典禮隆重。非外人所得卒闚。吾歐人必居甚久。與其習而後能得其崖略。所攷者蓋一所以建立祭司大巫之神權。大巫號畢訶羅格。二所以頌歎先靈。收其衆使親附。有舞蹈之節。為歌詩。尚述太古之事。曰阿爾赤靈阿。三男女及年格者。於此受圖騰之祕。若東方之冠笄。施洗割之禮。其事甚痛楚。往往數日始克蕆事。或為其人文身黥刻。謂可不達。不若便認識。終之乃命其所歸之圖騰。所居之輩行。凡此皆大巫之事。所定於是會者。終身不易也。

蠻夷眷屬　有圖騰。有輩行。蠻夷眷屬由此定矣。男子於所昏圖騰之女子同輩行者。皆其妻也。女子於所嫁圖騰之男子同輩行者。皆其夫也。凡妻之子女。皆夫之子女也。其同圖騰同輩行。則兄弟姊妹也。與其母同圖騰同輩行者。則諸父諸母也。母重於父。視母而得相承之宗。故總蠻之眷屬。盡於父母子女兄弟姊妹四者。此諸洲蠻夷之所同也。費孫為余言。一教士居焉六甲群島中。意欲與所化蠻為親。則相約為兄弟。他日其妻來。教士曰。繼自今吾為若兄矣。西俗婦人稱夫之兄曰在律之兄蠻妻遽易之曰。否否。足下從此乃吾夫耳。唐根居紅人及夏威夷中最久。故稔其俗。謂太古之俗。固有兄弟姊妹昏者。至今猶一二存於蠻夷。此其言或可信。雖然。諸所蠻俗。大較同澳洲。乃至支那內地之民。有如此者。

圖騰物解　夫圖騰之用。將止於立別以禁親親之黷。褻抑別有起義。而其事不止此。此攷社會者所聚訟者也。或叩之於蠻彼。且自以為其圖騰之遺種。而祭祀崇拜之者有之。曰同圖騰之不可以昏。以同血胤。故以圖騰有神。犯者且降罰。故吾於是得社會一大事之起點焉。圖騰者。宗教刑法之所萌孽者也。蓋宗教天演。攷之社會。其階級有三。其始崇拜身外之物。木石禽

獸。皆可以為有神。其次迎尸範偶。取其肖於己形者而用之。若祖先。若豪傑。是已。終之乃得造物之一神。其所謂神。必兼人道天道而兩有之。勢力能事氣質。皆與己異。而形貌情感。又與己同。此其大較也。蠻夷之圖騰。第一級之現象也。淺化之民。其為鬼神也。常多厲而少祥。以死亡病疾災害為職司。嗜殺人而渴血。此蠻夷本其所身受者。以為思想者也。彼見儕伍之中。所號為桀黠者。皆暴戾恣睢。而為衆所怖服。所謂鬼神。正如是而加等耳。

禮刑之始　謂其為刑法之起點者。蠻夷法律觀念。皆負而無正。一切皆禁。而不得為者。夫然為之答布。答布所由始。多可笑者。而其意皆本於扞患。有人焉行於蹊間。而為斷梗隕枝之所擊。彼於此不以物理解也。而云維樹有神。惡人之出其道者。則從此為答布之蹊。為禁路。雖有勇者。莫敢出也。橫木而梁津。以其便而衆由之。顧其功非堅善也。則有時斷。適過者溺焉。彼不以此為物理所必至也。而云水之神。怒梁設而奪其血食。以不涉而梁。人少溺。故雖然。梁固甚便。而不可以卒廢。於是有為之說者曰。使成梁之頃。而以人為犧。投諸河以洛之。神其妥。諸則於是有反手縛足。逐洪波而去者矣。假使後成之梁。材良功堅。巫之為言。固有驗也。此古祭禮釁歃之所由興。而初民於其事。雖至虐。常嚴而莫敢廢也。德儒孫林雅合言。洛橋之祭。日耳曼東部猶有行者。惟其投之也。以俑不以人。沿緣至於本期。其俗乃絕。至今非洲及他所。蠻為宮居。猶先貍人於址。以謝土神。不然。居者必禍。

兵戰之始　蠻夷往來交際之事。隱約難明。亦無所謂共守之禮法。所可決知者。圖騰於外至之客。無慮盡臟分而已。以六七圖騰共處於一區。其相好惡也。視山野之廣狹。得食之難易。使獵場恢廓。而禽獸多。取以贍其口數而有餘。雖數十年相安可也。禽獸減少。擊獵之場。以口蕃而日形其蹙。斯物競起。而兵戰之事興焉。夫蠻夷之食人。其始亦以飢耳。久乃沿以為俗。必循其先。莫之敢廢。故治化之進也。必地力養人之量日舒。此群學最確之例也。生口日滋。而地養人之量如故。欲不出於相戕。未之有也。講治術者。可以知其本矣。

綜論　蠻夷社會。所知而可言者無多。右之所列。皆其事實。學士為詩歌文詞。寄意葛天無懷。好言太古之樂。意皆謂其時之人。敦龐渾樸。思慮寡少。天宇甚寬。而機械不作。民常老死不相往來。而養生送死之事。無不足者。以視今日社會之勞勞。相去遠矣。雖然。此特學士意中之境而已。求諸事實。大謬不然。是初民者。世間至苦之生類也。益其靈智既微。則所處方之禽獸有

不及者。飲食不足於養。故其軀幹咸矮弱微少。無偉觀。無衣裳以待霜雪。無屋廬以蔽風雨。形下形上。無所往而非憂疑恐怖之境。雖有親戚。其倫理相繫。與文明之民大殊。今日雖飽。不救明日之飢。幕天席地。居靡定所。死則鷙鳥野獸之糧而已。使如是而樂也。則世所謂苦者。又安屬耶。

然而蠻夷之生僥矣。而謂所歷無助於化。又不可也。射飛逐走。性命以之。故雖冒至險。歷甚勞。有不悔。以不若之時逢。而留害眾也。練聰擢明。能察至微之兆。文明之眾往往謝之。每於叢林灌莽之中。跡禽獸寇讎之所往。雖英法至精督捕。莫能及也。烈風雷雨至。輒先知。科學之家。有不逮者。能聽於無聲。能視於未兆。其逐利也。但使所以償勞苦者。為其智慮之所及。則忍而弗舍。至必達其所祈而後已。凡此之事。其於演進民才。而所以為體合於人種者。豈其微哉。嗚呼。天演之神如此。

宗法通論分第三

民羣演進之第二境。是為宗法社會。其與蠻夷社會異者。民之相繫有統而不混。豫附而益親。生養之制。愈益繁密。其進於蠻夷社會遠矣。其特別形制。所與前後社會殊者。可言如左。

一曰男統　往者圖騰社會。人道幾無親親之可言。強為言之。亦矯揉而難定。何則。彼特以意為之。而非事實可指故也。所謂血胤傳世。皆以女而不以男。其圖騰羣行。則視大巫所分屬者。獨至宗法社會。斯族姓之義明矣。民之相與為親。以木本水源分於一男子之故。雖宗法之事。亦有偽而不真。成於人為。非由天賦。如義子螟蛉是已。然社會之有此。正以見宗法之綦嚴。今夫人羣蛻變。由圖騰而入種族。其間進演之數。雖甚微極漸而難知。於事必皆有可指之實明矣。今姑舍是而言其最顯而易見者。則必自夫婦有別始。

次曰昏制　蓋使夫婦無別。宗法無由立也。與澳洲之蠻。有母而不誰父。宗何有焉。故必女子終於一夫。而後父子之倫有可指者。此有夫婦而後有父子也。雖然。妃偶定矣。而云匹夫匹婦。如吾歐今日之社會者。則又不然也。其女子固終於一夫。而男子法可以數婦。此為古宗法社會之通制矣。遞演而益進。而後匹合之制成焉。蓋於時所重者。在男子丈夫之血統。而孤雄羣雌於宗法不為忝。且有時以社會生聚之亟。女子之數常多於男。其執甚便。而宗法得此系統愈分明也。然使昏制定矣。而嚴君之權不立。其宗法雖行。亦不可久。

三曰家法　是以其三有家法焉。方民為宗法之社會也。其承宗之丈夫。為始祖之代表。所以統御其家人者。其權位最重。蓋王者專制之先驅也。所統治者不獨一家之生事恆產而已。所信奉之宗教。所往來之酬酢。皆受治於其家之一尊。其始家也浸假則衍為小宗。為大宗。大宗之視小宗。猶嚴君之於家人也。其小宗之長。則對於大宗而有責任。大宗家長權制限域。世長世消。如當羅馬立國之初。宗子之權周於通族。凡同姓之裔。無少長皆受制焉。操生殺之柄。教督禁制所不論已。降及後世。所謂宗法者稍變其初。蓋國主權尊而家君柄屈矣。然吾英西衛民律載。凡民年十四。若不及。於其父案下食者。以父為君。約束刑罰。雖其父不得咎。一錢凡所有。其父主之。此自國律視之。是少年者於國猶未生也。蓋古社會家法之重如此。

徵諸事實　若所言三者。蓋宗法社會最古最顯之形制。若徵諸事實。不獨古之宗法可見於載籍。今且不異於古所云也。如猶太之民族。如鄂謨所歌之希臘社會。如羅馬之拉體諾種人。如大食之游牧行國。如五印度之民。如北印之回部。如阿富汗。皆此制也。求之吾歐。則如日耳曼條頓種人之舊制。其尤近者。如吾英西衛之剡羅狄種。若蘇格蘭山部。若愛爾蘭。皆沿襲至今。尚有一二存者。蓋宗法者。社會所必立之階級也。

嚴復曰。作者聚徵社會。嘗置支那。非其不察也。夫支那固宗法之社會。而漸入於軍國者。綜而覈之。宗法居其七。而軍國居其三。姑存此說於此。而俟後之君子揚搉焉。

宗法社會有兩時代　著論之士。每不知宗法社會有兩時代之分。而併為一說。遂使古昔社會情狀。隱約難明。而考者亦彌不易。蓋時代既混而不分。斯事實糾紛。矛盾相陷。而淺躁之士。至乃謂宗法社會為臆設。而無其實。非大謬歟。幸今者古昔社會之真。稍稍出矣。

有種人之時代　使學者而不憚煩。則事實纍然。將見宗法雖一。而演有二時。其大者先見。可謂種人宗法。其小者後見。謂之族人宗法。種人之眾。常至數百千人。而或過之。人人自謂同系。分於一體之遺。雖然。其事多不實。其所謂一本者。若存若亡。在幽窅難明之際。歲時祭享。以宗祀其所出自之一人。用以系聯其宗。而種人之心。有所附屬。以云其實。則其眾之果一本否。尚矣不可稽也。即其所自出之一人。亦往往有臆設者。特以目前而論。則種人子孫。皆為一宗而已。

有族人之時代　至於族人時代。乃大不然。族人之眾。必少於種人。分族受姓以來。常有譜系之可溯。大抵至於高曾止矣。蓋四五傳之後。人口蕃多。則旁分小宗。為新族。惟此其宗法所以信而有徵也。

舊說之誤　宗法有種族之分。持舊說者亦非不知之也。顧特昧其入羣之先後。此所以多所牴牾也。彼之意以為宗法之理。必始於一家。自一父之遺。而羣分為數子。又從子復生子。如其父然。各自為家。雖不忘其為一父一祖之遺體也。乃相將而為一族。族乃滋大。親遠而情益疏。然而猶未忘其為一本也。由是相視而為種人。此其為說。乃據後起之跡。以言古初。宗教言人之先。每如此者。而不悟其於羣演事實。為倒置也。自事實而言之。則社會固先有種而後有族。亦先有族而後有家。其始自俱[illegible]而為有種。種散而為族。族散而為家。家分而為個人。為小己。則今日文明社會之本位云爾也。此羣演自然之至勢。而亦社

眞學新得之祕扃也。

新理確證　右之新理。發於史家斯堅尼。自其說出。而舊說廢。操舊說者。蓋習聞誣當夏娃之談。而未嘗討驗於事實。且不謂宗法社會之前。尚有圖騰社會在也。自初民羣法日益著明。而斯堅尼氏之說乃益確。今之學者。莫不知最古人羣。決非造端於夫婦。如舊約所云云者。此說尚有他證。特今所言。言舊說之必謬足矣。

判分之始　斯堅尼氏種先於族之說。既不刊矣。然圖騰之所以變為種人。種人之所以進為族人者。則未嘗及。今不佞將取後篇之所疏證者。為先標其大凡於此曰。

蠻夷之社會。自能牧畜。而轉為宗法之社會。

種人之宗法。自能耕稼。而轉為族人之宗法。

宗法社會之特色　前之二例。非分專篇言之不能悉也。乃今所與學者言者。在宗法社會與吾人今日所居社會之分殊。使知欲得社會天演之眞形。必無囿於所習。無拘於所據。庶幾有以通其所以然。而不至於枘鑿。則著其大者。蓋宗法社會所與今之軍國社會異者有四端焉。

一重民而不地著　宗法社會之籍其民也。以人而不以地。何以言之。前謂近世社會。所以系屬其民。存於軍政。以軍政繫民者。以民之所居者有定地也。是以地著尚焉。甲國之民。其可居於乙國固無疑。然乙國不以民國視之。於其國家之政。莫得與也。然使其人既受廛占籍而為民矣。則於其種族舊居。靡所問也。故拿破侖法典曰。生於法土者為法人。自其大較言之。則是法也。歐洲列邦之所同用也。乃宗法社會則不然。其別名也。問其種族。而不問其所居。為其社會之民。必同種族者。不然雖終其身於其社會。乃至為之服勞。將為客而不為主。總一社會之民。有時可遷易其土。居其稱國自若。此於避敵逐利。時時為之。雖演進稍深之種人。亦有不盡然者。而上古之宗法社會。則莫不如此矣。

嚴復曰。可以為前說之證者。莫明於猶太與古所稱之行國。吾頗疑史遷匈奴列傳。冒頓曰地者國之本也。奈何予人。盡斬言乎地東胡者云云。為釣奇而非事實。

二排外而鋤非種　宗法社會。欲其庶民。非十餘年數十年之生聚不能。而今之軍國社會不然。其於民也。歸斯受之而已矣。

雖主客之爭，尚所時有，而自大較言之，則歐洲無排外之事也。蓋今之為政者，莫不知必民衆而後有富國強兵之效，而古人以種雜為諱者，今人則以攙合為進種最利之圖，其時異，其情遷如此。是故近今各國，皆有徠民之部，主受廛入籍之衆。使此而立於宗法社會時，其不駭怪而攻之者幾何。蓋宗法社會之視外人，理同寇盜，凡皆侵其芻牧，奪其田疇而已。於國教一為異端，於民族則為非種，其深惡痛絕之，宜也。故宗法社會無異民，有之則奴虜耳。

三統於所尊　天演極深程度，極高之社會，以一民之小己為么匿（譯言本位）者也。宗法社會，以一族一家為么匿者也。以一民之小己為么匿者，民皆平等，以與其國之治權直接，雖國主之下，亦有官司，然皆奉至尊之名，為之分任其事，官司之一己，於義本無權責也。至宗法之社會不然，一民之身，皆有所屬，其身統於其家，其家統於其族，其族統於其宗，循條附枝，皦然不紊，故一民之行事，皆對於所屬而有責任，若子若妻若妾若奴婢，皆家長之所治也。家長受治於族正，族正受治於大宗，此其為制，關於群演者至深，不佞當於後篇條詳之。

四不為物競　今夫收民群而遂生理者，宗法也，沮進化而致腐敗者，亦宗法也。何則，宗法立則物競不行故也。吾黨居文明之社會，享自由之幸福。夫自由幸福非他，各竭其心思耳目之力，各從其意之所善而為之是已。國有憲典，公立而明定之，使吾身不犯其所禁者，固可從吾之所欲。農之於田，以早播為利，雖違衆而破塊可也。工之於器，以用楔為堅，雖變法而置榫鑿可也。賣漿者忽酒，種蒔者忽茶，無涉於人，皆所自主。乃宗法之社會不然，循高曾之規矩，背時俗之途轍，其衆視之，猶蛇蠍矣。夫然，故人率其先，而無所用其智，心思坐錮，而手足拘攣，一切皆呼其祖法，違者各獲罪於天，然此其俗之所以成也。然而腐敗從其後矣。凡古社會莫不如此，此不可追之災也。雖然，如是之習，其始何以生，其終何以變，此治群學者所不可不討論也。乃今所言，使學者知其有是足矣。

繼此一篇，乃言絕大之新理，有之乃見社會之所由入於宗法，且不入於宗法不能。

豢擾禽獸分第四

家有馴畜。非泰始而然也。泰始人獸並居。有聖人起。豢而擾之。使利人事。此關於羣之進化最鉅。是故乘馬服牛。數羊馴犬之事。歸之聖人。不可謂過。吾人社會。所得至於今日者。惟此其一大因也。且有以知其非泰始而然者。以至於今。員輿中蠻夷。尚有不知畜牧為何等事者。嗚呼。事作始於古初。而為人道所利賴者眾矣。顧其時地姓名。常冥滅而莫可考。即有傳說。每荒誕不經。此後之人所以日飲其德而莫知其源也。雖然。天演之事。時至則當有興者。不必定誰某也。時至奈何。曰天時地利人事。凡所謂外緣者。咸有以相偪而導啟之。

豢擾之初　豢擾禽獸之聖人。其時地姓名。固不可考。而其所以豢擾之術。則可懸擬而略道也。今夫擾而畜之。而最利人事者。莫若犬馬牛羊。犬馬牛羊。其先皆野種也。其在野曰獸。在家曰畜。由野而家。可以言也。由家而野。不可以言也。就今有之。至不數覯。則始於初民為之豢擾何疑焉。雖然。彼始為豢擾者。亦視所居之旁。其在野之獸為何如耳。彼能馴之。必其可以馴者。若猴猊。若虎豹。若豺狼熊羆。皆猛鷙而絕有力。未見其可擾之以為人用也。然則使其地無可馴之獸。是蠻夷者。將中古為蠻夷矣。若北極之類斯氣摩。有馴畜矣。而所馴者僅狗與馴鹿。其利用已宏。而猶有限也。大抵最關進化之馴畜。無過於牛羊者。而牛之於人尤甚。

有餘禽獸　其所以豢擾之術。從何道耶。此於事實。往矣尚矣。不可得察。無已則為之懸揣。而又無如其多證何也。幸近人葛爾敦者。有南非遊記。其所經。正達摩拉地。其書出於十九期中葉。有一二事實之足徵。可寶貴也。葛之言曰。蠻夷性情。所最可見而大同者二。一曰無遠慮。而貪饕。此其德所以與禽獸鄰也。不僅不為後日計也。而後日之事。乃其所不知。故使畋而多獲。則盡其物以為當前之饗。其餘所不計矣。設以天之幸。而掩大羣。則舉眾相慶。以此為旬日之華酺。期於盡禽而止。雖然。飲食之度量。即蠻夷有限者也。故當豐有之時。亦往往有餘禽獸。夫使深化之民處此。未有不竭心力為蓋藏以備後日之凶歉者。而蠻夷直狼戾委棄之而已。蓋彼徒知血肉之不宿。而畜櫱因之之事。又其意慮所不及者。故如此也。蠻夷中稍與此異者。則有北美之紅人。其曝乾之肉。謂之朋密堪。其雜之土中者。曰加赤斯。以禦陰雨無可獵者。是皆絕無而僅有者矣。

畜為玩好　夫蠻夷無遠慮而貪婪固也。而其愛物好弄之情。則或過於文明之民而無不及。故所獲既以供日一而有餘則嘗留一二以為珍。而不必盡出於殺也。畜從玆田。滋所畋者也。字義明白如此。且有止義。止於殺也。夫蠻夷之情。剽忽變易。則豈無始畜之而終殺之者。顧人情日久。則慈戀生焉。亦嘗有嘗忍飢而不食所愛之肉者矣。是故豢擾之事。始於擇禽。以為畜玩。其畜之也。不必意有所利也。祇以珍賞娛嬉而已。其有所擇。必羽毛華好。音聲狀貌。居一羣之尤。足饜耳目。而可以驕稱其儕偶者。故嗜之為甚。有二義焉。其始以適口也。其次乃以悅心。則畜玩之事也。或曰以蠻夷之崇拜其圖騰。故於禽獲有所嚴而不敢殺者。此又一說。與前說兩存可也。

儲為芻豢　飢不可以終忍。使歷時而無禽獸之可獲。則亦殺而饗之而已矣。由是而蠻之顓愚。知畜牲之大用。不徒玩好。且以救飢。豢擾之事。愈廣。畜牲之用日著。其湩所以止渴也。其皮所以禦寒也。其骨角所以為器用也。其為賜於蠻皆至厚。而為前此之所無也。況其物聚則蕃孳而寖多。駒犢羔豵之玩。有可樂者。長於榛莽之中。禽獸之性。固其所習。故於豢牧之事若無待於深學而皆能。夫使蠻夷其所以資生者。至於如是之一境。其程度固已脫於狉榛。由射獵而轉為遊牧之眾矣。

世變　由圖騰蠻夷。而入種人宗法者。即以其民由射獵而入遊牧之故。此為社會太古可言之進步。顧其影響之微。必一一分言之。而後能晰也。

男統產業之始　圖騰之言親也以母。宗法之言親也以父。此皆因果相從。易以見也。蓋男統孳於產業。何以言之。方其羣之射獵也。以男女生質之不齊。馳逐之事。必以男子為多。致於女子。雖亦拾矢執弓。張機省括。以言險艱。抑其次矣。且女子專職在於尸饔守廬。而尤重在鞠養其羣之稚幼。一日逐之。帶禽而歸。數獲會食。既飽而餘。則親勞苦逐利者之所得有也。由是而豢擾轂羖之事興矣。及其既久。而後為其人之私畜積。往者法學之家。嘗言太古業產之始。謂其事由弋獲。逐獸而得。斯為主人。不知此猶是後起之義也。玩中國有字从手肉會意其說與此正同太古蠻夷與禽獸初不相遠。無彼此之分也。相聚而畋。特為會食。故其有獲。則眾之所共享者也。惟其既厭腹腸而有餘禽。乃畀捕者以為畜玩。玩既久而愛戀深。愛戀深而後彼我別。彼我別而後人有其私。此產業之義所由託始也。曷觀之稺子乎。夫稺子之用心。與蠻夷類也。稺子之於物而分彼我也。不問其所由來。而重其所習用。竹馬蠟人。惟我之常以是戲也。故謂之我有。太古蠻夷。其視牛羊。亦如是而已矣。不問誰獲也。

牧事判分　蓋種畜乳之演進也。昔者射獵之羣。乃今為遊牧矣。其中男子。以蓄育牛羊為本業。而女子則織毳挏湩。為[illegible]酥酪以供。其為牧也。必就善水草之地。謹肥瘠。辨良狠。禁盜竊。防虎狼。定日月之所擇牧。而調其任重行遠之牛馬。

人功價值　有牧畜之事。然後民知人功之價值。而手足勤動之得報優也。使其部牛羊眾多。則必有多數之手指。而後足與其事。顧雖廬幕生涯。有婦人以為之主。而野山林谷之間。必有人為之奔走。與為之禦侮。而後其羣不亂。盜賊不興。驅之牧場。旦出暮入。凡皆人功之事也。故以生事必仰於手足之勤也。而古人羣最重之二制興焉。一曰夫婦之有終。一曰主奴之相御。夫二者之相始。猶拔茅茹然。雖然。使明於其故。則事理必至之符也。

嫁娶之理　社會既久入於宗法。男女媾合。殆立別而有終。一孔之禮家。輒曰。此民德之懿。知坤道清貞之為美矣。不幸考諸事實。乃大不然。夫社會女子之終於一夫。徒以人功價值之昂。男子欲保其身與其所生之力役而已。彼禮家之言。固為至美。然使古之事實如是。則嫁娶之制。將有二事之足徵。夫婦匹合。無羣雌孤雄。亦無一陰眾陽之俗。一也。男室女家。事資相悅。無抑配強昏之事。二也。顧乃徵諸事實。古籍所紀。與今者淺演社會之所存。其俗皆與是二者正反焉。一夫而眾妻。乃宗法社會之通制。而寄猳易內。其時男子所不屑也。其所謹守者。此婦一身之服勞而已。乃至所生誰真厥考。亦不問也。其所必收者諸子之力作而已。降至中古。猶傳奪婦賣妻之俗。然則昏嫁自由。任女子自擇所天。無其事矣。夫奪婦者。男子獨以強力劫其鄰部之女子以歸也。至今都鄙。此風久亡。然其跡尚存於禮俗。或且謂女子怡然來歸而無俟於強逼者。其事為足稱也。歐俗嫁娶為夫壻儐相者。稱良士。此古助人奪婦者也。為新婦保介者曰扶娘。此古助人扞賊者也。其事跡之可言如此。若夫買妻。所謂得婦以財。夷虜之道。女子之身。如貨物然。市有定價。則量羊豕鵞鴈。計數相值。以酬失女者之家。此亦自其身之力役而起義者。故至今為俗。尚有加聘納采之事。特向之畀其家者。今以遺其人而已。舊約載雅各娶婦。身為傭僱以酬其值。此實僅見。總之古社會女子之所以賣者。即以身力手指而然。當是之時。使一家之長。得十數壯佼美好女兒。則固儼然富翁也。

奴虜之制　夫奴虜非他。種人戰勝之餘。所不殺而係纍之俘獲也。方蠻夷之為射獵也。往往以食少而出於戰。戰而人相食者有之矣。已而進為遊牧。則種人之生事稍舒。固無取於相食。而斯時之力役為最亟。則係纍而奴隸之足矣。今夫人以人為奴隸。使不得自由。是以同類為牛馬。此文明之世。所深疾而嚴禁者也。顧吾以為善制可乎。雖然。制無所謂善惡也。視其時之

十四上

十三

所當。奴隸人雖虐。不猶愈食若殺之乎。此治羣學者。所以不容有執一之見也。且由是而知化治之日蒸也。非由其德心。而常起於利便。風漓俗美者。後於進化而為果。不先於進化而為因也。

成於種人　由前觀之。彼蠻夷之昏亂。而生事之貧薄極矣。所以能有室家。奠父子夫婦之倫。乃至君臣之義。亦因為之起點者。皆自轉射獵為游牧始。而游牧之社會。又以豢擾禽獸為首基。然則豢擾禽獸。雖於後世無足重輕。而於太古之民。顧不重耶。由此而婦人去其所生之部。以嫁於其夫。即買妻奪婦之俗。亦所以使骨肉近親。不自相亂。而毀其初制。蓋同姓不昏之義。雖太古重之矣。至所由奪之部。所由買之家。或為異族。或為同種。亦皆以其親之遠近。以定其所取者。此禮之所以緣事為出入也。獨至一家之中。則丈夫之權。尊無二上。其妻子僕妾。至於牛羊犬馬。皆其人之產業。平等無差。生殺去留。惟其命。

蛻嬗難明　自泛濫無紀之蠻夷。徐轉而為游牧種人。肇開宗法之社會。此其蛻嬗相承之致。時代窵遠。顧為隱約難真。往斯密羅勃生。嘗考大食種人舊俗。於其種二候銜接之際。頗能言之。其書云。戰爭歷久。有以立夫婦之別。蓋兵事非男不任。故種合而男權尊。且其力各足以庇護其妻子云云。是其為說。有難通者。蓋兵氣剽疾。以妻子雖弱。自累者。不利於戰。一也。況紛爭之際。淫掠為多。謂於此時。夫婦轉以立別。從常理論。殆不然矣。總之宗法肇於有家。而家人之義。興於所畜。然則宗法社會。必萌孽於民有資產之分。無疑義已。吾英譜家曰費密理。其字原於義大利之費默勒。費默勒者。謂奴婢也。

游牧餘果　畜牧事之於社會進化。尚有甚深關繫。可以言者。蓋自畜牧民之衣食。乃有恆可恃。故利於善生。而軀幹亦從以偉碩。不若向者待命於不可知之射獵。其形羸弱。而種亦不蕃。且天演之進。必由判分。畜牧盛。則種人有強弱貧富眾寡之不齊。不若前之蠻夷。其羣如一卵之駱也。蓋自為畜牧。而天時地利之殊。與夫人事之巧拙。乃有以致異於其閒。前雖有之。其效微難見矣。是故游牧之羣。羣畜相絕。往往一種之中。其始均也。以勤惰巧拙之殊。貧富遂異。天擇之用既施。而演進之機可不圉矣。愛爾蘭古社會民。凡分數等。富民編戶。謂之湼彌。有畜之家。號波埃爾。波埃爾常斥其餘畜。以貸湼彌。使轂轂之。孳乳則納其羔犢以為租。歲時常行部中。以察其羣之息耗。且尊之湼彌之供養也。

新思想　蚩蚩蠻夷。未至其時。蹊其境。世事皆陳陳若無足宜哉。凡民於新思想最難。游牧時代。民之新思想有二焉。於社會所關最鉅。使其無此。社會不得著今形也。是二者何。曰皆計齒之事。一曰贏利。一曰毋本。夫贏利至今言之。實賤鬻貴而餘者

耳而其始則牛羊之蕃息也。一家之畜。畜羊十二至於明歲。無待更納新者。可安坐而致二十羊。此其事所以利而異勸也。令假令無新生之羔犢矣。而湩酪氈毳。亦常有以供其衣食。而畜之數無減。此其為益。雖智慮至淺猶知之。知之故相競為畜積。積之者勿殺勿耗。以待贏利者也。此之謂母本。計家學之界說曰。母本者畜積以覬後利者也。此殆最初之思想無以異也。顧方為射獵。則雖極慮不及此。必逮游牧而後能見之。嗟乎。誰謂蠻夷玩弄禽獸時。所以經綸天下。成生養之局者。乃於此時立其本乎。所可異者。今日之民。其豢擾禽獸之能。乃泯然不復見。豈可馴禽獸既盡而無餘乎。抑世運日蒸。人與禽獸。二者之德相睽彌遠。遂無以通其性情。而傅翼戴角之倫。遂去不為所畜也。

種人羣制分第五

羣立而後有制。制非以意為之也。蓋常有所不得已。不得已故常束於自然。而有天演階級之可論。夫蠻夷之為制。益微自一進而入於宗法。則可久之制度。稍稍出矣。故欲證吾說。莫若取所見於吾英之刻羅狄種人。與印度之班札布者。蓋一者宗法社會。皆歷久不遷。而印度至今猶在。此皆可得之於耳目之近。不僅資傳聞載籍而已。至所取以為旁證者。則有若古之希臘羅馬。若紐芝蘭之毛利。若大食之行國。凡以旁通交推。見其制之大同。天演之不謀而自合。雖然。欲其言之有徵。條而不紊者。固莫若即其一而詳之矣。

種人之始　宗法社會。自種人始。種人者。以一羣之眾。形色言語習俗相若。則自以為同出於一始祖也。云自以為者。事不必實。而意其如此也。蓋使吾之前說不誣。則男統現象。乃宗法既立而後有者。方其由圖騰而轉為種人也。動歷千歲。一本與否。誠無由知。乃世之種人。常深信篤喻。以為同出於一人。傅會穿鑿。傳為美談。凡社會學者所著為種之額。若甯（譯言受氏者。）大抵皆此類也。此如不列顛種人。則推其先出於不魯國（希臘古時所歌戲勑）條頓種人。則謂其本於古史之沃丁。比路芝種人。言為默護穆季父米爾漢查之後。巳社之種。稱其祖為以色列名王吸魯。誕誣惝怳。存而不論可也。

種人資格　凡宗法社會。莫不嚴非種之防。其中資格純備者。必真種人之子孫。其社會之產業。與一切種人應享之利益。應有之權責。乃至祭祀昏喪與夫宗教之所有事。其中與執典禮者。皆非真種人不能。其為種界設莫大之防如此。雖然。自其事實而言之。則種人之中。莫不有寄居之他種。謂之客籍。籍之與種人。雖有鴻溝之限。而權力地位。足為其種輕重者。固恆有之。若愛蘭之弗底爾。若西衛之鄂羅獨。皆此類也。其次則種人之女。嫁客籍之男。其所生亦可以容納。從若寄居久。或以客而有大功德於其種人。凡此皆所優異。而得以同仁而一視者矣。

十四上

奴籍　凡強盛之種人。客籍而外。又有奴籍。俘虜臧獲。皆奴籍也。或稱世僕。或曰下戶。遊牧之眾。常需力役。故奴重焉。其得之也。常以鄰部之戰爭。或種人有罪而無力自贖。則沒為奴婢。（案字書童妾之文從辛皆此義也。）奴婢與宗法社會。殆相起訖。於游牧之世。則司牧收。於耕稼之世。則執田功。或以供給屋廬之下執事。此其大經矣。

種人等級　學者嘗謂太古之民。為天成平等。此大誤也。方其為圖騰社會。固可以言平等。然其平等也。司於[illegible]

十五

本無等之相若故赫胥黎謂如是平等正如代數術之無度無度未有不相等者雖平亦不足貴也乃至一入宗法則天演著判分之衆而不平興焉夫同為種人則皆有所分之畀牧所得以馳騁畋獵之場妻子之畜弓矢甲兵之私然而牛羊狗馬橐駝之多寡異則貧富不齊使無所受於其先與所奪於其鄰部雖為種人無救窮困若愛爾蘭舊律區此為下級種人曰賓爾密德婆與有畜之主號波埃爾者雲壤懸矣賓德婆雖自謂為自繇種人然與今世傭民無異自繇固自繇矣特自繇於凍餒而已曷足邵乎

種之貴族　與其凍餒而自繇固不如飽暖而奴隸欲自救於飢寒勢不得不仰澤於其羣之富者此其事始微然而後世分土胙茅封建拂特之制發端於此故可翫也雖然其始非分地也蓋地為人屬之思想猶未萌焉故所分者特畜而已古匈奴月氏種人雖左右賢王屠耆當戶之貴皆無分土所分特牛羊輜重而已當此之時所謂波埃爾者則分其畜以貸賓德婆與之為期限納所孳乳者為贏息蓋贏息譯之別思秋基歲時波埃爾出巡其羣若行部然約凡幾廢貢畜之家必有供帳貢畜者號洗理自擇善水草以牧貸供納之餘贍生事使所牧者雜己畜為羣如是者曰沙爾洗理為半主自繇之牧也使所牧之羣盡他人畜如是者曰達爾洗理為奴隸不自由之牧也其品類於種人為最下級蓋貴賤之勢緣貧富為分如此

貴族之等　種人之等級視貧富富斯貴矣而貴人之中又為等差大抵亦以貲耳然此於種人無大關係其為別特見於議刑罰鍰之際則後此所論詳者矣

種人官制　由前觀之則種人有自繇不自繇之分自繇主也不自繇奴也有貴賤之等貴其多畜者也賤其無畜者也然而尚有官制也是不可以不論

一曰種酋　種酋者何種人之長也為其始祖頟布爾之代表常立大宗之長子為之吉穆斯本沙二氏書皆言圖騰社會而無酋顧其中有桀黠猛壯為衆所推者亦常有左右其羣之權加獨至宗法社會而後羣有一尊尊有專屬種酋於古愛爾蘭曰賴於古西衛曰豈蘇格蘭曰摩馬爾條頓之種通謂之曰開甯俾路芝曰圖曼駄巴社之種曰可汗今英人謂其王曰欽德人謂其王曰區墨皆為開甯可汗之轉而中國稱君之古殆與同原印度謂王曰賴凱法人謂王曰荷魯生及英語之荷賴耶呼皆與愛爾蘭之賴為一本矣開甯本義為好漢為能者此其大經也其傳世之法與吾國稍殊然必

立大宗之長子。不幸應立者而愚劣癃疾。則廢之而他擇。西衛之舊制。凡立酋。必取九世種人。其家才最長而能者。其耆立

酋之職三章如左。

一酋有言。為其種人言。以是為種人之所服。

二酋有戰。為其種人戰。以是為種人之所威。

三酋有任。為其種人任。以是為種人之所不疑。

是三章之意明。則凡為酋者。必能言威武而不欺。設有當立。而其人不及如是資格。法可置之而别擇也。由是考古之家。則據此而云西衛之酋為選主。而其實不然。蓋當此之時。後世出占探丸之事。皆未起也。種人之擇君。不待見酋之既死也。此其為法。可以見當時之民智。則於是有儲酋之制。

二曰儲酋　此後世儲君之所由昉也。愛爾蘭舊種為之俈匿思特。西衛謂之台思班都盧。凡此皆豫立之繼統也。自愛爾蘭種人之散為支族也。族有儲酋。當吾英額理查白之世。愛爾蘭初合於英。儲酋爭立。而當國諸公。坐此被謗議。蘇格蘭第九世紀間。華蘭支種人入俄。酋呼盧奕為之王。代立冢子。歷時不廢。乃至羅馬神聖帝國。雖四分五裂矣。而共主之名。沿用不革。皇帝而外。代有儲君。稱羅馬民王。（拿破侖謂其子為羅馬王。蓋以己為襲羅馬真統也。）見酋未死。儲酋有監國撫軍之職。案其法意。則以學從政。為人君也。

三曰將衛　蘇格蘭愛爾蘭舊制謂之圖洼什。西藏種人謂之底阿律洼。（譯言復讎報怨之人。）條頓種人謂之希理拓科。（譯言率眾之長。）凡此其制之原。所為社會學所重者。不徒掌故之所存。蓋見天演判分。由渾而畫之為用也。其始種之將衛。即其酋耳。顧繼業守成之主。往往或長於治。而不長於兵。聰明仁愛有餘。而武畧致果不足。雖有三章之約。其勢不可以竟廢也。則更選其羣之材任將衛者。使即戎焉。厥後羅馬有今尹之官。此物此志也。其始為也。取以濟一時之急難耳。歷四五番。其事乃垂為定制。

右所言種人之大制三。曰種酋。曰儲君。曰將衛。乃肇立於游牧行國之時。降至耕稼城郭。而其制愈定者。是三者於其社會。有特别之利。並壤地之封。一也。鹵獲之利。二也。種人歲時之貢獻。三也。而是三者之中。則壤地之封。所關於羣演者最鉅。蓋至今猶存其影響矣。

四曰庶長　庶長者。後世國會之濫觴也。其始聚積人之家族長老而為之。此在愛爾蘭曰伯利翰。在西衛曰希納多。在條頓種人曰魯拉廢保。於回部曰吉爾曼。於印度曰攀察耶。其會集之法。當於耕稼民族之篇詳之。庶長之職。其極重者在傳守典常。議禮布教。兼秩宗司徒之所為。蓋種人降蕃。而文字猶未興。而簡約其制之不可無。可想見已。其為吾黨所絕重者。以其寓立憲治體之始基焉。後此刑罰議制行政三大權之母。而又爵民兩議院之星宿海也。其人數有時可以至少。如見於西衛條頓諸種者。乃至七人。有時可以甚眾。則盡其種人之家長而為之。其始勢力職事均也。稍降乃有異職。有典宗支司譜牒者。有宗教之祭司。有巫有祝有醫。蓋循由簡入繁之例。與然殊矣。是蓋宗法社會民權之所託。故吾於其制不可以不詳。然遂謂此與今日國會為同物。則大不可。蓋必幾經蛻變。而後遇之。今由此可得而言者。有古人之二大制。其一曰種之宗教。其一曰種之法律。故此篇所論。即以是二者終焉。

種人宗教　前謂宗教之事。其實見天演階級有三。最初者崇拜身外之物。若鼃黿龜蛇。次進乃範偶迎尸。象人形而用之。而勢之最便者。莫若奉其所自出之祖父。與其種所嚴重之豪酋。此非理想之空言也。於種人宗教得其證矣。且宗祀其先之禮。豈獨見於種人社會而已。蓋其事為宗法諸制之綱維。是故五洲之中。用此以收宗合羣者蓋半。而於泰東諸古國尤多。考其禮之所由。蓋有二說。一曰以人死而有鬼。陟降左右。長存天壤。無異生人。此其義即有精粗。然而謂靈魂不死之理。為種人所與知。殆不可二。二曰以宗法之嚴重。人之生也。為一姓一家之君父。眾所愛戴而服從。於其死也。乃為之祠廟焉。為之報享焉。設食陳衣。準夫事生之制。蓋雖死如不死者矣。蠻夷之性獷悍。而類於所習。故壇墠祭饗。往往有用人之事。其所用者。或取諸敵讐。或殉之以近習。取諸敵讐者。所以慰其靈之有所憾也。殉以近習者。所以安其靈使便安也。凡此皆初民思想所以為至順而祥者矣。種人降為民族。民族降為私家。古禮既沿。家廟斯制。如印度婆羅門曼奴法典。復案梵語曼奴秦言人類或曰人道為婆羅門創造世界十二神之一名主一滿萬達拉。滿萬達拉猶言劫也。其第一神自然而生。曰斯阿衍善。與婆羅門為合體。由斯阿衍善分一身為男女。生維羅夫。是為第一曼奴。而主十波羅紫巴諦。是為世間十天王。分主萬物。從十天王後出十天王。而生七曼奴。其第七名吠哇薩陀曼奴。即本劫之主。造今世界。其中一切眾生。其裔有日月諸種人。吠哇薩陀襲曼奴法典。見四韋馱。分三大支。一山絡答。一婆羅滿慧。一慈答爾。山渼塔經也。婆羅滿慧論也。慈答爾律也。律之最重者曰迦羅巴慈答爾。言祭祀禮儀。而此又析為二。曰希洛陀慈答爾。曰達摩慈答爾。前言婚祭禁對之儀。後則專言戒律。號為聖典所載水饅頭法。供齋食諷唄。誦揚先芬。家自為制。設神位於室奧。以祀其先聖大長。明歲時羅拜於族之祠廟。典禮尤隆。蓋本此以保血統。篤宗支。則宗法社會之精意也。雖然。以言事實。彼尊祖敬宗諸典禮於

人情民德，異於臺奴聖籍所言。其陶鑄感通，有如是之重且大歟。是未可以一言決也。顧東方社會，以宗法為之命脈，一切現象，必由此而後其義可以明。不獨印度、安息諸部為然，而希臘、羅馬之先，莫不如此。此人鬼宗教所以為世界一大因緣，而學者欲求其源流，則有法儒顧蘭芝之古社會一書在，而不佞今與學人指似者，則其教之二三特色足矣。

一曰可私而不可公　宇內至大之宗教三，倡於耶穌基者曰景教，本於穆護默德者曰回教，文於釋迦牟尼者曰佛教，是三者皆以盡化人倫為量者也。故常有傳道宣福之人，浮遊四方，以勸轉人，使皈依宗門為事。人鬼之教，亦一教也，顧非其鬼而祭之為諂，使其為是，不徒可笑，且為悖逆。子有祖考而敬奉之，此與他族固無與也。牲肥酒馨，不歆匪類，禩災降福，亦惟其種乃克膺之。他族固莫之祈，祈亦莫之福也。則何由公之於人，使從己乎。以是之故，彼種人者，設去其鄉，則與共處者，不獨異人類也，實且異其鬼神。故其適異國也，不徒為人誅，實且為鬼責。何則，宗教索絕也。今者以英人而處法德與義，閒入其壇廟寺宇，其中所頂禮讚歎之明神，於儀法宗旨，雖其稍分殊，而與平居所崇拜者，未書異也。言語雖殊，神道一耳。乃以是求諸人鬼之教，固有必不可得者矣。

二曰本人而不出於天　惟人鬼之教，不出於天，故其禮經不言創造關合之事。今夫種人見晝夜寒暑之迭代，山川日月之昭回，固亦以意言剖判平成之事。然其說與宗教不相謀者也。吾歐以天道言宗教者，蓋亦後起之事，始於希臘之民，蓋由之而擬議之思理與崇拜之感情合而為一。（案如是特色，佛教最著。）此宗教之今形也。雖然，吾豈觀於新約之書，其中言持肉祭偶者不一，則知景教方行之初，有人欲人鬼之教與天神之教並行而不悖矣。今夫人鬼者，純於行習之宗教也，故有禮經，皆詳於節文，謹於戒律。而於人心所崇信者，固不若言天神者廣徵曲譬，而尚慮其不信也。

三曰宜幽而不宜顯　以其鬼為種人之所私，故其宗教儀典，常諱莫如深，而不願為外人所共見。東方古史，多載其事。往往以微伺顯微之故，為種人所大恨而殺之。祭器法服，常有典司，非其子孫，固莫得覩。乃至種分為族，族散為家，而一家之秘法物相傳，必歸諸主鬯之冢子。清廟之守，典司宗祏，則達禮適方。在其宗之賢者，益種人之意，以謂敬其宗之勿墜，莫要乎此。秘不洩而後可靳，脫有菑害，彼不於天時人事而求之也。而曰惟神之恫，神恫奈何。曰坐守典不虔，使異人見於廟社，而其鬼不享故也。

種人法律　種人之法律。與種人之宗教。殆合而不可分者歟。其法律固其宗教之一部分也。蓋彼既以厥祖考為神明矣。則凡厥所由。必無改於厥祖考之道。而後可。厥祖考之道維何。一生言行之經是已。今天律令者。典刑也。典刑不自其先而取之烏由取之。此古種人所同具之思想也。若夫一人作則。書莫予違。詢謀僉同。勒為令典。與為寡為衆。此皆社會後起之事。非古種人之所及已。故法律者。見而著之者也。非作而守之者也。前謂禁忌矣。於凡所禁而不得為者。謂之答布。答布亦法律也。特其思想皆負而無正耳。此亦其始則然。久之則所謂法律者。一切皆出於習慣。其所謂是。所習者也。其所謂非。不習者也。過斯以往非其慮之所暨矣。其於人事。往往以習慣之故。雖為用既亡。於義無取。種人寧死莫之敢渝。其循守之堅。往舉一端。皆可以證前說。有如羅馬種人。有刑牲視腹腸以占吉凶之俗。蓋方種人之未離游牧也。隨畜薦居。至一異地。欲驗其地水草毒良。則縱一二牛羊。使先飲食。已乃刲視。用此於行。得以無違。不若此。其事有敗者也。顧其種已離游牧。而為耕稼城郭之民矣。乃猶不悟不忘。以其有興。則莫敢廢。且變其本意。以代蓍龜。則被服成俗。不能自拔之故也。大抵社會禮俗。皆有其初。顧以久遠。末易考見。亦有聖哲之子。造立新奇。擯棄古法。以其優事。而衆稍稍從之。久乃為法。雖然此其常至險。彼違衆而始漸其半者。雖以是而致殺身可也。蓋義古亂常。於宗法之民。斯為大戾。其新也即所以為罪也。或曰反古之道。必災其身矣。然於古刑律無專條。何耶。不知其所以無專條者。即以人莫之為之故。夫祇事傳古。翻即為律令。脫有一二敢奮私智。反易天明。其罪常至殺殺。如西衛古律所載。族屏之刑。族屏者。為其衆所屏逐也。如歐洲近世之出律。出律者謂其人從此不為國法所保護人人得以賊路其鄰家數之出會人人可得而誅皆至酷之刑使其種所居瀕海。往往置諸筏之上。使隨流而往所如。若在山林。則寘之叢莽深菁之中。其事甚相若也也。

血鬭　血鬭者何。種人所以報復賊殺國俗有之謂之於人命也之國俗也。最初刑律。於羅馬曰陀理安。陀理安尼。抵償之義也。以目償目。以指償指。以命償命。而種人所以行其陀理安尼者。則血鬭是已。夫其律鄙野如此。顧於羣演。不可謂非進化之見端也。種有人被賊而賊不得。其始則以疑似相戕而已。乃今為之法焉。必得主名。而後可以復償。血鬭者。被殺之家。施之殺人之身若家也。設有疑似之難明。則亦為之讞鞫。顧其法至疏。為文明人之所不齒。所指之家。聚其族而誓者也。以自白其無罪。有時資他術為證。如尸死者於市。令其衆觀而撫之。撫之而尸血出者。則真賊也。其不可用如此。然有種人至今用之。如蘇格蘭山部是已。賊定則其家可攻。如是者曰血鬭。血鬭常歷時而不休。

血鍰　血鍰者何。罰殺人者之家。以酬血鬬之值。使解協也。游牧種人。其計所仇也。以牛羊。種人謂一民之值。等於其所有者。以尋常之齊民為本位。由是遞進而積計之。以為所罰之差。故有罰格。取兩事為計。一計死者之貴賤矣。二計其害所加之廣狹。此其大經也。其鞫罪也。常法念死者體中之夷傷。殺者所用之兵器。有竊盜。則微察牛羊行跡。抵於盜居。贓既定。血鬬興矣。其豪長老乃居間排難。期死者之家必受血鍰而止。死者之家勿聽可也。然居間者必出全力使解仇。仇解則執手為誓。不得復操兵相向也。考執手之禮。至今五洲用者最多。此太古之俗也。既執手。則不得復用兵。猶之同杯酒共几案者。義不得復相害。此皆著自古昔者也。

種無通法　由前而觀。種人蓋無所可言者。亦不過大凡而已。固無通用條目。得以一二言也。一種之民。各沿其俗。著為法典。行於其種之中。止於其種之外。必言其一致。則父子相傳。代有宗子。種界至嚴。不容非類。其民常有等衰。游牧各有分地。等衰大者。如是盡矣。若夫其他節目。則不從種而異也。往往族而不同。印度班札布種人。其戶口劣於吾英。顧見行法典。殆數百宗而未已。此為英官所規覈而得之者也。是知法典之行也。宗法為先。而國法為後。種人之所受治。非其種之舊。則不服也。

耕稼之始　此其莫考。與牧畜之始正同。孰耒耜耰爬土捽艸。誰創此法。以利賴人。大德無名。玄功不載。悠悠萬祀。不可稽已。雖有先農之祀。后稷之官。史氏所書。恒由耳食。欲以為典要難。且所言者。大抵流轉衣被之事。非指其開物成務。創為稼穡者也。

雖然。稼穡之始不可知。而其所以始。則可思而得之也。澳洲之蠻。不知稼耕者也。然其部有天然之粒食。地生野稻。名曰納都。常收其子。置杵臼。其制陋闇。舂去其皮。搏為粢餌。有此。則其事之所由。始可想見已。假如當日初民。居沃土。秋至採稻而食。而其所播撫之多。過於一時所能盡。則藏弆其餘。種之坑窖。此蠻所習者也。各寒相將。南徙就暖地。又設一冬多雨。而來歲春陽早回。由南部復還故都。其向所種穀。有不時坼乙抽者耶。或猶不止此。其稻已出穗垂穎。如往秋之所斂者。亦至尋常事耳。夫初民固顓愚。然五穀事關飢飽。性命所繫。神智自來。今目擊前事。有不知所以待之者耶。行之一年。稼穡之事。由此始矣。他若蹲鴟薯蕷。可食之根。每為人類最初之種。其樹藝之始。皆可以此通也。

十四上

耕稼所以後於游牧　夫田事之初。固亦因林。春播秋收。大抵若行其所無事。雖然。既已為之。則至於深耕易耨者。特需時耳。或曰游牧耕稼同時之事。並興也。特農事不精而已。此其說亦非盡誣。蓋即今游牧種人。有如此者。然考社會之變。耕稼終為進於游牧之事。立苗溉種。必後於牧馬乘牛之業者。何耶。此非難見也。以耕稼之勤勞過游牧。故蠻夷之性。常恫好逸。今者取牧畜之業。以與服疇較。則前之為事。真輕而可樂者矣。馬求野獸。而良調之。有馳騁角逐之樂。有消閒遣日之用。就令長驅謀畜。以就水草。以比田事。猶為輕也。若夫挏乳裁皮。紡毳織罽之事。則婦孺所優為。若古耕稼穡艱難。而宗教言其事為天神所呪。必泚顙汗顏。乃得盤飧之奉。此其所以後於游牧者歟。

耕稼之興　以其勞且病如此。故種植之事。雖久為蠻夷所以知。然其始無遽棄游牧。而即從耕稼者。特以稻粱珍貴。備貴人所需而已。耕稼之盛也。其在民日蕃滋。而游牧不足以養之時代乎。今夫戶口之蕃也。與治化之系相表裏。耕稼之業。其勤勞過游牧。固也。而養人之量。倍蓰而有餘。德儒默拉謂。同一方幂之地。資以牧畜。能贍百人者。轉以為田。所贍四百五十人不止。見戶口進蕃。稼穡有不得不行之勢矣。大古化興。必在江河流域。是以耕稼始興。在埃及尼祿河入海淤壁所成之州渚。與安息

十九

默吵撲德美亞諸部斛。其地大陸廣斥。少水草。不利牧畜。而河流所被。土肥地溼。於種稻獨宜。用力微而收利夥。由此西北行。北及康居烏弋山離諸國。西漸歐洲。其與之早尊視民庶之蕃彫而已。舊史載羅馬凱撒言。日耳曼種人。不治稼穡。此非謂獨事為北部之民所不識也。特時未至。則湩肉酪漿固較餅餌稻粱愈耳。愛爾蘭舊籍亦載英德斯泠當耶穌七百年以前。地無溝塍阡陌。必俟人煙稠密。其地始有畛域之分。於此可見戶口蕃生。芻牧變為田疇之次第。蓋愛爾蘭古為游牧之部。固無疑義。而人碻證者也。

太古農術　以民之日蕃。非稼穡不足於養。而畜牧乃轉為耕稼。學者慎勿謂古之耕稼猶夫今之耕稼也。蓋嘗經無窮之變革改良。而後成於今制。此其層累漸進之致。有可得以覼言者。請繼今而論之。蓋必明於農術。而後進言其影響於社會者。乃有補也。

一伐林啟壤　凡新治田。未有不始於烈山澤。伐林木者。按中文藿與柞通。其義以此。蓋其地之宜田。以膏腴故。膏腴則未田之始。林木生之。且甚蔚也。使其民為游牧之部。則其國固有既闢之坰。雖然農事方始。謂蠻人棄其所習見之畜牧。而取所未可知之稼穡。所必不為者也。故欲耕者必親闢草萊。而後有可田之野。按野之古文為埜墅。此義也。其闢地之術。常法以火燔之。即取其灰燼以為其田之糞。種播其中。時至乃與草根並茁。若有大木。則資斧斤。林伐叢闢矣。則掘地以鋤。或用刻木之耒。其耒之制。與何者所椅之臿無以異也。

暢耕　暢耕者。何田不生穀。更闢新地為菑畬也。蓋烈澤啟田之後。秋收春播。歲歲而為之。若將暨於無窮者也。既同畝不糞。而所播之種又同。不數歲地力竭矣。此蠻民始田者所不意也。始則見其收之並薄。浸假乃至於不償勞。於是乃絕意舊疇。更墾新地。移徙彌遠。是謂暢耕。按說文暢不生也。其義本此。解者以謂相反為義。失之迂矣。此其法於地力人功皆大費。則不待言矣。

二休田為牧　田雖廢。尚可牧。則以其地為町疃。所生雖微。猶可以飼畜也。使其地當赤帶。若印度。或近赤帶。若澳洲。是廢田者。往往適時復為叢莽。是以近世探險之家。每於蠻荒密林灌莽之中。忽得經耕之壤。以是為叔前人類之所為者。

輮田　有休田。則有輮田。事相因而至者。田經休息。地力稍稍復。轉換而耕之。故曰輮田。字亦作曼。音以換為義。蓋溫帶之地。雖經廢置。不必復莽。前者暢耕之地。復告力竭。以遐遠之不便。則姑持耒耜還舊疇耕之。而又有獲。此亦蠻民始田者所不意也。然於

此之時。乃得田功之一秘。知不易田。不易種。雖竭地力於連歲之餘。無使休之經時。則地力自復。知此。而一切之新制出矣。

三兩田之法　兩田法者。以二所為輮田也。歲耕其一。置其一。為休田。以甦地力。守舊社會。循用不變。至今五洲田法。尚以此為最多。

四三田之法　三田之法。以視兩田為益進矣。治田種人。知不易種而播。則所耕之田。地力益竭。歲易種者。常有以久持而不即竭。則於是為之三田。歲休其一。耕其二。而異所種者。此三歲一休輮田法也。其事略如左。

假如有甲乙丙三田。而所更番種者為豆及麥。則

第一年甲田種麥。乙田種豆。丙田休功。

第二年乙田種麥。丙田種豆。甲田休功。

第三年丙田種麥。甲田種豆。乙田休功。

其周流為耕。常如此也。

二法得失　夫輮田之術。所以使地力得蘇。轉播異種。其所取於地者歲殊。凡若此之田術。皆耕稼種人所習知者。獨三田之利。實過兩田。歐民至中古而始覺。故有略舊法。於兩田之地。歲耕其一矣。又中分之而播異穀。益種人之意。以謂三田耕二。需力必多。故樂循古而憚改制。洎乎中葉。歐西諸部。異議朋興。欲衷一是。事由寔證。三田之便。斯為論定。其時所傳耕捏推校之術。具見巧思。故吾樂著之。以資學者攷鏡焉。

甲田　九十畝

甲北畦 四十五畝	甲南畦 四十五畝

乙田　九十畝

乙北畦 四十五畝	乙南畦 四十五畝

則有如所耕之野。為百八十畝。分兩田。各九十畝。為輮耕而歲休其一。未休者又中分之。為南北畦。各四十五畝。如上圖。南種戎菽。而北種麥。此制通一歲農事而計之。

秋九月。耕甲北畦。種麥。所耕四十五畝。

春三月。耕甲南畦。種戎菽。所耕亦四十五畝。

夏六月。通翻乙田之南北畦。以去草根。再耕之。置為休田。所耕百八十畝。

十四上

二十一

總右田功每歲所加犁者二百七十畝也

乃今用三田法通一歲農事計之

秋九月耕甲田種麥所耕六十畝

甲田六十畝	乙田六十畝	丙田六十畝

春三月耕乙田種戎菽所耕亦六十畝

夏六月翻丙田以去草根再耕之置為休田所耕百二十畝

總右田功每歲加犁者二百四十畝也　由前觀之用三田法者較兩田歲省三十畝之田功又由前觀之用三田法者較用兩田法者歲得九十畝之實而用三田法者歲得百二十畝之實用力少而得實多然則三田之利皦然著明是以歐洲中古以遞先進之國農業無處不皆三田法

五易種增糞　三田之術通行於歐西獨至近古田事日精而三田之術亦廢蓋化學明知地質之所含與夫種之所資於土者異是以更播迭種降而益多察其所瘠而加糞溉曉農事者資生無窮而地力亦無告竭之日此今之樹藝所為大異古昔而養民愈優也考吾英農業精進乃在十八世間時會所遭有以致此當是時吾英與荷蘭合戰騷然穀價騰踊且田野之制亦異其初故於變法勢便是亦此篇所宜及者矣自注云右所列之階級五蓋農事天演數千年為事如此然此五者之異至今並行寰輿中可得而察也

田野制度　吾歐謂十五六世紀為中古中古者變進起點之時代也民始知學而舊制之破壞者不一然社會重農治國言繫民者以一鄉為本位此不獨盡歐之諸國為然乃至印度波斯埃及之間廣土眾民莫不如此夫中古之鄉自其外而觀之固與近世之鄉無倏異也一方村落農頭傭佃聚居其中而耕種其近居之土壤其人雖比鄰而居然家自為政其相繫屬蓋微此近世之鄉之形制也至於古之為鄉其實乃大異此言社會者嘗為專稱謂之鄉社頗有近世計家為社會主義者謂古鄉社已行其術民通力合作而均貧富此臆造不根之言也自歷史事實言之五洲無實行社會主義之事言中古鄉社為說雖不同然所可知者則其治公田口分地處無其證也農各治其私收穫蓋藏皆為私利有其證也雖然鄉社之名固有精義而異於今之所鄉者此必俟取其五六特色而歷數之庶幾十六稘之鄉社與十九稘之鄉其異同可得以微論

曰平疇　此古今田制之異見於形質者也平疇者田無塍埒為之畛域也凡可耕之地數百千區皆為平疇其與[illegible]攸

不耕之草場荒地接者則留不耕之垠埒曰拔克者以為疆界或種樹為行點標起訖焉吾英田有樊圩成整密之觀若今日之野景者其事待圍田之而後舉此其制當續詳之夫田之有樊與否其事若無涉於農術者顧其制則實隨農術而為變故不可忽也

二曰均晦　後世田疇各主大小不均顧若取中古所遺之地理農之所治各有分區者觀之有所異者所異者何田疇分地大較相埒也每夫受田約羃三十亞克其中一二所分獨大則必四於所常受者約百二十亞克也此外則萊汙散地隨意墾闢為疇田則其鄉賤者之所服也終之鄉社之中有一方之地宮室林囿存焉而平野之中又有甚大之田羃則其鄉貴人有爵之所主者蓋可決也

三曰賦力　由前觀之知古鄉社民有貴賤之等矣使更詳考將見其中有二等賤民常為貴人執田役者且其執役非若後世佃者之受庸也乃踐土食毛而以力役為之報前所謂一鄉之貴人者其於吾歐謂之羅德於波斯曰阿格哈印度曰扎命闍皆此物也受廛之氓例執田役其名曰噶他查(譯言受廛者)其有加斯一等為鄉社之齊民在吾英曰夜德林其為羅德田作與噶他查同獨有分地以其自耕之餘力以為之耳此古賦力之制也久之則賦之事變為賦財於是為租稅之濫觴浸成近世佃農之制雖然所不可不知者是之佃農於古皆有主者之徒隸也其在歐洲通曰塞爾甫者不得自歸而為人力作者也

四曰錯耕　近世農人所耕莊田常成片段無華離相錯之形假有斷龍散畦不相接屬勢必為農人所苦以為費力而奪時顧中古之農不獨已耕之地常以輪田易種之故分寄於兩三田中也且分之中又有分焉每為小町殘畦其羃積僅半亞克者散見平野中三十亞克而外尚有其鄉之牧場為牛羊之所可縱者而萊汙之地則供其人之樵蘇與鵝鴨驢豕之食統此及其在里所居之廛乎民之地產盡此矣

所與錯耕之制相待而存者則歲時更始分地之田政也考此俗歐洲先進諸國固已久廢然瑞典與丹麥諸國則越中古而猶用之其在印度謂之腓𤻲學士所飫聞者波斯之田此俗亦猶在鄉者之職也

五曰率典　中古田法既異於今若此此其勢非長循舊制不行也鄉之禮俗一一皆受於先民歷久遠而成至深之服習時日儀典授受分合皆有定程敢亂彝倫其罪至於流殺今世之農夫其僦田於田主也與為要約定租稅之率而已其稽權之

早晚。種穀之周流。大抵皆審其宜。各適已事。雖與他農背馳。莫或禁也。此固後世自繇義伸。亦以耕地不相涉耳。中古之農。所治之壟。錯處其鄰之中。其勢固不可以自便。而非率由舊俗。不行。此所以田業變古最難。而農術經數百千年。必至於今。乃有進步之可指。今夫一農攺術。非盡一鄉之農與主意悉與之合。則不行。又何怪其發達之不易易乎。

六曰官治　今日郊鄙之鄉。其中官吏。一督郵。（巡警官也。）一鄉老而已。督郵常為都邑所遣。食在官之祿。而鄉老號秦爾者。無重權也。惟中古之鄉社不然。其中小吏甚多。皆治一鄉之事者。其最重者曰里甬。則鄉所公舉。以為其團體之代表者。主督徭役。謹要約。對於羅德而責任。鄉有交涉。則司其眾之喉舌。此制印度波斯猶之有。雖其位尊常民。然繁劇常為人所不願。必強而後受之。其次則有社胥曰公須達。不爾職布里甬之教令於其鄉人。有大議則集其眾於社木之下。其次為里圉。鄉之牛羊有離羣者。則執之以行其罰。餘有牧長。掌一鄉之牧地而平其爭。有家牧。有鵝牧。每時至。則置巡夜。所以衛其羣之畜。戒不虞焉。此其政見於吾英愛德華第一令甲也。乃若身毒巴社亞西諸國。其中梓匠陶冶。下至綴履鞔革之工。皆為鄉社有祿之家。廁於官吏之列。蓋古所謂官吏者。其人不必皆民工也。特其人不耕而有分地。其社之農民為之耕。而彼則以其職為一鄉之公僕。應其眾之所需以為報。此在歐亞諸邦。大抵皆往制矣。（按此與周官之制正同。故周官者。宗法社會之法典也。而中國官吏。至今猶稱臣工。）由前六事而觀之。可知古之鄉法。雖不必如言社會主義者之所云云。然其為中古之民。法度釐然。風氣結聚。而非泛然相值。如今世之村莊鎮集者。又可知已。今世之鄉。其民非不聚處也。然其所以聚者。不過以其田之相次。而其所相系屬者。不過以同為一地主之佃農而已。蓋古俗之亡久矣。

鄉社二義　近世學者之言古鄉法也。有二義焉。是二義者。最為學界之所憤爭。不止於聚訟而已。約其說而舉之。其一曰是鄉社皆族人也。聯為團體。自致其力。以得養於地者也。其一曰。是鄉社者非族人也。為一家之世僕。遵一姓之法度。而皆為其主耕者也。社會學者。各持一義。亦皆有至堅之證。故其勢不相下。不佞則以為是二義者。誠各有所明。而亦皆有所闇。欲得其真。必合二家之說而後可。

前之言種人羣制也。首明其中雖無慮皆種人。然有客籍。其地位利益。常遜於種人。次言種人之中。貧富不均。富者常斥其牛羊。以債貧者。使斂牧之。而收其孳乳之贏利。責行部時之供帳。終言種必有酋。而酋有特別之權利。且常受歲時貢獻於其種

人合三者而觀之。則知貴賤等差。已成於游牧之時代。而他日進為耕稼。其階級大抵如初。不過前之見於行國者。乃今著於鄉社之間。如本篇所言而已。非有所變制而更始也。向之所謂酋。乃今以為羅德阿格哈也。向之所謂布埃爾。乃今為鄉之貴族。而受四倍百二十亞克之地也。向所謂涅禮。受畜而牧者。乃今為鄉之齊民。受三十亞克。而嚮他查塞爾前者。則所得於異種之奴隸也。凡此皆可比事而得者矣。

種人鄉社二制異同　雖然。是二者之相似。未必非偶合。吾黨雖見其然。顧不可以此為二制相受之據。蓋同之中有異者焉。社會學者。翹其同而理其異。往往坐此。見笑於科學之家。譬如蘘所稱貸畜之洗理其納祖奉藏息也。非納諸其酋也。乃納諸貢畜之主人。而至鄉社。則夜德林之力役。皆為羅德所賦。此其甚異者也。事經深者。乃知種人鄉社二制之間。尚有所謂族法者。為之銜接。此不可不求其形制本末之實也。

伏來色　所幸欲考族法之形制本末。於古籍尚有足徵。則試觀愛爾蘭之舊制。有伏來色者。位尊權重。所主之地。有其封域。無異東方古食采之邦君。而其封內常有三等之民。

一曰沁奴特。同姓之眾。聚族而居。其族稱賽爾。

二曰洗理。佃傭。佃傭雖亦種人。然皆貸畜而牧者。

三曰非狄爾。是為客籍之歸其轄也。常為受地時之所分。或異族而自來歸者。

伏來色。此言有地之君。其所治者有前三等民。種人為伏來色。必先為布埃爾三世。布埃爾者。如前所言。其有畜而富者也。為布埃爾之孫。使猶不失富。而能守先業者。斯為伏來色。顧其所以由牧畜而轉為地著者。又不可略也。

地著之始　游牧種人。斷無分地。何以言之。蓋彼方純為游牧。逐善水草。其勢固未由地著。就令暫分所至之地為牧場。亦無建邦食采之事。課恒產之多寡。固將數畜以對。不計占地之廣狹也。蓋淺化之民。於數畜易見。而使其弓箏測地廣袤難知。方其隨畜薦居。以時轉徙。持韋韝毳罽。挾有限之械器。凡所以資生禦寇讐者與偕。是則行國之民也已。雖然。民之由牧畜而入耕稼也。非忽棄其舊而為其新也。天演之變。無如是截然為起訖者。是故耕稼之始。乃始於尚為游牧之時。以食指之日繁。得此然後足於食。其始也什一二焉。稍進乃相半。終之雖欲為逐行國。勢且不足以自存。夫乃降其野心。不得已而執田功之勞

苟其地本無主人也。誰斬刈之。則奄而有焉。人之以盛治之深也。地美而與人亦相習。則雖欲去而不能矣。雖然。勝者孰先胼胝其手足乎。則必其羣之貧且賤者無疑也。蓋食少則貧者先飢。而勞力又賤者之分也。是故其地之闢也。必其種之大人以為之地主。而執田功者。則其所屬之非狄爾與洗理也。如是而止於其鄉者。至三四世。雖武驅之不肯去矣。則由是而有國亦由是而有鄉。此地著作始之大經也。愛爾蘭之古俗。可考見於芳丹之詩。其所稱頗詳具。彼言愛之苦壤。始分百八十四部。皆種人地。號吐力扎什德。部分三十鄉。則族之所居曰巴里思。鄉牧牛三百頭。分其地為十二弗。曰悉蘇力思弗得亞克百二十也。夫詩人之詞。固不必盡核。然而國有分地。乃耳目間事。口口所傳。未見其為不知而作也。故詩所言。什九可信。而為吾說之徵。且不止此。則曷觀西衛種人之舊制。

西衛舊制　攷西衛舊制。其種人大宗曰欽。大宗所居之地曰庚脫烈。其小宗曰桂里。桂里之長曰布利耶。布利耶支長也。其家聚三世之衆而同居。棠桂里譯言第。或曰寢。所取此以稱其族者。見相與為骨肉之義也。西衛舊典。載其宗子宮制甚詳。其形式與今世異。特教寺。殆相髣髴。正殿有石柱羅列。以承上宇。其左右廂。居石柱後者。則所謂桂里之寢也。其族所受於先之地曰桂里奥。猶愛爾蘭種人之訶爾巴。皆傳守過三代。有所屬之農佃田奴。又所可考者。方西衛之始稼穡也。其地皆客籍奴虜為之耕。而自號種人。大抵仍牧業。

蘇格蘭舊制　其尚有可為吾說之證者。則有如蘇格蘭之舊制。其中山部民族號克郎者。即由種人大宗所分之族姓也。克郎各有分土。地著而耕稼者。不列顛拂特之制。行於十四世紀間。顧當其時。一封之地。大較尚分四等。一曰田斯賴。小侯之采地也。次曰忒能都里。貴人之分地也。三曰斯底勒保。譯言鐵弓之地。廣約兩犂。計二十六亞克。則小農受牛種於拂持小侯而耕者。最下則塞爾懷勒。譯言奴隸之地。則畸田零畝。以畀前所謂噶他查塞爾甫之流。為田奴所私者耳。是故總而觀之。蘇之克郎。衛之桂里。愛之訶爾巴。皆耕稼民族。制之大同小異者也。

以鄉社為族耕之說　使前之說為信。而有徵。彼謂中古鄉社。為同姓聚族而耕者。非無據矣。即今日社會之遺俗而求之。其所存者。雖未可為直接之事證。顧往往因之舊制有可推者。則有如種人寄養之事。鄉社富家。出其子女。以寄養於貧家。此其俗之盛。見鄉社之民。同姓相親。謂寄養無殊於自乳也。又有所謂媒子錢者。鄉有女兒出嫁。則致媒子錢於其羅德。蓋沿習婦

之俗。致幣女子之親而有者。終之則印度鄉社間民至今以兄弟相稱而舊俗猶盛之鄉。莫不忌外來人之占籍主耕外而雜居。凡此皆足證持說者之不誣。

以鄉社為奴耕之說　若夫謂鄉社為奴耕之說。則宜知鄉社之衆。固不皆奴。而其衆又未嘗無所主。此以鄉社之制為後世君臣之始者。其說誠不可以盡非。夫一鄉之中。必有客籍奴隸。固無論矣。而所謂自繇平等之民。亦莫不有其按納應完之租稅。此誠因於耕稼社會而無地不然者。即吾英之丹尼則勒譯曰丹貢。英國數於我宋元間以禦丹寇者。回部之凱拉支。皆後起之律令。然而行部之供給。歲時之貢獻。所由農佃奉其羅德。羅德奉其種酋。凡屬種人。莫不有之。是皆與乎寡無主臣之說。有不兩立者矣。總之一種之酋。一族之長。皆有所私之封地。封地而不自耕。則以賦人。而約分其歲入。此猶牧畜之世。種酋富者。皆其牛羊。以與洸理。而責其贏息與供帳也。且事有絕無可疑者。當夫地廣民稀之世。彼種人中健者。不憚艱險。將皆有歸往之羣。以此為殖民之新地。而彼則為其地之主人。而附從者為之臣隸。此亦後世君民之局所由開也。

二說之不可偏廢也如此。而不佞則於地著族居之始。得社會天演之二大例焉。蓋民之聚。必有其民族。民族所以為親親。親親故相愛。相愛故有所不忍。而其羣以和。民之聚也。必有其主臣。主臣所以為尊尊。尊尊故服從。服從故有所不畔。而其羣以序。序以為禮。和以為樂。古者鄉社之存。他日演進為烝大國。乃至為五洲大同之民。將其道亦不出夫此。嗚呼。是所以陶鈞民質。久道化成者。於濫觴萌孽之時。孰知其已具乎。

工賈行社分第七

攻金之工　英語凡商工之業。為之總名。曰茵達思脫理。茵達思脫理者。力作勤動之謂也。實業之謂也。顧言力作。言實業矣。獨不得以其名加諸田獵牧畜耕稼三者。此其偏屬之義。誠有不可知者。雖然。民即當太始蠻夷之時。代不可謂無實業力作也。部之婦人。剝皮炙肉。於其巢居土窟之中。是實業也。洎為游牧。種人妻女。織毳為鞾。挏湩作酪。又實業也。若夫耕稼之始。民之實業。斯已閎矣。耒耜錢鎛。耙耕鋤耰。非此數者。田事不舉。故有關於進化最大之實業。興於此時。則冶鑄之業。攻金之工。是矣。夫農功方始。其所執田器。當非金也。或石或木。雖然。操木石之田器。欲農功之精進。難已。

鐵之為用　夫謂游牧之民。識攻金之業。此至今日。誠無可疑。吾歐最古載籍。莫若鄂謨爾之歌詩。其言甲冑刀矛。皆銅製也。猶太民族。用銀為幣。然無圜法。乃至非洲蠻夷。亦有金銀之飾。人間掘地。往往得古銅器。年代久遠。不可億計。以此知負輿之上。民知攻金久矣。特所攻皆其柔者。操石錘可使成形。而其冶之也。不必為爐鞴。此所以於化為益淺也。故民群景運之開。肇於冶鐵之世。鐵非冶不從革。而堅韌過他諸金遠。鐵器所成之實業。非前此所夢見也。學者多言。治鐵非歐民自致之能事。而得諸東方。若埃及諸古國。蓋埃及相傳。其民知治鐵最早。此其為說。有或然者。近世有聲名甚盛之德儒（按此蓋指馬克穆勒）。以言語文字。證阿利安民種之源流。嘗云阿利安種民。其舊語無通行鐵字。以知此冶業之不始于歐。乃學而得諸他種者。此其說固亦或信。獨不佞所得於歷史而信有徵者。無論其始之何來。白種之民。於冶鐵煉鋼之業。實久為世界先進。而吾歐亦以此為五洲文物淵藪而已。

鐵工治人　然則言民群實業者。固欲為治人鐵工。首屈此指。且必得此。而後無窮之實業有以興也。鑄耒造鐮。而農業利。辟劍灌戟。而兵器精。又得彼而後有縫裳綻履之資。不然。所操者魚骾竹箴而已。又得彼而後有斬刈鍾鑿之業。不然。所執者石斧木椎而已。烏遽事乎。世倘有高才足學之夫。殫年月之精。為考社會鐵作演進之實。此於民群進化之因。思過半矣。顧即今吾輩所目得者。已足以有所發明。則如吾歐中古以前。此中冶鑄之業。操以客民者。殆數百年。此無疑義。是客民者。或即今世吉布施（其人蓋歐之流丐。相傳為埃及種人）之先。此曹操業。莫不深秘。往往譎詭譸幻。以神其術。故歐俗相傳怪異。於鐵工冶業獨多。此皆可考而論其所以然者也。夫自吉布施言。則歐之冶業。固傳諸埃及者矣。

工業判分　阿利安種民其所以降而益光而終為五洲民族先進者無他故也同遊天演之中其民獨善體合以從其新云爾夫以善體合之民見冶鑄之利用未有不學而得之者也既學而體之未有不著出藍之美者也觀吾英與法德之民其中以鐵工為氏者最多其字在英曰斯美德在德少異曰希密特在法曰法和魯皆人氏也可知操其業者之至衆矣且由之而他業之工分殊塗也若梓匠輪輿則得冶之鋸鑿釘削而後顯其事者也若業屨若鞔工則得冶之刀剪鉗鉥而後呈其巧者也幾無所謂分功之事若織紱若翦茅若蒸炊若釀造家而為之者也乃至此時各有專業而織人圬者餅師酒工之名紛然立矣

商業之始　今夫工成器致用者也商懋遷有無者也則以人事次第言固必有庶工而後有商業明矣雖然商之為事固亦有先工而見者澳洲之蠻於民品為下下無製造之足言顧不可謂其無貿易往往出其地產之良以易其所喜好而欲得者其所居產礌石可以為斧斤硩磬之屬此蠻之所重也則齎其所采擷以易白氂翠羽之飾於其鄰凡此皆蠻所常行者其為日中之市也亦有其所必循之儀身而商行而近其鄰部之廬帳必無失禮而後以賓客待之不然則寇讎耳今人見非洲種酋者必有贄而酋亦出其所有以相為詶無或爽者此皆沿於太古者也吾人於此見近世商律之起點而得懋遷天演之源嗚呼商業者又人道進化之一大因也

交易買賣　日中為市交易而退交易者無一定之貨民各出所有以易所無也此其術沿用甚久顧其不便則不待言而已著甲部之蠻畜駝毛甚衆出以與乙部之蠻為易乙之所有不必甲之所欲得者也則其事窮其在同種一部之中尚可懸之以為賒貰而責所負於後來異族行賈不可懸也以欲濟其事之窮則為建易中而用之此如今日非洲所用之蝨貝是已夫蝨貝非他特蠔殼耳其形若出水新荷捲而未舒黃白色背穹窿作斑腹中分函齒聯百貝為一串按此不獨非洲用之暹羅南掌印度皆然而中國古所用亦此物故貝字為象形而凡貝之屬皆從貝得此而交易事便雖然有不便者則以其物之賤無本值可言受者常有失資之懼則由是取有本值而為人所共珍者固莫若用牛便矣以牛為易中凡貨之值皆以牛計蓋自易中立而商業有交易買賣之殊買賣者貨易中為閒接之交易者也甲部之蠻出駝毛與乙為易而乙一時無甲所欲得者則數牛以與之故牛雖大物而為價值之本位衡貨貴賤莫不以牛久之而後有泉幣雖然泉幣之始無圜法也今人得古金銀錢有於其一面作牛首者則易中轉變之跡愈益明矣且三品以重相通不為圜法今天下淺化之民尚猶如此雖然何必淺化吾英之鎊為言磅也蓋降乃言於其始

國言重也。謂錄畫一旁耳。

實業法制　實業者。工商者之業也。由前之所述。成物行貨二實業之所由興。可略知其故矣。然其事如牧畜稼穡然。雖在初民。未嘗無約束法度者也。則請繼言其法制。夫法制非他。分職莫居。見天演之利行云耳。

鄉社工業　自鄉社先有。而實業繼興。故實業之制。常與鄉社之制相謀而立。雖如鐵工。前謂客民之業矣。則與同姓聚族而居之鄉社。宜若不相入者。故冶鑄之場。古常在遼鄉僻遠之地。而至後世。則鄉社鐵工。為其中團體之一部。此至今猶然者也。其他工業。若梓人。若鞔工。若紡織。若圬者。若餅師。若衣匠。其在今日東方社會。與古時歐洲社會。皆鄉社有分職之人。而傳世執業者矣。獨有古初商賈。則賈賤鬻貴。斷龍壟車。而行唱衒鬻。故社會常視為浮處。其人於鄉社無所專屬也。而常有以通鄉社之交。以其身為郵傳之介。

鄉社市廛　自工業判分。演而益備。圖新去舊。業有專家。民知百工州處。於其業便而易精進也。於是乎市肆之現象見也。彼成物以供民用者。咸不招而自集。此今世通商都會。海國市步之先聲也。社會學者。每言必工賈漸合。而後成市。或謂不然。乃市廛前立。有城郭之保聚。而後工賈輻湊之。是二說者。未知其孰信。顧所灼然可知者。則古昔邑居之制。肆在其中。而實業必待居肆而後益精者。亦兼疑義。民處鄉社之中。其田疇之所產。固不必赴市而求之。若夫實業之所供者。非適市莫之求得也。且市肆有最重之義焉。則其中為扃辟之地也。殊鄉異族之衆。至於其中。皆平等無主客之異。故英語謂市曰馬磔。其字原於馬克。馬克者。國土相際之地也。按此與吾國市字造意正同。說文市從冂从之省从乀。乀亦聲也。邑之外為郊。郊之外為林。林之外為冂。其部邑林間所以謂林外為冂。市字从冂。其為局外之地。與西字之原於馬克者。不謀而合。知此故復謂六書乃治羣學之祕笈也。其所以為局外之地者。蓋市肆必為和平之地。非戰鬭之場。歐洲中古以還。凡市皆立揭櫫。為桓狀若十字。此以見其地為宗教所翼保。其近今數百年。各國君王。亦以保市肆安平。為有國之要職。然此皆政教二柄既行之事。至於太古。不知所以保市肆平和者。又何若也。即今蠻夷社會事所可徵者。則其俗供求二家。常處於不相接之地。譬如甲蠻有所出以為售。則將其物置諸乙蠻廬幕之外而退。乙出審其所供之物。置其所欲出以為易者於其旁而亦退。甲還視其價合。則取價置物。不合則取物置價。此其為交易而保平和之道也。夫其事之委曲繁重如此。使吾人為之。不知一日之間能市幾許物。顧有持借陰之義於蠻夷之世者。何異覩持甕挈瓶之勞。而笑其不以機汲乎。時固非初民之所知卹也。若夫宗法之社

會。則市固有神。以神之靈。而市亦無恙。至今東方之市。號巴察爾者。其制度體俗。皆古種人所舊有者也。

工賈行社(音杭社)　民生上古社會間。其工賈之有行。猶其農之有族也。蓋民以一身獨立於群。以小己而對於國衆。此乃後世之群法。上古之民無其事。亦無其意識也。遊牧之衆。是謂種人。自以為同出於一原之血統。其相保也以血屬。建人鬼之宗教。以深其感情。浸假乃進而耕稼。以其衆之寖多。乃分為族姓。一家之制行焉。分土授田。法度愈密。同姓者父子。異姓者主奴。主父為其懷保。奴子為其服從。天澤之義也。凡此皆以一衆為社會之本位。而非以一人為國群之幺匿也。乃工商之制亦然。其所以收其衆而系屬之者。曰奇而特。奇而特者。行社也。一工師之身。入於異地。憂其不自保而為強者侵也。則約從其同業之人為行社。其相與之道。猶向者之族姓也。其始以相保持而已。終之乃有鬼神宗教之事。無異族姓之祀其祖先。中古行社。莫不有其護業之神。其在支那。謂之祖師。雖其業不必祖師之所傳。顧其為號。莫不如此。甚且謂操其業者。皆神之子孫。自社會之日蒸也。行社之制。亦以日密。勒操作之章程。定物價之漲縮。同度量。閱廠肆。敵作僞者之羼雜。而尤重於排外人。是則行社團體所有事者。第使取其制而諦論之。則與往之族法有極類者。高曾規矩。父子相傳。使其父為社員。則其子之為同行無疑義也。不然。則必其師為社員。工商之師徒。猶父子也。方其為徒也。居其師之宇下。飲食教誨。祭祀服勞。不殊親子。故族姓之名子也。從其祖父之稱。而行社之名徒也。以其先生之業。此今日歐人所由以業稱名之衆也。或曰印度之喀斯德。所以為民等之分者。即其執業之異耳。近世行社。其制尤繁。有學塾以課其孤。疾病相扶。葬薶相侑。其相稱也以兄弟。爭則有長老以為之公斷。賈則禁其競爭。其事方之宗法。殆無殊焉。即其歲時酬酢。祐神飲衎。其事亦無異宗廟之燕毛。蓋中古工商之行社如此。

以下總論宗法社會

由蠻夷社會而入於宗法。由宗法社會而進於今日之國家。故今日社會之現象。一一皆可溯其源於宗法。且非經宗法社會之所為。有雖欲蘄進於今而不得者。宗法社會者。所以為今日之演進。裁成其民德。而奠厥群基者也。民智以降而日闢。群業亦降而日富。宗法社會者。於其前則為之翕受。於其後則待以敷施。其制實本於民彝天性之至深。五洲民種。繁殊。顧其所為不謀皆合。繼自今。雖社進無窮。而其所受於初者。將在在長留其影響。此又人事之百世可知者矣。不佞言古社會止於今篇。繼此將言近世之社會。故特於此舉宗法國家二社會之異。重言以申明之。使學者於是而有明。其於今日社會。將無難通之

故者矣蓋宗法較然可言者有四

一以種族爲國基也　歐洲今日言社會者一切基於土地故近世最大法典言産於其國者即爲其國之民而刑律必與地相終始古之社會乃大不然其爲遊牧行國隨畜荐居本無定地者固無論矣即在耕稼地著之種其言係民之制亦以種族非以地也乃至工商之業亦有一本同源之諡而不以所居之同方雖同行社者常州處於一廛一市之中然實以同行社故而居比鄰不以比鄰故而同行社也夫工商之業尚如此則所謂種人族法者其社會之以人不以地愈可知矣

二以羼雜爲厲禁也　惟宗法社會以種族爲國基故其國俗莫不以羼雜爲厲禁方社會之爲宗法也欲入其樊而爲社會之一分子非生於其族其道莫由其次則有螟蛉果臝之事然其禮俗至嚴非與例故脗合者所弗納也向使古之種人見今日歐美諸國所以容納非種者將九竅爲之震動而不爲神之所勦絶者幾希蓋今日社會所大異於古者以廣土衆民爲鵠而蔑界則視爲無足致嚴頗有近世學人以古社會之所爲爲是而特知類保種之說此彼是各一是非之言也特不佞所徵則有世界歷史所必不可誣之事實必嚴種界使常清而不雜者其種將日弱而馴致於不足以自存廣進異種者其社會將日即於盛强而種界因之日泯此其理自草木禽獸蠻夷以至文明之民在在可徵之公例孰得孰失非難見也社會所爲不此則彼無中立者希臘邑社之制即以嚴種界而衰滅羅馬肇立亦以嚴種界而幾淪亡橫覽五洲之民其氣脉繁雜者强英法德美之民皆雜種也其血胤單簡者蕣東方諸部皆真種人矣其可得於耳目者又如此

三以循古爲天職也　今夫被服成俗行古之道雖今之社會於所行猶居其多數顧今之社會率舊不忘矣而改良進步之事可並行而不相害也乃宗法社會則以習俗爲彝倫成法爲經典其於社會有確乎不拔者焉夫易者天之道也故雖古社會有雖欲無變而不能者顧其俗以不改父爲孝循古守先爲生民之天職則去故就新之事非甚不得已而孰爲之昔有吾英律學大家麥音顯理遊印度内地所紀鄉社聞見有極可聽者云其地以水泉之濁澀不甘治其土者有食水公司之設具章程謹開闔而定其所納之數其爲法本至平也使有行之倫敦東城者東城貧者所聚民見泉甘價賤如是未有不鳧藻讙訢以其事爲幸福者而印之鄉社不爾云也且謂英官以一紙之文敓廢數千年之舊俗其事大怪已而有黠者告其長老曰是所爲者非新法也乃吾印之古制失傳考諸典籍復而用之耳其衆乃相悅以解且謂古人之制果勝今人也蓋印之習俗雖工商

實業所行之法度程章。亦必相矜以久。故其民所以有喀斯德之等衰者。溯所由來。亦緣宗法之舊制而後有。吾黨嘗稱不變之泰東。顧宗法與不變為同物。無論泰東泰西也。

宗法所行。即無變進。惟其不變。故物競不行。按此特言其內競耳。至于外競則劣敗之林也。蓋物競之與維新。又偕行之現象也。同居一社會之中。彼競而獨存者。即以所為優於蹈常襲故故也。宗法之社會。其中即有所競。亦不過同遵古始而為之特良耳。使居愚賤之地而自用自專。則烖逮其身者也。若夫工商實業。其為競尤難。觀一二名義。則其時之人心可以見矣。曰壟斷。曰貴庾。皆賤丈夫之事也。顧居今而觀之。則所謂貴庾者。非他。購於一市之先。儲之以待善價而已。所謂壟斷者。非他。所豫購者幾於盡一市之所有。後徐售之。而邀及時之利而已。是二事者。今之商賈。時其可為。孰不為之。未見其人之為賤丈夫也。何則。人各自由。平均為競。而亦各有所冒之險故也。嗟乎。使古道而猶用於今。彼之持牢盆而操籌筴者。為狴犴囹圄中人久矣。豈特賤丈夫也哉。

四以家族為本位也　夫宗法社會。以民族主義為合群者也。顧其言合群也。異於言社會主義者之合群。社會主義之合群。凡權利財產。皆非小己所得私。必合作而均富之。而宗法社會不然。未嘗廢小己之權利矣。而其制治也。又未嘗以小己為本位。此其異於言社會主義者。而又與國家主義殊也。故古之社會。制本於家。且古之家。大今之家。往往數世同居。而各有其妻子奴婢。統於一尊。謂之家長。家長之於家。為無上之主權。由是等而上之。家聯為族。支子為之長。族合為宗。宗子為之君。則所謂種人之酋是已。吾人居今日之社會。皆以一身徑受國家之約束法制者也。而宗法之社會。則種酋宗子行其權於族。族長支子行其權於家。家有嚴君。行其權於一家之衆。且其行權也。與今世官府有司之行權。必不可混而一之也。今世官府有司之行權。皆已本無權。而所奉者國家之法。而種酋族長所奉者。其種之舊章。而傳之於先祖。故咸有各具之權。

不佞所以言宗法社會者止此。學者欲知其制之詳。則有郝略爾之希羅邑社一書在。夫希臘市邑。乃宗法社會之極制。其中有極非後世社會所可幾及者。不幸有弱點也。遂為天演之劣敗。至於羅馬種民。亦以是始者也。雖其美善遜於希臘之所為。然以及時知變而拓闢疆土。遂跨亞歐。凡皆古今之社會極盛者矣。

國家社會三 亦稱軍國社會

拂特封建分第八

嗚呼。學者欲求近世國家社會之原。舍兵謀之演進。則將從而求之。此人道之可為大息流涕者也。而無如其為不掩之事實。問今日巍然立國。其始有不自戰勝而存者乎。固無有也。世方熾然。各執強權。以取亂侮亡。兼弱攻昧。則兵制治也。咸詰戎尚武。而稍存宗法之舊制於其中。此今文明諸國之實象也。雖然。兵固凶器。而武節亦非人道之極隆。然其中不乏之善。因為羣演之所託命者。是又不可以不知也。

兵事之演進　所不可解者。社會之日蒸。方體國立制。期益進於昇平。顧兵戰殺人之術。乃進而益精。皆古人所未嘗夢見者。何耶。夫社會之有兵。著自古昔。種與種戰。族與族戰。乃至一鄉一邑之間。末之或免。然古之為戰。持械鬬耳。而衆相讐。時戰時熄。自軍國制立。而師出以律。以今視古。霄壤懸矣。今之國家。以戰為業者也。古之種人。以戰為劇者也。

生齒之日蕃　夫兵戰殺人之術。日益張皇如此。此其所以然之故。雖未可以盡明。然有一二事焉。足以致然。則可決也。自其最顯者而言之。莫若生齒之日蕃。生齒日繁。而所以養生者愈儉。則兵爭禍亟。此不逭之驗。必至之符也。夫社會以平法論。其戶口莫不降而益蕃。蕃而不止。則必有敚爭者見。不但兵也。有時則癘疫興。夫癘疫非無妄之天災也。有必與之相召者。口多而貧。衣食不給。居處不蠲。不蠲則蘊毒。時至疫興。其於阨飢疲餓之民。猶秋風之於黃葉耳。有時則轉徙流亡。趨於不實而易得食之地。此固可逃一時天行之虐矣。顧其事有期。而易窮。其勢將無所復之。又有時以科學之精。於農工有改良之術。地利人加。同於昔者。而所收之實加多。即若太古之時。由畋漁而為畜牧。由畜牧而為耕稼。皆古之聖人。益實阜民之事也。最後所以芟過庶之民者。莫烈於兵。兵發者。種民爭存之事也。當此時。弱與強遇。或為其所剿絕而無餘。此不常見者也。或為其所係纍而奴虜。此常見者也。蓋物競之可驚如此。

財產之日增　後世戰爭之日劇也。尚有他故焉。則農工商之業興。而民財日益故也。夫農民固富於牧民。而工商之民。法尤隱賑。牧民之富。雖遇兵寇。易為避藏也。捲幕執弓。驅其牛羊。絕大漠而去。敵來雖不見一虜可也。而地著之民。不能餘糧棲畝。皆所經辛苦而耘耔者。就令清野。而倉箱之積。穡登之漏。無由盡挾而去也。歷累世之拮据。而幸有一朝之家室。使有百分

一之可守。達而不顧。非人情也。惟其民恒產之豐如此。故其為寇掠之所心豔愈深。乃至工商之所儲偫。瑰瑋珍奇。靡不備物。則尤為掠奪者之所涎羨明矣。是故將帥誓師。設告其衆。以與所趨者為五都之市。商賈輻輳之區。則士卒騰歡。勇氣百倍。何樂剽掠也。按拿破侖初起將兵以入猴巴哩是時法兵無餉者數年矣其所以誓衆者即如此也窩得祿之役既罷。德將布盧書來英。登倫敦聖波羅寺之最高頂。俯瞰城市。布不自覺嘻曰。美哉城乎。吾安所得而掠之。"Was für Plunder"。此曹束髮從軍。掠奪之念。根於天性矣。按布盧書與威林吞合破拿破侖者

兵器之日利　治外範金之術既精。斷鬭之情亦緣以益奮。自然之理也。彼見辟鐵煉鋼。製為兵甲。其堅完犀利。非檿弧楛矢革盾竹冑所得當也。則侮弱侵小之心。隱然起矣。且天演之進。事常存於判分。自武事之日張。則社會之中。有執兵戰專門之業。執兵任戰。有專門之業。則軍國社會之形以成。三古之世。人莫非兵。治化既蒸。分功日密。而武略亦以加繁。非終身其業者不足以當勁敵也。治學者識之。凡此皆與軍國社會之興直接為因果者矣。

日耳曼之古俗　羅馬之舊史氏撻實圖。其述條頓種人舊俗也。於吾人之先祖父。有足異者焉。其種有伯林瑟者。伯林瑟者。擇於曹種而立之種酋也。有獨克思。獨克思者。擇於壯士。而命之將校也。由此而有今之伯林思覲懿之號也。而有今之貂克五等之首也。撻又言。凡獨克思之左右。常有選士。按此即越絕書所稱君子今西國之奈徳爵昉於此者。於其部之常業。畜牧耕稼。無所治。而獨任執兵戰守之事。入則拱衛其主之所居以為守。出則相從攻奪其鄰部以為戰。戰成其主共案同卒而食。衣裳湩酪。則主家之婦人供之。戰有鹵獲。得輕重為分。故選士於其長。例至忠。有急。常誓死勿去。凡此皆見於詩歌傳誦者矣。使其將亡於野。而士生歸。則常為沒世之大垢。故古日耳曼一將既仆。僕其戶者恒數十百人。皆選士也。蓋其俗如此。是選士者。其始必族人也。久之則不必族。而以選。但使其人尚武節而樂從軍。則皆可自進於此。此蓋執兵專業之初哉首基者矣。

國家之始　自執兵有專業。而近世國家之制。兆朕成矣。所謂將校者。古又稱奚里託。言領軍也。所謂選士者。古又稱成師。言臣僕也。但使是奚里託與其成師。有一定之壤域可以久據。斯一小侯之勢以成。自其大略言之。則其始之所以成國者。不出二道也。

一力征而并兼　奚里託之能者。既為其衆之所伏。則以兵力征服旁部。推廣勢力。而為大部之酋。此唐五代軍兵。一於英倫者也。經累世之紛爭。并吞小弱。終於七部。而額格白為之雄。其同時歐之北部亦然。而定於那威丹麥瑞典三國。餘則刻羅狄

種人。其在蘇格蘭西衛所為同此。洎若曼之衆。渡海勝英。刻羅狄諸部猶在也。獨愛爾蘭一島。以無梟雄。故莫能定。而歐洲大陸則法之先祖。有葛路遺被役之路易即其裔也者。方逞雄心。欲為統一。顧始雖强盛。末路顛蹶。全歐泯泯棼棼。號黑闇時代者。即此時也。蓋由小部落以力征并兼。至於成國。脫時會未至。抑事之以非其人。往往既合而復散也。

二轉從而啟闢　至種人轉戰以入客地。尅伏主種。因以立國者。尤多有之。此如義大利北部之狼巴郎則以條頓客種。戰勝拉體諾本種而立國者也。他若維西峩特之於西班牙。二者皆上古之事。降及中古。種人以轉戰闢國者。莫盛於諾曼種人。諾曼譯言北種。於第九世紀。則入俄羅斯。於第十世紀。則入法蘭西。於十一世紀。則由法逾海而入大不列顛。於十二世紀。則開基於悉錫利島。四百年間。開國三四。獨最後入耶路撒冷。國祚不長。而種人成烈。至今赫赫在人耳目。嗚呼。偉已。

國家形性　以前者之二事。而新社會興。言其形性。有絕異於蠻夷宗法二社會者。自其最著者而言之。則一切治權。義由地起。所重者邦域。而種姓為輕。雖其中王者。猶循宗法之舊稱。如英王曰英吉利王。不曰英倫王。英吉利者其種。英倫者其國也。顧以事實言。則王者之治權。常與其國域封疆為起訖。降分義有服從上令之職分。而所尤重者。使之執兵戰守。則不得辭。故古今社會。有絕不同者。古為種人之社會。今為軍國之社會。身為軍國社會之民。最重義務。莫若出兵。出則為戰。入則為守。准此。其國乃有以立於天地之間。足以制人。而不為人所制。此國權至尊無上之義也。前此種族之別。固尚行於其中。而為國家所不敢忽。顧立國統民之基。則不在此。且以兼并轉徙而造邦。故羼雜之禁。有不容以不弛。臣之與主。不徒血胤異也。言語服習宗教。往往無一同者。兼容并包。此大國之所以為大也。彼戰勝之人君。莫不知人才之可寶。則捐除種界。歸斯受之。所注意者。必利國家。文謨武烈之間。收得人之用而已。其人常有高矚遠想。曹首出之聰明。深知闓納衆流。於治道最利。且於國為富有。於己為光輝也。故常洞闢國門。以招計士武臣駔賈巧工。使與其國民相摩切。為日新焉。此其主義所見於歷史者。固未嘗無一時之紛。為親戚舊臣所怨讟。然以其事之大利。故其爭常不久而遂安。

宗教維新　吾向言宗法社會之形性也。曰排外而鋤非種。又言人鬼之宗教也。曰其教可私而不可公。此以見政教二者。程度之相得。而常存其最宜者矣。自社會既由宗法而化為國家。種人排外之局。勢不容以不破。蓋排外風成。即以尊祀祖先之故。此可考舊史以證吾說者也。歐洲羣演。有至奇之會合者。則社會羣法之變形。即在宗教維新之時代也。其演成之社會。以

謙[illegible][illegible]昭為精神。其皈依之宗教。亦即以平等無外為宗旨。夫謂兼愛慈祥之景教。乃為力征經營。以兵為國者道地。聞者殆將以我言為狂。雖然。種人排外之不深。異族之能即於和。而大邦有締造之望者。真景教之力。灼灼無可疑復者也。請徵之歷史。其聲光最著者。則葛路遺皈依基督。與其收歐西舊壁。成拂箖帝國。二者有密切關係。雖享祚不長。不可謂非偉烈也。其時白幹。柢撒孫尼。則皆以範偶祀先。而為拂箖所征服。而尤大者則夏律芒。仗景教之號。而驅大食沙拉先種人。於佩里尼之外。而歐洲景國界域。從此奠焉。今夫景尊倡教亞西。原為貧賤。顧帝王回向擁護法者。乃建封功。歐羅西北諸邦。莫不如此。皆著在書策。可為深思者矣。方英倫之散為七國也。根德王伊體魯。白首景法。為英民前驅。已而七國之王與民。皆從教矣。古語有曰。一教一王。此言二者之制宜統一也。以此舊之殊種異宗漸合。而英倫為建國於列強間。國家與教會。長成並立之統系。然則景教之無負於人國明矣。且使廣而言之。將不獨景教為有大造於人主也。穆護蕃德稱天使於墨加。而亞西之諸種。皆合阿克巴奉之。以告天於印度。伊斯邁里用之。以享帝於波斯。而什羅馬之東朔者。則康士但丁之回部也。凡此又皆仗宗教以建立大國者也。蓋政教相因之變常如此。

命爵維賢　更有進者。自國家社會興。而例故拘牽。亦教宗法之社會大減。夫國家社會之異於宗法社會者。無他。國家以軍制武節而立者也。以爭存為精神。為域中最大之物競。不競則國無以立。而其種亦亡。今夫循古法舊章。而可與言兵者。此於蒐苗獮狩可耳。此戲也。非戰也。果戰而死生亡存。在出入息間。則未有不竭其神慮其身。無一肋之不遒。無一涅伏之不警。以與敵爭一旦之命也者。有為之建一謀畫一策。知由此可以破敵。彼將頷手再拜受而行之。以期於一當。不問古有此否也。不曰吾先世莫有行之者也。即有仁義禮讓之說。若今之公法。古之軍禮。為用蓋微。藉令其說大行。天下即以無戰。不幸物競之需。不如是也。古開國創業之人。固皆善戰而有功。其有功也。在運籌決策。往往取古法而唾棄之。其舉動驚一世。拔拿破崙初用兵於狼巴阨七戰七大捷。以十餘萬眾。摧奧人百萬之師。即以一切不循古法之故。一奧將某告其國人云。何許來一少年。忽來人先。忽出人後。倜規背矩。出沒無常。戰事從此不可為矣。夫如是之人。欲其不徑忘而率舊章。殆無望已。故其取人求輔也。亦惟其能。而種族身家與夫一切例故。非所恤也。於眾人之內。某也彼見其能戰。某也彼知其能謀。此或長語言。彼或知扼塞。乃至書札歌舞。一技之可庸。彼則拔之庸伍之中。置之一己之側。種族國土何較焉。且彼知其位之至難據也。則凡可以守位者。莫不為。而守位之術。固莫若使左右之人。盡其所能致之豪傑。果賢。且不辨親仇而舉之。又何

種族等流之與有乎。故歐洲宗法之散也。首徵於命爵之異古。往者錫爵胙土。必首懿親與其種人富厚舊家多畜之主。乃今不然。王之所命足矣。考條頓之舊文。知其所謂不塞林者。言世襲之貴胄至是皆為安都拉沁矣。言王所任使者安都拉沁雖奴虜無傷也。但王視之為昆彌猶言近侍足矣。雖為時建侯之典。亦施於舊種之酋。然其主義政策。與古宗法之所為大有異。由此降而愈變。遂成今世之閥閱。蓋國家主義行。宗法主義日微。有如此者。

排特之制　雖然中古之國家。所與今日之國家。其制不可混而一者。彼之柄政。統於一尊。而今之治權。成於有眾也。然所謂統於一尊者。亦不得言之而過。夫霸者之於國也。固不欲威福之由於一人。寵兆億之眾。而惟己意之所予奪。此古所稱之皇極。而東方學士所目為天下有道者矣。而無如其勢不能。蓋自隆古迄今。雖極奴性之國民。實無一世而如是者。國家主義既興。君之於民。常欲為徑接之治。莫不欲取中間之階級。凡所以為壅隔者。一切而空之。按秦之變古即亦如是。惟明智之英主。察其勢之不可以驟。而等衰隆殺。凡所以為堂高廉遠者。又未嘗不可守位而養尊。則於是乎有眾建藩翰之說矣。躬擐甲冑。肇啟土疆。其為此也。或出於力征而并兼。或由於轉戰而啟闢。顧一方之中。非盡平等齊民也。將必有其眾所推尊仰庇之豪宗右姓。夫如是之豪宗右姓。霸者雖具權力。往往欲盡鋤難。則擇其最梗難柔道且不可格者。乃戮而阬之耳。其餘則固可以優容也。容之奈何。曰使知猶得長守此富貴者。有所自來而已。君臣之義。所爭在名。固無難定。即有時責以貢賦。乃至建莫非王土之說。一若是種人之所克有者。一切皆受賜於新君。凡此皆非種人之所齗齗者。蓋此時所重者。在保其舊封。使所耕穫者無恙已甚幸矣。至於所責貢賦之實。轉而責諸其下可也。又使有所誅鋤。而其地為新君之所有。則酬庸錫土。以畀昆彌。而新國之形愈固。其中有分地甚廣者。則轉以分建其身之臣僕。侯國王國。有比例也。此歐洲中古建侯分土之規。所謂排特之制是已。

封建之制。其根苗實伏於游牧之時。觀前論涇彌受畜諸俗。則富貴貧賤之勢。既已懸絕。特至耕稼地著。土壤有無。所關最鉅。於是受畜之俗。變為受田。而踐土食毛之義以起。雖然。受田矣。而有虛實之辨。實者何。甲實有田。授之於乙也。虛者何。乙自有田。歸之於甲。還復領受。名為甲田。此其事於英律謂之薦附。薦附云者。自薦其田。以附屬於人也。歐洲當羅馬不綱之世。田之薦附者最多。大抵下戶窮簷。用此以得強宗之保護。且其事不僅見諸田畜二業而已。工賈行社。欲保其自主之權。或以翻限人數。排禁外來。必皆有所附屬。蓋建封之時俗固如此。有所託芘。而後不為強食之弱肉。且可為食弱之強。邑業野業。固無異

十四下

六

耳。終之若宗教明神之業。爲神甫爲祆師。主一方教寺神堂。以受衆之佈施。亦必有護法者。其勢乃以不傾。此住持之所以稱恩供也。總而論之。則封建時代。其一羣生養形制。大抵盡成拂特之規。其民之以等次相治也。與宗法社會不相懸殊。而其所絕異者。民居宗法社會之中。其所受於羣者。以其爲一羣之分子。自有生而定之。至於拂特之世。民一身廁於社會。一切權利皆有所受而後然。亦皆有應盡之賦役。以爲酬於其上。其間高等之民。有死長從軍之義。固矣。乃至齊民編戶。或徭役租稅。二者兼焉。則視其人之執業。百工居肆。則於王有歲輸。巫祝在廟。必常爲其王禱祈。以盡其交神受釐之天職。此眞古人所謂君臣上下之分明。而萬事得其理者也。

天演階級　歐洲拂特之制。其綱要粗具於此。至其纖悉。與其制及羣之效果。行將進而論之。不佞乃今所與學者言。則封建於社會天演。爲何等階級而已。封建者。宗法軍國二社會間之閏位也。昔者法儒郎養。嘗極蒐討之勤。而定拂森拂特公田與法國上古種人。所分之舊壤。英儒斯謙尼。則證緐格蘭十一世紀之侯伯。皆刻羅狄族酋之變形。此不獨蘇法二國然也。凡國所經。莫不有是。或曰。考拂特制度。每苦多所牴牾。而不精明。何耶。曰。此法制見於餘分閏位者之所同也。蓋其制之於羣演也既不足以久道化成矣。而二境變嬗之間。又必得此而後利。不見朗燈照影。以幻景物者乎。方二境相接。不驟變也。而爲之融景焉。舊者欲去。迷濛離合。忽若有無。少焉新者漸生。如春花之放。如新月之恒。觀者意和。而意中無犂然之跡象。拂特者。社會天演之融景也。

國家初制分第九

是編義法。凡言社會法制。皆先詳其所由興。繼乃徐及其法度。夫國家社會之所由興。吾於前篇既詳論之矣。乃今將言其法度。法度者。凡其所以經緯紀綱。以善其生養。行其政教者是已。則取其大而先見者言之如左。

一國君之名位也　凡國有君。如今日者。溯所由來。不出前者之兩途。或力征而并兼。或轉徙而啟闢。此於歷史灼然不揜者也。歐洲政界。自法民革命。制之變古即新者多。而先是據王位以臨國民者。皆執兵擐甲戰勝攻取者之子孫也。輓近百載以還。傳世之統。固多隤絕。而新建之國。雖名稱異號。而主權位分。則不異其初。吾聞泰東之人。謂君臣之倫。為與世宙終始。此其說雖不盡爾。然亦可以見其制之牢堅難破者矣。

雖然。所不可不謹為分者。古之人君。非公制也。私人而已。夫古初之王者。大抵以武人為大君。操殺人之器。驅執兵之民。以并兼土壤而竊據之。其人固天錫之勇智。常有以持所迷取者而不亡。則自守其身以所應享種種之權利。（其權利為何等。詳於後諸篇。）當此之時。民所俯首服其銜軛者。特力不足耳。心未嘗不謂其人為一世之暴者。亦姑容忍。冀天或奪其魄。而有一昔之死亡也。蓋彼之所為。大抵皆毀蔑古制。紊亂舊章之事。其神厲。其氣矜。其舉措多非常之業。此其與宗法社會種族相保之民。有甚異者。蓋王者後世社會之代表也。而宗法種人。則成功而退之舊物耳。則是二者之不相得。不亦宜乎。

創業垂統　夫如是之事。又彼創業王者所深知者也。彼皆一世之雄。不徒明於兵事而已。以事會世變之飽經。故於人情允悉。而知所以待之。夫率一成一旅之眾。以開國為王。若葛路遺（晉宋間東義特王。率師侵羅馬。）若提遲多力（即位於義大利。號文武明聖。）若阿羅歷（西晉時西哦特王。侵希臘羅馬者。）若額格白（唐時英七部之一。王西撒遜地。戰伏諸部。為所推立之共主。）之數君者。皆睿智聰明。卓絕儕偶。其知馬上得者。非馬上所能守久矣。故雖牢握兵柄。以建威銷萌。而其所以奠基扃而詒後嗣者。則固有他道之從。此又可得以微論者也。

收集主權　創業王者。以戰勝取威固矣。然使民心不附。則其勢不可長而終傾。夫民心之歸附。不可強而致者也。即行仁義以撫循之。其事亦未必皆效。則於是有至巧之術焉。其術奈何。曰必自同於其種之舊君。而取其民所素嚴者。以附於一己。則如己之所自出。必貴種也。夫彼戰勝之武人。固不必為所勝之種之貴族。而為鄰種之貴族世胄者。則時有之。亦有時起自至微。而今之所以上人者。徒以戰利之故。以初民之易與為誕也。則必為之矯偽焉。曰王固某若某之裔孫也。其始為神人感生。

[illegible]雖其系甚微。乃[illegible]以為今日之大赫也。斯[illegible]者帖爾服矣。故吾歐舊史所載帝王之譜牒。皆遠追邈溯。至於詩歌野史所共誦之神人。為其種人所不忘而詠歎者。而其身為之雲礽。此其果用而效之一術也。其次身為新王。而為其種人之所不附矣。則必取其種中最貴之女而妻之。雖宗法之義。統系於男。而女子無特別之權利。顧人情暱其戚屬。故為此者種人常以為親而幾於歸往。此又其果用而效之一術也。總之新王者。破壞宗法社會者也。然欲破壞術神。則必借宗法之所嚴重者以為之用。用之苟得其術。則創業垂統。可繼之基開焉。前謂西衛立酋。略存選主之制。夫古之選主。固與今之選主不同。出占探丸。皆無此事。故所謂選者。不過言揖讓登庸。其非生而貴者耳。拂特新君之立。有由其屬所推戴者。是則所謂選之道也。彼擐甲辟疆之夫。使威令果行。則一姓之業。莫不可以傳於其子。按近世崛起齊民之中而操國柄者。英有克倫摩爾。法有拿破侖。皆有傳業子孫之意。人情莫不愛其所出。大業所託。非其子而誰與歸。且國位傳子之制。雖出於私。而自其果效言之。未始非社會之幸福。蓋其事與宗法社會之眾情合。又以行前者之二術。故人人以為當然之勢。而無可爭。故其所傳者。雖人人之所極欲。可無至於生亂。故曰社會之幸福也。往者烏託邦之政家。常夢想慨歎於揖讓推選之不復行。彼謂帝王傳子。固不常賢。惟眾推公選。而後神器所歸。皆為明聖。豈非天下極可願之制也哉。雖然。是其說則甚美矣。而考諸古今歷史之事實。則其效又何如。自所可知。不過三者。政黨互爭。元黃水火。朝野內外。衝突破碎。無一地之安。此見諸波蘭末亾分以前者一也。人懷帝制之心。則豫許操主權出占者以無限之權利。馴致即真之後。主權旁落。不可復收。此見諸羅馬帝國者二也。操選柄者。欲得利己易事之君。例取無所短長。莫與及對之人。而擁立之。以為傀儡而已。則執神之機。此見諸近古號為民主之國者三也。直至風潮滔天。國有覆亡之慮。獨於此時彼操選柄者。乃懷棟崩身壓之憂。而推立其有賴者。然而國之所損則既多矣。嗚呼。社會之民德未蒸。彼烏託邦之政論。其不可用盡如此矣。

選主餘波　歐洲諸國。王位之傳。立雖今與古殊。然其遺制。往往尚有存者。此如建儲。若爾能見形體之不完。抑心神之昏亂。於法皆可廢之。而更選其餘子。蓋宗法之所繼嗣者。義取傳宗。不必傳子。傳宗者傳諸其家最長之男也。此制俄國循用最久。蓋至十七世紀。而猶有然。

會合神權　得前之諸術。則向之所謂私人。乃今儼然公制矣。主統馭之神器。守天人之大實。而為刑政禮樂之原。當其民壙

循其習慣。遂若一有衆民。則必有其統治之者。而君臣之義。乃無可逃於天地之間。雖然。彼古王者。所以保其富貴權利者。尚有一至術焉。則自附於宗教之神權。而與之共休戚也。前言宗教維新。已見國家與教會。爲並垂之統系矣。今請更證之以歷史之事實。方吾歐之中葉也。凡崇奉景教之邦。其神甫畢協。皆王者最親之疑承輔弼也。即教中人翊戴王室。亦較他黨爲忠。朝廷賞賚。稠疊連翩。而教會所以報答之者。若取王之袞冕寶座。而被之以神聖不可干犯之圓光。是所爲酬。亦云厚矣。蓋自登極踐阼。以還祔膏釁節。王者嗣位必受教皇以神膏沃其首爲之加冕此大禮也至於撤几大行。名在神籍。凡皆宗教爲之節文。示隆重耳。乃至東方回部。禮典尤嚴。蓋政教二原。合於一人之體。按俄羅斯奉希臘宗之景教故其札爾亦兼教皇也凡此國權神權。相爲表裏之制度。皆所以實宗法社會之末流。而不使人鬼之教。復用事也。

二輔治之羣臣也　往言日耳曼之古俗。見柏林瑟獨克悳之倫。莫不有相從之選士。選士委身以事主。而其主解衣推食。時至則能尊顯之也。故使柏林瑟之徒。發跡而成王業。是選士者。論功行賞。皆其國之元勳。而爲王之近臣與輔相矣。用武初定之國。事未可知。元首肱股。相依爲命。莫爲之輔治。將王業不可以久安。而非得王者以統馭之。則其勢亦散。而漸歸於澌滅。股肱之富貴。元首之尊榮也。國本之堅牢。臣子之幸福也。故曰相依爲命也。夫言後世之憲典。於古據亂世之間。而謂彼之羣臣。猶今世之臺閣。有所守之法度。足以禁制王者之爲非。此於事實失之遠矣。古者王者對於臣民。無責任也。但使不顧其下之怨咨。固可獨行其己意。即今亞洲事猶如此。雖有時設輔治者。亦藉附益制。而自居於宗法長老之列。顧言其實。則新王之徒隸耳。隨王之喜怒而升沈之。有不從者。斯爲大逆。雖然。使學者自天演階級而觀之。則古之近臣左右。乃今世行政臺閣萌孳之所存。而亦有以禁制帝王之爲虐。蓋其始是近臣左右者。王所使令之僕隸也。浸假乃爲其所嗜咨之謀士。明王行事。諏問周不咨。而史稱從諫如流。爲前王之盛德。故其始咨於近臣。爲王之美。繼乃謀及卿士。爲王之誼。終則議於閣院。爲王之職。夫行事而爲其美。可以無然者也。誼則宜然者矣。乃至於職。則雖欲無然而不能。則今日立憲之治制也。按唐人有言不經鳳閣鸞臺何名爲敕此亦議然咨之義者矣。蓋治化既深。其輔治羣臣。天演之階級如此。是故今世歐洲各國之內閣部院。所謂刑法行政諸權。不特非王者國君之廣大也。實且爲國民性命財產之金湯。雖然。此後世之現象也。而即古初言之。則輔治之羣臣。所以扶王業。鞏國基。使不至於傾覆者。有四事之可言。

(甲)得彼而後繼統成　以私人言。王者有死。以公制言。王者無死。使王者而死。必政界轉輪東譯而後可。民生今世。見王者大行在殯。嗣子負斧扆而朝羣臣。雖諒闇者五尺之孤。天下不至於遂亂。則漠然以其事為固然。此未覩夫據亂之世也。據亂之世。每一王者死。則其國之亂萌形焉。為危為安。間不容髮。其平時在在皆伏亂機。特以先王之威。伏焉而已。故某古史有云。越翌日王崩。亂象乃見。民乃出以相讎劫奪。此紀實也。大抵初民之思。最為簡淺。其於事也。莫不以古所行者為是。以新所用者為非。新王之至。去故就新之事多矣。曩之所以不叛者。徒以王在而已。今王死而壓力去矣。斯人懷復古之功。而各行其所謂是者。此亂之所以滋也。且一王之興。使其威令果行。則所謂新令者。固無一焉不與初民所愛護者相反。略而言之。如禁血讎。不許復讎也。如行新教。以飢故鬼也。或徭役租賦。為其舊之所無也。或容納非類。為民族之大惡也。私憂竊憤。叩心呼天。所不敢即叛者。直須時耳。而今之時至矣。自王者有羣臣以為之顧命也。是種種亂萌。乃無由發。無由發而後繼統之業以成。故以常理言之。一王告終。是之羣臣。宜歸消散。乃今不散。而猶立於嗣王之朝。此政治機關之所以常行。而王業之所以不墮也。

(乙)得彼而後法制立　今夫新王之於其民。所最為其所不諗者。其惟輕更法制。見惟已之所欲為者乎。夫古之民。非今之民也。輕更法制。今之民尚猶惡之。況古之民沿數百千年之習慣。而既安之若素者乎。今夫建一王之法。欲一切因仍古禮。而無所損益於其間。不可得之事也。雖然。使彼而畏於民嵒。則其變之也。必出於不得已。不得已而變之。尚庶幾有其錄之者。故有時圖治者。知其民之難與慮始也。使其法非存亡強弱之所繫。則與其紛更以已意之所善。無寧沿用其民情之所安。蓋舉守舊者。常民之所同。而宗法之民尤甚。彼未有不以變法為紊亂典常者也。至於國以守舊而弱。種以不進而息。此類蒙古族之民。所萬萬不知為計者也。彼新王之輔治。以其眾之實繁有徒也。故其事議常以制。而不惟王意之為。以民之辨時以制之變更。已之厚實。從之而去。故其遇事也。常有以激其王之輕剸。而舊制或賴以存。而新制亦因之以立。夫國民畏新。而羣臣亦樂守舊。使從其計。則民情順而王業安矣。謹按　國朝入關。制度多沿其舊。即所旁服諸國。如蒙古朝鮮暹羅交趾西藏準噶爾等。皆未嘗大變其俗也。

(丙)為之含垢納污　且古之國家。府斂怨而為具瞻之的者也。至於新造之邦。其為民之所毒也尤至。向使謗毀誹譏之至。而悉受之以王者之一身。此於國大不利。而居高臨下。朽索之馭。愈危。自王者有此輔治之羣臣也。民之詬責。常有所分。甚且於羣情洶僨。不可彈壓之時。得犧牲其一二人。以謝國民。而疏其怨讟。此誠王者之大利也。且臺閣有司。其長貳丞倅。為國家公

制。公制之受責過。常便於私人之一身。所以受國不祥。雖為臣下之所苦。而於國君則其勢甚便。而大禍有時以袪。此羣臣之所以扶王業。奠國基者。又其一也。

(丁)作其股肱耳目　夫曰作其股肱耳目。臣子之所以利君上。此其最顯而為人人所共見者矣。蓋一身之知覺運動。雖有非常之人。至有限者也。雖有王者。如普魯士之伏烈大力。察其國者不能周也。使莫為之耳目者。則其所居者。將愈益闇。羣臣者人之主耳目也。彼先察焉。而王乃察其所察者。故王之於明。常逸而有餘。於知如此。於行亦然。竭一人之所能為。雖窮日之力何足濟。即在中古。王所有事者。莫若兵。顧一國彊域之廣遠。彼不能盡防也。矧夫中古以降。乃至今日之國家。雖程石倚衡。為之不暇給矣。群臣者。又人主之股肱也。王執其中樞。而彼為之奉令而肆應。是無異一人之身。而傅之以無窮之手足也。故王者之於國事也。可以周。嗚呼。雖在上古。君立則不可以無臣。而臣之所以事其君者。自其初之事實言之。大抵具如此矣。

三冢建之小侯也　方國家社會之始見於歷史也。曩所謂輔治之羣臣。皆其左右近習。在先後奔走疏附禦侮之列者耳。時平則在朝。戰爭則在野。雖有睽聚。大抵在王左右者也。前謂選士。食則與其主同牢。居則環衛王宮。蓋太始之俗。至今猶有存者。然使所拓闢之土地誠廣。則拱衛新王者。不猶賢近臣也。封域所暨。皆不可以無人。則冢建藩屏之事。不容緩已。其勢之最便。固莫若因宗法舊有之種酋。使其誠服。則因而立之。以為新朝之代表。此於勢雖未必甚安。然較之武力誅鋤。令盡起以為吾敵。難易之勢懸矣。若夫形勢之地。則亦易其舊而建其親。亦有故君已亡。或以罪殺。則置其所信者以為守。此其事率當行之以漸。往往經數十百年。則故酋無一存。而新朝眾星拱極之勢成矣。然亦有更歷久遠。無大變者。此如吾英。其中僻遠之部有至十九世紀之初。猶為種酋之所主者。則又不可一概論也。考吾英之分國土也。其命名有嗚翁。即有狄阿爾。皆種人之部落也。其中一二。如達比狄阿。如柏和特狄阿。則後世建城設險之部。所沿中古以來諸部。大抵皆當時族社所居地。而自拂特定制以來。郡部有遞析至極微小者。無取為之覼縷也。

古冢建之小侯。往往得國矣。而其身列本朝如故。其錫土開國諸侯。在英曰耳吟。伯 在大陸曰貂克。公 曰嗚翁。脫。子 國有大事。得入朝預廷議。盎格魯撒遜朝。貴族總曰威丹。威丹猶云賢者。王之親懿。教會大人。與民族之長老。王朝之僕從。皆威丹也。然而後二類人。不必盡預朝議也。

拂特三章　此篇所論。乃由宗法以入國家之初制。舉其最大。則有王者。有羣臣。有封建也。封建者。王者之代表。故其人皆對王朝而有責任。諸侯之職。古史所述。其最為賅簡者。莫若海謨屋林拉一書。按海謨屋林拉。譯言世界法輪。乃泰西極古史書。北宋時愛西蘭人所著。紀述北種之事。自太古至千一百七十七年。其言美髮王哈羅德。以兵力勘定那威瑞典丹麥三國也。曰征服羣雄。而定之賦稅徭役。統馭三章之約。今不侵取是三者而分疏之。其於拂特之制。庶幾有明。

(甲)賦稅　彊之所以陵弱。衆之所以暴寡。人必為奴隸。我必為帝王者。求富其第一義也。是故戰勝之家。莫不責降人之賦稅。史家或謂太古之相攻。以蠻夷天性。樂於戰鬭之故。此其說亦閒有然者。如紐芝蘭島五十年以往之種人。瑪若理思。視戰鬭激昂。為天下之至樂。雖無所得。而即事可欣。顧以常道言。古今鄰國交爭。或起於憤讐。或由於侵奪。而侵奪實憤讐之媒。蓋狄多貪故也。然而貪矣。或以目前之小得而饜足。此如古北部壞金種人於唐五代間驛騷北海諸部猶晉宋之孫恩盧循明代之薩渦馬倭寇是已。或長討遠黷。以求挹注於無窮爾。乃籍其土地而守之。以責其地之民出常賦。此其大較也。按此皆往事若今者之奪人土地則有礦產森林通商殖民諸大利不僅此區區者矣夫謂古之梟雄暴戾恣睢。無年月之慮。此其說固也。而長民制衆。操萬億殺生之柄。而臣妾之。亦其心所甚樂者。而謂養民扶世。治人者乃求有以利所治之人。則初民之王。其能達此義者寡矣。觀東方回部之事。若十六世紀印度之阿格巴。與往者之回紇契丹蒙兀。乃至今世波斯突厥之所為。其長征遠馭。羈縻鄰種者。所為無他。獨索歲輸已耳。史家鈙丹包爾言。其始制乃坐收田畝之收穫。而蒙兀坐收旁部。乃至三分取一之多。至於歐洲諸國。征服較難。勝家不敢逞無厭之欲。故新主所責諸民者。皆舊納種酋之租賦。與其歲供貢獻之賦。或籍故酋之食采公田。轉以給償佃農。而收其貢助。乃至林藪山澤禽獸升產之利。皆沿舊制而收之。此吾英前事。盡如此矣。其有行社工商。欲長守特別專端之利者。則與為盟約。而歲輸定賦於王府。總之歐西諸國。與亞洲之民性絕殊。以其獷悍難馴。故其取之也有節。又必有可假之名稱。亞洲之民柔良。故其取之也。惟其上之所欲。往往為民之甚。為化國所不聞者也。

(乙)徭役　彼戰勝拓土之家。不僅收其賦稅已也。將又有軍旅扞衛之事。則於民之徭役。不可緩矣。夫軍旅。彼新王固自有相從之舊部。然尚有隨時之徵發。則為置武功之爵賞。令其民之勇銳健捷者。皆以蠭而樂出於行閒。且此其行而戰者耳。必更有其居而守者。乃有以鎮反側。備非常也。故徵發之制。凡民義不得避。金革有呼於門。執兵以往。而其壯者當前行。而羸者守其

老與弱則有城壘橋梁之道路土功欲人知執干戈以衛國土為王業之業也故籍必先貴書良家子而賤業左道之民不得廁於其列然而是不得廁其列者又非但已也必重稅租以困辱之自其法行於是乎後世有雇役與出財輸軍之制往往數世以往其令又變徵發之制復焉而輸軍之財如故

(丙)統馭　欲前者甲乙二令之必行而新服之民莫之或梗是非統馭制得固不能也且以古道里之弗驛置之不精雖有中央政府其勢常不足以棣通周徧此眾建小侯其制蓋出於不得已或置其所親或因於其故凡以輔其主治此民也自王而言之諸侯皆臣僕也自士庶而言之則列辟也王所各畀之以分治之主權者所以行甲乙之二令也是之主權自邦君與其民視之一若循宗法之所謂有者而自王朝言則受命於新主而後有者也以王朝之威靈而後統馭之柄專焉者也使王朝久建而不傾所因其故而立之種酋將以漸而盡去繼有封命以承其乏黜陟削除懸於共主於是新朝磐石之勢以成亦有地居僻遠舊酋之勢足以自立則號為王化之所不及而成拂特時代之土司此其大經也

拂特諸侯所對於王朝之責任不知為責甲乙二令已也又必保其一方境內之治安夫社會所責於有君者其最重之義在於保民性命財產而眾强不得侵陵寡弱也當夫宗法種人之世民之所恃而無恐者即以有種人故有族姓故有鄉法故有行社故凡此皆以族類聚而相保者也顧其所以相保者不外挾有眾之勢力以報復讐冤有若血鬬之事此於羣道之所以治安未足也乃今國家社會則有君相矣有朝廷矣則為民設有司焉而禁其寇賊姦宄之行不使震驚朕師既眾建小侯以為朝廷之代表矣而詰奸保良之事又有王國之士師巡方之督捕則今日警察之政之胚胎也以欲保王人之安而遂制其下之抗命也乃為設拒捕戕官之專律置加等之刑如戕王官法加平民三等後又云有敢舉手抗其羅德者其刑加等同之皆此志矣夫得一國土而眾建藩屏乃使之成賦徵兵而又予之以統馭相臨之威柄是小侯者於其封域則固儼然君也蓋海譯典言之義如此

雖然是猶古之國家社會而非今之國家社會也有衙匡之元后有奉職之羣臣而又有分土之侯伯收田疇之租賦寄軍政於餘徒綴屬縲聯若臂使指此為草昧經綸亦足以立一王之制矣古東方王國若阿叙利亞埃及印度莫不如此使其民馴服柔良樂困循導進取則常有數百年之國祚而積聚府庫山海無窮然而非可久之治也而尤非可大之規至於末流往往

歷險。一夫作難。大命以隳。若夫所治之民。天資强鷙。若吾歐洲斯其法愈不可久。惟能法天道之演進。而時有與民更始者。其國命乃相引而彌長。其民生亦滋大而禔福。是所謂演進者何耶。則繼今而一一之。

產業法制分第十

今夫文明社會。其中所制立者。亦多矣。顧其關於民生最重者。莫若產業。而古今言治之家。其持論之紛。亦無過於產業。欲吾言之有物。則不得以意為之辭。必考諸歷史跡人事之已然。而指其實。此非一先生之學說所得為是非也。而憤好訢厭之情舉不得以為用。則亦著其事實而已矣。

產業界說　為論自知物始。夫產業果何物耶。無取深文奧義。乃為之的切分明之界說。曰、產業者。生人一已或一眾所有之權利也。物有美利。而為一已或一眾之所永保用享者。皆產業也。

權利釋義　雖然。產業之界說如是。而其中標舉之名物。尚有待於剖析。而後瞭然。見的切而無以易者。則如所謂權利者。又何物耶。曰、權利。民直也。其有之者。為人情之所共許者也。假吾出財以購一書。置一田。其授受也。靡所隱匿欺飾。則是書是田。從此為吾之所有。為吾之所用享。國人情之所共許。而莫以為非。太古之時。是共許者。乃著之於一時之國俗。然尚渾而未箸也。至於後世。乃秩然有法典之可循。為質劑之可據。而國家官司。有為民責守之天職矣。雖有時一權利之施行。為羣情之所不附。則或以事勢。見施行之不宜。或世異境遷。而羣情以異。顧言其大理。則權利予奪。終以人情之然否為之基。其所謂人情者。見於今可也。見於古亦可也。

惟人有產　界說又謂產業者。生人之所有。此其義何居。蓋物有為之置積。則產業興。而置積之事。禽獸閒有為之。觀夫狗之瘞骨。猿之竊果。蟻之屯種。其能置積。殆無疑義。然人不曰是猿狗與蟻。為有產業者。無眾情之向背故也。夫犬死葬之以蓋。馬死葬之以帷。耕牛棄馳。凡於其主有勞勸者。義得有豆芻之奉。故古語曰。道彀之牲。勿籍其口。然此可以為德意之報酬。而不可以為法律之應得。即可以為應得。必不可以為權利。主人相時之宜。於己有利。則絕其豆芻。殺其軀命。此固人人所行之而不疑。為之而無罰者也。故曰產業權利。惟人有之。嗚呼。奴隸法不得有產業。是故奴隸雖人。於法同禽獸也。

凡產皆私　界說又謂產業為一已一眾之所有者。於義云何。蓋產業之義。即起於私。而成於私。為一已可。為一眾可。而產業之主人。其數必有畛。而非無垠。西文產業曰普羅勃諦。其名本義。即曰專有。世俗有公產之稱。此於辭義精而言之。乃自矛盾。何則。產而曰公。此無異言其物非任何人所得私。非任何人所得私。即非任何人所得享。然則公產為言。猶無產矣。故吾並法

律之文。凡一物為甚衆人之所同有者。倒用他名。不稱普羅勃諦。如大不列顛為英衆國土是已。假其不然。將無異吾國之民。不得私尺寸之土。此非書賈。雖三尺童子知之矣。按此說自以普羅勃諦本義。故公產之名。如前說所言。於西語有不可通。若中文之稱產業。則將義遠反。不如是之已甚也。

產常有形　其所以云物有美利者。蓋必有形之物。而後其美利為可專也。今世言文物者。固亦有意念產業之名。夫一策一謀。若一新理方術。為其人所首發。其在文明諸國。亦得擁其美利而有之。此如著譯板權。制作專利諸物是已。雖然。其事亦必託寓於有形之物。而後可據。使無形斷。則其物無從保持。即非產業。夫意想觀念。理由發衷。當甲得之。乙或同有。當同起於不期。而不必皆為剿說。且形上之物。無方體。無起訖。無方體無起訖之物。欲為一人一衆之所獨主難已。

產業為完全權利　界說又曰。為其所永保用享者。此又何義耶。曰使有物而為其人之產業。則必盡其能出之美利。或顯或隱。或已然。或將然。皆為其人之所獨有者。而後合於此稱也。此義向為詮產業者所最難明。故即為攷論產業真相之扃鑰。而近世法學。稱產業者。乃完全籠統之權利也。何以明之。譬如吾借他人之馬乘之。以由柏林以往巴黎。不曰所乘者吾產業也。就令乘之。竟歲亦不曰此畜為吾有也。吾得視此馬為吾有。必俟吾於此畜。可騎可驅可耕可磨可貸可贈可殺可生。惟吾之所欲為。皆人情之所謂然。而莫有議吾後者。夫而後是馬為吾所永保而用享。可以適吾事。可以慊吾情。而是馬乃為吾之產業。物固有易主時。乃當未然。其權利固完全而無玷也。吾歐自奴婢制廢。以還律禁以人為產業。雖然。人之於人。特無此完全無特之權利耳。若其特別權利。則時有之。此若主人之於僮僕。丈夫之於其妻。是於其人之身。固有特別主權者也。以上五節皆詮產業之名義。必明乎此五。乃識產業為何物。名之不可以苟。有如是者。

產業為近世思想　言產業而涵有種種諸義者。此惟社會演進。文物聲明。如今世者。而後為然。方古之時。不能如是之縝密也。夫以近世之思想律古代之名言。謂古無異於今所云者。此自學者過耳。言有一矢口而即知其非者。譬如有人問古某某產業。當上古時。誰為之主。不知所當問者。乃太古之世。有所謂產業者否。或某物於古有主人否。必先了此。而後可以更議其餘。使學者而疑吾言乎。則不佞請證以晚今之一事。庶幾不以鄙言為遠於事情也。則有如今日之瀛海。荒荒漭漭。是其無涯之以為產業者矣。雖然。何以故。蓋其今日之利用。不過為舟船交通轉輸人貨已耳。且其界域廣遠。足以容萬國遙舶。無幾微閡因之。足以啟分據各私之說。無由起。而瀛海產業之問題不興也。雖然。此特今日事耳。他日者或分據各私。畫疆界而指為產

業非意外之事也。且吾黨能預計其所由起而略言之。海線之設。曰以蓋多各國裨海之漁。所出者日益不贍。果爾則所謂列強者。不有區海宇而各守之。以為國域者乎。且其事不止此。夫海既區之以為國域矣。則巨浸將降同於土壤。而分據之。如南晦然。以各收其所登之地利。嗟乎。此何必期諸後世。而以為將然。其兆朕端倪。即今已皆見矣。不然。則公法之所謂界水者何以稱焉。瀕國之海。定其距數。凡界以內之漁利。渟泊。然礮沈雷。與夫海軍之會演。皆有主權。而非儘人得為者也。

是故言產業之天演。常有一事為之樞機。則民智之淺深是已。產業所被之廣狹。視民智為消長者也。今夫天地自然之美利。其在太古。猶今日也。顧其能收之以自崞者。視能盡物之性否耳。苟致吾之知。而物盡其性。則凡可以厚吾生者。未有不欲私之以為吾有者也。故欲明產業之天演。當先明民智之進步。欲明民智之進步。又當知古今社會所處之地勢。蓋地勢得而後自然之美利常呈於耳目之間。而民之心知。乃以漸啟。

太古產業　太古之民。畋漁而鮮食。其所資於物之為用。乎寥寥也。所馳騁縱獵之山澤。所以居之廬幕巢穴。所以捕獲禽獸之羅畢罟擭弓戈。至矣。地有畛域。使獵其中者彌多。將其所以待獵者彌少。此初民之智之所及也。故保林藪而惡他族之見納入也。常殷殷然。巢穴之所託。廬帳之所張。必擇其善水草者。是亦性命之所繫也。故常虞於見奪。讀探險家之遊紀。其述蠻夷社會也。往往詳其器用。著其服飾。若夫其羣產業之思想。人我之分殊。常默然不一二道。顧吾今試為之懸揣。則謂蠻夷產業之意。起於所常操之罔罟弓戈。或不大謬也。按復前謂古人產業思想。可於有字見之。生人所重。莫若養生。此手中持肉。所以為產業最初之義也。前謂初民人我之分。猶穉子然。不問其所由來。而重其所習用。且主家有脩飾拂瑩之功。其於非主。有使習扞格之不同。凡此皆足以定器之誰屬者矣。總之產業之義。由物之有主。有主起於各私。各私定於常用。是故蠻夷所捕得之禽獸。為同類所可分。而器所常操。則必分其彼我。按此說與有字之義。固不害兩存。蓋禽獸雖其眾所得分。而將割分持之時。則固各私之物也。又前說於中國六書。又得確證。如羨字從次羊。而盜字從次皿。次涎也。同為歆豔欲得之心。顧何以於羊則無傷。於皿則為賊耶。此可見古人彼我之分。先見於器用也。此蠻夷一己所保用之產業也。乃若一眾之所共用者。則有若宗教鬼神所用之禮器。冠帶羽旄。俎豆祭玉。皆其品矣。雖然。是之為別。不若一己所得私者。故產業濫觴。終在兵器也。

初民之土地　初民非不知土地之可寶也。特其為意淺而不深。缺而不完。欲識初民以何者為地利。可即近世蠻夷之俗觀之。非美種人。於其所居之壤。不禁行旅之往來也。不禁牛羊之縱牧也。不禁稼穡之播穫也。甚至造宮築室而居之。亦非所甚

惡者。但使居其壤者。勿驚其狐兔。勿張臨阱罟擭。而機毒矢於其間。則皆優容而不忌。彼土人之視其地。固已有也。亦飄然不顧他種之或侵。然彼不以其國土為其眾之產業。而所獨私者也。

嚴復曰。右之所言。吾未敢盡信之以為事實也。蓋種有強弱之分。使積威約漸。則強種之所為。尚未至於劫奪其所為生。將皆為弱者之所容忍。何則。彼知爭之無益。而所受將滋深也。而強者不自知。則指之以為特別之民性。而孰知其叩心飲泣。銜恨次骨髓。方之常民。且有過也。泰西之民。商於吾土。莫不盛稱華民之商德。嘗謂在西國所契約。而不可恃者。於吾民以一諾而有餘。期至負清。未嘗稍後。其國巨商將歸。對其眾言。旅華二十年。年之交易。以巨萬計。然未嘗有用券之通。華人之信如此。無識淺人。且傳誦其說。以自矜詫。而不佞聞之。則惟酸鼻而已。凡此皆觀物之變。而不知已之人差者也。將國自損之言。固不必深揚推播。嗚呼。

遊牧種人之所有　由畋獵之眾進演而為遊牧種人。而產業最粗之義見。生事取給於牛羊。身與所牧之群。幾無一頃之離析。仰食於羣之意。日以益深。毛革湩酪。皆所以深此意者也。當此之時。民之所有。存於牲畜。而各私所有之局形焉。然種人之所為產業者。不僅牲畜已也。妻子奴婢。亦產業也。蓋其畜之也。不必緣於親愛。實欲保其力役。天津某報載大順廣巡道示禁民間娶婦不得過早。娶以十六。女以十四為年格。因燕趙鄉俗。以田畝力役需人。常為稚男聘娶壯婦。以居室之不相得。則往往有奇禍逃嫁之事。而謀殺本夫之案。鄉而有之。故為示禁如此。是亦娶婦取其力役之一證也。往稽觀古代律文。凡言牲畜。例兼妻子奴婢。故妻子奴婢。與牛羊犬馬。區為二稱。乃演進判分。後起之義。非其始之本如是也。大抵產於其家者。皆為產業。瑞典舊律。民訟牛羊為他人所盜。必廷證此牛與羊。乳於其閑。飼於其圈。以見其物為主人所產且畜者。他人法不得奪也。自種人散而為族。族法析而為家。向者禽獲眾共之俗漸廢。而其人親所俘虜者。得據之以為一已之私。逮最後社會。乃有交易購買之事。於是其人所持粟出財。相易而有者。得視為已私。雖然。考諸古籍。即在文字既興之後。是徒以易而有者。往往為其羣之所疑。而於牛羊尤甚。使其家牢圈之中。忽有不常見之牲畜。輒蒙盜竊惡名。莫由自解。是以古人交易。必在日中之市。為其事於羣耳眾目之間。即今吾英法典。亦重當市之售沽。為民羣得物最正之道。猶行古之義也。

產業思想之階級　乃今總前議而覈之。則見社會中產業之理想。循其演進。有可表之階級如左。

一。所習用者。按此正中文業守之義。

二、所生產者。按此則產字之義

三、所鹵獲者。原注此有疑義。○按刦奪為物之主人。是為人道之變。非經法常道也。顧其為用。則自太古蠻夷。以至今世。自國家以至人民。未嘗絕也。然其事終非經法。不當列於演進階級之中。演進階級法應平列其三。而以此條為變例。綴於三者之間。

四、所易得者

耕稼之產業　戶口日蕃。漁獵牧畜不足於養。於是有耕稼。耕稼者。社會天演之大波也。民由是始地著。土地產業之制。乃以日繁。而政教從之而變。遊牧者之視其土宇也。大較與畋獵之民同科。其於地利也。以為坰埛而已。其排外而忌異族之偪。自於獵者為深。以馴畜之畏盜。過於在野之禽獸故也。且地以為牧。其界限方所。視以為獵者亦為明也。雖然。其事止此。牧者於地無各私之權利。而馳驅訛寢之場。亦無取於正經界畫疆索明矣。獨至耕稼之民。其視地也。乃大異此。火耕水耨。浚畎加耡。而歲為之糞漑。凡此手足胼胝之烈。皆於其地為有功。而與其未治者絕殊。彼率一家一族之田畯婦子。而致此勤劬者。其不願他人之享其成績。抑已輕去其鄉。舍已治之良田。而即未耕之境堉又明矣。是以經耕之地。常為族姓之所私。分授其眾而耕之。洎歷年所。乃疇田易耕。以均腴瘠。繼乃家有其田。而分疇事廢。最後乃成於今制。各為田主。富者連阡越陌。而貧者無立錐也。

近世田產　雖然。以擬近世人民所置田畮之產業。其差猶甚遠也。前之所言。不過以有畛之地。屬之一夫。歲為耕播收穫。逮其人身死。則傳其地於其子若孫盡矣。乃今世文物之國。若歐西諸邦。其於所呈之田產主權之伸。所得為者。又進於是也。

古田法之拘　古農之於其田也。雖為己之所有。而田法則所受於其先。而不可不守者也。是故地之名田者。常為田稼穡而外。不容有事。其自遊牧而轉為農也。廬幕之居。變為土室。數畝之宅。近者邑里。妻孥雞犬。聚於其宮。宮之外則周以為圍。謂之拓弗特。圍之餘為場圃。謂之噶羅弗特。以供穫敹與家畜也。彼於其地。不僅必耕且穫也。且必耕且穫之以定法與定時。設彼不為眾之所為。則偭規矩數彝倫。而得罪於鄉社矣。使彼於所分之地。不耕而為牧。則敗人之禾稼矣。使彼而為之新奇。則背其先而慮勝其祖考矣。是故農民田法之爭。乃歷史所屢書。而猶未已者。自羅馬貴族編戶二黨。國田之爭。至今澳洲羊牧客農。所憤憤狺狺。皆為此耳。

田不易主　古農民之田宅。名已有矣。則雖欲去其鄉。其所有者。不可以鬻。中古鄉社。禁約至嚴。不容異族。雜於其間。即不然。亦必鄉社之衆。公何而後可。故其田宅。既無外人之可售。而本鄉之衆。如知是之田宅。可無出費而得也。則無有具費購其所欲棄者矣。

國家為政　然而豐濱既茲。食貨之局代變。國家之權力日恢。於是國民產業。乃漸成於今日之末制。考其為政。厥有二端。成地主之制。一也。散鄉社之局。二也。

一成地主之制　海講典言。見新王立國。凡所以衆建小侯者。為賦稅傜役統馭三章之法而已。此雖廣樹藩屏。以為王國苞桑之勢。而謂彼新王。以己所經營所櫛風沐雨而得者。畀其代表之人。為世守之產業。帶河礪山。爰及苗裔。此其用意。殆不其然。假如今日英鄭除一監權之官於理物浦。抑置一節督於舍爾黎。其非使彼據二地為產業。亦明矣。即古詔令之文辭而觀之。知王朝所勅畀者。乃統治之權。而非土田之產業也。

成於世守　然而錫土胙茅。彼封建之君。固明明視其國為所食之采地。則又何耶。曰此皆後起。而成於事勢之不得已者也。彼為分土諸侯。而作王朝之代表者。大抵皆種人之舊長。或非舊長。而有同時並建之舊長。權利得以相方。夫種人之長。固傳統世及者也。彼既仍其舊而立之矣。則舊制之世及。轉而為新封者之世及。是故宗法之統。沿而為拂特之統。且本推己及人之義。天王之業。既不廢於子孫。彼翊戴者。亦得緣親親之恩。以王朝為比例。此識勢必至而理固然者。是故土地世守者。為封建社會之特色。因其世守。而產業之義。乃相附而俱生。此諸侯各私其土之原因一也。

實於租稅　彼於王朝。固有常供歲輸。或貢方物。以著其為臣屬代表之實。常供歲輸不至。則王朝固得以變置之。然使政理清平。是所供者。常有定額。而為數輕。以其輕而易供也。故久而漸忘其本制。是以數傳之後。是代表者。乃儼然自其地為己有。而於向所受封之王朝。不過有一定歲輸已耳。此諸侯各私其土之原因二也。

富於藏餘　夫為王朝之代表。雖名諸侯。其始猶近世之守宰耳。為守宰而為王國責賦稅於其民。凡歲輸之外而有餘。則皆彼之獲也。夫優官賦之廩祿。而所取於下者。則盡其實以歸公家。此後世改良之制度。且至於今。雖在文明之國。有不能盡變其舊而實行者。矧在上古。上古國家之於賦稅也。常於開國之始。通王朝之歲費。為定額。以分賦於羣侯。使取於下。而贏則歸

節跡且聽其私為已利。故拂特諸侯。其取於民也。大抵無藝。且自彼之得私其地之所出以為己有也。則視國為產業。有固然者。此諸侯各私其土之原因三也。

終於復制　且學者所宜勿忘者。古征賦之所從出。舍田疇稼事。幾無他途之可言也。然則賦之多寡。視國土之大小與肥瘠耳。故拂特之耆侯其徵諸庶民也。以所占之地。畝廣輪為之要素矣。則由此將有二果生焉。世益降。民益眾。地益珍。是二果者乃愈益著。夫二果何耶。一曰調佃。一曰懇荒。調佃者。驅其輸少。畀其輸多者也。懇荒者。盡封內之地。招集流亡。使莫不闢也。凡此皆拂特侯伯。為王朝代表者之所指揮。自其有指揮之實權。乃愈自居為其地之主人。而民亦謂地為彼之所有。此諸侯各私其土之原因四也。總此四因。於是昔始封建也。國家之於耆公。不過曰為我收租賦。謹徼循。保治安而已。乃今其子若孫。則居然之地主。後之地主與前之地主大異者也。前之所謂地主者。受國疆圉。主其地之治者也。後之所謂地主者。以所寄者為己有。以其地為己之產業。而主其地之治者也。按讀此乃悟商鞅李斯。其遺福於中國之無窮也。使封建而不破壞。將中國之末流。亦如是而已矣。抗懷三代之治者。其知之。

拂特之末流　此其事自淺人觀之。將以謂拂特之制。方之宗法之制。特名異而實則同。以拂特之耆侯為田主。以分地之編戶為佃農。以歲輸之國賦為田租。此非實同而名異者耶。雖然。特未之思耳。思則其說之大謬見矣。蓋自彼而言之。一若土田之貴賤。歷永世而莫不同者。不知自國戶口之日增。地之為用日以益貴。此天下歷史之所同也。何則。地之為供有限。而民之求者無窮也。然而地則日貴矣。試問其收此日貴之利。享坐大之福者誰歟。使客而略知代數術。吾將假簡號以明吾說。何如。則以天為十三世紀每歲所可收之田利。甲為國家所征之額賦。乙為田主所私臟之田租。而丙為耕農之所實得者。如是則甲乙丙三者之和。為與天等。甲＋乙＋丙＝天。乃由是而越六百稔。是地之所歲收。或五倍於十三世紀之所收而猶不已。蓋農術之益精。或其下有美鑛。地不愛寶。世載其英。或以市廛之廣興。或以神瀵之發越。凡此皆為其地增至優之值者也。然而值則進矣。而得之者誰乎。曰惟地主。是地主者。非真地主也。以拂特之建於其地。而治其地者。遂以所治為產業焉。故曰地主耳。此封建之國之所大同也。且自其常者而言之。彼所以歲輸王朝者。不以地利之進而加多也。而力田之農。則以田貴之價。而增其租入。都率什八九也。然則食於地者三等。上者之國家。下者之農佃。於地利之進率。舉無所利焉。而享坐大之厚實者

惟中間之地主。封殖之厚。常至不可殫論。而其國演進之疾者。尤無算也。今夫德厚者流光。功高者報美。彼拂特之羣侯所收於社會者。崇優如此。乃考其前事。要不外攀鱗附翼。助一姓之興矣。已乃為之捍衛。為之徒長。為之奮焉終之。於此乃為其地之主人。子孫生貴。為億兆元元之所待命。凡一羣之進退苦樂視之。嗚呼。是無乃本末不相稱者耶。且拂特之末流。其於農業既如此矣。而其於工商之業。又何如乎。當古之時。地主之勢。重於工商。不大見也。以其有待於地。非逕接故。然而市租城權名為保護而立者。至於今猶有存。特所以婪索之者。因緣差少耳。自拂特制興以來。工商之業。與農俱進者也。一廛之出。嘗有之十者乃今而千。彼名為其地之主人者。其所收之富。有亦可以想見已。

二　散鄉社之局　雖然。考土地產業之成於今制。使但即拂特封建而求之。則又為詖辭。而隤於一偏之蔽。蓋錫封者與辭世家之基所主之田。動逾千頃。產業之大者也。然而地之有主者。古及今不皆大也。而亦有其小小者焉。則非前說所得業者矣。方宗法社會之由遊牧而趨耕稼也。鄉社之編民。皆有田者也。但使其人為種人之子姓。制節謹度。循其宗之禮俗。納貢賦無騫期。則固足以世守其先業。非他人所得驅之使他徙也。其所以為其地之主人者僅如此。顧有二事焉。在今世田主所視為至常。而在當日則欲為之而必不可者。一曰田產之自繇也。此如主者以田別售。或以贈遺。一曰作治農業之自繇也。此如淪糞溉用其新法。或不為田。而以其地為他圖。是二者自後世言之。非得為者其主權為不完備。而古之社會不然。故不得為。此二者之所以成如今。則鄉社制散之事。可不煩言解矣。

甲　措置田產自繇之原因　夫國家社會之制度。大抵皆與宗法之故衝突者也。故鄉社之結合。常為王朝所疑忌。此淆其羣者。所以稱元吉也。蓋當國之朝。其於國人。常樂交其小已。而必害其為合羣。故其遇待鄉社也。常取徑於其代表之羅德。而不肯下交於族人。彼羈者之心。皆謂使鄉社之局獨固。則吾之權力將彌以不張。故考前古法典。王於鄉社報讎以直等事。皆不許自專。而所力行者。王朝有許人占籍之特權。此非鄉社所得抗拒。此其事於草昧新闢國土固未盡。無蓋未墾之田猶多。而一鄉之鄙。大抵皆荒地也。然其事為當日宗法之民之所深惡。無異今人一家之中。忽來官許之寄客。使知來者之非盜賊奸人。或為王家之偵伺者。其人行事。動或波及於一鄉。而其耕墾之方。或用左道異術。而不循古法。凡此皆鄉社之所大不願者矣。然而新王之威力。常足逞其義而有餘。此雖鄉之人。重足側目。所不遑恤矣。

族田披散　尚有進者。則國家新制。許人得以其田售之外人。新主也。稽之舊籍。知鄉社之內。常有購置并兼之家。每以一人收連阡越陌之田。以為大姓。此吾歐中葉。所以有縣氓一等之民。（按縣氓猶言中戶下戶責為主田業歲出其四十先令之賦於地方選舉有出占之權）勢力甚大。而自成風氣。然以地出售外人。本於古法為厲禁。中經累世之久。而其禁乃漸弛。而事有無可疑者。則敎會於時實助國家以破壞鄉族舊法者。敎會於鄉。本有什一之利。名曰太德。又有捐捨檀施之事。歲附益之。故逮後葉。其所主之田至多。又傳產遺令之法。此其事即不創於敎宗。實緣敎宗而成俗者。苟識其用。此其破散宗法。分披鄉社之局者。方之他端為尤勁矣。最後國律許人收執田業。以抵逋負。由是宗田愈不克存。而鄉社之散無日。舊制一民敗行。宗族之長常與當之。而其時所謂逋負。亦大抵蒙血鍰之罰。而弗克償者。其法。罪人則以身抵罪。而其田則歸於宗。故不得去也。洎夫國家之制。則以田償逋。其身脫有餘辜。則以歸國。此其法若正與種族之舊法相背馳。然行之既久。一鄉之壟。勢必不得主之以一宗一社之人。古制漸隳。而交易之路遂廣。雖然此非一朝一夕之變也。用新制於宗法社會之末流。固不得與民情過忤。而必使之和而安。則前之所言。雖數百千年之所用事可也。而自國家言之。則固以籍償田產。為破壞鄉法之成事俎矣。

（乙）作治農業自繇之原因　鄉社之局之解散。自形質而言之。莫若作治農業之自繇。而作治農業之自繇。自變平疇之制為園田始。此亦歐洲一大世變也。蓋平疇錯壟。耕者所受之地。華離區脫於大野之中。此其數固不得以獨異。則不能不與衆為為同。故平疇錯壟。古鄉田之幹素也。雖更始分疇之法。久廢不行。而農者於作治之事。欲獨行其意。不可得已。一家所耕之田。例分五六十町。襍出散處於他人所耕之中。是欲本其新知。行試驗之事。其勢不能。必勉循其鄉之所習慣常行者而後可。至於中葉。歐洲田法之議大興。甚或傳播詩謳。以歌詠其田功之勤苦。當此時吾英所聚訟者。正所謂通耕各耕之田法也。通耕者。因循舊制。為平疇各耕者所受畝數。合為一區。為之堤塍畦埒。以表界域。夫各耕之利。固不待煩辭而見者。蓋惟各耕而後農之巧拙勤惰。分精田術者。得任意為試驗。又使其地收利過農。可轉移耕稼而為芻牧。有就近指揮之便。而僱傭督省總此數利。而又當人心厭古求進之時。故各耕之議遂行。而野俗為之大變。且不止其俗也。莊田景物。所以成於今日之形。為詞人所詠歌。畫工所描寫者。當由以興。是田法之變。不徒關於食貨民生已也。美術之進。舉利賴之矣。方其未為園田而通耕也。一夫之地。散而不收。及其既為園田而各耕也。地總一區。而各事其所事。然而自此法行。鄉社之局。乃更破壞。其土地乃為民所各私

蓋其始凡為農之所交涉者。不獨拂特之地主也。一鄉之衆。皆足以拘牽之。乃今圍田各耕。雖地主仍存。身為之佃。而一鄉之餘農。毋得以相督觸也。且由是從中富者。乃棄其鄉社之故居。而別營所居之宮於新隴。富者得志。貧者常留。天演判分。因而愈見力作之佃。轉為資產之傭。不收分產之利。地之所出。乃愈為富者之所專。傭者去其地。若之舊矣。其有一二遺留。存古鄉社之制者。乃在荒陋鄙遠之區。顧此以戶口降蕃。亦歲加闢。而日盡也。蓋一變之後。其效如此。總之古之田法。以族姓鄉社為么匿者也。今之田法。以一民小己為么匿者也。以小己為么匿。故人得以自繇。而其土田為其產業。

總此篇之所言。讀者得無嫌其說為冗長。而其語雖繁。於其事且有未晰者乎。雖然。無惑。此其為物固難明也。使學者究社會之終始。而欲知產業天演之所由然。雖有高明之家。當不敢以其說為易易也。則於不佞何譏焉。顧其中有二大義。使不佞於此而能明。則所得亦可以自多。蓋一以見社會產業法制。非人力一曙所能為。如華嚴樓閣。彈指湧見。故能以一席之語。盡其致也。將其物有無數因果之相生。而其見於歷史者。皆為之緣起。往嘗言產業之義。生於四事。乃今見四者之外。尚有三物。曰主守。曰贏息。曰一切對價之進退。凡此皆產業一果之用事因也。二以見社會產業之演進。雖本於天時地利自然之因。而其變於人事也。乃尤衆。人事莫大於國家之法度。故國家法度。為產業演進中之最大因。

國家之刑法權分第十一

吾人以習慣之故，遂若明刑行法，為國家固有之權，不知其制與他端等，皆社會天演漸成之果，非太始而然者也。如吾英今日之讞鞫決獄，皆稱君后施行，君后者，國家之元首也。然而古不如是，是可考而知者。

初民思想　前言刑罰最初之義，主於報讎復怨，血闘者，所以報復之塗術也。夫讎怨存於私家，故血闘者，乃私家之所有事，至於得罪所居之羣，而為有衆所共疾，則社會以其公罪，固足以屏逐放流之。此罪有公私之起點也。

血闘無已，所傷實多，欲免其殘，乃立血鍰之罰，此取罪人之財，以為報復者也。蠻夷所犯，大抵在殺，故其為復，從而議罰之事亦顯而易見。浸假以羣演之益深，於是乎民有產業之思想，有產業之思想，則盜竊之罪，與所盜所竊，皆有形之產業，故得情則首議贖償，自然之勢也。此雖與血鍰情有輕重之差，而法則固可以一類，前謂古法典於罰鍰最詳，甚罪甚數，列以為表，蓋其時之為法如此。

未有理官　當為蠻夷社會，乃至宗法社會之初，固未嘗有人執三尺法，責鍰贖之罰，不得不行也。考其時社會，固未有司法之理官，而所謂法典者，亦不過一時之社議，如東方之鄉約然。種人闘鬩，以相侵奪，宗之長老，言之豪傑，居間排難，請怨家受鍰解仇，而鍰之多寡，有成例在，得以相比，不患彼爭者也。假使所害怨深，或害者怙勢力，不受罰，居間者固無如何，而必出於血闘，此古之俗也。使吾黨生於今世，見法官告勸，某某雖廉，兇犯殺人以財與所殘之家，以自贖其不韙，乃任兩曹持械相死，則倫敦一時報章，其議論何若？雖然，此其事在今人為可怪，而在當日社會，固所習行，而無疑義，且其民未嘗稍以為非者也。

罪犯公私　罰鍰勢不可行於公犯，前所言者，皆私犯也，以是之故，條頓舊典，稱公犯為不肯之罪，謂其罪非貲財所得末減者。一犯不肯之罪者，全種舉族，衆怒羣起，相與呼譟而逐之。是二者之不同，為後世孫理密司域爾二律之權分，孫理密，公犯也。不必人告發，為國家所可問。司域爾，私犯也，害之所及，本有專家，須待告訟，理官乃為讞獄。是法以伸其枉者也。按泰西分罪犯公私與中土異，我所論罪犯公私，惟於官吏乃有此別，泰西之法，公重私輕，中土之法，公輕私重，其原法與此相反，不可混也。

報讎遺俗　太古之民，有受害某其鄰者，則私復之，是名報仇。報仇而義，雖殺人無罪也。欲其勿報仇，則必有賢豪長老為之居間，使從其請，乃盟而解仇，非是不得解也。此其為俗，終宗法之世沿用之，直至社會轉為國家，猶承沿弗革，雖立刑憲，不能遽

也所最怪者則古商賈行社有所之執抵利權行於中葉執抵權利者假如有倫敦商負白明罕商債不以時還設於時倫有他商在白明罕者則執其貨以抵前負以其同行社故此一俗也又若訟獄兩造相持不下得請一鬭為決雖或曲將直原無後言也此其事蓋沿於古之血讎乃至拂特制更軍伍豪貴猶相約私為之俗之難革如此此又一俗也

國家法權　國家之制既立其所首治者即所謂不營之罪犯方社會之為宗法也其於公罪雖有呼譟驅逐之事然即以其罪之公而非私莫之誰何故罪人常至於漏網國家主治公罪者也然而治之有不盡法者蓋國家之制基於軍政以其生殺教訓之難常不顧失一民之用故雖有罪不必殺也即使攻剽椎埋武斷鄉曲其人未必非壯士為行閒之所樂得者是以瑞典舊律有省復流人之條省復流人者其人罪應流殺之科乃輕省之使充尺籍為軍伍而其於官吏也亦然吾歐中葉又有出律之法為其時國家所常用者假使其國有大盜不能取伏其則下其人出律之令出律者非律所不許也凡律所不保不與同國為人人所得誅其產業貨財則為王所有是則由前法而演成者也按前法之在中國若秦漢之弛刑兵唐宋以來之刺配充軍等如此矣惟出律之事則自古無之蓋中國法家之思想凡律所以刑罰人而非所以緊民者也西國於國法有出律於宗教則有出教此在中葉亦最酷之事身被者亦人人所得誅惟其權則教皇之所有方教力極盛時可以施之國主國主蒙此者其國為景教之國所共伐而其民可以叛也

攖害治安　法家謂國境治安者王者之治安也自此義立而王之刑柄乃益尊其所彈壓者乃愈廣蓋國西境之糾紛民人之暴橫固所深疾而必誅者故著令曰敢為亂者有刑所謂為亂即今英律師所指為攖害君后治安者是也夫攖害治安者凶於其國者也凶於其國故無所逃於國刑其義與此近者則有神庇之一事此在古昔亦所以禦兇虐止酷烈之法制也假如有人以無心誤失而致人於死恐所殺者之家之報復也則奔走自匿於強有力者之家而哀其主人之護庇此其事略詳摩西舊約諸書古殺人誤故之分自此始故於法典所關甚鉅其在猶太則神庇一事推國中教寺乃得為之中葉史書謂之教會神庇其時血讎得此而熄者蓋十五六焉顧以勢力有護之則教會神庇尚不及王者之治安王者之神庇也至今此俗猶盛於波斯往往有可笑者蓋電線用於波斯其國中人人有以電自達於王之權利民之乞王神庇者雖在數千里外得以電自通先付覆資以待王命人有為仇家所窘者則奔赴最近官郵電與於王未得覆則守以待之波斯驛電尚循舊章王之覆音常累日夜不可得而電郵者王者之廨署也得於此託神庇焉但處其中斯以無害每見波斯民三五蟄伏

官邦中其親串以時給飲食仇家䟽䟽逐逐在外環伺之若貓之伺鼠雖欲得甘心不可此真行古之道者也

擾害治安之推概　自擾害治安之說行而豪暴殺奪之事皆為孤理密公罪而為國之所必誅而自法家之辭文則有非豪暴殺奪而亦入公罪者此孤理密之條所由日廣也譬如盜竊此其事不必皆挾兵行強者也其所損在私家固宜入於司域爾之私罪顧執王朝之法者曰是不然夫盜竊[illegible]之得不得其事主皆可以執抵執抵則必至於用武用武則必擾害治安故竊者公罪而國家可不待告發而問者也顧國家既問之則有贓贓之所餘事主乃得以索償所失特所餘常無多耳然則盜竊與盜竊之比者從此皆入於孤理密之公罪矣

叛逆之條　夫國家之治基於軍政者也以力服人者也以力服人者惟恐人之不已服故其於臣民也最重服從之義而無貳心使有勢焉誘之使貳或沮其服從此其為賊害於邦本故必待之以最重之刑此所謂叛逆之條是已合以上二者是為三科叛逆也擾害治安也與擾害治安之推概也是為公罪而勒為孤理密律此吾歐所用而古今大同小異者也孤理密之事犯國家雖莫告發得徑問之至於其餘為司域爾律則必待有告發者而後為持其平此西律兩大宗之所由昉也

拂特之理　歐洲訟獄之攷可分為三際其始則一部長老集於社樹下之所聽也其終則王朝之理官與陪審員之所聽也然而由最初而成於今制非驟變也而有其鑣接者焉則拂特之理是已自宗法社會而轉為王者之封圻而小侯有統馭之職受命王朝以主一方之治且其人又多種族鄉社之舊長故自其上言則為國家之代表自其下言又為其種人之大宗合新舊之制於其一身故於其民常不待威而服是以拂特之理最為中古社會之所歸久之其勢力幾與王朝之理抗也且彼為拂特之諸侯固常有兵力以為之輔故於血闘之俗其革之也無難民有所爭則赴愬於其理廷讞之餘使不得為之迂觧則趣決於一騎兵必為設其簑之儀文王爵之矩矱特以彼為之宗子故有率眾之特權為民信所素孚而不疑其屬已此其勢力之所以重於當日之社會也吾英古諺有云英民之獄毗爾聽之按毗爾字有二義一曰平等同類一曰有爵貴人平俗謂此即指平民陪審之制訛似是實非之說也蓋陪審之制與自王朝為當日民所最不喜之新政故此所謂毗爾者乃指其同種族非外人而已此其語實拂特種人反抗王朝之左證也考此時凡民之司域爾私罪皆拂特之理所主持乃至孤理密公罪亦有代王朝行法者史籍俱在可考而知者也獨新王國勢初定於公罪往往持之甚堅常畀其權於王人之微而不以予拂特之地主則於督平

有鄉監之設。曰協力夫。俄而地主徵發之權。亦鄉歸監。久之。又以鄉監之權太盛。則又遣行部之理官。專司獄訟刑案之事。按如漢之部刺史人二巡撫更遣握使。以收賦稅。置部都督。以王命總州兵。凡此皆拂特漸變王國之會折矣。

王朝拂特之爭　歷史中有相反之一事。則如拂特之制。上建於王國者也。乃王數傳之後。是王國者。常與其所自為之拂特。為至劇之爭。有時而王國勝。按如西漢吳楚七國之事則為一統之合。有時而拂特諸侯勝。按如周東遷以後則為割據之分。王朝拂特二者。皆爭自存。故其為爭也烈。夫衆建拂特。非為王者屏藩者耶。顧必毀之於數傳之餘。則又何說。曰是有二故焉。

一曰拂特之分民也。夫拂特盛則王國民賤。此如中葉之日耳曼列邦是已。是其始皆拂特也。而終成分台之強國。此其故亦易明矣。民狃於耳目之近。知有拂特之君。而不知有共主。以有徵發之制。集其戲下。君其號令。一也。相戴輸將。入其府庫。二也。獄訟之藝謳歌所歸。三也。自是三者行。民又烏知有王國乎。故使王國共主。與拂特強侯。有事於疆場。彼民之為強侯戰。無異於為共主戰也。中葉英倫王位之所以不傾者。以前代英主。審時勢之必趨。而先為之地耳。因緣事會。蓋亦有天幸焉。前王之約曰。一國之兵。皆為王戰。有徵發。非王命不行。則拂特之兵權去矣。賦稅之政。朝有專司。凡名為王征者。王自取之。則拂特之贏利亡矣。終之乃並其訟獄。為遣行部理官。自是三者立。而諸侯之勢大衰。

二曰拂特之世守也。惟此亦為王國之所病。而理刑制變從之。蓋拂特本有聽民獄訟之特權。而自其位為世守。故此權亦為所世守者。且其守之也常甚力。蓋不僅以威民也。以其有甚厚之歲入。彼王國所以力爭此權。必奪諸拂特諸侯而後已者。不必欲用法之無頗也。亦欲收此利權莫大之賦。蓋歐洲訟獄。異於東方。民必出資者。自古昔。彼號為民治獄者。為孝官。為讞長。乃至兩曹之代辯。即今原告所雇律師例以勞而得酬。其於民為之賦。此可言者也。按歐之理官於民有賦而中國無之雖然自本始之法言彼之坐堂皇西月有廩歲有俸者其得民之賦久矣特西民致之於臨時而吾民則豫完之於租稅上有天下得此而為之設官夫非祿賦以為人者歟有時或以賕。此不可言者也。訟獄穢至。則其賕賕日多。此王國之所以爭也。爭而勝。則拂特之權利皆削。

諸理爭存　夫訟獄之所赴。同時而有數理官。此直者之所喜也。何則。以有以擇其至平者。乃曲者不然。理官屢平。人公察。彼無幸矣。故曲者之於理。常樂其受賕者。亂法者。求倖者。蓋歐洲中葉。其聽斷訟獄者不一塗。有王國之理。有拂特之理。有族理。有商理。有教理。顧其持法決獄之平。而常可恃者。終莫若王國之理。此所以演進之餘。王國理存。而諸理皆廢。王國之理之所以

爲亦有三者之可言

一曰當權　社會最初之理官。則如宗族鄉社之長老。有事坐社木之下。以聽斷受辭。此無權力。而待民自首之廷也。假有大猾豪家。爲人所訟。彼視其理如無物。理其如之何也。以能論法。而不能責法。故是以宗族鄉社之理。必兩造皆誠。有其不平各執一理而不相下。其心所求在公斷。而後自首之廷。乃可用耳。不幸民之興訟也。其一家什八九。皆故犯爲奸欺者也。故其於獄。非以求平。乃爲之推宕。爲之抗違。爲之譸張。而冀法之不己及而已。若而人者。非族社之理所能聽其獄明矣。若夫王國之士師。必不容其有是也。符至不行。則其械器可以取。其田宅可以沒。甚則得其身於圜土之中。以待一時之決斷。且其獄奏當之後。其令不可違也。違則其身家之禍益深。益王國之理當官行權。其勢力之大有如此者。惟彼擯特之理。秦蠹侯奄有之權其勢力固與王國之理差相若。至於其他諸理。則以無責法之權。旦暮廢矣。

二曰得人　宗族鄉社之長老。其聽訟也。以齒尊故。擯特之諸侯。以爵尊故。教會之尊宿。以德尊故。然而其人皆不必習於律令哲學之事者也。就令用其能者。而不必身爲之。顧同用人。而王國之理官。則王者之所用也。遂於一國之衆。而畀以一國之平。則其人之明於故事。習於法典。稔於下民之情僞。固愈於前三者之所用也。益以事理之常言之。最大之主人。使不以例故自徇。固宜得最能之臣僕。夫王者域中最大之主人也。一國之內。擯特之小侯數十。教會之畢協亦數十。而王惟一而已。然此皆自虛理言之者也。而請諸事實。吾嘗獨不見二百年以往。凡訟獄之事。有爰書。有典籍。用以紀錄刑讞之事。以備日後之請比者。獨王國理官乃有之乎。即此一端。則國民刑柄之宜誰屬。不旣明也耶。

三曰簡徑　今人見獄訟之多委折。而科條之繁比例也。則曰此後世之文勝也。若古之質直。寧有是哉。不知此與事實正反之論也。使求其實。則古之所以困民者。乃甚於今世。古之廷讞也。兩造常有必循之儀。則旋規而折矩。其言語應對。皆有程式。詞齟齬與法不相應。則敗矣。且此其故甚易明也。蓋上古之民。所以決兩造之疑。而亭彼是之爭者。常出於搏鬬。彼之視讞。以代鬬也。故亦以鬬之意行於其間。相與狙伺。其不中律令。越規矩也。則指之以爲敗焉。且古爲理者之受辭鞫獄也。歲有定日。非其日而過之。則所舉皆廢。前言羅馬。禮典。能爲腸卜。惟神巫之傳。能知理官行事之時日。與對獄之儀文。凡民爲訟。必先詣之。而受其說。凡此皆初民之成俗矣。故德人有言。古之訟獄。乃實結華。密結華者。言冒險之事也。乃自有王朝之理。彼則自滅辨

故凡若玆所號禮儀而無謂者，得一掃而空之。故告妄詞，惟其便事，衣為定賦，示之定程，而民之耳目不亂，其為法之簡徑如此。

即至聽斷之術，王國理官之所為，所以破初民之闇昧，而進於一王之制者，尤為多也。夫自血鬬暴俗之既除，民猶以搏擊勝負為曲直之判，舍此而外，彼種人所以決獄者，猶有兩術焉。一、使所訟之人為貴族，有聲價，則聽其人以誓自明，或其親戚為之眾證，曰其無罪。今之為誓者，昔之為戰者也。又使所訟之人為奴虜客種，或社會之末流，則其誓不足當也，欲自明其無罪，則必有涌沸之事。涌沸曰阿諦虛，阿諦虛者，或具湣湯一器，使手探之至半臂，或帛蒙其目，使赤足行熾炭上，或燒鐵至赤，使手舉之。假其手爛，則不為神祐，斯為有罪；又使不爛，則告者枉誣，而其人實無罪。按湣湯熾炭赤鐵流金，以手探之，實有容或不爛之理，此格物者皆能言之。蓋人之肌膚常含微溼，遇極熱物，如流金之屬，此溼立時成蒸汽，以護人膚，得不相著，但其物須熱度極大，而後能然，使熱稍減，則蒸汽滅而反傷人也。夫其為術之左道如此，故使貴者必免，賤者皆罹，而於獄之平反，又何有乎。

若夫王國理官之所更張，斯其文明過是遠矣。古以鬬決曲直，其為俗誠未可以即除，而理官則為設他術，以聽民之自擇，則如兩造皆得引文書紀錄為證，而所謂文書紀錄者，上自國家法典，下至兩造之契約質劑，皆得用之。是故民重文字，日用交際，詳於記載者，古此驅民就學間接之術也。其有重大之取與，則必取左證，見知無證者，不省顧，此皆良法矣。而其法之尤良，為日後人民之幸福者，則莫若助理之制。助理者，陪審員也。理官鞫獄，十八九既得情矣，將決，乃徧詢助理，以其意之云何。眾云無枉，乃奏當也。助理必選諸兩造之比鄰平等者。考助理之制，獨英有然。溯其本始，言人人異，其或讕言無稽，不足信也。不佞間嘗考之，知其始獨王國理官得用助理，夏律芒稱帝，受其法於羅馬，遣直指理官四出，詢問各部疾苦，所至皆行此法。又如皇帝聞某部有非法，或國權為人所侵，則遣使者詣部，以詔集罪人鄰黨，受問事，如章條，答記必令作誓，以明無誑。此助理譯言誓者之名所由昉也。方其制之始行，非民之所樂也。蓋使參坐陪獄，預不干己之事者，往往廢業，不至則有罰，對而誑則有誅，此助理者所不願也。己之罪惡，著於人人之耳目，本比肩也，君為坐客，我為階囚，此罪人所不願也。然而其制於王國最便，是以西部諸國，小大由之。其始制必事涉國家，始用助理，行之既久，民以其法為平，乃具資獻，以請於王，然有助理者必王之理官為聽獄而後可。至於泣理，雖名陪審，莫有至矣。是知助理之設，其初獨用於國事之獄，若賦稅，若一切不背之公罪，逮久歷

年所民信其不傾。乃廣而用之於一切之訟獄。而他制亦由之以廢。此助理聽訟所由始之大畧也。知其制始獨行於王獄者。蓋民犯公罪。當不受助理之訊鞫。久之乃強使受焉。其最初之助理。乃集有衆。以舉劾人罪。號大助理。不用於廷鞫也。雖然。其制法與衆共之。官不得上下其手。一便也。待決者衆。故獄不可以久羈。二便也。平易近情。而可恃。非向者決鬬澗祓之蠻野。三便也。治化既進。民日開明。雖始所畏惡。終乃不待驅迫而樂用之。至於今世之民。則謂助理聽獄。乃主持公道。扞衛自繇之干城矣。且其制本歐洲西部所同有者也。中葉紛綸之際。大陸諸國。王權務漲。不足貴其制使必行。故其法浸假遂亡於大陸。而爲三島區區之所獨有。乃不知者。以此爲英民之創制。庸詎知其始方以其非古法而畏惡之乎。此樂成者所以大異於慮始也。以其當權。故法有必行。以其得人。故獄少濫。又以簡徑。故其業可久大。此刑法之柄所以終歸於國家。雖然。其始非完全無缺之柄也。自國家宗教二者之爭。而後國之法權無玷。此公教脩教諸國之所同也。是故國家法權之專。粗而言之。自宗教變形之日始。亦有國家。一旦悉毀其地方分治之制。而爲立中央政府之法權。此如法國前事是已。然終大害。此其說太繁。非吾書所逞及者。至於他國。如吾英者。則致之以漸。變其法而民若不知。其國遂安。而治亦日進。蓋治化之天演。常主於繼續而光明。不得爲一曙之決驟也。

國家法權。其演進之大經如此。雖然。右之所言。及於其官而已。乃所行之法。演進之何如。斯又一事。非誦以專篇。不能細也。蓋言所行之法者。則必及夫議制之權。而言議制之權。於吾歐則必及國民之代表。凡此皆國家至大之義也已。

國家之議制權分第十二

最嘗謂種人無法律之思想。雖然。非無法律之思想也。無議制造律之思想耳。蓋種人所謂法律者。同於率常。同於習俗。必其祖父前人之所已行。歷數世百年而不廢者。古之社會。義由人起。彼謂一人所宜守之法度。必其種與族之所常行者。無自作之理也。此義之行。而為歐人所嚴重者最久。一人之身。無論所居為何國土。必秉其舊法與俱。即至今日號為文明之國者。於此說尚未盡去也。古宗法社會。最持久不變者。莫若猶太種人。其俗固重宗而不重國。故國亦隨亡。然至今以其種居異邦人國土之中。尚沿用其種律而不變者。則猶太之人也。若他種則入與俱化久矣。

嚴復曰。中國社會。宗法而兼軍國者也。故其言法也。亦以種不以國。觀滿人得國幾三百年。而滿漢種界。釐然猶在。東西人之居吾土者。則聽其有治外之法權。而寄籍外國之華人。則自為風氣。而不與他種相入。可以見矣。故周孔者。宗法社會之聖人也。其經法義言。所漸漬於民者最久。其入於人心者亦最深。是以今日黨派。雖有新舊之殊。至於民族主義。則不謀而皆合。今日言合群。明日言排外。甚或言排滿。至於言軍國主義。期人人自立者。則幾無人焉。蓋民族主義。乃吾人種智之所固有者。而無待於外鑠。特遇事而顯耳。雖然。民族主義將遂足以強吾種乎。愚有以決其必能者矣。

雖然。自游牧行國。轉而為耕稼城郭之民。再進而有拂特封建之制。故其法律。亦漸以地起義。而與人離。其始所謂俗者。種人之俗也。乃今為鄉社之俗矣。所謂禮制者。種族之禮制也。乃今為國邑之禮制矣。然而從人之義。尚有存者。故必鄉人邑子國民。而後可以循其俗。由其禮。守其制焉。顧社會既日進於國家。而軍國勢日重。其於民也。論所居而不言所自出。此古今律制之世殊也。

然而典章刑法。以國言矣。使必為一國之中。斠若畫一。千里之地。同此刑法。同此典章。則又非當時之事實也。使吾黨言古法法典。當十一世紀之日。而漫云法蘭西之法典。日耳曼之國律。此將為聞者所大笑。何則。見其於歷史事實。無所知也。當彼之時。若法蘭西。若日耳曼。若斯巴尼亞。乃至若英倫。之數國者。其中之一邑一鄉。乃至黑子彈丸。莫不有其獨用之異律。求其大同。無此事也。獨英倫以運會時勢之不同。故其法此異最蚤。然而法矣。而至於今猶有鄉律社律。如法家謂所契執例者。其契執例蓋鄉民受田於地主。租賦分收之事。地各不同。然皆有地主與約。俾收執以為據者。故云此關田產公案。所宜考而察之者也。焉在其能齊一乎。若夫法德斯巴尼亞諸國。

則通行國律。直至百年前。乃始有之。此以見法之難齊也。按由此可見泰西百年以往。其政治遠出支那之下。又以見其帝王專制之不逮於遠東。

矣。法之不齊如此。使俗猶太古。民老死不出其鄉。則相安可也。自治化日臻。水陸通而民輻湊。不變將妄棄。而民無所措其手足。此國家之法。所由不可以已也。然民之所以能去故就新者。有三大因焉。為之用焉。請繼此而論之。

一曰舊典　歐洲之律。其可稽者。大抵皆傳於中古。舊律國而有之。為後世言治者之所重。以種人之所傳。故通稱之曰民律。又以其非羅馬之所出也。故又稱之曰夷典。凡條頓之種人。若義大里。若斯巴尼亞。若撒遜尼。若白爾袞地。若拂祿郎。若蘇汪比亞。若伏理舍。若英倫。若蔚爾蘭斯。若愛爾蘭。乃至蘇格蘭。丹麥。瑞典。那威。皆有之。雖著於載籍。時有先後。而自辰安進化時代言之。則皆相若。皆見於始成國土之際。而為新王所采集者。新王肇造邦家。以既得其地。欲綏其中之民俗。或民與之約。[illegible]俗舊律不得遽廢。得此而後從順。故必著之載籍。乃有循也。

是故夷典民律者。非創制顯庸之事也。特沿緣舊俗。著而守之耳。且其典籍。大抵皆出其地父老豪強所記。而遵禮明法之家之所獻者。既至而王受之。行政布憲。若而後行。

然而其事則法典歷史中一絕大因緣也。往謂種人法典。基於君俗。然習俗而不載冊書。則其事亦隨時而遷變。特其變也。行乎其所無事。成乎其莫之知。非有人焉。取為獨異。以蔑古反常已耳。若夫存乎盟府。布在象魏。則事大異此。有其變易。莫不可知。將有監史。舉而誦之曰。是前王之法典也。不可以不循。雖然使其民不進則亦已耳。進則其國禮俗。必有質文代變之事。由是民始知法之可以損益也。則以時勢之不便。或自請於王以為之。或王欲變其舊章。而許其民而將刑之利。並與之為市。豈典籍者。有吏之所司也。方其長集著錄之時。為其以意儳入者。又不少矣。吾黨生於今日。常若以文字為無甚關。不知方古之時書契始作。民視文字。理同神明。其於書契。猶今愚民之於符籙。言者但云某法某律。著於某籍。其辭即為神聖。莫之敢非。況上古之民。所為純樸而易治也。昔者西醫行其術於印度。南境病者得其方紙。輒佩之以為已足。不必於肆配藥也。是知化淺之民莫不敬惜文字。但使其見於古冊籍中。即宜頂禮崇拜。敬受奉行。而其原始之所由。則固非其愚所能及者矣。按此俗吾國最深足以觀民智之程度

二曰有司　前之言刑法也。見王國之理。所以為訟獄之所歸。方王官始出聽訟。固亦參各地民律。以之折獄平爭。雖既定一

國之乎。親見法之不齊。地各為異。則凡勢之可一者。莫不一之。自然之理也。況更有巡方問事周流剸舉之理官。以一人而蒞諸部者乎。其人本不專屬於一地。故其行法亦可無拘於墟。至一路使畢。歸而報最於王朝。各言所遭。廷議其可以通行之法於各部之民律。則采其大同。置其小異。吾英古通行律。即成於此。亦有一地習俗守之至堅。則亦虛與委蛇。不為沙汰。顧不行也。及其一部而止。若前所謂之契約例。考其所以流傳至今。即坐當日王官不察契約田產之故。大陸之有通行律。其後於英國者幾數百年。則以王國之理。主民獄訟。後於英者數百年也。獨羅馬史言布呂多利譯言城尉采集各部民禮。著為帝國通制。此與英人所謂通行律者。同其術矣。學者嘗謂助理制興。理官遣諸王朝。助理選諸其地。故理官主王之制。而助理循異地之俗。是二者勢必牴牾。而當年不聞分執之爭者何耶。則不知王國理官。自有其術。使助理有欲為其異而不得者。蓋助理之設。以待王官顧問者也。王官所問。常在事實。而不及例。故譬如獄為爭襲。使王官問曰。誰宜襲者。此例故也。地或不同。設其地之俗率傳少子。則助理將舉少子以對曰。少子其當襲。雖與王朝立長之制徑異可也。乃今王官問曰。誰為長子。此事實也。助理必謹應曰。某也長子。而長子之宜襲。有王朝之法典在。王官舉而誦之。其獄決矣。與助理者固無涉也。此其分異者。自古初直至今日。法廷理官助理。猶以此為疆界。不得相越也。

三曰粉飾　右之二術。皆所以劃衆異以漸即於一同。而王朝於是乎有造律之事。特收效甚緩。而頗難齊耳。是二者之外。尚有一術焉。亦所以奪民律之柄。而使操之於王官者也。則有粉飾之事。假如其地民律曰。田不可售。乃今者甲有田。欲售之於乙。則先令乙訟甲於理。謂田本乙產。而甲之祖父佔之。然其事之為粉飾也。則甲固自承佔田。而王官得斷其田以與乙。此其所以與民律相遁之道也。雖然。田之誰主。其事在國人耳目間。既非理官知而故縱。即粉飾亦何由而用之。此其事學者將以為無足重輕。而不得與於一因之列。獨是歷史之事。往往名存而實雖亡。民若有以自解。與之變古法而無辭。乃至名實兩亡。有棘棘憤爭。即喋血斷脰所不顧者。此粉飾掩耳盜鈴之政策。所以見於歷史至多。而於古宗法之民為尤甚也。雖然。何必往古。近者革雷特一島。土耳其必不肯讓其主權。後議盡去一切主權。獨得樹偃月孤星之國旗於其上。土乃欣然受要約也。

終曰議制　雖然。右之三因。皆其緩者也。當羣演精進之時。除舊布新之事。幾於日有所聞。使僅恃前三者為之變。必不及也。則於是乎有議制。制立而民不從。不可也。則於是乎有國民代表之事。

國民代表之義　後世言政治者。曰國民代表者。合格之國民所居以自代者也。選之於衆。舉其所賢。以為其部之喉舌。脫所議事。壹則通國合格之民。先舉舉者。而後舉者繇代表焉。此代表之政舉人之大略也。若夫代表之義。至於今猶未論定也。有最勝之兩說焉。其一派之說曰。代表者。國民之所發遣者也。國民為主人。而代表者為之臣僕。代表宜聽命於國民者也。其有言。國民之所欲言也。其有行。國民之所欲行也。夫而後曰代表。其又一派之說曰。是不然。代表者。國民舉以從政者也。國民之於政。不皆達也。其所舉。必其達於政者。既舉之矣。是猶有美玉於此。而舉玉人雕琢之。又何得曰。姑舍汝所學而從我乎。故國民之於政。宜一聽代表之所為。不宜更箝其口而縶其手足也。二派為說。其不合如此。按二說皆豎。而後說尤中理。使中國而用之。則吾從後說。蓋欲用前說。必民智至高而後可。然為代表者。不可不知兩說之義。為國民者不可不知後說之義也。然有合者。則選舉代表之時。國人得極意盡慮。以選其所欲得者為之代表也

雖然。此近世之觀念也。方宗法社會始為國家時。謂民知治己者。已得自舉以為之。此其心之必無是。可以決已。且略考古昔與今日淺化社會者所共見也。夫初民獷悍。其於社會交涉。知有戰耳。烏識其餘代表之制。彼見無所謂于己者也。故尤不縣事其事。言代表之始。而窺古人以吾輩思想者。必大失其實者也。則盡捨此而更求其餘

夫代表如今世之義者。誠非古之人所與知。而見知連坐之法。則淺化之國所同有者。又為其民所習聞也。使甲而殺乙。乙之親戚。不獨責償於甲也。甲之親戚。且與同坐。使梓人丙。為丁築室。而不堅。餓而圮焉。不獨丙償之也。丙之同行。當共償之。使賈人庚。有逋於辛。辛之索者。不獨庚也。庚之同社。皆可以索。古俗民之相聯系以為責任有如是者

由是其義則國家竊取而用之矣。蓋國家始立。有不容術於是而不得者。有人死官道間。殺者莫知主名。其左右三鄉。必同首賊。必同出所罰金。有一牛亡。踪跡至某里。則責賊其里。可使出金償牛主也。市肆有鬬者。傷褻王旗。或監市之官。豪家屬。法惟其邑人是問。王之賦其民也。簿曰某邑某集所出幾何。則邑集之人共出之。其富人最病。

連坐之律　雖然。責之衆。責之而民不出。則奈何。此其事自吾黨觀之。則曰是一邑一鄉一集之民。宜第其資產高下。使各出金有差。不時出。乃以法繩之。無他道也。然而是道也。將必有無窮之費力。彼為王者。不能實其庶政萬幾。從諄諄逐逐日於其民責逋賦也。則於是有簡徑之術焉。曰。吏取某邑其鄉其集。號皆最殷富者二三人。而縶囚之。使任出之可耳。方其此行也。都邑鄉集之民。必盡譁。而吏乃從容曰。如期具錢來。吾釋若質。夫如是其所為之暴戾酷虐。固何待言。然最有效。此至今東方社會

其中號能一吏。所日日行者。我曹目不見耳。〔按近年辛丑壬寅間。李匪爭教會賠款五。吏苛斂爲地民不堪命。會宗以教殺人。吏縱兵獮之。所殺數十人。皆老幼婦孺。不能去者也。今所係四鄉富民最橫也。〕大抵出財皆其地之富室。即不然。其親戚里鄰。爲醵貲以贖而後釋之。此雖謂當日國家所爲等於劇盜。萬不可已。雖然。若遵之將進也。往往良法勝制。緣於宄虐而後興。脫其始無然。其法制反以不立可也。此治天演學言社會之變者。所以不可無高世之識也。即如前事。正從此地方自治之制所由萌。然不暇論。而吾黨即今所注意者。其事於國民代表之制。爲一緊要之進步云爾。

風俗漸成　夫緣連坐之律。以刻賀要民。其術之便事如此。此其勢固無由熄。行且用之而益多。蓋國家常亟於斂財。其取民也。莫不有可借之名目。是以歐洲中葉之初。鄉邑之長老豪宗。以保產避災之不可以緩也。恒以歲時。集於社木之下。與鄉監督租諸王官會議。所以納王供完國課者。商業稍興。則有市邑。而市邑之中。亦有其領袖老成。以時爲會。如其在野。當此之時其所議者。不獨租稅貢輸已也。且取鄉邑地方之公事。於此而公言之。然而其事之所以常舉而不廢者。實賴有王官焉爲之監臨而程督之也。至今考之故府之籍。當時之遺。今尚有存者。曰名縣社。若伯社。〔伯者鄉也。始其中容百家。故曰伯。〕令以期集議如故事。里甫與四民之衆咸集焉。皆此令也

議院濫觴　洎十二世紀之末年。天誘民衷。而絕大之理想。乃發見於吾歐之西部。當是時。商業日興。民之往來日衆。金銀之市價驟低。諸部國家皆若貧。賦斂之苛。水深火烈。民於是聳起。曰。往者縣社伯社。皆有集議故事。然則通國社會。何不可以集議乎。已而斯巴尼亞。葡西單。法蘭西。司根底那毗亞。〔瑞典那威合那半島之名〕英倫。蘇格蘭。愛爾蘭。莫不有國會之建立。雖然。其始爲之議員者。不必皆衆舉之代表也。與議之衆。雜而多端。蓋草昧之制。其多缺不完固如此也

有世祿貴爵　前言國家之初制也。於君國名位既定傳世之後。則及羣臣之衆輔。凡此皆攀鱗附羽。與共定王業者也。其衆常始纖而終洪。酬德疇庸。於是有五等十二等之封爵。又以教宗之日盛也。其中尊宿。爲畢協。爲亞博。其隆貴與勳爵擬。故其爲數常多。而不可勝用。而國家常政。王乃別選其臣。爲其侍從。此於古曰孫理亞。今音轉曰孫爾德。〔譯言朝廷〕常在王之左右。備任使然使國有大議。則勳貴諸臣。靡不集者。故國會之始。不能無勳爵貴人者。勢也

有教會僧侶　且當此時。社會必有不可忽之民等。則教會之僧徒是已。自景教業興。爲一洲貴賤之民所崇信。教會以權施

者之衆。故積財至豐。通計一洲之田。主於教會者。居五之一。極盛之際。在中國宋元間。才傑之教皇六七作。肇為制度。使僧侶自別於平民。而自為一類。出家去親戚名。以脩身事天。斷嫁娶。絕人道。則非俗官吏所得制。有田不供王賦。曰其租稅已納之樣伯教皇也。夫皇之為國會者。止為財耳。則彼封殖深厚之僧徒。寧能任其不至。則以力相殘。使國中之神甫牧狀。凡有寺田思供議前之賦者。皆會焉。此其事斷非教會僧侶之所樂也。顧以制於王之强權。欲勿從而不可。

有中戶之田主　使其家有數頃田。法可於國會中舉代表者。此其法固平等。然於吾英有未盡然者。蓋選將為國會。王則勅鄉縣。於每鄉遴送二人為會員。是二人者。鄉縣往往不於農民中求之。而多取其鄉之奈德。前譯見奈德。田主而有執兵從王之義務者也。彼農戶。恐方深書於學費之不已。及。乃其終致使已類之權利坐奪。則所不及見者矣。若夫大陸諸邦之所為。則農戶之代表。法必以於農戶中求之。不得專取奈德貴人也。

有市邑之平民　終之乃及於工商賈。亦令各舉代表者。以為會員。此吾英所謂布爾哲斯。或曰布爾格爾是已。布爾格爾猶言邑子。所以別於鄉農也。於是巴烈門。譯言議院。之衆備矣。最而言之。其中有貴爵。有僧侶。有田農。有工賈。得是四衆。而國民中之有恒產職業者。總至。此所謂國會之類斯達者也。類斯達云猶云橫。此無對譯之字。可云級。云等。然皆不切

蓋議院之首基如此。然其中有二要義焉。為後世之人所未深察者。是不可以不論也。

且今人動稱議院為文明之民所為。民權之干城。其制之立。出於國主之至仁而大公。其始為國民所禱求而後得。既得之後。莫不歡喜頌禱。私慶其身為天下之幸民者。此真囈語。而與事實正相反者也。凡稱議院云云。皆議院既興數百年後之思想。若其制之始立。正國民所疾首私憂。而願其速罷者也。為舉者為所舉者。皆以為煩擾而病民。鄉農苦之。以須出財為會員之費率也。僧侶避之。以不欲以委教會產業於政府治權之下。而聽王官之指揮也。邑子憂之。以邑之有代表人者。其出賦多於無代表者也。通國之民疾之。一以巴烈門之宗旨無他。主以搜括民財而已也。蓋王為國會。正於為民有所加征將取之故。聚其民之代表於議院。以承王之所要索者。而諾之。諾而後斂之於其衆。夫如是。則其制之為民衆所喜者幾何。又何怪始行之百餘年。衆之無敢不集者。徒以畏王壓力之故。若君上孱弱。力不足以行其令者。則國會常不復合。若大陸諸小國。皆其證也。是以議院為當日民權見端者。蓋[illegible]丁三六人為此說也。

(乙)或謂議院既立。於一國事。大小無所不當問者。此亦非當時之事實也。蓋其本制。止於承諾出賦而已。其論政議制之事。則其中之世祿貴爵。固世為議臣。備王者之顧問者。乃若僧侶與農工商四眾之民。豈無此等權利。考之史冊表紀。從無有及之者。是其證也。總之議員代表諸民。其於國家有諾責之必承。無權利之應享。考其本原。義盡於此。往者以相連坐之法。王有所欲取。則質其豪而求之。議院之興。正緣此義。特擴充之以為國會云爾。凡彼世論治者之所云。彼時之君若民。實未嘗夢及也。

嚴復曰。作者推原議院始制。謂其事有諾責之必承。無權利之應享。殆不可指為民權見端。此徵實之談。無可復疑。雖然自不佞視之。則於此等處。正見歐洲阿利安種人民權根本之盛大。而斷非吾種之所幾及者也。蓋彼雖當中葉黑闇時代。其拓土開國之人。豺戾橫恣。著自古昔。然莫不知賦稅財物者。本民之所有。至吾欲取而用之。雖有設官所以治民。養兵所以衛民。可以藉口。然而皆不足。必待民之既諾。而後乃可取也。故雖名集通國之民。其事至為煩費。且有時或動民怨。顧其勢不可以已。不如此者。賦不可加。財不可得也。乃今試執此議。而求之於神洲震旦間。而為考之於古以來聖經賢傳之繁富。其有曰君若賦民。必待民諾者乎。至於韓愈之原道篇。則曰民不出租稅。則誅而已。嗚呼。

議院之新形　然而社會之變。錯綜萬端。往往一制之立。其所欲為者或不成。而其所不欲為者。反得此而大濟。夫議院之立。固所以承諾國王所要索者也。若言亂政。邦有常刑。雖然。是齊民之代表。固不可以議政。而呼籲請乞。則其所也。使其呼籲請乞。出之常時。為之上者。置而不察。蓋什八九也。乃今適當其上之有所求於其下也。故得以相市。而所呼籲請乞者。最有力也。觀之古籍。彼田農邑工之代表。固時有呼籲請乞之事。且為之甚力。其聲甚哀。是以國會既開。而王與有衆。為日中之交易。王得財賦也。而民得其所欲有之權利。為例故。無變更。此議院始變之形式也。

嚴復曰。此亦與吾今之報効者何以異乎。然報効者。志不過於得官。而朝廷則以官畀之。此上下交相失之道也。蓋出財者。不必於官宜。則國失矣。或守虛榮。終其一身而止。則民失也。惟彼族不然。其所求者。大抵皆一地一業之利便。而可以世守者。故民權之成。亦以漸耳。上有所諾於民而不可食。有所約於民而不可負。食且負。民得據所守而責之。此民權之所以成也。

學者將曰。議院新舊形式。固如此矣。然而是種種者。何關於國家之議制權乎。應之曰。此正議制之權所由有也。請繼是而言

之。

王言稱制　國會合。則民有所吁籲陳請。與夫吏民之上書。此中古所流傳。至今故府。尚多有之。使考者任取一時而數其事。則大抵分兩大支。其一所言。則涉小己身家之私。如某人老病。某於國有勞。宜邀祿䘏。某家有冤。乞為申理。某吏為暴。宜與罷斥。凡此王可否之。皆無涉著令之事。其所涉者。僅國君行政之權已耳。乃若其他一支。則不然。民之所言者。或稱舊章之遺忘。或言某見法之未善。乞王修改。以幸百姓。使如此而王俞之。則無異更立法度。著之令甲者矣。古之人君。固法度之主權也。且以所主者為軍國之社會也。凡所以守國安人者。彼固皆可以出令。如某事宜興。為禦寇仇。某政當立。為詰奸宄。某關當開。某口當閉。三品貨金不可出國。四封戍卒踐更以時。乃至並章品以敘其臣鄰。頒法式以明其刑罰。凡此皆王者之名器典司所獨專之威柄。從其一義言之。即謂國之法典可也。

制從民立　然所謂真實之法典。則必一王之制作。與國之籲請者合。而後所立之法。與民生日用。有息息之相關。而前者散漫無統之習俗。今乃有本末範圍。而垂為一朝之成憲。此真實法典之精神也。故法典者。國家所範鑄之民俗也。古及今。作者之聖。述者之明。常循此道。其本一人之意。以作則示民者。其事甚實。必喜自用。則其事多敗。而法或不行。故慎之也。大抵能者之為治也。知其國之敝俗與其民之疾苦矣。固知其不可不早圖。然未嘗敢圖恭耕也。必深稽於社會之中。察其中才德明達之民。所以自救者。其事何若。爾乃采其成法。著為律令。責下中之衆。使率由之。夫非主治者不能自為法也。亦非法莫良於所已見者也。然大利之法。視民程度何如。過高者之不操與不及者之病民等耳。乃今彼所著為律令者。即取諸社會之良。則知其時之已至矣。使中下者之勉趨。所謂從其後者而鞭之耳。且法莫病於民之不已附也。而彼所行者。又無慮此。何則。社會之中。已先有其同者故也。使議其後者曰。是不可行。則固明明有其行者。而議者之窮塞矣。今日政界有問題曰。法令干涉。當以何者為之界限。使學者於前說而思之。則所以解題者。當不遠也。嗟乎。為一國之政府。徒以己意議制。而不察社會之程度何如。是無異言彼知社會。勝於社會之自知也。則吾未如之何也已。

從衆之制　用代表之治制。而操國家議制之權。則必先有一法焉。而後有以行其制也。則從衆是已。夫從衆。今日有議院之國所同用也。雖然。今同而云古即如是。則不可。古之民不識從衆之義也。有一議十人之中。為七人之所合。古亦不以是為可用

也。此自吾黨觀之。若甚怪者。然事在歷史。固無可疑。議院之從衆。僅始於近古。前夫此者。未嘗以衆同為決議之制也。

蹊徑之分　所尤足異者。古之人無從衆之說矣。然未嘗無門户黨人也。黨人者何。一衆之人。利益相合。而共為所當者也。間者將曰。既有黨人。其爭於外者無論已。假有同氣之爭。非有三占從二之術。其何以定之乎。曰出占探鬮。均非所用。一議未決。考於舊章。舊章不足。乃為調停。調停不能。惟有戰耳。勝者得之。負者噤若。故古衆人之於議也。設非盡同。必出於戰。此亦社會不進化之一大因也。

嚴復曰。宜乎古之無從衆也。蓋從衆之制行。必社會之平等。各守其畛畔。一民各具一民之資格價值而後可。古宗法之社會。不平等之社會也。不平等。故其決異議也。在朝則尚爵。在鄉則尚齒。或親親。或長長。皆其所以折中取決之具也。使是數者而無一存。固將反於最初之道。最初之道何。強權是已。故決鬭也。且何必古。即今中國。亦無用從衆之法以決事者。何則。社會貴者寡而賤者衆。既曰衆則賤者儔也。烏足以決事。以是之故。西文福脫之字。於此土無正譯。今姑以古字當之。取三占從二之義也。

選舉議員　以議院最初形式之如彼。故集國會。民有避舉。無爭選者。爭選後世之事也。今之議員。代表也。民使也。古之議員。雖代表。民質也。問世有爭為質者。亦固無有也。是故古之招集議員也。王官往往捉人以當之。見家貲及格者。則捆載羈之。議院耶。市邑之中。工商眉目。則自為值歲周流之規。以杜當舉而避者。此其俗見於斯巴尼亞。至輓近始廢也。先進之國。民智早開。知國會議員。為保持權利之要津。於是向之逃避選舉者。乃今歆羨祈請之矣。此選舉競爭之所以見也。代表治制之行於歐洲也。固當以吾英為巨擘。而至十五世紀之末年。當是時有議院者。蓋二百餘年矣。而民始知議員之可貴。而有爭而欲得之者。往者身為民質之想。至是而始亡。而民使之義。與代興焉。此其義蓋本於教會所用之羅馬律。知議員之為民使。而後代表治制乃撥雲霧而覩青天也。又惟議員之為民使。故國民得推擇而舉之。雖然推擇矣。使同聚者衆情不合於一。則奈何。此其事跡之證。歷史中不多有。然試觀於社會之因果。庶幾可得而解之。

羣國之選舉　向不云乎。凡初民所以決疑定爭者。大抵皆出於鬭。則選舉之爭。亦由是耳。鬭而勝。則勝家族擁其所舉者。以貢之於有司。有司受之。書其名。以傳之於國會。今日報章。每及議院之選舉。所用之成語。皆沿於古初。其爭選也。無殊其戰也。

十四下　二十四

此非僅借喻而已。蓋古之事實。流傳於文字間也。

譁譟之淵藪 戰鬭者。初民之所最樂也。然而事有難者。況董之以王官。可繩以擾害治安之法乎。故其始出於實鬭。浸假乃名爲鬭。而一黨之人勝焉。雖然何黨。曰使他物而平等也。則黨之最衆者。此計數多寡以爲勝負之所由也。而出占之法。亦從之以始。其始之出占。非若今之書名投匭也。各呼其所舉者之名。爲譁譟所衆舉者。其聲洪以聞所寡舉者。其聲微以弱。此其以衆蝕寡之道也。其法之粗如此。使舉者異而衆寡之數略均。又無以辨也。於是乎效戰陳之行列。而料簡其人數。此亦古法也。今日國會選舉。所不敢以此法行者。恐民將由今之文。而反古之質也。故雍容揖讓之術行焉。則出占是賴。

政黨之用 吾黨由是而知從衆之制。所謂以少數服從多數者。其始乃武健忿爭之事。而非出於禮讓。爲國之思。使常決於戰國則戰者才力之高下。將者指揮之巧拙。將皆有勝負之異致。惟用從衆之制。前之事皆可以不計。易而易知。簡而易從。是以其法大行。用以排難解紛。至於今不廢。而推之彌廣。且從衆之制。與平等之義。吾不知孰爲本末也。或曰惟國民之平等。而從多數之權力若此重也。是平等因而從衆果矣。獨是考之歷史。則又若平等之義所由大行。即是國論常以多數決疑之故。然則又平等果而從衆因矣。總之是二物者。其相爲用。切而相爲始終。不得截然斷其先後也。且自從衆之制大行。吾國之政治。尚有一最大之機關。緣之以起。則政黨之分是已。今夫門戶之見。古之人以爲大賊。而孰知其爲吾國政理最精之機。朝野一議之興。皆必有兩派焉。爲之異同而互照。此所以救人道故不及之偏。國家得以察兩用中。而興舉者也。嗟乎。言政黨之利國。可更僕者不一端。已約而舉之。則國中之民。於門戶各有所分屬。以勝負之爲用。於國事皆所關心。一也。政府行事。萬目睽睽。常有其伺察監視之者。不敢放恣。二也。民之於國。其才智各有所施。其喜功自試之心。常有以自達。而民德不至於腐敗。三也。饒是之民。與高才碩學者。常與國同休戚。愛國之意。不勸自深。四也。人人有國家之思想。視國事同於已私。故代表治制既立。不至名存實亡。五也。嗚呼。歐西諸國非號文明者耶。然使歐無政黨者。斯焉取斯。

然則總而論之。歐之諸國。其議制之樞有三物焉。是三物者之於議制也。其猶心肺腦海之於人身歟。

一曰代表。

二曰從衆。

三曰分黨。

是三者之為用。大小不殊。施之中央政府可也。施之於自治之地方亦可也。乃至公司私會之間。蔑不可者。以其物之無適不宜如此。而人心遂若忘其為議制之機關。而以為道國之止境。則亦過矣。夫器。固所以善事者也。欲善事必先利器。固然。然使物材脆薄。雖有利器。事之善者幾何。則不可不於民德之中求其本也。不佞此篇。詳言國家議制之所自草昧而底於今形。使吾言而有當乎。亦以使學者知社會天演之所範成。不至以今世之思情。以尚論太始之制度云爾。

國家之行政權分第十三

曰刑法。曰禮制。曰行政。三者國家之所以為國家。而經綸社會之大柄也。夫刑法議制。吾於前二篇既及之矣。乃今與學者言此最難言者。蓋刑法所以司一國之平。議制所以立一國之幹。此吾歐上國。大抵已成全勝之規。文明之民。極言論自繇。莫之訾議者。而非以論於行政之一權也。是故往者民權之說。大昌於吾洲。有謂宜私立民理。或云民憲議憲。其說亦風行一時。而至今闃如。莫有操之為摯論者。獨至行政之事。民生日用。若宗教。若工聯。若商會。若教育。若衛生。謂宜聽民自謀。而毋庸食肉之夫。為大匠斲者。一國之民。什五六也。以其議之未定如此。故不佞茲篇所及。但取國家所實行者。所實有其權者。為之詳其本末。若夫未定之說。所不遑也。蓋不佞是編。例法固皆表已然之事實。而為之推論考證其所由然。於以見天演流行之大例。至於當然之義。所懸諸政家學士理想感情之間者。雖有至美。非所及已。

國家最初形式　由圖騰而宗法。由宗法而國家。國家又曰軍國社會。故國家所重在軍政。而其所部勒經綸者。無虞皆司馬法也。國家之制。始於有王。王之立國也。以力征而并兼。或轉戰而啟闢。其從王為禦侮為奔走者。盡武人也。以之設官分職。而王自統馭之。猶三軍之司命也。於以守所征略之土地。於以治所隸屬之人民。其治之人民。皆受治。無主治者。被中國之官吏雖進於民然其治民也以其已富非以民而即可以主治也。逮國立數百千年矣。主客之勢漸忘。而又有無數因緣為之用事。而後治於人與治人者合。而代表之治制興焉。此非一朝一夕之故也。夫民於國。必有治權之可分。而後可稱為其國之分子。假於出治之時。有奉令而無可否。雖至宰輔。仍為奴隸。如是而曰國吾國也。徒強顏耳。

國於天地。必求自存。此其事與一生物等耳。求自存。則有二事焉。不可以不努力。一曰禦外侮。一曰奠內治。禦外侮以兵。奠內治以刑。故行政之權。其始皆孳於是二者。自然之勢也。乃至民生安業之事。大抵任民自為。而不過問。或有取而干涉之者。亦以關於前二者之行政權。乃間而及之耳。

嚴復曰。讀此則知東西立國之相異。而國民資格。亦由是而大不同也。蓋西國之王者。其事專於作君而已。而中國帝王。作君而外。兼以作師。且其社會。固宗法之社會也。故曰元后作民父母。夫彼專為君。故所重在兵刑。而禮樂宗教營造樹畜工商。乃至教育文字之事。皆可放任其民。使自為之。中國帝王。下至守宰。皆以其身兼天地君親師之眾責。兵刑二者。

不足以盡之也。於是乎有教民之政。而司徒之五品設矣。有鬼神郊禘之事。而秩宗之五祀脩矣。有司空之營作。則道里梁杠。皆其事也。有虞衡之掌山澤。則草木禽獸。皆所咸若者也。卒之君上之責任無窮。而民之能事無由以發達。使后而仁。其視民也。猶兒子耳。使后而暴。其遇民也。猶奴虜矣。為兒子奴虜異。而其於國也。無尺寸之治柄。無絲毫應有必不可奪之權利。則同由此觀之。是中西政教之各立。蓋自炎黃堯舜以來。其為道莫有同者。舟車大通。種族相見。優勝劣敗之公例。無所逃於天地之間。乃目論膚襲之士。動不揣其本原。而徒欲彷行其末節。曰是西國之所以富強也。庸有當乎。

交通之政　兵刑而外。尚有所以輔兵刑者。與兵刑之所恃而後威者。又不可以不講也。故國中道路之交通。古王國所絕重者也。今國中幹塗。猶稱王路。即此意也。自今人觀之。若專為商旅轉運之便而設者。而孰意不然。王道之平蕩。所以利師徒之遄行。而後為此耳。蓋當王國始建。不徒外國之通商互市。為無有也。乃至國中諸部之運售。亦未起。則謂民業蕃孳之加。以脩造道塗。如今日者。乃大謬耳。以通塗之實利。行師故王國之政。謹之若此。乃至橋梁。亦所重者。水之橋梁。猶陸之道路耳。吾築古諸部之道里橋梁。其脩治皆其地自出費。此地方自治之制。於古已興之一證也。大陸諸國不然。國中幹路。必王之政府自為之。未嘗以此權假之民庶也。案道里橋梁之政。見諸三代者無論已。三代之後。若秦漢唐元。皆著意。兵事而後為此。

郵傳之政　國家所以重驛置者。亦此理也。至於後世。其原因乃不同耳。古之驛遞。案波斯驛制。於古最著。為希臘所倣行。所傳者。皆王國之事也。乃至於今。有鐵軌汽車之郵。然其物主以民。而不主以國家者。於歐獨吾英耳。自注。英為島國。重海權故。至於大陸。究其政者國家也。此其為軍政而重之無疑義。繼之則有電郵之說。所謂海綫旱綫者。無慮皆主於國家。猶此志也。民鐵軌電報。國與公司。孰主而利。此計學家所至今聚訟者。而郵政電報。所以宜主以國之故。以其事之宜一而不宜分。又有賦稅出於其中。故以國便。不僅其物之關於軍政也。

警察之政　以奠內治。則於是乎有警察之令。是亦著自古昔者。夫警察自其一義而言。乃所以輔理官屬於刑法權者也。然刑法所以懲已然。而警察所以禁未然。此其特義。所與尋常法權異者。英威廉第一。踰海開基。而著火令。自注云。塾間史書謂威廉為此。為民防火患。此最可笑矣。若督守望。作見知連坐之律。察嫌市容納外人。逆旅之令。煩若蝟毛。皆警察之政也。大陸諸國。其防奸禁宄。政尤暴橫。往往民不堪命。獨近者吾英差愈。則地方自治之制完密故也。國家以責成於地方。而董其報最云爾。按警察非西政也。三代總於司敗。秦漢則有督奸職曹諸稱。唐宋以來。代存其制。而保甲則末流之光騎者屬。今之人皆以為不足用。而必用警察之新制。不知保甲之不足用者。坐不出費耳。使移所以為警察之費。以為其保甲。吾未見保甲之不足以止奸也。

營權之政　然而政非無財者之所能立也。故古之國家。於禦侮治民而外。其所亟者。莫若歲入之經費。彼欲歲入之日增也。則亦有相民生計之事。且為之謹權量。審法度。平物價。第程品矣。而其所尤重者。莫若制圜法焉。夫使國之賦民。任土而作貢。則必有權度以為使民之耳目。有并一也。其始豈無地自為制。持東邑之尺斛。而不可行之於西。有王官以其物為不便而起奸。則以王之令定其一。而悉禁其餘。有不從者。以違制論。若夫泉府鑄官之設。所謂易中制幣者。尤不可以不一也。故其始各國之民。皆得自鑄錢。久之而其政獨主之於國家。顧其權亦非不爭而遂得也。今世計學大明。故謂圜法宜一於國家。一洲之民。無異說者。特其事非自古已然耳。被此條所論。多議制之事。主於行政。亦古然耳。

奴耕變制　今夫處威權勢力之地。事常欲自我而為政。而不樂聽命於他人者。此一官一府與一人一厶之同情也。官府雖御亦人而已。而國家則官府之大者也。其不讓之私尤深。其爭勝之力尤大。此所以一國之事。有其義本無屬於國家。而國家常越俎偪下。而事之者無他爭權力耳。前言社會產業法制。於國家所以解散鄉社之局。既詳論矣。然所言者。止於主業者之流變已耳。若夫僮奴世僕之制。所以漸變為傭僱者。未明言也。考十四世紀閒。歐洲有最重之天災。諸國同被。無或免也。則今所稱黑死之癘疫是已。獨以英國言之。所亡戶口。在什五三一之閒。而其禍中於勞力小民尤酷。天行已過。國中力作之民大耗。所孑遺者。皆舍田功而趨邑業。由是田疇大率荒蕪。而田主大困。不得乃呼將伯於官。求其振己於困阨。當是時。國家方欲攬其權事。則為著庸之令。田作日幾錢特。每七日受庸錢幾何。大抵令無大過其舊所酬者。乃自此以來。國中工庸高下。操作為時短長。其所以整齊調御之者。政大較歸國家。則前者天災之所相也。此其近果。則往者奴耕之俗。坐此而除。而徒作之程為官之所制。雖然。非驟變也。蓋議法之官。即袒持之舊田主。故僮奴之制。亦遲之又久而後袪。且國之律令。萬不能取已困之小民而穿之也。此其事視生計問題。以為轉者。特法典言之。彼勤勞稼穡之小民。於社會地位。異其初耳。

嚴復曰。國之有癘疫。非儻來忽至者也。亦非民之稔惡無良。而冥冥之中。行其罰也。又非劫運之說。時至必然。不可免也。蓋必有其致疫之由。雖曰天行。皆人事耳。夫國之有大疫者。其社會必貧而不潔。此歷驗無一爽者也。蓋貧則食非食。非不足以養精。質則衣非衣。衣不足以禦寒。積之既久。而其人之在社會也。猶木之有黃葉焉。西風一號。皆墮地矣。且衛生之事。莫重於潔清。甚貧之社會。未有能潔清者也。容膝之室。夫妻子女聚居其中。所噓噏者。皆敗血之殘氣。處城闉湫隘

之地。為微生疫種之所蘊生。而其人又至愚。與言衞生。彼不知何語。其國之舊教。又有以使之信鬼神儺禳之謬説。甘窮約溷濁。而不恥惡食惡衣。夫如是之民。其初之所以不至大疫者。徒以地廣人稀已耳。使一日庸增殺驟。將勤嫁娶。而生忽養。而不潔愈至。則大疫不起者。未之有也。此在歐洲。其事見於羽季。而今日淡遠。將見於黃人社會者也

工商之政　頃而國家之所以待邑業者。其政策與所以待野業者正同。疫癘盛行。其禍於邑社者。固不異於鄉農。然其被害所不在於鄉農之列者。以其時新地摩通之故。以新地之摩通。商業驟盛。其事非舊有之行社。所能辦治者也。商務雲興。制度窮制。而惡其因拘。乃別立章程。而所謂康孖宜公司者立。公司權利。同於行社。特較發舒自繇而已。老奇而持行社衛制用羅馬公教章規。以此大為新教諸邦之所病。然之國家有解散舊行之政。更立要約。以治工諸業。於是諸工且設有司。為之程督（按此政見有明嘉隆間。）吾輩由此可知。野邑之事。雖誠不同。而國家所以待之者。則一而已。莫非總攬事權。欲政府與工商之家。為徑接之交涉。不顧有居間之首領。為之隔閡而分其權也。是時最大之舉。莫若解散印度公司。蓋彼雖名為公司。實則龐然一壟斷之商行而已。（按其事正如嘉道間吾粵之十三行也。）其後吾英有工聯之合。其制亦政府所深忌者。顧此志也。獨至斯密亞丹原富書出。風行全洲。其中於國家官府干涉工商民生之事。反覆詰誠。此風乃以衰戢。不獨行政之權所及於商務工業者。吾見其進。未見其退也。何則。彼不自知其事之為病國也。是後各國政府稍稍悟其非。則反其前事。於工商之事。常為中立局外之權。不復若前之干涉。不幸所為前事。已成自作之孽。而不可反。蓋彼取前古工業行社相生養之制。而破壞之。夫既造此大因。則其後果有必任受而不得辭者矣。

振貧之策　自行社制亡。而鰥寡孤獨者。不得其養。此國家振貧之政之所由興也。夫民而貧。自其近因言之。誠不必政府之所使。然往日所未至於瀕斃者。徒以有鄉社耳。有業行耳。有擯特耳。有寺田耳。乃自政教之變。國家既取是數者而破壞之矣。則前待養者。于今皆為彼之所養。勢也。且以其數之無窮。而時之無盡也。彼承此責。固未嘗不慮其難為。故國之有貧算者。政府不自為之也。必其畀權於地方之自治者。而已但為之總覈鉤稽焉。且此又其至不得已者也。蓋振貧之政。弊所易叢。求其無弊。非洞識其情偽陰微不可。是非地方之權。莫能濟也。雖然。其弊尚未可以終袪。觀一千八百三十二年。英議院變政時所呈報。其五十年中之情狀。與一千八百三十四年所詳考者。乃知貧算之政。欲善其後之難為功也。是以英之藩國。以所為益

戒振貧之令莫有更施意若謂民汝曹好自為之雖凍餒國於汝讐無必救之責任也然而國則免於振貧之職矣而社會困窮之衆乃日倡社會主義所謂均富之說於其間可知其害固未嘗泯也

衛生之政　前論奴耕變制之由見國家行政之權每因天災流行以之日長此歐洲諸國所同著於歷史者也蓋當流離顛沛之秋而求助於域中最大之權力民之常情也至於假以事權久之生害則非其時之所計及者矣故使政府之能力愈闊民之求援而附益之以權亦日益衆是其最顯若十四世紀之黑瘟若十九世紀之霍亂皆其證矣其他若飢饉若畜疫若大火若風水之災若私家民業之不幸皆以其民之呼籲而政府於此得為永遠之机關以治此一宗之民事有如衛生檢疫之政前者政府無此權也即以本期大疫而其政以興至今日成最繁之例故也

嚴復曰於右所言又以見中西言治根本之大不同也西人之言政也以其柄為本屬諸民而政府所得而操之者民予之也且必因緣事會而後成之察其言外之意若惟恐其權之太盛將終不利於民也者此西說也中國之言政也寸權尺柄皆屬官家其行政也乃其行所固有者假令取下民之日用一切而整齊之雖至纖息終無有人以國家為不當問也實且以為能任其天職其論現行政柄也方且於之而見少又曷嘗於之而見多論者若曰凡使吾之至於此極者皆上刎事事致之耳此中說也以此二者之懸殊故學者據中說之成見以觀西書輒莫明其意之所在又每見中朝大官與西人辨每自謂中理不刋之說乃為闇者所捧腹軒渠斥其愚謬不佞嚮謂中西義理大殊深誠學者不可援一貫之義自欺者職是之故夫彼是固各一是非然必陳鐘鼓以享爰居則固臧孫之不聖耳悲夫

行政權之新形式　然而自代表治制之成於今形也國家行政之權亦大異古古所謂國家者王者而外左右羣臣與拂特之諸侯也凡此為治人之少數與治於人之多數不相謀者也假令當此之時而行政之柄日張是使多數者之身家日用常聽命於少數者之所欲為姑無論其行權之非理而無道也就令仁心為質而其意純出於利民而此閭閻疾苦物力艱難亦斷非是少數之人所能周悉獨今世之國家乃大異此今世之國家其中有一大分焉固齊民也又以舉選之制日精而報章之為用日廣也故雖鄙遠之區其民隱常得以上達向者官吏之恣睢朝臣之愚闇因其所為而禍民庶者至是得少紓矣蓋惟編戶齊民之權力得以影響於國家而後政柄雖張常為其民所無畏者民之意若謂今社會所謂國家者非王者之國家

國民之國家也。國家之行政。國民自為政也。國民自為政。雖柄張何害焉。雖然。此其說是矣。而未嘗無其蔽。又不可以不分別也。夫論國家之行政權。而欲定其必不可踰之界域。此書生之見。不佞不爾為也。顧於行政之權日張。而為指其末流之所極。使國民於政府有所祈請者。得先利圖之。則談治道。正為此耳。

前說之蔽　則自其最易見者而言之。夫今日世界。庶幾文明矣。然而曰國家者國民之國家。其行政無異國民自為政者。雖在先進之國。無此事也。即有平等之舉權。普及之舉權。然其舉權終不及於女子。即若紐齊蘭一島。其舉權及女子矣。然亦不能徧也。其國中尚有無數民焉。於政府行政。無絲毫間接之權力者。或曰彼之資格。可以用舉權者。固莫不得舉權。雖然。誰定資格者。而資格果何等物也。此名學所謂自丐其詞者也。且即使有國焉。其舉權號為普及。然亦國家行政之柄。每一增加。斯民自繇之福。遭一減損。此不可滅之事實也。乃至國若英倫。若義大利。其舉權所畀。尤有限制。則俗說之違實愈益明已。且進而論之。假令國家之與國民。果可合以為一。然而云國家行政之柄。無惡於日張。而干涉之深。為閭閻之福者。其說未嘗非大謬也。蓋行政之權。與議制之權異。而與往所謂法從民主之議制。尤大異也。議制者。相時之宜。為國民立之大方云爾。至施之有事。則任熙熙者各奮其才力以自求多福。而行政之權不如是也。其於民也。為之法度矣。且督而率之。使必由而無容其或畔援。是故同此民也。議制之政府。視之為成人。行政之有司。遇之若稚子。今夫善為國者。未有不期民自立者也。行政之權日張。民自立之風必日遜。此其國之所以弱耳。按。三復前論。知吾中國之為治。雖際其極盛。而自西儒觀之。其去道也滋益遠。中國之為民上。極為之父母至矣。此無論其言之不克副也。就令能之。民之能自求立者幾何。穆勒約翰權界論。亦於吾治發深慨也。何害乎。縻其自立之風耶。國家行政權之太用也。凡民之所為。皆有其督率者焉。皆有其指導者焉。而小已之裁斷審量。舉無所用者也。為之既久。其俗風則固整齊矣。顧民即以其奉令承教。寡幸無罪也。於德無所用其天良。於才無以表其能事。一旦督率指導者去。於德則行其欺。於才則見其無賴。此不任事而荏柔之民也。與強種遇。敗矣。吾嘗試觀大陸諸邦。其中行政權最伸之國。其民品質何如。可以悟矣。又更觀於新立之社會。如澳洲左右之諸英屬。以其政之寬紓。其現象又何如。按。十八世紀間。戈悉戛島伯理量名保利者。一世之英主也。其所為大類美之華盛頓。顧華之聲望。功烈偉然。軼湯武。儕堯舜。著於五洲。而保利寂寂無須聲。作者二君之作用。有大不同者。不以幅員大小相絕也。蓋華治其民。宗旨在求其眾之自立。而保利不然。其擾民也。如慈父之於愛子。故身死。而其國亦衰。

終之彼主於擴充行政之權者。意皆謂事之官辦者。常較民辦者。得力而可恃也。此其說容有信時。設持之而過。則大違於事情矣。夫曰官辦勝民辦者。蓋私家之人。身為平民。常怯於樹怨。往往覩嫌疑之事。常容忍而不宣。此治國有司無慮也。且以常法言之。國之官司。固才力聰明之所聚者。而又有其專門之閱歷。此於位尊祿優者尤可見也。以位尊祿優之故。其於事也。雖未有近利美名之可希。而其人亦可以自效。雖然。此特見之於其上流而已。乃至卑官微秩之徒。則此情大減。且使國家所治之方域廣遠。則任事者尤難言也。且國家得人死力。所以常遜於私家者。私家能為之厚酬重賞。而國有時或不能。即其去情寂為弱。亦不若私家之信而決。何則。勢不便也。文法之煩。有所必用。鑒察愈之不詳。而掩覆小過。請屬干謁。外至之壓力至多。凡此皆官辦之所有。而民辦之所無者。每見身處津要。手握政柄之家。其馭僚屬也。雖有趨過。猶曲宥之。設在民業。使所犯僅半於前。必無幸矣。且國家之於僕隸也。勢不能使所據之常可恃。此其因緣至眾。雖欲為之而不能。而人乃以此視其位如逆旅矣。是以篤信悃愊之士。寧肄力於私門。而不願策名於王國。總以上諸因。遂使在官之胥吏下僚。什八九皆怠窳空疏愚陋貪鄙。而於事甚無賴也。有二難於此。使欲以官辦代民辦者。必與居一焉。蓋國家必欲張其行政之權乎。此非教育普存。民德精進。使吾國有無窮之男子。才優操潔。雖所以祿之者薄。皆可以治事而有餘者。未可議也。然教育普存。民德精進。國之男女皆才優操潔矣。則國家又何必取其行政之權而張之。

故曰行政權之界域。不可以意為之定也。雖然。明者即社會之事實而深觀之。將見官欲取民事而代之謀也。必出於至不得已而後可。必其所求之物至重。而所以求之遵何術可勿論焉。抑或必務求其事之整齊。而不欲民之各抒己意。標相勝之新奇。總之必灼然見官辦之利。有大勝於民辦者。斯行政之權擴充可耳。不然。將無往而非代大匠斲。且就令其善。亦於國為無補也。

國制不同分第十四

古分類法　吾歐言治術者，以希臘諸哲為最先。而希臘諸哲言治之書，其最為後人所崇拜者，又莫若亞里斯多德之治術論。其論分世界國制，統為三科。曰專制，蒙納阿基。（蒙納之為言獨也，阿基之為言治也。）曰賢政，亞里斯托括拉等。（亞里斯托，此言最賢；括拉等，此言政。蓋兼貴貴尊賢二義。）曰民主，德謨括拉等。（德謨猶言齊民。）民主又曰波里狄思。（譯曰國眾，即此為本科學術之名。）此其大經也。五十年前，歐洲言治術者，皆以亞氏之論為先河。以言國制，亦必以所立之三科為要素。聞一國一社會之制，必曰其為一君所獨治者乎，抑通國之民所共治也。一若是三而外，無餘形者。往者此科之學，為進之徼，大都坐此。論者謂近世亞氏三科之說漸廢，即此為政學猛進之實徵，殆非浪語。誠以亞氏所分，僅合當時之論。至於今日，是三科者，既不足以盡國家之形式，又其所區分者，於治道實無關弘旨故也。且前輩於三科之優劣，嘗致詰詰之爭，此更為有識者所竊笑。蓋治制本無優劣，視與其民程度相得何如。民如軀幹，制如衣服，以童子而披賁育之衣，決其不行而蹶耳，何可用乎。故不察國民優劣，而徒於治制爭之，祗成戲論。此歷史學者所共明也。

國所同有　自事實而觀之，則世界中國家社會，皆一形式之變者也。其所以為一形式之變者，以其同有一物。故其同有之一物何耶？曰無上主權是已。唆威棱帝是其為物。至尊而無所屈，無對而不諍。凡社會一切所為，皆可以統馭。顧此權之誰屬，則國以不同。不佞是篇，乃為微辨者也。且其權無所屈而不諍矣，此自國之法典言之，則如此耳。而自道德義理言，則亦有限制範圍，為彼所默仞者。設取而破決之，則其國亂而政柄移。此歷史所以有革命之變。理佛留顧理物留顧者，言轉輪也。夫自人道之多缺，而民德之難純也，而國家主權設為無限不諍。若此，此不得言其無弊也。然以立國爭自存，則又有無窮之大利。此所以今世國家，其形式雖異，而其有此權則同。或曰美洲之合眾國，其治內也，不設此權，則其獨異者矣。

經制之殊　無上主權，所同有者也。所以制置此無上主權，國而異焉者也。有為一人之所執持者，俄羅斯、支那是已。雖其見於行事也不必信然，且常有旁落倒持之事。顧以其法言，則札爾皇帝之權，皆至尊無對者也。特此制於文明國不常有，而歐洲通制恒分置其權於數家。曰王室，曰世家，曰齊民之代表。如大不列顛、日本之制是已。夫使用後制，則分執主權之數家，對待之義，蝟毛而起。非至纖至悉之憲法，不能定也。故其政府曰立憲政府。設用前制，以大柄之操於一人，故其政府曰獨斷政

爾此二名也以人心之有所愛憎故所以言之義解不一於獨斷政府則自用任情之意緣之以生於立憲政府則率禮遵度之情附之而見雖然此亦言其大較爾世固有國權分屬而任情自用不減於獨夫亦有專制之君其率禮遵度遠逾於立憲是固當察諸其實而不可徒殉其名以為論也且立憲之國權分屬矣而分屬之輕重多寡又國相懸殊者也即一國之中又隨世升降者也其選舉之法度亦未可以一概也國家主權有三重焉曰法權曰憲權曰政權顧有時憲政二者分屬而不相謀此如德奧二邦是也而英倫則二者合并而不分矣有時法權獨尊非議制之憲權所得統而吾英又以議院為最尊之法曹是法統於憲矣更有進者言一國之元首君主之國則有帝王民主之國則有伯理璽帝王為傳統伯理璽為選君顧其權力不必以傳統而遂尊亦不必以選立而遂儉也日耳曼皇帝其權甚大固傳統也米利堅伯理璽其權亦甚大非傳統也荷蘭王位傳統矣而其權甚微法蘭西之伯理璽選立也而其權亦微其經制之相詭如是學者烏得以君民二主之號遂區以別之乎

行權各異　且無上主權所同有矣而所以行用此權者又國為異制此又文明法典重要之區分也蓋此權之於國也有永建暫立之殊永建者其當國之人常具無上主權為隨時之用暫立者不然必有特設之部署而後其權集而用之吾英之無上主權永建者也鼎足而立其議制之權力無窮當十八世紀之末年大陸各國主權大抵同於吾英皆永建者顧百載以還民情懲於既往不欲畀平時當國者以無限主權於是乎其權有暫立而無永建此如斯巴尼亞比利時荷蘭及德之合邦其中尋常當國之人皆著之權限而勿許越權限則其國之憲典也使限內之權不足以達事當國者必求之於暫設之主權如大會國民使之出占決議是已

以行權有暫立永建之異而法典中之甚重區別從之以興則其為律令也有原本律有尋常律原本律非平時當國者所能議立改訂也其所議立改訂者皆尋常之律令而已原本律者期與國長久不刊之憲法也尋常律者議事以制隨時之憲法也法典舊議有載府不載府之辨不刊隨時義正如此載府之憲法大抵皆不刊者方其議立固以此為不可變者而不載府之憲法年月萌生積久而著則尋常憲權所得修改增削者矣自注云獨義大利其憲法皆載府矣而為尋常憲權所可更易奥法二國憲法之制介於彼是之閒然其憲法載府者特一切

耳分

不。彼往常謂經國無法。其治制之形式。視所遭之時世。與國民之資格為何如。觀於前事。有以見吾言之非妄發。吾英用不載府之憲法。永建之憲權。然數百千載以來。日益盛富。假有人焉。倡暫立之權。載府之法於其間。此其為書生迂謬之論。不待言矣。而使處時事。正如大陸各國之所遭逢。則雖欲不為暫立之權。載府之憲。有必不可者。何則。其國權新集。而人心未定故也。所足異者。載府之憲法。往者吾英實創之。於察理失位英民革命之時。自其子復辟。以還。廢而不用。然而其法北美襲而用之於自立建國之初。由北美而傳之於法蘭西。而布之大陸諸國。終之乃用於歐洲之諸屬焉。按。法權分永建暫立。憲法分載府與不載府。此必民權甚張之國。而後有之。且其制必用之於革命之後。觀所述之流轉。可以知大概矣。

地方自治之制

觀近世之國家。莫不有地方自治。與中央政府相輔而為治。此其制之所由成。必攷諸各國之歷史而後得其實。顧其制之利害。則即今現象有可言者。不必往古也。大抵內重之國。其中央政府之權最尊。而內重之形勢。多成於一二强國。以力征經營。蠶食并立之諸小部。而合於一統者。按。中國古秦。而今日之俄羅斯。皆正如此者。如今世之法蘭西。其幅員國勢。非自古而然者也。以巴黎為之樞轂。其中王者。積累世千有餘載之勤勞。漸收四鄰。合於一國。如古之白斡岱。鄉扈布。魯嗟阿。基典。葛辜尼。吐魯思。不列顛尼等。其始皆建國也。而今為法之部省矣。是故中央政權。法最完備。可以為法式模楷。其統馭之柄。實有以舉國中之事而盡之。雖至纖悉。皆若綱在網。有條不紊。故以大較言。雖謂法無地方自治之制。蔑不可也。義大利之治制。什八九以法為師。亦緣古薩地尼亞王族。剋伐四鄰。成於一國。特其治不若法之烈。故義之治制。大類法蘭西。而地方自治之權亦不著。若夫地方自治權重之國。其形勢成於外族。一旦以兵力之勝而奄有之。或先進之國。倡合邦之制於群部之中。若往者之普魯士。如是則地方自治之權力最重。而實益事勢所趨。非人力也。真地方自治者。其主治之人。必地方人民之所選舉推立。中央政府從而授之。一也。於地方之制置。得以便宜為取舍。不必皆受命於中央之政府。二也。中央與自治者之相臨馭也。有前定之要約權限。權限而外。地方可自適其事。三也。有是三者。其自治之權始實。否特名耳。夫地方自治之制。行於英者最古。亦最善。吾英之治。實以此為之首基。其始之所由成。以種族之相異。特至於今。其異泯耳。

其制之利

若夫其制之利。則講治術者言之詳矣。顧其大旨。可略而言也。設為砥礪競爭之局。使國民人人有國家之思想。中央政府。其勢常與民隔。以自治政府為民之所自立。故常與之共休戚。通癢痛。其便一也。為國中人才之試驗場。他日策名

王國無美錦學製之慮其便二也土地有異宜民材有異用中央政府常期於同而得地方自治而後其地其民所獨擅者見其便三也中央政府得分治者之為用可專意會神於紀綱之大者而國事不至於叢脞其便四也按若對於吾治而言則人視其地皆祖宗墳墓之鄉子孫蕃殖之所故百利必為之舉有害必為之除不若銓流之官視所居得舍其便五也為其民之所舉耳目必周無措直舉枉之可慮其便六也如其利於社會者如此然亦有其不便者焉以所治在一隅而選才專於其地故常有狹小孤陋偏執自私之獘一也局小祿微為能者所不屑故其事常患於無才二也雖然使中央政府知其所短而為之斟酌調劑於其間吾未見其獘之不可以終袪也

嚴復曰地方自治之制為中國從古之所無三代封建拂特之制耳非自治也秦漢以還郡縣之制日密雖微末如漢尉灊泊如學官皆總之於吏部其用人也以年格而非以才其行政也守成例而非應變此吾國之治所以久輒腐敗乃至新朝更始亦未見其內治之盛也總之中西政想有絕不同者夫謂治人之人即治於人者之所推舉此即求之於古聖之胸中前賢之腦海吾敢決其無此議也往者羅馬之盛官吏出於推擇者大半至於叔季君士丹丁之後必命於朝其時之說謂得官必富貴有勢力者之所賜而後為榮寵若夫小民之所推擇此為傭丐領袖可耳何足邵乎使今以此語之吾國之人吾知其必有合也孜為上而為其下所推立者於中國歷史惟唐代之藩鎮顧彼所推立者為武人非文吏也故其事為亂制往顧亭林嘗有以郡縣封建之議其說甚健然以較歐洲地方自治之制則去之猶甚遠也

合眾國家近世言治術者於中央政權地方自治二者之分尤謹此其義非專論不能明也蓋十八期世界幅員之治制所尤照灼在人耳目者莫若合眾之國家合眾猶合從也合從之制濫觴於中歐之瑞士用於小國民社之閒乃今大陸諸國放而倚之遂為輓近之勝制此瑞士國民歷史之至榮也一千七百七十七年華盛頓既自立而米利堅合眾制成至一千八百七十年普既勝法於是有德意志之聯邦此畢士馬克所稱為鐵血範成之帝國也同時有吾屬之坎納達於一千八百六十七年踵米利堅成法而合諸部最後乃用之於英屬之澳洲此尤吾人今日所注目而禱其有成者矣

新制緣起　古之為合從也以盟誓今之為聯邦也以約書今之約書猶古盟誓也夫古亦未嘗無約書特其為力微不足以摯合各奮強權之列國乃至今日章條要約有以責邦國之信守或曰此公法學脩之故或曰此宗教迷信之衰而社會文明之進也雖眾之成固高有社會他因為之用事不僅恃約而已德之所以為帝國也非普魯士之兵力無以成之坎納達諸邦

之合。亦非英倫帝國主義之昌。未由致也。故日耳曼之為帝國。尚倚於鐵血之範圍。有所牽率而成之。非合從之至者也。而若瑞士之民社。非美之友邦。澳洲之藩部。則若出於一心。知其公利而為合耳。此其所以不膠而固也。今夫學法典者。莫不知方右之世。契約之力。其所以束民者益微。雖有之而不守。或守之而不堅。乃至今日。國之與國。民之與民。其所以為交者。當本此而起義。雖強權循用。契約有不可恃之時。顧以今方古。其進步可謂超然者矣。吾意繼今以往。契約之用。且以日增。而其範圍社會之力。亦以日重。此學者於久要之信。所以不可不欽欽也。

合衆等差　欲深明合衆之義。當知其事起於爭存。而以力醜德齊之故。不得已而出於並立。是以合衆之團。其始皆散處獨治之群部也。即不然。則同居一大國之下者也。以欲並立。乃為其合。然合矣而非以為一也。是為合者。同有所欲。為同有所祈之境位。同有所欲得之權力。於是著之約書。列為條款。以共守之。然而彼非以是為壹統也。非合同而化也。部之相為異。自若也。此合衆國家之真幸也。是故五洲之合衆衆矣。無兩合衆。其條約盡從同者。有等差名號之異焉。而交之最淺者。莫若國主私合。此如往者韓諾華之與吾英。起一千七百十四年。訖一千八百二十七年。以吾王為韓人之故。外是其為合之致。有可得而等之者。如左方。自其下級至於最高。此可以盡今世之為聯邦合從者矣。

一曰共主之合　假如兩獨立之國民。相約永受一朝廷之莞轄。而地方自治之權如故。如是謂之共主之合。法家沿其古稱。謂之真合。今世真合最著者。莫若北部之瑞典那威。其瑞典王。永永兼領那威。載於各憲冊府。然那威自有議院。與其自治法權。乃至外交。亦自為政。蘇格蘭之於英也。昔以國主常為甥舅弟兄。為國主私合舊矣。洎一千七百七年立一王之約。始為真合。然以議院不分。故其合日固。故論政制者。得以英蘇為一國。而那瑞不然。職是故耳。

次曰聯盟之合　歐洲自羅馬解紐以來。其合邦會同。皆聯盟之合也。至於近世。以其制之不神。文明國民。罕有蹈其事者。今日所存。獨一而已。為合之國。其始皆分立也。以欲合故。乃各取其固有之國權。以授中央之盟長。其事為永建可也。為暫立可也。視合者為約之何如。其所授盟長之國權。大較盡於詰戎議制二者。而刑法行政諸大柄。則仍分治者之所自操。非盟長所得而問者。有時其為合起於公益之一二事。如郵政商稅圜法交犯諸端。所謂盟長者。權盡事中。為合至淺。此如昔日日耳曼之權會。德語曰皂爾和蘭是已。顧為之盟長者。常有特握之兵柄。以征不廷。故其為合。所關於外交為深。至近世聯盟之合。莫

大於日耳曼之北部（起一千八百六十六年訖一千八百七十年）遂以成今日德意志之帝國雖盟長詰戎議制其權至大而刑法行政二權則幾於無有夫帝王所統御其國者大柄盡於四端乃今得其半而亡其半此誠中央政府之權限而制之所以不神亦坐此又以其無行政之權也故制雖立無以責分治者之必遵有時敗約事重則嘗不得已而用兵撻諸侯伐背約者而連雞之群亦散往者羅馬解紐散為列強而所謂神聖帝國者綿綿延延未嘗絕也中經蛻化成最後之德國顧舊有之典章雖非今世所宜尚羼緈之而為其治之累故學者欲明大陸政制源流是非溯之古初殆難晰也

嚴復曰歐史之最為糾紛者莫若日耳曼帝國之始末今之日耳曼帝國者即古神聖羅馬帝國之委形也日耳曼皇帝常稱為羅馬皇帝之代表以舊典言則大陸中部西部皆所統治之區而為之帝國稱神聖者以其權與羅馬宗教合也其民德意志民族而古兼義大利之民自李唐中葉法之大察理第一受釁膏沐於教皇稱西帝後其統傳於噶羅林稱東帝其治所居日耳曼趙宋初有鄂朵者以撒遜名王膺帝號自此羅馬帝統無出德意志諸部者有元之世其統中絕已而奧主赫伯士保起襲名稱傳世至乾隆間佛蘭碩思第二國破於拿破侖而帝號亦歸之攷羅馬帝號所歸制由推戴而推戴由金牛憲典所定之七選侯每一帝崩則是七選侯者為之公舉百年以往見增五侯是為十二而所謂帝國者則區為十園之地益不出德奧二邦之故地已其崖略如此

渝盟解從　往者米利堅南北部之戰其事大顯聯盟合邦之弱點南部之民意謂米利堅合眾其事出人為非天成者故雖渝盟解從於法無不可而北部之民不謂然也此戰之所由起也今澳洲合邦之制相約非公諾不得解從然亦不甚效也

三曰共和之合　案共和之制今世合邦之最為演進者也中央政府其權不止於詰戎議制乃並刑法行政二大權而有之故其合也雖有各具主權之分治而可合以為機體完具之大邦此其已見者若今非美之合眾若坎納達之連藩其將成者若澳洲之公產夫我不列顛帝國制從其地故未建一統之治制有王者與為數大端之變制改良則可以袪其政治之分歧而成大共和之盛制此非意外不可跂之業也夫共和之合邦有其最要之形式往者政家戴視於論憲法書表之最晰蓋共和之制有三大綱如左

一宜立共和之通憲為最尊法典百事首基以袪中央與分治者之爭執

二曰實者國權分操之限域。使中央分治咸曉然於其責任義務之所當為。無越畔侵官之慮。

三曰宜建無上法權。以宣憲法而遵守。其行權也。以中央與分治政府為之機關。而不為二者所節制。

夫共和之制優矣。而遂謂其中無弱點焉。則大不可。蓋其制終主於人為。而非天合。雖有同禍福相扶持之義。然欲所合之衆。發忠愛之悃誠。若天成之國羣民族。大難夫國家之勢。所以成苞桑之鞏。磐石之安者。以民視其國之可愛。由天性之發中。故臨難之時。雖斷脰捐軀。有不顧耳。共和之邦。其得民不能如是之深。可決也。此其為弱點一也。合邦甚大。而制治之機關不繁數。談易於叢弊。此其為弱點二也。地大機繁。其氣脉之流通必緩。緩故有事之秋。其國力難鼓。此其為弱點三也。以第一之弱點。故往者義大利之中興建國也。雖用共和之制。其業可以速成。而一時之紛爭易息。顧彼中豪傑。知其流弊。故寧稽緩以殺之業。而就其難。直為高世之識也。若夫第二之弱點。則可察之於米利堅。而第三之弱點。則瑞士以小國而病之矣。凡此皆前轍之明證也。獨是共和合邦之制。於人羣天演。實能為無窮之體合。雖有至紛之時勢。至異之國民。得此以施。皆可相合。使世界他日不進於大同則亦已耳。果進於是。則共和治制。將大見於後來之歷史。殆無疑也。

嚴復曰。吾譯前語。於吾心怦怦然。何則。竊料二一前途。將必不至於不幸也。即使其民今日困於舊法。拘于積習之中。卒莫由以自拔。近果之成。無可解免。而變動光明。生於憂患。行且有以大見於世史。無疑也。今夫合衆之局何為者。以民族之寡少。必并合而後利自存也。且合矣。乃雖共和之善制。而猶不堅。何故。以其民之本非一種。而習於分立故也。天下惟吾之黃族。其衆既足以自立矣。而其風俗地勢。皆使之易為合而難為分。夫今日謀國者之所患。在寡。在其民之難一。而法之難行。而吾民於此。實病其過耳。焉有以為患者乎。且吾民之智德力。經四千年之治化。雖至今日。其短日彰。不可為諱。顧使深而求之。其中實有可為強族大國之儲能。雖摧斫而不可滅者。夫其衆如此。其地勢如此。其民材又如此。使一旦幡然悟舊法陳義之不足殉。而知成見積習之實為吾害。盡去腐穢。惟強之求。真五洲無此國也。何貧弱奴隸之足憂哉。世有深思之士。其將有感於吾言。

且世所謂虎狼國。行其先王之遺策。有長駕遠馭。并吞六合之心者。非俄羅斯乎。雖然。論者將特震於外而已耳。以言其實。則俄不足畏也。種雜。而所收者多半化之民。其弱點一也。其政之不修。弊之所叢。隨地而有。其弱點二也。財賦空虛。而猶

勤遠略。其勤遠略也。正以泯其內亂。所謂至不得已者也。其弱點三也。以半化之國與文明鄰。民心浮動日益思亂。其弱點四也。其屑立者。以軍制耳。一役敗衂。則革命立至。其弱點五也。所收諸屬。為合不深。根本一搖。全體解散。其弱點六也。俄於戰事最有功者。前敗拿破侖之師而已。此雖天幸。然足以鼓舞其民。自欲以後。捨苦來米亞而外。未聞俄有大役也。故其兵力之堅脆。不可知之事也。此其弱點七也。其為弱點之多若此。吾意俄今之所以勝中國者。其在上之國王官吏。為文明人耳。舍此而外。實無所優於中國也。

平等議貴兩主義　吾此書終篇。所以釋政制之殊者如右。然天下之立政以治其民也。自用法而言之。猶有二大主義。而其為異之所關至鉅。此前人之所忽。而後賢所絕重者。是又不可以不終論也。蓋天下之政制。大較可分為二類。一曰平等之治。一曰議貴之治。進平等之治者。其國之人民。為官為私。為動產為齊民。自法視之。皆無差別。其訊斷之者。同此法廷也。其罪當之者。同此刑典也。循議貴之制者。其人民不僅有獨享之利益者至眾也。乃至凡在官者之行事。或全或偏。皆非尋常法廷所得問者。此用法之至殊者也。今世用平等之治者。大抵皆盎格魯之民族。其餘世界所號文明國者。皆循議貴之制者也。是故深明二制之分異者。尤吾英學者之所亟也。自注云。平等之制。義大利始造邦時嘗一用之。然而累試而終不效。其他如瑞士瑞典那威。皆嘗用之。而後廢者。

平等法制之國　夫所謂平等法制者。非曰官吏與齊民勢均。而不得施其用刑行政之權力也。收禁罪人。籍沒貨產。乃至檢點人家。詰察行旅。此吾國官吏所日日行者。不為過也。藉令私家行之。則有罪矣。雖然。有制。

一。官吏之所以為是者。必出於奉法承職而後然。

二。假令有詰其權限者。彼官吏之自理。所就質之法廷。所服從之刑典。與齊民無攸異也。自注云。雖在平等法制之國。亦有不可一概論者。如王與后。其躬則神聖不可干犯。不可訟訊者。至於臣下。則不能以奉令受遣為作奸犯科之干盾。爵貴之受法也。其所質之法。是不同。而所服之刑典無異。又如議員。其當官之時。其小過不可以議。此皆吾法之不一者。雖然。以比大陸。則九牛之一毛矣。使官吏所犯為公罪。詭理密法廷主之。所犯私。司域爾法廷主之。是二廷者。決不以貴賤使法有輕重也。

議貴法制之國　餘國所用之法。乃大不然。而幾於相反。凡在官奉職之人。自其至貴至於極卑。其有所行。皆稱為國而所行逾越權限與否。果為奉法行職與否。不深論也。其行事非尋常法廷所得過問。即不然。亦必請諸其人之上官。否則罪人不可得。夫行法之傾而不平若此。於是乎。有行政便宜之一說。此其名義出於法國。求之英文。殆無正譯。且其所謂行政便宜何耶。

官吏政府。自爲科條。用以請比其屬之過犯罪罰而已。夫如此而猶稱法典。則何怪大陸之民。常受官吏之束縛。煩擾無所乎。使其法而用於吾英。期月未終。革命將起。嗟嗟。彼中非無憲法也。而民權天直。不可侵犯之約。又未嘗不載諸盟府也。而行法之侵而不平若此。

嚴復曰。泰東諸國。議責之法。固亦有之。然所施至狹。不若歐西大陸之爲制也。然則泰東諸國。用平等法乎。曰固也。雖然吾聞孟特斯鳩嘗論之矣。曰盎格魯之民。與泰東之民。法典之二極也。盎格魯之民。最自繇者也。泰東之民。無自繇者也。故於用法也。盎格魯以最自繇而平等。泰東以無自繇而亦平等。譬之數然。至於爲無。皆等分也。君王而外。其餘皆奴婢僕妾而已。奴婢僕妾。又何必爲之等差也哉。此孟氏之說也。

法異所由　夫盎格魯之民。與餘種之民。法之相異如此。是亦有可言之故者乎。曰有之。且言其故。有先於不佞者矣。美之法家曰羅頟勒者。嘗謂指最確之證於歷史。非肌說。故可用也。其言曰。英治之爲演也。其法權先成。而政權後立。故當行政威柄之日張也。刑法權以其致之完備。而勢力之重也。常有以制扰而繩糾之。使不敢肆。十七世紀至於十八世紀之初。吾英刑政二柄之爭。晋烈矣。而卒之法權大勝。此不獨區區三島之幸福也。還其民族自東徂西。闢國北美。乃挾其故所有者而用之於新邦。蓋其制已爲吾種與生俱賦之天直。懍然有必不可侵犯者矣。至於大陸之治之爲演也。其事正反。其法權之立。乃在政權既重之餘。故其民被服成俗。視執政柄者。有帝天之威。父師之嚴。而法權幼稚。方仰鼻息於政權。不爲國民之所恃也。當此之時。雖有明法之家。爲之張皇補苴。以蔚成一國之法典。而彼行政之官吏。恃其尊位矣。使服於法權之下。而不甘者。亦其所也。此二制相異之實因也。今使有讀大陸諸國以用法之不平者。彼且復之曰。是固有所不得已。使不如是。將行政者威權輕褻。而政府之勢且不安也。按漢賈誼之說與此論正合。彼之意。以爲使行政者不爲境內治安。則亦已耳。藉使爲之。則侵犯下民之自繇而破決壞常法典之防者。所不得免者也。且行政者。必其身貴權重。而後有以資彈壓。使官吏之身。有事與鄉閭小民同受鞠輒於法權之下。是與爲治之意。已相背馳。惡惡可乎。乃爲指吾英之事實曰。果如若言。將不足以資彈壓者。莫若吾英之政府。乃今日宇內。英之法制衆矣。未觀其威權輕褻。而安重不傾遜於大陸者。又何耶。彼之聞此。將哀頭詠肩而張兩手。按歐大陸人遇詰窮計絀則爲此態。曰。是固汝盎格魯之特性。非所論於他種人者矣。其自護之堅如此。徐十八世紀間。法之孟特斯鳩諸賢。皆深明法學之士。

其論治制也。嘗低徊流連於英之憲法。而其所反覆致意者。尤在刑憲政三權分立之制。顧吾英之法意在刑法權獨立。不受制於行政權。而大陸政家則以為行政之權宜乎受制於刑法。自法民革命大陸治制毀。而再造者多矣。然其稱分權之義猶如此。嗚呼。名學固審理辨惑之利器也。而有時操之者割如此。則為辨者可不慎歟。

全書結論　嗚呼。社會之為變亦繁矣。觀其歷史。益總總紛紛如也。於總總紛紛之中。為求其天演層出之秩序。是固吾力所未逮。而是編所可言者。亦止此矣。夫言治術者。其學派至不齊。或且曰宇內之所呈。隨地所偶見。使其意而如是也。則於茲編之所議。宜淡漠而置之。然使有人焉知歷史之事。雖其來若無端。實皆依於天理。為最大公例之流行。而處處從外緣為殊異。故殊塗百慮。其歸墟將同。第使其意而如是也。其諸與不佞之所懃懃。亦有合乎。而以為非妄作者乎。且治術之事。從其一方而觀之。雖議其貪天之功。徒離歧攘臂於揄揚揖揖之間可耳。乃更自其一方而觀之。則固羣人所待命者。雖求進者其力若至微。而所得若至不足道。然而其意固可尚也。何則。是固根於人性之至深。而以人仰人。以人為人。將伯之助。施濟之功。極於此事而止矣。夫能群者非人道歟。有治術而後能群之實著。此亦六合見象之至不可揜者也。然則彼持不倚之心。以蒐討此業者。不可嘗矣。雖有書若瑣瑣煩猥。顧其至誠。不可以隱。嗟乎。自天演言。千春猶旦夕耳。必謂從治術之日進。而人倫有以詣極。驗天賦群德之不虛。此其為時或尚遠。雖然本誠公心。以求公益。建真理以俟後來。世有一人之自施人有一日之無急。皆取其塗而日促之也。皆指其鵠而日明之也。惟古哲人。所自任者如此。而吾黨之功。所以大足恃也。

光緒二十二年

格致總學啟蒙

歲次丙申新鐫

著易堂仿
聚珍版印

格致總學啟蒙卷上目錄

格致總論

格致總學啟蒙卷中目錄

有體質不屬飛潛動植之諸物

格致總學啟蒙卷下目錄

格致總學啟蒙卷上

格致總論

一節 心覺身外各物

吾等於未入睡鄉時、恆知身外事、無論屬於有形色飛潛動植之何類物、目視之即傳於心為何色、耳聆之即報於心為何聲、手捫之即將其體之為硬軟冷熱滑澀而達於心、鼻口聞嘗之即將其味之香臊腥羶酸甜苦辣而告於心、是心有所知、不能不藉耳目口鼻手足以為得知物之各器也、蓋分言之為見聞嘗、總言之可謂覺矣、所食之菜蔬瓜果、令余等云其味為甜酸苦辣鹹、車行於逵衢、令余等云其聲響為嗶啷咕咚、花草樹木生於園林、令余等云其色為黃藍赤白紫碧濃淡、蓋無論目觀物、耳聽物、手捫物、鼻口聞嘗物、均統於覺之內也、物在人身外為物、物明於入心內為覺、即使其覺者為物、而知有物者謂之覺耳、

書言心覺、其實非心覺、乃神覺也、此神即虛靈不昧以具衆理而應萬事者、恆居於腦骨內、物觸之即明通、中國每謂其在心、故書中亦言心內覺、即藉人所共明者講之也、觀書者不可誤視、

二節 外有原因使我得覺

據平時言談論之、身外之物、乃余等心內知覺之原因、譬猶車行於路、余等耳聞其聲響、試為究察所以得聞其聲響之故、即以其車行於路為原端根由、當有物見焚也、鼻端覺得有味、確以為氣味來自身外、即舉目向四圍周視、徧尋其發味之由來、石榴花放於庭、其明光耀目、余等即醒悟其石榴花在我身外、使我等心中得有石榴花之知覺也、

三節 心內有所知覺如何解說

譬猶鼻聞有物被焚之味、啟目搜尋、既得見有火焚之物矣、或謂為味之原端已尋得也可、或謂為茲時已知緣何有其味也可、即謂為我已將其味之原委參解明白也亦無不可、由是觀之、是洞明乎知覺其味

之原委、方可講說其味之來由也、然猶有進者、大抵此事之原因、即爲彼事之委果、假使遇乾草堆火著冒煙、而發有煙薰味、其未冒煙即爲無煙薰味之原端、諸生知此、必將詰詢其草堆緣何起火矣、試虛爲擬之、倘有人以既劃著之自來火取柴（俗名洋取燈）投草上、其草不立燃乎、果爾、余等必謂令草焚燒之原根、其自來火取柴即是、設復究其自來火取柴何以赴於乾草上、則必究得有不識其姓名之某人拋之至、是自來火取柴引草火著之事、故爲見於外之末節流苗、而其不識姓名之人、爲此番火燎之本根源頭、苟復追究其人、緣何將自來火投草堆上、出於有意乎、抑由於無意乎、果其出於有意也、其拋此自來火之心居於何哉、其心中之意念志向、誠何式哉、由是而窮究不已、層遞推求、將至無盡之深遠矣、

由是觀之、無論世間何等事物、世人均信其爲由先之原因生也、而世間無論何等事物之原因、亦皆爲前一原因之枝節果實、由是等而上

類推之、可究出無窮之原因、試以極長之一條銅鏈證明之、夫連環成爲長鏈者、乃無數之圓圈也、每圈與圈相套連、可譬爲無限量長鏈之原由、誠知某事之原由、余等即謂已參透其難解之理矣、如能將其原由推而致乎其極、得其原由之原由、則其講解爲尤足耳、蓋循其鏈之圈追尋出者益以多、而研究物理之造就益以深、第不能推察及至極無以復加之地、是以余等世間人所已得知者、尚不及所未得知者多耳、

第四

屬乎物之各性並能力

余等平日、於所遇有聲音有形色有臭味之各等物、恒以其所以然之原由、即歸於其所發來之某物、嘗謂某物發有聲響、以其物有發出聲響之性情、或能力、某物顯有形色、以其物有顯出形色之性質、或能力、而某物生有臭味、亦以其物有生出臭味之性質、或能力、夫地面之熱、非由日射來者乎、余等即謂日本來有熱、蘭桂花之香氣芬馥、來撲我鼻、余等即謂蘭能放何等香、桂能放何等香、以其生來之本性、原如是之吐香氣、非第此也、手持鐵片鉛彈、覺其體極重、余等即謂鐵鉛生來之質性原重、流水沖輪旋轉、藉資旋行水磨、余等即謂水原有沖擊物旋轉之能、蛇咬人毒發命斃、余等即謂蛇毒有致人死之力、世人恒謂物之性如是、或物之力如是、實乃世人所視爲物之性與力者、即其物作原因時、所發出由本至末之諸多枝節耳、

第五

物有由天生者有由人成者

吾儕日所見耳所聞手所捫之各物中、非盡天所生者、人力成者極不乏、凡一切織機火輪車船樓臺殿宇及一應器具什物、皆爲人所造成者也、及言至非人力所能造成、由天而生之物、更爲無窮之多矣、仰觀乎天、日月星雲、森然羅列、俯視乎地、山嶺湖海、高大莫極、以及飛禽走獸昆蟲魚鱉、何莫非由造化主而生之物哉、

第六

人成之物皆爲憑藉夫天生之物加以經營籌畫變化裁奪而成者

人所裁成之諸物、與天生之諸物、創視之兩相區別、大有不同、第細爲論之、人所成之諸物、均不能外天所生之物、其故何哉、緣人以刀輔相裁成萬物、必用天所生之物料、人並不能於天所未嘗生者、使之自無而有也、人縱有營造調濟之技能、亦惟有因其物之性中本來自具之能、順而多裒益寡、補其偏而救其弊耳、

人生天地之間、原屬萬物中之一也、成造巨細精粗物時、所採取之各種材料、亦屬乎萬物中之各物、人工製造各物、即於萬物之上、加以人造物之奇技異能也、譬猶有一木箱於此、我等必云是箱爲人所成作者、其成作之謂、即言人手用木板鐵釘打造成全耳、當木板於未成木箱時、亦屬經斧斤鑿鉋斲而成其應有之式、所用之木與鐵、要均爲萬物中之物也、更言夫時辰表、其體胎無論用金用銀、必並用砂與紅寶石、及他等金石等物、俱係於萬物中遴選出適用之材料、人加以精工製造也、人身所服之衣、爲成衣匠密密鍼縫而成者也、而其所用之料、

無論爲緞疋絨錦呢布、原乎其始、要不外乎繭絲羊毛絨及木棉紮績織成耳、

凡世間之繪畫者、究匠役者、爲營造工師者、必其於平時已精心究察乎其所用各料物之理、足知夫其有何性質、有何生伏尅制、何以用之必適意、伊等知此、遂推究其理、用奇巧妙法、製造成式新而明顯之器物、且取木工證之、無論造几案椅櫈、非先曉其木之質與性、胡能大展其運斤成風之手、不惟是也、爐匠以熟鐵造馬掌、必其預曉夫鐵可煅爲活軟質、以鎚鍊之能得各等形式、陶人燒煉磁瓦器、務先詳知乎泥土之性、方取以造甎瓦杯盤、銅錫匠打造銅錫器、亦必先知夫銅錫性質、無勞大費火力、即可隨人意而彎轉蟠曲、鎚打成爲各式之大小器皿耳、

宇宙內之百工技藝、余等觀其所造作之事物、乃爲有人已明其究竟歸宿、與其本始原頭、有何等繼續無窮層層相生之理、而按部就班、循規蹈矩、迎時而行其應行之事也、天下之各等技藝、欲得進境出人頭第、亦惟於物之性質、知之益詳切周到方可、余等推察庶物、即庶物言之、務窮究出以何法可使其物得以成全我之志意、即庶物之生生不已、遞出不窮言之、務窮究得以何法可使其物隨時之變生增助我之利益、在在受我之節制、

七節

余等不能節制之事物並事物遞續相生緜衍不已之原委甚多

庶物之中、有余等人所知之甚明、受人之約束節制、爲人效奔走馳驅供役使者、惟於大而無外之物、與其繼續相衍之原委、乃爲吾人所不能權操而有把握者矣、日也東升而西降、月也弦望而晦朔、行星、恒星、麗天燦爛、更如天氣有霧露陰晴風雨燥濕、四時之寒暑往來、氣候變遷、余等人豈其能與之謀哉、海面波浪滔天、忽而爲風平浪靜、吾知絕非人力所能挽回、大地震動搖撼、城垣塌陷傾圮、何嘗爲人手所能操權、他如火山出煙、灰塵翻飛、滾熱石噴出外流、尤爲人所不及料耳、然

猶不止此也、歲月日時無所異、人胡能主之爲凶年、爲樂歲、或物阜民豐、或疫癘流行哉、統而計之、人於庶物之性情不能確知、即於其物不能加以約束、將致物反能制人、而人或受其害矣、

八節

事理運行根枝本末恒有次序萬事中無所謂偶出者

人於初知考究物理時、早知夫盈寰天地間之庶物庶事、其中有周流運行、孰先孰後而自成次序者、有由始漸至終者、並有本同而末亦同、成爲萬古所不能更易者、朝而日出於東、暮而日落於西、月盈滿虧虛有定、上弦下弦有定、其相睽遠距隔之日時刻分、無毫釐之乖謬、恒是散布於天、永不暮落我所居住處之天邊界限下者有之、春夏秋冬錯行之時序、從不見有紊亂、水流就下、盈科而後進、初何嘗逆其性而襄陵陟山、火性炎上、其焚燬物之能力、永無變更、然猶不惟是也、植物多爲種子所生、植物所復結之種子、生成新植物、與其原植物之種子同、胎卵濕化之禽獸昆蟲、各具有滋生長養之理、至時滅亡之道、由古至今、世世未易其形式、是即古昔人仰觀俯察、見萬事萬物、周而復始、本本末末、各循其序、遂順其所自有之隱顯起伏、榮枯時日、而憶想及皆定有準耳、事物各有原因、原因生者即其末節、末節既能復生事物、而末節亦可作原因、觀往古之人、於事物生由何原因理知之明者、以爲已參察明透、倘遇有不能講解知之不明者、即以爲偶然反常之變矣、人之察究萬物也、愈殫細心而加精勤、愈知萬物中頭頭是道、條條有理、曩昔人於世間事物、視爲雜亂無章、亦祗簡略觀之則然耳、若從詳子細觀則見其爲精純不紊者矣、時至於今、人均知事物皆有使然之故也、世人多有云事出偶然、異乎尋常人之聞是言者、知其爲未曉其故、未識其理、由於萬不得已始爲是說矣、

當是時也、余由窗外窺見夫風雨交加、樹枝條上下翻舞、譬猶有一人立其樹下避風雨、而風雨不惟不息、反益加疾烈、致使樹條榦折下、傷其立而避風雨之人、雖從旁有人見之曰、此事出於偶然、其人所遇乃

意外之災、而抑知實屬理之所必有也、縱其人亦自曰偶來其樹下避風雨、樹條幹折下傷余、誠爲逆料所不到、其實乃理之常、非理之偶耳、風之爲烈、雨之爲暴也、均因去其地或遠或近之無定處、有加於其風氣上使彼鼓盪之原力、蓋樹枝葉每有動盪、俱因有風氣力加於其上、樹條幹非因不禁風力動搖折斷乎、必因其風氣之力、較樹條幹內自具之力大而勝之也、至其條幹折下時傷人與否、乃別有數種事故、其人於風雨交作之際、胡爲卽至彼、必牽連有若許事故來頭、則必由其所以使彼啟行之緣由爲始、而以其避風雨於樹下被傷之緣由爲終也、

余等於是思之、其人所以至彼避風雨、受樹枝壓、始終本末之一切事故、不能用簡明語解說、亦祇勉強謂其避風雨受傷、爲意外偶有之而已、

第九節
萬事有理綳束事之理與事之故不同

余等卽世間事物、再三研究推求、見夫某事必恆從端於某基、或見有某多情節、恆爲其轉移變遷有定之次第、卽深知舉不能外乎綳束諸事物之理矣、譬猶云重物不能中路空懸、倘無物扶持牽繫、必至墜於地方止、火石與鉛同爲重物、火石性硬而脆、鉛性則軟、據理實如是耳設有人詢以緣何如是、余等卽將憑常情所知者告之、謂重物無中路、攀架牽扯者必至墜地、鉛性可謂永屬軟者、火石可謂永屬硬者、事

余等於考察各物時、得知夫若者有何力、若者有何性、更或於若者論次序孰居先孰居後、要均爲綱維萬物之理也、第有一最宜留心者、萬物之理、經吾人所推察出、亦祇其顯而易見者、其內含隱而難明之故則未曾察出、夫一段石隕墜地上、非因其本體重不能不向地墜也、原有他故寓焉、在他人之以石無扶持牽纏物、依石之本性必墜地爲說者、誠爲不加察之粗疏語矣、蓋重物墜地之情由顯、地牽引重物之墜情由隱耳、

執此意引伸論之、世間萬物之理、殆與各國綳束人之法制禁令有相若乎、編氓處覆載之中、納稅租也有定則、罰竊盜也有定例、以及懲治殺人各種不法事也、莫不均有法律、人之樂於完納賦稅、輸將恐後也、非止以律有明文、罪可及身、而人之不汚蟻人守正不阿也、亦非止懼陷於法網、罪立臨身、均有發於人之性中、不可以言語形容者在也、國中設科條之意、無非欲人知不遵守國法、輸餉納稅、行爲背乎禮義、卽遭遇刑罰、亦聊以藉補天良流露之不及耳、人之生斯世也、非特順其固有之良、按時輸稅、奉公守法、藉畏刑之心、亦可不蕩檢踰閑、而盡本分事矣、是罪有明條、祇爲人動靜云爲、設之防而立之鑑也、有範圍萬物之法制禁令、卽云余等於事物、行至若何地位、卽有何變更、宛若萬物俱有隨時之稟告、譬猶余等不壹志凝神之聆其稟報、無論國之法律、物之範圍、不成設如未設乎、

於是憑情觀之、綳束萬物之理、縱與國家綳束萬民之法有相同處、而

其不同處亦不可不知也、其不同之最要者、仍可以法令藉喻之、國中之法律、原向萬千人民布告者、人之行爲、或順法律、或逆法律、均在乎己而已、倘有人犯乎律令、其律令完在、不惟有明文彰人罪、兼有威勢能治人罪、萬物之原理不然、不關乎國家若何以法栽培防範、乃關乎事物實情、萬物所發出者、均屬根枝相連貫、本末相繼續、有始者必有終、間於中者必有若許前後枝節次序、苟非實屬如是、卽顯明無此物理矣、約束萬物之理、亦出乎不得不然、無處不然也、

第十節
識物之理可謂行事之指南

世間萬事萬物、旣無所謂出於偶然、均有一定不易之條理所約束矣、余等誠能習熟其維持萬物之條理、且以淸白語道出、多得其內之提挈綱領、而行事自有指歸矣、可不竭力以求夫所未得知之物理、以冀復得行事之指歸乎、

據是理而推廣論解之、無論天下何國、倘有人不遵本國之律令、決不

能安然無事、非拘禁於囹圄、卽斷罰乎錢財、甚至遣夫軍流、並極刑大辟、

設有人居於世間、不順乎維持萬物之條理處事、決不能長久存活、其生而應事接物時、必多有不合人情、不隨物性、不適己意之處、蓋綱維主宰乎萬物之理、與人立之條教不同、無待人出首頒行、亦非藉文字方發顯昭著、並不關於人之知與不知、喜與不喜、隨時卽流露發出、人非順其繩束、置身於主宰萬物之理中、不能有半日在世存活、世之若許凶短折、若許饑寒交迫度日者、率因其人平素不喜殫心於主宰綱維萬物之一切條理也、

前數節不曾言乎、世間之百工技藝各種匠人、其心靈手敏之奇妙技巧、均係乎明曉萬物之性情、並深通綱維萬物之條理也、惟其知之眞切、故能集聚所宜需之各物於一處、施己之智慧於其上、而成爲合式樣有用之物、苟昧其各物之性質、斷不能成有益之新式物耳、然人於萬物之性、有能以法製者、有不能以法製者、有能經理者、有不能經理者、設確知其物中含毒、則防閑必嚴、絕不加少許入於飲食內、知彼地所產之物嘉、而此地甚乏、可設法移來種植、人誠能於物之理格而致之、卽可將事物之於己身無益者盡驅除、於己身有益者盡招徠也、歷春而夏、繼夏而秋、繼秋而冬、經冬而復至春、四時錯行、一定不易、人不能使之更變、花草樹木各植物、發榮滋長之理、人不能使之更改、然人精心體察、服田力穡、播百穀、卽以四時爲本而動作、因其知植物之生而開花結實、以至枯老、俱以春夏秋冬爲源頭也、復有散動乎物之風、余等不能使其吹噓、惟乘其有風時、順其勢、舟子駕船放海洋、均可設法憑藉、送至己船所欲往之處、不惟如是、人並可假借風力以旋風磨、電氣流行於天空、物觸之卽受傷損、然人能取以由銅鐵線傳信、並有法將銅鐵條、安設於船桅旁、巨室外防閑之、及電氣來時、使巨艦樓臺等不受害、倘不明乎電氣喜追隨銅鐵、有引以移開之理、能如是之

設法位置乎、必先知之眞、方可作之備也、蓋其於將來必有之事、見之甚確、自能預爲籌畫、有備無患耳、

第十一節　格致之學卽由各種測試辨論得知繩束萬物之條理

世人心目中所同知之理、與人用格致法所得知之理、二者不可判分、由來遺老傳聞之講解論議、與格致家以法究出之講解議論、亦不能歧分爲二、凡世人所共知者、均應歸於格致學之綱領條目下耳、格致家所用之講論分辨法、無以異於遺老傳說之從正講論分辨、測試之法、不能謂其與世人之測試法不同也、蓋無一人無一時不加測試、惟格致家較世人之測試法、微加眞微加詳、微加清楚耳、嘗見幼童之於玩物也、偶得一前未曾見者、伊必注目反覆細視、側耳靜聽、精手摸索、便於詳知其性情形式、格致家於平時從未得見之新鮮物件、亦若是之詳細審視、親聽摩弄、嘗試而謹愼測驗之也、

第有一甚非易易者、從優而推敲測量、細酌得當、誠大難事、譬猶百人同觀閱一事、時過境遷、欲將其事之始末情由、詳明說道、衆俱不能、伊等述其事時、不惟有遺忘、且兼有誤述、卽己所實未曾遇之事、亦將攙入、亦非故爲粉飾也、其心意中所逆料臆度者、將一併指出爲實事、如世之訟於公堂者、聽訟者以誠實證見人之語爲確據、而豈知爲二家作證者、每各執一詞、相爲抗拒歧異、然此果何故哉、卽因其將懷疑虛揣之語、添砌於中也、則且以甲乙丙三人藉明之、甲控乙將其身所挾帶囊中之某物竊去、甲所確知者、惟覺有人切近其身、並覺有手探其囊也、其實近甲身者爲丙、探甲囊者亦丙之手、甲則未見丙、是以誤擬爲乙而控乙、人之見事未周、閱歷甚淺者、誤道之語極多且奇、不惟此也、卽練達有素之人、亦或不免有挾疑誤道之失耳、

格致家審察事理之美備法、既須圓滿周到、復宜親切詳明、兼使無據之推揣、無機混淆於內、

試驗之法、可謂佐人審察事理之美輔助、其法、卽取各等物至、或故爲

之雜置一處、或分於二處而兩相對較、或更易出若許景象、要皆爲設法試看意也、格致家選取試驗之法、總本乎其所見之理、較他人精深遠到耳、

審察物理之法、有平時大衆所共知者、有專爲格致家所獨知者、有如水結爲冰、固爲大衆所共知者矣、而格致家於水結冰之一節、既詳細究察其結冰之所以始、復謹慎探索其冰解之所以終、遂以清白之詞記註出矣、大木浮泛於水面、亦爲人所共知者也、而格致家於浮泛水面之大木測量之、即知其全體積分兩之若干重、等於所壓開之水重、世人恆云木質輕鬆可浮泛於水面、外此從無他講解、有格致諸家出、而壓開之水與其物體積等重之講解興矣、

格致家所有之講論剖辨、與常人談物之講論剖辨、其所異者、即此精詳而彼粗疏、常人所審察物理之法、與格致家所審察物理之法、其不同者、即此精細彼疏略、審察物理至恰無誤處固難、講論剖辨至恰無誤亦難、

格致家之揆度物理、審察事情、每先將若許端事故、集聚一處、細爲探索研求、繁瑣也而使之簡約、雜亂也而歸於純正、將其堪爲提挈綱領者選拔出、以爲應接其同類事物之準則、世間人之揣度物理、殆均不外乎是、幼童恆云、石子爲堅硬物、緣其手把玩之石子爲堅硬者、故連類推之、於他處無論遇何等石子、以爲其均屬堅硬者、童子於石子既如是、與格致家之即其物而窮其理、舉一例百、即近知遠、類推之法、終歸綱領、何以有別哉、此格致家窮究物理所用之第一法也、反而論之、童子絕不肯納石子於口、以齒嚙而嘗試、其故伊何、即因其方寸中有穩妥綱領、告以堅如石子之物、決非我齒所能嚙而破、於此一石子、即定意不嚙、藉前所閱之各事理、以證今所遇之一事物、是即格致家憑理度物、所用之第二法也、蓋心既究察得物理之真實綱領、故見事則知之切而處之當、不爲他歧所惑、隨所遇而得安耳、

後乎此時、辨學啟蒙一書、亦爲諸生所必觀閱者、觀之則於此二法益明矣、茲時所宜知者、亦祇無多之數端耳、天地間不可勝數之事理、由來爲人所審察時、見其各有自具之性情、所言範圍其事物之各種條理、實不外此、格致家即各事物而極深研幾、慎審思辨、推求所得之事實條理、即其格致之效也、於既得其事物之條理後、復以藉理證事之法、精心窮究、得其內所蘊藏之各理、由來格致家代代相傳授之心法、能於業百工技藝者有大勗助、於格致學增光輝者、均憑藉維持萬物之條理得來也、

天下人自然共知之理、與格致家殫心究出之理、不惟不相反也、乃適以相合、其所有不同者、不過格致家將大衆共知之理、不足者補增之、無用者刪去之耳、格致家所論辨之理、與世間遺老所傳述之理、大略相同、惟在詳細粗疏有分、假使於世間相傳人所共知之事理中、更加工思索、則與格致家所論辨者無異矣、

格致入門之路、即在人所共知之事理、其格致工之得有進境、亦在乎於精詳者復加精詳、驗試者更加驗試而已、陳述其各類事理時、應尋得一詳明細切之分析法、布列爲繩束萬物井井有條之綱領、便於述道時、得完足語、以一可例百例千例萬、既得其統括萬種事物各綱領時、論辨務臻的確、推廣萬勿錯訛、庶可冀洞明各事物內所包藏之變化、何細理實出於何綱領、足使余等之動靜云爲、有可奉爲依歸之標準指南、

格致總學啟蒙卷中

有體質不屬飛潛動植之諸物

十二節 水

水爲衆人所習見、亦爲衆人所時需、於水中事不知者自無一人矣、第未嘗殫心考察、恐其於所知者疏忽過、不曾於水之細理加意也、亦祇略知夫水之性、未足將水制服物成就物之理明以相告耳、曾經察考之人、究出有道不盡之若許理、未經察考者、幷易言之數事、亦不能清白講說、余等於此、以水爲格致之原頭、亦恐爾諸生有若彼之積習也、

十三節 杯水

譬猶有一水杯於此、水僅半滿、試思其杯爲何物、如何而有、內盛之水如何而有、功用何若、徐爲推想之、則知杯爲玻璃成者、原乎其始、必有入以數種泥石鎔化於火、先成柔質、經匠人妙手經營、方成此杯形、是杯爲人手所造者也、而內盛之水不然、水爲天生之物、無論於江河井

泉池沼、隨手取之均可、或於天降雨時、置缸甕於檐下接水、可立待其滿盈、水之爲物、能透光、並能解入物之渴、且能消化糖類、本性原涼、第茲時無暇論其若許事、姑先論乎尤便者而已、

十四節 水體佔據地面有阻力阻物本體有重經物激動可傳動於他物中且爲有形質之物

杯中既有水及半高處、其杯中空之下半、即爲水所佔據、設復取一較盛半杯水之水杯小者、納入盛半杯水之水杯內、小水杯下及水面時、水即有阻力來抵、假使其半杯水爲無旁出路可高升去者、小水杯絕不能進入、非因水有阻力乎、仿如人由高山下投入水也、身觸水面、即覺有大驚動、覺有驚動、即水阻力大之故耳、

水爲體重物、設將其杯內水傾出、衡乎其水杯、知其較有半杯水時輕多矣、

譬猶將水向立不穩固之物傾潑去、水流動冲擊其物時、物必仆倒、究平其故、即因入之力施於水而水動、水並將動力傳於物使物倒耳、如是之諸事、雖襲辦由吾人之裁奪、要均屬以水爲根由、使之行出、凡經水所行出之事、殆俱屬乎水之性乎、

大凡物之佔據長闊高深地面、有阻力、本體重、受外來之動力、能傳其動於他物者、舉可名之曰有體質之物、據是論之、水雖爲透光之流動物、亦須歸於有體質之物中耳、

十五節 水爲流質物

謂水爲佔據地方、非謂水之本體有定形也、杯盤釜甑缸甕有何形狀、水入內亦成何形狀、殆器圓者水亦隨之圓、器方者水亦隨之方、器爲斜欹式、水變橢圓形乎、水所居之地、不留餘隙、四面皆充盈流滿、倘以手指探水中、任其浮沉上下、徧游泳水之各處、無阻隔、水面亦無痕、隨指之出入而速開速合、設欲以二指將水拈取起少許、固爲勢之所不能、苟欲令水積聚如山而壁立、亦爲勢之所不能也、水既有如是之情

形、可知其各點極動活、此點彼點俱貫通、無所阻窒妨礙矣、試將盛水之玻璃杯斜欹、使其水高過於彼面杯邊上、水必向外溢漾、緣無玻璃杯邊收斂、故出杯而傾於地下也、水既傾至地、勢必四外分流散布、非徐徐滲入地內、即流至地之最低處、

水中各點雖若是之活動易於分流散布、然亦能彼此連合爲一體、試以指尖探及水面、必有水染於指上、於是徐將手指提起、使指尖離水面、必見有水隨指尖立起成極細水柱形、旋即破碎而歸水面、不惟是也、雨後及晨興出門赴園囿、顧瞻菜蔬葉面、禾稼梢頭、露水成箇箇球體、益明夫水之各點、無論在球體柱體中、俱互相粘附矣、

凡質性似水、形狀同於盛彼物之器皿、且無物收斂約束、即向四外散漫流溢者、此等體質之物、即所謂流質物也、水祇爲流質物中之一耳、外此復有氣質物類、質性亦有似流質處、蓋各細點可離散分飛者爲氣質物、各細點可粘附連合者爲流質物、水乃於未沸時爲流質、既沸

則成氣質矣、

十六節
水爲幾至不能壓擠縮小之物

水之能阻止他物、不使其進而佔據己之地位、均與他等有體質物相同、而他等有體質物、雖有阻力、間或有數種一經壓擠、卽收斂縮小者、若水之爲物不然、幾爲經壓擠不能縮小少許者、他流質物亦同、或以極大之壓力加施、庶可於其體積微有減小、雖屬如是、其性質於他物極有讓避之靈活、蓋論及不受他物之壓擠、水之性堪比金銀銅鐵五金之不能縮小、至論及其易於經物壓開之故、卽緣其質軟而易於變形也、譬猶設法約束之、使其不變形勢、嗣後知壓擠甚非易易、有人測驗水、於器內四面嚴閉時、用每一方寸足十一斤四兩、（英國十五斤）重之壓力加於其上、水之體減去者第有二萬分中之一分、假使以西人藥室中所用之汲筩一具、務親其筩中活塞桿與筩四面切合與否、惟切合方可適用、試將筩口浸入水中、提拔其塞桿、水卽滿灌其筩中、於是使筩出離水、倒轉口向上、手加力於活塞桿端、見水漬出少許、觀此卽知盈筩內者、水之外無他物矣、繼此將指堵塞其筩口、不使其筩口水洩出、復於是端用大力推其活塞桿、實不能使其塞進入、設微有少許向內移、必有水由旁擁擠出、譬猶其活塞端圓面足方寸、周圍恰與筩附合、而管內之水、亦權爲長及一寸、卽應有三萬英斤重之力、方能令其塞進入十分寸中之一分也、

十七節
所謂真實屬何意

於玆時也、可略論乎物之重、伸手取物、或由地下提舉、或持手中把握、覺有力發出、余等卽目之曰物重、假使有物架懸於空、去地或僅數寸、或及數尺、設將其擎架之物、或懸繫之物除去、其物必向地隕墜去、余等卽言其物重、凡地面之物、無論何者、直向地落、余等卽謂其生來之性本如是、且卽下雨之一事喻之、夫雨爲無數水點零落也、在中國、在印度、在亞非利加洲、在亞美利加洲、無論何國、下雨時設無纖微風吹、其雨點皆以直線下垂而墜地面、余等所深知者、地爲球形也、南亞美利加洲中某處與中國成對足式也、（將地球圓之西半球顛倒之使南極向北影照於東半球下觀其何處與中國相對卽中國之對足處）設中國北京下雨時、南亞美利加內、與之對足點亦下雨、二點之方向實相對、雨點必均向地心垂去、實緣地心之力、能將地面周圍之各物、向彼處牽引、凡余等言物體重、卽謂均按本性向地面墜去意也、譬猶余等云某物甚重、卽言其物若無持扶者、必落於地、我等手提物時、恆言其物沉重、卽余等自以爲手若不施發力助其物、其物必向地墜去耳、

十八節
萬物牽引之力

往古之人、僅知物體有輕重、經格致家用心察考、乃知各物有互相牽引之力、不惟知萬物向地心垂墜、兼知萬物有彼此互攝遷就之理、雖一山一石、亦有力彼此互吸、近數百年中、究察出之事理甚夥、玆時確知無論何種有形質之物、俱按其本性、欲向他種有形質之物就去、與雨點之下就地面同然、倘無物力從中阻隔、各物必互相移動、而卽於相間之某一處矣、

講解此意、可藉二枚雨點發明之、是二枚雨點也、可假爲天地間獨有之物、其外無他、且俱權爲球形、中直徑僅有十分寸中之一分、二枚雨球、大小有定、且相等、形式亦無二、無論相距遠近若干、必立向一處遷就、相距愈近、遷就愈速、終必遇之於二球相去之適中處、設其二雨球形式不相若、乃一大一小者、則見其大者行較遲緩、二球相遇處不能在適中點、必在近大球之一偏、假使有一與地球體同大之水球、彼一水球依舊之與雨點同大、直徑猶爲一分、二球俱向相對之方向行去、大球向小球所行去之路、較小球向大球所行來之路、乃爲不足言論之無窮少、儼同未嘗行動、然由旁觀者、卽覺大球不惟未嘗動、且攝小球來就己、而小球行去甚速矣、

譬猶行雨之雲、高出地上足中國里三里、雨由雲出、下就地行、與地上

就兩行、其理乃一、地與兩點所行之方向、卽兩點與地中心之連線、而兩球地球所行路逕之遲速遠近、可以比例率證明之、其各球體積之大小、與其所行於二球連線路之遠近、有反比例、卽西國算書中藉一二三率、推得四率之比例法也、其一率爲地之體積、二率爲兩球之體積、三率爲三中國里、四率卽地體應遷就之路數、惟算法過細、可代用他物證明之、於此設有一體重萬斤之物、復有一體重一斤之物、小物所行之路、權爲三中國里、三中國里卽千有八十步也、法卽以一率爲萬斤、二率爲一斤、三率爲一千零八十步、每步六尺、共得六千四百八十尺、每尺十寸、共得六萬四千八百寸、於萬中取一、卽六寸有百分寸之四十八、是卽反比例之第四率、以是喻之、六寸有百分寸之四十八、卽萬斤球體向斤球就去之路途、數萬斤球與斤球行路、有若是之比例、可揣想地球遷就兩點之路矣、余等人平常時可將地球所行就物之路、視爲毫無、以爲地不遷動、就物第言各物由空中向地墜落、實以

地之體、較空中向地墜落諸物之體、乃爲無窮之大、無窮之重也、兩球既如是、各等有形質之物、據余等所知者、亦莫不如是也、因此余等卽將物向地心之勢、視爲範圍萬物之條理、謂各物體皆有重之語、卽此意也、假使無論二種何物、均有彼此相就聚之勢、其行遷之爲遲爲速、卽以各物體積大小、彼與此之反比例爲率、體大者移行遲、體小者移行速、二物相距愈近、遷就於一愈速、

格致質學啟蒙書中、所論萬物互攝之理、與右之所提論者、無所歧異、亦祇益顯其精詳、益形其圓到已爾、

十九節 論輕重之故　論互攝　論力

萬物何以有輕重之原理、爲余等毫末所不知、各種物由空墜地、如云實因萬物有互相牽攝之理、猶未言及其原由、惟各物均向地心行就去、爲余等所親目而知者耳、亦非謂於物向地就之始末原由盡知透澈也、所可知者、各物行遷有迅速遲緩之不同、並知其行遷之爲速爲遲、俱以其體積之有若何大小爲比例、至問各物之所以因何行遷下就、又非余等所可知矣、

人恆云有攝力、有吸力、有牽引力、皆卽平時論道呼稱之語、牽強而用之也、地焉能有繩牽手攝吸取之事、地本無繩鉤與援引之手、如是道之、極覺勉強、云地有攝力、非眞攝也、云地有吸力、非眞吸也、云地有牽引力、非眞牽引也、余等所可知者、惟小物向大物就去耳、

余等恆云萬物有牽引力、萬物有互攝力、試爲思之、所呼爲力者何也、人或推物使出、或挽物使入、均是向其物加切壓、無論移物使行動、或與虎豹猛獸等角勝相拒抵、孰得勝卽謂孰之力大、人於拋球場賽拋球時、其人能令球拋出者遠且行之速者、卽謂其人之力大、是所謂力者、或以物出之遠近爲度、或以壓力之大小爲度、亦或可以物行之遲速爲度也、

據是理論之、力卽爲使物行遷之本源、或爲物經力壓之原由也、譬猶

云物有牽引之力、余等身負戴夫有斤兩之物、所以覺有壓力之故、爲余等所不能解、所可知者、惟其壓力較他物輕重若干耳、

常人言論時、錯用能力、牽引力、攝力、吸力、各等語言、儼若是各等力可自爲一物、與本物有分析者然、究乎其實、力不能與物分離、亦不能出余等目視耳聞之根枝本末外、祇爲余等見有諸情節、未曾確知其原由、是以強名爲力耳、諸生初留心於格致學、應曉明諸事、切勿被其中之失誤所惑也、

至此時、可總論乎所已知有輕重諸物之理矣、設有二枚有形質之物於此、旁無拘執之者、亦無窒礙之使不便行者、二物必由漸增速、而移就其二物中間之某處、並其於尚未遇合之先所行過之路、必與各物體積有相反之比例、是卽所謂萬物有相攝之力也、而所謂重、卽地上諸物與此條理符合之一名目、緣未知其所以然之故、是以謂之力、所宜切實知者、惟其實事也、人於平素所呼道爲力、雖屬有誤、余等亦非

不可用、應知其故爲所不得確知、權藉力名之而已

第二十節　水之輕重恒以水之體爲率

各物之有重輕、於上文旣畧論矣、而此節專論夫水之輕重、杯內滿水時、較杯空無水時重、此說果何如乎、卽因提取其水杯時、有水者覺出力多、無水者覺出力少、水愈加多、出力愈宜加多耳、設有一滿桶水、欲提挈起、益使余等出大力、惟有一滿缸甕水、余等縱施出大力、亦不能提舉起矣、由是而知、水愈多者重愈多、水愈少者重愈少、倘有人云、余掌中滴水少許、分毫不覺重、則將謂其言有誤矣、試爲反爾之手、必見其水落地、故不能謂水少無分兩也、數千點水可盈滿此水杯、千點水有分兩、一點水亦必有分兩、一點卽其千分之一耳、蓋余等於物身覺有輕重、乃爲甚粗疏事、不足奉以爲輕重之率、分兩不甚大之物、余等手覺之重、亦不足爲準、惟用器衡量方妥、卽所謂權物重輕之天平也、

第二十一節　天平爲權物輕重之器

市肆店肆中所用之天平、備有分兩砝碼、有鈎懸繫衡桿之適中處、以爲衡物之倚點、其衡桿之兩端、各以繩懸繫一盤、二盤中空無物時、衡桿兩端、無高無下、設將有分兩之物、置於一盤、此一盤卽下、彼一盤卽高、譬猶爾以手按其高起之一盤、衡桿則可照衡平、手所出之力或多或少、卽視彼端盤內物之分兩爲準、倘其物重一兩、一指按此端衡桿卽可平、物重一斤、應用手按、恐非指之所能勝、物重及十斤、恐非手力所能壓之平、宜用全臂之力、至彼端物重及五十斤、又非一全臂力之所能勝矣、用二臂之力、庶幾可倘物重增至二百斤之多、則不據何如人之力、亦不能以臂拽其天平復平也、

假使代指代手代臂、而以重物置於此端盤內、彼端重百斤、此端重物分兩增至百斤時、卽與之相抵、其天平橫桿卽平矣、二盤向地心之勢乃相等、故甚嘗靜不動、亦猶之二童子角力相拽、力相同時、彼此皆不動、設或一人力小、一人也力大、力小者、必被力大者拽倒

第二十二節　水體大小相同時重亦無異體積之疏密相若

諸生設有天平於此、於其二端之盤內、各置一極薄、刻有分兩記號之玻璃空桶、衡其輕重、無所低昂上下、繼此以一滴水滴於一端之玻璃桶內、其天平果靈活嘉美、必見此端微有下沉、式以是爲據、可知一滴水之微、亦有重矣、兩端玻璃桶內、均有爲多爲寡之詳細度數、由是思之、此端注於玻璃桶之水無論重有若干、彼一端亦應灌入若干重之水、方能二端相平也、觀此、卽知水之體均勻相等、冷熱無異時、其重亦必相若矣、

於上十八節中、已論及彼此二物、動而互相行就時、其遲速恒以物所渾容之體積爲反比例、物行之遲速可以有定之時刻行若干路爲率設彼此二物一於一秒鐘頃行一尺其一於一秒鐘頃行二尺甚者之速率卽加一倍二尺設有人問云、以何法可測量物體積有若干乎、或相其物體所渾容處以爲準而測量之乎、抑卽物內質點之輕重以爲準而定其體積之多寡乎、則將應之曰、諸生習格致學、無待多時、

卽知世間各物體之大小無定矣、緣其形狀、有時因他物壓於上而更變、亦因天氣之寒冷暑熱不等有變易、所無變者、卽其物之輕重也、蓋物離地心之遠近、未嘗有改時、其分兩之輕重始無改耳、由是觀之、是物中諸質點之多寡、可將其分兩之輕重爲準矣、從可知權物之分兩輕重相同時、體段大者體積稀、體段小者體積密、知其物之體段、並知其物之體段內若干分有若干重、兼可知其體積疏密若干也、

水之輕重體積疏密旣如是、他種有形質之物、亦不能有二理也、上所言之玻璃桶、設俱有於此、將其一桶內甫足一斤之水傾出、試以利刃將鉛劀下足一斤之一片、代水同空桶置於天平之彼一盤中、其分兩輕重、宜與此盤之玻璃桶相同、如是之一片鉛、卽可作爲一斤之砝碼、以權其水之若干輕重、蓋鉛鐵銅皆可定爲有準之大小、成砝碼權水用也、而其鉛鐵銅等之諸體段、定較與其同重水之體甚小、因而知金銀銅鐵等體積疏密率、較水之體積必密而體段小也、

市廛商賈權物用之天平砝碼、卽以上所言之銅鐵鉛塊等、且均用某定體水之分兩爲法、以定某砝碼之輕重、試於一升水權藉爲十二兩重、一斗水卽七斤半重、一石水卽七十五斤重、等而上之、類而推之、倘有何數之砝碼不可定哉、

二十三　異物等體其重不能相等異質物體大小同其體積疏密率不同

一升水之體段、上文非權假爲十二兩重平、譬猶將店市中所用重及十二兩之諸砝碼、取至納入其升內、無論爲銅者、鐵者、鉛者、其體段遠不及水之若許大矣、卽因銅鐵鉛之體積率數密也、倘金類物、並他等形質物、與水之體段大小相同時、其分兩之輕重、所差必多、試復易一法測驗之、用空玻璃杯一具、內注清水至半滿處、於其杯外、恰在水面平高處、畫一記號、於是將此有水之杯、移置於天平之一盤內、置砝碼權之使平、權乃將其半杯水傾出、以布拭乾杯內面、將沙土代水注於杯內、使其與杯上先畫之記號平齊、復以砝碼權之、沙土之體段、雖與水同大、乃不與水同重矣、沙土較水重、砝碼盤內宜加增分兩、於是復將沙土傾出、易鋸末注於玻璃杯內、依舊至記號平齊處爲止、入天平權之、必減其彼端之砝碼、方可兩端平衡、夫沙土、鋸末、水、三者體相等也、而其重不能相同、沙土較重於水、鋸末較輕於水、設以燒酒、油、水銀等、與水權之、燒酒輕於水、油輕於水、而水銀又較水甚重矣、

二十四　何爲輕何爲重何爲諸物較水輕重表

世人語言閒、呼物之輕重也、多不知加察、每將其理誤會、謂難舉之物爲重、謂易舉之物爲輕、謂風可吹飄起之塵土爲輕、風不能吹飄起之大木爲重、何嘗知此言中有誤哉、亦曾卽風吹起之土、與風搖動之木、體段大小同等者、而較其輕重乎、譬猶詰以用何等言詞、可防閑此誤呼之語病、可還而考知乎各物同體之重、選一可奉爲法之物、果以何者爲權物輕重之物乎、莫若仍取水爲準、他物之輕重、俱可以水之重、較其分兩若干、以熱度有定風氣壓力有定之水、卽能權得體大相同之各物重也、法卽以水體之重權爲一、以爲較物率、列於諸物較水重表之首、其他某物與水體同大、重二倍者卽列爲二、凡體與水同大、較水重加三倍者卽列爲三、體與水同大、較水重加四倍五分者卽列爲四五、由是推之、無論爲定質爲流質之各等物、其分兩與水相較、皆已將其重數列於表中、而其體積內之質點、較水疏密若干、亦昭然若揭矣、若者或較水減少幾何、若者或較水加多若干、如鋸末與燒酒並油等較水輕、表內卽列爲較水少、沙土水銀較水重、表內卽列爲較水多、蓋卽是表論之、較水輕者爲輕物、較水重者卽爲重物也、

二十五　重率表內所列較水重之物皆沉於水內較水輕之物皆浮水面

設有二杯水於此、同置於几案上、將細乾沙土灑少許於一水杯內、復將鋸末投少許於彼一水杯內、則見沙土沉此杯水底、鋸末浮彼杯水面、余等縱用物極力攪動之、而沙土仍在底沉、鋸末仍在面浮、油傾水面在上漂浮、更於燒酒而兒以色、取其便於驗試、徐徐傾水中、見其亦浮水面、倘以鐵屑水銀等投入水、則不能不沉於水底矣、鐵屑入水沉底、卽鐵較水重故也、於此設有馬口鐵一片擲入水中、其大小等體之重、若重於水、則必沉水底而不浮水面也、於是更將馬口鐵成造之盒罐、拋擲水中、乃浮於水面不沉水底、與以木成造之小舟無異、此理果如何講解哉、鐵爲較水重之物、理應入水卽沉、於此乃浮水面而不沉、不幾於理不合乎、豈知非有不合於理也、上文言與水體大小相同之物、輕於水卽浮水面、於是先權其鐵盒罐之分兩、復將與盒罐體大小相等之水權其分兩、亦非甚廢周折事、馬口鐵罐壁質極薄、其罐之外與罐之內、卽大小言之大抵皆同、由是權其罐內滿注之水、知其分兩爲若干數、復權與罐體同大之水、乃差者無幾、彼此更代無礙、從可知罐內之水、較無水之罐多重數倍矣、蓋罐體雖爲鐵者、而其內無水、體輕於水、故可浮水面不沉落也、諸生不聞知有鐵甲船乎、以極厚之鐵板、拼釘連爲一體、其重不在數千噸之下、

必將有人訝而致問曰、鐵甲船若是之體重、緣何不下沉水內乎、則將答以鐵甲船浮水面之理、與馬口鐵罐無異也、一船所容水之分兩、較全船之分兩猶沉、故浮於水面不沉水下矣、

水之爲物也、性能將較己輕之物托於上、復以其各點到處易變方位、職是之故、凡湖海江河之水、人可開引爲水道、獨舟而出入往來游泳、無論何等屬體重之奇異物、欲使其浮泛水面、惟載彼者之體式足其大、卽可、故箱罐匣盒與船等、所能容與己體同大之水、應較己體重、並較內所載之他物重爲要耳、船浮水面時、水之各點靈活移動極易、左分右分前進後退均可、船藉風力、火力、搖櫓鼓棹力、在水上任意游行、或藉縴挽力而迎風破浪、初何嘗有所阻碍哉、

二十六節 凡浮水面之物、其全體之重、與浸水面下者所壓開水之分兩輕重相等

物入水內、所壓開之水重、等於其物之全體重、譬猶百斤重之木浮水

面、其壓開之水亦必百斤、但木不能全體入水中、浸於水中之若干、上所露者、卽輕於所壓開之水者、惟將其浸入水面下之半體重、由所壓開之水重內除之、所餘者卽其物上半體之重、二者合計、始足抵所壓開水之重也、水每一立寸重足二百五十二格蘭有半、約五錢餘、四百八十格蘭一兩也　倘上所言之馬口鐵箱罐、成爲正方形式、其立體足百寸、則其同體大之水、必重及三萬五千二百五十格蘭、設其鐵箱重足八千四百一十六格蘭、浸水面下者、亦僅有三分中之一分、設其鐵箱重足一萬二千六百二十五格蘭、浸入水面下者卽有其半、設其鐵箱重及一萬大千八百三十二格蘭、浸入水面下者卽有三分之二矣、只於其鐵箱浮水面時、於其箱旁水面平齊處、劃一道記號、以指明其水面至何處、其浸入水面下、箱體之大小卽無難測量也、假使以尺測之、爲三十個立寸、則其鐵箱之重、必等於三十個二百五十二有半之格蘭、總計其數、卽七千五百七十五個格蘭、約近一斤　如是核之、可以云水經物壓開時、

代水居水面下者、有漂浮之物、深足爲物於水面壓開水表式也、倘諸生用壓力壓浮水面之物、卽覺物下時、水有抵力相阻、諸生於浮水面物若不加壓力、水必立將浮物托上、如思是之、可知水於浮物下以抵力托其物矣、水於有抵力之外、復有旁壓力、加於物之四周、此說於何知之乎、卽因其鐵箱壁如爲極薄者、必不爲四面水之旁壓力破之也、則試用極薄之玻璃瓶、以木塞嚴堵其口、沉之深水中、非木塞被壓擠進瓶口去、卽玻璃瓶不勝水之壓力而破、

二十七節 水於各面恒有壓力

凡物之浸於水內者、水於六面有壓力加於其上、

設於此有長管一具、無論爲竹者、木者、銅者、鐵者、均可立植、於是將其下端從鬆堵以木塞、由管之上端徐注水、使水滿木塞上管之中空處、水之壓力、卽加於木塞上、於是將手按於管之下端、從嚴托其管、卽覺手掌上管之內、有水之壓力壓來、管中水愈多時、壓力愈覺大、由是遞

而增其壓力、或手力不能勝而將手移開、水必洩於地、設堵其管端者仍爲塞、亦必被水冲出、此所言之壓力、卽水之重力也、譬猶代水而易用與水同重之鉛條納空管內、亦屬一理、其木塞亦必落下也、

假使其貯水管爲方者、方管裏面之高下廣闊四面皆爲一寸、其各寸所容者、卽各有一立寸水也、蓋每寸水重卽二百五十二格蘭有半、其方管如向高處開展、至二十七寸半時、管內滿貯之水、必重及英國斤一斤、卽七千格蘭也、合中國斤之十二兩、亦卽西語之一磅、如云方管內之水重十五磅、其管之高應爲自三十三尺至三十四尺之間、於方言之若是二數、能出其二種分兩、以爲二方管水壓力之準則、一方管高二十七寸半、一方管高三十四尺、是於管底方寸大之面間、二方管均有如是大之壓力加於其上也、

鉛之重較水多十一倍、復增以百分中之四十五爲零數、卽其體積較水銖及十一倍有半也、試將鉛條截作四方式、六面寬皆爲一寸、其體

長、卽較與其等重若干高之某水柱短及十一倍矣、將此方寸大之鉛條、代水入管內、加於管下端之壓力、依舊與水柱同大也、及至是時、知鉛之理與水之理有區別矣、因鉛非流質之物、故不能有四面旁壓之力也、去下管端不遠處、挖一小孔、以木塞塞之、鉛則無壓力加於管孔、不似水之多注於管、足其高卽可將木塞冲擠出、同於由上壓管底間之塞出也、由是觀之、是水壓力之加於四旁、與加於下者、無二理耳、此理易於明曉、試取一極長之玻璃管至、其下端如爲折彎有塞木周裹者更嘉、以之插入水桶內、必見其水在玻璃管內高與桶內相平、觀此、卽知管水旁壓之力、與其垂壓之力、適相等也、蓋水由內向外之橫壓力、與其由上下垂之壓力、二者恰相等、譬猶水注壺中、壺膛之水、與壺嘴內之水高下一式平齊、俱無異理耳、

且取用玻璃造成馬掌形兩端高出、中間窪下之玻璃彎管、至由一端灌入清水、其管中之水面、兩端內必平齊、高管之中彎處、無論爲若何形式、與兩端內水面之同高毫無干涉、縱其二端、與中間彎處中空圓直徑、各處闊狹不等、亦無妨碍、並不能因其彎角度有差、而使其水面於二端內卽有高下也、

如上所言、水用橫壓力、由桶內貫注於管中某點、其高度卽以桶內水面、用垂線定之高度爲準、蓋無論何等豎立水法、其垂線高度、皆可與橫來水之力相抵也、垂線高度即由水面向地心下垂之線於其上端出之高度也仿如用一鉛錘繫於繩之下端於繩之上端正與水面平處出記號即垂線高度之頂處譬猶以二端皆通之直玻璃管、立置於盆水內、其管之形式、無論爲寬爲狹、若何變幻、管中進入之水、總與管外之水平齊、然其水之在管內管外者、有玻璃相隔、內外能通處、惟在管之底間、

泰西各國城中、多將鐵管埋地下引水、於街巷間分布大小若許鐵管、無論房舍之何處、均可曲折貫通達到、雖樓房高處、亦可啟管口接水、其式、卽於接水之管口內、安有活機關、用水卽啟而水流出、不用卽嚴

閉、各桶如樹榦生枝、四通八達、大管在街衢、小管分散與屋宇、比戶連檐之家、俱可有水送入也、譬猶順其通小水管之大管、而溯洄從之、能追至來水之蓄水處、至彼、卽知大小管之交合接連者、有若許旁支別派、無不按法布列、致將水送達與無論遠近高低之用水處矣、而大小管支與泉源、合成一形式如大樹之巨管矣、順其泉源外之溝瀆、而溯游從之、見水會集於蓄水處、而蓄水處之水、應較各房室高處俱高、不然、或用汲水車法、於中途某處、使之向高處倒行去亦可、由是觀之、是蓄水處與房室高管、並街衢通水管合言之、可謂一兩端高中窪之大水管也、各屋宇水管內之水、有與上游蓄水處同高之勢、緣此、故將管中活機關轉動、水必洩入室中水櫃也、

二十九節　水流動傳動

假使有木工造成之大水桶、桶底處之旁面有小孔、孔間安有便啓閉之活機關、其截面適足方寸、管中注水滿時、由孔管至頂水深足一丈、設活機關嚴閉其孔、水於上壓擠其寸面之力、有二萬五千二百五十格蘭、卽英國之三磅半、合中國二斤十兩、且與水桶底間、每一方寸之壓力相等、

試將其活機關一轉、其孔管之水、既無截止堵塞之物、必經桶內壓力催逼、出而成流、當水之初出桶孔也、見其橫冲至遠處、始由漸彎斜下垂、此誠何意哉、蓋桶水既高及一丈、卽有一百方寸之大壓力、爲催其水出流於外之力、水流橫出、其冲擊之遲速遠近、以桶內橫壓力之大小爲準也、譬猶將西國童子恒持以戲耍之象牙球玩物、安於盛其球之象牙盤內、置於桶孔橫出之水流處、水必將盤中之球冲擊出、順水前行之斜方向飛去、桶水流出時、能將其動傳於不動之物上、使不動者亦動、是卽水有使物行動之力也、水體益大、流行益速、所傳出之動力、亦必益以猛烈、桶水深壓力大時、雖極大之象牙球、亦能冲之躍動、水之出桶孔也、始則橫行、繼乃以速曲線勢、飛落在地、水流行於曲線

之理、與手拋出球與石子等物行曲線之理同、水由橫力流出、可視其與人手從橫拋物無異耳、

水流出桶、行於曲線之理有二、一因水爲重物、既出於桶、無他等持扶者、是以不能不向地墜、一因水出桶後、沿路經風氣阻遏、水橫行之動力、即隨時減少、倘有人云風氣之爲物、極輕淡、極靈活、焉有阻物之力、則將應之曰風氣有阻力、極易驗試也、舉肱揮扇、即見有風氣來阻、寂靜無風時、禽鳥飛行於空中、入我耳者、每有風聲、水橫流之由漸彎曲、即屬此故耳、

水出桶孔後、倘無風氣之阻力、亦無地心之牽引力、水流必無所謂遲速、一往向直前行去、永不停止、

水流出桶、由漸而行遲、其曲線度、亦由漸歸於直墜及地較速、桶中水少及幾至無水時、其水出桶孔、近似順垂線直落地、設有人問此屬何理、可告以水面由高減下、水高寸數減少、其壓力亦漸小、水壓力既小、

水出孔力亦必減少、蓋水壓力即水動力之原由也、水動力減少、其出孔橫行時、墜及地必速快、至末而橫行之力毫無、水出桶孔、即順直垂線方向而落地矣、

二十九節　動水之力

於是仍用此水桶、其孔亦依舊在桶底間之旁面、譬猶以半折之曲管揷入其孔內、使彼半平橫、此半向上直立、桶水滿時、將截閉孔之活機關一轉、水即由孔串入曲管、自其上舒之端、向空直升、至某高點而止、水流向四面翻躍、而成分飛勢矣、與泰西園囿之噴水泉同、

諸生試爲酌之、水自桶孔出向旁橫流、與過管向上流躍、何以不能相同、設置風氣阻力於弗論、其由桶孔橫流出之水、並無他等阻碍、水流可永遠平行去、惟有一事、水本體之重、令其出桶前行之路、由漸向地就去、成爲慢曲形式、及地始止也、

惟向上流躍之水、乃與此大不同矣、恒有因本體重下垂之勢、與他重物無異、殆向上流躍之水有二力約束之也、一爲水桶中倒壓力催之上升、一爲地心牽引力攝之下墜、二者何一力大、水即向何面行去、設二力相等相抵、無所謂大小、水必無少微移動、究之水上升時較少中停時亦僅見地牽引力、永遠無變、水終必落地也、

理既如是、出管口向上流躍之數分水、實因使其行動之速力、於一秒鐘頃、催向上升之路、微大於攝向地心下就之路、故水在空中分飛躍動也、

試復思之、水於一秒鐘頃所行之路、諸生知之乎、權假爲僅有催動上升力、並無地心攝吸力者行之路、權假爲毫無催動上升力、止有地心攝吸力者行之路、二者所行路之較數、即是數耳、且於其一秒鐘頃甫畢時、催向上升之速率、必依上所言之分兩而向慢中減少、由是觀之、殆於此一秒鐘頃、水向上流躍之催動力、經地心力攝吸、已虧去若許、平、失者不能復得、是以水復向上流躍、於此第二秒鐘頃、催動之力較

小、行出之路益少矣、向上催動之力雖有遲慢減少、而地心牽引之力乃永無變更、一秒鐘頃如是、二秒三秒鐘頃俱如是、未嘗微有所減、水向上流躍、於此第二秒鐘中、所行出之路既少、其所用之速數亦必少、懸想而類推之、可知遲不數秒頃、水必就地心而垂落也、蓋向上催動之力既盡、水可有轉瞬間之憩息、過此仍由慢而快之順地心攝力趨歸地面耳、與各等重物失擎架即墜地理無異也、

水流躍旋墜地之理、可取一譬喻之、嘗觀童子駕扁舟於水面游戲、大力人戲當其路、以手拒小船、小船首忽觸其手、大力人用力一推、船即因大力人之推力、倒退甚速、惟其童子立於船尾、依舊之鼓櫂、則見其每一鼓櫂、即減船後退之速少許、纔乃與大力人推船倒退之力相抵、船暫停息、可謂駕船童子勝之矣、頃之、船仍向前直行去、論至船後退之若干尺寸、均因大力人一時中施發出力傳與船、而童子費數秒鐘頃之鼓櫂力、始復回也、及船歸應泊處、舟子即息其力不施發矣、

腰臂強而能負舉重之人、余等卽稱其人爲力大者、人力之爲大爲小、卽以其所工作者爲率也、或以其能勝之抵力爲準亦可、上文所言大力人推舟之譬、驗其力有若干、卽以舟退之若干路爲準耳、

人於平常評論時、云人之工作有力、云牲畜之工作有力、並可將此言類及於冥頑不靈無知覺之物、云其工作亦有力、譬猶有直前行路之一物、能勝其所遇之阻碍後、方將其身內自具之力、由漸散盡而自止、息、余等卽言其物有能力工作矣、

設於觀水流動之時、欲知其力有若干、可以其所勝過對面來之抵力、與其力未用盡之先所已行過路合乘之總數以爲率、上文所言、水桶孔出水之譬、非云水流行力、勝於地心牽引力乎、無論其爲時或久或暫、要俱以水流催動之速爲準也、且水流行動之速、皆關乎水桶孔上、桶中水之高度若干爲準、上文所言水由桶孔橫流出之力、桶中水而遞降、亦由漸遞減、還而卽水出桶向上流躍之垂線論之、水於桶中以漸遞落、其流躍力亦必由漸減少、水體減其高其分飛流躍勢、亦以漸遞下而無矣、

流動之水力極大時、雖極堅之壁壘屋宇、亦能冲刷壞、設有人用法約束激逼之水之冲擊力、乃可於人大有用、水出山泉下流、其行之遲速疾徐、均關乎其道途之斜直、由高下趨者若干、恒步步增加、山巔溝壑每於霪雨大雪後、經溜猛號怒之水、將巨石掀翻摧裂、無論何物俱冲刷去、海水於風清浪靜不揚波之候、自人視之、儼若軟弱無能物、不能有害於人、並不能有害於物者、時逢烈風既起、水乃波浪滔天、洶湧倒地、顯出若許力、克將巨石與枯朽物等、擁列於海岸、行海灘所見之大小碎石塊、多爲起風時、由海漂出者也、

無論何種水磨、均屬將下流之水、或遲而力小者、或速而力大者、引以爲余等用、先製有巨輪、輪之四周、增造有若許或木板、或水斗水槽、皆過水不能疾行之物也、水流擊撞其水槽水斗、卽將己之力傳於水斗上、其水斗卽移動而磨輪旋轉矣、

當磨輪之旋轉也、亦惟加阻力於流行之水、而水反傳其動力與磨輪、磨輪經水冲、而微加迅速退避、如是之每一水槽斗等、經水勢湍激、能使水流之動力、傳與磨輪、而輪之轉動、由水斗之多寡、水流之疾徐、亦可得一定之遲速矣、

水輪之式、爲數段木輻輳於一處、不動時無力、一經轉動、藉其轉動之力、卽可成就一切磨動之工、譬猶有一條麻繩於此、一端繫鉛塊、彼一端繫於水輪中心軸、輪軸轉動、麻繩卽向軸上繞纏、而鉛塊亦由漸自下舉上、水磨如是轉動、能有操作之工、與人與牲畜殆無或異乎、設使欲得其水輪旋轉之力有若干大、卽以鉛塊之分兩爲準、而度其時刻、卽觀繩纏繞之若何速也、如是度之、流水傳與水輪之力、卽知其有幾許大矣、

水磨旁設置之各機關、均爲遞續傳力者、其力由水施於水輪、由水輪散發與安有機關可工作之各處、譬猶以磨石磨麪之事、卽欲藉水力代牲畜力、於水磨旁依次置出若許輪、惟願其將水輪力遞傳、使各磨石轉動也、

三十節 水之諸性恒無更變

於沛然下雨時、取雨水驗視之、卽知其水、與上所言水之各種性無異矣、細爲測之、知其體爲屬於幾至不能壓小者、且一升之重、約足十二兩、無論亞細亞洲、亞非利加洲、亞美利加洲、何地何國、取雨水驗試、此等各性質均屬相同、倘有數百年前所收存之雨水、至今日仍嚴堵其口、存於瓶內、開瓶驗之、亦不能有異、自是而後、或百年、或千年、雨降地面時、視其水仍無新奇、乃必然之理、益可知水之形色體式、雖屢有變易、而其性永無異變矣、

三十一節 水中增熱水體必漲大

輕重有定數之多寡水、冷熱無所異時、其體亦同、於上文二十二節已

講論矣、茲時可解明冷熱有變、水體亦有變等事、煖室中久蓄之水、由彼而移置於冷室、其體必微見縮歛、於是反論之、當以法使水熱時、體必漲大、大抵水銀與燒酒等各種流質物、俱如是也、試觀夫寒暑表、爲一小空球、戴極長之細頸式、內所貯者、或爲水銀、或爲燒酒精、於平素時、見其由球座間、上發至不甚高處、其平日之熱度高下、即可證明矣、假使於其球內之流質而加以熱、其體即漲發、順長頸而上升、反論之、減去其球內流質之熱、長頸中體必降下、流質還縮入球中、其細長頸管內高度、遂減而至下、

假使於表管外、刻有數目記號、或在其表管旁之框上亦可、將表移置於滾水內、表管中之水銀等流質、升至何高處、即畫一記號、復將其表移置於尙未化盡之冰水內、表管中之水銀等流質、可降至何卑處、亦畫一記號、即所謂水沸點結冰點也、試將其高下二點之中間處、均分爲一百八十相等之度、水沸度與結冰度、即定有準矣、緣法輪海得寒

暑表、水沸度權在二百十二點、結冰度權在三十二點、於二百十二中、由下除去三十二、餘者即爲一百八十、斯時以彼之造法爲法、故如是定之也、設置表處爲冷熱永屬相同時、表管內之水銀流質物、恒在一點平齊、無高無下、因此即名其爲測寒暑之器也、

熱水較冷水分兩輕、諸生不見信乎、可設法測知之、於浴盆旁安一熱水管、並安一冷水管、同時轉動其二種水之機關、使冷熱二水、同於一時注滿浴盆、嚴禁他等物件攪和其水、其熱者必盡在上、冷者必盡在下、如以物攪動調和之、則不然矣、試取水一升、以寒暑表測爲六十二度時、權之亦重足十二兩、倘復加熱度於其水、水之體必益以漲大、如上文二十四節所言之諸物較水輕重表、體既有定、熱水較冷水即輕矣、

於上文二十二節中、非曾經道及、止於水之冷熱有定時、其體之大小不易、則分兩之輕重無變乎、茲時復述論一立寸水足二百五十二格

蘭又半之重、亦祇於法氏表水熱度六十二時、有若是之重數也、然僅在平常溫和時、熱度如是、縱其水之冷熱有所加減、不過毫釐之差矣、水體之縮小漲大、於寒暑表每一度中、即法氏表六十二度上下言之、亦不過差三千分中之一分、以此爲率、其數不甚微乎、故平時不收入算法內、約畧計之、可以二百五十二格蘭有半、爲一立寸水之重也、

三十二節　增熱於水中不已終致水變爲氣

增熱入水、雖一度二度之寡、水體亦有更變、增入熱益多、水體之變亦益以大矣、則且以諸生所均知者徵之、以小鐵釜注水、置火上、少頃、即見水面有蒸氣、火加入久之、水熱至法氏表二百十二度時、釜中水變蒸氣甚速、如烟霧之冲空散飛、過不數刻、水同空飛盡、而釜中毫無、旁觀者不加細揣、粗俗論之曰、釜中水經火耗盡也、豈知其水未經火耗去、第因有變化之事、流質變爲氣質、水變爲氣、而水實未滅沒、倘用法收氣而涼起、氣仍可轉爲水耳、

於是代鐵釜而易用鐵壺、無庸多注水、從嚴覆蓋、置火上燉之、水滾沸時、即有一流水氣由壺嘴出、向空飛去、由是滔滔不窮、至壺中水盡而氣止矣、

熱氣由水壺嘴出時、其熱最烈、斷不可以手指入而探試、恐致指受湯傷也、譬猶以蜂蠟一片近其壺嘴上、熱氣中懸試之、即見其融化、與將蠟置近火處無異、則試細爲觀之、見出壺嘴之氣、於切近壺嘴處、透光無白色、及微遠壺嘴、則有白色而不透光矣、後遂速散於天空、爲目所不能見、

三十三節　水氣減熱氣變爲水

試取一瓷勺或一瓷盤、務以涼者爲要、使之切近壺嘴出之一道氣、頃刻之間復看視、即有形同露珠之若許熱水在其上、或瓷勺或瓷盤亦變熱、譬猶以極長而涼之空管、平套於壺嘴外、頃之、其管之彼端所流出者、非氣、乃盡水、復捫其長管、已變爲熱而不涼矣、

於是熟思之、知其熱之所由來、乃自火傳入水壺、自水壺傳與壺中水、為時益久、水必益熱、至其水中所包含之熱數足時、水即變而為氣矣、熱氣觸於涼瓷盤或涼鐵管、其熱即歸入盤與管中、能使水變為氣之熱、即由氣內出、傳遞與管鐵盤瓷等、水氣熱即回歸變為液質耳、由是觀之、是氣與水二種質物、乃為物同而狀異者矣、所不同者、惟其氣內熱多、水內熱少耳、

三十四節 **水變氣體大及千七百倍**

水壺中之水、諸生或能先詳測其體段、並其分兩、火加於壺下、使壺內水盡變為氣、嗣復詳測其體段與其分兩、即知其體段約已大及千有七百倍、而分兩仍與水同也、諸生設有一六面皆方之方寸空器、內注水僅為一立寸、將此水加熱、使之盡變為氣、其氣所佔據之地面、約可滿一方尺有三分方尺之二有餘、蓋一方尺為一千立寸、而氣之體段、較水為千有七百倍立寸也、夫一立寸水重非二百五十二格蘭有半

平、所成之氣重亦得如是之數、既屬如是、可以謂火熱加入水時、水體漲及千有七百倍、在諸物較水輕重表中載者、水氣之數、應較水亦輕及千有七百倍矣、於是反而論之、取熱水氣一升、使之變冷、目視其化為水、所得水之體、亦止千有七百分升之一、水雖如是之纖微無多乎、其重與若許大氣之分兩相等、所以謂水漲即為體大若干之氣、氣縮即為體減若干之水耳、

及水漲為氣時、所生出之力極大、諸生試將壺嘴堵塞、壺內氣漲時、必將其壺蓋鼓張開鑿、乃以有分兩之物加壺蓋上壓之、移時、其壺必漲裂、諸生不聞汽機有爆裂事乎、即不外乎是故也、

三十五節 **論風氣與他等氣質物**

有一長頸口闊之玻璃瓶於此、灌注水至瓶口、人俱云其瓶已滿水、復將瓶水傾出、人即云瓶已罄空、試還而問之諸生、其瓶果罄空乎、可嘗試觀之、將玻璃瓶之口倒而向下、直按入將水盛滿之玻璃桶中、由旁觀之、夫其瓶實為空者、其瓶中之水、與瓶外之水、不應高下齊平乎、此竟不然、乃見其水僅於瓶口進及不甚高之處、設用無底二端皆通之空玻璃管、壓入水中、其管內管外之水同高、假使由水中提出、以指代塞、嚴堵其上端、復立按於水中、即見水進入管內者無多、上文所言有底之玻璃瓶、亦如是也、人不云其瓶與管中空乎、其實瓶與管未嘗空也、緣有阻水入之物在內耳、其物維何、即籠罩於地球外之風氣也、風氣在地外、高百餘里、其為物本體有重、觀格致質學啟蒙即知、且風氣之動、能將其動傳與他物、使花草樹木各植物、經風而扶搖翻舞、親目見之即知矣、

風氣既如是之為無數質點所成、同於他物之有質點、為其本體、然風氣亦為流質之物也、能流行至東西南北無定之方向、偶入器皿之中、即為器之形式矣、蓋風氣各點之易於行動、與水無異、苟非然者、余等即每一揮動手足時、必覺有風氣阻撓、不易行、今既未嘗如是、是其各

質點易於散動、大有據也、風氣流行於天空、吹噓之而拂頭迎面、風氣由風箱發出、使火燄飛爍起伏、何莫非風流之憑哉、凡物入於風氣中、風氣必由四面加壓力於其上、

然風氣復有不同於流質物處、即以其有漲有縮也、而流質之物不然、驗時見水入有風氣之倒口瓶中、不能高及瓶底、即風氣力與水力相抵、風氣經水壓而縮小之故、設令有風氣塡滿擻起之茵褥於此、人以手握之、即可將氣擠小、假使汲水桶內、不裝滿水、而裝滿風氣、不似水之不能壓小矣、倘其活塞甚嚴緊、手加壓力方可進入若干路、至手壓力不加於塞、其活塞由桶內乃突而躍出、究乎其故、即因其桶內風氣縮而復漲之力、由是觀之、水殆為不能縮斂之流質物、風氣為縮而復漲之流質物也、熱加於氣、能使氣漲、發熱加於水、亦能使水漲大、所異者水因熱而漲者少、氣因熱而漲者多耳、

三十六節 **水氣縮漲與各等氣無異**

如上文所論者、水氣於縮漲之各種事內、殆與風氣無所或異乎、於是復用玻璃瓶、內注水少許、其他處人之所謂空者、實非空也、有風氣存焉、可取火將其瓶內水炙熱、炙至滾沸、見有若許氣泡翻滾、細視其式、盡是先成泡於水內、後上升及水面、則破裂消滅、氣即散於瓶空處、水上之風氣盡逐出、設瓶仍爲熱者、其空處盡滿之水氣、乃無形無色、與風氣無異、且由瓶口透出水氣、仍爲無形色之淸氣、及至微向上升、即漸變冷、成爲無數細水點、望如一道白烟騰空矣、

水氣體輕於風氣、故能於風氣中上升、正與較水輕之各物、由水中上浮爲一式也、

三十七節 論氣質變流質難易之二種

風氣於冬令嚴寒時、仍爲氣質、欲令其變爲流質、亦非不能行之事也、用極卑熱度、復加以極大壓力即可、如是觀之、是風氣並他等難成流質之各種氣、與水氣較之、所有區別者、即因變流質有難易也、然既有

是分別、可分爲易變流質難變流質之二種氣質、人之呼爲水氣者、其水亦祗在二百十二度上、與在二百十二度時、能爲水氣也、水氣涼至不及此熱度者、大半即速還爲熱度相同之水、且復下涼至結冰點、亦有水氣、第此等水氣、與滾水壺之水氣有異矣、

如上文所言水滾沸之玻璃瓶、其內所存者、止有水與水氣、設將其瓶口嚴堵、將瓶下之火移開、於熱度尙在二百十有二時、水氣每立寸之重、約爲七分格蘭之一、蓋一百立寸水氣重約十五格蘭也、設其玻璃瓶內、沸水面上空處能容一百立寸、此一百立寸蒸氣、必爲十五格蘭之重、設於是瓶由漸減熱、蒸氣還歸爲水者不乏、繼此熱益減而涼益加、水氣有數分仍在瓶內也、熱度縱減及三十二度、瓶中猶有數分水氣、佔滿其百立寸之地位、減及同於人身內血熱高九十八度時、瓶中之水氣、雖佔據百立寸、重僅一格蘭耳、至減及同於春秋令室中溫和氣、寒暑表高度六十時、其百立寸處之氣、重乃爲三分格蘭之一、減及結冰點三十二度處、則百立寸之水氣重僅爲八分格蘭之一矣、由是觀之、是熱度益卑、水氣在某定體內之各點益疏、致使諸物較水輕重表內、水氣之重、亦益以少、而水體依舊無異、且水沸點之水氣經歷時、所發出抵外來力之阻力、殆與風氣阻力相同、及減至熱度不高處、水氣阻力減少、縮小最易、還而與風氣較、則大相懸殊矣、

譬猶以質性活軟能縮能漲之囊、繫於水滿滾沸之壺嘴上、果有法使之與沸水熱無異、其囊必被水氣鼓脹、足風氣由外加壓力、亦不能使之縮小、於是復將盛滿水氣之囊、由壺嘴上取下、使之由漸冷起、見其囊即由漸縮平歸原、囊外之風氣六面擠壓、囊內之水氣不能拒抵、蓋熱度不多之水氣、實不能勝風氣之壓擠也、設移去火、憑其涼起、啟瓶口、外之風氣即勇猛進入矣、

三十八節 熱度不甚高下水變爲氣之理

試將水酌於瓷盤內、移存於淸涼室中、或置於露天之下、遲之時日或

多或少、必見盤中水盡無、嘗見人將澣過之衣、晾於背陰之繩架、衣上所帶之水如無多、移時即乾、究乎其故、即緣水變熱度不大之氣而去也、此等水氣、體段相同、質點較疏稀、恰與不高熱度相配時、即與他等氣無異之與風氣渾合歸一處、是以湖海江河之面、既恒有蒸氣上騰、而天空風氣內、永含有若許水氣、乃爲無足怪異事、蓋水面散發蒸氣、熱時放出者多、冷時放出者少、永無不散放之時耳、

風氣之濕乾、即以其所含蒸氣之多寡爲準也、風氣內包容水氣、雖有多有寡、終不能逾乎其限、假使風氣一百立寸內、渾涵水氣之重在某定熱度內、或已至其界限之極處、或幾至其極處、水氣在風氣內有若是之多、此等風氣可云爲濕風氣矣、設其熱度微有減少、水氣必有數分變歸爲水、倘使於熱度大天氣熏蒸濕潮時、取一玻璃杯、酌入方汲出之極涼泉水、試觀之、即有露珠滯留於杯面、此果何理哉、即因切近玻璃杯之水氣、涼至不能全數爲氣、必有數分歸爲水、在杯外面沾濡

若許水珠卽是也、且於此等時日濕衣晾曬不能乾、卽因風氣中包含水氣原有定限、寒暑表之熱度已極高處、風氣極濕、不能復容濕衣之水氣、是以曬晾物不得乾耳、

三十九節 熱水歸涼時先縮後漲

卽上文所講論者熟思之、已知夫熱加入水、所變之形式、爲若何奇異矣、始也由漸微漲、及至水沸點、忽而漲至極大、流質物遂成氣質也、於是反而論之、熱水由漸變涼、體段亦由漸縮減、至不過涼不過熱之溫和地位而止、設在天氣寒涼時、水之熱度可減至法氏寒暑表三十九度處、及此、水體之縮將更而爲漲矣、卽此事論之、水之爲物、與他等不極冷不極熱時、恒爲流質之物不同矣、緣此而知、淸水於三十九度、其質點極密、此等熱度之一升水、較他等熱度者之一升水分兩重、是以器水熱度減至三十九度時、其在器頂者、可沉而下至器底、反覆論之、器底之水涼至較三十九度下、質點必益疏稀、卽可升至器頂、

四十節 水加涼可結冰

冬令嚴寒之夜、將盛水之玻璃杯、置於室外、必由漸而減熱增涼、至熱度三十九時、杯內水遍處皆爲三十九度、於是復減熱增涼不已、增涼之水質點疏稀、卽於水面透顯聚積、意及熱度減至三十二、而水卽凝結爲薄冰一層、倘復增寒不已、卽由上層冰下、層層遞結、雖底間之水初猶較煖、久則由漸俱凝爲冰矣、

水既結冰而變爲定質、卽能阻擋他等物、不使其侵己、所居之地有抵力、有分兩、並能將己之動傳與他物、使他物因之動、冰體之形、乃爲有定者、由杯中傾出、仍帶有杯狀、性極堅硬、設加壓擠之力於其上、亦能使冰裂、同於玻璃破裂、並可以物磋磨爲冰粉、使之堆集屯聚、與沙無異、

水雖如是之凝結爲冰、而其體之輕重、與水並水氣無所或異、蓋減其熱未肯減其分兩也、

四十一節 冰之重少於同體水之重

玻璃杯中之冰、與未結冰時之水、分兩無異、而其體不能相同、由三十九度水體漸漲計起、降而至三十二度時、已漲及十一分體之一、設於此將一升水之重權爲一、冰之重僅爲九一六耳、卽水一千、冰爲九百一十六也、

水結爲冰之時、體漲之數、微細無多、然其力與水氣漲發、同一十分猛烈、有萬物之抵力不能擋當勢、設用一鐵鑄之開花砲膛中空、無火藥與彈、貯滿水、將螺蛳旋轉緊、置於極冷處、使結堅冰、能將砲膛漲裂、泰西國橫臥地下運水之鐵桶、冬令嚴寒時、偶有凍裂、實緣水體滿而漲大、周圍無可出之路也、高山之巔、與深谷冲風處、極堅固之磐石、每歲中亦有無數處崩裂、由外視其情形、儼同於石工督鑿琢之式、究乎其故、實緣夏令大雨時行、雨水浸灌入石縫、存聚至冬、結冰甚堅、冰體漲大、石卽或有裂開而坍倒者矣、

四十二節 霜爲風氣中之水氣結成冰花

冬日嚴寒、天氣晴明之候、仰瞻屋瓦、並草木諸植物枝頭、均有露結之霜、晨興目視戶牖、見嫩於玻璃面者、有薄雪花一層、無論植物上之霜、或玻璃面之雪、刮取少許、置於掌心、經掌心熱卽化爲水、可知其霜雪皆冰也、用顯微鏡向玻璃窗之雪花、凝眸細窺、見其爲無數細冰塊、結成爲有定形之花式、設有人問此等細冰塊由何而來、則將答以由室內之風氣中得之、室內風氣、較熱於室外者、且室內風氣、含多水氣、有人口吐出者、並有由各種潮濕物放出者、玻璃片體既極薄、經外之風氣使涼、室內水氣切近玻璃時、必由熱變涼、氣化爲水、成爲微細星點、散於玻璃面、玻璃體由漸涼起、故先化爲星點水之在玻璃面者、遂凝爲冰而有雪花式矣、當微細水點之初結雪花也、各點有各面類相似之平面、彼此斜交、成爲各種有定之角度式、仿如萬花桶內、各玻璃塊有各定形、而湊成各花瓣朵然、蓋霜雪之爲冰、與衆目共覩之大冰塊

不同、衆所見之大冰塊、其內之細微冰、凌俱屬嚴緊結連、非人目所可分清、霜雪不然、盡爲可分清不嚴切之小冰塊也、

四十三節 冰加熱度至三十二卽化爲水

水澤腹堅之候、於露天之下、取一塊風氣熱度或三十或二十之冰、至煖室內、由漸而加以熱時、始猶不化、加至三十二度、冰卽消化爲水、冰化爲水時、熱度無更變、其水可暫停於三十二度之點、設將一塊冰投於炭火內、於冰未化盡之先、熱度仍爲三十二、從不能加高至三十三四五度也、究察是理、與養水至滚沸點相同、水尚未盡化爲氣、不能加於二百十二度上、且沸水所化之氣、初出沸水時、盡爲二百十有二度也、

四十四節 冰與水並水氣原爲一物各以熱度之某定數爲根

設有人云、冰與水並水氣三質物、仿如絕不相若者也、何以謂三者爲一物、

則將如是答之、余等以水氣與水並冰爲一物之語、卽以其輕重無異、漲力工作無異、所含之輕氣養氣無異也、試先言其輕重、取一立寸水權之、於凝結成冰時權之、復於化水成氣時權之、分兩輕重無異、皆爲二百五十二格蘭有半之重、更用一相同之力、使冰能流行、水能流行、水氣能流行、其遲速既相同、行動時所關切之三物各成作之工、亦不相懸殊、至其內所含之輕氣養氣、觀化學啟蒙卽知矣、蓋無論取冰與水並水氣至而拆分之、其輕養二氣分兩無殊、且無他物、無論取一立寸水、或取千有七百立寸水氣、或取冰一立寸又加十一分立寸之一、拆分其爲輕養二氣時、所得之輕氣、各在二十八格蘭復加十八分格蘭取一之數、所得之養氣、各在二百二十四格蘭復加十八分格蘭取八之數、卽每點內輕氣一養氣八也、其餘他事、詳下文五十節、卽冰與水並水氣如是之分兩無差觀之、可明曉夫加入水以成氣、加入冰以成水之熱、並無所謂分兩也、是以昔時有人云熱之爲物、乃無分兩之物、今人則無是語、細觀下文卽知今人講論矣、

四十五節 所謂熱卽各物之原點從速行動所生者

夫熱能爲摩盪所生、乃顯而易見事也、雖沖幼童子、亦知銅作之鈕扣、經摩剷而生熱耳、嘗觀精巧有能之鐵匠、以鎚擊打鐵塊、能使鐵塊變紅發熱、車輪軸不點油膏、轉旋時長、而車之軸轄生熱、雖以二塊冰來往互摩、所生之熱、亦可化冰爲水、人所呼之熱、並由熱而生之各等變化、均爲各質點從速動盪生者、且可援爲據者亦不第此也、復有他等可爲據之事、後此諸生、觀格致質學卽瞭然矣、

然不動而靜之物、亦非不能生熱者、譬猶一杯水面熱足百度、復有一杯水面熱爲三十二度、且二杯俱靜而不動、必將有人反詰云、何以謂熱因物動而生、某物內含熱益大、其動必益速哉、

則將答以使物有熱之動、並非其全體可見之動、乃謂其物內所含有無數細點之戰動耳、且其各點之動、亦非徑行直前者、原屬在一有定

之界限、來去移盪、熱在物中之搖盪、可從粗取譬於應時鐘內之擺條、或時辰表內之調勻擺、其行動極微細、極快速、余等深可謂熱微細戰動、儼同彈撥琴弦之戰動、然心領神會者有幾、據實直指無憑、嘗見人之領首歌詩也、每先擊定音鋼乂、以示衆吐音之高下、其二股乂經擊撞發下濁音時、遂見其潑潑顫動、鏗然成聲、諸生至長木一段之臥處、耳附於木之此端靜聽、在長木彼端安有前經人擊之定音鋼乂、此端入卽聞有戰動聲傳入耳中、緣木端各點承鋼乂戰動、亦俱有戰動、將其動遞續不絕之向此端傳來、倘木之各點不傳動、耳中亦不能聆之有聲耳、顧或者謂、木未嘗移動、豈知木之全體實未嘗動、而其內之各點、在其所居之微處、俱震動也、緣各點之震動極微細、是以衆目視之、謂木未嘗稍動矣、

設有人問曰、如上文所言、能動盪使人覺熱之各點、果爲何物、可答以觀下文卽知、

四十六節 考論水有體式與否

清水之爲物、極清潔透光、上文業經講明當人目之觀夫水也、此水彼水、不見其有何分別、均無經緯羅織之紋理、亦無成行之體裁格式、惟余等不得因未見有何異狀、視爲內無他物之準也、緣人之目力有限、恒於他等物目視爲質體無不同者、及以顯微鏡窺視、則見有逺不同之多質體、譬猶取白色紙一張、以目視之、乃極光滑平勻也、而以力小之顯微鏡窺視、即辨明此一幅紙中爲材料之各種絲條物、設以力極大之顯微鏡窺視、雖此片紙之微、亦宛同於極粗糙不平之一幅蘆蓆也、

假使用插於顯微鏡中之玻璃片、窺視物形、滴一微點水於其面復蓋一極薄之玻璃片於上、使水四散衍開、成爲薄膜式、薄及萬分寸之一分、以力極大之顯微鏡窺視、體格仍屬渾一不變、處處均勻相同、無纖微之駁雜分別、然猶不敢信此果足爲水非多互離質點湊合成者之

確據也、其質點爲細微可比並、即用力大至四五千倍之顯微鏡、亦不能分開、實緣鏡力有所不足、鏡力再加數倍、難云終不見耳、

即定質物而論、將其原點細分開時、其所分之諸點、亦可至用力極大之顯微鏡所不能窺見之地、地中海東濱所產、屬於樹膠之馬斯低革、入水中不能消化、入燒酒精內可消化、泰西國人、恒用燒酒精消化馬斯充油用、驗試時將水兌合於馬斯油內、水與馬斯油中燒酒精合一處馬斯即下沉變爲色白形似孄酪之定質物、即爲所易見之無數白點凝聚成者也、試爲易一法、用馬斯油料一滴、滴入半升水內、用匙從優研磨調和之其馬斯下沉時、爲無數定質細點、而仍不能見、惟見水微透白色、

所言水中之白色、乃爲馬斯香之無數極細定質點、均分於水之各處透顯者、譬猶取其水一滴、用上文所用之二片玻璃磨壓開、以力極大之顯微鏡窺視、亦不見其諸點、宛與清水無異、泰西現今所造成色極高之顯微鏡、雖於一寸判分爲十萬分之一分物、猶可看視清楚、而於馬斯之點不能見、可知其質點之直徑、較寸判爲十萬分者之一分尤微細矣、由是觀之、設水之質點、爲百萬分寸中僅一分闊厚之細微者、西人所作成色極高之顯微鏡、不能判出其質點之毫末也、定質物馬斯之各點尙如是、水爲流質物、更爲目所不能見其一點者矣、

四十七節 考究萬物立說之用

格致家考究事物、於所用法未臻詳切妥善、不能確知其情節時、深可設二三說試觀之、既立有虛擬說、即可援引以爲論斷之根據、此等憑空設立之詞、可代確得其的理者暫奉爲式、至其論說之優劣、即視乎能解參透其實事若干、參解多者、論說嘉而優、參解少者、論說次而劣、設有某甲立於某乙之背後、乙忽覺其背受擊打、甲乙之外、並無他人、胡能有目視作證者、確知夫打乙者是甲否耶、乙心私揣之、必以爲打己者即甲、是即上文所言虛擬之說也、其說之善與不善、即視乎能參

解其實事與否、乙之爲是說、誠爲能參解其實事者、他等解說皆不及也、設甲推諉掩飾曰、是爾自爲幻境迷疑也、何嘗有背受擊打之事哉、甲或若是曰、有一無形象之鬼擊爾、爾能毋安心忍受乎、乙必將對甲曰、爾言誠爲欺人之談也、絕非余受打之實情也、胡能令人見信、緣其二說俱於理不合也、乙必以己之說爲是、而欲撻夫甲矣、余等處此世間、於應酬世事之情節、十之八九、是以虛擬說爲據、余等人處事、爲曲爲直、或勝或負、盡關乎己臨時擬度之方畧、當理與否、觀其人似樸實者誠也、即以彼之言爲無僞、觀其人似持家度日進款存項有準也、即以爲借銀與彼、彼必能按期如數償我矣、

余等人持躬涉世、凡屬親目親覩經歷過之事、未得其原由眞解者、不能不懸揣比擬一說、爲解其事之原由、人之尙夫往來者如是、格致家考究物理、亦無不如是、要皆爲不得已而設出之原由耳、亦不得謂其於情理有違也、惟格致之家、不應同伊等世俗人之淺近見識、所虛立

之無憑擬議、視爲可立足得利之地、不過暫藉爲考究之依助、以探得其眞解而已、所藉之依助、移時知其所擬與實事不符、宜速遺棄、不應姑息不割舍也、

四十八節 借水爲互離之無數原點所成說

水之原點爲吾等所不能見、上文業經論及、縱水誠爲無數可互相離分之點成者、余等或終不能有可得見之方術、恐亦無由確得準據、第余等無不可暫立虛解、以試看夫能否解透屬水之各種事矣、設有數分水、其各點誠爲百萬分寸之一分闊厚者、亦不嫌其過微、大抵水之眞實原點、較此之闊厚尤微細也、余等祇暫借以立之說耳、假使如上文十八節所論、各物諸質點、均有互相遷就之勢、水亦在萬物中也、水之原點、亦應有此性情矣、余等確知一端眞有據事、即水能微縮小也、緣此即將其內之諸質點、視爲有空間者、宛同室內之有微塵飛揚、然目不能見、經日光射照、則見滿室分飛若許微塵矣、

水中諸點、均如是之有間隔、實因何故、設以極大之壓力、使水之各原點互相即就、稍近則可、緊切亦爲勢之所不能、殆因有扞格者阻止之、使各原點不能甚切近也、此等不能詳知之阻隔、大抵與余等所覺之熱爲同源、熱減少時、水之體微縮小、亦即水之各原點互就近、原點互近、爲阻隔者之勢亦自減小、於是反而論之、熱增多時、水之體亦漸漲大、然此果何故哉、即水之諸點更爲離分、而其間隔有舒漲加寬大勢也、

設以令水各點互相即就之故、權爲互攝力、觀復反言之使水諸點離分之故、權爲互離力、觀使余等覺有熱者即是也、上文不曾言、可視熱爲各物原點從速盪擺或旋轉之動乎、然水於爲流質時、既有互攝之力、兼有互離之力、順造化之位置、舉屬令水各原點、一面有自由之動、不似被繫維束縛者少舒適之意、一面使各點互有關涉牽連、不致離去過遠、

凡流質物加入熱時、能增其各原點離分之力、使各原點較前時約可互遠至十二倍、即各方向言之均如是、是互離之力、勝於互攝之力也、其各原點殆脫卻約束、順其各欲往之方向分飛、成爲氣質式、反而論之、減去其熱時、離分之力亦減去、各原點將凝合而爲定質式矣、於是應爲度之水中各質點、在寒暑表針三十九度下漲大之故、即因各質點互相即就、成有異式規模、設有十六人於此、判爲四份、每份四人、且人與人相距俱去一尺、三十九度上流質各點切近式、殆即類此、復有一可比擬之式、十六分爲八雙、一前一後、列爲方城式、八面外向、其人與前後仡立左右並立者、相去不及一尺、惟局勢較先益大、而中有空處、三十九度下流質物結冰時、不外是式、諸生欲知冰結時均有規模、觀乎冰結之後、即知至水化爲霜時、霜各點位置成花式、俱以其原質點爲本、而得出有定之花樣形式也、

由是觀之、余等於上文所設水爲無數互相分離之微質點合成之說、

實爲有用矣、能襄助余等解明屬水之諸理矣、更有講論益透者、諸生後此觀玩格致質學啟蒙、明曉乎物行動之諸理、即知賴夫此說能解明若許人所試驗查考之實事者甚多也、借彼證此、乃知此說非不可暫憑以形容實理者、深可取以爲法、布列昭顯、夫各等實事雖屬暫藉此說爲法乎、後時或查得是說爲非之實據、遺棄是說而遵定理、未爲遲也、

四十九節 萬物似皆爲原質點合成

水之爲物、爲無數之互離質點所合成、既可據理立說解明、他等物類、均可立此等說解明之、緣萬物即此事論之、無異理也、可權水銀爲諸質點所成者、且權其諸水銀質點、爲極微細點拆分者、亦以熱度爲率、或凝合而爲定質水銀、或解而爲流質、即平素之水銀式、或漲而爲氣質、即水銀氣、無論加減其熱度、爲氣質、爲流質、爲定質、要永爲水銀、而其各質點、均未能有法拆分出他質也、是以名之爲原

質物、水銀歸原質物類內、卽緣其不爲他等質物所成也、講論至此、諸生可酌量其有確據之事、所以不同於所設之擬議說矣、化學家於水銀中、由來無可拆分爲他質之法、要不可確指水銀不能判分爲各等原質也、亦祇現時所設之推測法則然耳、後此之以各種法驗試者、倘不能確知所測驗者何若、玆時暫以水銀爲無他質之物矣、

前此百五十年時、人均以水爲原質物、至今日乃知其爲輕養二氣所成矣、化學啟蒙一書所記載者、有分水爲輕養二氣之法、考此輕養二氣也、於平常熱度皆爲氣質物、邇來有人設法使之歸至極涼、並加以極大力壓之、使其氣各變爲流質形、是二種氣質、據余等所立之說虛擬之、俱爲無數質點成就者、既無法可復拆分之、余等卽將其歸於原質物類內、與水銀無異矣、

水之分兩、權取爲九分、其內有八分養氣、一分輕氣、從可知於水中虛擬之原質點、所含輕養二氣之輕重、在在應照一八之數合成也、而化學之家、復有謂水之每一原點中、有養氣一點、輕氣二點者、伊等如是言之、亦非無理、倘其言果無訛、水之原點益覺不純矣、水非二點所合成、殆三點合成乎、

至此猶有不能已於言之一事、人所呼爲原質者、或實爲純一質點合成、亦或爲二三質點合成耳、

五十節 萬物內諸原質不能有泯有增

設有一立寸水於此、因加熱成氣、其水似泯沒不見、究非消歸於無有也、止有流質變爲氣質之事耳、其分兩之輕重仍舊、或將其立寸水拆分輕養二氣、其水雖不見、而其各質猶存也、輕重乃分毫無差、譬猶水重爲二百五十二格蘭有半也、其養氣卽爲二百二十四格蘭有百分格蘭之四十五、輕氣卽爲二十八格蘭有百分格蘭之五、無論何人行何等法、均未更其輕重、緣養氣某數輕重若干、輕氣某數輕重若干、乃

一定也、蓋質物無論遭何境遇、俱不能更其輕重分兩、既不能減、復不能增、雖暫不見其原質物、而得其輕重分兩、卽有可循之緒矣、天生物與人造物之同處、卽在其內含之各原質、無消滅無增多也、萬物之各質點、或連合、或解散爲他等形色物、與經人工將各質點或集成、或分開爲他等形色各物、事理相似也、

五十一節 各物渾合

諸生欲知水如何分爲原質、當看化學啟蒙書、於玆時也、可先將化學中淺近之數種測驗法、亦仿如水之若等合而不散者、畧述論之、試取水半升、加入濃墨汁少許、水卽變暗色、將此水復與半升清水兌合之、成爲一升、暗色遂變爲半暗色、當二半升水合時、其體渾合於一、無大小之變、各質點之性情、亦依舊無變、且水於低熱度變氣上升、其蒸氣與風氣、殆亦如是之渾合也、處處有風氣各點、亦處處有水氣各點、均勻參於中、各依其分兩渾合、譬猶以沙土與白糖二物合於一處、土在糖中不變、糖在土中不變、而所佔據之地、亦不變也、於是反而論之、油與水殆不能如是渾合乎、用茶匙頻頻調和、究屬徒然、油體微輕、終於上升、水體微重、終下沉、二者不能渾合於一、水銀體重於水、嘗下沉至器底、水在上浮、沙土不能與水渾合、鐵末亦不能與水渾合、均因其體重沉水底、設以冰粉置於涼如冰之水中、每在水面漂浮、因其體微輕於水、亦不能渾合、

五十二節 燒酒精清水渾合質點必加密

燒酒精、亦透光物也、觀其式與水相似、而性不同、沸點較水極下、火燄藍色、能令飲之者醉、分兩較水輕、與油差無幾、將酒精從輕徐酌於水、可於水面漂浮、譬猶取一玻璃筩、均分相等之十段落、外舊記號、筩之下五段落滿貯水、將力極大之燒酒精加入紅色、或他色、從輕酌入、上五段落至極高之第十記號爲止、則見無色水之下半體、等於有色酒精之上半體、水與酒精於筩之中間交遇處見紅色、或他色、微進水內、

第相去不遠、可知其二者不甚渾合矣、要非謂二者原不易渾合也、試用茶匙頻頻攪和之、上下之酒與水、處處連合爲一、顏色較燒酒精深已減半、所得水之性情、既不同淸水、復不同燒酒精、乃在二者之中處、經如是之一番調理、諸生視燒酒精與水、僅有渾合乎、吾語汝等、不惟有渾合也、外復有他等變化、最明顯者、卽已多生有熱、此水酒兌合之水、既較燒酒精溫暖、並較淸水溫暖、於是將此水涼起、涼定時、量其體之大、不及先時高至第十記號處、約在九段記劃上有四分段之三處、由是而觀、酒水渾合之體、與燒酒精淸水、二者之本來體、兩相對較、已有減少、卽知新合水之體積質點增密矣、既有是事、可知此水中之各質點密率、較淸水者小、較燒酒精者大、亦不在淸水密率燒酒精密率適中處、而較之稍大、十分體已縮至九分有四分之三也、與減去熱度水體稍縮無異、究乎其實、二物之體、因經茶匙調和縮小時、有若許熱氣、由水中散放出耳、

所新得水酒渾合之水、與原淸水、原燒酒精、不同者復有一事、其滾沸點與結冰點、較淸水則下、較燒酒精則高、究之化學家於燒酒精、猶未得其結冰之法也、設燒酒精之各點散居於淸水各點中、同於水之浸潰散分於濕沙中、據理而論、其流質變爲氣質之熱度、應與燒酒精沸熱度無異、用造燒酒之蒸氣法、庶可將淸水與燒酒精分開、而得燒酒精、第不易令水盡散、止存燒酒精也、僅有一法、將一種性喜取水如石灰之物、先加入少許、使水於復加熱時歸石灰不變氣、乃可藉以得未參水之燒酒精矣、

由是觀之、是燒酒精與淸水合後、所得之物、乃爲具有他等性情之新物矣、其物內水之各質點、與燒酒精之各質點互感、使新物所有之各性情、不同於燒酒精、不同於淸水、而自爲一物也、

質性不一之物渾合時、其互相感動、既如是明顯、倘水與某類之定質物渾合、益可見矣、

五十三　鹽與各等物入水消化

試取鹽一勺、傾於盛涼水之玻璃杯內、以物攪和水、鹽速化、不見、過不多時刻、人視水如無物在內、於是將其水之分兩權之、設使原水爲五兩、原鹽爲二兩者、此水重恰足七兩、而其味卽鹹矣、人呼其水曰鹽水、倘復加鹽於其水、卽不能消化、緣水僅能消五分已重二之鹽也、更將其鹽水杯、移置於寬闊盆內、使水由漸蒸爲氣、或移於火上使水沸、當水變爲氣隨時減少時、內所含五分水中之二分鹽質、卽還歸爲定質而沉器底、繼此水盡蒸爲氣、鹽仍得其原分兩、各等性情、與未經水消化時無異、

水於鹽有如是之奇異功效、其他屬於鹽之各種性情、俱未變易、惟其定質之形式有變也、碎冰粉入涼水之事、上文不業經談及乎、冰粉不與冰涼水渾合、依舊爲定質、至水熱度加大、則不然矣、各點冰粉失其互凝定之性、活潑運動、與水之各點參合、或可謂固結冰粉者已解釋消滅、定質之冰、卽變爲流質之水、

冰粉如是之化爲流質水、適與鹽消化之情形相似、世俗均呼之謂糖化爲水、鹽化爲水、第諸生欲用熱消化乎鹽、亦非易事、非用極大之熱不能也、定質鹽用熱度化爲流質鹽、較鹽入水消化者大不同、同是消化也、而其義理異矣、論及鹽之情形相同者、卽涼水所化鹽之各點、不依舊之互相凝合、且皆均勻分散於水各點中間、與水氣之分居於風氣各點中無異、諸生後此用心習化學、卽知鹽之消化於水中者、每一極小之點滴水內、均按其分位、含其所應有鹽之分兩也、

倘使鹽水徐蒸爲水氣、必見鹽之各點、成爲有規模極美觀之立體稜形、一一爲六面平方式、以顯微鏡隨時窺之可見、其稜形卽鹽、無他物雜於內、於是加熱不已、熱至定質鹽透顯紅色、卽變爲流質、設復加熱、其流質將變爲氣質而飛散空中矣、

由是觀之、是鹽與水二者合時、鹽有消化、水亦有變更矣、假令鹽水熱

至二百十二度、不卽滾沸、必多加熱度方滾沸、蓋水內所含之鹽、能使水不速沸而變爲氣質、適與上文所言水與燒酒精渾合水能令燒酒精不速變氣質無異、或亦可云熱力遇有鹽在內之水、較無鹽之水阻力乃尤大、熱力微加、始能變氣、猶之燒酒精與水渾合、令水之結冰點向下沉去、鹽在水中、亦能如是之令水結冰點下移也、海中之水、寒暑表針降至二十七度方可結冰、卽因內含有鹽差五度也、而海水所結之冰內無鹽、將鹽質胥增與未結冰之海水內、而其水益鹹矣、鹽之諸點、與水之諸點、可以謂其有欲親近連合意、卽性不同物相合之理、於化學啟蒙書內、講明質性不同之各質物、如何相合不相合、可將是理著明、

五十四節　論石灰與水合石膏與水合

石灰之爲物、卽遂合有灰之石、火燒紅而得者也、火煅極透時、爲色白而硬之定質物、雖變爲流質氣質、惟熱度極大方可、譬猶用新煅之石灰一團、置於盤內、用三分其石灰重之一分水、酌其上、石灰必發出熱氣、消化水而不見、且變爲極軟之白粉、瓦工將石灰粪而爲熟灰、卽有此番操作也、設於其石灰內所加之水、原未逾乎三分之一、所得之熟灰粉、必既硬而且乾、而所酌入之水終不得見、

鹽消化於水時、定質變而爲流質、水酌於石灰上、乃流質變爲定質矣、倘復增水於內、定質將解釋化消、更變而爲流質、呼之曰石灰水、於是令其水徐蒸爲氣、從新可得石灰而結爲定稜形與鹽無異、惟有不同之一事、鹽定稜內無水、石灰定稜內有水、其含水多寡有定之數、與熟灰內無區別、卽七十四分中、石灰五十六、水十八也、

水與石灰如是新成之定質物、後欲復分之不易、須以將石灰燒紅之熱度、方能拆分開、石灰與水如是之相合、其內含各物之分數、按率永圞無異、故謂其相合之率圞均有定也、所得之物、名曰礟水強鹽、

石膏爲白而且乾之粉、用水少許和之、不與石灰之變化同、所合成者、速定爲質硬物、水大都不見、究乎其實、而石膏與水合成爲他等強鹽、餘而不用之水、乾後毫無存者、乃深爲作石膏玩物極便之一事也、泰西國匠役、恒將此等石膏水、傾注於有形象或石或銅之玩物上、使爲成形之石膏模、當石膏爲流質時、於其玩物之起伏高陷處、無微不到、及凝定、而從輕劃開、脫玩物體下、內具玩物形狀、依沓不變、由是模而脫出若許石膏玩物均可、而凝定之石膏中、或七分重之一、或八分重之一、仍爲水、流質乃成定質、譬猶於其定質加極大之熱度、使水散放、可仍得原形石膏也、

有石膏之處甚多、其凝結爲極美觀之定稜、亦所屢見有時見其明亮透光、潔如水晶、考其如是之結稜也、亦屬爲硫礦與水相合成之強鹽、且此等生而凝定之石膏、與上所言人工合之石膏相同、設以顯微鏡窺其重疊累積之薄層面、乃處處皆同、然據理細酌、其物爲水之諸點與石膏諸點所合成者、以其切合嚴緊、是以光明如玻璃也、亦屬極硬

性脆能破之定質、復考其水與石膏各種點結聚之式、非各方向同、有數方向結聚益較堅固、用豎力劈開則易、從橫截斷甚難、不能由直線平裂、必有參差不齊之破裂痕也、

城礦強鹽、並馬革尼西亞與硫礦合之強鹽、卽瀉藥亦爲水中可消化、火蒸水氣上騰、冷定時、凝爲稜形之定質類、考是定質類也、亦仿如石灰石膏之與分兩有定之數分水相合、可結爲稜形之異質新物、凡此等性脆如玻璃之物中、其分兩率多爲水、

由是觀之、是水與某種他物、可合爲與其二物不同之新物矣、談論至此、余等已道及化學之境域、化學書中、能令余等知異物如何合而爲他物、並可考究得各他物合爲何物分、而爲何原質物、

五十五節　泥石等不靈動諸物體可將同質增體漲大成定稜

水與硫礦石灰等、皆爲不靈動之物、既不能與飛潛動植物爲同類、而與各金類石類同歸一類、上文不業經言乎、水與他等不靈動物相合、

能凝成各等花式之定稜、如冬令戶牖之玻璃面、有水氣結爲冰霽花即是、外復有鹽與石灰石膏並馬華尼西亞與城同硫礦所成之各強鹽、與水參合沉水底時、俱結爲定稜形、若者不參他物自凝定、若者與水相合而凝成異質新物、設將內有城礦強鹽所消化之水一滴、酌於插入顯微鏡內之玻璃片面、以目徐窺、水散盡成定質時、冰稜之形勢甚奇異、有仿如縫針密排平片並列者、與戶牖玻璃面所結之冰霽花、雖有不同、而其美觀無異、或用內化有硝之水一滴亦可、後乎此時、諸生明乎結稜之理、即知能結稜之各物、既各有己之凝結定形、兼總不離夫形勢相等、角度有定、諸面所成之各體狀也、

如上文所載能結定稜之諸物、均有法使其有漲大之式、即以結爲定稜之鹽論之、譬猶取此定稜鹽、加於一縷細麻線上、使入於有鹽消化之水中、且其水消化之鹽、已至足分不可復加之地位、令風氣行於其水面上、使其水由漸化爲氣耗去、所餘之鹽點、因水散失、不能依舊爲

流質、是以由漸遞聚、一一懸掛於細麻線上、鹽之定稜外、而其原定稜鹽之體已增大、惟不改其原定稜體式、譬之冰糖塊、均爲糖與水二物合成者、即因極濃之糖汁內、加入數縷麻線、火熬其糖汁、水漸散失、糖即漸聚於麻線縷上而成冰糖塊、惟有一應加意者、其物體向外漲大、質點乃由外增來、其所增之鹽與糖、均屬鹹水內所含之鹽、甜水內所含之糖耳、

有體質屬乎飛潛動植之靈物

五十六節　論小麥並麥內各體質

諸生俱曾瞻望麥田、見麥爲無數長莖、亭亭直立、下端插入土內、及成熟收穫也、知其各莖之下均有根、莖上均有穗實、莖之四周、有若許葉裹護、穗內所結之實、爲無數長卵形之子粒、即小麥種子也、此麥種子去其麩皮外衣、內麵磨爲細粉、以之作饅首餅糕均可、試取麵粉數撮、加涼水和爲水麵團、納於經緯線稀之粗布囊內、將囊移置於有清水之大盆中、用手頻頻揉之、即見粉有黏性、而水變白色、將此水傾注於他器、復注清水頻揉之、水仍變白色、於是屢易水屢揉之、其麵粉愈透出膠黏凝合式、水亦漸清淡無色、所餘於布囊內者、即黏質、西語呼曰華路典、是時已成供口腹用之麵筋也、

洗麵筋之水、可暫不遺棄、存於盆內鎮靜數點鐘頃、見盆底沉有若許白粉、粉上之水即清、從輕挹出、餘沉盆底者、即漿洗物之無數細點粉子、以顯微鏡細窺、見其每細點層層聚積、結爲相向同有一心式、復將澄出粉子之清水、注釜內火滾沸之、見其水由漸濃厚、與卵中清消與水者無異、繼乃向釜底湊合、有微透白色形似酪之一種物凝結、即植物學家所言植物中之阿羅不鮁也、

麥種子中、於華路典粉漿阿羅不鮁三者外、復有數種他物、第方昔之水火熬煮法過粗、不能察考使出也、以考植物學家之細查驗法、可得之、小麥種子中、有造胞壁之料、形近似木質、有糖數分、有油數分、無論

取小麥之莖、或葉、或根、設法查考之、亦可得粉漿、阿羅不鮁、與胞質並糖、與油、惟其胞質、較他者極多、譬猶即小麥之稭論之、百分中有九十餘分爲胞質、麥種子外、稭莖中猶有數種屬於泥石之物、所最要者、即西利加也、（西利加即火石精）設或遇不戒於火、麥稭燬化爲灰燼、細視其灰、必見有西利加、微似玻璃式、當小麥生活於土內時、此數種物與若許水相渾合、若者消化於水中、若者存聚於水中、惟種子內之水極少、莖內葉內水較多耳、

五十七節　論雞與雞內各質

諸生不習觀乎雞夫、既能行兼能飛、周身羽毛、背生二翼、腹下生二足、雖者遺卵、卵外有硬殼圍裹、試將其卵破開、見流出之汁有二、一無色者、一黃色者、將其無色者收於一器內、置火上熠炙之、其無色汁由漸變濃厚、終成白色定質、形勢與植物內之阿羅不鮁相若、可謂爲屬動物之阿羅不鮁、

將雞卵中之黃色者、和清水少許攪之、不能得粉漿、亦不能得胞質、糖質寡、油質多、外復有近似阿羅不敏、並黏質之華路典物、

雞周身之毛羽、大半爲角質所成者、設將雞遍體毛拔去、入滾水中火燉之展長其時刻、水內復見有若許膠質參合、將其雞湯涼起、可凝定成膏、而雞之肉已經火燉熟、與骨分離、試摘取其骨而詳驗之、見三分之二爲屬石灰之數種強鹽、其一爲膠質、將其骨投水中火煑之、有膠質散於水中、所言屬石數灰之種強鹽、與麥莖內之有若許西利加者相若、更驗視雞肉內、有阿羅不敏、並與阿羅不敏同類之非伯林、卯皿纏與辛多紉、

嘗雞之生活也、此數種質、均與若許水雜於一處、若者消化於水中、若者在水中留存、外復於雞體內、並卵中、亦有他等質、以其於此書中無關緊要、故畧而不論耳、

五十八節 小麥中諸質雞體中諸質相似者不乏

小麥體中、無角質、亦無膠質、雞體中、無粉漿、並無造胞壁之料、惟植物中之阿羅不敏、與飛動物內之阿羅不敏、乃大相似、至動物內非伯林與辛多紉二質物、與植物中之阿羅不敏、並黏質相近、

欲知此等各質之性情同處、惟多加熱度時鼻聞之所發出之惡味無別、或將其物置一處不動、使之潰爛黴朽、惡味亦相似、臭不可聞、化學家細爲考之、察得其各物之原質、無非炭精、輕氣、養氣、硝、四質物成者、且於植物中、於飛動物中、其分數差者無幾、如木炭之爲物、乃他物與炭精同參合也、譬猶欲得此物、甚屬易易、取小麥粒一合、或取雞肉一塊、納入四面不透風氣之器中、不使麥粒或肉受火化、於器外多加熱、可得炭、復易一法視之、夫造燒酒時、甑上非覆以巨釜、收其氣質不使散、可歸還爲流質乎、設能用仿如造燒酒接收其原質之器、以接收其小麥雞肉等之各原質、必得有水、即養氣輕氣、有阿摩尼亞、蓋此阿摩尼亞、爲輕氣與硝氣所成之物、從可知小麥諸質物中、雞肉諸質物中、皆含有此二原質物也、見上文五十節、

由是思之、可知小麥體中、並雞體中、屬於內含硝氣、質性相似之雜質物不乏也、名其物曰初質諸類、

五十九節 初質類各物獨見之於飛潛動植物、且爲飛潛動植物中所恒有

諸生所應精心者、惟飛潛動植物中、始恒有此等初質類、於他物中不得遇也、且飛潛動植各物、無論何者、生活時、必有或一或二三相合者在其中、是其相同者卽此耳、若窮究其異而有別處、乃不可勝數矣、形狀千變萬化、譬猶植物之中、有無粉漿者、亦有無胞質者、飛動物中、包藏粉漿者有之、包藏胞質者亦有之、而飛動物、亦有不含角質、並無膠質者、由是推之、乃知飛潛動植各物中、所可爲本體之根柢者、惟初質與水相合也、外此所應度知者、無論何飛潛動植物中、莫不復有數種屬於油脂粉漿並飴糖諸質物、別有幾等屬於光藥、以及鐵、石灰、與木炭精之物、間或參合於內、而多少無定矣、

由是觀之、是飛潛動植物、無論何種、體內均含有水、有初質數類、有油質、有粉漿、並有飴糖、泥、金石、數類也、而於各物尙生活時、可目之曰初生質、

六十節 活之爲言何意

田野生長之小麥、謂之爲活物、園囿飛走之雞鴨、亦謂之爲活物、設拔斷麥之根鬚、打折雞之頸骨、頃之、均歸爲死物、其合成植物動物之諸質、擧屬與泥石等類之諸原質同者、惟屬於一二三質合成之諸新質、與死物有異撰之情理、原質本相同耳、熟察乎此、余等不能不詢及緣何、視小麥與雞爲活物之意矣、觀下文六十一二三四五節、

六十一節 植物生長恒加同質乃本體內炮製者

植物由小長大、隨時增其體內所屬之諸質、要不能以異類質入其內也、務用體式質性俱同者、然其所增之諸質、於體外採取、無配合成就者、必須於原植物體中炮製、所用之料物、較一二三質合成之新質爲精

純、
春令瞻望麥田、見阡陌間爲如許碧色植物、於是日繼一日、由漸增高、
終較春令原發之苗、大加數倍、各麥莖之頂、均生出一穗、初則開花、後
乃結實而成麥粒、
於小麥之如是生長、得其定狀、知與鹽在鹹水中、結稜而長相同、第其
結定稜形之事、異處亦甚不乏也、鹽結稜時、無非取鹹水內之鹽質加
於體外、而植物不然、植物中屢增之諸質、點點均由體內加來、復有不同
之一事、植物體中所增益之諸質類、率爲二三種原質合成者、如阿羅
不敏、黏質、粉漿、胞質、油質、地中水中風氣中均無、要爲植物體中所合
成者耳、
夫植物體中、未具自無生有之力、從可知植物體中、初質、飴糖、油脂等、
其應藉而得有之各原質、必屬由外供與者、植物亦祇藉外來物、於造
作坊造成初質等物耳、

植物造作坊所需之料物、無非半由風氣餽贈、半由地土發來、風氣之
供給植物者、有硝氣、養氣、並少有炭強氣、少有屬阿麼尼亞在內之數
種強鹽、與多寡無定之水、地土發與植物之材料、即膠泥、沙土、(即西利加)石
灰、鐵、木灰精、光藥、硫礦、以及屬阿麼尼亞在內之各種強鹽、並他等無
關緊要之各物、植物所倚賴之各質、風氣地土各贈其半、均於植物體
中、有炮製拆分化合一切新式工夫、
其體內所增加令植物生長之新質、非由外皮加入、乃由內續、且其內
所炮製二三原質合成之新質、點點俱散布於其同類之舊質中、
六十二節 活植物長成時撥出本體數分爲種子後可自成新植物
小麥粒實、即麥花結成者、成熟後易由殼中脫出、各粒實內、含有尚未
成完全形式之極細植物、播於地內、存粒實由漸茁肥、萌芽舒葉、化成
爲完全植物、有根、有莖、有葉、有花、其花後復結成與種子同類之粒實、
諸生試揣想之、屬泥土金石之各類物、能如是之變、其大小形式、將本
體之物分出爲同類之新物、變化而成新種子乎、
六十三節 動物生長恒加同質率由他動物與植物中取來
動物體由漸長大、必將與其本體各質同類之質、增於其本體各類質
內、率由他等動物類植物類取來也、
試看庭中雞、不停口之啄小麥子粒、舉頸而咽入膆、見有飛行之蒼蠅、
伏藏之蛐蟮、亦如是之旋啄旋咽、雞如是之頻頻操作、即爲得飲食果
腹也、苟非然者、雞即與死爲鄰矣、倘不使雞食麥、令其食生麥處之土、
外復飲以清水、雞亦不能生活也、
即此事而觀夫雞、明曉其與他種動物無異矣、蓋其本體內所有之各
初質類、不能在本體中炮煉製造、必有賴於他處已經營煆煉妥者、是
以或食他等動物之體、或食各植物之體、於己之體內、數有造作炮煉、
亦祇將所食之動物植物、均於腹內消化、成爲可分散與周身葆養遍
體之精質、而使雞之各體質、得以溫煖而滋長、

六十四節 動物本體長足復分出其本體之數分成爲後可自成一動物之物如
卵即是
譬猶雞卵、原屬由雌雞內所分出、有殼之物也、夫雞胚珠之周圍、有性
質脆硬之卵殼、且具有新雞原根、後可成爲雛雞、經二十有一晝夜之
久、熱度有定、或雌雞伏卵上、或於卵外培物加熱、其卵中之原胚珠、即
長養於卵殼內、卵黃卵白、俱供爲飲食、由漸徐徐長成雛雞、後破殼而
出、由是觀之、是動物與植物、皆爲由本體分出子類生成者、而與植物
相同者在此、動植物與泥土金石各物、即此言之、乃不同矣、
六十五節 飛潛動植物與泥土金石物之不同處即其原質與生長之式並爲子
類所生
動植物與泥土金石物之所有別者固甚多、而援其各原質推論之、彼
此物點無所謂異論、及其寒熱輕重動靜原來之理、活動物、植物、與泥
土金石等物、初無二致也、惟其所以有別於泥土金石者、即動物植物

內生成有靈機關耳設使靈機關破敗不全或透入毒氣或傷濕過熱其動物植物非受損傷卽歸於死蓋每一動物每一植物之體中俱有是形式有定之靈機關寒暑燥熱得當方能生活如用譬猶雞卵中之一點原胚珠所需者僅此高下有定度數之熱卽可培養育化而成雛雞論及雞卵中由漸化成雛雞與植物種子中化成新植物無二理也如欲究其若何卽化成雛雞若何卽化成新植物乃誠屬不易講解事殆與水中各點熱度減至三十二度卽呈顯有條理之冰凌同一難測也

復欲究察動物植物至深而完全之部位惟在動植物合講之生理學可將其各物如何生長之理詳細講明

無論動物植物之生理學均有可判之支派一則論其體一則論其用所謂體者卽動物之身首腿足臟腑等植物之根榦枝葉等所謂用者卽動物呼吸血脈運行飲食消化之各理植物體內一切運化生氣增加質體並開花結子之各作用也

格致總學啓蒙卷下

二 論無形象之物

六十六 論屬心性諸事

凡屬有形體可見之諸物若者不靈活如泥土金石若者甚靈活如禽獸昆蟲魚若者活而不靈如花草樹木要皆體段有大小彼此有隔閡且各有輕有重並能將己得之動力傳與他物見上文二十八九節無非或屬泥土金石之物或屬動植物也格致家將天文學石學格致質學化學分屬於前類者俱不自動活之物而飛天躍淵奔走地面之動物與經風拂搖之植物分屬於後類矣雖分萬物爲死物活物二類仍未造其極處也猶有一隱藏於內者在本啓蒙書之開首一節不業經論及乎目有所見耳有所聞口有所嘗手有所捫乃爲身外之物與使心有所覺之視聽聞嘗有別心內之覺所以不同於身外物者如鼻已聞其味試問嘗得其味之聞有大小體段乎有輕重分兩乎耳聆之聲目視之光明有可以升斗尺寸丈量之體格乎不惟是也余等人恆云散步於郊野山林以解散心悶矣未識前之困結於心今之解散出者只爲能出能入能行能止之何物耶

世人嘗言之七情六欲中亦無分毫形跡體格式樣也卽如愛人之愛恨人之根並無可權之分兩可見之形狀與運動之勢且余等心中分辨推究之時相繼續有不能已之思維推想亦不屬乎有形象之各物類也

如是思之是心中凡有所愛樂有所喜怒有所知曉有所覺悟均屬無形無象有神在內爲之辯驚主持也

六十七 屬心性之喜怒哀懼愛惡欲發動各有因由次序總歸於心性學

凡屬有形象之物所有之一切變化均有節制次序絕非無故偶發舉凡觸動有因而始生也而屬乎心性之諸事亦如是之均有次第有所感動始生且喜怒哀懼愛惡欲之屬心性者與屬形體者互有感照蓋

觸之使發者在形、而有觸斯發者在神耳、則且以實事徵之、以鍼刺肉、心覺疼痛、手撫羽毛、心覺柔軟、目視石灰、心覺有明顯白色、皆屬有形色之物在外、方能如是之感觸心性使覺也、舉凡心性中之覺有喜怒愛思悲恐驚、及貪嗔癡愛各類發動、均可歸於心性學內、無論其各類發動相繼之前後次序若何、各事與其因、各因與其事、互相牽連關涉、而屬於形體之諸類事與因、與屬於心性之諸類因與事、有何關涉、盡在心性學內也、

格致學所講論者、若者屬於形爲有形之物、若者屬於神爲無形之物、既格其形而推致以盡乎其神之理、復格其神而推致以窮乎其形之理、庶於形神二者一應互有關涉之事、故究察推致之無稍遺義耳、究心格致者、其循序而進哉、

幾何原本十五卷

同治四年夏月刻於金陵
曾國藩署檢

幾何原本序

幾何原本前六卷明徐文定公受之西洋利瑪竇氏同時李涼庵彙入天學初函而圜容較義測量法義諸書其引幾何頗有出六卷外者學者因以不見全書為憾咸豐閒海甯李壬叔始與西士偉烈亞力續譯其後九卷復為之訂其舛誤此書遂為完帙松江韓綠卿嘗刻之印行無幾而板燬於寇壬叔從余安慶軍中以是書眎予曰此算學家不可少之書失今不刻行復絕矣會余移駐金陵因屬壬叔取後九卷重校付刊繼思無前六卷則初學無由得其蹊徑而亂後書籍蕩泯天學初函世亦稀覯近時廣東海山仙館刻本紕繆實多不足貴重因并取六卷者屬校刊之葢我中國算書以九章分目皆因事立名各為一法學者泥其迹而求之往往畢生習算知其然而不知其所以然遂有苦其繁而視為絕學者無他徒眩其法而不知求其理也傳曰物生而後有象象而後有滋滋而後有數然則數出於象觀其象而通其理然後立法以求其數則雖未覩前人已成之法剏而設之若合符契至於探賾索隱推廣古法之所未備則益遠而無窮也幾何原本不言法而言理括一切有形而概之曰點線面體點線面體者象也點相引而成線線相遇而成面面相疊而成體而線

與線面與面體與體其形有相兼有相似其數有和有較有有等有無等有有比例有無比例洞悉乎點線面體而御之以加減乘除譬諸閉門造車出門而合轍也奚徽徽然逐物而求之哉然則九章可廢乎非也學者通乎聲音訓詁之端而後古書之奧衍者可讀也明乎點線面體之理而後數之繁難者可通也九章之法各適其用幾何原本則徹乎九章立法之源而凡九章所未及者無不賅也致其知於此而驗其用於彼其如肆力小學而收效于羣籍者歟同治四年十月曾國藩

續譯原序

泰西歐几里得譔幾何原本十三卷後人續增二卷共十五卷明徐利二公所譯其前六卷也未譯者九卷卷七至卷九論有比例無比例之理卷十論無比例十三綫卷十一至十三論體十四十五二卷亦論體則後人所續也無七八九三卷則十卷不能讀無十卷則後三卷中論五體之邊不能盡解是七卷以後皆爲論體而作卽皆論體也自明萬歷迄今中國天算家願見全書久矣道光壬寅國家許息兵與泰西各國定約此後西士願習中國經史中士願習西國天文算法者聽聞之心竊喜歲壬子來上海與西士偉烈君亞力約續徐利二公未完之業偉烈君無書不覽尤精天算且熟習華言遂以六月朔爲始日譯一題中間因應試避兵諸役屢作屢輟凡四歷寒暑始卒業是書泰西各國皆有譯本顧第十卷闡理幽元非深思力索不能驟解西士通之者亦尟故各國俗本掣去七八九十四卷六卷後卽繼以十一卷又有前六卷單行本俱與足本並行各國言語文字不同傳錄譯述既難免參錯又以讀全書者少翻刻譌奪是正無人故夏五三豕層見疊出當筆受時輒以意匡補偉烈君言異日西士欲求是書善本當反訪諸中國矣甫脫稾韓君綠卿寓書請捐貲

上板以廣流傳卽以全槀寄之顧君尙之張君嘯山任校覈閱二年功竣韓君復乞序之憶善蘭年十五時讀舊譯六卷通其義竊思後九卷必更深微欲見不可得輒恨徐利二公之不盡譯全書也又妄冀好事者或航海譯歸庶幾異日得見之不意昔所冀者今自爲之其欣喜當何如耶雖然非
國家推恩中外一視同仁則懼干禁網不敢譯非偉烈君深通算理且能以華言詳明剖析則雖欲譯無從下手非韓君力任剞劂嘉惠來學張顧二君同心襄力詳加讐勘則雖譯有成書後或失傳凡此諸端不謀麕集實千載一時難得之會後之讀者勿以是書全本入中國爲等閒事也咸豐七年龍在丁巳正月五日海甯李善蘭序

粵稽中國算量厤律之學古書咸在獨言幾何者絕少幾何之學不知託始何國或云埃及或云巴比倫博攷之士傳其造自天竺迄無定論今所傳最古者周定王時他勒著是學於希臘景王時閉他臥剌修明其術元王時依卜加造作諸題始有成書皆幾何法也顯王赧王時有歐几里得者不知何許人傳是學於亞力山大埃及城名見新約全書使徒行傳六章九節述樂律算數等書尤著名者曰幾何原本較昔術尤精後人宗之莫可訾議故歐几里得之幾何原本獨爲

物體而借其物議之則議數者如在音相濟爲和而立律呂樂家議度者如在動天迭運爲時而立天文厤家也此四大支流析百派其一量天地之大若各重天之厚薄日月星體去地遠近幾許大小幾倍地球圍徑道里之數又量山岳與樓臺之高井谷之深兩地相距之遠近土田城郭宮室之廣袤廩庾大器之容藏也其一測景以明四時之候晝夜之長短日出入之辰以定天地方位歲首三朝分至啓閉之期閏月之年閏日之月也其一造器以儀天地以審七政次舍以演八音以自鳴知時以便民用以祭
上帝也其一經理水土木石諸工築城郭作爲樓臺宮殿上棟下宇疏河注泉造作橋梁如是諸等營建非惟飾美觀好必謀度堅固更千萬年不圮不壞也其一製機巧用小力轉大重升高致遠以運芻糧以便泄注乾水地水乾地以上下舫舶如是諸等機器或借風氣或依水流或用轉盤或設關捩或恃空虛也其一察目視勢以遠近正邪高下之差照物狀可畫立圓立方之度數於平版之上可遠測物度及眞形畫小使目視大畫近使目視遠畫圓使目視球畫像有坳突畫室屋有明闇也其一爲地理者自輿地山海全圖至五方四海方之各國海之各島一州一郡僉布之簡中如指掌焉全圖與天相應方之圖與全相

接宗與支相稱不錯不紊則以圖之分寸尺尋知地海之百千萬里因小知大因邇知遐不悞觀覽為陸海行道之指南也此類皆幾何家正屬矣若其餘家大道小道無不藉幾何之論以成其業者夫為國從政必熟邊境形勢外國之道里遠近壤地廣狹乃可以議禮賓來往之儀以虞不虞之變不爾不妄懼之必悞輕之矣不計算本國生耗出入錢穀之凡無以謀其政事自不知天文而特信他人傳說多為偽術所亂焚也農人不豫知天時無以播殖百嘉種無以備旱乾水溢之來而保國本也醫者不知察日月五星躔次與病體相視乖和逆順而妄施藥石針砭非

徒無益抑有大害故時見小恙轍痾神藥不效少壯多夭折蓋不明天時故耳商賈懵於計會則百貨之貿易子母之入出儕類之衰分咸晦混或欺其偶或受其偶欺均不可也今不暇詳諸家借幾何之術者惟兵法一家國之大事安危之本所須此道尤最亟焉故智勇之將必先幾何之學不然者雖智勇無所用之彼天官時日之屬豈良將所留心乎良將所急先計軍馬芻粟之盈詘道里地形之遠近險易廣狹死生次計列營布陣形勢所宜或用圓形以示寡或用角形以示衆或為卻月象以圍敵或作銳勢以潰散之其次策諸攻守器械熟計便利展轉相勝新新無已備觀列國史傳所載誰有經營一新巧機器而不為戰勝守固之藉者乎以衆勝寡強勝弱奚貴以寡弱勝衆強非智士之神力不能也以余所聞吾西國千六百年前天主教未大行列國多相并兼其間英士有能以羸少之卒當十倍之師守孤危之城禦水陸之攻如中夏所稱公輸墨翟九攻九拒者時時有之彼操何術以然熟於幾何之學而已以是可見此道所關世用至廣至急也是故經世之雋偉志士前作後述不絕於世時時紹明增益論撰綦為盛隆焉乃至中古吾西庠特出一聞士名曰歐几里得修幾何之學邁勝先士而開迪後進其道益光所制作

甚衆甚精生平著書了無一語可疑惑者其幾何原本一書尤確而當曰原本者明幾何之所以然凡為其說者無不由此出也故後人稱之曰歐几里得以他書踰人以此書踰己今詳味其書規摹次第洵為奇矣題論之首先標界說次設公論題論所據次乃具題題有本解有作法有推論先之所徵必後之所恃十三卷中五百餘題一脈貫通卷與卷題與題相結倚一先不可後一後不可先纍纍交承至終不絕也初言實理至易至明漸次積累終竟乃發奧微之義若暫觀後來一二題旨即其所言人所難測亦所難信及以前題為據層層印證重重開發則義如列

肩往往釋然而失笑矣千百年來非無好勝强辯之士終身力索不能議其隻字者夫從事幾何之學者雖神明天縱不得不藉此為階梯焉此書未達而欲坐進其道非但學者無所措其意即教者亦無所措其口也若西庠如向所云幾何之屬幾百家為書無慮萬卷皆以此書為基每立一義即引為證據焉用他書證者必標其名用此書證者直云某卷某題而已視為幾何家之日用飲食也至今世又復崛起一名士為竇所從學幾何之本師曰丁先生開廓此道益多著述竇昔游西海所過名邦每遘顓門名家輒言後世不可知若今世以前則丁先生之於幾何無

兩也先生於此書覃精已久既為之集解又復推求續補凡二卷與元書都為十五卷又每卷之中因其義類各造新論然後此書至詳至備其為後學津梁殆無遺憾矣竇自入中國竊見為幾何之學者其人與書信自不乏獨未睹有原本之論既闕根基遂難創造即有斐然述作者亦不能推明所以然之故其是者己亦無從別白有謬者人亦無從辨正當此之時遽有志翻譯此書質之當世賢人君子用酬其嘉信旅人之意也而才既菲薄且東西文理又自絕殊字義相求仍多闕略了然於口尚可勉圖肆筆為文便成艱澁矣嗣是以來屢逢志士左提右挈而每患作輟三進三止嗚呼此游藝之學言象之粗而齟齬若是允哉始事之難也有志竟成以需今日歲庚子竇因貢獻僑邸燕臺癸卯冬則吳下徐太史先生來太史既自精心長於文筆與旅人輩交游頗久私計得與對譯成書不難於時以計偕至及春薦南宮選為庶常然方讀中秘書時得晤言多咨論天主大道以修身昭事為急未遑此土苴之業也客秋乃詢西庠舉業余以格物實義應及譚幾何家之說余為述此書之精且陳翻譯之難及向來中輟狀先生曰吾先正有言一物不知儒者之恥今此一家已失傳為其學者皆闇中摸索耳既遇此書又遇子不驕不吝

欲相指授豈可畏勞玩日當吾世而失之嗚呼吾避難難自長大吾迎難難自消微必成之先生就功命余口傳自以筆受焉反覆展轉求合本書之意以中夏之文重復訂政凡三易稿先生勤余不敢承以怠迄今春首其最要者前六卷獲卒業矣但歐几里得本文已不遺旨若丁先生之文惟譯註首論耳大史意方銳欲竟之余曰止請先傳此使同志者習之果以為用也而後徐計其餘大史曰然是書也苟為用竟之何必在我遂輟譯而梓是謀以公布之不忍一日私藏焉梓成竇為撮其大意弁諸簡端自顧不文安敢竊附述作之林蓋聊敘本書指要以及翻譯因

起使後之習者知夫創通大義緣力俱艱相期增修以終美業庶俾開濟之士究心實理於向所陳百種道藝咸精其能上為國家立功立事即竇輩數年來旅食大官受恩深厚亦得藉手萬分之一矣萬歷丁未泰西利瑪竇謹書

原序

唐虞之世自羲和治歷暨司空后稷工虞典樂五官者非度數不為功周官六藝數與居一焉而五藝者不以度數從事亦不得工也襄曠之於音般墨之於械豈有他謬巧哉精於用法而已故嘗謂三代而上為此業者盛有原原本本師傳曹習之學而畢喪於祖龍之焰漢以來多任意揣摩如盲人射的虛發無效或依儗形似如持螢燭象得首失尾至於今而此道盡廢有不得不廢者矣幾何原本者度數之宗所以窮方圓平直之情盡規矩準繩之用也利先生從少年時論道之暇留意藝學且此業在彼中所謂師傳曹習者其師丁氏又絕代名家也以故極精其說而與不佞游久講譚餘暑時時及之因請其象數諸書更以華文獨謂此書未譯則他書俱不可得論遂共翻其要約六卷既卒業而復之由顯入微從疑得信蓋不用為用衆用所基眞可謂萬象之形囿百家之學海雖實未竟然以當他書既可得而論矣私心自謂不意古學廢絕二千年後頓獲補綴唐虞三代之闕典遺義其裨益當世定復不小因偕二三同志刻而傳之先生曰是書也以當百家之用庶幾有羲和般墨其人乎猶其小者有大用於此將以習人之靈才令細而確也余以謂小用大用實在其人

如鄰林伐樹棟梁榱桷𢘽所取之耳顧惟先生之學略有三種大者修身事天小者格物窮理物理之一端別爲象數一一皆精實典要洞無可疑其分解擘析亦能使人無疑而余乃亟傳其小者趨欲先其易信使人繹其文想見其意理而知先生之學可信不疑大槩如是則是書之爲用更大矣他所說幾何諸家藉此爲用畧具其自敘中不備論吳淞徐光啟書

夫儒者之學亟致其知致其知當由明達物理耳物理渺隱人才頑昏不因旣明累推其未明吾知奚至哉吾西陬國雖褊小而其庠校所業格物窮理之法視諸列邦爲獨

備焉故審究物理之書極繁富也彼士立論宗旨惟尚理之所據弗取人之所意蓋曰理之審乃令我知若夫人之意又令我意耳知之謂謂無疑焉而意猶兼疑也然虛理隱理之論雖據有眞指而釋疑不盡者尚可以他理駁焉能引人以是之而不能使人信其無或非也獨實理者明理者剖散心疑能强人不得不是之不復有理以疵之其所致之知且深且固則無有若幾何一家者矣幾何家者專察物之分限者也其分者若截以爲數則顯物幾何衆也若完以爲度則指物幾何大也其數與度或脫於物體而空論之則數者立算法家度者立量法　或二者在

完書當是時埃及國王多祿某問曰幾何之法更有捷徑否對曰夫幾何者大路然王安所得獨闢一途也自此方輿之內繙譯是書者亞於新舊約全書余來中國見有幾何六卷明泰西利氏繙算學家多重之知其未爲全書故亦不甚滿志宣城梅氏云有所祕耶抑義理閎深繙譯不易故耶學問之道天下公器奚可祕而不宣不揣檮昧欲續爲成之顧我西國此書外間所習或六卷或八卷俱非足本自來海上留心蒐訪實鮮完善仍購之故鄉始得是本迺依希臘本繙我國語者我國近來重槧此爲舊版較勘未精語譌字誤豪釐千里所失匪輕余媿謝陋雖生長

泰西而此術未深不敢妄爲勘定會海甯李君秋紉來游滬壘君固精於算學於幾何之術心領神悟能言其故於是相與繙譯余口之君筆之删蕪正譌反復詳審使其無有疵病則李君之力居多余得以藉手告成而已是書六卷後至十五卷始全末二卷出自他手非歐几里得所著以全書綱領言之前四卷論線與面弟五卷論比例弟六卷論面與比例相合此利氏譯弟七八九卷論數弟十卷論無比例之幾何分二十五類明各類各線與他類諸線俱無等此卷在幾何術中最爲精奧弟十一卷至末卷俱論體而弟十二卷論中末線之用弟十四十五卷申言等

面五體此余所譯書既成徵特繼利氏之志抑亦解梅氏之惑殊深忻慰所重有感者我西人之來中國有疑其借厤算爲名侌以行其耶穌主教者夫耶穌主教本也厤算諸學末也厤算非主教宗旨而格致窮理亦人人所宜講明切究者明徐光啟之序前書也謂西學甚大先於其小者測之小也者即吾所云末也大也者即吾所云本也本何在則帝子降生捐身救世是也故余之來實以首明聖教爲事願與天下學者謹謹焉求其本而弗遺於其末愈爲余之所厚望也已咸豐七年正月十日偉烈亞力序

原跋

是書刻於丁未歲板留京師戊申春利先生以校正本見寄令南方有好事者重刻之明年來竟無有校本留寘家塾暨庚戌北上先生沒矣遺書中得一本其別後所自業者校訂皆手跡追惟篝燈函丈時不勝人琴之感其友龐熊兩先生遂以見遺庋置久之辛亥夏季積雨無聊屬都下方爭論歷法事余念牙絃一輟行復五年恐遂遺忘因借二先生重閱一過有所增定比於前刻差無遺憾矣續成大業未知何日未知何人書以俟焉吳淞徐光啟

續譯原跋

幾何原本書十五卷前六卷利瑪竇譯而徐光啟所筆受者乾隆間已由兩江總督採進收入　四庫　四庫總目兼引徐利序語知徐利序亦並經錄入利序云太史意方銳欲竟之又云太史曰是書也苟為用竟之何必在我而徐題語亦云續成大業未知何日未知何人今偉烈氏亟力既續譯其後九卷海甯李氏善蘭為之筆受而幾何原本原書遂全夫徐利俱精天算家言李偉烈亦俱精天算家言徐居吳淞李亦寓吳淞利生於歐羅巴而游於中土偉烈亦生於歐羅巴而游於中土利信奉耶穌偉烈亦信奉耶穌前書徐利各譔一序此書李偉烈亦各譔一序何前後一一相同如是顧未知後日亦得收入　四庫與否也而果在何時收入由何人獻進也書以俟焉咸豐七年二月十一日婁韓應陛

幾何原本雜議

下學工夫有理有事此書為益能令學理者祛其浮氣練其精心學事者資其定法發其巧思故舉世無一人不當學聞西國古有大學師門生常數百千人來學者先問能通此書乃聽入何故欲其心思細密而已其門下所出名士極多

能精此書者無一書不可精好學此書者無一事不可學

凡他事能作者能言之不能作者亦能言之獨此書為用能言者即能作者若不能作自是不能言何故言時一毫未了向後不能措一節何由得妄言之以故精心此學不無知言之助

凡人學問有解得一半者有解得十九或十一者獨幾何之學通即全通蔽即全蔽更無高下分數可論

人具上資而意理疏莽即上資無用人具中材而心思縝密即中材有用能通幾何之學縝密甚矣故率天下之人而歸於實用者是或其所由之道也

此書有四不必不必疑不必揣不必試不必改有四不可得欲脫之不可得欲駁之不可得欲減之不可得欲前後更置之不可得有三至三能似至晦實至明故能以其明明他物之至晦似至繁實至簡故能以其簡簡他

物之至繁似至難實至易故能以其易易他物之至難易生於簡簡生於明綜其妙在明而已

此書爲用至廣在此時尤所急須余譯竟隨偕同好者梓傳之利先生作叙亦最喜其亟傳也意皆欲公諸人人令當世亟習焉而習者蓋寡竊意百年之後必人人習之即又以爲習之晚也而謬謂余先識余何先識之有

有初覽此書者疑奥深難通仍謂余當顯其文句余對之度數之理本無隱奥至於文句則爾日推敲再四顯明極矣倘未及留意望之似奥深焉譬行重山中四望無路及行到彼蹊徑歷然請假旬日之功一究其旨即知諸篇自首迄尾悉皆顯明文句　吳淞徐光啓記

幾何原本第一卷之首 界說三十六則 公論十九則 求作四則

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啓　筆受

界說三十六則

凡造論先當分別解說論中所用名目故曰界說

凡歷法地理樂律算章技藝工巧諸事有度有數者皆依賴十府中幾何府屬凡論幾何先從一點始自點引之爲線線展爲面面積爲體是名三度

第一界

點者無分

無長短廣狹厚薄　如下圖 凡圖十干爲識十干盡用十二支支盡用八卦八音

甲

第二界

線有長無廣

試如一平面光照之有光無光之間不容一物是線也

乙　甲

眞平眞圓相遇其遇處止有一點行則止有一線

線有直有曲

第三界

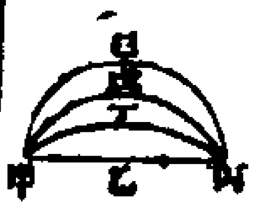
凡線之界是點 凡線有界者兩界必是點

第四界

凡直線止有兩端兩端之間上下更無一點

兩點之間至徑者直線也稍曲則繞而長矣

直線之中點能遮兩界　凡量遠近皆用直線



甲乙丙是直線甲丁丙甲戊丙甲己丙皆是曲線

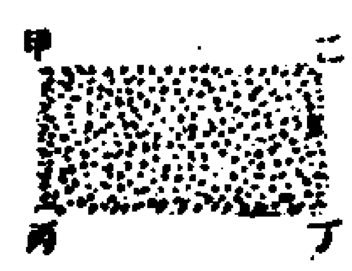
第五界

面者止有長有廣

一體所見為面

凡體之影極似於面 無厚之極

想一線橫行所留之迹即成面也



甲乙線行至丙丁其迹成甲乙丁丙面

第六界

面之界是線

第七界

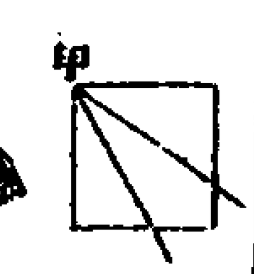
平面一面平在界之內

平面中間線能遮兩界

平面者諸方皆作直線

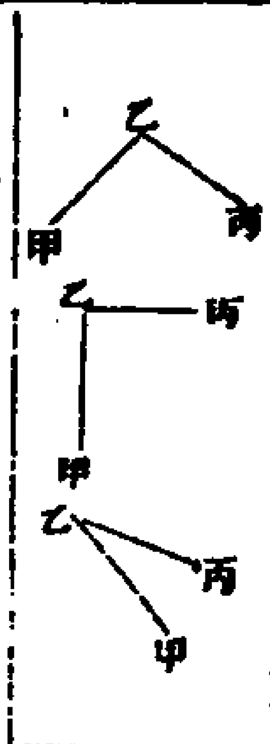
試如一方面用一直繩施於一角繞面運轉不礙不空是平面也 如甲

若曲面者則中間線不遮兩界 如乙

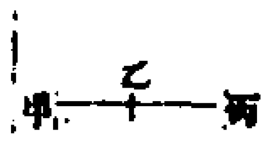


第八界

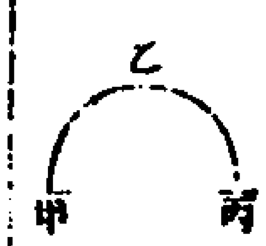
平角者兩直線於平面縱橫相遇交接處



凡言甲乙丙角皆指平角



如上甲乙乙丙二線平行相遇不能作角



如上甲乙乙丙二線雖相遇不作平角為是曲線

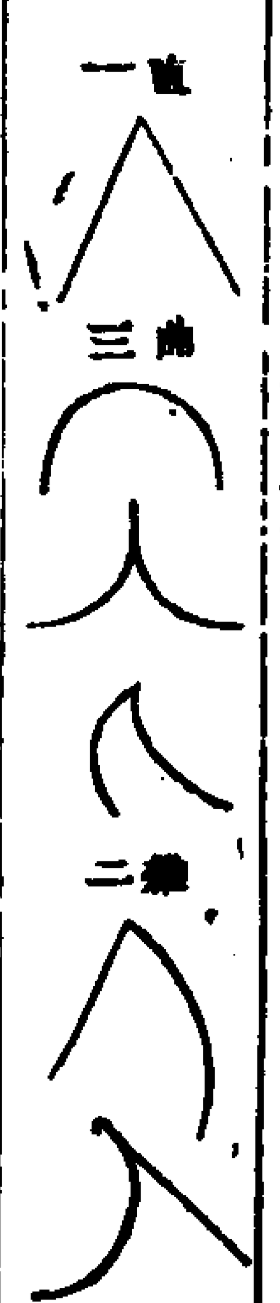
所謂角止是兩線相遇不以線之大小較論

第九界

直線相遇作角為直線角

平地兩直線相遇為直線角本書中所論止是直線角

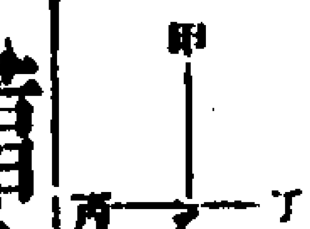
但作角有三等今附著於此一直線角二曲線角三雜線角　如下六圖



第十界

直線垂於橫直線之上若兩角等必兩成直角而直線下垂者謂之橫線之垂線

量法常用兩直角及垂線垂線加於橫線之上必不作銳角及鈍角



若甲乙線至丙丁上則乙之左右作兩角相等爲直角而甲乙爲垂線

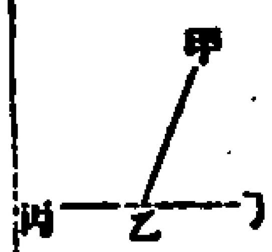
若甲乙爲橫線則丙丁又爲甲乙之垂線何者丙乙與甲乙相遇雖止一直角然甲線若垂下過乙則丙線上下定成兩直角所以丙乙亦爲甲乙之垂線如今用矩尺一縱一橫互相爲直線互相爲垂線

凡直線上有兩角相連是相等者定俱直角中間線爲垂線

反用之若是直角則兩線定俱是垂線

第十一界

凡角大於直角爲鈍角



如甲乙丙角與甲乙丁角不等而甲乙丙大於甲乙丁則甲乙丙爲鈍角

第十二界

凡角小於直角爲銳角

如前圖甲乙丁是

通上三界論之直角一而已鈍角銳角其大小不等乃至無數

是後凡指言角者俱用三字爲識其第二字即所指角也　如前圖甲乙丙三字第二乙字即所指鈍角若言甲乙丁即第二乙字是所指銳角

第十三界

界者一物之始終

今所論有三界點爲線之界線爲面之界面爲體之界體不可爲界

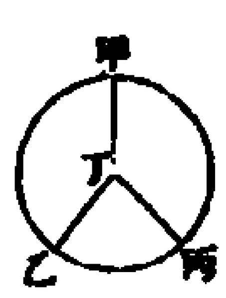
第十四界

或在一界或在多界之間爲形

一界之形如平圜立圜等物多界之形如平方立方及平立三角六八角等物　圖見後卷

第十五界

圜者一形於平地居一界之間自界至中心作直線俱等



若甲乙丙爲圜丁爲中心則自甲至丁與乙至丁丙至丁其線俱等

外圜線爲圜之界內形爲圜

一說圜是一形乃一線屈轉一周復於元處所作如上

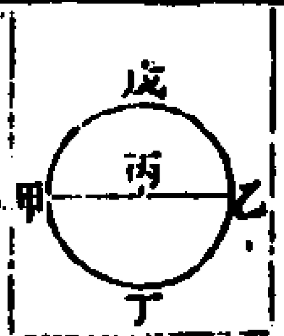
圜甲丁線轉至乙丁乙丁轉至丙丁丙丁又至甲丁復元處其中形即成圜

第十六界

圜之中處爲圜心

第十七界

自圜之一界作一直線過中心至他界爲圜徑徑分圜兩平分



甲丁乙戊圜自甲至乙過丙心作一直線爲圜徑

第十八界

徑線與半圜之界所作形爲半圜

第十九界

在直線界中之形爲直線形

第二十界

在三直線界中之形爲三邊形

第二十一界

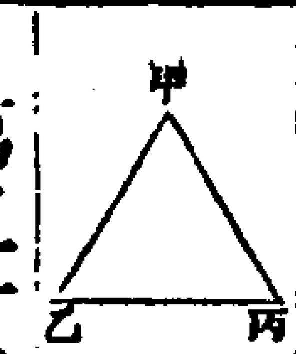
在四直線界中之形爲四邊形

第二十二界

在多直線界中之形爲多邊形五邊以上俱是

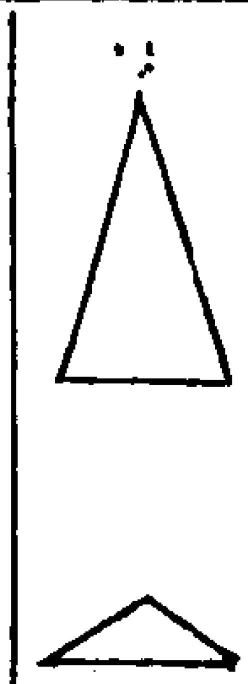
第二十三界

三邊形三邊線等爲平邊三角形



第二十四界

三邊形有兩邊線等爲兩邊等三角形或銳或鈍

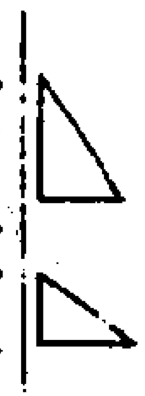


第二十五界

三邊形三邊線俱不等爲三不等三角形

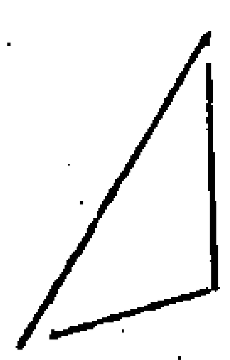
第二十六界

三邊形有一直角爲三邊直角形



第二十七界

三邊形有一鈍角爲三邊鈍角形



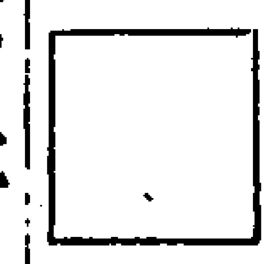
第二十八界

三邊形有三銳角爲三邊各銳角形

凡三邊形恆以在下者爲底在上二邊爲腰

第二十九界

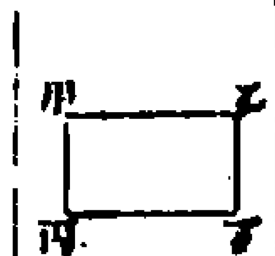
四邊形四邊線等而角直爲直角方形



第三十界

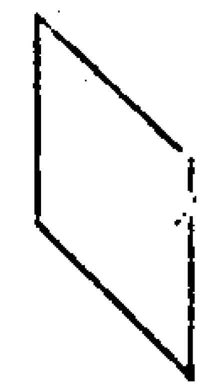
直角形其角俱是直角其邊兩兩相等

如上甲乙丙丁形甲乙邊與丙丁邊自相等甲丙與乙丁自相等



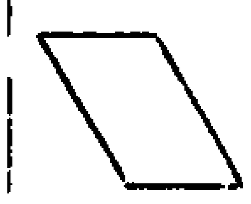
第三十一界

斜方形四邊等但非直角



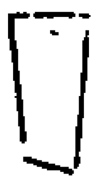
第三十二界

長斜方形其邊兩兩相等但非直角



第三十三界

已上方形四種謂之有法四邊形四種之外他方形皆謂之無法四邊形

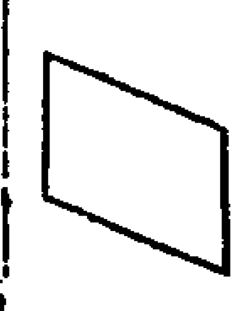


第三十四界

兩直線於同面行至無窮不相離亦不相遠而不得相遇爲平行線

第三十五界

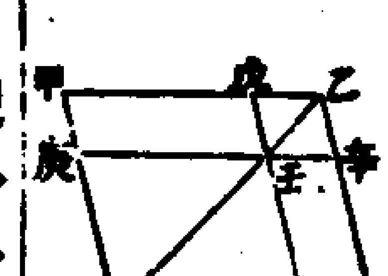
一形每兩邊俱平行線爲平行線方形



第三十六界

凡平行線方形若於兩對角作一直線其直線爲對角線又於兩邊縱橫各作一平行線其兩平行線與對角線交羅相遇即此形分爲四平行線方形其兩形有對角線者爲角線方形其兩形無對角線者爲餘方形

甲乙丙丁方形於丙乙兩角作一線爲對角線又依乙丁平行作戊己線依甲乙平行作庚辛線其對角線與戊己庚辛兩線交羅相遇於壬即作大小四平行線方形矣則庚壬己丙及戊壬辛乙兩方形謂之角線方形而甲庚壬戊及壬己丁



並謂之餘方形

求作四則

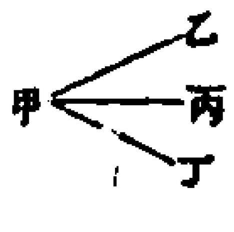
求作者不得言不可作

第一求

自此點至彼點求作一直線

此求亦出上篇蓋自此點直行至彼點卽是直線

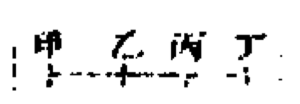
自甲至乙或至丙至丁俱可作直線



第二求

一有界直線求從彼界直行引長之

如甲乙線從乙引至丙或引至丁俱一直行



第三求

不論大小以點為心求作一圜

案圜下無說今補云如甲為心以甲乙為度繞甲一周成甲乙圜甲丙甲丁甲戊為度俱同

第四求

設一度於此求作彼度較此度或大或小（凡言度者或線或面或體皆是）

或言較小作大可作較大作小不可作何者小之至極數窮盡故也此說非是凡度與數不同數者可以長不可以短長數無窮短數有限如百數減半成五十減之又減至一而止一以下不可損矣自百以上增之可至無窮故曰可長不可短也度者可以長亦可以短長者增之可至無窮短者減之亦復無盡嘗見莊子稱一尺之棰日取其半萬世不竭亦此理也何者自有而分不免為有若減之可盡是有化為無也有化為無猶可言也令已分者更復合之合之又合仍為尺棰是始合之初兩無能并為一有也兩無能并為一有不可言也

公論十九則

公論者不可疑

第一論

設有多度彼此俱與他等則彼與此自相等

第二論

有多度等若所加之度等則合并之度亦等

第三論

有多度等若所減之度等則所存之度亦等

第四論

有多度不等若所加之度等則合并之度不等

第五論

有多度不等若所減之度等則所存之度不等

第六論

有多度俱倍於此度則彼多度俱等

第七論

有多度俱半於此度則彼多度亦等

第八論

有二度自相合則二度必等（以一度加一度之上）

第九論

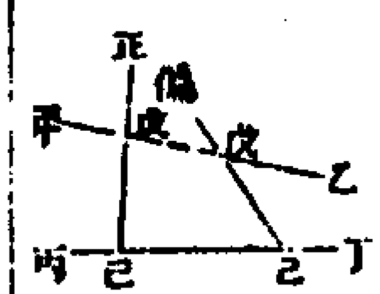
全大於其分（如一尺大於一寸寸者全尺中十分中之一分也）

第十論

直角俱相等（見界說十）

第十一論

有二橫直線或正或偏任加一縱線若三線之間同方兩角小於兩直角則此二橫直線愈長愈相近必至相遇

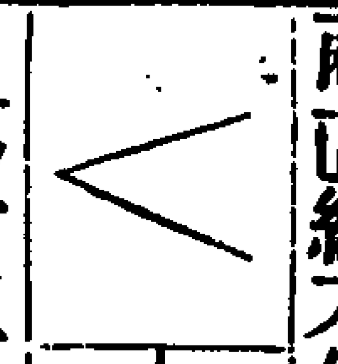


甲乙丙丁二橫直線任意作一戊己縱線或正或偏若戊己線旁同方兩角俱小於直角或并之小於兩直角則甲乙丙丁線愈長愈相近必有相遇之處

欲明此理宜察平行線不得相遇者（界說卅四）加一垂線即三線之間定爲直角便知此論兩角小於直角者其行不得不相遇矣

第十二論

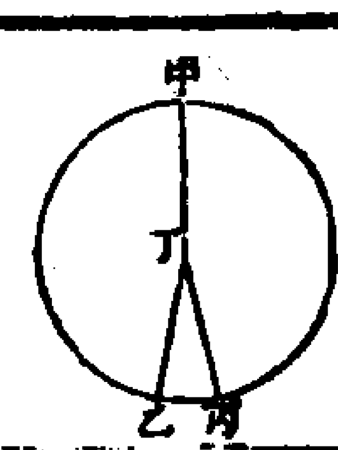
兩直線不能爲有界之形



第十三論

兩直線止能於一點相遇

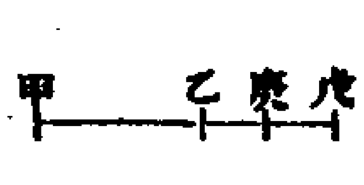
如云線長界近相交不止一點試於丙乙二界各出直線交於丁假令其交不止一點當引至甲則甲丁乙宜爲甲丙乙圜之徑而甲丁丙亦如之（界說十七）夫甲丁乙圜之右半也而甲丁丙亦



右半也（界說十七）甲丁乙爲全甲丁丙爲其分而俱稱右半是全與其分等也（本篇九）

第十四論

有幾何度等若所加之度各不等則合并之差與所加之差等

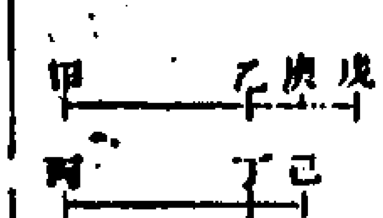


甲乙丙丁線等於甲乙加乙戊於丙丁加丁己則甲戊大於丙己者庚戊線也而乙戊大於丁己亦如之

第十五論

有幾何度不等若所加之度等則合并所贏之度與元所

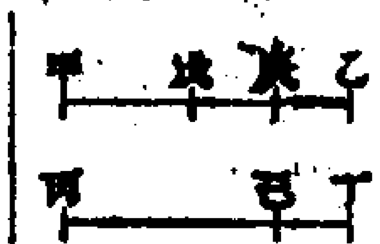
贏之度等



如上圖反說之戊乙己丁線不等於戊乙加乙甲於己丁加丁丙則戊甲大於己丙者戊庚線也而戊乙大於己丁亦如之

第十六論

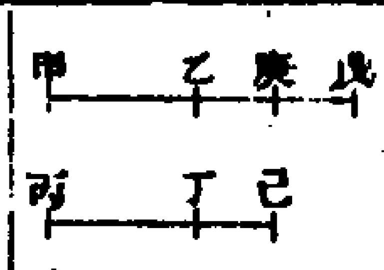
有幾何度等若所減之度不等則餘度所贏之度與減去所贏之度等



甲乙丙丁線等於甲乙減戊乙於丙丁減己丁則乙戊大於丁己者庚戊也而丙己大於甲戊亦如之

第十七論

有幾何度不等若所減之度等則餘度所贏之度與元所贏之度等



如十四論反說之甲戊丙己線不等於甲戊減甲乙於丙己減丙丁則乙戊長於丁己者亦庚戊也與甲戊長於丙己者等矣

第十八論

全與諸分之并等

第十九論

有二全度此全倍於彼全若此全所減之度倍於彼全所減之度則此較亦倍於彼較（相減之餘曰較）

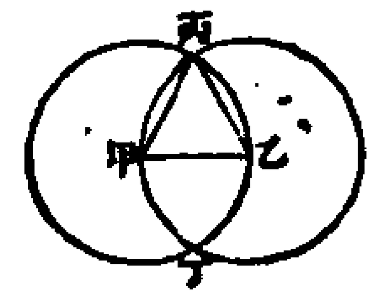
如此度二十彼度十於二十減六於十減三則此較十四彼較七

幾何原本第一卷（本篇論三角形 計四十八題）

泰西 利瑪竇 口譯
吳淞 徐光啟 筆受

第一題

於有界直線上求立平邊三角形

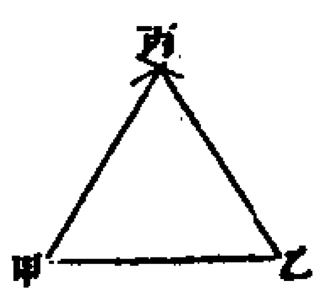


法曰甲乙直線上求立平邊三角形先以甲為心乙為界作丙乙丁圜次以乙為心甲為界作丙甲丁圜兩圜相交於丙於丁末自甲至丙丙至乙各作直線即甲乙丙為平邊三角形

論曰以甲為心至圜之界其甲乙線與甲丙甲丁線等以乙為心則乙甲線與乙丙乙丁線亦等何者凡為圜自心至界各線俱等故（界說十五）既乙丙等於乙甲而甲丙亦等於甲乙即甲丙亦等於乙丙（公論一）三邊等如所求

凡論有二種此以是為論者正論也下倣此

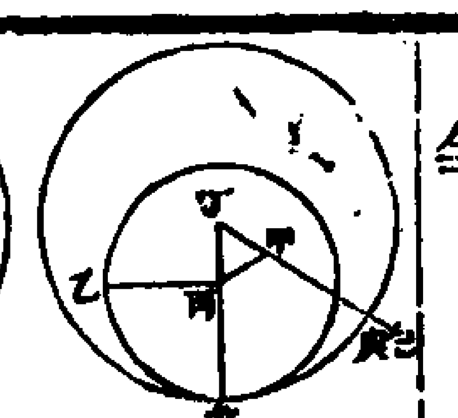
其用法不必作兩圜但以甲為心乙為界作近丙一短界線乙為心甲為界亦如之兩短界線交處即得丙

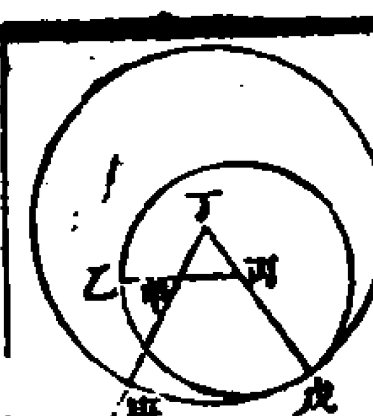


諸三角形俱推前用法作之（詳本篇廿二）

第二題

一直線線或內或外有一點求以點為界作直線與元線等





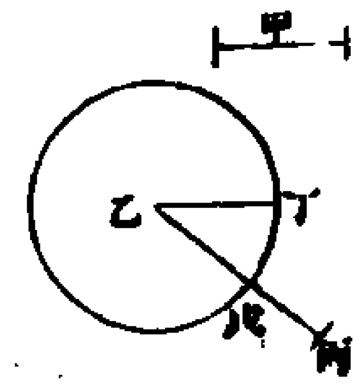
法曰有甲點及乙丙線求以甲為界作一線與乙丙等先以丙為心乙為界（乙為心丙為界亦可作）作丙乙圜（第三求）次觀甲點若在丙乙之外則自甲至丙作甲丙線（第一求）如上前圖或甲在丙乙之內則截取甲至丙一分線如上後圖兩法俱以甲丙線為底任於上下作甲丁丙平邊三角形（本篇一）次自三角形兩腰線引長之（第二求）其丁丙引至丙乙圜界而止為丙戊線其丁甲引之出丙乙圜外稍長為甲己線末以丁為心戊為界作丁戊圜其甲己線與丁戊圜相交於庚即甲庚線與乙丙線等

論曰丁戊丁庚線同以丁為心戊庚為界故等（界說十五）於丁戊線減丁丙丁庚線減丁甲其所減兩腰線等則所存亦等（公論四）夫丙戊與丙乙同以丙為心戊乙為界亦等（界說十五）即甲庚與丙乙等（公論一）

若所設甲點即在丙乙線之一界其法尤易假如點在丙即以丙為心作乙戊圜從丙至戊即所求

第三題

兩直線一長一短求於長線減去短線之度

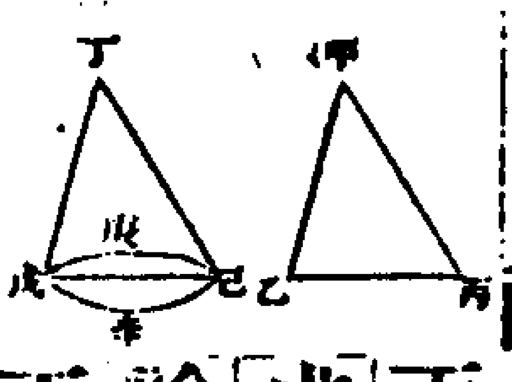


法曰甲短線乙丙長線求於乙丙減甲先以甲爲度從乙引至別界作乙丁線本篇二次以乙爲心丁爲界作圜第三求圜界與乙丙交於戊卽乙戊與等甲之乙丁等盖乙丁乙戊同心同圜故界說十五

第四題

兩三角形若相當之兩腰線各等各兩腰線間之角等則兩底線必等而兩形亦等其餘各兩角相當者俱等

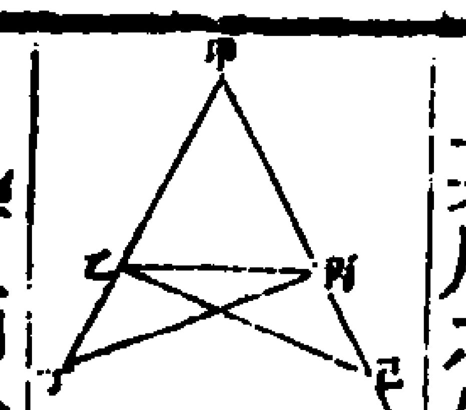
解曰甲乙丙丁戊己兩三角形之甲與丁兩角等甲丙與丁己兩線甲乙與丁戊兩線各等題言乙丙與戊己兩底線必等而兩三角形亦等甲乙丙與丁戊己兩角甲丙乙與丁己戊兩角俱等



論曰如云乙丙與戊己不等卽令將甲角置丁角之上兩角必相合無大小甲丙與丁己甲乙與丁戊亦必相合無大小公論八此二俱等而云乙丙與戊己不等必乙丙底或在戊己之上爲庚或在其下爲辛矣戊己既爲直線而戊庚己又爲直線則兩線當別作一形是兩線能相合爲形也辛倣此公論十二○此以非爲論者駁論也下倣此

第五題

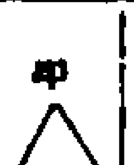
三角形若兩腰等則底線兩端之兩角等而兩腰引出之其底之外兩角亦等



解曰甲乙丙三角形其甲丙與甲乙兩腰等題言甲丙乙與甲乙丙兩角等又自甲丙線任引至戊甲乙線任引至丁其乙丙戊與丙乙丁兩外角亦等

論曰試如甲戊線稍長卽從甲戊截取一分與甲丁等爲甲己本篇三次自丙至丁乙至己各作直線第一求卽甲己乙甲丁丙兩三角形必等何者此兩形之甲角同甲己與甲丁兩腰又等甲乙與甲丙兩腰又等則其底丙

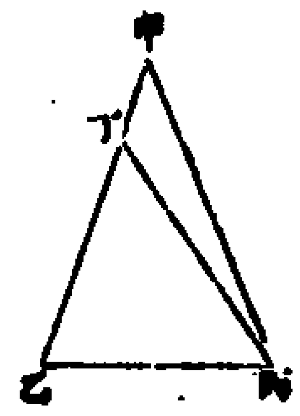
丁與乙己必等而底線兩端相當之各兩角亦等矣本篇四又乙丙己與丙乙丁兩三角形亦等何者此兩形之丙丁乙與乙己丙兩角既等本論而甲己甲丁兩腰各減相等之甲丙甲乙線卽所存丙己乙丁兩腰又等公論三丙丁與乙己兩底又等本論又乙丙同腰卽乙丙丁與丙乙己兩角亦等也則丙之外乙丙己角與乙之外丙乙丁角必等矣本篇四次觀甲乙己與甲丙丁兩角既等於甲乙己減丙乙己角甲丙丁減乙丙丁角則所存甲丙乙與甲乙丙兩角必等公論三



增從前形知三邊等形其三角俱等

第六題

三角形若底線兩端之兩角等則兩腰亦等



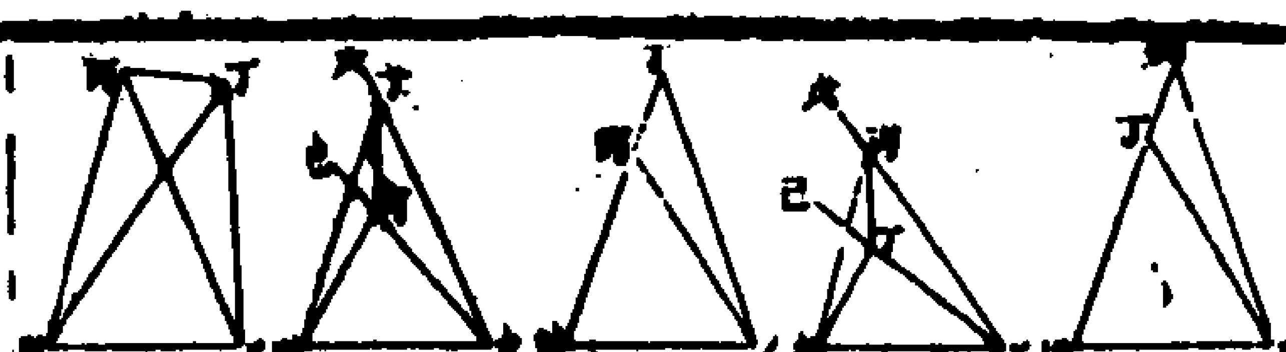
解曰甲乙丙三角形其甲乙丙與甲丙乙兩角等題言甲乙與甲丙兩腰亦等

論曰如云兩腰線不等而一長一短試辨之若甲乙為長線即令比甲丙線截去所長之度為乙丁線而乙丁與甲丙等本篇三次自丁至丙作直線則本形成兩三角形其一為甲乙丙其一為丁乙丙而甲乙丙全形與丁乙丙分形同也是全與其分等也公論九何者彼言丁乙丙分形之乙丁與甲乙丙全形之甲丙兩線既等丁乙丙分形之乙丙與甲乙丙全形之乙丙又同線而元設丁乙丙與甲丙乙兩角等則丁乙丙與甲乙丙兩形亦等也本篇四是全與其分等也故底線兩端之兩角等者兩腰必等也

第七題

一線為底出兩腰線其相遇止有一點不得別有腰線與元腰線等而於此點外相遇

解曰甲乙線為底於甲於乙各出一線至丙點相遇題言此為一定之處不得於甲上更出一線與甲丙等乙上更出一線與乙丙等而不於丙相遇



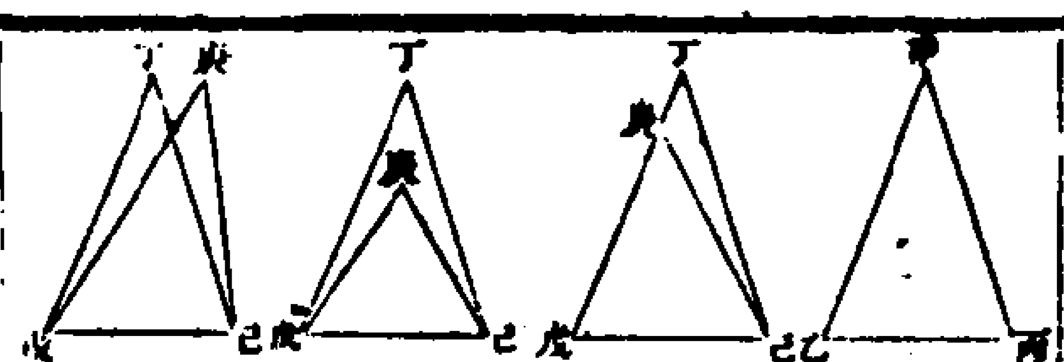
論曰若言有別相遇於丁者即問丁當在丙內邪丙外邪若言丁在丙內則有二說俱不可通何者若言丁在甲丙元線之內則如第一圖丁在甲丙兩界之間矣如此即甲丁是甲丙之分而云甲丙與甲丁等也是全與其分等也公論九若言丁在甲丙乙三角頂間則如第二圖丁在甲丙乙之間矣即令自丙至丁作丙丁線而乙丁丙甲丁丙又成兩三角形次從乙丁引出至己從乙丙引出至戊則乙丁丙形之乙丁乙丙兩腰等者其底線兩端之兩角乙丁丙乙丙丁宜亦等也本篇五其底之外兩角己丁丙戊丙丁宜亦等也本篇五而甲丁丙形之甲丁甲丙兩腰等者其底線兩端之兩角甲丙丁甲丁丙宜亦等也本篇五夫甲丙丁角本小於戊丙丁角而為其分今言甲丁丙與甲丙丁兩角等則甲丁丙亦小於戊丙丁矣何況己丁丙又甲丁丙之分更小於戊丙丁可知何言底外兩角等乎若言丁在丙外又有三說俱不可通何者若言丁在甲丙元線外是丁甲即在丙甲元線之上則甲丙與甲丁等矣即如上第一說駁之若言丁在甲丙乙三角頂外即如上第二說駁之若言丁在丙外而後出二線一在三角形內

一在其外甲丁線與乙丙線相交如第五圖卽令將丙丁相聯作直線是甲丁丙叉成一三角形而甲丙丁宜與甲丁丙兩角等也本篇五　夫甲丁丙角本小於丙丁乙角而爲其分據如彼論則甲丙丁角亦小於丙丁乙角矣又丙丁乙亦成一三角形而丙丁乙宜與丁丙乙兩角等也本篇五　夫丁丙乙角本小於甲丙丁角而爲其分據如彼論則丙丁乙角亦小於甲丙丁角矣此二說者豈不自相戾乎

第八題

兩三角形若相當之兩腰各等兩底亦等則兩腰間角必

等



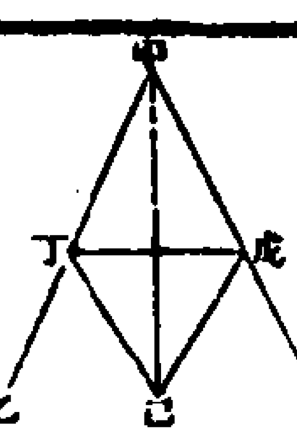
解曰甲乙丙丁戊己兩三角形其甲乙與丁戊兩腰甲丙與丁己兩腰各等乙丙與戊己兩底亦等題言甲與丁兩角必等

論曰試以丁戊己形加於甲乙丙形之上問丁角在甲角上邪否邪若在上卽兩角等矣公論八　或謂不然乃在於庚卽問庚當在丁戊線之內邪或在三角頂之內邪或在三角頂之外邪皆依前論駁之本篇七

系本題止論甲丁角若旋轉依法論之卽三角皆同可見凡線等則角必等不可疑也

第九題

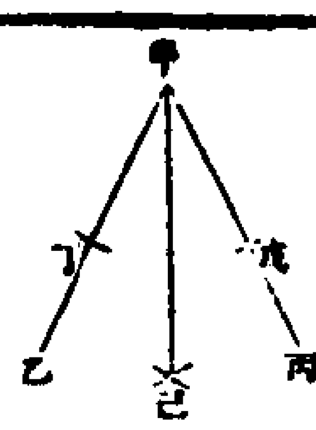
有直線角求兩平分之



法曰乙甲丙角求兩平分之先於甲乙線任截一分爲甲丁本篇三　次於甲丙亦截甲戊與甲丁等次自丁至戊作直線次以丁戊爲底立平邊三角形本篇一　爲丁戊己形末自己至甲作直線卽乙甲丙角爲兩平分

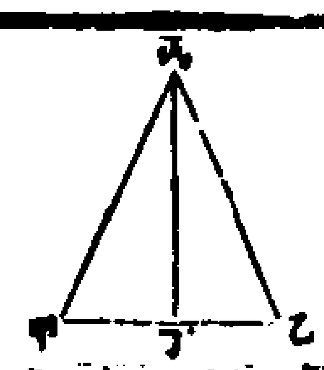
論曰丁甲己與戊甲己兩三角形之甲丁與甲戊兩線等甲己同是一線戊己與丁己兩底又等何言兩底等初從戊丁底作此三角平形此二線爲腰各等戊丁故　則丁甲己與戊甲己兩角必等本篇八

用法如上截取甲丁甲戊卽以丁爲心向乙丙間任作一短界線次用元度以戊爲心亦如之兩界線交處得己本篇一



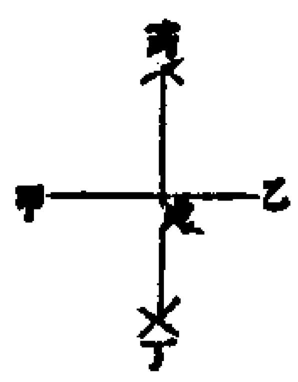
第十題

一有界線求兩平分之



法曰甲乙線求兩平分先以甲乙爲底作甲乙丙兩邊等三角形本篇一　次以甲丙乙丙角兩平分之本篇九　得丙丁直線卽分甲乙於丁

論曰丙丁乙丙丁甲兩三角形之丙乙丙甲兩腰等而丙丁同線甲丙丁與乙丙丁兩角又等（本篇九）則甲丁與乙丁兩線必等（本篇四）



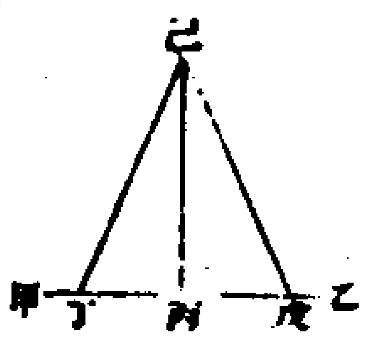
用法以甲為心任用一度但須長於甲乙線之半向上向下各作一短界線次用元度以乙為心亦如之兩界線交處即丙丁末作丙丁直線即分甲乙於戊

第十一題

一直線任於一點上求作垂線

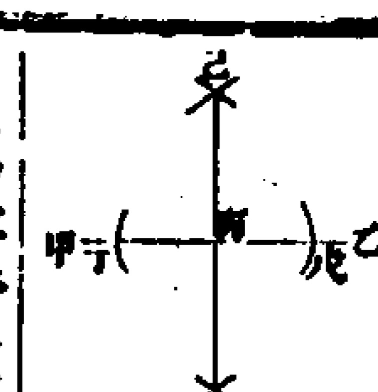
法曰甲乙直線任指一點於丙求丙上作垂線先於丙

左右任用一度各截一界為丁為戊（本篇三）次以丁戊為底作兩邊等角形（本篇一）為丁己戊末自己至丙作直線即己丙為甲乙之垂線

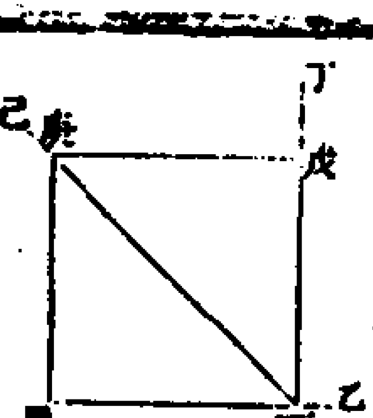


論曰丁己丙與戊己丙兩角形之己丁己戊丙腰等而己丙同線丙丁與丙戊兩底又等即兩形必等丁與戊兩角亦等（本篇五）丁己丙與戊己丙兩角亦等（本篇八九）則丁丙己與戊丙己兩角必等矣等即是直角直角即是垂線（界說十）此後三角線形多稱角形省文也

用法于丙點左右如上截取丁與戊即以丁為心任用一度但須長於丙丁線向丙上方作短界線次用元度以戊為心亦如之兩界線交處即己



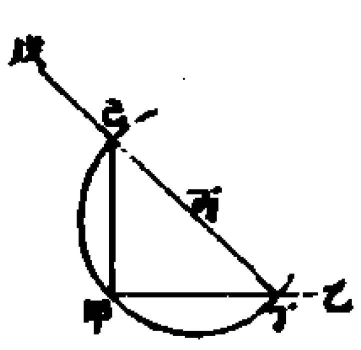
又用法於丙左右如上截取丁與戊即任用一度以丁為心於丙上下方各作短界線次用元度以戊為心亦如之則上交為己下交為庚末作己庚直線視直線交於丙點即得是用法又為當巧之法



增若甲乙線所欲立垂線之點乃在線末甲界上甲外無餘線可截則於甲乙線上任取一點為丙如前法於丙上立丁丙垂線次以

甲丙丁角兩平分之（本篇九）為己丙線次以甲丙為度於丁丙垂線上截戊丙線（本篇三）次於戊上如前法立垂線與己丙線相遇為庚末自庚至甲作直線如所求

論曰庚甲丙與庚丙戊兩角形之甲丙戊丙兩線既等庚丙同線戊丙庚與甲丙庚兩角又等即甲庚戊庚兩線必等（本篇四）而對同邊之甲角戊角亦等（本篇四）戊既直角則甲亦直角是甲庚為甲乙之垂線（界說十）

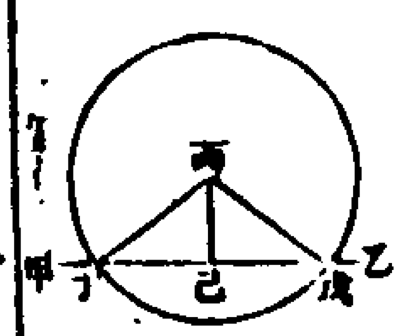


用法甲點上欲立垂線先以甲為心向元線上方任抵一界作丙點次用元度以丙為心作大半圜圜界與甲乙線相遇為丁次自丁

至丙作直線引長之至戊爲戊丁線戊丁與圜界相遇爲己末自己至甲作直線卽所求此法今未能論論見第三卷第三十一題

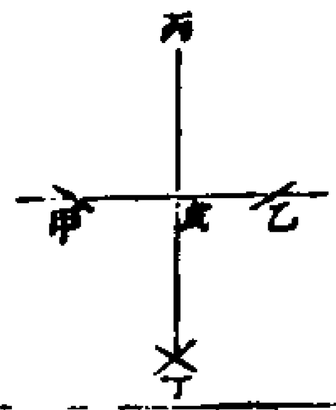
第十二題

有無界直線線外有一點求於點上作垂線至直線上

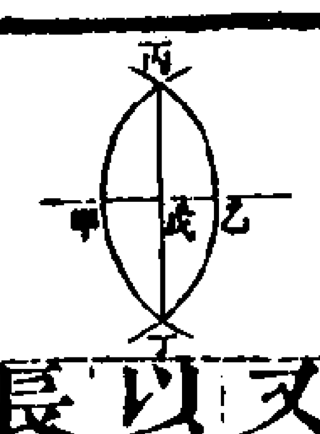


法曰甲乙線外有丙點求從丙作垂線至甲乙先以丙爲心作一圜令兩交於甲乙線爲丁爲戊次從丁戊各作直線至丙次兩平分丁戊於己本篇十末自丙至己作直線卽丙己爲甲乙之垂線

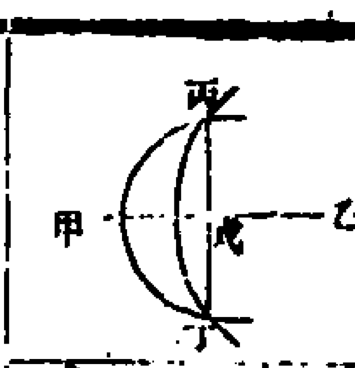
論曰丙己丁丙己戊兩角形之丙丁丙戊兩線等丙己同線則丙戊己與丙丁己兩角必等本篇八而丁丙己與戊丙己兩角又等則丙己丁與丙己戊等皆直角本篇四而丙己定爲垂線矣



用法以丙爲心向直線兩處各作短界線爲甲爲乙次用元度以甲爲心向丙點相望處作短界線乙爲心亦如之兩界線交處爲丁末自丙至丁作直線則丙戊爲垂線

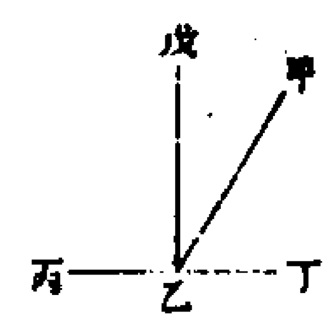


又用法於甲乙線上近甲近乙任取一點爲心以丙爲界作一圜界於丙點及相望處各稍引長之次於甲乙線上視前心或相望如前圖或進或退如後圖任移一點爲心以丙爲界作一圜界至與前圜交處得丁自丙至丁作直線得戊若近界作垂線無可截取亦用此法



第十三題

一直線至他直線上所作兩角非直角卽等於兩直角



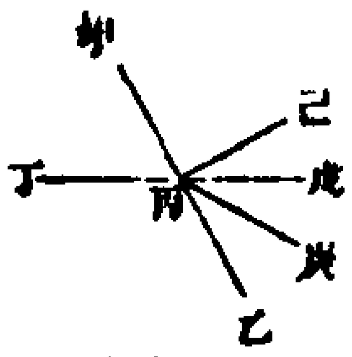
解曰甲線下至丙丁線遇於乙其甲乙丙與甲乙丁作兩角題言此兩角當是直角若非直角卽是一鋭一鈍而并之等於兩直角

論曰試於乙上作垂線爲戊乙本篇十一令戊乙丙與戊乙丁爲兩直角卽甲乙丁甲乙戊兩鋭角并之與戊乙丁

直角等矣次於甲乙丁甲乙戊兩鋭角又加戊乙丙一直角并此三角定與戊乙丙戊乙丁兩直角等也公論十八次於甲乙戊又加戊乙丙并此鋭直兩角定與甲乙丙鈍角等也次於甲乙戊戊乙丙鋭直兩角又加甲乙丁鋭角并此三角定與甲乙丁甲乙丙鋭鈍兩角等也夫甲乙丁甲乙戊戊乙丙三角既與兩直角等則甲乙丁與甲乙丙兩角定與兩直角等公論一

第十四題

一直線於線上一點出不同方兩直線偕元線每旁作兩角若每旁兩角與兩直角等卽後出兩線爲一直線

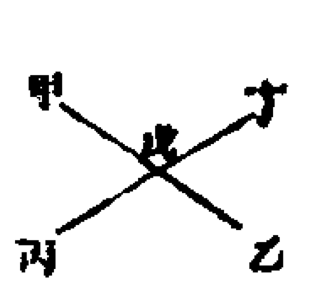


解曰甲乙線於丙點上左出一線爲丙丁右出一線爲丙戊若甲丙戊甲丙丁兩角與兩直角等題言丁丙與丙戊是一直線

論曰如云不然令別作一直線必從丁丙更引出一線或離戊而上爲丁丙己或離戊而下爲丁丙庚也若上於戊則甲丙線至丁丙己直線上爲甲丙己甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等本篇十三如此卽甲丙戊甲丙丁兩角與甲丙己甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角而以甲丙戊與甲丙己兩角較之果相等乎公論三夫甲丙己本小於甲丙戊而爲其分今曰相等是全與其分等也公論九若下於戊則甲丙線至丁丙庚直線上爲甲丙庚甲丙丁兩角此兩角宜與兩直角等本篇十三如此卽甲丙庚甲丙丁兩角與甲丙戊甲丙丁兩角亦等矣試減甲丙丁角而以甲丙戊與甲丙庚較之果相等乎公論三夫甲丙戊實小於甲丙庚而爲其分今曰相等是全與其分等也公論九兩者皆非則丁丙戊是一直線

第十五題

凡兩直線相交作四角每兩交角必等



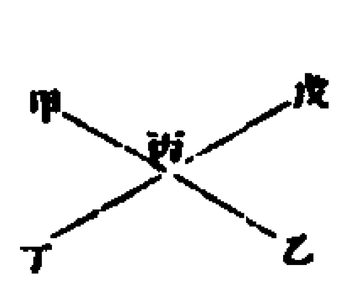
解曰甲乙與丙丁兩線相交於戊題言甲戊丙與丁戊乙兩角甲戊丁與丙戊乙兩角各等

論曰丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等本篇十三甲戊線至丙丁線上則甲戊丙甲戊丁兩角與兩直角等本篇十三如此卽丁戊乙甲戊丁兩角亦與甲戊丁甲戊丙兩角等公論十試減同用之甲戊丁角其所存丁戊乙甲戊丙兩角必等公論三又丁戊線至甲乙線上則甲戊丁丁戊乙兩角與兩直角等本篇十三乙戊線至丙丁線上則丁戊乙乙戊丙兩角與兩直角等本篇十三如此卽甲戊丁丁戊乙兩角亦與丁戊乙乙戊丙兩角等公論十試減同用之丁戊乙角其所存甲戊丁丙戊乙兩角必等

一系推顯兩直線交於中點上作四角與四直角等

二系一點之上兩直線相交不論幾許線幾許角定與四直角等公論十八

增題一直線內出不同方兩直線而所作兩交角等卽後出兩線爲一直線



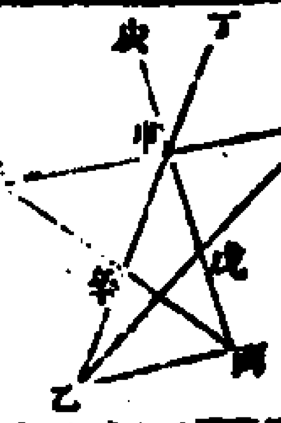
解曰甲乙線內取丙點出丙丁丙戊兩線而所作甲丙戊丁丙乙兩交角等或甲丙丁戊丙乙兩交角等題言戊丙丙丁卽一直線

論曰甲丙戊角旣與丁丙乙角等每加一戊丙乙角卽甲丙戊戊丙乙兩角必與丁丙乙戊丙乙兩角等公論二

而甲丙戊、戊丙乙與兩直角等。本篇十三 則丁丙乙、戊丙乙亦與兩直角等。是戊丙、丙丁為一直線。本篇十四

第十六題

凡三角形之外角必大於相對之各角。



解曰：甲乙丙角形，自乙甲線引之至丁。題言外角丁甲丙必大於相對之內角甲乙丙、甲丙乙。

論曰：欲顯丁甲丙角大於甲丙乙角，試以甲丙線兩平分於戊，本篇十 自乙至戊作直線，引長之，從戊外截取戊己與乙戊等，本篇三 次自甲至己作直線，即甲戊己、戊乙丙兩角形之戊己與戊乙兩線等，戊甲與戊丙兩線等，甲戊己、乙戊丙兩交角又等，本篇十五 則甲己與乙丙兩底亦等，本篇四 兩形之各邊各角俱等，而己甲戊與戊丙乙兩角亦等矣。夫己甲戊乃丁甲丙之分，則丁甲丙大於己甲戊，亦大於相等之戊丙乙，而丁甲丙外角不大於相對之甲丙乙角乎。次顯丁甲丙大於甲乙丙，試自丙甲線引長之至庚，次以甲乙線平分於辛，本篇十 自丙至辛作直線，引長之，從辛外截取辛壬與丙辛等，本篇三 次自甲至壬作直線，依前論推顯甲辛壬、辛丙乙兩形之各邊各角俱等，則壬甲辛與辛乙丙兩角亦等矣。夫壬甲辛乃庚甲乙之分，必小於庚甲乙也。庚甲乙又與丁甲丙兩交角等，本篇十五 則甲乙丙內角不小於丁甲丙外角乎。其餘乙丙上作外角，俱大於相對之內角，依此推顯。

第十七題

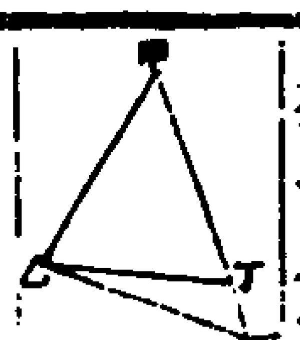
凡三角形之每兩角必小於兩直角。

解曰：甲乙丙角形，題言甲乙丙、甲丙乙兩角，丙甲乙、乙丙兩角，甲丙乙、丙甲乙兩角，皆小於兩直角。

論曰：試用兩邊線丙甲引出至戊，丙乙引出至丁，即甲乙丁外角大於相對之甲丙乙內角矣。本篇十六 此兩率者，每加一甲乙丙角，則甲乙丁、甲乙丙必大於甲丙乙、甲乙丙矣。公論四 夫甲乙丁、甲乙丙與兩直角等也，本篇十三 則甲丙乙、甲乙丙小於兩直角也。餘二倣此。

第十八題

凡三角形大邊對大角，小邊對小角。



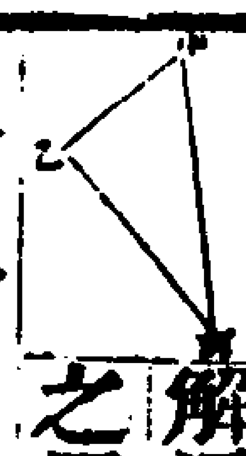
解曰：甲乙丙角形之甲丙邊大於甲乙邊、乙丙邊。題言甲乙丙角大於乙丙甲角、乙甲丙角。

論曰：甲丙邊大於甲乙邊，即於甲丙線上截甲丁與甲乙等，本篇三 自乙至丁作直線，則甲乙丁與甲丁乙兩角

等矣本篇五夫甲丁乙角者乙丙丁角形之外角必大於相對之丁丙乙內角本篇十六則甲乙丁角亦大於甲丙乙角而況甲乙丙又函甲乙丁於其中不又大於甲丙乙乎如乙丙邊大於甲乙邊則乙甲丙角亦大於甲丙乙角依此推顯

第十九題

凡三角形大角對大邊小角對小邊



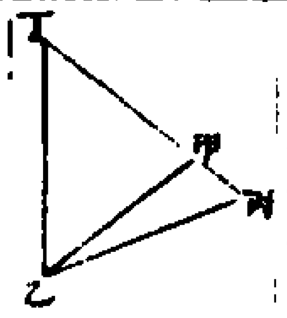
解曰甲乙丙角形乙角大於丙角題言對乙角之甲丙邊必大於對丙角之甲乙邊

論曰如云不然令言或等或小若言甲丙與甲乙等則

甲丙乙角宜與甲乙丙角等矣本篇五何設乙角大於丙角也若言甲丙小於甲乙則甲丙邊對甲乙丙大角宜大本篇十八又何言小也如甲角大於丙角則乙丙邊大於甲乙邊依此推顯

第二十題

凡三角形之兩邊并之必大於一邊



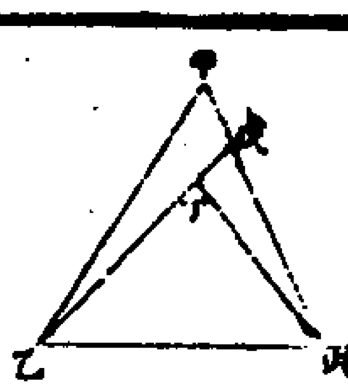
解曰甲乙丙角形題言甲丙甲乙邊并之必大於乙丙邊甲丙丙乙并之必大於甲乙甲乙乙丙并之必大於甲丙

論曰試於丙甲邊引長之以甲乙為度截取甲丁本篇三

自丁至乙作直線令甲丁甲乙兩腰等而甲丁乙甲乙丁兩角亦等本篇五即丙乙丁角大於甲乙丁角亦大於丙丁乙角矣夫丁丙邊對丙乙丁大角也豈不大於乙丙邊對丙丁乙小角者乎本篇十九又甲丁甲乙兩線各加甲丙線等也則甲乙加甲丙者與丙丁等矣丙丁既大於乙丙則甲乙甲丙兩邊并必大於乙丙邊也餘二倣此

第二十一題

凡三角形於一邊之兩界出兩線復作一三角形在其內則內形兩腰并之必小於相對兩腰而後兩線所作角必大於相對角



解曰甲乙丙角形於乙丙邊之兩界各出一線遇於丁題言丁丙丁乙兩線并必小於甲乙甲丙并而乙丁丙角必大於乙甲丙角

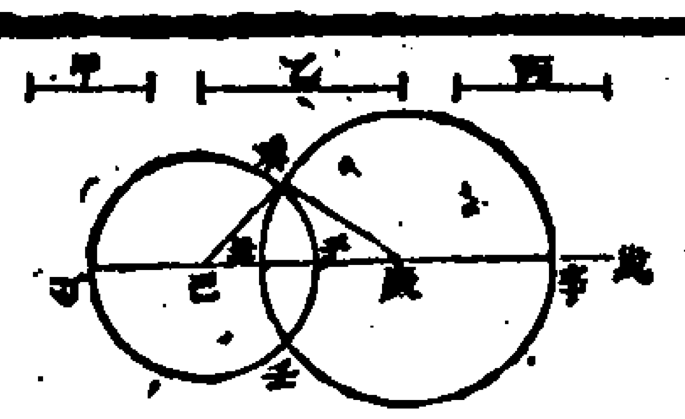
論曰試用內一線引長之如乙丁引之至戊即乙甲戊角形之乙甲甲戊兩線并必大於乙戊線也本篇二十此二率者每加一戊丙線則乙甲甲戊戊丙并必大於乙戊戊丙并矣公論四又戊丁丙角形之戊丁戊丙線并必大於丁丙線也此二率者每加一丁乙線則戊丁戊丙丁乙并必大於丁丙丁乙并矣公論四夫乙甲甲戊戊丙既

大於乙戊戊丙。豈不更大於丁丙丁乙乎。本篇二十又乙甲戊角形之丙戊丁外角。大於相對之乙甲戊丙角。本篇十六卽丁戊丙角形之乙丁丙外角。亦大於相對之丁戊丙丙角矣。而乙丁丙角。豈不更大於乙甲丙角乎。

第二十二題

三直線求作三角形。其每兩線并大於一線也。

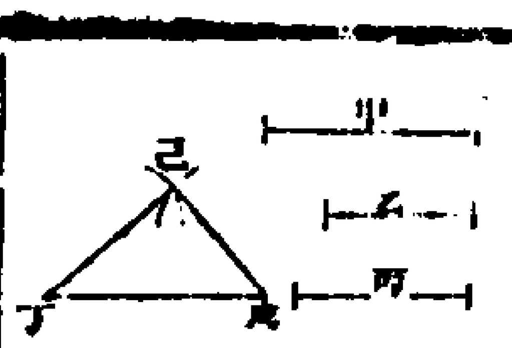
法曰。甲乙丙三線。其第一第二線并大於第三線。若兩線比第三線或等或小。卽不能作三角形。見本篇二十求作三角形。先任作丁戊線。長於三線并。次以甲爲度。從丁截取丁己線。本篇三以乙爲度。從己截取己庚線。以丙爲度。從庚截取庚辛線。次



以己爲心。丁爲界。作丁壬癸圜。以庚爲心。辛爲界。作辛壬癸圜。其兩圜相遇下爲壬。上爲癸。末以庚己爲底。作癸庚癸己兩直線。卽得己癸庚三角形。用壬亦可作。若丁壬癸圜不到子。辛壬癸圜不到丑。卽是兩線或等或小於第三線。不成三角形矣。

論曰。此角形之丁己己癸線。皆同圜之半徑等。界說十五則己癸與甲等。庚辛庚癸線。亦皆同圜之半徑等。則庚癸與丙等。己庚元以乙爲度。則角形三線與所設三線等。

用法。任以一線爲底。以底之一界爲心。第二線爲度。向上作短界線。次以又一界爲心。第三線爲度。向上作短界線。兩界線交處。向下作兩腰。如所求。

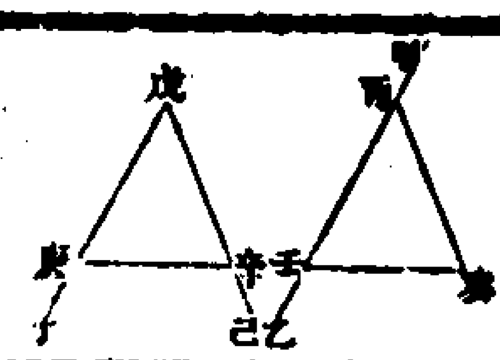


若設一三角形。求別作一形與之等。亦用此法。

第二十三題

一直線任於一點上。求作一角。與所設角等。

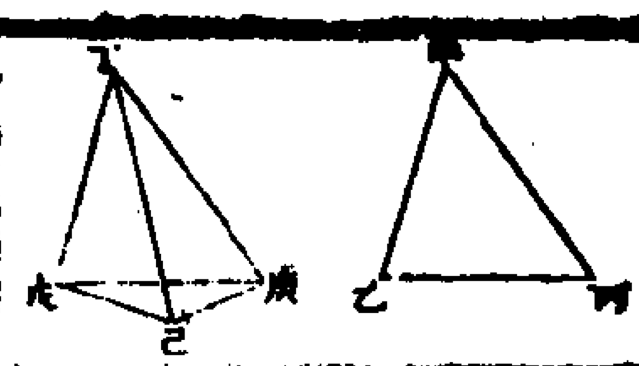
法曰。甲乙線於丙點。求作一角。與丁戊己角等。先於戊丁線任取一點爲庚。於戊己線任取一點爲辛。自庚至辛作直線。次依甲乙線作丙壬癸角形。與戊庚辛角形等。本篇二十二卽丙壬丙癸兩



腰與戊庚戊辛兩腰等。壬癸底與庚辛底又等。則丙角與戊角必等。本篇八

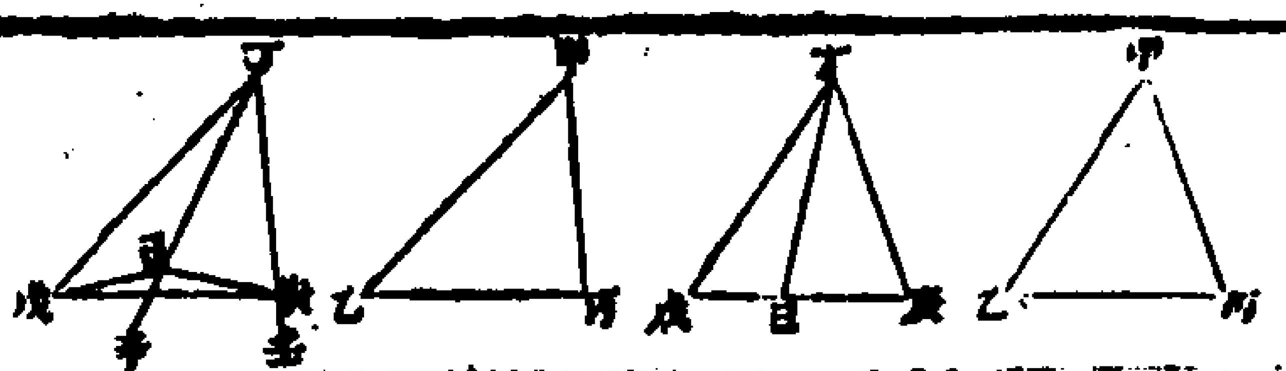
第二十四題

兩三角形。相當之兩腰各等。若一形之腰間角大。則底亦大。



解曰。甲乙丙與丁戊己兩角形。其甲乙與丁戊兩腰。甲丙與丁己兩腰各等。若乙甲丙角大於戊丁己角。題言乙丙底必大於戊己底。

論曰。試依丁戊線從丁點作戊丁庚角。與乙甲丙角等。本篇廿三則戊丁庚角大於戊丁己角。而丁

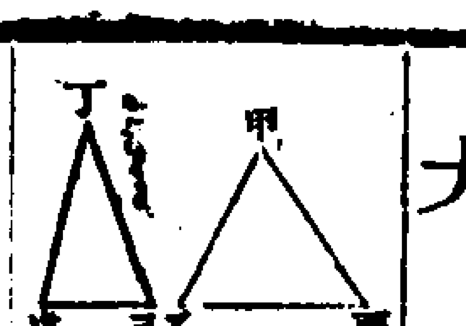


庚腰在丁己之外矣次截丁庚線與丁己等本篇三即丁庚丁己俱與甲丙等又自戊至庚作直線是甲乙與丁戊甲丙與丁庚腰線各等乙甲丙與戊丁庚兩角亦等而乙丙與戊庚兩底必等也本篇四次問所作戊庚底合在戊己底上邪抑同在一線邪抑在其下邪若在上即如第二圖自己至庚作直線則丁庚己角形之丁庚己兩腰等而丁庚己與丁己庚兩角亦等矣本篇五夫戊庚己角乃丁庚己角之分必小於丁庚己亦必小於相等之丁己庚而丁己庚又戊己

庚角之分則戊庚己益小於戊己庚也公論九　則對戊庚己小角之戊己腰必小於對戊己庚大角之戊庚腰也本篇十九若戊己與戊庚兩底同線即如第四圖戊己乃戊庚之分則戊己必小於戊庚也公論九　若戊庚在戊己之下即如第六圖自己至庚作直線次引丁庚線出於壬引丁己線出於辛則丁庚丁己兩腰等而辛己庚壬庚己兩外角亦等矣本篇五　夫戊庚己角乃壬庚己角之分必小於壬庚己亦必小於相等之辛己庚而辛己庚又戊己庚角之分則戊庚己益小於戊己庚也公論九　則對戊庚己小角之戊己腰必小於對戊己庚大角之戊庚腰也本篇十九是三戊己皆小於等戊庚之乙丙本篇四也

第二十五題

兩三角形相當之兩腰各等若一形之底大則腰間角亦大



解曰甲乙丙與丁戊己兩角形其甲乙與丁戊甲丙與丁己各兩腰等若乙丙底大於戊己底

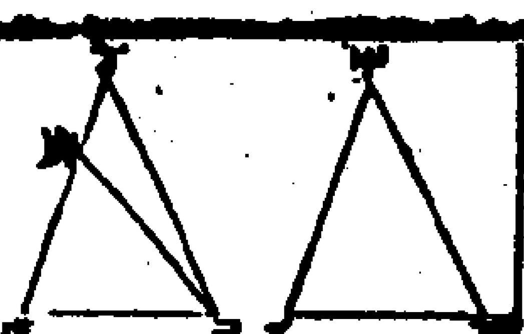
題言乙甲丙角大於戊丁己角

論曰如云不然令言或小或等若言等則兩形之兩腰各等腰間角又等宜兩底亦等本篇四　何設乙丙底大也若言乙甲丙角小則對乙甲丙角之乙丙線宜亦小本篇

廿四　何設乙丙底大也

第二十六題二支

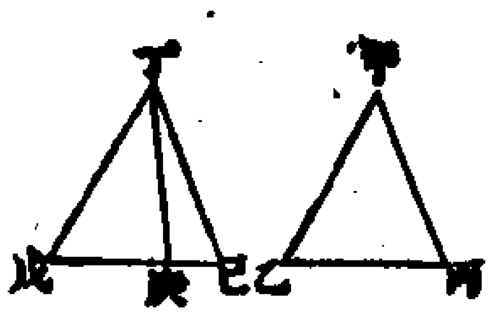
兩三角形有相當之兩角等及相當之一邊等則餘兩邊必等餘一角亦等其一邊不論在兩角之內及一角之對



先解一邊在兩角之內者曰甲乙丙角形之甲乙丙甲丙乙兩角與丁戊己角形之丁戊己丁己戊兩角各等在兩角內之乙丙邊與戊己邊又等題言甲乙與丁戊兩邊甲丙與丁己兩邊各等而乙甲丙角與戊丁己角亦等

論曰如云兩邊不等而丁戊大於甲乙令於丁戊線截取庚戊與甲乙等本篇三次自庚至己作直線即庚戊己角形之庚戊戊己兩邊宜與甲乙乙丙兩邊等矣夫乙角與戊角元等則甲丙與庚己宜等本篇四而庚己戊角與甲丙乙角宜亦等也本篇四既設丁己戊與甲丙乙兩角等今又言庚己戊與甲丙乙兩角等是庚己戊與丁己戊亦等全與其分等矣公論九以此見兩邊必等兩邊既等則餘一角亦等

後解相等邊不在兩角之內而在一角之對者曰甲乙丙角形之乙角丙角與丁戊己角形之戊角丁己戊角各等而對丙之甲乙邊與對己之丁戊邊又等題言甲丙與丁己兩邊丙乙與己戊兩邊各等而甲角與戊丁己角亦等

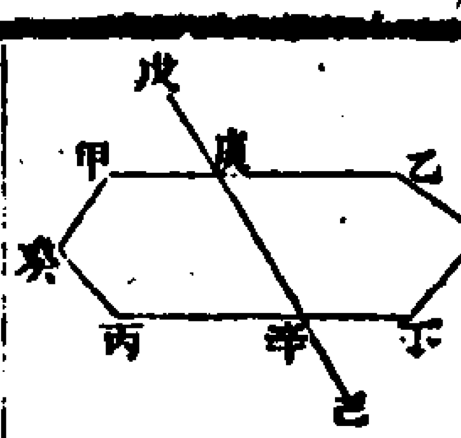


論曰如云兩邊不等而戊己大於乙丙令於戊己線截取戊庚與乙丙等本篇三次自丁至庚作直線即丁戊庚角形之丁戊戊庚兩邊宜與甲乙乙丙兩邊等矣夫乙角與戊角元等則甲丙與丁庚宜等本篇四而丁庚戊角與甲丙乙角宜亦等也既設丁己戊與甲丙乙兩角等今又言丁庚戊與甲丙乙兩角等是丁庚戊外角與相對之丁己戊內角等矣本篇十六可乎

以此見兩邊必等兩邊既等則餘一角亦等

第二十七題

兩直線有他直線交加其上若內相對兩角等即兩直線必平行

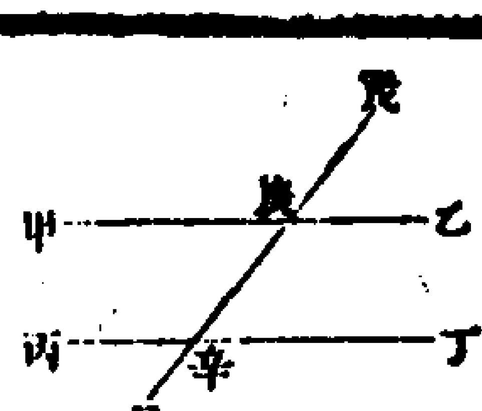


解曰甲乙丙丁兩直線加他直線戊己交於庚於辛而甲庚辛與丁辛庚兩角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰如云不然則甲乙丙丁兩直線必至相遇於壬而庚辛壬成三角形則甲庚辛外角宜大於相對之庚辛壬內角矣本篇十六乃先設相等乎若設乙庚辛角與丙辛庚角等亦依此論若言甲乙丙丁兩直線相遇於癸亦依此論

第二十八題二支

兩直線有他直線交加其上若外角與同方相對之內角等或同方兩內角與兩直角等即兩直線必平行



先解曰甲乙丙丁兩直線加他直線戊己交於庚於辛其戊庚甲外角與同方相對之庚辛丙內角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰乙庚辛角與相對之內角丙辛庚等本篇廿七戊庚甲與乙庚辛兩交角亦等本篇十五即兩直線必平

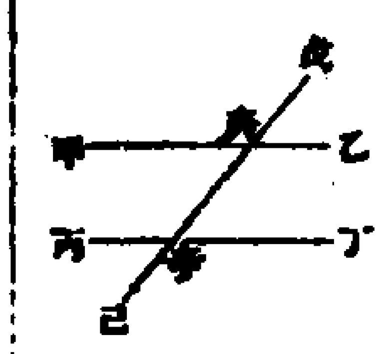
行

後解曰甲庚辛丙辛庚兩內角與兩直角等題言甲乙丙丁兩線必平行

論曰甲庚辛丙辛庚兩角與兩直角等而甲庚戊甲庚辛兩角亦與兩直角等本篇十三試減同用之甲庚辛即所存甲庚戊與丙辛庚等矣既外角與同方相對之內角等即甲乙丙丁必平行本題

第二十九題三支

兩平行線有他直線交加其上則內相對兩角必等外角與同方相對之內角亦等同方兩內角亦與兩直角等



先解曰此反前二題故同前圖有甲乙丙丁二平行線加他直線戊己交於庚於辛題言甲庚辛與丁辛庚內相對兩角必等

論曰如云不然而甲庚辛大於丁辛庚則丁辛庚加辛庚乙宜小於辛庚甲加辛庚乙矣公論四 夫辛庚甲辛庚乙元與兩直角等本篇十三據如彼論則丁辛庚辛庚乙兩角小於兩直角而甲乙丙丁兩直線向乙丁行必相遇也公論十一可謂平行線乎

次解曰戊庚甲外角與同方相對之庚辛丙內角等

論曰乙庚辛與相對之丙辛庚兩內角等本題則乙庚辛

交角相等之戊庚甲本篇十五與丙辛庚必等公論一

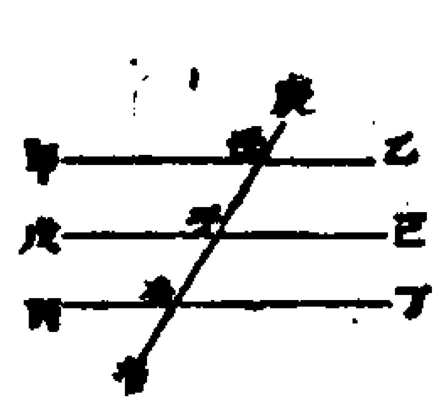
後解曰甲庚辛丙辛庚兩內角與兩直角等

論曰戊庚甲與庚辛丙兩角既等本題而每加一甲庚辛角則庚辛丙甲庚辛兩角與甲庚辛戊庚甲兩角必等公論二 夫甲庚辛戊庚甲本與兩直角等本篇十三則甲庚辛丙辛庚兩內角亦與兩直角等

第三十題

兩直線與他直線平行則元兩線亦平行

解曰此題所指線在同面者不同面線後別有論如甲乙丙丁兩直線各與他線戊己平行題言甲乙與丙丁亦平行

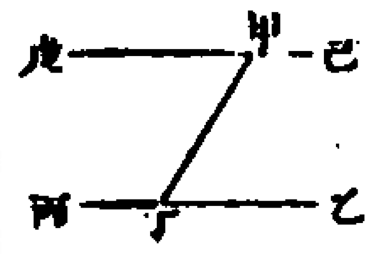


論曰試作庚辛直線交加於三直線甲乙於壬戊己於子丙丁於癸其甲乙與戊己既平行即甲壬子與相對之己子壬兩內角等本篇廿九丙丁與戊己既平行即丁癸子內角與己子壬外角亦等本篇廿九丁癸子與甲壬子亦為相對之內角亦等公論一而甲乙丙丁為平行線本篇廿七

第三十一題

一點上求作直線與所設直線平行

法曰甲點上求作直線與乙丙平行先從甲點向乙丙

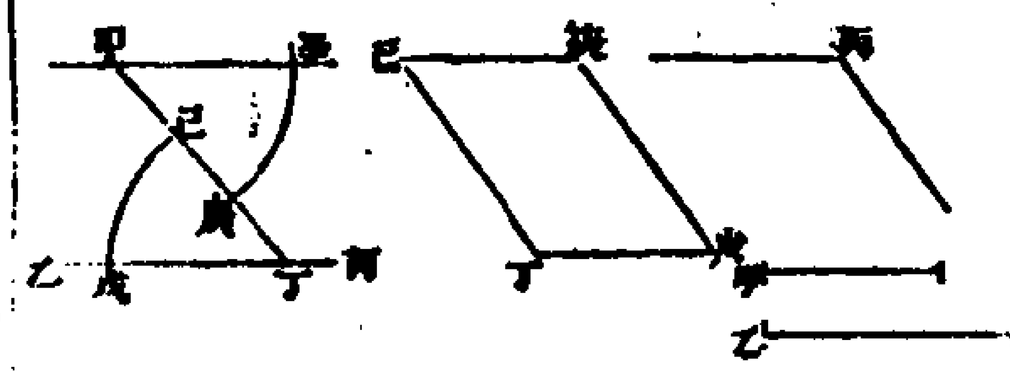


線任指一處作直線為甲丁卽乙丙線上成甲丁乙角次於甲點上作一角與甲丁乙等本篇廿三為戊甲丁從戊甲線引之至己卽己戊與乙丙平行

論曰戊己乙丙兩線有甲丁線聯之其所作戊甲丁與甲丁乙相對之兩內角等卽平行線本篇廿七

增從此題生一用法設一角兩線求作有法四邊形有角與所設角等兩兩邊線與所設線等

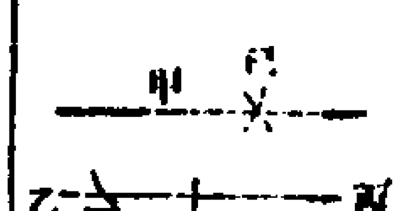
法曰先作己丁戊角與丙等次截丁戊線與甲等己丁線與乙等末依丁戊平行作己庚依己丁平行作庚戊



卽所求

本題用法於甲點求作直線與乙丙平行先作甲丁線次以丁為心任作戊己圜界次用元度以甲為心作庚辛圜界稍長於戊己次取戊己圜界為度於庚辛圜界截取庚辛末自甲至辛作直線各引長之卽所求

又用法以甲點為心於乙丙線近乙處任指一點作短界線為丁次用元度以丁為心於乙丙上向丙截取一分作短界線為戊次用元度以戊為心向上與甲平處作短界線又用元度以甲為心向

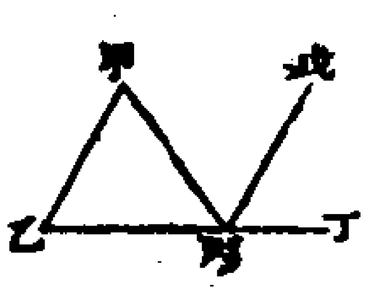


甲平處作短界線後兩界線交處為己自甲至己作直線各引長之卽所求

第三十二題

凡三角形之外角與相對之內兩角并等凡三角形之內三角并與兩直角等

先解曰甲乙丙角形試從乙丙邊引至丁題言甲丙丁外角與相對之內兩角甲乙并等

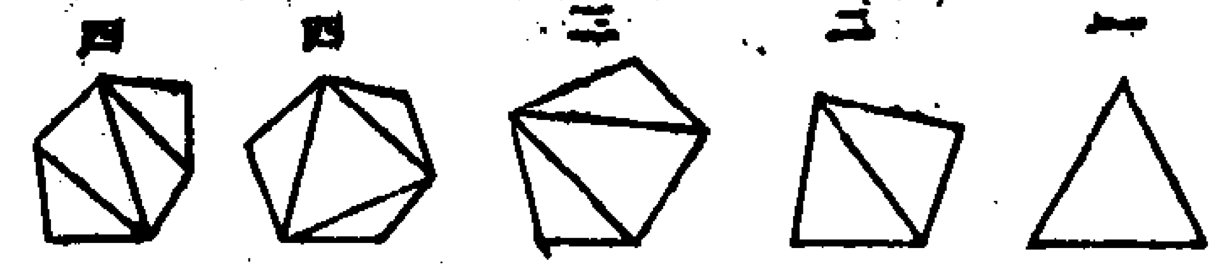


論曰試作戊丙線與甲乙平行本篇三一令甲丙為甲乙戊丙之交加線則乙甲丙角與相對之甲丙戊角等本篇廿九又乙丁線與兩平行線相遇則戊丙丁外角與相對之甲乙丙內角等本篇廿九既甲丙戊與乙甲丙等而戊丙丁與甲乙丙又等則甲丙丁外角與內兩角甲乙并等矣

後解曰甲乙丙三角并與兩直角等

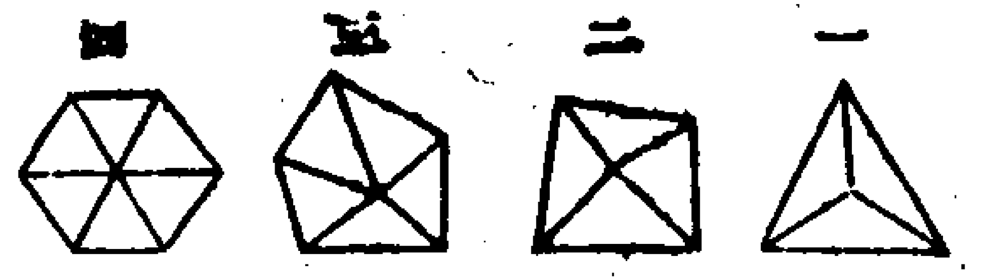
論曰既甲丙丁角與甲乙兩角并等更於甲丙丁加甲丙乙則甲丙丁甲丙乙兩角并與甲乙丙內三角并等矣公論二夫甲丙丁甲丙乙并元與兩直角等本篇十三則甲乙丙內三角并亦與兩直角等

增從此推知凡第一形當兩直角第二形當四直角第



三形當六直角自此以上至於無窮每命形之數倍之爲所當直角之數（凡一線二線不能爲形故三邊爲第一形四邊爲第二形五邊爲第三形六邊爲第四形倣此以至無窮）又視每形邊數減二邊即所存邊數是本形之數

論曰如上四圖第一形三邊減二邊存一邊即是本形一數倍之當兩直角（本題）第二形四邊減二邊存二邊即是本形二數倍之當四直角欲顯此理試以第二形作一對角線成兩三角形每形當兩直角并之則當四直角矣第三形五邊減二邊存三邊即是本形三數倍之當六直



角欲顯此理試以第三形作兩對角線成三三角形每形當兩直角并之亦當六直角矣其餘依此推顯以至無窮

又一法每形視其邊數每邊當兩直角而減四直角其存者即本形所當直角

論曰欲顯此理試於形中任作一點從此點向各角俱作直線分每形所分角形之數如其邊數每一分形三角當二直角（本題）其近點之處不論幾角皆當四直角（本篇十五之系）次減近點諸角即是減四直角其存者則本形所當直角如上第四形六邊中間

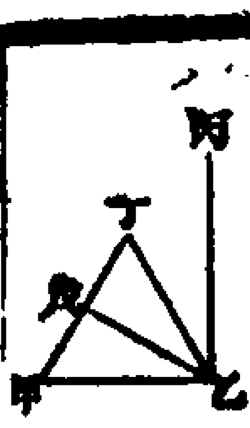
任指一點從點向各角分爲六三角形每一分形三角六形共十八角今於近點處減當四直角之六角所存近邊十二角當八直角餘倣此

一系凡諸種角形之三角并俱相等（本題）

二系凡兩腰等角形若腰間直角則餘兩角每當直角之半腰間鈍角則餘兩角俱小於半直角腰間銳角則餘兩角俱大於半直角

三系平邊角形每角當直角三分之二

四系平邊角形若從一角向對邊作垂線分爲兩角形此分形各有一直角在垂線之下兩旁則垂線之上兩旁角每當直角三分之一其餘兩角每當直角三分之二



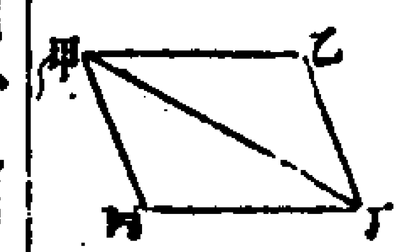
增從三系可分一直角爲三平分其法任於一邊立平邊角形次分對直角一邊爲兩平分從此邊對角作垂線即所求如上圖甲乙丙直角求三分之先於甲乙線上作甲乙丁平邊角形（本篇一）次平分甲丁於戊（本篇九）末作乙戊直線

第三十三題

兩平行相等線之界有兩線聯之其兩線亦平行亦相等

解曰甲乙丙丁兩平行相等線有甲丙乙丁兩線聯之

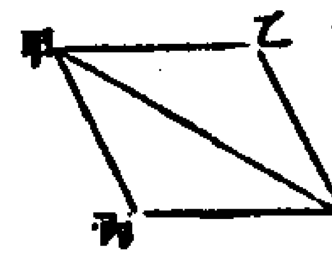
趣言甲丙乙丁亦平行相等線



論曰試作甲丁對角線為甲乙丙丁之交加線卽乙甲丁丙丁甲相對兩內角等本篇廿九又甲丁線上下兩角形之甲乙丙丁兩邊既等甲丁同邊則對乙甲丁角之乙丁線與對丙丁甲角之甲丙線亦等本篇廿九而乙丁甲與丙甲丁兩角亦等也本篇四此兩角者甲丙乙丁之內相對角也兩角既等則甲丙乙丁兩線必平行本篇廿七

第三十四題

凡平行線方形每相對兩邊線各等每相對兩角各等對角線分本形兩平分

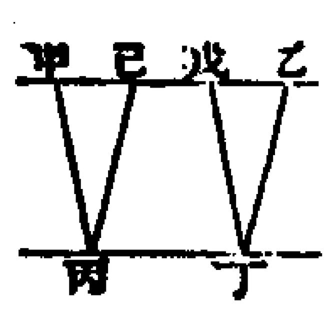


解曰甲乙丁丙平行方形界說三五題言甲乙與丙丁兩線甲丙與乙丁兩線各等又言乙與丙兩角乙甲丙與丙丁乙兩角各等又言若作甲丁對角線卽分本形為兩平分

論曰甲乙與丙丁既平行則乙甲丁與丙丁甲相對之兩內角等本篇廿九甲丙與乙丁既平行則乙丁甲與丙甲丁相對之兩內角等本篇廿九甲乙丁角形之乙甲丁乙丁甲兩角與甲丁丙角形之丙丁甲丙甲丁兩角既各等甲丁同邊則甲乙與丙丁甲丙與乙丁俱等也而丙角與相對之乙角亦等矣本篇廿六又乙丁甲角加丙丁甲角與丙甲丁角加乙甲丁角既等卽乙甲丙與丙丁乙相對兩角亦等也公論二又甲乙丁甲丁丙兩角形之甲乙乙丁兩邊與丁丙丙甲兩邊各等腰間之乙角與丙角亦等則兩角形必等本篇四而甲丁線分本形為兩平分

第三十五題

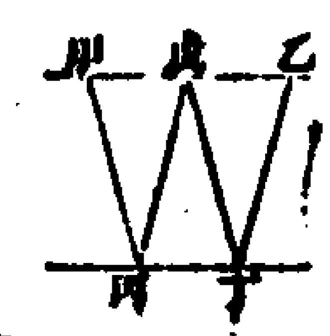
兩平行方形若同在平行線內又同底則兩形必等



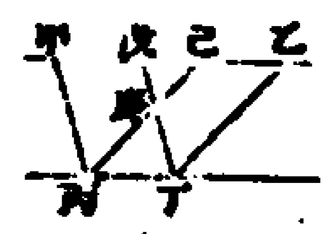
解曰甲乙丙丁兩平行線內有丙丁戊甲與丙丁乙己兩平行方形同丙丁底題言此兩形等等者不謂腰等角等謂所函之地等後言形等多倣此

先論曰設己在甲戊之內其丙丁戊甲與丙丁乙己皆平行方形丙丁同底則甲戊與丙丁己乙與丙丁各相對之兩邊各等本篇三四而甲戊與己乙亦等公論一試於甲戊己乙兩線各減己戊卽甲己與戊乙亦等公論三而甲丙與戊丁元等本篇三四乙戊丁外角與己甲丙內角又等本篇廿九則乙戊丁與己甲丙兩角形必等矣本篇四次於兩角形每加一丙丁戊己無法四邊形則丙丁戊甲與丙丁乙己兩平行方形等也公論二

次論曰設己戊同點依前甲戊與戊乙等乙戊丁與戊



甲丙兩角形等本篇四論而每加一戊丁丙角形則丙丁戊甲與丙丁乙戊兩平行方形必等公論二

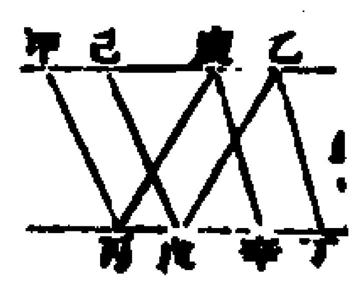


後論曰設己點在戊之外而丙己與戊丁兩線交於庚

依前甲戊與己乙兩線等而每加一戊己線即戊乙與甲己兩線亦等公論二因顯己甲丙與乙戊丁兩角形亦等本篇四次每減一己戊庚角形則所存戊庚丙甲與乙己庚丁兩無法四邊形亦等公論三次於兩無法形每加一庚丁丙角形則丙丁戊甲與丙丁乙己兩平行方形必等公論二

第三十六題

兩平行線內有兩平行方形若底等則形亦等



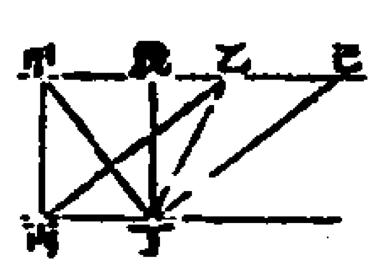
解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊己與庚辛丁乙兩平行方形而丙戊與辛丁兩底等題言兩形亦等

論曰試自丙至庚戊至乙各作直線相聯其丙戊庚乙各與辛丁等則丙戊與庚乙亦等本篇卅四庚乙與丙戊既平行線則庚丙與乙戊亦平行線本篇卅三而甲丙戊己與庚丙戊乙兩平行方形同丙戊底者等矣本篇三五庚辛丁乙與庚丙戊乙兩平行方形同庚乙底者亦等矣本篇三五

既爾則庚辛丁乙與甲丙戊己亦等公論一

第三十七題

兩平行線內有兩三角形若同底則兩形必等

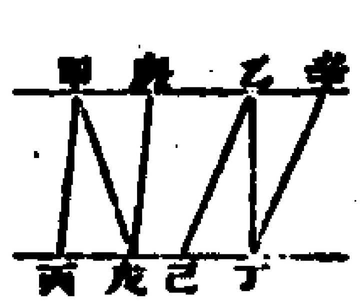


解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙丁乙丙丁兩角形同丙丁底題言兩形必等

論曰試自丁至戊作直線與甲丙平行次自丁至己作直線與乙丙平行本篇三一夫甲丙丁戊乙丙丁己兩平行方形在甲乙丙丁兩平行線內同丙丁底既等本篇三五則甲丙丁角形為甲丙丁戊方形之半與乙丙丁角形為乙丙丁己方形之半者甲丁乙丁兩對角線平分兩方形見本篇卅四亦等公論七

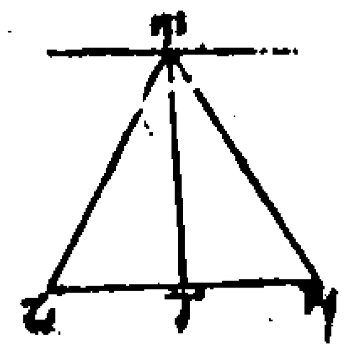
第三十八題

兩平行線內有兩三角形若底等則兩形必等



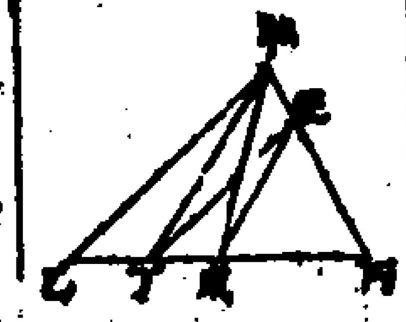
解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙戊與乙己丁兩角形而丙戊與己丁兩底等題言兩形必等

論曰試自庚至戊辛至丁各作直線與甲丙乙己平行本篇卅一其甲丙戊庚與乙己丁辛兩平行方形既等本篇卅六則甲丙戊與乙己丁兩角形為兩方形之半者本篇卅四亦等公論七



增凡角形任於一邊兩平分之向對角作直線即分本形爲兩平分

論曰甲乙丙角形試以乙丙邊兩平分於丁本篇十自丁至甲作直線即甲丁線分本形爲兩平分何者試於甲角上作直線與乙丙平行本篇卅一則甲乙丁甲丁丙兩角形在兩平行線內兩底等兩形亦等本題



二增題凡角形任於一邊任作一點求從點分本形爲兩平分

法曰甲乙丙角形從丁點求兩平分先自丁至相對甲角作甲丁直線次平分乙丙線於戊本篇十作

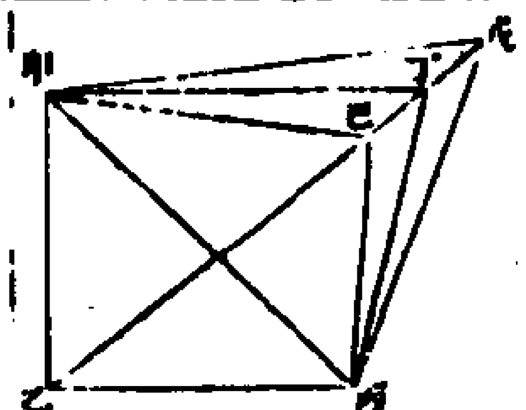
戊己線與甲丁平行本篇卅一末作己丁直線即分本形爲兩平分

論曰試作甲戊直線即甲戊己己丁戊兩角形在兩平行線內同己戊底者等而每加一己戊丙形則己丁丙與甲戊丙兩角形亦等公論二夫甲戊丙爲甲乙丙之半本題增則己丁丙亦甲乙丙之半

第三十九題

兩三角形其底同其形等必在兩平行線內

解曰甲乙丙與丁丙乙兩角形之乙丙底同其形復等題言在兩平行線內者盖云自甲至丁作直線必與乙



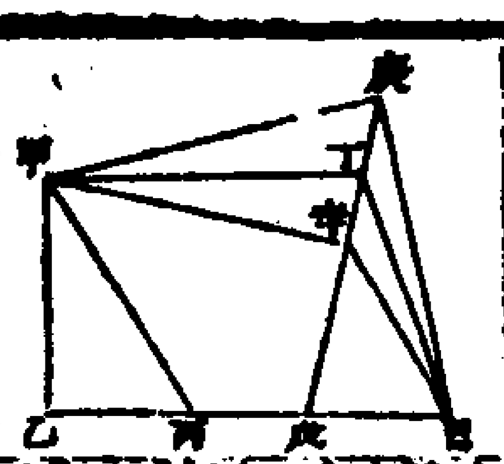
丙平行

論曰如云不然令從甲別作直線與乙丙平行本篇卅一必在甲丁之上或在其下矣設在上爲甲戊而乙丁線引出至戊即作戊丙直線是甲乙丙宜與戊丙乙兩角形等矣本篇卅七夫甲乙丙與丁丙乙既等而與戊丙乙復等是全與其分等也公論九設在甲丁下爲甲己即作己丙直線是己丙乙與丁丙乙亦等如前駁之

第四十題

兩三角形其底等其形等必在兩平行線內

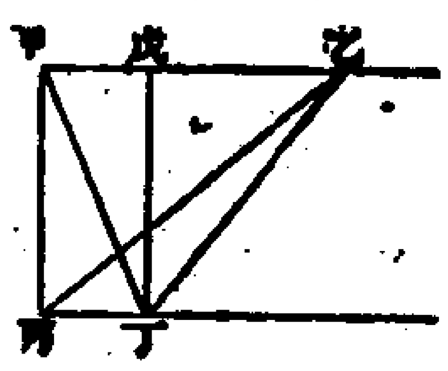
解曰甲乙丙與丁戊己兩角形之乙丙與戊己兩底等其形亦等題言在兩平行線內者盖云自甲至丁作直線必與乙己平行



論曰如云不然令從甲別作直線與乙己平行本篇卅一必在甲丁之上或在其下矣設在上爲甲庚而戊丁線引出至庚即作庚己直線是甲乙丙宜與庚戊己兩角形等矣本篇三八夫甲乙丙與丁戊己既等而與庚戊己復等是全與其分等也公論九設在甲丁下爲甲辛即作辛己直線是辛戊己與丁戊己亦等如前駁之

第四十一題

兩平行線內有一平行方形一三角形同底則方形倍大於三角形

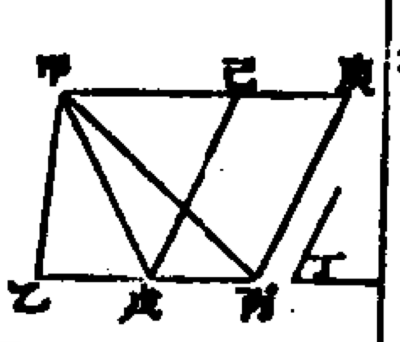


解曰甲乙丙丁兩平行線內有甲丙丁戊方形乙丁丙角形同丙丁底題言方形倍大於角形

論曰試作甲丁直線分方形為兩平分則甲丙丁與乙丁丙兩角形等矣本篇卅七夫甲丙丁戊倍大於甲丙丁本篇卅四必倍大於乙丁丙

第四十二題

有三角形求作平行方形與之等而方形角有與所設角等

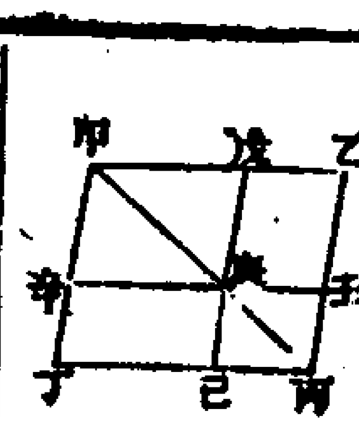


法曰設甲乙丙角形丁角求作平行方形與甲乙丙角形等而有丁角先分一邊為兩平分如乙丙邊平分於戊本篇十次作丙戊己角與丁角等本篇廿三次自甲作直線與乙丙平行本篇卅一而與戊己線遇於己末自丙作直線與戊己平行為丙庚本篇卅一而與甲己線遇於庚則得己戊丙庚平行方形與甲乙丙角形等

論曰試自甲至戊作直線其甲戊丙角形與己戊丙庚平行方形在兩平行線內同底則己戊丙庚倍大於甲戊丙矣本篇四一夫甲乙丙亦倍大於甲戊丙本篇卅八增即與己戊丙庚等公論六

第四十三題

凡方形對角線旁兩餘方形自相等



解曰甲乙丙丁方形有甲丙對角線題言兩旁之乙壬庚戊與庚己丁辛兩餘方形界說卅六必等

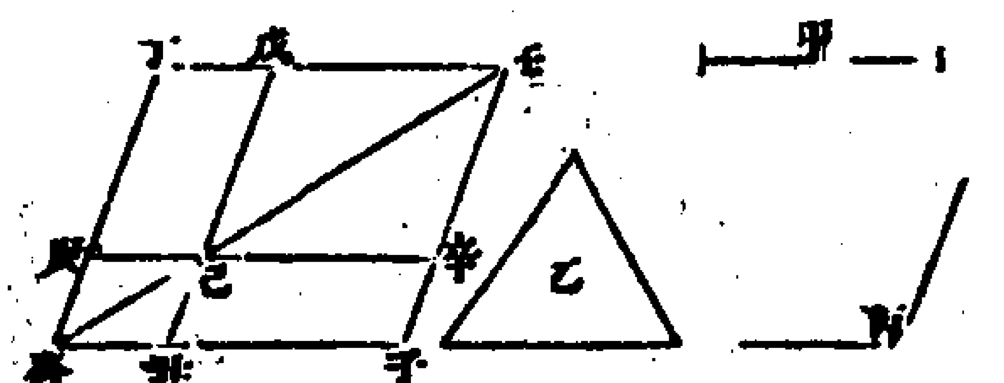
論曰甲乙丙甲丙丁兩角形等本篇卅四甲戊庚甲庚辛兩角形亦等本篇卅四而於甲乙丙減甲戊庚於甲丙丁減甲庚辛則所存乙丙庚戊與庚丙丁辛兩無法四邊形亦

等矣公論三又庚壬丙己角線方形之庚丙己庚丙壬兩角形等本篇三四而於兩無法四邊形每減其一則所存乙壬庚戊與庚己丁辛兩餘方形安得不等公論三

第四十四題

一直線上求作平行方形與所設三角形等而方形角有與所設角等

法曰設甲線乙角形丙角求於甲線上作平行方形與乙角形等而有丙角先作丁戊己庚平行方形與乙角形等而戊己庚角與丙角等本篇四二次於庚己線引長之作己辛線與甲等次作辛壬線與戊己平行本篇三一次於

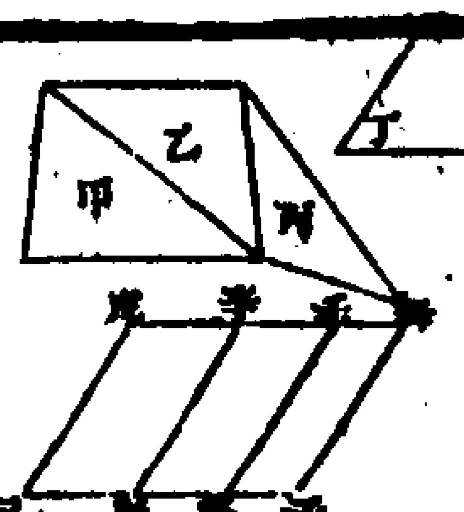


丁戊引長之與辛壬線遇於壬次自壬至己作對角線引出之又自丁庚引長之與對角線遇於癸次自癸作直線與庚辛平行又於壬辛引長之與癸線遇於子末於戊己引長之至癸子線得丑卽己丑子辛平行方形如所求

論曰此方形之己辛線與甲等而辛己丑角爲戊己庚之交角本篇十五則與丙等又本形與戊己庚丁同爲餘方形等本篇四三則與乙角形等

第四十五題

有多邊直線形求作一平行方形與之等而方形角有與所設角等

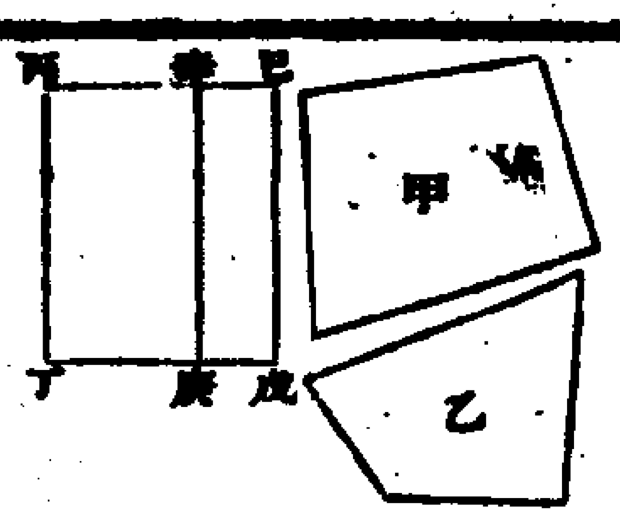


法曰設甲乙丙五邊形丁角求作平行方形與五邊形等而有丁角先分五邊形爲甲乙丙三三角形次作戊己庚辛平行方形與甲等而有丁角本篇四二次於戊辛己庚兩平行線引長之作庚辛壬癸平行方形與乙等而有丁角本篇四四末復引前線作壬癸子丑平行方形與丙等而有丁角本篇四四卽此三形并爲一平行方形與甲乙丙并形等而有丁角自五以上可至無窮俱倣此法

論曰戊己庚與辛庚癸兩角等而每加一己庚辛角卽辛庚癸己庚辛兩角定與己庚辛戊己庚兩角等夫己庚辛戊己庚是兩平行線內角與兩直角等也本篇廿九則己庚辛辛庚癸亦與兩直角等而己庚庚癸爲一直線也本篇十四又戊辛庚與戊己庚兩對角等而辛壬癸與辛庚癸兩對角亦等則戊己庚辛庚辛壬癸皆平行方形也本篇卅四壬癸子丑依此推顯本篇三十卽與戊己癸壬并爲一平行方形矣

增題兩直線形不等求相減之較幾何

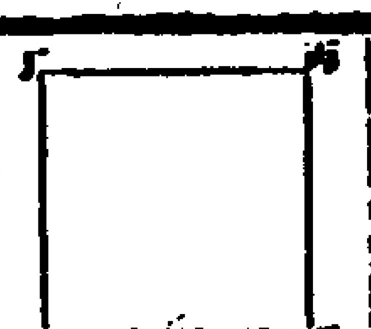
法曰甲與乙兩直線形甲大於乙以乙減甲求較幾何



先任作丁丙己戊平行方形與甲等次於丙丁線上依丁角作丁丙辛庚平行方形與乙等本題卽得辛庚戊己爲相減之較矣何者丁丙己戊之大於丁丙辛庚較餘一辛庚戊己也則甲大於乙亦辛庚戊己也

第四十六題

一直線上求立直角方形



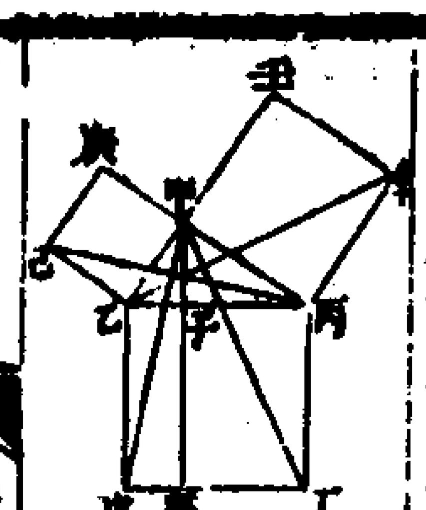
法曰甲乙線上求立直角方形先於甲乙兩界各立垂線爲丁甲爲丙乙皆與甲乙線等本篇十一次作丁丙線相聯卽甲乙丙丁爲直角方形

幾何一

論曰丁乙兩角俱直角則丁甲丙乙爲平行線本篇卅八此兩線自相等則丁丙與甲乙亦平行線本篇三三而甲乙丙丁四線俱平行俱相等又甲乙俱直角則相對丁丙亦俱直角本篇卅四而甲乙丙丁定爲四直角方形

第四十七題

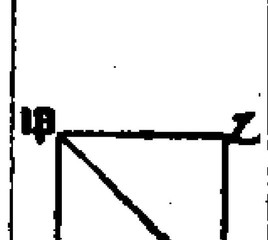
凡三邊直角形對直角邊上所作直角方形與餘兩邊上所作兩直角方形并等



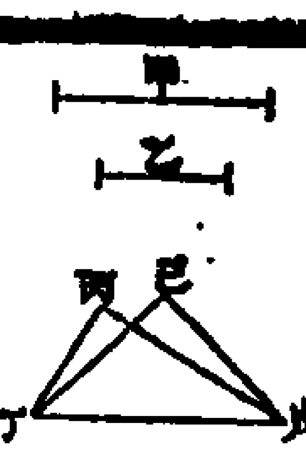
解曰甲乙丙角形於對乙甲丙直角之乙丙邊上作乙丙丁戊直角方形本篇四六題言此形與甲乙邊上所作甲乙己庚及甲丙邊上所作甲丙辛壬兩直角方形并等

論曰試從甲作甲癸直線與乙戊丙丁平行本篇卅一而分乙丙邊於子次自甲至丁至戊各作直線末自乙至辛自丙至己各作直線其乙甲丙與乙甲庚既皆直角卽庚甲甲丙是一直線本篇十四依顯乙甲甲壬亦一直線又丙乙戊與甲乙己既皆直角而每加一甲乙丙角卽甲乙戊與丙乙己兩角亦等公論二依顯甲丙丁與乙丙辛兩角亦等又甲乙戊角形之甲乙乙戊兩邊與丙乙己角形之己乙乙丙兩邊等甲乙戊與丙乙己兩角復等則對等角之甲戊與丙己兩邊亦等而此兩角形亦等矣本篇四夫甲乙己庚直角方形倍大於同乙己底同在平行線內之丙乙己角形本篇四一而乙戊癸子直角形亦倍大於同乙戊底同在平行線內之甲乙戊角形則甲乙己庚不與乙戊癸子等乎公論六依顯甲丙辛壬直角方形與丙丁癸子直角形等則乙戊丁丙一形與甲乙己庚甲丙辛壬兩形并等矣

一增凡直角方形之對角線上作直角方形倍大於元形如甲乙丙丁直角方形之甲丙線上作直角方形倍大於甲乙丙丁形



二增題設不等兩直角方形如一以甲爲邊一以乙爲邊求別作兩直角方形自相等而并之又與元設兩形并等



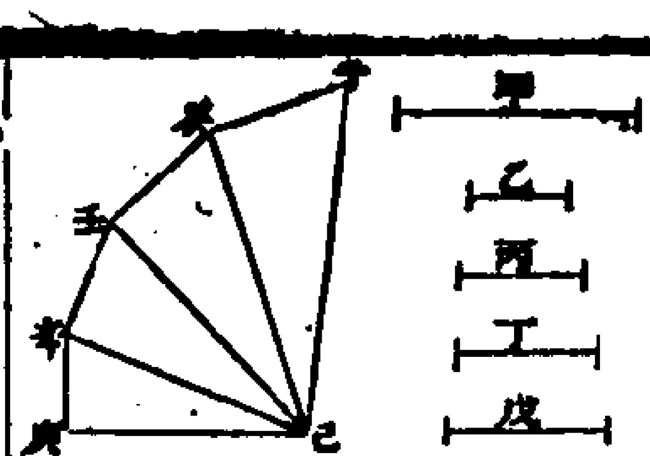
法曰先作丙戊線與甲等次作戊丙丁直角而丙丁線與乙等次作戊丁線相聯末於丙丁戊角丙戊丁角各作一角皆半於直角己戊己丁兩腰遇於己公論十一而等本篇六卽己戊己丁兩線上所作兩直角方形自相等而并之又與丙戊丙丁上所作兩直角方形并等

論曰己丁戊己戊丁兩角既皆半於直角則丁己戊爲直角本篇卅二而對直角之丁戊線上所作直角方形與兩

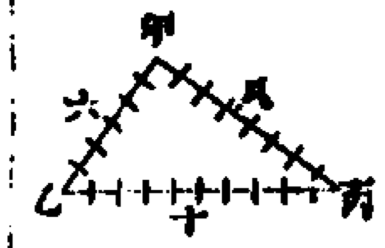
腰線上所作兩直角方形并等矣本題已戊與己丁既等則其上所作兩直角方形自相等矣又丁戊線上所作直角方形與丙丁丙戊線上所作兩直角方形并既等則己戊己丁上兩直角方形并與丙戊丙丁上兩直角方形并亦等

三增題多直角方形求并作一直角方形與之等

法曰如五直角方形以甲乙丙丁戊爲邊任等不等求作一直角方形與五形并等先作己庚辛直角而己庚線與甲等庚辛線與乙等次作己辛線旋作己辛壬直角而辛壬與丙等次作己壬線旋作己壬癸直角而壬癸與丁等次作己癸線旋作己癸子直角而癸子與戊等末作己子線題言己子線上所作直角方形即所求



論曰己辛上作直角方形與甲乙兩形并等本題己壬上作直角方形與己辛及丙兩形并等餘倣此推顯可至無窮



四增三邊直角形以兩邊求第三邊長短之數

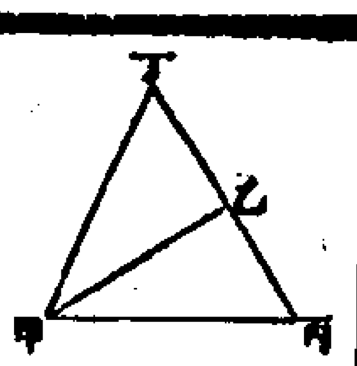
法曰甲乙丙角形甲爲直角先得甲乙甲丙兩邊長短之數如甲乙六甲丙八求乙丙邊長短之數其甲乙甲丙上所作兩直角方形并既與乙丙上所作直角方形等本題則甲乙之冪數自乘之數曰冪得三十六甲丙之冪得六十四并之得百而乙丙之冪亦百百開方得十即乙丙數十也又設先得甲乙乙丙如甲乙六乙丙十而求甲丙之數其甲乙甲丙上兩直角方形并既與乙丙上直角方形等則甲乙之冪得三十六乙丙之冪得百百減三十六得甲丙之冪六十四六十四開方得八即甲丙八也求甲乙倣此

此以開方盡實者爲例其不盡實者自具算家分法

第四十八題

凡三角形之一邊上所作直角方形與餘邊所作兩直角方形并等則對一邊之角必直角

解曰此反前題如甲乙丙角形其甲丙邊上所作直角方形與甲乙乙丙邊上所作兩直角方形并等題言甲乙丙角必直角



論曰試於乙上作甲乙丁直角而乙丁與乙丙兩線等次作丁甲線相聯其甲乙丁既直角則甲丁上直角方形與甲乙乙丁上兩直角方形并等本篇四七而甲乙乙丁上兩直角方形并與甲乙乙丙上兩直角方形并又等甲乙同乙丁乙丙等故即丁甲上直角方形與甲丙上直角方形

必等夫甲乙丁角形之甲乙乙丁兩腰與甲乙丙角形之甲乙乙丙兩腰既等而丁甲甲丙兩底又等則對底線之兩角亦等（本篇八） 甲乙丁既直角即甲乙丙亦直角

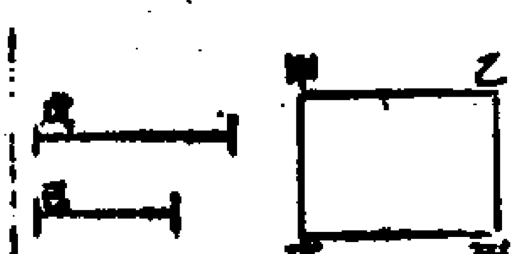
幾何原本第二卷之首

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啓　筆受

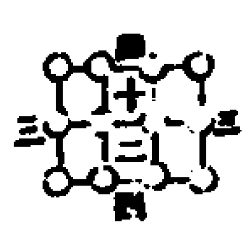
界說二則

第一界

凡直角形之兩邊函一直角者為直角形之矩線



如甲乙偕乙丙函甲乙丙直角得此兩邊即知直角形大小之度今別作戊線己線與甲乙乙丙各等亦即知甲乙丙直角形大小之度則戊偕己兩線為直角形之矩線



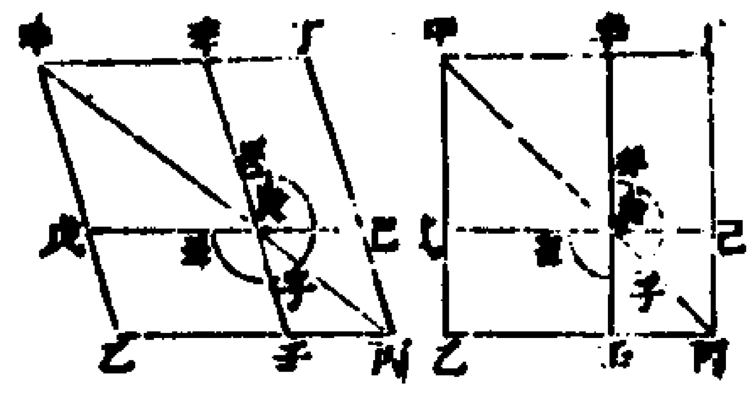
此例與算法通如上圖一邊得三一邊得四相乘得十二則三偕四兩邊為十二之矩數凡直角諸形之內四角皆直故不必更言四邊及平行線止名為直角形省文也

凡直角諸形不必全舉四角止舉對角二字即指全形如甲乙丙丁直角形止舉甲丙或乙丁亦省文也

第二界

諸方形有對角線者其兩餘方形任偕一角線方形為罄折形

甲乙丙丁方形任直斜角作甲丙對角線從庚點作戊



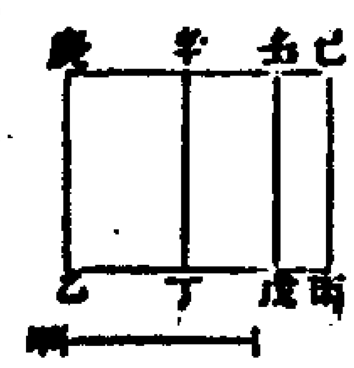
己辛壬兩線與方形邊平行而分本形為四方形其辛己庚乙兩形為餘方形辛戊己壬兩形為角線方形一卷界說二六兩餘方形任借一角線方形為罄折形如辛己庚乙兩餘方形偕己壬角線方形同在癸子丑圜界內者是癸子丑罄折形也用辛戊角線方形做此

幾何原本第二卷本篇論線　計十四題

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啟　筆受

第一題

兩直線任以一線任分為若干分其兩元線矩內直角形與不分線偕諸分線矩內諸直角形并等



解曰甲與乙丙兩線如以乙丙三分之為乙丁丁戊戊丙題言甲偕乙丙矩線內直角形與甲偕乙丁甲偕丁戊甲偕戊丙三矩線內直角形并等

論曰試作乙己直角形在乙丙偕等甲之己丙矩線內作法于乙界作庚乙丙界作己丙兩垂線俱與甲等為平行次作庚己直線與乙丙平行次於丁戊兩點作辛丁壬戊兩垂線與庚乙己丙平行一卷卅三其辛丁與庚乙壬戊與己丙既平行則辛丁與壬戊亦平行而辛丁壬戊與己丙等即亦與甲等一卷卅四如此則乙辛直角形在甲偕乙丁矩線內丁壬直角形在甲偕丁戊矩線內戊己直角形在甲偕戊丙矩線內并之則三矩線內直角形與甲偕乙丙兩元線矩內直角形等

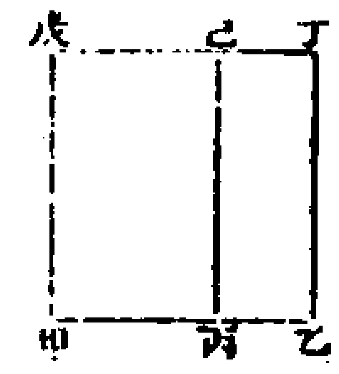
注曰二卷前十題皆言線之能也能者謂其上能為直角形也如十尺線其上能為百尺方形之類其說與算數最近故九卷之十四題

俱以數明此十題之理今未及詳因題意難顯畧用數明之如本題設兩數當兩線爲六爲十以十任三分之爲五爲三爲二六乘十爲六十之一大實與六乘五爲三十及六乘三爲十八六乘二爲十二之三小實并等

第二題

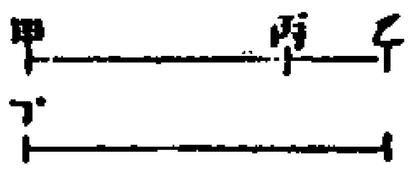
一直線任兩分之其元線上直角方形與元線偕兩分線兩矩內直角形并等

解曰甲乙線任兩分於丙題言甲乙上直角方形與甲乙偕甲丙甲乙偕丙乙兩矩線內直角形并等



論曰試於甲乙線上作甲丁直角方形從丙點作己丙垂線與甲戊乙丁平行（一卷卅一）其甲戊與甲乙既等（一卷卅四）則甲己直角形在甲乙甲丙矩線內乙丁與甲乙既等則丙丁直角形在甲乙丙乙矩線內而此兩形并與甲丁直角方形等

又論曰試別作丁線與甲乙等其甲乙線既任分於丙則甲乙偕丁矩線內直角形（即甲乙上直角方形）與甲丙偕丁丙乙偕丁兩矩線內直角形并等（本篇一）

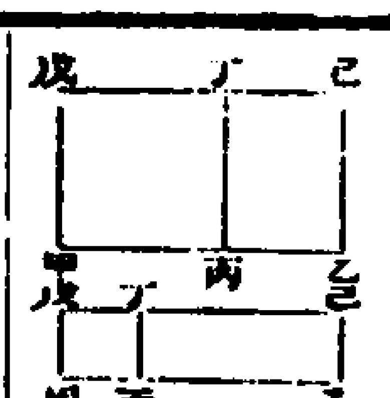


注曰以數明之設十數任兩分之爲七爲三十乘七

爲七十及十乘三爲三十之兩小實與十自之百一大實等

第三題

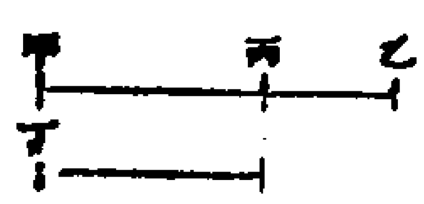
一直線任兩分之其元線任偕一分線矩內直角形與分餘線偕一分線矩內直角形及一分線上直角方形并等



解曰甲乙線任兩分於丙題言元線甲乙任偕一分線如甲丙矩內直角形（不論甲丙爲長分爲短分）與分餘丙乙偕甲丙矩線內直角形及甲丙上直角方形并等

論曰試作甲丁直角方形從乙界作乙己垂線與甲戊平行（一卷卅一）而於戊丁引長之遇於己其甲戊與甲丙等則甲己直角形在元線甲乙偕一分線甲丙矩內丙丁與甲丙等則丙己直角形在一分線甲丙偕分餘線丙乙矩內而甲己直角形與甲丙丙乙矩線內丙己直角形及甲丙上甲丁直角方形并等

又論曰試別作丁線與一分線甲丙等其甲乙線既任分於丙則甲乙偕丁矩線內直角形（即甲乙偕甲丙矩線內直角形）與丁偕丙乙（即甲丙偕丙乙）丁偕甲丙（即甲丙上直角方形）兩矩線內直角形并等（本篇二）

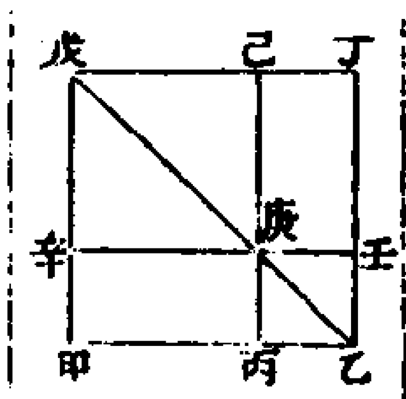


注曰以數明之設十數任兩分之爲七爲三如前圖則十乘七爲七十與七乘三之實二十一及七自之冪四十九幷等如後圖十乘三爲三十與七乘三之實二十一及三之冪九幷等

第四題

一直線任兩分之其元線上直角方形與各分上兩直角方形及兩分互偕矩線內兩直角形幷等

解曰甲乙線任兩分於丙題言甲乙線上直角方形與甲丙丙乙線上兩直角方形及甲丙偕丙乙丙乙偕甲丙矩線內兩直角形幷等



論曰試於甲乙線上作甲丁直角方形次作乙戊對角線次從丙作丙己線與乙丁平行遇對角線於庚末從庚作辛壬線與甲乙平行而分本形爲四直角形即甲乙戊角形之甲乙甲戊兩邊等而甲乙戊與甲戊乙兩角亦等（一卷五）夫甲乙戊形之三角幷與兩直角等（一卷卅二）而甲爲直角即甲乙戊甲戊乙皆半直角（一卷卅二之二系）依顯丁乙戊角形之丁乙戊丁戊乙兩角亦皆半直角則戊己庚外角與內角丁等爲直角（一卷廿九）而己戊庚既半直角則己庚戊等爲半直角矣角既等則己庚己戊兩邊亦等（一卷六）庚辛辛戊亦等（一卷卅四）而辛己爲直角方形也依顯丙壬亦直角方形也又庚辛與甲丙兩對邊等（一卷卅四）而乙丙與庚丙俱爲直角方形邊亦等則辛己爲甲丙線上直角方形丙壬爲丙乙線上直角方形也又甲庚及庚丁兩直角形各在甲丙丙乙矩線內也則甲丁直角方形與甲丙丙乙兩線上兩直角方形及兩線矩內兩直角形幷等矣

系從此推知凡直角方形之角線形皆直角方形

又論曰甲乙線既任分於丙則元線甲乙上直角方形與元線偕各分線矩內兩直角形幷等（本篇二）又甲乙偕甲丙矩線內直角形與甲丙偕

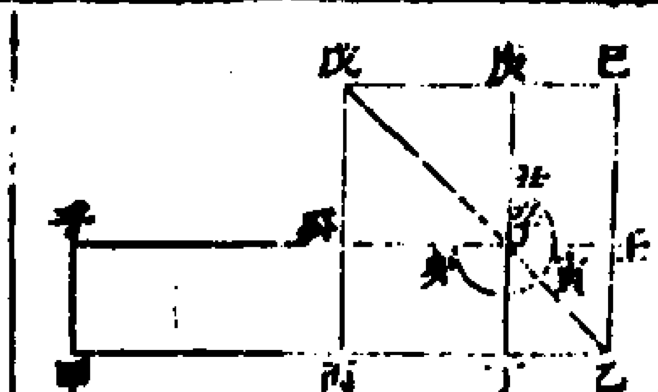
丙乙矩線內直角形及甲丙上直角方形幷等（本篇三）甲乙偕丙乙矩線內直角形與丙乙偕甲丙矩線內直角形及丙乙上直角方形幷等（本篇三）則甲乙上直角方形與甲丙丙乙上兩直角方形及甲丙偕丙乙丙乙偕甲丙矩線內兩直角形幷等

注曰以數明之設十數任兩分之爲七爲三十之實百與七之冪四十九三之冪九及三七互乘之實兩二十一幷等

第五題

一直線兩平分之又任兩分之其任兩分線矩內直角形

及分內線上直角方形并與平分半線上直角方形等



解曰甲乙線兩平分於丙又任兩分於丁其丙丁爲分內線（丙丁線者丙乙所以大於丁乙之較又甲丁所以大於甲丙之較故曰分內線）題言甲丁丁乙矩線內直角形及分內線丙丁上直角方形并與丙乙線上直角方形等

論曰試於丙乙線上作丙己直角方形次作乙戊對角線從丁作丁庚線與乙己平行遇對角線於辛次從辛作壬癸線與丙乙平行次從甲作甲子線與丙戊平行末從壬癸線引長之遇於子夫丁壬癸庚皆直角方形（本篇四之系）而辛丁與丁乙兩線等（一卷卅四）癸辛與丙丁兩線等則甲辛直角形在任分之甲丁丁乙矩線內而癸庚爲分內線丙丁上直角方形也今欲顯甲辛直角形及癸庚直角方形并與丙己直角方形等者於丙辛辛己相等之兩餘方形（一卷四三）每加一丁壬直角方形即丙壬及丁己兩直角形等矣而甲癸與丙壬兩形同在平行線內又底等即形亦等（一卷卅六）則甲癸與丁己亦等也即又每加一丙辛直角形則丑寅卯磬折形豈不與甲辛等次於磬折形又加一癸庚直角方形豈不與丙己直角方形等也而甲辛癸庚兩形并亦與丙己等也則甲

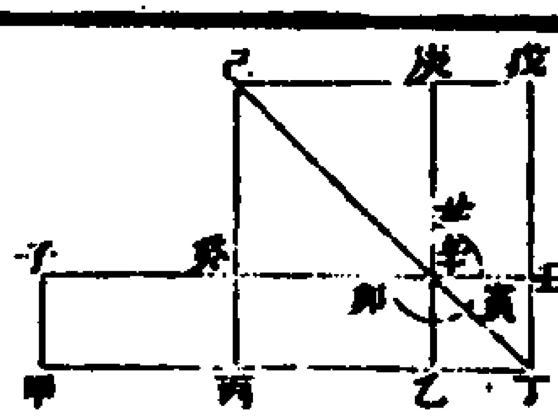
丁丁乙矩線內直角形及丙丁上直角方形并與丙乙上直角方形等

法曰以數明之設十數兩平分之各五又任分之爲八爲二則三爲分內數（三者五所以大於二之較又八所以大於五之較）二八之實十六三之冪九與五之冪二十五等

第六題

一直線兩平分之又任引增一直線共爲一全線其全線偕引增線矩內直角形及半元線上直角方形并與半元線偕引增線上直角方形等

解曰甲乙線兩平分於丙又從乙引長之增乙丁與甲乙通爲一全線題言甲丁偕乙丁矩線內直角形及半元線丙乙上直角方形并與丙丁上直角方形等



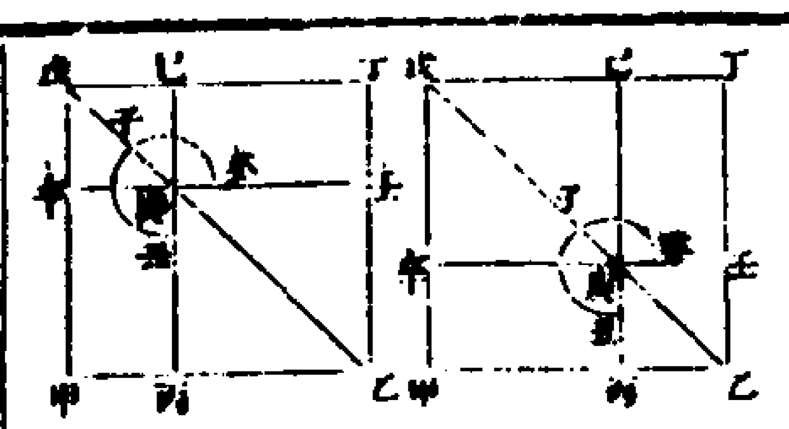
論曰試於丙丁上作丙戊直角方形次作丁己對角線從乙作乙庚線與丁戊平行遇對角線於辛次從辛作壬癸線與丙丁平行次從甲作甲子線與丙己平行末從壬癸線引長之遇於子夫乙壬癸庚皆直角方形（本篇四之系）而乙丁與丁壬兩線等（一卷卅四）癸辛與丙乙兩線等則甲壬直角形在甲丁偕乙丁矩線內而癸庚爲丙乙上直角方形也今欲顯甲壬直角

形及癸庚直角方形并與丙戊直角方形等者試觀甲癸與丙辛兩直角形同在平行線內又底等即形亦等（一卷卅六）而丙辛與辛戊等（一卷四三）則辛戊與甲癸亦等即又每加一丙壬直角形則丑寅卯罄折形與甲壬等夫罄折形加一癸庚形本與丙戊直角方形等也即甲壬癸庚兩形并亦與丙戊等也則甲丁乙丁矩線內直角形及丙乙上直角方形并豈不與丙丁上直角方形等

注曰以數明之設十數兩平分之各五又引增二共十二二乘之為二十四及五之羃二十五與七之羃四十九等

第七題

一直線任兩分之其元線上及任用一分線上兩直角方形并與元線偕一分線矩內直角形二及分餘線上直角方形并等



解曰甲乙線任分於丙題言元線甲乙上及任用一分線如甲丙上兩直角方形并（不論甲丙為長分為短分）與甲乙偕甲丙矩內直角形二及分餘線丙乙上直角方形并等

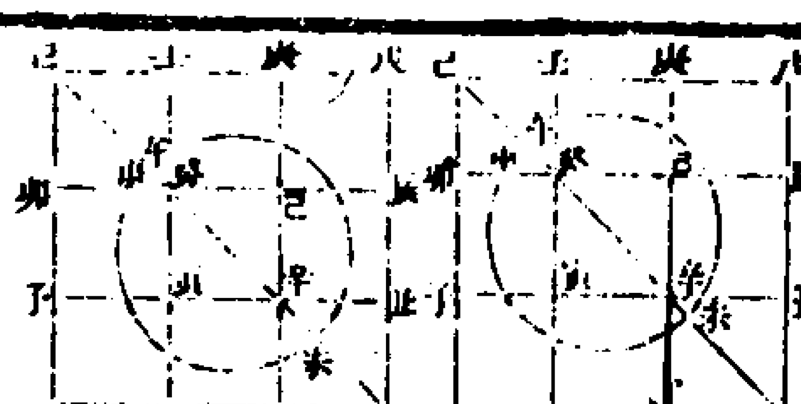
論曰試於甲乙上作甲丁直角方形次作乙戊對角線從丙作丙己線與乙丁平行遇對角線於庚末從庚作辛壬線與甲乙平行夫辛己丙壬皆直角方形（本篇四之系）而辛庚與甲丙等（一卷卅四）即辛己為甲丙上直角方形也又甲戊與甲乙等即甲己直角形在甲乙偕甲丙矩線內也又戊丁丁壬與甲乙甲丙各等即辛丁直角形亦在甲乙偕甲丙矩線內也夫甲己己壬兩直角形（即癸子丑罄折形）及丙壬直角方形并本與甲丁直角方形等今於甲己辛丁兩直角形并加一丙壬直角方形即與甲丁直角方形加一辛己直角方形等矣則甲乙甲丙矩線內直角形二及丙乙上直角方形并與甲乙上直角方形及甲丙上直角方形并等也

注曰以數明之設十數任分之為六為四加前圖十之羃百及六之羃三十六并與十六互乘之兩實百二十及四之羃十六等如後圖十之羃百及四之羃十六并與十四互乘之兩實八十及六之羃三十六等

第八題

一直線任兩分之其元線偕初分線矩內直角形四及分餘線上直角方形并與元線偕初分線上直角方形等

解曰甲乙線任分於丙題言元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四（不論丙乙為長分為短分）及分餘線甲丙上直角方



形并與甲乙偕丙乙上直角方形等

論曰試以甲乙線引增至丁而乙丁與丙乙等於全線上作甲戊直角方形次作丁己對角線從乙作乙庚線與丁戊平行遇對角線於辛次從丙作丙壬線與甲己平行遇對角線於癸次從辛作子丑線與甲丁平行遇丙壬於寅末從癸作卯辰線與戊己平行遇乙庚於己其卯壬寅己乙丑俱角線方形一卷卅四之系而卯癸與甲丙兩線等一卷卅四即卯壬爲甲丙上直角方形又寅辛與丙乙兩線等一卷卅四即寅己爲丙乙上直角方形與

乙丑等丙乙與乙丁等故又乙辛辛己兩線亦各與丙乙等而甲辛子己兩直角形各在甲乙丙乙矩線內即等子辛與甲乙等故寅庚辛戊兩直角形亦各在甲乙丙乙矩線內即又等寅辛辛丑與丙乙乙丁等辛庚丑戊與等甲乙之子辛等故寅己既與乙丑等而每加一癸庚即乙丑癸庚并與寅庚又等是甲辛一子己二辛戊三乙丑四癸庚五五直角形并爲午未申磬折形與元線甲乙偕初分線丙乙矩內直角形四等而午未申磬折形及卯壬直角方形末與甲戊直角方形等則甲乙丙矩線內直角形四及甲丙上直角方形并與甲乙偕丙乙上直角方形等

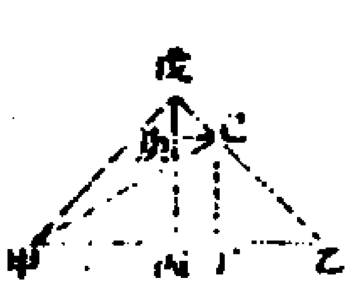
注曰以數明之設十數任分之爲六爲四如前圖十六互乘之實四爲二百四十及四之羃十六共二百五十六與十六之羃等如後圖十四互乘之實四爲一百六十及六之羃三十六共一百九十六與十四之羃等

第九題

一直線兩平分之又任兩分之任分線上兩直角方形并倍大於平分半線上及分內線上兩直角方形并

解曰甲乙線平分於丙又任分於丁題言甲丁丁乙上兩直角方形并倍大於平分半線甲丙上分內線丙丁

上兩直角方形并



論曰試於丙上作丙戊垂線與甲丙等次作甲戊戊乙兩腰次從丁作丁己垂線遇戊乙於己從己作己庚線與甲乙平行遇戊丙於庚末作甲己線其甲丙戊角形之甲丙丙戊兩腰等即丙戊甲丙甲戊兩角亦等一卷五而甲丙戊爲直角即餘兩角皆半直角一卷卅二之系依顯丙戊乙丙乙戊亦半直角又戊庚己角形之戊庚己角爲戊丙乙之外角即亦直角一卷廿九而庚戊己半直角即庚己戊亦半直角一卷卅二之系又庚戊己庚己戊兩角等即庚戊庚己兩腰亦等一卷六依顯丁乙己角形

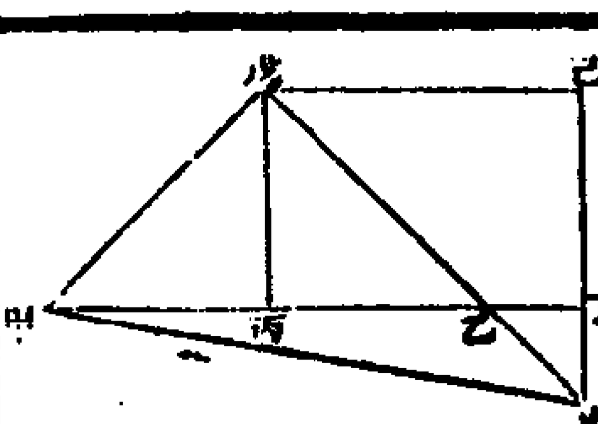
之丁乙丁己兩腰亦等夫甲丙戊角形之丙爲直角即甲戊線上直角方形與甲丙丙戊線上兩直角方形并等一卷四七而甲丙丙戊上兩直角方形自相等即甲戊上直角方形倍大於甲丙上直角方形矣又戊庚己角形之庚爲直角即戊己線上直角方形與庚戊庚己線上兩直角方形并等一卷四七而庚戊庚己上兩直角方形自相等即戊己上直角方形倍大於等庚己之丙丁上直角方形矣庚己丙丁爲丙己直角形之對邊故見一卷卅四則是甲戊戊己上兩直角方形并倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并也又甲己上直角方形既等於甲戊戊己上兩直角方形并又等於甲丁丁己上兩直角方形并一卷四七則甲丁丁己上兩直角方形并亦倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并矣而丁己與丁乙等則甲丁丁乙上兩直角方形并豈不倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并也

注曰以數明之設十數兩平分之各五又任分之爲七爲三分內數二其七之羃四十九及三之羃九倍大於五之羃二十五及二之羃四

第十題

一直線兩平分之又任引增一線共爲一全線其全線上及引增線上兩直角方形并倍大於平分半線上及分餘半線借引增線上兩直角方形并

解曰甲乙直線平分於丙又任引增爲乙丁題言甲丁線上及乙丁線上兩直角方形并倍大於甲丙線上及丙丁線上兩直角方形并



論曰試於丙上作丙戊垂線與甲丙等自戊至甲至乙各作腰線次從丁作己丁垂線引長之又從戊乙引長之遇於庚次作戊己線與丙丁平行末作甲庚線依前題論推顯甲戊乙爲直角而丙戊乙爲半直角即相對之戊庚己亦半直角一卷廿九又己爲直角一卷卅四即己戊庚亦半直角一卷卅二而己戊己庚兩腰必等一卷六依顯乙丁丁庚兩腰亦等夫甲戊上直角方形等於甲丙丙戊上兩直角方形并一卷四七必倍大於甲丙上直角方形而戊庚上直角方形等於戊己己庚上兩直角方形并一卷四七必倍大於對戊己邊之丙丁上直角方形卷一卌四則甲戊戊庚上兩直角方形并倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并也又甲庚上直角方形等於甲戊戊庚上兩直角方形并亦等於甲丁丁庚上兩直角方形并則甲丁丁庚上兩直角方形并亦倍大於甲丙丙丁上兩直角方形并也而甲丁乙丁上兩直角方形并倍大

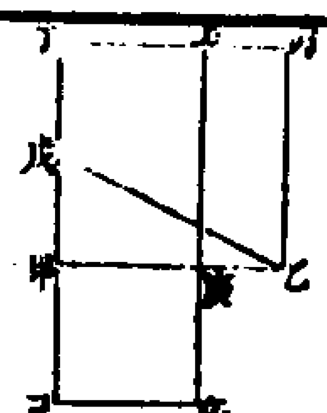
於甲丙丙丁上兩直角方形并矣。（丁庚與乙丁等故）

注曰以數明之設十數平分之各五又任增三為十三十三之羃一百六十九及三之羃九倍大於五之羃二十五及八之羃六十四也

第十一題

一直線求兩分之而元線偕初分線矩內直角形與分餘線上直角方形等

法曰甲乙線求兩分之而元線偕初分小線矩內直角形與分餘大線上直角方形等先於甲乙上作甲丙直角方形次以甲丁線兩



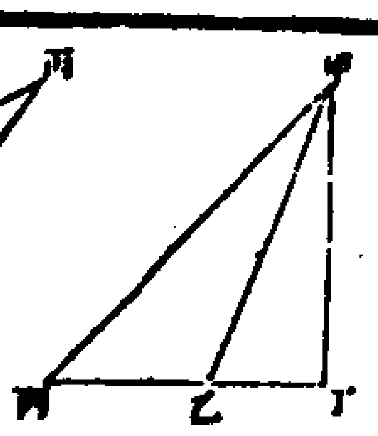
平分於戊次作戊乙線次從戊甲引增至己而戊己線與戊乙等末於甲乙線截取甲庚與甲己等即甲乙偕庚乙矩線內直角形與甲庚上直角方形等如所求

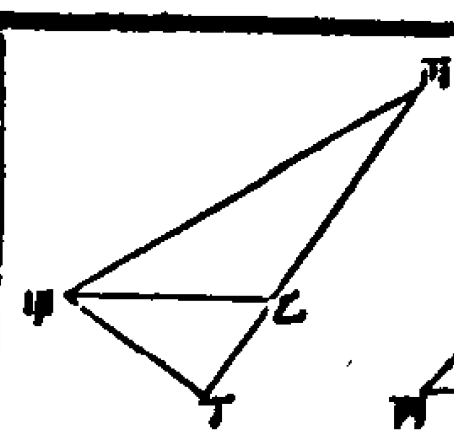
論曰試於庚上作壬辛線與丁己平行次作己辛線與甲庚平行其壬庚與丙乙等即與甲乙等而庚丙直角形在甲乙偕庚乙矩線內也又甲庚與甲己等而甲為直角即己庚為甲庚上直角方形也（一卷卅四）今欲顯庚丙直角形與己庚直角方形等者試觀甲丁兩不分於戊而引增一甲己是丁己偕甲己矩線內直角形（即丁辛直角形）及甲戊上直角方形并與等戊己之戊乙上直角方形等（本篇六）夫戊乙上直角方形等於甲戊甲乙上兩直角方形并（一卷四七）即丁辛直角形及甲戊上直角方形并與甲戊甲乙上兩直角方形并等矣次各減同用之甲戊上直角方形即所存丁辛直角形不與甲乙上甲丙直角方形等乎此二率者又各減同用之甲壬直角形則所存己庚直角方形與庚丙直角形等而甲乙偕庚乙矩線內直角形與甲庚上直角方形等也

注曰此題無數可解說見九卷十四題

第十二題

三邊鈍角形之對鈍角邊上直角方形大於餘邊上兩直角方形并之較為鈍角旁任用一邊偕其引增線之與對角所下垂線相遇者矩內直角形二





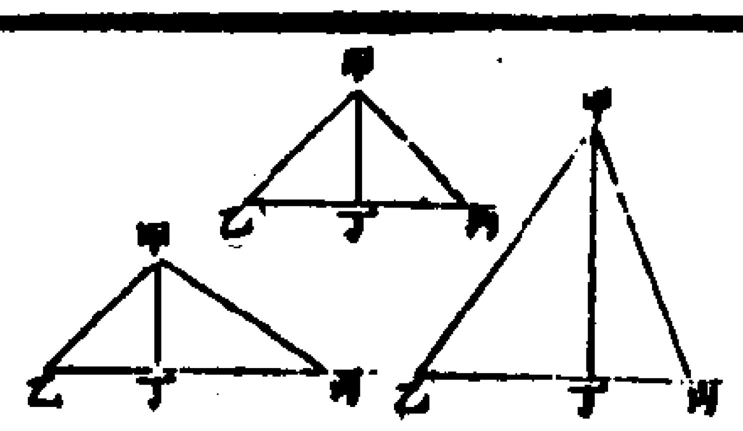
解曰甲乙丙三邊鈍角形甲乙丙為鈍角從餘角如甲下一垂線與鈍角旁一邊如丙乙之引增線遇於丁為直角題言對鈍角之甲丙邊上直角方形大於甲乙乙丙邊上兩直角方形并之較為丙乙偕乙丁矩線內直角形二反說之則甲乙乙丙上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并與甲丙上直角方形等

論曰丙丁線既任分於乙即丙丁上直角方形與丙乙乙丁上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等(本篇四)此二率者每加一甲丁上直角方形即丙丁甲丁上兩直角方形并與丙乙乙丁甲丁上直角方形三及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等也夫甲丙上直角方形等於丙丁甲丁上兩直角方形并(一卷四七)即亦等於丙乙乙丁甲丁上直角方形三及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并也又甲乙線上直角方形既等於乙丁甲丁上兩直角方形并(一卷四七)即甲丙上直角方形與甲乙丙乙上兩直角方形及丙乙偕乙丁矩線內直角形二并等矣

第十三題

三邊銳角形之對銳角邊上直角方形小於餘邊上兩直角方形并之較為銳角旁任用一邊偕其對角所下垂線旁之近銳角分線矩內直角形二

解曰甲乙丙三邊銳角形從一角如甲向對邊乙丙下一垂線分乙丙於丁題言對甲丙乙銳角之甲乙邊上直角方形小於乙丙甲丙邊上兩直角方形并之較為乙丙偕丁丙矩線內直角形二反說之則乙丙甲丙上兩直角方形并與甲乙上直角方形及乙丙偕丁丙矩線內直角形二并等

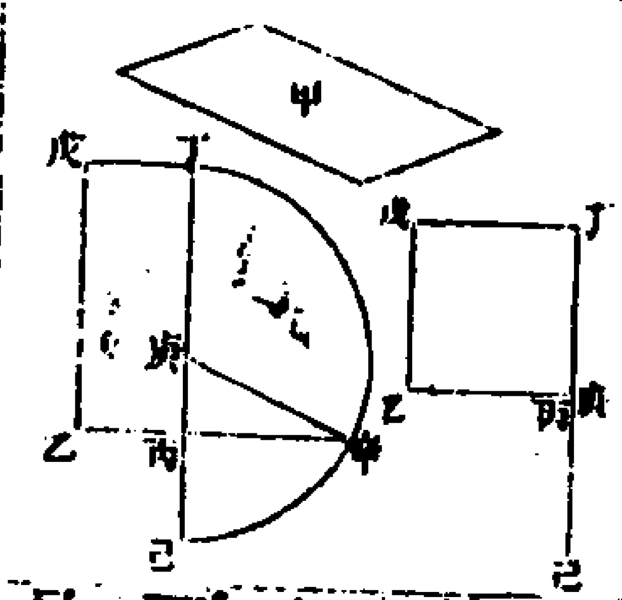


論曰乙丙線既任分於丁即乙丙丁丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁上直角方形并等(本篇七)此二率者每加一甲丁上直角方形即乙丙丁丙甲丁上直角方形三與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁甲丁上兩直角方形并等也又甲丙上直角方形等於丁丙甲丁上兩直角方形并(一卷四七)即乙丙甲丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及乙丁甲丁上兩直角方形并等也又甲乙上直角方形等於乙丁甲丁上兩直角方形并(一卷四七)即乙丙甲丙上兩直角方形并與乙丙偕丁丙矩線內直角形二及甲乙上直角方形并等反說之則甲乙上直角方形小於乙丙甲丙上兩直角方形并者為乙丙偕丁丙矩線內直角形二也

注曰題中止論銳角形不言直角鈍角形而直角鈍角形中俱有兩銳角(一卷十七卅二)即對銳角邊上形亦同此論(如第二第三圖是)但三銳角形所作垂線任用一角而直角形必用直角鈍角形必用鈍角此為異耳(直角鈍角形不用直角鈍角不能作垂線)

第十四題

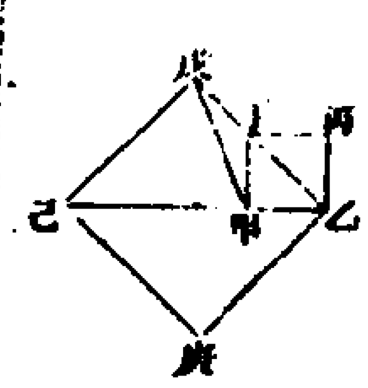
有直線形求作直角方形與之等



法曰甲直線無法四邊形求作直角方形與之等先作乙丁形與甲等而直角一卷四五 次任用一邊引長之如丁丙引之至己而丙己與乙丙等次以丁己兩平分於庚其庚點或在丙點或在丙點之外若在丙即乙丁是直角方形與甲等矣蓋丙己與乙丙等又與丙丁等而餘邊俱相等故乙丁為直角方形見一卷卅四 若庚在丙外即以庚為心丁己為界作丁辛己半圜末從乙丙線引長之遇圜界於辛即丙辛上直角方形與甲等

論曰試自庚至辛作直線其丁己線既兩平分於庚又任兩分於丙則丁丙偕丙己矩內直角形即乙丁直角形蓋丙己與乙丙等故及庚丙上直角方形并與等庚己之庚辛上直角方形等本篇五 夫庚辛上直角方形等於庚丙丙辛上兩直角方形并一卷四七 即乙丁直角形及庚丙上直角方形并與庚丙丙辛上兩直角方形并等次各減同用之庚丙上直角方形則丙辛上直角方形與乙丁直角形等

增題凡先得直角方形之對角線所長於本形邊之較而求本形邊



法曰直角方形之對角線所長於本形邊之較為甲乙而求本形邊先於甲乙上作甲丙直角方形作乙丁對角線又引長之為丁戊線而丁戊與甲丁等即得乙戊線如所求

論曰試於乙戊作戊己垂線從乙甲線引長之遇於己其乙戊己既直角而戊乙己為半直角一卷卅二 即戊己乙亦半直角而戊乙與戊己兩邊等一卷六 次作己庚與戊乙平行作乙庚與戊己平行即戊庚形為戊乙邊上直角方形也末作戊甲線即丁戊甲丁甲戊兩角等也一卷五 夫乙戊己丁甲己既兩皆直角試每減一相等之丁戊甲丁甲戊兩角即所存己戊甲己甲戊兩角必等而己戊己甲兩邊必等一卷六 則乙己對角線大於乙戊邊之較為甲乙矣　此增不在本書因其方形故類附於此

幾何原本第三卷之首

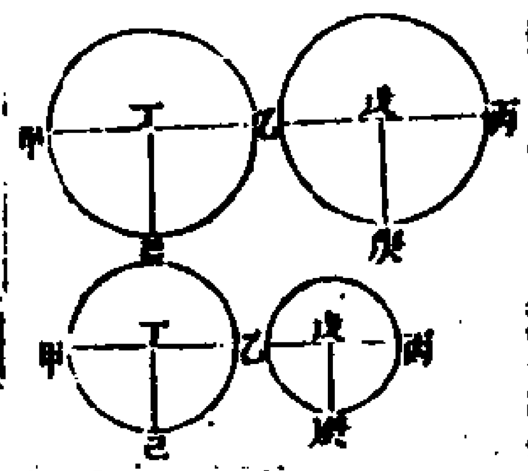
泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啟　筆受

界說十則

第一界

凡圜之徑線等或從心至圜界線等爲等圜

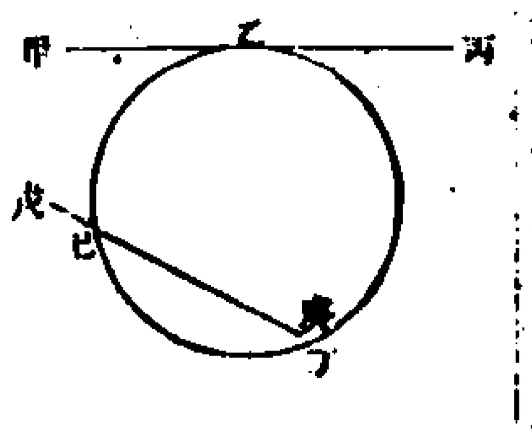
三卷將論圜之情故先爲圜界說此解圜之等者如上圖甲乙丙兩徑等或丁己戊庚從心至圜界等卽甲己乙乙庚丙兩圜等若下圖甲乙乙丙兩徑不等或丁己戊庚從心至圜界不等則兩圜亦不等矣



第二界

凡直線切圜界過之而不與界交爲切線

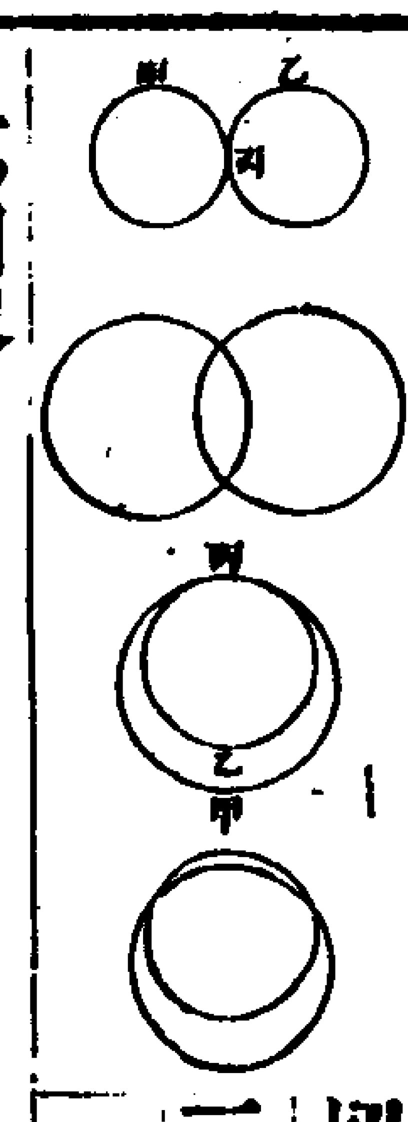
甲乙線切乙己丁圜之界乙又引長之至丙而不與界交其甲丙線全在圜外爲切線若戊己線先切圜界而引之至庚入圜內則交線也



第三界

凡兩圜相切而不相交爲切圜

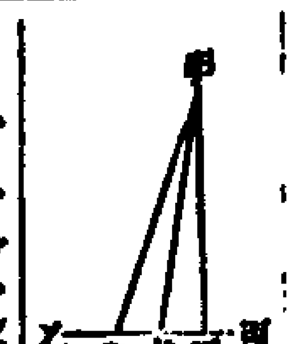
甲乙兩圜不相交而相切於丙或切於外如第一圖或切於內如第三圖其第二第四圖則交圜也



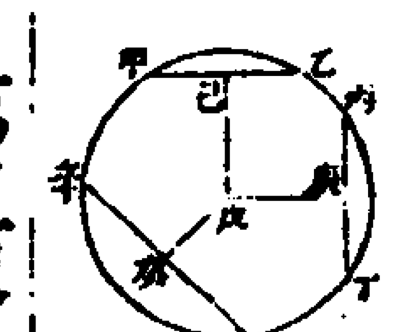
第四界

凡圜內直線從心下垂線其垂線大小之度卽直線距心遠近之度

凡一點至一直線上惟垂線至近其他卽遠去遠近必用垂線爲度試如前圖甲點與乙丙線相去遠近必以甲丁垂線爲度爲甲丁一線獨去直線至近



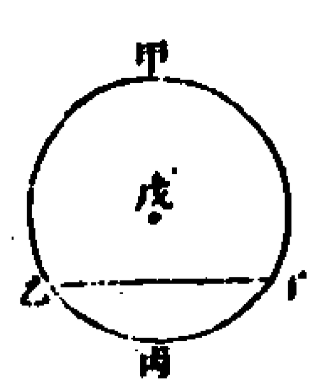
他若甲戊甲己諸線愈大愈遠乃至無數故如後圖設甲乙丙丁圜內之甲乙丙丁兩線其去戊心遠近等爲己戊庚戊兩垂線等故若辛壬線去戊心近矣爲戊癸垂線小故



第五界

凡直線割圜之形爲圜分

甲乙丙丁圜之乙丁直線任割圜之一分如甲乙丁及乙丙丁兩形皆爲圜分凡分有三形其過心者爲半圜分函心者爲圜大分不函心者爲圜小分又割圜之直線爲絃所割圜界之一

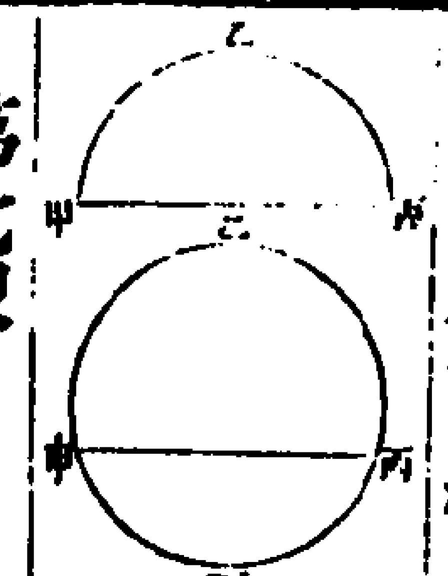


分爲弧

第六界

凡圜界偕直線內角爲圜分角

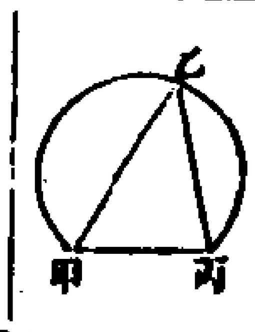
以下三界論圜角三種本界所言雜角也其在半圜分內爲半圜角在大分內爲大分角在小分內爲小分角



第七界

凡圜界任於一點出兩直線作一角爲負圜分角

甲乙丙圜分甲丙爲底於圜周乙點出兩直線作甲乙丙角形其甲乙丙角爲負甲乙丙圜分

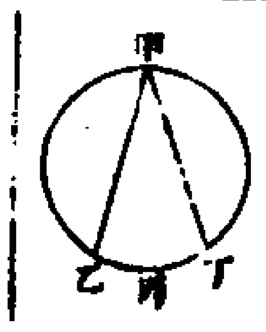


角

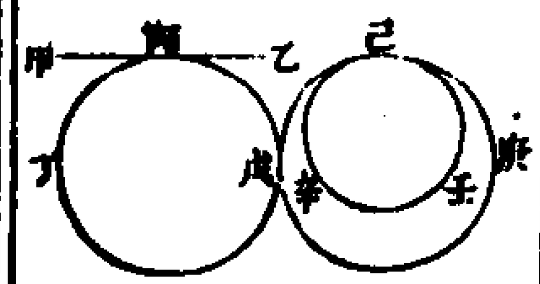
第八界

若兩直線之角乘圜之一分爲乘圜分角

甲乙丙丁圜內於甲點出甲乙甲丁兩線其乙甲丁角爲乘乙丙丁圜分角



圜角三種之外又有一種爲切邊角或直線切圜或兩圜相切其兩圜相切者又或內或外如上圖甲乙線切丙丁戊圜於丙即甲丙丁乙丙戊兩角爲切邊角又丙丁戊己戊庚兩圜外相切於戊及己戊庚己辛壬兩圜內相切於己

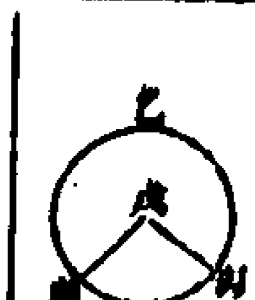


即丙戊己戊己辛壬己庚三角俱爲切邊角

第九界

凡從圜心以兩直線作角偕圜界作三角形爲分圜形

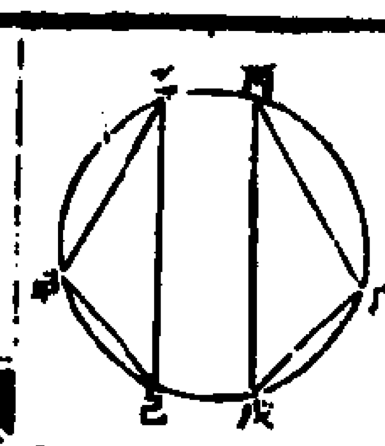
甲乙丙圜從戊心出戊甲戊丙兩線偕甲丁丙圜界作角形爲分圜形



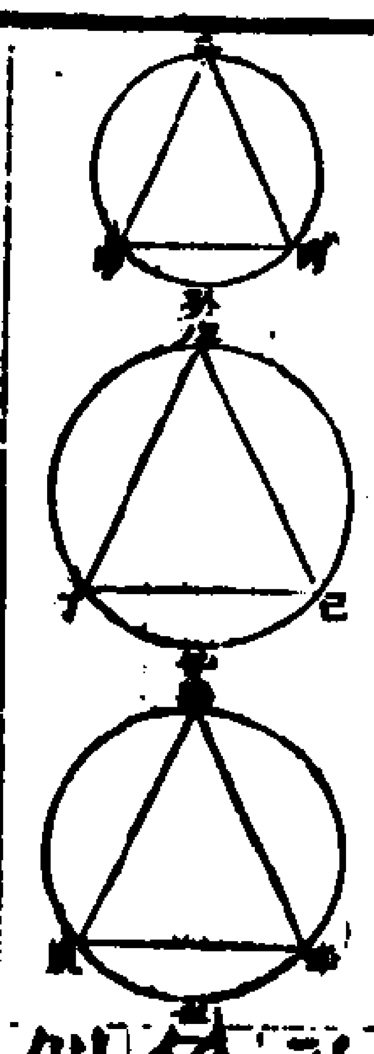
第十界

凡圜內兩負圜分角相等即所負之圜分相似

甲乙丙丁圜內有甲乙己與丁丙戊兩負圜分角等則所負甲乙丁己與丁丙甲戊兩圜分相似



又有兩圜或等或不等其負圜分角等即圜分俱相似如上三圖三圜之甲乙丙丁戊己庚辛壬三負圜分角等即所負甲乙丙丁戊己庚辛壬三圜分相似相似者如云同爲幾分圜之幾也



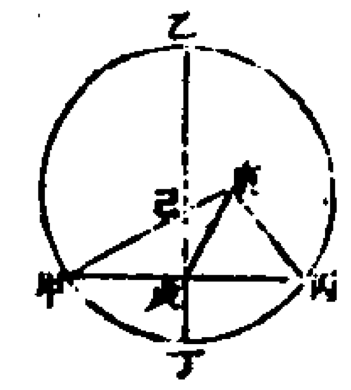
幾何原本第三卷　本篇論圜　計三十七題

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啟　筆受

第一題

有圜求尋其心

法曰甲乙丙丁圜求尋其心先於圜之兩界任作一甲丙直線次兩平分之於戊一卷十次於戊上作乙丁垂線兩平分之於己即己為圜心

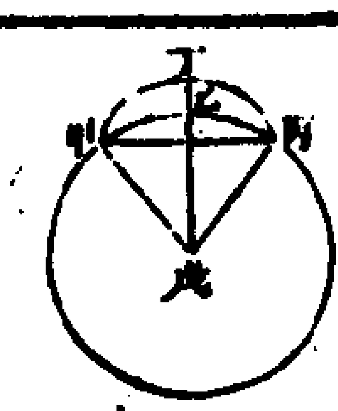


論曰如云不然令言心何在彼不得言在己之上下何者乙丁線既平分於己離平分不能為心故必言心在乙丁線外為庚即令自庚至丙至戊至甲各作直線則甲庚戊角形之甲戊既與丙庚戊角形之丙戊兩邊等戊庚同邊而庚甲庚丙兩線俱從心至界宜亦等即對等邊之庚戊甲庚戊丙兩角宜亦等一卷八而為兩直角矣一卷界說十夫乙戊甲既直角而庚戊甲又為直角可不可也

系因此推顯圜內有直線分他線為兩平分而作直角即圜心在其內

第二題

圜界任取二點以直線相聯則直線全在圜內

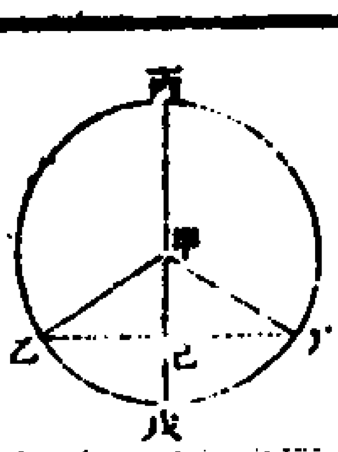


解曰甲乙丙圜界上任取甲丙二點作直線相聯題言甲丙線全在圜內

論曰如云在外若甲丁丙線令尋取甲乙丙圜之戊心本篇一次作戊甲戊丙兩直線次於甲丁丙線上作戊乙丁線而與圜界遇於乙即戊甲丁丙當為三角形以甲丁丙為底戊甲戊丙兩腰等其戊甲丙戊丙甲兩角宜等一卷五而戊丁甲為戊丙丁之外角宜大於戊丙丁角即亦宜大於戊甲丁角一卷十六則對戊丁甲大角之戊甲線宜大於戊丁線矣一卷十九夫戊甲與戊乙本同圜之半徑等據如所論則戊乙亦大於戊丁不可通也若云不在圜外而在圜界依前論令戊甲大於戊乙亦不可通也

第三題

直線過圜心分他直線為兩平分其分處必為兩直角為兩直角必兩平分



解曰乙丙丁圜有丙戊線過甲心分乙丁線為兩平分於己題言甲己必是垂線而己旁為兩直角又言己旁既為兩直角則甲己分乙丁必兩平分

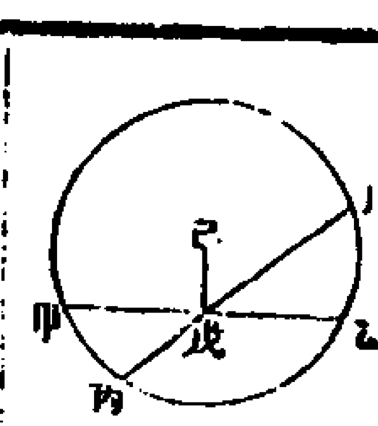
先論曰試從甲作甲乙甲丁兩線卽甲乙己角形之乙己與甲丁己角形之丁己兩邊等甲己同邊甲乙甲丁兩線俱從心至界又等卽兩形等則其對等邊之甲己乙甲己丁亦等一卷八而爲兩直角矣

後論曰如前作甲乙甲丁兩線甲乙丁角形之甲乙甲丁兩邊既等則甲乙丁甲丁乙兩角亦等一卷五又甲乙己角形之甲己乙甲乙己兩角與甲丁己角形之甲己丁甲丁己兩角各等而對直角之甲乙甲丁兩邊又等則己乙己丁兩邊亦等一卷廿六欲顯次論之旨又有一說如甲丁上直角方形與甲己己丁上兩直角方形并等一卷四七而甲乙上直角方形與甲己己乙上兩直角方形并亦等卽甲己己乙上兩直角方形并與甲己己丁上兩直角方形并亦等此二率者每減一甲己上直角方形則所存乙己己丁上兩直角方形自相等而兩邊亦等

第四題

圜內不過心兩直線相交不得俱爲兩平分

解曰甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩直線俱不過己心若一過心一不過心卽兩線不得俱爲兩平分其理易顯而交於戊題言兩直線或有一線爲兩平分不得俱爲兩平分

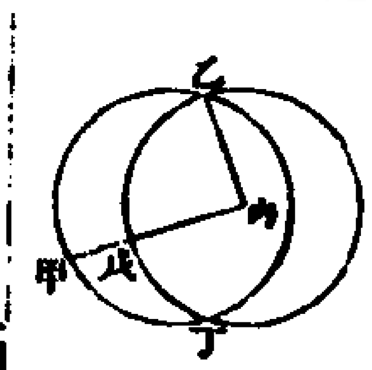


論曰若云不然而甲乙丙丁能俱兩平分於戊試令尋本圜心於己本篇一從己至戊作甲乙之垂線其己戊既分甲乙爲兩平分卽爲兩直角本篇三而又能分丙丁爲兩平分亦宜爲兩直角是己戊甲爲直角而己戊丙亦直角全與其分等矣

第五題

兩圜相交必不同心

解曰甲乙丁戊乙丁兩圜交於乙於丁題言兩圜不同心

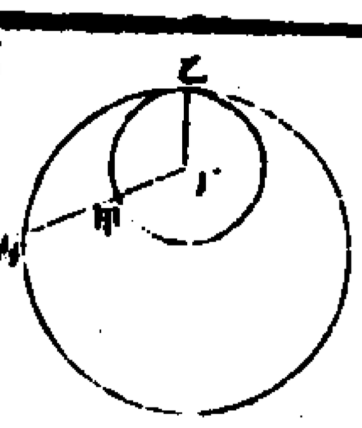


論曰若言丙爲同心令自丙至乙至甲各作直線其丙乙至圜交而丙甲截兩圜之界於戊於甲夫丙既爲戊乙丁圜之心則丙乙與丙戊等而又爲甲乙丁圜之心則丙乙與丙甲又等是丙戊與丙甲亦等而全與其分等也

第六題

兩圜內相切必不同心

解曰甲乙丙乙兩圜內相切於乙題言兩圜不同心

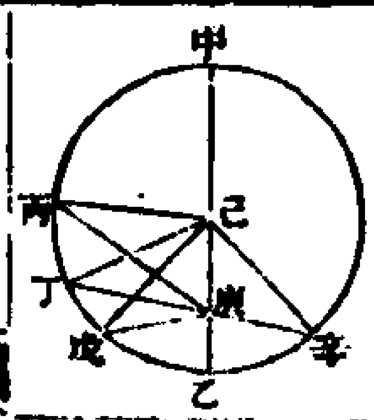


論曰若言丁爲同心令自丁至乙至丙各作直線其丁乙至切界而丁丙截兩圜之界於甲於丙夫

丁既爲甲乙圜之心則丁乙與丁甲等而又爲丙乙圜之心則丁乙與丁丙又等是丁甲與丁丙亦等而全與其分等也

第七題

圜徑離心任取一點從點至圜界任出幾線其過心線最大不過心線最小餘線愈近心者愈大愈近不過心線者愈小而諸線中止兩線等



解曰甲丙丁戊乙圜其徑甲乙其心己離心任取一點爲庚從庚至圜界任出幾線爲庚丙庚丁庚戊題先言從庚所出諸線惟過心

庚甲最大次言不過心庚乙最小三言庚丙大於庚丁庚丁大於庚戊愈近心愈大愈近庚乙愈小後言庚乙兩旁止可出兩線等

先論曰試從己心出三線至丙至丁至戊其丙己庚角形之丙己己庚兩邊并大於丙庚一邊一卷二十而丙己己庚等於甲己己庚則庚甲大於庚丙依顯庚丁庚戊俱小於庚甲是庚甲最大

次論曰己庚戊角形之己戊一邊小於己庚庚戊兩邊并一卷二十而己戊與己乙等則己乙小於己庚庚戊并矣次各減同用之己庚則庚乙小於庚戊依顯庚戊小於庚丁庚丁小於庚丙是庚乙最小

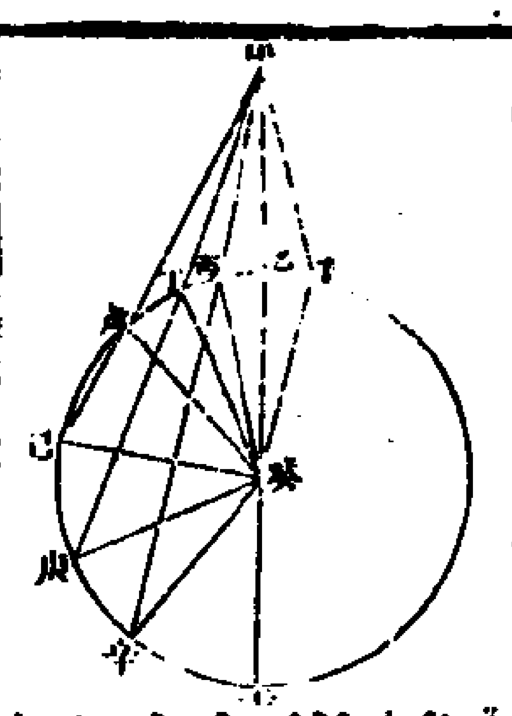
三論曰丙己庚角形之丙己與丁己庚角形之丁己兩邊等己庚同邊而丙己庚角大於丁己庚角全大於分則對大角之庚丙邊大於對小角之庚丁邊一卷廿四依顯庚丁大於庚戊而愈近心愈大愈近庚乙愈小

後論曰試依戊己乙作乙己辛相等角而抵圜界爲己辛線次從庚作庚辛線其戊己庚角形之戊己腰與庚己辛角形之辛己腰既等己庚同腰兩腰間角又等則對等角之庚戊庚辛兩底亦等一卷四而庚乙兩旁之庚戊庚辛等矣此外若有從庚出線在辛之上即依第三

論大於庚辛在辛之下即小於庚辛故云庚乙兩旁止可出庚戊庚辛兩線等

第八題

圜外任取一點從點任出幾線其至規內則過圜心線最大餘線愈離心愈小其至規外則過圜心線爲徑之餘者最小餘線愈近徑餘愈小而諸線中止兩線等



解曰乙丙丁戊圜之外從甲點任出幾線其一爲過癸心之甲壬其餘爲甲辛爲甲庚爲甲己皆至規內規內線者如車輻之指心題先言過心之甲壬最大次

言近心之甲辛大於離心之甲庚甲庚又大於甲己三反上言規外之甲乙爲乙壬徑餘者（規外線者如輞之輳轂）最小四言甲丙近徑餘小於甲丁甲丁又小於甲戊從言甲乙兩旁止可出兩線等

先論曰試從癸心至丙丁戊己庚辛各出直線其甲癸辛角形之甲癸癸辛兩邊幷大於甲辛一邊（卷一之二十）而甲癸癸辛與甲壬等則甲壬大於甲辛依顯甲壬更大於甲庚甲己而過心之甲壬最大

次論曰甲癸辛角形之癸辛與甲癸庚角形之癸庚兩邊等甲癸同邊而甲癸辛角大於甲癸庚角（全大於分）則對大角之甲辛邊大於對小角之甲庚邊（卷一之廿四）依顯甲庚大於甲己而規內線愈離心愈小

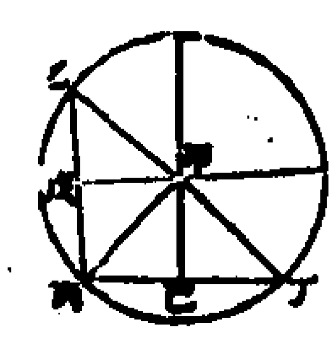
三論曰甲癸丙角形之甲癸一邊小於甲丙丙癸兩邊幷（卷一之二十）次每減一相等之乙癸丙癸則甲乙小於甲丙矣依顯甲乙更小於甲丁甲戊而規外甲乙最小

四論曰甲丁癸角形之丙從甲與癸出甲丙丙癸兩邊幷小於甲丁丁癸兩邊幷（卷一之廿一）此二率者每減一相等之丙癸丁癸則甲丙小於甲丁矣依顯甲丙更小於甲戊而愈近徑餘甲乙者愈小

後論曰試依乙癸丙作乙癸子相等角抵圜界次作甲子線其甲子癸角形之甲癸癸子兩腰與甲癸丙角形之甲癸癸丙兩腰各等而兩腰開角又等則對等角之甲子甲丙兩底亦等也（卷一之四）此外若有從甲出線在子之上卽依第四論小於甲丙在子之下卽大於甲丙故云甲乙兩旁止可出甲丙甲子兩線等

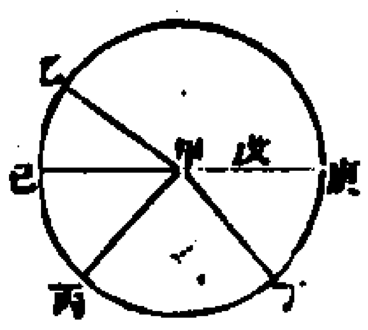
第九題

圜內從一點至界作三線以上皆等卽此點必圜心



解曰從甲點至乙丙丁圜界作甲乙甲丙甲丁三直線若等題言甲點爲圜心三以上等者更不待論

論曰試於乙丙丙丁界作乙丙丙丁兩直線相聯此兩線各兩平分於戊於己從甲出兩直線爲甲戊爲甲己其甲乙戊角形之甲乙與甲戊丙角形之甲丙兩腰既等甲戊同腰乙戊戊丙兩底又等卽甲戊乙與甲戊丙兩角亦等（卷一之八）爲兩直角依顯甲己丙甲己丁亦等爲兩直角則甲戊甲己之分乙丙丙丁俱平分爲直角而此兩線俱爲函心線（本篇一之系）定相遇於甲甲爲圜心矣

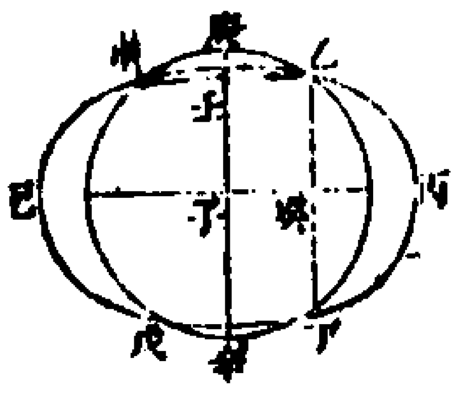


又論曰若言甲非心心在於戊者令戊甲相聯引作己庚徑線卽甲是戊心外所取一點而從甲所出線愈近心者宜愈大矣

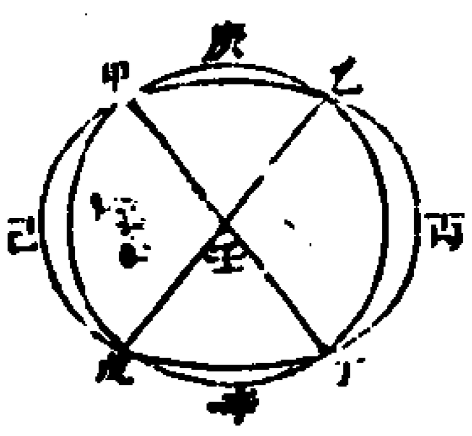
篇十七則甲丁宜大於甲丙而先設等何也

第十題

兩圜相交止於兩點



論曰若言甲乙丙丁戊己圜與甲庚乙丁辛戊圜三相交於甲於乙於丁令作甲乙乙丁兩直線相聯此兩線各兩平分於壬於癸次從壬癸作子壬子癸兩垂線其子壬分甲乙子癸分乙丁既皆兩平分而各為兩直角即子壬子癸兩線俱為甲庚乙丁辛戊圜之函心線本篇一之系而子為其心矣依顯甲乙丙丁戊己圜亦以子為心也夫兩交之圜何不得同心本篇五何緣得有三交

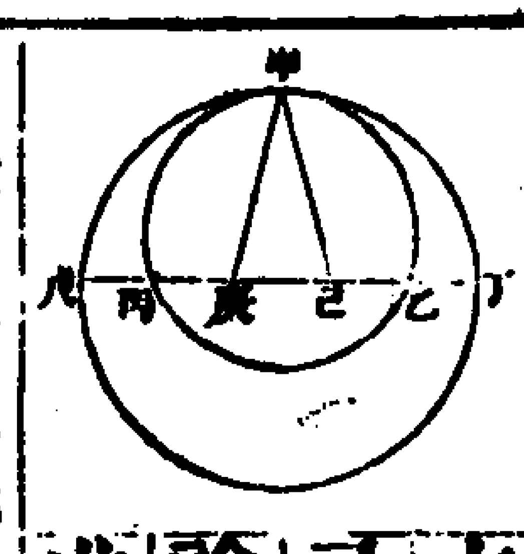


又論曰若言兩圜三相交於甲於乙於丁令先尋甲庚乙丁辛戊圜之心於壬本篇一次從心至三交界作壬甲壬乙壬丁三線此三線等也一卷界說十五又甲乙丙丁戊己圜內有從壬出之壬甲壬乙壬丁三相等線則壬又為甲乙丙丁戊己圜之心本篇九不亦交圜同心乎本篇五

第十一題

兩圜內相切作直線聯兩心引出之必至切界

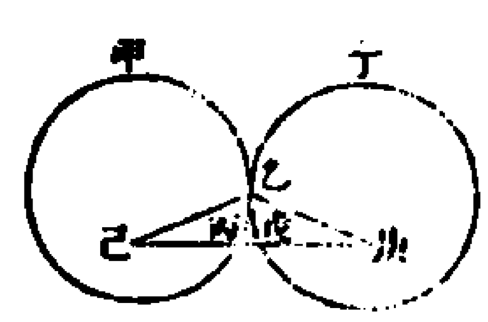
解曰甲乙丙甲丁戊兩圜內相切於甲而己為甲乙丙之心庚為甲丁戊之心題言作直線聯庚己兩心引抵圜界必至甲



論曰如云不至甲而截兩圜於乙丁及丙戊令從甲作甲己甲庚兩線其甲己庚角形之庚己己甲兩邊并大於庚甲一邊一卷二十而同圜心所出之庚甲庚丁宜等即庚己己甲大於庚丁矣此二率者各減同用之庚己即己甲亦大於己丁矣夫己甲與己乙是丙圜同心所出等線則己乙亦大於己丁而分大於全也可乎若曰庚為甲乙丙心己為甲丁戊心亦依前轉說之甲己庚角形之己庚庚甲兩邊并大於甲己一邊一卷二十而同圜心所出之己甲己戊宜等即己庚庚甲大於己戊矣此二率者各減同用之己庚即庚甲大於庚戊矣夫庚甲與庚丙是內圜同心所出等線則庚丙亦大於庚戊而分大於全也可乎

第十二題

兩圜外相切以直線聯兩心必過切界



解曰甲乙丙丁乙戊兩圜外相切於乙其甲乙丙心為己丁乙戊心為庚題言作己庚直線必過乙

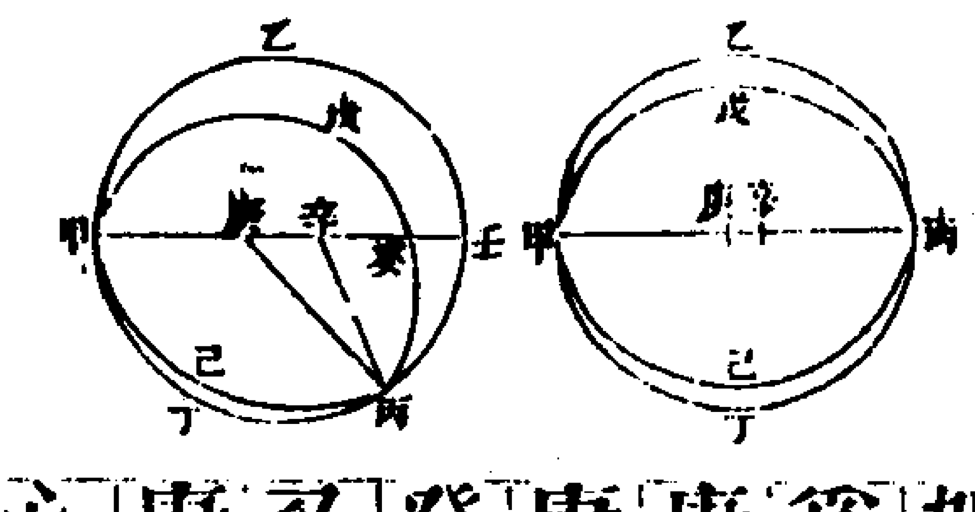
論曰如云不然而己庚線截兩圜界於戊於

丙令於切界作乙己乙庚兩線其乙己庚角形之己乙乙庚兩邊并大於己庚一邊而乙庚與庚戊乙己與己丙俱同心所出線宜各等即庚戊丙己兩線并亦大於庚己一線矣二卷二十夫庚己線分爲庚戊丙己何餘丙戊而云庚戊丙己大於庚己則分大於全也故直線聯己庚必過乙

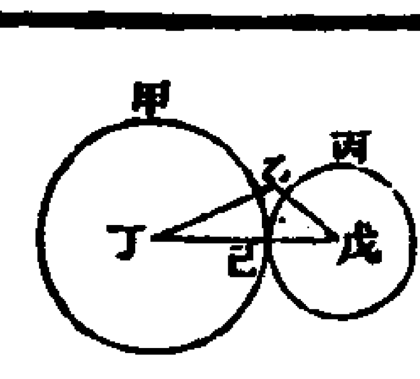
第十三題 二支

圜相切不論內外止以一點

先論曰甲乙丙丁與甲戊丙己兩圜內相切若云有兩點相切於甲又於丙令作直線函兩圜心庚辛引出之



如前圖宜至相切之甲之丙本篇十一則甲丙爲兩圜之同徑矣而此徑線者兩平分於庚又兩平分於辛何也一直線止以一點兩平分若云庚辛引出直線一抵甲一截兩圜之界於癸於壬即如後圖令從兩心各作直線至又相切之丙次問之甲乙丙丁圜之心爲庚邪辛邪如曰庚也而辛爲甲戊丙己之心則丙庚辛角形之庚辛辛丙兩邊并大於庚丙一邊一卷二十而庚辛辛丙與庚癸宜等辛癸辛丙同圜心所出故即庚癸亦大於庚丙矣夫庚丙與庚壬者外圜同心所出等線也將庚癸亦大於庚壬可乎如曰辛也而庚爲甲戊丙己之心則丙庚辛角形之辛庚庚丙兩邊并大於辛丙一邊一卷二十而辛丙與辛甲宜等即辛庚庚丙亦大於辛甲矣此二率者各減同用之辛庚即庚丙亦大於庚甲也夫庚甲與庚丙者亦同圜心所出等線也而安有大小

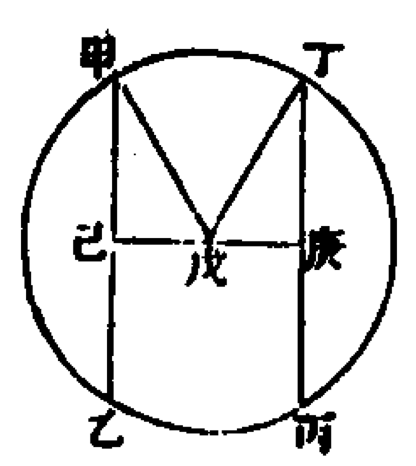


後論曰甲乙與乙丙兩圜外相切於己從甲乙之丁心丙乙之戊心作直線相聯必過己本篇十二若云又相切於乙令自乙至丁至戊各作直線其丁乙乙戊并宜與丁戊等而爲角形之兩腰又宜大於丁戊一卷二十則兩圜相切安得兩點

又後論曰更令於兩相切之乙之己作直線相聯其直線當在甲乙圜內本篇二又當在乙丙圜內何所置之

第十四題 二支

圜內兩直線等即距心之遠近等距心之遠近等即兩直線等



先解曰甲乙丙丁圜其心戊圜內甲乙丁丙兩線等題言兩線距戊心遠近亦等

論曰試從戊心向甲乙作戊己向丁丙作戊庚各垂線次自丁自甲至戊各作直線

其戊己戊庚既各分甲乙丁丙線為兩平分本篇三而甲乙丁丙等則平分之甲己丁庚亦等夫甲戊上直角方形與甲己己戊上兩直角方形并等一卷四七等甲戊之丁戊上直角方形與丁庚庚戊上兩直角方形并等而甲己丁庚上兩直角方形既等即戊己戊庚上兩直角方形亦等則戊己戊庚兩線亦等是甲乙丁丙兩線距心之度等本卷界說四

後解曰甲乙丁丙兩線距戊心遠近等題言甲乙丁丙兩線亦等

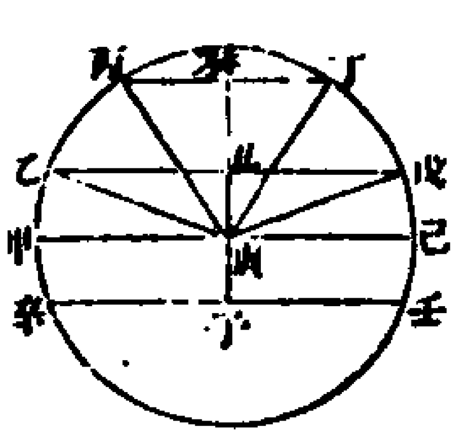
論曰依前論從戊作戊己戊庚兩垂線既等本卷界說四而

分甲乙丁丙各為兩平分本篇三其甲戊上直角方形與甲己己戊上兩直角方形并等一卷四七等甲戊之丁戊上直角方形與丁庚庚戊上兩直角方形并等即甲己己戊上兩直角方形并與丁庚庚戊上兩直角方形并亦等此二率者每減一相等之己戊戊庚上直角方形即所存甲己丁庚上兩直角方形亦等是甲己丁庚兩線等也夫甲乙倍甲己丁丙倍丁庚其半等其全必等

第十五題

徑為圜內之大線其餘線者近心大於遠心

解曰甲乙丙丁戊己圜其心庚其徑甲己其近心線為



辛壬遠心線為丙丁題言甲己最大辛壬近心大於丙丁遠心

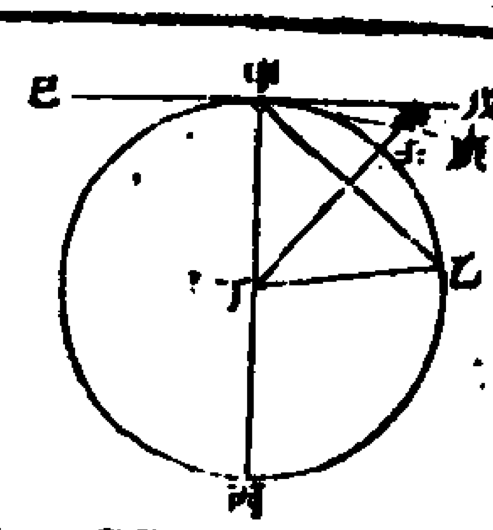
論曰試從庚向丙丁作庚癸向辛壬作庚子各垂線其丙丁距心遠於辛壬即庚癸大於庚子本卷界說四次於庚癸線截庚丑與庚子等次從丑作乙戊為庚癸之垂線末於庚乙庚丙庚丁庚戊各作直線相聯其庚丑既等於庚子即乙戊與辛壬各以垂線距心遠近等本卷界說四而兩線亦等本篇十四夫庚乙庚戊并大於乙戊一卷二十而與甲己等即甲己大於乙戊亦大於辛壬矣依顯甲己大於他線則甲己最大又乙庚

戊角形之乙庚庚戊兩腰與丙庚庚丁角形之丙庚庚丁兩腰等而乙庚戊角大於丙庚丁角則乙戊底大於丙丁底一卷廿四故等乙戊之辛壬亦大於丙丁也是近心線大於遠心線也

第十六題三支

圜徑末之直角線全在圜外而直線偕圜界所作切邊角不得更作一直線入其內其半圜分角大於各直線銳角切邊角小於各直線銳角

先解曰甲乙丙圜丁為心甲丙為徑從甲作甲丙之垂線題言此線全在圜外



論曰若言在內如甲乙令自丁至乙作直線卽丁甲乙與丁乙甲兩角等一卷五丁甲乙爲直角丁乙甲亦直角乎夫角形三角并等兩直角一卷十七豈得形內自有兩直角也則垂線必在圜外若己戊必不在圜內若甲乙又不在圜界之上如云在界亦依此論故曰全在圜外

次解曰題又言戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角不得更作一直線入其內

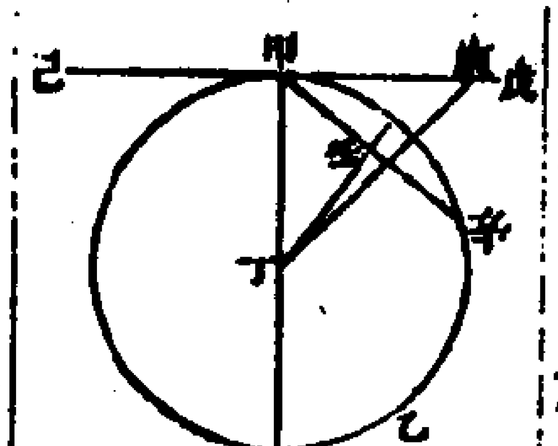
論曰若云可作如庚甲令從丁心向庚甲作丁辛爲庚甲之垂線一卷十二夫丁甲辛角形之丁甲辛丁辛甲兩角并小於兩直角一卷十七而丁辛甲爲直角卽對小角之丁辛線小於對大角之甲丁線矣一卷十九甲丁者與丁壬爲同圜相等者也將丁壬亦大於丁辛乎則戊甲乙角之內不得更作一直線而戊甲之下但有直線必入本圜之內也

後解曰題又言丁甲垂線偕乙甲圜界所作丙甲乙圜分角大於各直線銳角而戊甲垂線偕乙甲圜界所作切邊角小於各直線銳角

論曰依前論甲戊下有直線既云必入圜內卽此直線偕戊甲所作各直線銳角皆小於圜分角而切邊角小

於各直線銳角

系己甲線必切圜以一點



增先解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙從甲作戊甲爲甲丙之垂線題言戊甲全在圜外

增正論曰試於甲戊線內任取一點爲庚自庚至丁作直線其甲丁庚角形之丁甲庚丁庚甲兩角小於兩直角一卷十七而丁甲庚爲直角卽丁庚甲小於直角對大角之丁庚線大於對小角之丁甲線矣一卷十九則庚點在圜之外也凡戊甲以內作點皆依此論故戊甲線全在圜外

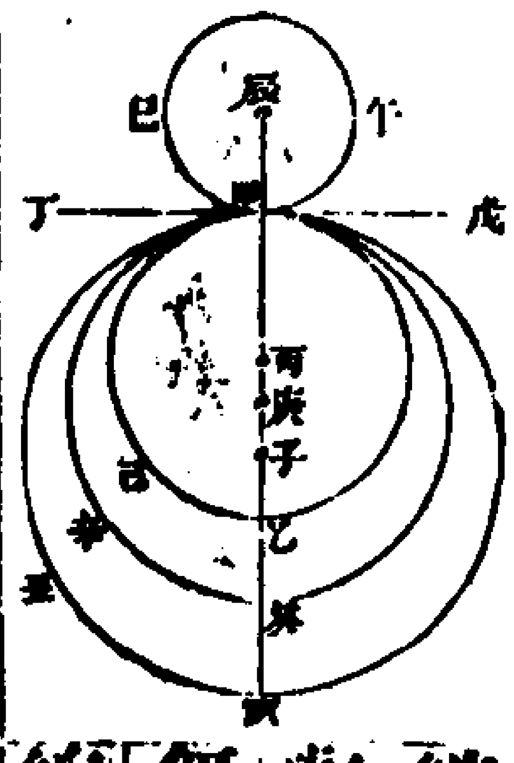
增次解曰從甲作甲辛線在戊甲之下題言甲辛必割圜爲分

增正論曰試作甲丁壬角與戊甲辛角等其甲丁壬甲丁兩角并等於戊甲丁直角必小於兩直角而丁壬甲辛兩線必相遇公論十一其相遇又必在圜之內如壬何者壬甲丁壬丁甲兩角既與一直角等卽甲壬丁必爲直角一卷卅二而對大角之甲丁線必大於對小角之丁壬線矣一卷十九夫甲丁線僅至圜界則丁壬不能抵圜界必在圜之內也

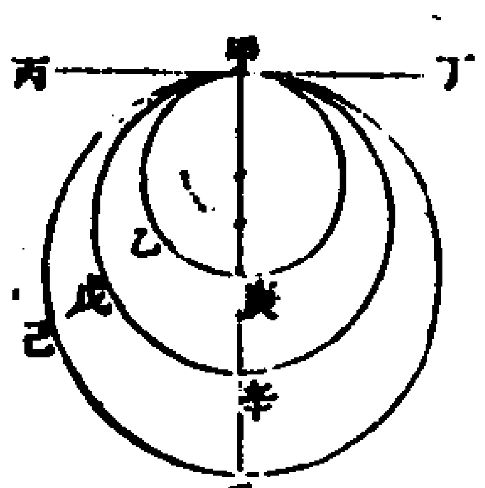
後支前已正論

或難曰切邊角有大有小何以畢不得兩分向者問幾何之分不可窮盡如莊子尺棰之義深著明矣今切邊之內有角非幾何乎此幾何何獨不可分邪又十卷第一題言設一小幾何又設一大幾何若從大者半減之減之又減必至一處小於所設小率此題最明無可疑者今言切邊之角小於直線鋭角是亦小幾何也彼直線鋭角是亦大幾何也若從直線鋭角半減之減之又減何以終竟不得小於切邊角邪既本題推顯切邊角中不得容一直線如此著明便當并無切邊角無角則

無幾何此則不可得分耳且幾何原本書中無有至大不可加之率無有至小不可減之率若切邊角不可分豈非至小不可減乎答曰謬矣子之言也有圜有線安得無切邊角且既言直線鋭角大於切邊角即有切邊角矣苟無角安所較大小哉且子言直線與圜界并無切邊角則兩圜外相切亦無角乎曰然曰試如作甲己乙圜其心丙而丁戊為切線即丁甲己為切邊角次移心於庚又作甲辛癸圜即丁甲辛為切邊角而小於丁甲己次移心於子又作甲丑寅圜即丁甲丑為切邊角而又小於丁甲辛如是小之又小疑無角焉次又於切



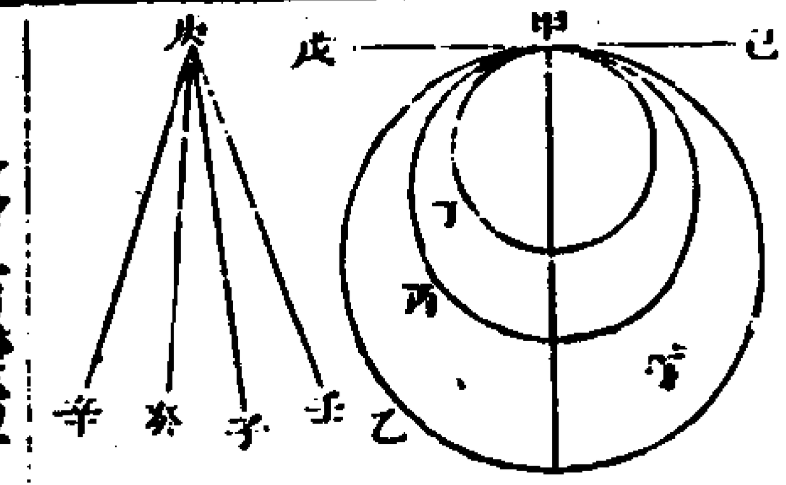
線之外以辰為心作甲巳午圜而與前圜外相切於甲依子所說疑無角焉然兩圜外相切而以丁戊線分之不可分乎更自辰至寅作直線截兩圜之界而分丁戊為兩平分不可分乎兩圜兩直線交羅相遇於甲也能不皆以一點乎如以一點也即此一點之外不能無空即不能不為四切邊角矣子所據尺棰之分無盡又言幾何原本書中無至小不可減之率也是也夫切邊角但不可以直線分之耳若用圜線則可分也如甲乙庚圜與丙甲丁直線相切於



甲作丁甲庚切邊大角若移一心作甲戊辛圜又得丁甲辛切邊角即小於丁甲庚也又移一心作甲己壬圜又得丁甲壬切邊小角即又小於丁甲辛也如此以至無窮則切邊角分之無盡何謂不可減邪若十卷第一題所言元無可疑但以圜角分圜角則與其說合矣彼所言大小兩幾何者謂大能相較為大能相較為小者也如以直線分直線角以圜線分圜線角是已此切邊角與直線角豈能相較為大小哉

增題有兩種幾何一大一小以小率半增之遞增至於

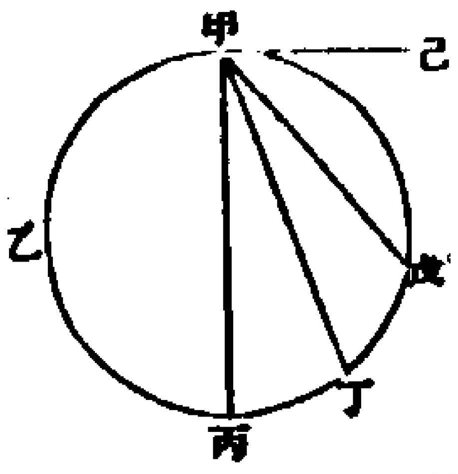
無窮以大率半減之遞減至於無窮其元大者恆大元小者恆小。



解曰戊甲乙切邊角爲小率壬庚辛直線鋭角爲大率今別作甲丙甲丁等圜俱切戊己線於甲其切邊角愈增愈大如前論別以庚癸庚子線作角分壬庚辛角於庚愈分愈小然直線角恆大切邊角恆小乃至終古不得相比。

又增題舊有一說以一小率加一大率之上或以一大率加一小率之上不相離遂線漸移之必至一相等之

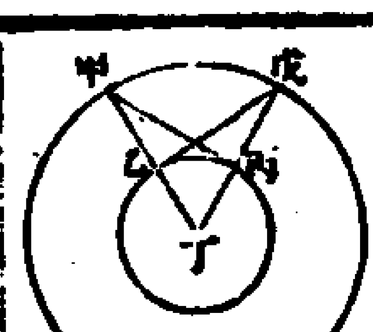
處又一說有率大於此率者有率小於此率者則必有率等於此率者昔人以爲皆公論也若用以律本題即不可得故今斥不爲公論。



解曰甲乙丙圜其徑甲丙令甲丙之甲界定在於甲而引丙線遂線漸移之向己其所經丁戊己及中間逐線所經無數然依本題論則甲丙所經凡割圜時皆爲鋭角即小於半圜分角纔離鋭角便爲直角即大於半圜分角是所經無數線終無有相等線可見前一舊說未爲公論又直線鋭角皆小於半圜分角直角與鈍角皆大於半圜分角是有大者有小者終無等者可見後一舊說未爲公論也。

第十七題

設一點一圜求從點作切線



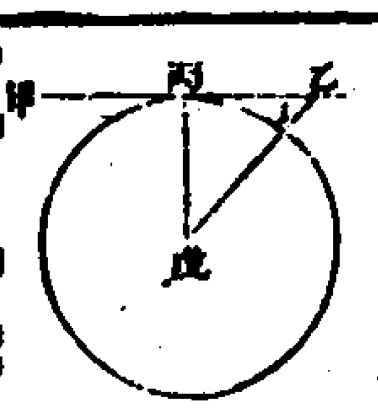
法曰甲點求作直線切乙丙圜其圜心丁先從甲作甲丁直線截乙丙圜於乙次以丁爲心甲爲界作甲戊圜次從乙作甲丁之垂線而遇甲戊圜於戊次作戊丁直線而截乙丙圜於丙末作甲丙直線即切乙丙圜於丙。

論曰乙戊丁角形之戊丁丁乙兩腰與甲丙丁角形之

甲丁丁丙兩腰各等一卷界說十五丁角同即甲丙乙戊兩底亦等一卷四而戊乙丁爲直角即甲丙丁亦直角則甲丙偕乙丙圜之半徑丁丙爲一直角矣豈非圜之切線本篇十六之系

第十八題

直線切圜從圜心作直線至切界必爲切線之垂線。



解曰甲乙直線切丙丁圜於丙從戊心至切界作戊丙線題言戊丙爲甲乙之垂線。

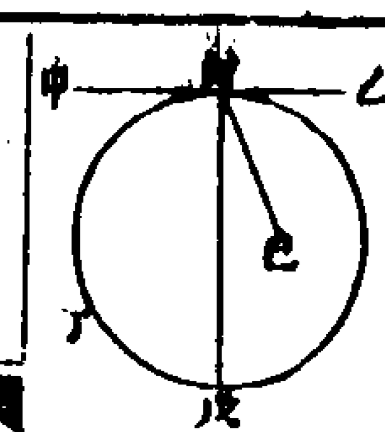
論曰如云不然令從戊別作垂線如戊丁至乙而截丙丁圜於丁其丙戊乙角形之戊乙丙既爲直角即

宜大於乙丙戊角一卷十七而對大角之戊丙邊宜大於對小角之戊乙邊矣一卷十九夫戊丙與戊丁等也戊丙大於戊乙則戊丁亦大於戊乙乎

又論曰若云丙非直角即其兩旁角一銳一鈍令乙丙戊為銳角則銳角乃大於半圜分角乎本篇十六

第十九題

直線切圜圜內作切線之垂線則圜心必在垂線之內



解曰甲乙線切丙丁戊圜於丙圜內作戊丙為甲乙之垂線題言圜心在戊丙線內

論曰如云不然心在於己令從己作己丙直

線即己丙亦為甲乙之垂線本篇十八而己丙甲與戊丙甲等為直角是全與其分等矣

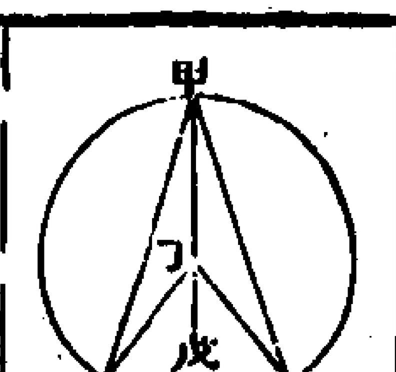
第二十題

負圜角與分圜角所負所分之圜分同則分圜角必倍大於負圜角

解曰甲乙丙圜其心丁有乙丁丙分圜角乙甲丙負圜角同以乙丙圜分為底題言乙丁丙角倍大於乙甲丙角

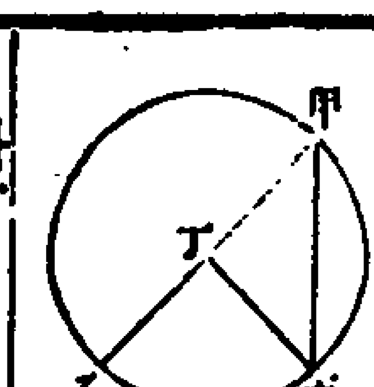
先論分圜角在乙甲甲丙之內者曰如上圖試從甲過丁心作甲戊線其甲丁乙角形之丁甲丁乙等即丁甲

乙丁乙甲兩角等一卷五而乙丁戊外角與丙相對兩角并等一卷卅二即乙丁戊倍大於乙甲丁矣依顯丙丁戊亦倍大於丙甲丁則乙丁



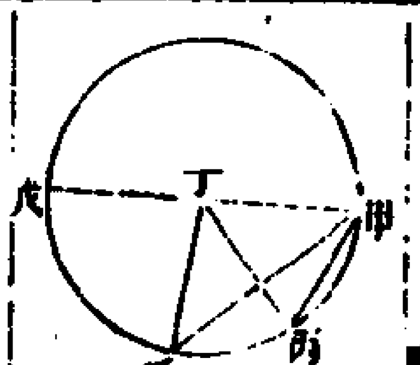
丙全角亦倍大於乙甲丙全角

次論分圜角不在乙甲甲丙之內而甲乙線過丁心者曰如上圖依前論推顯乙丁丙外角等於內相對之丁甲丙丁丙甲兩角并一卷卅二而丁甲丁丙兩腰等即甲丙兩角亦等一卷五則乙丁丙角倍大於乙甲丙角

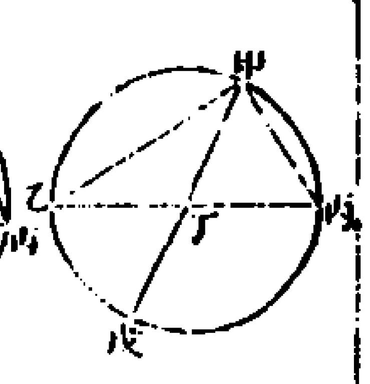


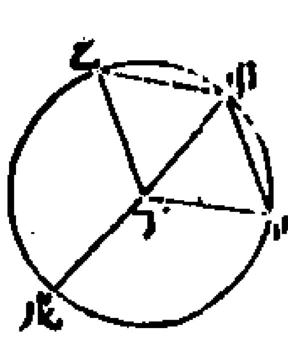
後論分圜角在負圜角線之外而甲乙截丁丙者曰如

上圖試從甲過丁心作甲戊線其戊丁丙分圜角與戊甲丙負圜角同以戊乙丙圜分為底如前次論戊丁丙角倍大於戊甲丙角依顯戊丁乙分圜角亦倍大於戊甲乙負圜角次於戊丁丙角減戊丁乙角戊甲丙角減戊甲乙角則所存乙丁丙角必倍大於乙甲丙角



增若乙丁丁丙不作角於心或為半圜或大於半圜則丁心外餘地亦倍大於同底之負圜角





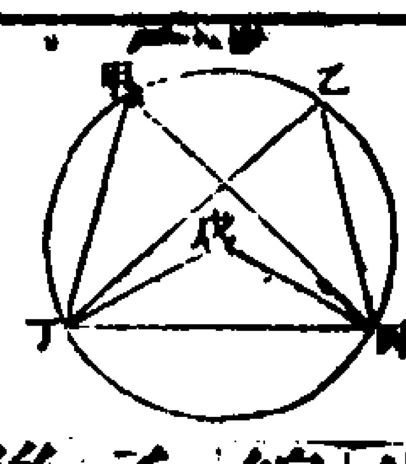
論曰試從甲過丁心作甲戊線即丁心外餘

地分為乙丁戊戊丁丙兩角依前論推顯此兩角倍大於乙甲丁丁甲丙兩角

第二十一題

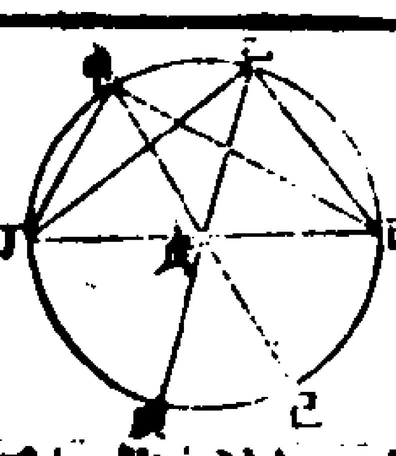
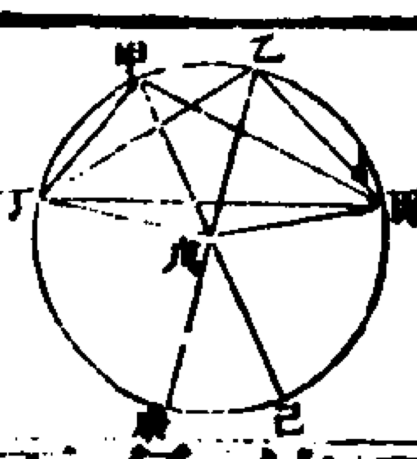
凡同圜分內所作負圜角俱等

解曰甲乙丙丁圜其心戊於丁甲乙丙圜分內任作丁甲丙丁乙丙兩角題言兩角等



先論函心大分所作曰試從戊作戊丁戊丙線其丁戊丙分圜角既倍大於丁甲丙角丁乙丙角（本篇十二）即甲乙兩角自相等（公論七）

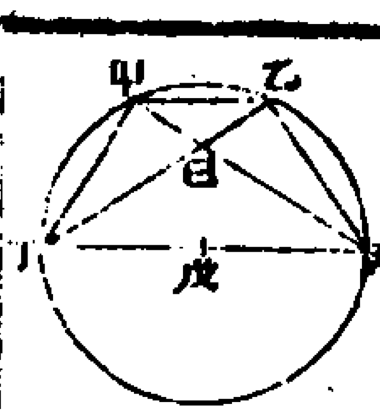
後論半圜分不函心小分所作曰丁甲乙丙

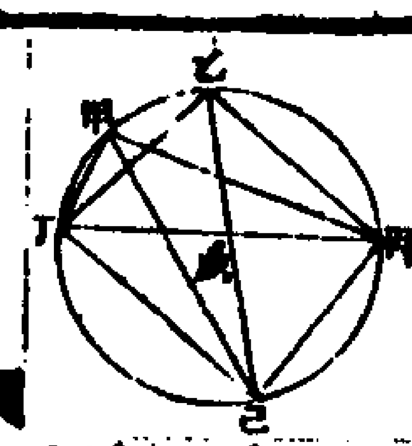



或為半圜分或為不函心小分俱從甲從乙過戊作甲己乙庚兩線若不函心更從戊作戊丁戊丙兩線其丁戊己分圜角既倍大於丁甲己負圜角（本篇二十）依顯丙戊己分圜角亦倍大於丙甲己負圜角而丁戊庚庚戊己兩角與丁戊己一角等則丁戊庚庚戊己己戊丙三角必倍大於丁甲丙依顯此三角亦倍大於丁乙丙則丁甲丙丁乙丙兩角自相等

又後論曰二十題增言分圜不作角其心外餘地倍大於同底各負圜角即各角自相等

又後論曰甲丙乙丁線交雜相遇為己試作甲乙線相聯其甲丁己角形之三角并與乙丙己角形之三角并等（一卷卅二）次每減一交角相等之甲己丁乙己丙（一卷十五）即己甲丁己丁甲兩角并與己丙乙己乙丙兩角并等矣而甲丁乙乙丙甲兩角同在甲丁丙乙函心大分內又等（本題第一論）則丁甲丙與丙乙丁亦等





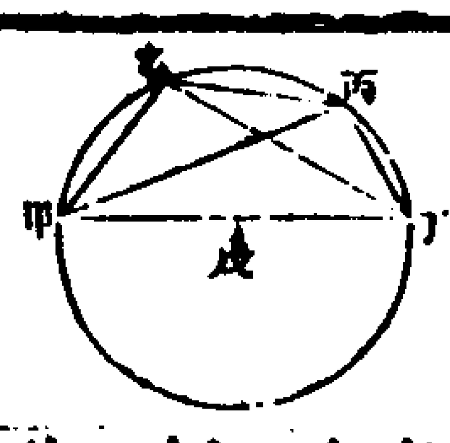
又後論曰丁丙之外任取一界為己作丁己丙己兩線令俱函心而丁甲乙丙己與丙乙甲丁己俱為大分交於甲己乙己各作直線

相聯其丁甲己與丁乙己兩角同負丁甲乙丙己圜界即等（本題第一論）依顯丙乙己與丙甲己兩角同負丙乙甲丁己圜界又等此二等率并之則丁甲丙丁乙丙兩全角亦等

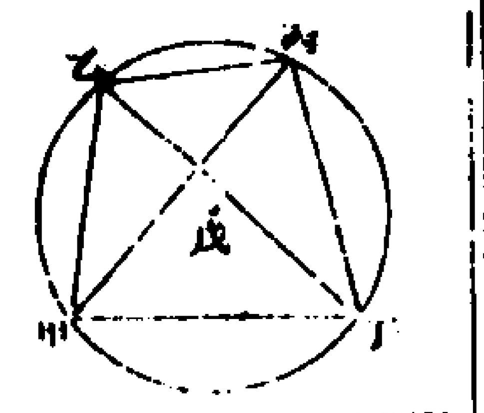
第二十二題

圜內切界四邊形每相對兩角并與兩直角等

解曰甲乙丙丁圜其心戊圜內有甲乙丙丁四邊形題言甲乙丙丙丁甲兩角并乙丙丁丁甲乙兩角并各與兩直角等



論曰試作甲丙乙丁兩對角線其甲乙丁甲

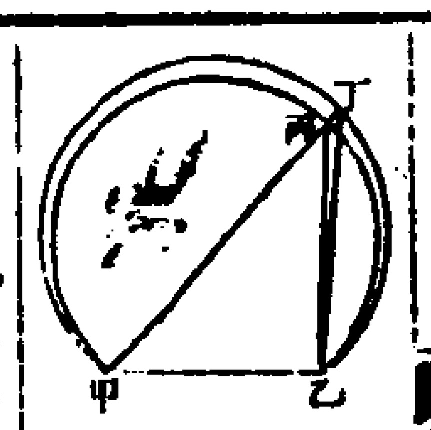


丙丁兩角同負甲乙丙丁圜分既等（本篇廿一）依顯丙甲丁丙乙丁兩角亦等則甲乙丁丙乙丁兩角并等爲甲乙丙一角與甲丙丁丙甲丁兩角并等次每加一丙丁甲角即甲乙丙丙丁甲并與甲丙丁丙甲丁丙丁甲三角并等（此三角并元與兩直角等一卷卅二）則甲乙丙丙丁甲相對兩角并與兩直角等依顯乙丙丁丁甲乙并亦與兩直角等

第二十三題

一直線上作兩圜分不得相似而不相等

論曰如云不然令於甲乙線上作同方兩圜分相似而

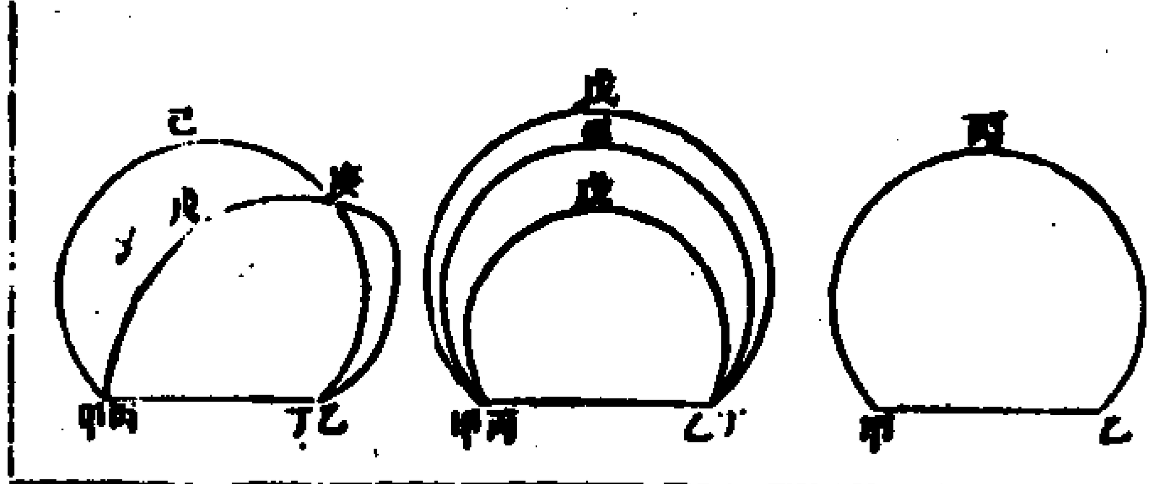


不相等必作甲丙乙又作甲丁乙其兩圜相交止於甲乙兩點（本篇十）即一圜分全在內一圜分全在外矣次令作甲丁線截甲丙乙圜於丙末令作丙乙丁乙兩線相聯夫兩圜分相似者其負圜角宜等（本卷界說十）則乙丙甲外角與相對之乙丁甲內角等乎（一卷十六）

第二十四題

相等兩直線上作相似兩圜分必等

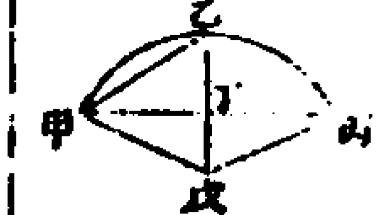
解曰甲乙丙丁兩線上作甲丙乙丙己丁相似兩圜分題言兩圜分等



論曰甲乙丙丁兩線既等試以甲乙線加丙丁線上兩線必相合即甲丙乙丙己丁兩圜分相加亦相合如云不然必兩圜分相加或在內或在外或半在內半在外矣若在內在外即一直線上有兩圜分相似而不相等也（本篇廿三）若半在內半在外即兩圜三相交也（本篇十）兩俱不可故相似者必等

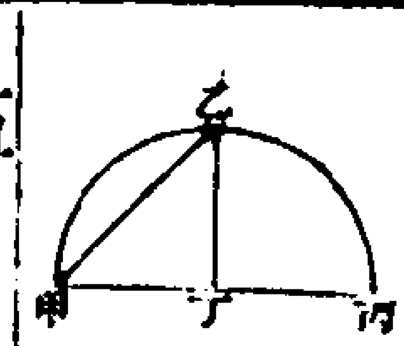
第二十五題

有圜之分求成圜

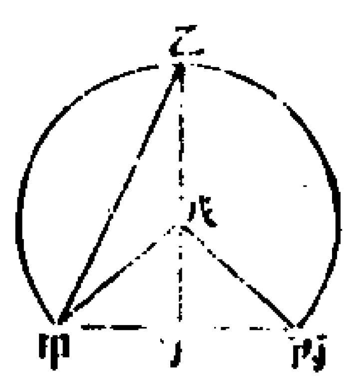


法曰甲乙丙圜分求成圜先於分之兩端作甲丙線次作乙丁爲甲丙之垂線次作甲乙線相聯其丁乙甲角或大於丁甲乙角或等或小若大即甲乙丙當爲圜之小分何也乙丁分甲丙爲兩平分即知圜之心必在乙丁線內（本篇一之系）而心在丁點之外則從丁點所出丁乙爲不過心徑線至小（本篇七）故對小邊之丁甲乙角小於對大邊之丁乙甲角也（一卷十八）即作乙甲戊角與丁乙甲角等次從乙丁引出一線與甲戊線遇於戊即戊爲圜心

論曰試從戊作戊丙線其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等丁戊同線而甲丁戊丙丁戊兩皆直角卽對直角之甲戊與戊丙兩線等一卷四 夫甲戊與乙戊以對角等故旣等一卷六 戊丙與甲戊又等則從戊至界三線皆等而戊為心本篇九

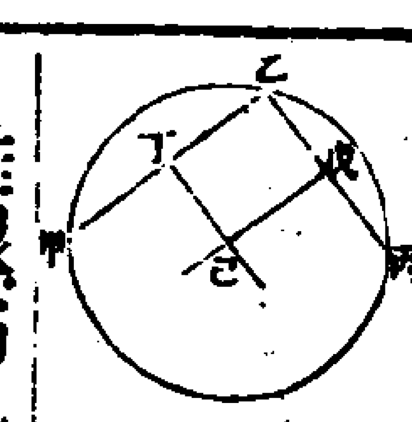


次法兼論曰若丁乙甲丁甲乙兩角等卽甲乙丙為半圓而甲丙為徑丁為心何也丁乙丁甲兩邊等然後丁乙甲丁甲乙兩角等一卷五 今丁乙甲丁甲乙兩角旣等卽丁乙丁甲兩線必等一卷六 丁丙元與丁甲等則從丁所出三線等而丁為圜心本篇九



後法曰若丁乙甲小於丁甲乙卽甲乙丙當為圜大分何也乙丁分甲丙為兩平分卽知圜心在乙丁線內本篇一之系 而丁點在心之外則所出丁乙為過心徑線至大本篇七 故對大邊之丁甲乙大於對小邊之丁乙甲也一卷十八 卽作乙甲戊角與丁乙甲角等而甲戊線與乙丁線遇於戊卽戊為圜心

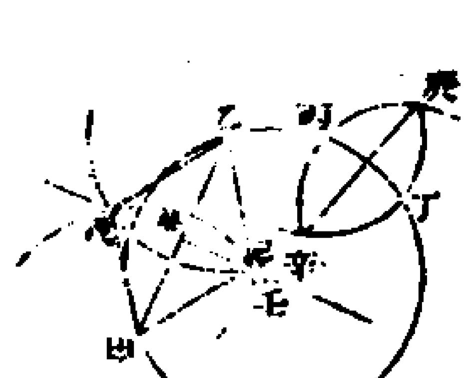
論曰試從戊作戊丙線其甲丁戊角形之甲丁線與丙丁戊角形之丙丁線等丁戊同線而甲丁戊丙丁戊兩皆直角卽對直角之甲戊戊丙兩線亦等一卷四 夫乙戊與甲戊以對角等故旣等一卷五 戊丙與甲戊亦等則從戊至界三線皆等而戊為心本篇九



增求圜分之心有一簡法於甲乙丙圜分任取三點於甲於乙於丙以兩直線聯之各兩平分於丁於戊從丁從戊作甲乙乙丙之各垂線為己丁為己戊而相遇於己卽己為圜心

論曰己丁己戊旣各以兩直角平分甲乙乙丙兩線卽圜之心當在兩垂線內本篇一 而相遇於己卽己為圜心

其用法圜界上任取四點為甲為乙為丙為丁每兩點



各自為心相向各任作圜分四圜分兩兩相交於戊於己於庚於辛從戊己從庚辛各作直線引長之交於壬卽壬為圜心

論曰試作甲戊戊乙乙己己甲四直線此四線各為同圜等圜之半徑各等卽甲戊己角形之甲戊己甲己戊兩角等而乙戊己角形之乙戊己乙己戊兩角亦等次作甲乙直線分戊己於癸卽甲己癸角形之甲己邊與乙己癸角形之乙己邊等己癸同邊而對甲己癸角之甲癸邊與對乙己癸角之乙癸邊亦等一卷八 則甲癸己乙癸己俱為直角而戊己線必過心本篇一

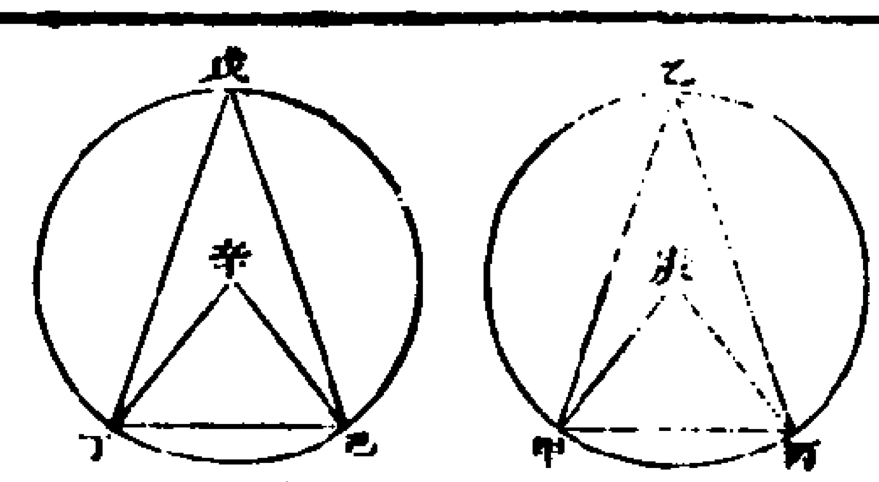
依顯庚辛線亦過心而相遇於壬為圜心

第二十六題二支

等圜之乘圜分角或在心或在界等其所乘之圜分亦等

先解在心者曰甲乙丙丁戊己兩圜等其心為庚為辛有甲庚丙與丁辛己兩乘圜角等題言所乘之甲丙丁己兩圜分亦等

論曰試於甲乙丙丁戊己兩圜分之上任取兩點於乙於戊從乙作乙甲乙丙從戊作戊丁戊己各兩線次作甲丙丁己兩線相聯其乙與戊兩角既各半於庚辛兩角



即乙與戊自相等本篇二十而所負甲乙丙與丁戊己兩圜分相似本卷界說十　又甲庚丙丁辛己兩角形之甲庚庚丙兩邊與丁辛辛己兩邊各等庚角與辛角又等即甲丙與丁己兩邊亦等一卷四而相似之甲乙丙與丁戊己兩圜分在等線上亦等本篇廿四夫相等圜減相等圜分則所存甲丙丁己兩圜分亦等故云等角所乘之圜分等

後解在界者曰兩圜之乙與戊兩乘圜角等題言所乘之甲丙丁己兩圜分亦等

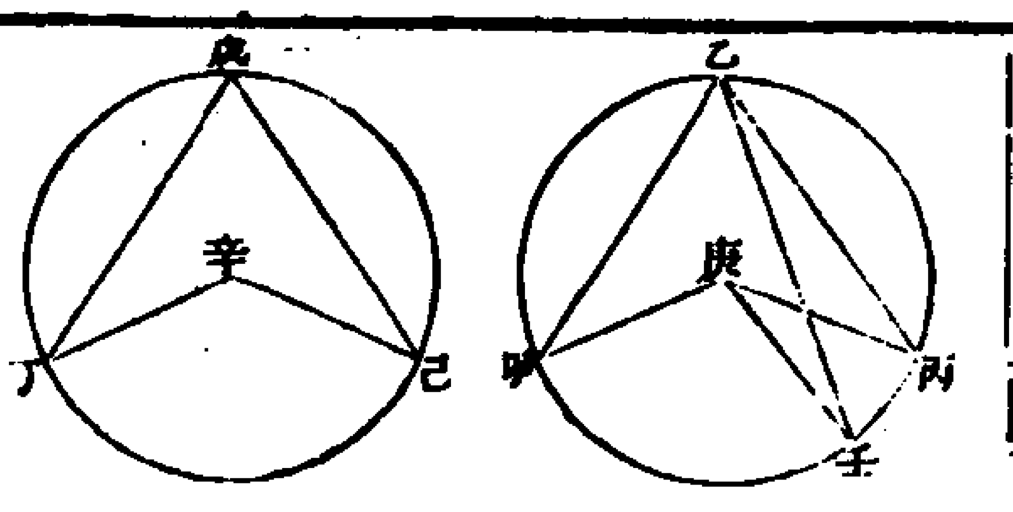
論曰乙戊兩角既等而庚辛兩角各倍於乙戊即庚辛自相等本篇二十依前論甲丙丁己兩邊亦自相等而甲乙丙與丁戊己兩圜分亦等本篇廿四今於相等圜減相等圜分則所存甲丙丁己兩圜分亦等

注曰後解極易明蓋庚辛角既各倍於乙戊則依先論甲丙丁己自相等在心之乘圜角即分圜角隨類異名

第二十七題二支

等圜之角所乘圜分等則其角或在心或在界俱等

先解在心者曰甲乙丙丁戊己兩圜等其心為庚為辛若甲庚丙乘圜角所乘之甲丙分與丁辛己所乘之丁己分等題言甲庚丙丁辛己兩角等

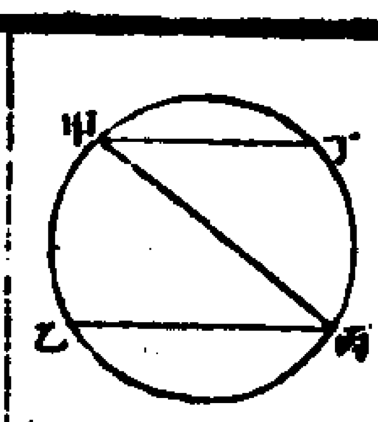


論曰如云不然而庚大於辛令作甲庚壬角與丁辛己角等即甲壬圜分宜與丁己圜分等本篇廿六而甲丙與丁己元等則甲壬與甲丙亦等乎

後解在界者曰甲丙丁己兩圜分等題言其上乙戊兩角亦等

論曰如云不然而乙大於戊令作甲乙壬角與戊角等其甲乙壬與丁戊己若等即所乘之甲壬丁己宜等本篇廿六而甲丙與丁己元等則甲壬與甲丙亦等乎

增題 從此推顯兩直線不相交而在一圜之內若兩線界相去之圜分等則兩線必平行若兩線平行則兩線界相去之圜分等



先解曰甲乙丙丁圜內有甲丁乙丙兩線其相去之甲乙丁丙兩圜分等題言兩線必平行

論曰試自甲至丙作直線相聯其甲乙丁丙既等即甲丙乙與丙甲丁兩乘圜角亦等本題既內相對之兩角等即兩線必平行一卷廿七

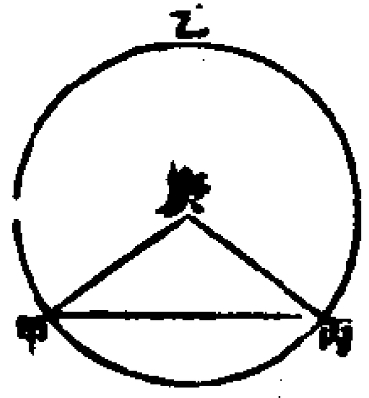
後解曰甲丁乙丙為平行線題言甲乙丁丙兩圜分必等

論曰試作甲丙線其甲丁乙丙既平行即內相對之兩角甲丙乙丙甲丁必等一卷廿七而所乘圜分甲乙丁丙亦等本篇廿六

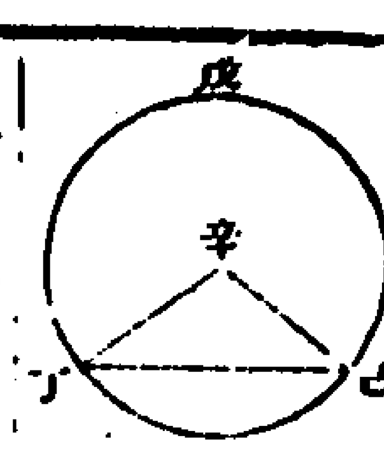
第二十八題

等圜內之直線等則其割本圜之分大與大小與小各等

解曰甲乙丙丁戊己兩圜等其心為庚為辛圜內有甲丙丁己兩直線等題言甲乙丙與丁戊己兩大分甲丙與丁己兩小分各等

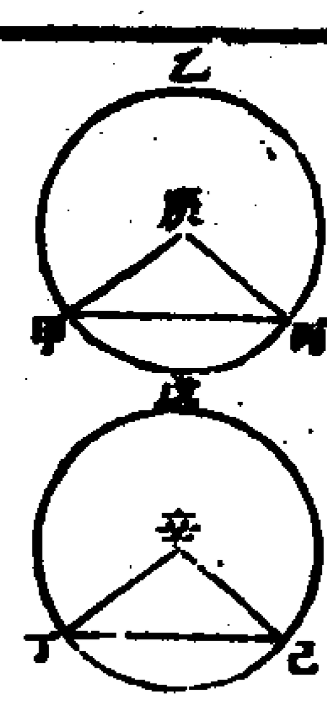


論曰試於甲庚庚丙丁辛辛己各作直線其甲庚丙角形之甲丙與丁辛己角形之丁己兩底既等而甲庚庚丙兩腰與丁辛辛己兩腰又等即庚辛兩角亦等一卷八其所乘之甲丙丁己兩小分必等本篇廿六次減相等之甲丙丁己兩小分則所存甲乙丙丁戊己兩大分亦等



第二十九題

等圜之圜分等則其對圜分之直線亦等



解曰依前題兩圜之甲乙丙丁戊己兩圜分等而甲丙丁己兩圜分亦等題言甲丙丁己兩線必等

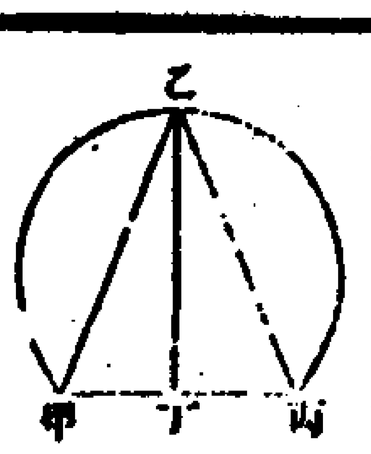
論曰依前題作四線其甲庚丙角形之甲庚庚丙兩腰

與丁辛辛己兩腰等而庚辛兩角所乘之甲丙丁己兩圜分等即庚辛兩角亦等本篇廿七而對等角之甲丙丁己兩線必等一卷四

注曰第二十六至二十九四題所說俱等圜其在同圜亦依此論

第三十題

有圜之分求兩平分之



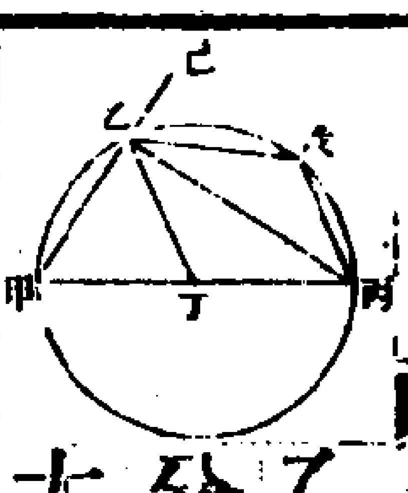
法曰甲乙丙圜分求兩平分先於分之兩界作甲丙線次兩平分於丁從丁作乙丁為甲丙之垂線即乙丁分甲乙丙圜分為兩平分

論曰從乙作乙甲乙丙兩線其甲乙丁角形之甲丁與丙乙丁角形之丙丁兩腰等丁乙同腰而甲丁乙與丙丁乙兩直角又等即對直角之甲乙乙丙兩底亦等一卷四而甲乙與乙丙兩圜分亦等本篇十八則甲乙丙圜界兩平分於乙矣

第三十一題五支

負半圜角必直角負大分角小於直角負小分角大於直角大圜分角大於直角小圜分角小於直角

解曰甲乙丙圜其心丁其徑甲丙於半圜分內任作甲乙丙角形即甲乙丙角負甲乙丙半圜分乙甲丙角負



乙甲丙大分又任作乙戊丙角負乙戊丙小分題先言負半圜之甲乙丙為直角二言負大分之乙甲丙角小於直角三言負小分之乙戊丙角大於直角四言丙乙甲大圜分角大於直角後言丙乙戊小圜分角小於直角

先論曰試作乙丁線夫以甲乙線引長之至己其丁乙丁甲兩線等即丁乙甲丁甲乙兩角等一卷五依顯丁乙丙丁丙乙兩角亦等而甲乙丙全角與乙甲丙甲丙乙兩角并等又己乙丙外角亦與相對之乙甲丙甲丙乙兩內角并等一卷卅二則己乙丙與甲乙丙等為直角

二論曰甲乙丙角形之甲乙丙既為直角則乙甲丙小於直角一卷十七

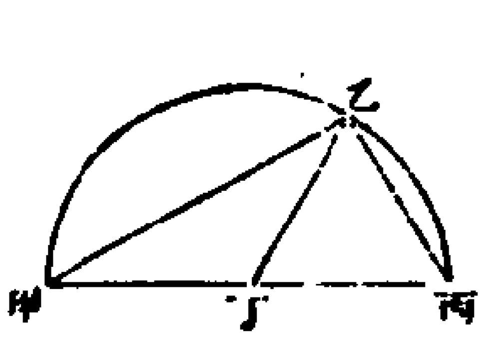
三論曰甲乙戊丙四邊形在圜之內其乙甲丙乙戊丙相對兩角并等兩直角本篇廿二而乙甲丙小於直角則乙戊丙大於直角

四論曰甲乙丙直角為丙乙甲大圜分角之分則大於直角

後論曰丙乙戊小圜分角為己乙丙直角之分則小於直角

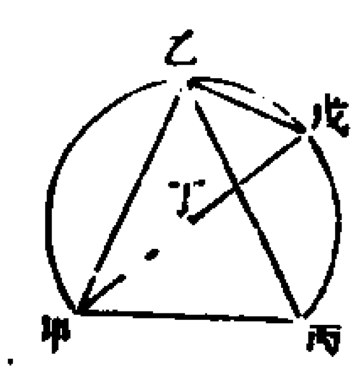
此題別有四解四論先解曰甲乙丙半圜其心丁其上

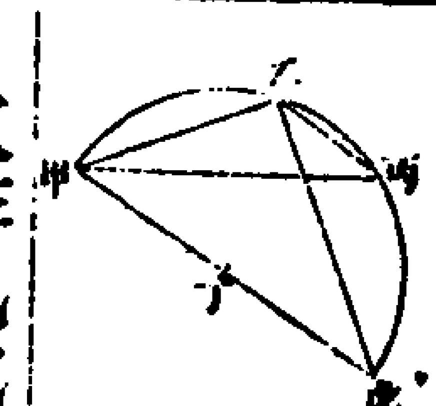
任作甲乙丙角題言此為直角



論曰試作乙丁線其丁乙丁甲兩線既等即丁乙甲丁甲乙兩角亦等一卷五而乙丁丙外角既與丁乙甲丁甲乙相對之兩內角并等一卷卅二即倍大於丁乙甲角依顯乙丁甲外角亦倍大於丁乙丙角即乙丁甲乙丁丙兩角并亦倍大於甲乙丙角夫乙丁甲乙丁丙并等兩直角一卷十三則甲乙丙為直角

二解曰甲乙丙大圜分其心丁任作甲乙丙角題言此小於直角





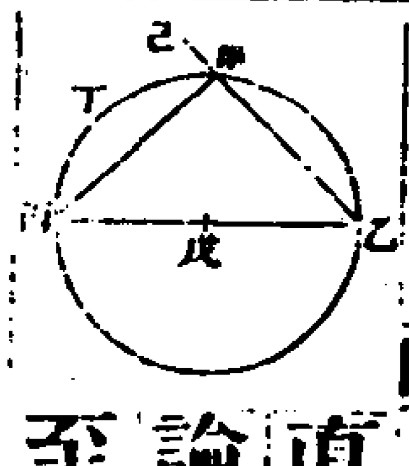
論曰試作甲丁戊徑線次作乙戊線相聯其甲乙戊既爲直角本題一論則甲乙丙爲其分而小於直角

三解曰甲乙丙小圜分其心丁任作甲乙丙角題言此大於直角

論曰試作甲丁戊徑線而引乙丙圜界至戊次作乙戊線其甲乙戊既負半圜之直角而爲甲乙丙角之分則甲乙丙大於直角

四五合解曰甲乙丙大圜分丙丁甲小圜分其心戊題言丙甲乙大圜分角大於直角丙甲丁小圜分角小於

直角



論曰試作乙戊丙徑線次作乙甲線引長之至己其乙甲丙直角爲丙甲乙大圜分角之分而丙甲丁小圜分角又爲己甲丙直角之分則大分角大於直角小分角小於直角

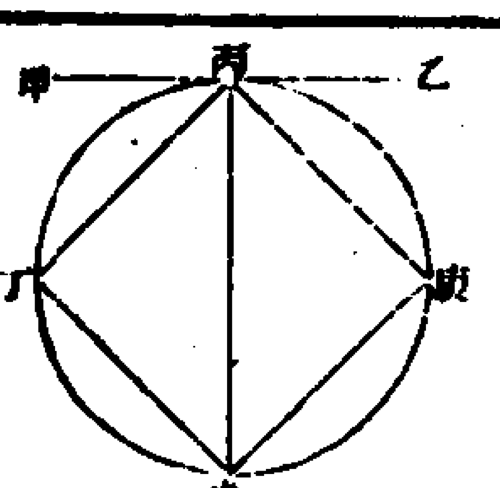
一系凡角形之內一角與兩角并等其一角必直角何者其外角與內相對之兩角等則與外角等之內交角豈非直角

二系大分之角大於直角小分之角小於直角終無有角等於直角又從小過大從大過小非大即小終無相等依此題四五論甚明與本篇十六題增注互相發也

第三十二題

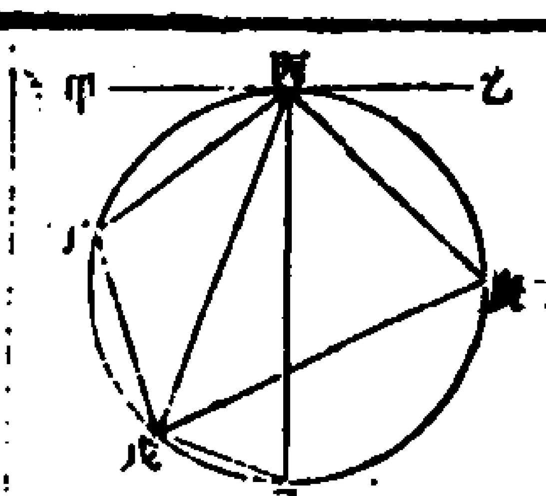
直線切圜從切界任作直線割圜爲兩分分內各任爲負圜角其切線與割線所作兩角與兩負圜角交互相等

解曰甲乙線切丙丁戊圜於丙從丙任作丙戊直線割圜爲兩分兩分內任作丙丁戊丙庚戊兩負圜角題言甲丙戊角與丙庚戊角乙丙戊角與丙丁戊角交互相等



先論割圜線過心者曰如前圖甲丙戊乙丙戊兩皆直角一卷十八而丙庚戊丙丁戊兩負半圜角亦皆直角本篇卅一

則交互相等

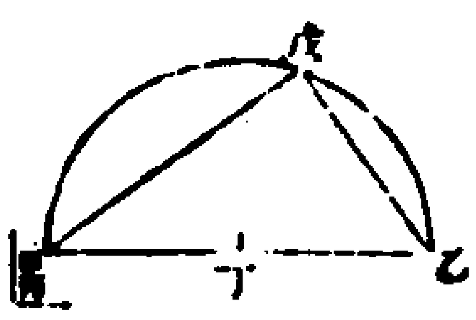


後論割圜線不過心者曰如後圖試作丙己過心直線次作戊己線相聯其己丙爲甲乙之垂線一卷十八而丙戊己爲直角本篇卅一即戊丙己戊己丙兩角并等於一直角亦等於甲丙己角矣此兩率者各減同用之戊丙己角即所存戊己丙與甲丙戊等也夫戊己丙與丙庚戊元等本篇廿一則甲丙戊與丙庚戊交互相等又丙丁戊庚四邊形之丙丁戊丙庚戊兩對角并等兩直角本篇廿二而甲丙戊乙丙戊兩交

角亦等兩直角一卷十三此二率者各減一相等之甲丙戊丙庚戊則所存丙丁戊乙丙戊亦交互相等

第三十三題

一線上求作圓分而負圓分角與所設直線角等



先法曰設甲乙線丙角求線上作圓分而負圓分角與丙等其丙角或直或銳或鈍若直角先以甲乙兩平分於丁次以丁為心甲乙為界作半圜圜分內作甲戊乙角即負半圜角為直角本篇卅一如所求

次法曰若設丙銳角先於甲點上作丁甲乙銳角與丙等次作戊甲為甲丁之垂線於甲乙之上次作己乙甲角與己甲乙角等而乙己線與甲戊線遇於己即己乙己甲兩線等一卷六末以己為心甲為界作甲庚圜必過乙即甲庚乙圜分內甲乙線上所作負圜角必為銳角而與丙等

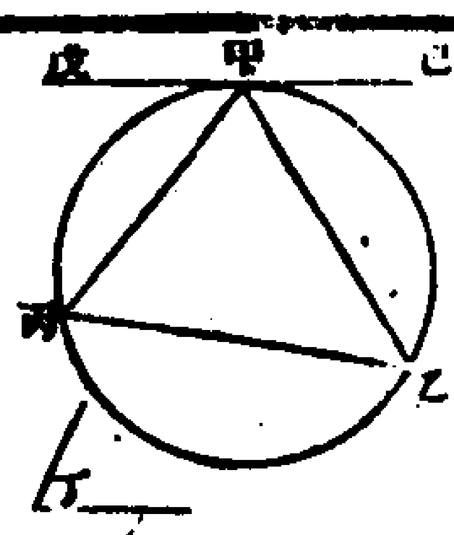
論曰試作甲庚乙角其甲己戊線過己心而丁甲又為戊甲之垂線即丁甲線切甲庚乙圜於甲本篇十六之系則丁甲乙與甲庚乙兩角交互相等本篇卅二如所求

後法曰若設辛鈍角依前作壬甲乙鈍角與辛等次作戊甲為壬甲之垂線餘倣第二法而於甲乙線上作甲癸乙角即與辛等

後論同次

第三十四題

設圜求割一分而負圜分角與所設直線角等

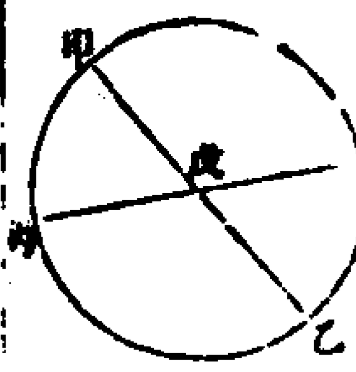


法曰設甲乙丙圜求割一分而負圜分角與丁等先作戊己直線切圜於甲本篇十七次作己甲乙角與丁等即割圜之甲乙線上所作甲丙乙角負甲丙乙圜分而與丁等

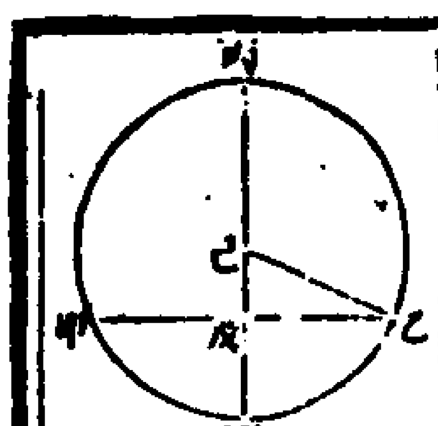
何者己甲乙角與丁等亦與甲丙乙交互相等故本篇卅二

第三十五題

圜內兩直線交而相分各兩分線矩內直角形等



解曰甲丙乙丁圜內有甲乙丙丁兩線交而相分於戊題言甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等其兩線或俱過心或一過心一不過心或俱不過心若俱過心者其各分四線等即兩矩內直角形亦等

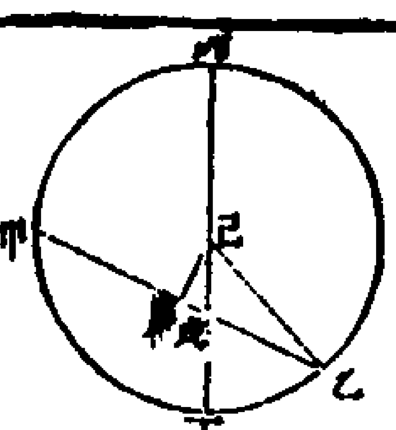


先論曰圜內線獨丙丁過己心者又有二種其一丙丁平分甲乙線於戊即丙戊線在甲乙上成兩直角本篇三試作己乙線相聯其丙

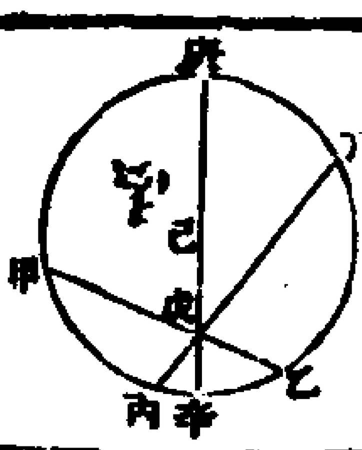
丁線既兩平分於己又任兩分於戊即丙戊偕戊丁矩內直角形及己戊上直角方形并與等己丁之己乙上直角方形等(二卷五)夫己乙上直角方形與己戊戊乙上兩直角方形并等(一卷四七)即丙戊偕戊丁矩內直角形及己戊上直角方形并與己戊戊乙上兩直角方形并亦等矣次每減同用之己戊上直角方形則所存丙戊偕戊丁矩內直角形不與戊乙上直角方形等乎戊乙與甲戊既等即甲戊偕戊乙矩內直角形與丙戊偕戊丁矩內直角形亦等

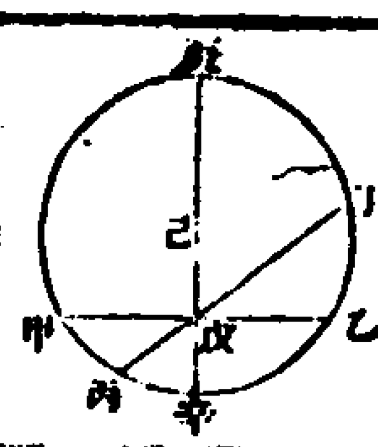
次論曰若丙丁任分甲乙線於戊即以甲乙線兩平分

於庚次於庚己己乙各作直線相聯即己庚為甲乙之垂線而成兩直角(本篇三)其丙戊偕戊丁矩內直角形及己戊上直角方形并與等己丁之己乙上直角方形等(二卷五)而己戊



上直角方形與己庚庚戊上兩直角方形并等(一卷四七)己乙上直角方形與己庚庚乙上兩直角方形并亦等則丙戊偕戊丁矩內直角形及己庚庚戊上兩直角方形并與己庚庚乙上兩直角方形并等次每減同用之己庚上直角方形即所存丙戊偕戊丁矩內直角形及庚戊上直角方形不與庚乙上直角方形等乎夫甲戊偕戊乙矩內直角形及庚戊上直角方形并亦與庚乙上直角方形等(二卷五)此二相等率者每減同用之庚戊上直角方形則丙戊偕戊丁與甲戊偕戊乙兩矩內直角形等矣





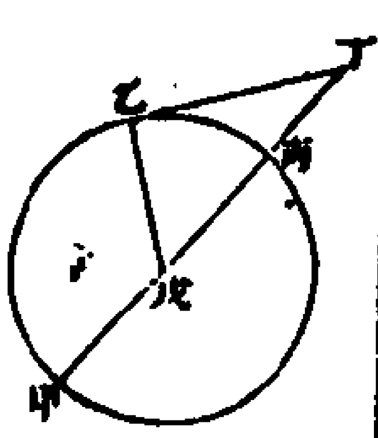
後論曰圜內兩線俱不過心者又有二種或一線平分或兩俱任分皆從己心與戊相聯作直線引長之為庚辛線依上論甲戊偕戊乙矩內直角形不論甲乙線平分任分皆與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等又依上論丙戊偕戊丁矩內直角形不論丙丁線平

分任分亦與過心之庚戊偕戊辛矩內直角形等則甲戊偕戊乙與丙戊偕戊丁兩矩內直角形等

第三十六題

圜外任取一點從點出兩直線一切圜一割圜其割圜之全線偕規外線矩內直角形與切圜線上直角方形等

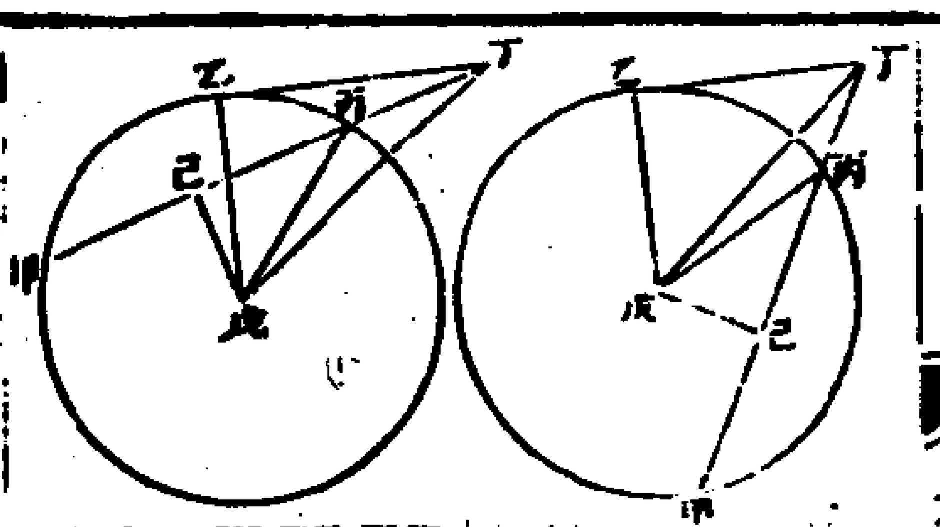
解曰甲乙丙圜外任取丁點從丁作丁乙線切圜於乙(本篇十七)作丁甲線截圜界於丙題言甲丁偕丙丁矩內直角形與丁乙上直角方形等



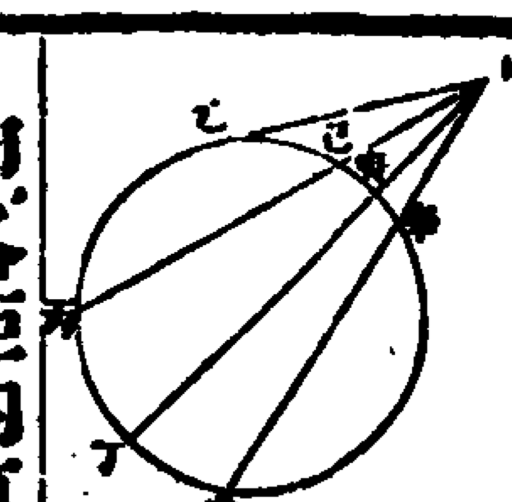
先論丁甲過戊心者曰試作乙戊線為丁乙之垂線(本篇十八)其甲丙線平分於戊又引

出一丙丁線卽甲丁偕丙丁矩內直角形及等戊丙之戊乙上直角方形并與戊丁上直角方形等二卷六而戊丁上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形并等一卷四七卽甲丁偕丙丁矩內直角形及戊乙上直角方形并與戊乙丁乙上兩直角方形并等此兩率者每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丙丁矩內直角形與丁乙上直角方形等

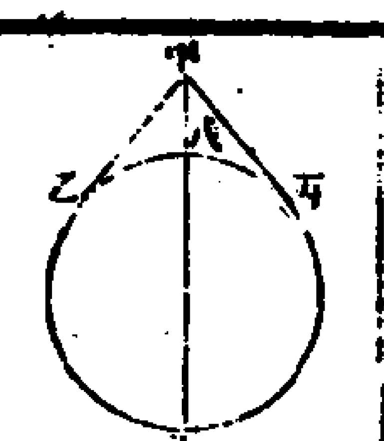
後論丁甲不過戊心者曰試以甲丙線兩平分於己次從戊心作戊己戊丙戊丁戊乙四線卽戊乙爲丁乙之垂線本篇十八戊己爲甲丙之垂線本篇三其甲丙線既兩平



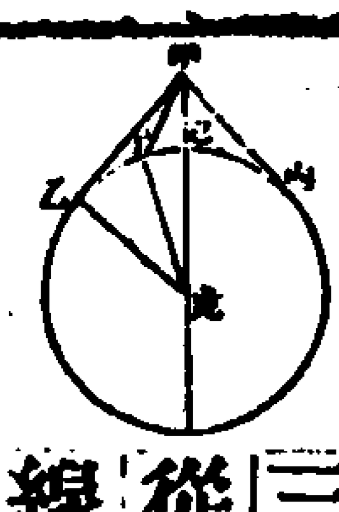
分於己又引出一丙丁線卽甲丁偕丁丙矩內直角形及己丙上直角方形并與己丁上直角方形等二卷六次每加一戊己上直角方形卽甲丁偕丁丙矩內直角形及己丙戊己上兩直角方形并與己丁戊己上兩直角方形并等夫己丙戊己上兩直角方形并與等戊丙之戊乙上直角方形等一卷四七而戊丁上直角方形與己丁戊己上兩直角方形并等卽甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形并與戊丁上直角方形等矣又戊丁上直角方形與戊乙丁乙上兩直角方形并等卽甲丁偕丁丙矩內直角形及戊乙上直角方形并與戊乙丁乙上兩直角方形并等次每減同用之戊乙上直角方形則所存甲丁偕丁丙矩內直角形與丁乙上直角方形等



一系若從圜外一點作數線至規內各全線偕規外線矩內直角形俱等如從甲作甲丙甲丁甲戊各線截圜界於己於庚於辛其甲丙偕己甲甲丁偕庚甲甲戊偕辛甲各矩內直角形俱等何者試作甲乙切圜線則各矩線內直角形與甲乙上直角方形俱等故本題



二系從圜外一點作兩直線切圜此兩線等如甲點作甲乙甲丙兩切圜線卽甲丙與甲乙等何者試從甲作甲丁線截圜界於戊其甲乙甲丙上兩直角方形各與甲丁偕甲戊矩內直角形等本題則此兩直角方形自相等



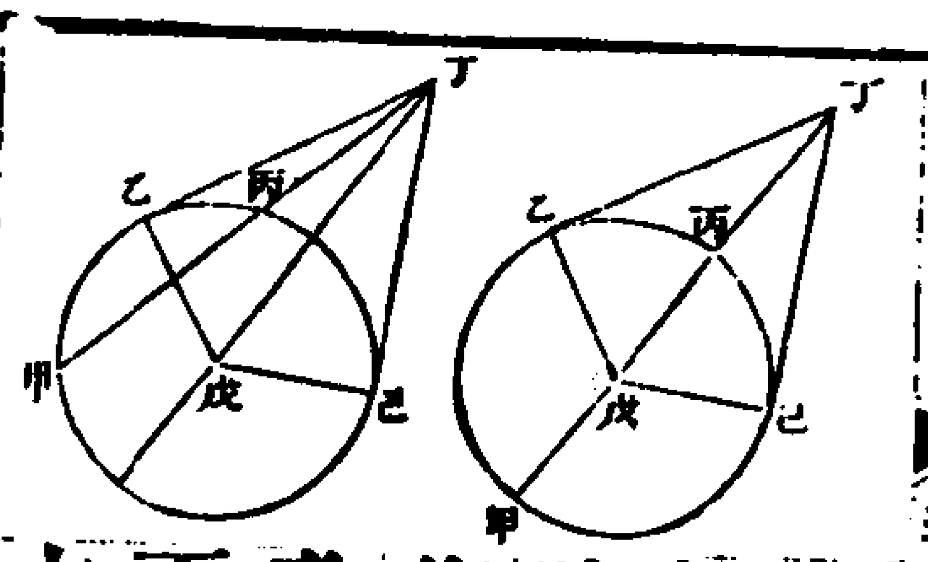
三系從圜外一點止可作兩直線切圜若言從甲既作甲乙甲丙兩線切圜又可作甲丁線亦切圜令從戊心作戊乙戊丁兩線卽甲乙戊爲直角而甲丁戊亦宜等爲直角本篇十八試作甲戊直線則甲乙戊角形內有甲丁戊角應大於甲乙戊角

安得為直角也又甲乙甲丁若俱切圜即兩線宜等卷一廿一本題二系試作甲戊線截圜於己則甲丁為近己線甚小當小於遠己之甲乙線本篇八又安得相等也故一點上止可作切圜線兩也

第三十七題

圜外任於一點出兩直線一至規外一割圜至規內而割圜全線偕割圜之規外線矩內直角形與至規外之線上直角方形等則至規外之線必切圜

解曰甲乙丙圜其心戊從丁點作丁乙至規外之線遇圜界於乙又作丁甲割圜至規內之線而截圜界於丙



其丁甲偕丁丙矩內直角形與丁乙上直角方形等題言丁乙為切圜線

論曰試從丁作丁己線切圜於己本篇十七次作戊乙戊己兩線相聯若丁甲不過戊心者又作丁戊直線其丁己上直角方形與丁甲偕丁丙矩內直角形等本篇卅六而丁乙上直角方形與丁甲偕丁丙矩內直角形亦等則丁乙丁己上兩直角方形自相等而丁乙丁己兩線亦等夫丁乙戊角形之丁乙乙戊與丁己戊角形之丁己己戊各兩腰等丁戊同底即兩角形之三角各等卷一八而對丁戊底之丁己戊為直角本篇十八即丁乙戊亦直角故丁乙為切圜線本篇十六之系

幾何原本第四卷之首

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啓　筆受

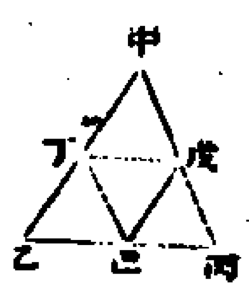
界說七則

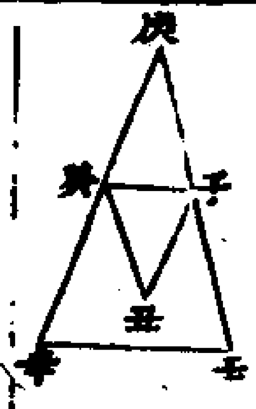
第一界

直線形居他直線形內，而此形之各角切他形之各邊，爲形內切形。

此卷將論切形在圜之內外，及作圖在形之內外，故解形之切在形內及切在形外者，先以直線形爲例。如前圖丁戊己角形之丁戊己三角切甲乙丙角形之甲乙

乙丙丙甲三邊，則丁戊己爲甲乙丙之形內切形。如後圖癸子丑角形，雖癸子兩角切庚辛壬角形之庚辛壬庚兩邊，而丑角不切辛壬邊，則癸子丑不可謂庚辛壬之形內切形。





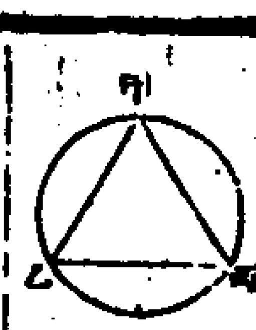
第二界

一直線形居他直線形外，而此形之各邊切他形之各角，爲形外切形。

如第一界圖，甲乙丙爲丁己戊之形外切形。　其餘各形倣此二例。

第三界

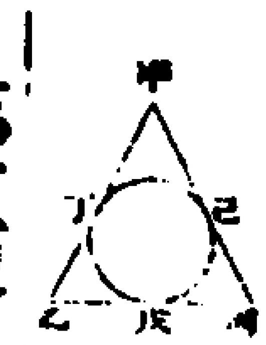
直線形之各角切圜之界，爲圜內切形。



甲乙丙形之三角各切圜界於甲，於乙，於丙，是也。

第四界

直線形之各邊切圜之界，爲圜外切形。



甲乙丙形之三邊切圜界於丁，於己，於戊，是也。

第五界

圜之界切直線形之各邊，爲形內切圜。

同第四界圖。

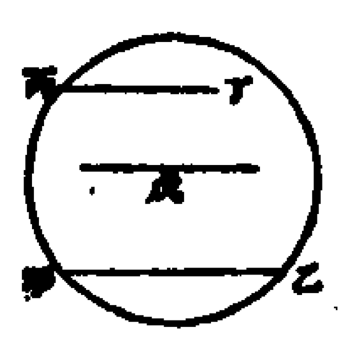
第六界

圜之界切直線形之各角，爲形外切圜。

同第三界圖。

第七界

直線之兩界各抵圜界，爲合圜線。



甲乙線兩界各抵甲乙丙圜之界，爲合圜線。若丙抵圜而丁不至，及戊之兩俱不至，不爲合圜線。

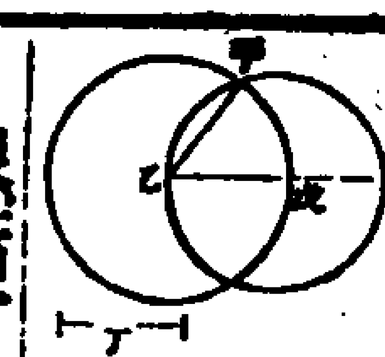
幾何原本第四卷

本篇論圜內外形　計十六題

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啓　筆受

第一題

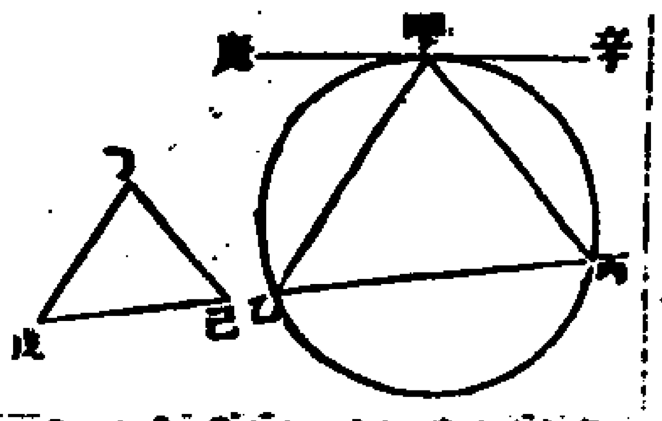
有圜求作合圜線與所設線等此設線不大於圜之徑線



法曰甲乙丙圜求作合線與所設丁線等其丁線不大於圜之徑線徑爲圜內之最大線更大不可合見三卷十五先作甲乙圜徑爲乙丙若乙丙與丁等者即是合線若丁小於徑者即於乙丙上截取乙戊與丁等次以乙爲心戊爲界作甲戊圜交甲乙丙圜於甲末作甲乙合線即與丁等何者甲乙與乙戊等則與丁等

第二題

有圜求作圜內三角切形與所設三角形等角



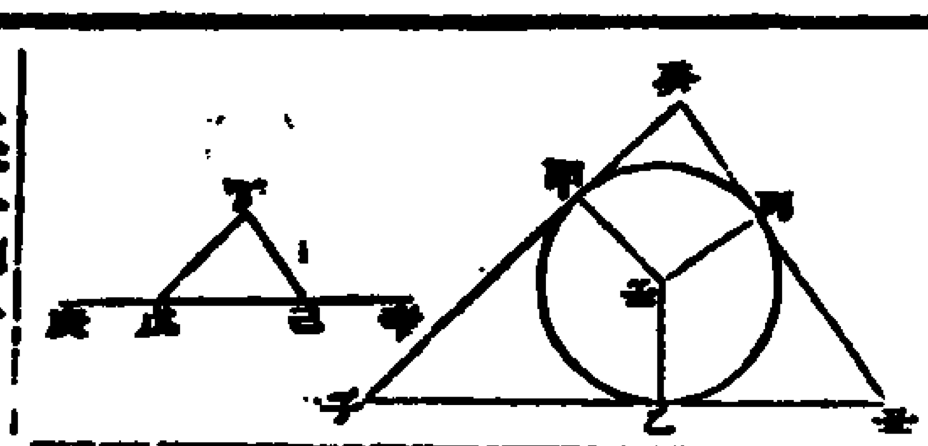
法曰甲乙丙圜求作圜內三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等先作庚辛線切圜於甲三卷十七次作庚甲乙角與設形之己角等次作辛甲丙角與設形之戊角等末作乙丙線即圜內三角切形與所設丁戊己形等角

論曰甲丙乙與庚甲乙兩角等甲乙丙與辛甲丙兩角亦等三卷三十二而庚甲乙辛甲丙兩角既與所設己戊兩角各等即甲丙乙甲乙丙亦與己戊各等而乙甲丙必與丁等一卷三十二則三角俱等

第三題

有圜求作圜外三角切形與所設三角形等角

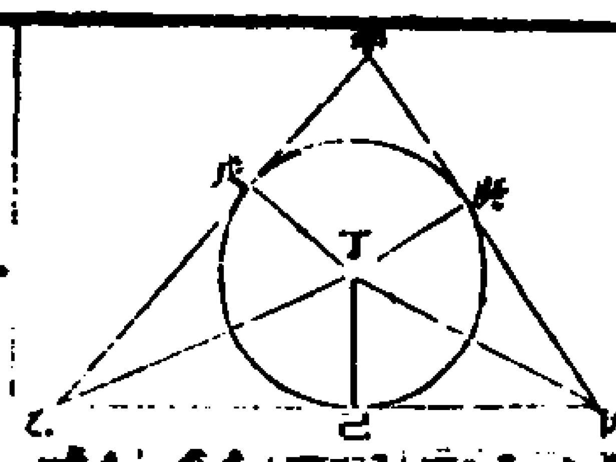
法曰甲乙丙圜求作圜外三角切形其三角與所設丁戊己形之三角各等先於戊己一邊引長之爲庚辛次於圜界抵心作甲壬線次作甲壬乙角與丁戊庚等次作乙壬丙角與丁己辛等末於甲乙丙上作癸子子丑丑癸三垂線此三線各切圜於甲於乙於丙三卷十六之系而相遇於子於丑於癸若作甲丙線即癸甲丙癸丙甲兩角小於兩直角而子癸丑癸兩線必相遇餘二倣此此癸子丑三角與所設丁戊己三角各等



論曰甲壬乙子四邊形之四角與四直角等一卷三十二題內而壬甲子壬乙子兩爲直角即甲壬乙甲子乙兩角并等兩直角彼丁戊庚丁戊己兩角并亦等兩直角一卷十三此二等率者每減一相等之丁戊庚甲壬乙則所存丁戊己與甲子乙等依顯丑角與丁己戊等則癸與丁亦等一卷三十二而癸子丑與丁戊己兩形之各三角俱等

第四題

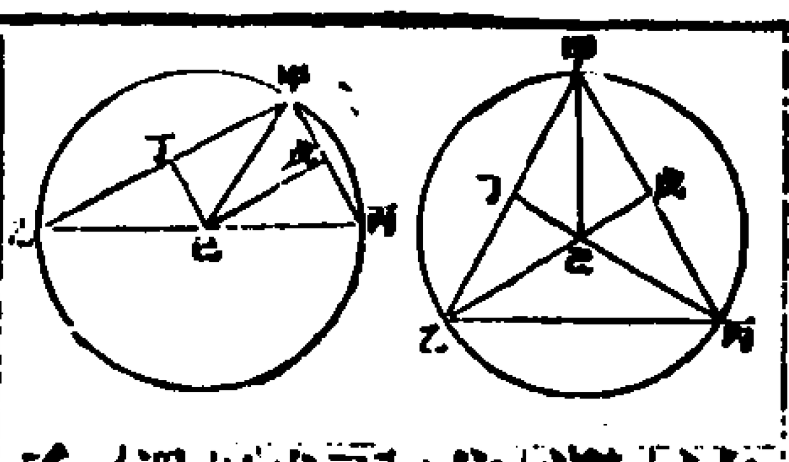
三角形求作形內切圜



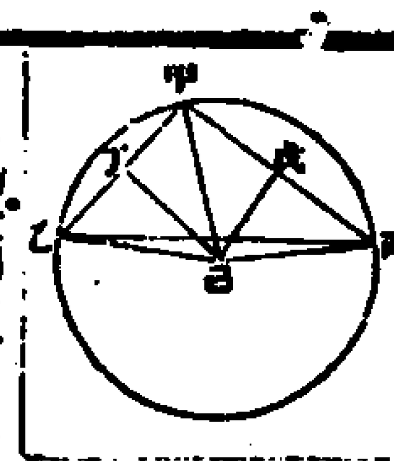
法曰甲乙丙角形求作形內切圜先以甲乙丙角甲丙乙角各兩平分之一卷九 作乙丁丙丁兩直線相遇於丁次自丁至角形之三邊各作垂線爲丁己丁庚丁戊其戊丁乙角形之丁戊乙丁乙戊兩角與乙丁己角形之丁乙己丁乙己兩角各等乙丁同邊即丁戊丁己兩邊亦等一卷二十六 依顯丁丙己角形與丁庚丙角形之丁己丁庚兩邊亦等即丁戊丁己丁庚三線俱等末作圜以丁爲心戊爲界即過庚己爲戊庚己圜而切角形之甲乙乙丙丙甲三邊於戊於己於庚三卷十六之系 此爲形內切圜

第五題

三角形求作形外切圜



法曰甲乙丙角形求作形外切圜先平分兩邊若形是直角鈍角則分直角鈍角之兩旁邊 於丁於戊次於丁戊上各作垂線爲己丁己戊而相遇於己若自丁至戊作直線即己丁戊角形之己丁戊己戊丁兩角小於兩直角故丁己戊己兩線必相遇其己點或在形內或在形外俱作己甲己乙己丙三線或在乙丙邊上止作己甲線其



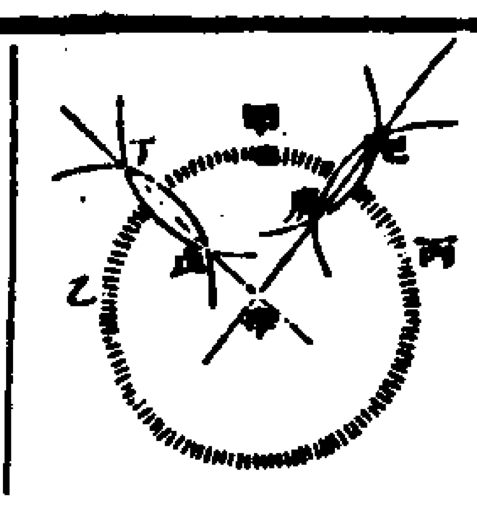
甲丁己角形之甲丁與乙丁己角形之乙丁兩腰等丁己同腰而丁之兩旁角俱直角即甲己乙己兩底必等一卷四 依顯甲己戊丙己戊兩形之甲己己丙兩底亦等則己甲己乙己丙三線俱等末作圜以己爲心甲爲界必切丙乙而爲角形之形外切圜

一系若圜心在三角形內即三角形爲銳角形何者每角在圜大分之上故若在一邊之上即爲直角形若在形外即爲鈍角形

二系若三角形爲銳角形即圜心必在形內若直角形必在一邊之上若鈍角形必在形外

增從此推得一法任設三點不在一直線可作一過三點之圜其法先以三點作三直線相聯成三角形次依前作

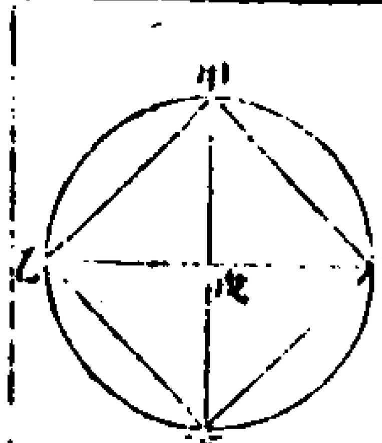
其用法甲乙丙三點先以甲乙兩點各自爲心相向各任作圜分令兩圜分相交於丁於戊次甲丙兩點亦如之令兩圜分相交於己於庚末作丁戊己庚兩線各引長之令相交於辛即辛爲圜之心



論見三卷二十五增

第六題

有圜求作內切圜直角方形

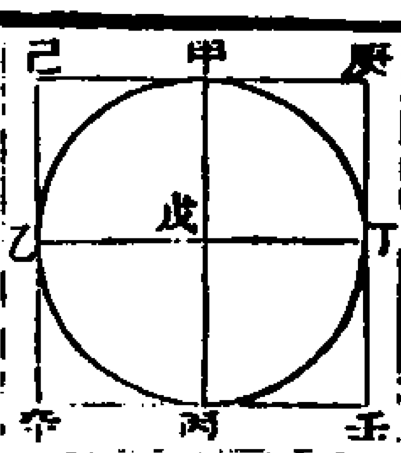


法曰甲乙丙丁圜其心戊求作內切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交於戊次作甲乙乙丙丙丁丁甲四線卽甲乙丙丁爲內切圜直角方形

論曰甲乙戊角形之甲戊與乙戊丙角形之戊丙兩腰等乙戊同腰而腰間角兩爲直角卽其底甲乙乙丙等一卷四依顯乙丙丙丁亦等則四邊形之四邊俱等而甲乙丙丁四角皆在半圜分之上又皆直角三卷三十一是爲內切圜直角方形

第七題

有圜求作外切圜直角方形

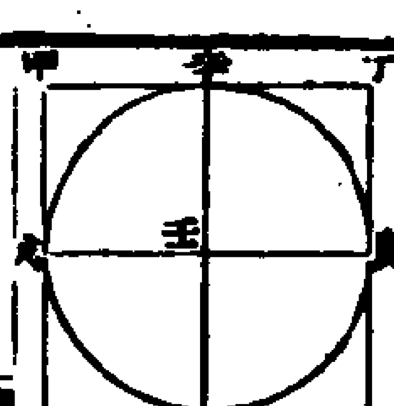


法曰甲乙丙丁圜其心戊求作外切圜直角方形先作甲丙乙丁兩徑線以直角相交於戊次於甲乙丙丁作庚己己辛辛壬壬庚四線爲兩徑之垂線而相遇於己於辛於壬於庚卽己庚壬辛爲外切圜直角方形

論曰甲戊乙己乙戊既皆直角卽己辛甲丙平行一卷二十八依顯甲丙庚壬亦平行則己庚辛壬亦平行一卷三十又甲丙辛己既直角形卽甲丙己辛必等一卷三十四而甲戊辛甲己辛兩角亦等甲丙辛既直角卽甲己辛亦直角依顯庚壬辛亦直角而辛壬壬庚庚己三邊俱等於甲丙乙丁兩徑既四邊俱等於兩徑則己庚壬辛爲直角方形而四邊各切圜三卷十六之系

第八題

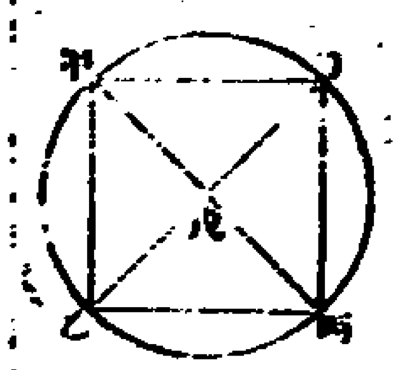
直角方形求作形內切圜



法曰甲乙丙丁直角方形求作形內切圜先以四邊各兩平分於戊於己於庚於辛而作辛己戊庚兩線交於壬其甲丁與乙丙既平行相等卽半減線之甲辛乙己亦平行相等而甲乙與辛己亦平行相等一卷三十三依顯丁丙與辛己亦平行相等而甲壬乙壬丙壬丁壬四俱直角形壬戊壬己壬庚壬辛四線與甲辛戊乙丁辛甲戊四線各等夫甲辛戊乙丁辛甲戊各爲等線之半卽與之等者壬戊壬己壬庚壬辛亦自相等次作圜以壬爲心戊爲界必過己庚辛而切甲丁丁丙丙乙乙甲四邊三卷十六是爲形內切圜

第九題

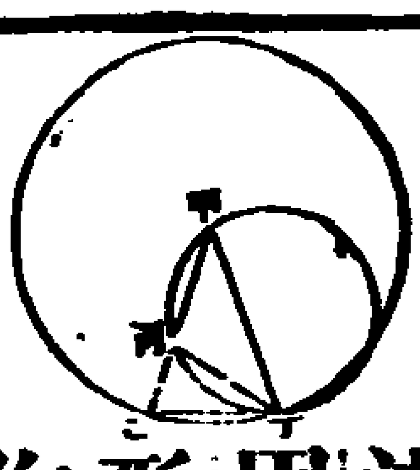
直角方形求作形外切圜



法曰甲乙丙丁直角方形求作外切圜先作對角兩線爲甲丙乙丁而交於戊其甲乙丁角形之甲乙甲丁兩腰等即甲乙丁甲丁乙兩角亦等一卷五而乙甲丁爲直角即甲乙丁甲丁乙俱半直角一卷三十二依顯丙乙丁丙丁乙亦俱半直角而四角俱等又戊甲丁戊丁甲兩角等即戊甲戊丁兩邊亦等一卷六依顯戊甲戊乙兩邊亦等而戊乙戊丙兩邊戊丙戊丁兩邊各等次作圜以戊爲心甲爲界必過乙丙丁而爲形外切圜

第十題

求作兩邊等三角形而底上兩角各倍大於腰間角

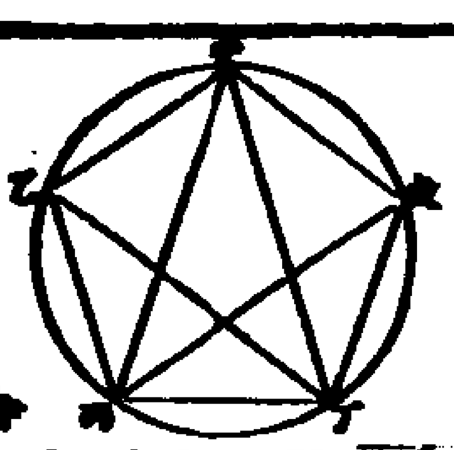


法曰先任作甲乙線次分之於丙其分法須甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等二卷十一次以甲爲心乙爲界作乙丁圜次作乙丁合圜線與甲丙等本篇一末作甲丁線相聯其甲乙甲丁等即甲乙丁爲兩邊等角形而甲乙丁甲丁乙兩角各倍大於甲角

論曰試作丙丁線而甲丙丁角形外作甲丙丁切圜本篇五其甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等即亦與至規外之乙丁上直角方形等而乙丁線切甲丙丁圜於丁三卷三十七即乙丁切線偕丁丙割線所作乙丁丙角與負丁甲丙圜分之甲角交互相等三卷三十二此二率者每加一丙丁甲角即甲丁乙全角與丙甲丁丙丁甲兩角并等夫乙丙丁外角亦與丙甲丁丙丁甲相對之兩內角并等一卷三十二即乙丙丁角與甲丁乙全角等而與相等之甲乙丁亦等丙丁與乙丁兩線亦等一卷六夫乙丁元與甲丙等即丙丁與甲丙亦等丙甲丁丙丁甲兩角亦等而甲角既與乙丁丙角等即乙丁丙與丙丁甲兩角亦等是甲丁乙倍大於丙丁甲必倍大於相等之甲角也而相等之甲乙丁亦倍大於甲也

第十一題

有圜求作圜內五邊切形其形等邊等角



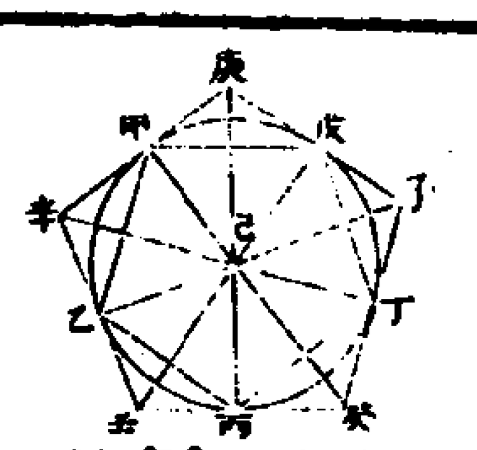
法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊內切圜形等邊等角先作己庚辛兩邊等角形而庚辛兩角各倍大於己角本篇十次於圜內作甲丙丁角形與己庚辛角形各等角本篇二次以甲丙丁甲丁丙兩角各兩平分一卷九作丙戊丁乙兩線末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線相聯即甲乙丙丁戊爲五邊內切圜形而五邊五角俱自相等

論曰甲丙丁甲丁丙兩角皆倍大於丙甲丁角而兩角又平分即甲丁乙乙丁丙丙甲丁丁丙戊戊丙甲五角皆等而五角所乘之甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五圜分亦等三卷二十六即甲乙乙丙丙丁丁戊戊甲五線亦等三卷二十九是五邊形之五邊等又甲乙戊丁兩圜分等而各加一乙丙丁圜分即甲乙丙丁與戊丁丙乙兩圜分等乘兩圜分之甲戊丁乙甲戊兩角亦等依顯餘三角與兩角俱等是五邊形之五角等

第十二題

有圜求作圜外五邊切形其形等邊等角

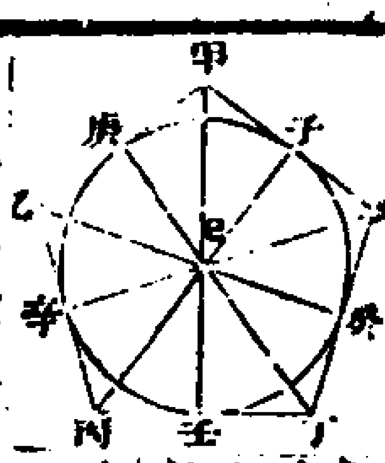
法曰甲乙丙丁戊圜求作五邊外切圜形等邊等角先作圜內甲乙丙丁戊五邊等邊等角切形本篇十一次從己心作己甲己乙己丙己丁己戊五線次從此五線作庚辛辛壬壬癸癸子子庚五垂線相遇於庚於辛於壬於癸於子庚戊甲庚甲戊兩角小於兩直角故甲庚戊庚線必相遇餘四倣此五垂線既切圜三卷十六即成外切圜五邊形而等邊等角



論曰試從己心作己庚己辛己壬己癸己子五線其己甲甲辛上兩直角方形己乙乙辛上兩直角方形之兩并各與己辛上直角方形等一卷四七即兩并自相等此兩并率者每減一相等之甲己己乙上直角方形即所存甲辛辛乙上兩線等也又甲己辛角形之甲己與乙己辛角形之乙己兩腰等己辛同腰而甲辛辛乙兩底又等即甲己辛辛己乙兩角等一卷八而甲辛己乙辛己兩角亦等一卷四則甲己乙角倍大於辛己乙角也依顯乙己丙角亦倍大於乙己壬角乙壬丙角亦倍大於乙壬己角也又甲己乙乙己丙兩角乘甲乙乙丙相等之兩圜分線等故圜分等見三卷二十八即兩角自相等三卷二十七半減之辛己乙乙己壬兩角亦等既乙己辛角形之乙己辛辛乙己兩角與乙己壬角形之乙己壬壬乙己兩角各等而乙己同邊是辛乙乙壬兩邊亦等也一卷二十六則辛壬線倍大於辛乙線也依顯庚辛線亦倍大於辛甲線也前已顯甲辛辛乙兩線等則倍大之庚辛辛壬兩線亦等也依顯壬癸癸子子庚與庚辛辛壬俱等也是為庚辛壬癸子形之五邊等又依前所顯乙辛己與乙壬己兩角等是乙辛甲之減半角與乙壬丙之減半角等即倍大之乙辛甲與乙壬丙亦等也依顯辛壬癸壬癸子癸子庚子庚辛與庚辛壬俱等也是為庚辛壬癸子形之五角等

第十三題

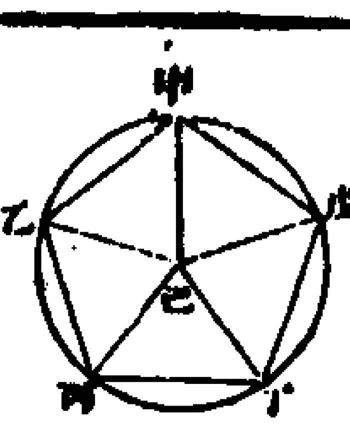
五邊等邊等角形求作內切圜



法曰甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作內切圜先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分卷一九其線爲己甲己乙而相遇於己己甲乙己乙甲兩角小於兩直角故己甲己乙兩線必相遇自己作己丙己丁己戊三線其甲己乙角形之甲乙腰與乙己丙角形之乙丙腰等乙己同腰而兩腰間之甲乙己丙乙己兩角等卽甲己己丙兩底亦等乙甲己乙丙己兩角亦等卷一四又乙甲戊與乙丙丁兩角等而乙甲己爲乙甲戊之半卽乙丙己亦乙丙丁之半則乙丙丁角亦兩平分於己丙線矣依顯丙丁戊丁戊甲兩角亦兩平分於己丁己戊兩線矣次從己向各邊作己庚己辛己壬己癸己子五垂線其甲己庚角形之己甲庚己庚甲兩角與甲己子角形之己甲子己子甲兩角各等甲己同邊卽兩形必等卷一二十六己子與己庚兩線亦等依顯己辛己壬己癸三垂線與己庚己子兩垂線俱等末作圜以己爲心庚爲界必過辛壬癸子而爲甲乙丙丁戊五邊形之內切圜卷三十六

第十四題

五邊等邊等角形求作形外切圜

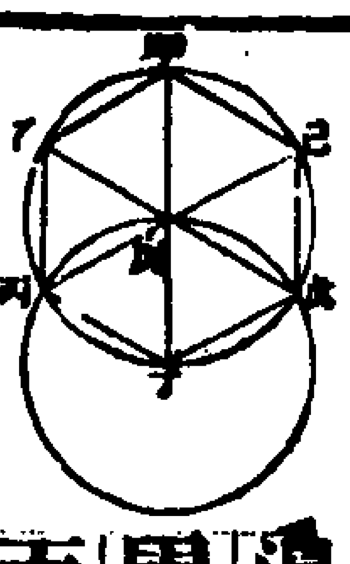


法曰甲乙丙丁戊五邊等邊等角形求作外切圜先分乙甲戊甲乙丙兩角各兩平分其線爲己甲己乙而相遇於己說見前次從己作己丙己丁己戊三線依前題論推顯乙丙丁丙丁戊丁戊甲三角各兩平分於己丙己丁己戊三線夫五角既等卽其半減之角亦等而甲乙己角形之己甲乙己乙甲兩角等卽甲己與己乙兩線亦等卷一六依顯己丙己丁己戊三線與己甲己乙俱等末作圜以己爲心甲爲界必過乙丙丁戊而爲甲乙丙丁戊五邊形之外切圜

第十五題

有圜求作圜內六邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙丁戊己圜其心庚求作六邊內切圜形等邊等角先作甲丁徑線次以丁爲心庚爲界作圜兩圜相交於丙於戊次從庚心作丙庚戊庚兩線各引長之爲丙己戊乙末作甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線相聯卽成甲乙丙丁戊己內切圜六邊形而等邊等角



論曰庚丙庚丁兩線等而丁丙與丁庚亦等依圜界說三邊俱等卽庚丙丁爲平邊角形而庚丁丙丁丙庚丙庚丁三角俱等卷一五此三角元與兩直角等卷一三二卽每角

爲兩直角三分之二而丙庚丁角爲兩直角三分之一也依顯丁庚戊角亦兩直角三分之二而丙庚丁丁庚戊戊庚己三角又等於兩直角一卷十三即戊庚己角亦兩直角三分之一矣則丙庚丁丁庚戊戊庚己三角亦自相等而此三角與己庚甲甲庚乙乙庚丙三角亦等一卷十五是檪庚心之六角俱自相等而所乘之六圜分三卷廿六及甲乙乙丙丙丁丁戊戊己己甲六線俱自相等三卷廿九則甲乙丙丁戊己形之六邊等又乙丙與甲己兩圜分等而各加一丙丁戊己圜分即乙丙丁戊己與甲己戊丁丙兩圜分等而所乘之乙甲己與甲乙丙兩角等三卷廿七依顯乙丙丁丙丁戊丁戊己戊己甲四角與乙甲己甲乙丙兩角俱等則甲乙丙丁戊己形之六角等

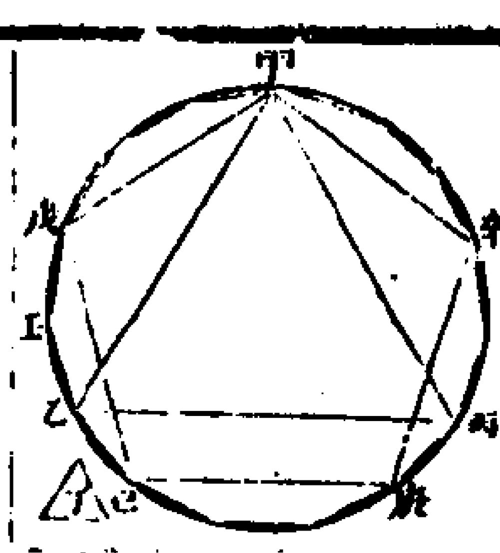
一系凡圜之半徑爲六分圜之一之分弦何者庚丁與丁丙等故故一開規爲圜不動而可六平分之

二系依前十二十三十四題可作六邊等邊等角形在圜之外又六邊等邊等角形內可作切圜又六邊等邊等角形外可作切圜

第十六題

有圜求作圜內十五邊切形其形等邊等角

法曰甲乙丙圜求作十五邊內切圜形等邊等角先作

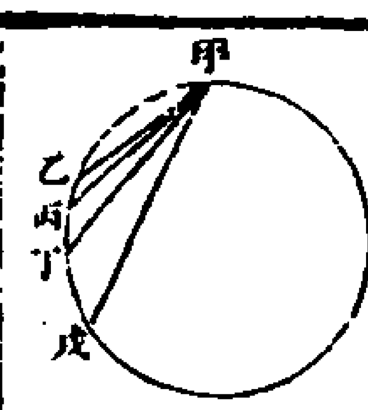


甲乙丙內切圜平邊三角形與丁等角本篇二即三邊等而甲乙乙丙丙甲三圜分亦等三卷廿八夫甲乙丙圜十五分之則甲乙三分圜之一當爲十五分之五次從甲作甲戊己庚辛內切圜五邊形等角本篇十一即甲戊戊己己庚庚辛辛甲五圜分等三卷廿八夫甲乙丙圜十五分之則甲戊五分圜之一當爲十五分之三而戊乙得十五分之二次以戊乙圜分兩平分於壬三卷卅則壬乙得十五分之一次作壬乙線依壬乙共作十五合圜線本篇一則成十五邊等邊形而十五角所乘之圜分等即各角亦等三卷廿七

一系依前十二十三十四題可作外切圜十五邊形又十五邊形內可作切圜又十五邊形外可作切圜

注曰依此法可設一法作無數形如本題圖甲乙圜分爲三分圜之一即命三甲戊圜分爲五分圜之一即命五三與五相乘得十五即知此兩分法可作十五邊形又如甲乙命三甲戊命五三與五較得二即知戊乙得十五分之二因分戊乙爲兩平分得壬乙線爲十五分之一可作內切圜十五邊形也以此法爲例作後題

增題若圜內從一點設切圜兩不等等邊等角形之各一邊此兩邊一爲若干分圜之二一爲若干分圜之一此兩若干分相乘之數即後作形之邊數此兩若干分之較數即兩邊相距之圜分所得後作形邊數內之分數



法曰甲乙丙丁戊圜內從甲點作數形之各一邊如甲乙爲六邊形之一邊甲丙爲五邊形之一邊甲丁爲四邊形之一邊甲戊爲三邊形之一邊甲乙命六甲丙命五較數一即乙丙圜分爲所作三十邊等邊等角形之一邊何者五六相乘爲三十故當作三十邊也較數一故當爲一邊也

論曰甲乙圜分爲六分圜之一即得三十分圜之五而甲丙爲五分圜之一即得三十分圜之六則乙丙得三十分圜之一也依顯乙丁爲二十四邊形之二邊也何者甲乙命六甲丁命四六乘四得二十四也又較數二也依顯乙戊爲十八邊形之三邊也丙丁爲二十邊形之一邊也丙戊爲十五邊形之二邊也丁戊爲十二邊形之一邊也

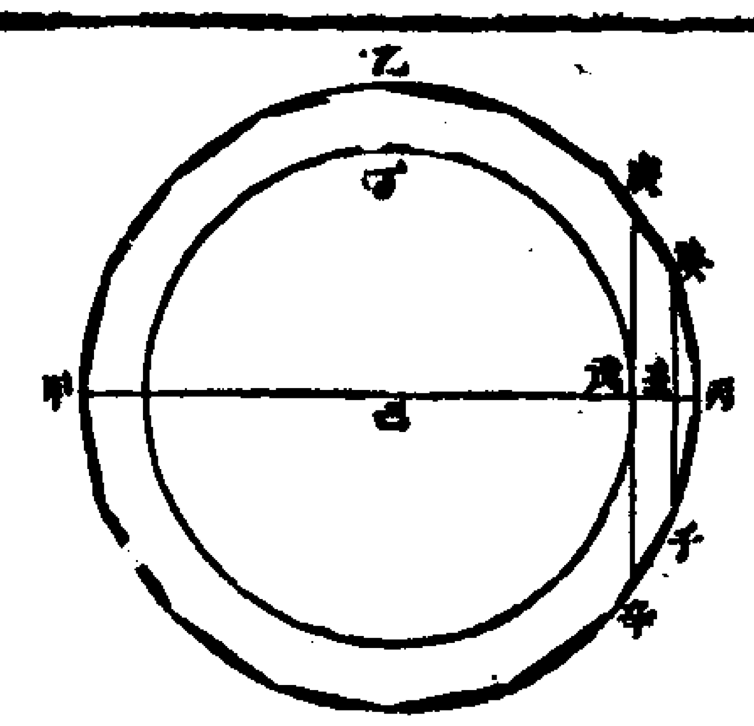
二系凡作形於圜之內等邊則等角何者形之角所乘之圜分皆等故三卷廿七凡作形於圜之外即從圜心作直線抵各角依本篇十二題可推顯各角等

三系凡等邊形既可作在圜內即依圜內形可作在圜外即形內可作圜即形外亦可作圜皆依本篇十二十三十四題

四系凡圜內有一形欲作他形其形邊倍於此形邊即分此形一邊所合之圜分爲兩平分而每分各作一合線即三邊可作六邊四邊可作八邊倣此以至無窮

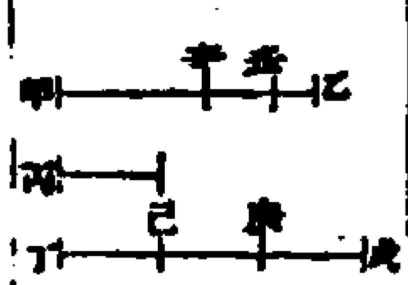
又補題圜內有同心圜求作一多邊形切大圜不至小圜其多邊爲偶數而等

法曰甲乙丙丁戊兩圜同以己爲心求於甲乙丙大圜內作多邊切形不至丁戊小圜其多邊爲偶數而等先從己心作甲丙徑線截丁戊圜於戊次從戊作庚辛爲甲戊之垂線即庚辛線切丁戊圜於戊也三卷十六之系夫甲庚丙圜分雖大於丙庚若于甲庚丙減其半甲乙存乙丙又減其半乙壬存壬丙又減其半壬癸如是遞減至其減餘丙癸必小於丙庚如下補論既得丙癸圜分小於丙庚而作丙癸合圜線即丙癸爲所求切圜形之一邊也次分乙壬圜分其分數與丙壬之分數



等次分甲乙與乙丙分數等分丙甲與甲乙丙分數等
則得所求形三卷廿九而不至丁戊小圜
論曰試從癸作癸子為甲丙之垂線過甲丙於丑其庚
戊丑癸丑戊兩皆直角即庚辛癸子為平行線一卷廿八庚
辛線之切丁戊圜既止一點即癸子線更在其外必不
至丁戊矣何況丙癸更遠於丑癸乎依顯其餘與丙癸
等邊同度距心者三卷十四俱不至丁戊圜也此系十二卷第十六題因六卷今增題宜補此論故先類附於此
補論其題曰兩幾何不等若於大率遞減其大半必可
使其減餘小於元設小率

解曰甲乙大率丙小率題言於甲乙遞減其大半至可
使其減餘小於丙
論曰試以丙倍之又倍之至僅大於甲乙而止為丁戊
丁戊之分為丁己己庚庚戊各與丙等也次於甲乙減



其大半甲辛存辛乙又減其大半辛壬存壬
乙如是遞減至甲乙與丁戊之分數等夫甲
辛辛壬壬乙與丁己己庚庚戊分數既等丁
戊又大於甲乙若兩率各為兩分而大丁戊之減丁己
止於半小甲乙之減甲辛為大半即丁戊之減餘必大
於甲乙之減餘也若各為多分而己戊尚多於丙者即

又於己戊減己庚於辛乙減其大半辛壬如是遞減辛
至丁戊之末分庚戊大於甲乙之末分壬乙也而庚戊
元與丙等是壬乙小於丙也
又論曰若於甲乙遞減其半亦同前論何者大丁戊所
減不大於半則丁戊之減餘每大於甲乙之減餘以至
末分亦大於末分此係十卷第一題借用於此以足上論

幾何原本第五卷之首

泰西 利瑪竇 口譯

吳淞 徐光啓 筆受

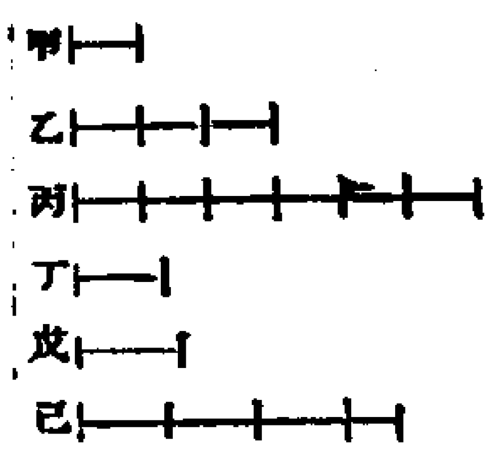
界說十九則

前四卷所論皆獨幾何也此下二卷所論皆自兩以上多幾何同例相比者也而本卷則總說完幾何之同例相比者也諸卷中獨此卷以虛例相比絕不及線面體諸類也第六卷則論線論角論圜界諸類及諸形之同例相比者也今先解向後所用名目為界說十九。

第一界

分者幾何之幾何也小能度大以小為大之分。

以小幾何度大幾何謂之分曰幾何之幾何者謂非此小幾何不能為此大幾何之分也如一點無分亦非幾何即不能為線之分也一線無廣狹之分非廣狹之幾何即不能為面之分也一面無厚薄之分非厚薄之幾何即不能為體之分也曰能度大者謂小幾何度大幾何能盡大之分者也如甲為乙為丙之分則甲為乙三分之一為丙六分之一無贏不足也若戊為丁之一即贏為二即不足己為丁之三即贏為四即不足



是小不盡大則丁不能為戊己之分也以數明之若四於八於十二於十六於二十諸數皆能盡分無贏不足也若四於六於七於九於十於十八於三十八諸數或贏或不足皆不能盡分者也本書所論皆指能盡分者故稱為分若不盡分者當稱幾分幾何之幾如四於六為三分六之二不得正名為分不稱小度大也不為大幾何內之小幾何也。

第二界

若小幾何能度大者則大為小之幾倍。

如第一界圖甲與乙能度丙則丙為甲與乙之幾倍若丁戊不能盡己之分則己不為丁戊之幾倍。

第三界

比例者兩幾何以幾何相比之理。

兩幾何者或兩數或兩線或兩面或兩體各以同類大小相比謂之比例若線與面或數與線相比此異類不為比例又若白線與黑線熱線與冷線相比雖同類不以幾何相比亦不為比例也。

比例之說在幾何為正用亦有借用者如時如音如聲如所如動如稱之屬皆以比例論之。

凡兩幾何相比以此幾何比他幾何則此幾何為前率

所比之他幾何爲後率如以六尺之線比三尺之線則六尺爲前率三尺爲後率也反用之以三尺之線比六尺之線則三尺爲前率六尺爲後率也

比例爲用甚廣故詳論之如左

凡比例有二種有大合有小合以數可明者爲大合如二十尺之線比十尺之線是也其非數可明者爲小合如直角方形之兩邊與其對角線可以相比而非數可明者是也

如上二種又有二名其大合者爲有兩度之線如二十尺比八尺兩線爲大合則二尺四尺皆可兩度之者是也如此之類凡數之比例皆大合也何者有數之屬或無他數可兩度者無有一數不可兩度者若七比九無他數可兩度之以一則可兩度之也其小合線爲無兩度之線如直角方形之兩邊與其對角線爲小合即分至萬分以及無數終無小線可以盡分能度兩率者是也此論詳見十卷末題

小合之比例至十卷詳之本篇所論皆大合也

凡大合有兩種有等者如二十比二十十尺之線比十尺之線是也有不等者如二十比十八比四十六尺之線比二尺之線是也

如上等者爲相同之比例其不等者又有兩種有以大不等如二十比十是也有以小不等如十比二十是也

大合比例之以大不等者又有五種一爲幾倍大二爲等帶一分三爲等帶幾分四爲幾倍大帶一分五爲幾倍大帶幾分

一爲幾倍大者謂大幾何內有小幾何或二或三或十或八也如二十與四是二十內爲四者五如三十尺之線與五尺之線是三十尺內爲五尺者六則二十與四名爲五倍大之比例也三十尺與五尺名爲六倍大之比例也倣此爲名可至無窮也

二爲等帶一分者謂大幾何內既有小之一別帶一分此一分或元一之半或三分之一四分之一以至無窮者是也如三與二是三內既有二別帶一一爲二之半如十二尺與九尺之線是十二內既有九別帶三三爲九三分之一則三與二名爲等帶半也十二尺與九尺名爲等帶三分之一也

三爲等帶幾分者謂大幾何內既有小之一別帶幾分而此幾分不能合爲一盡分者是也如八與五是八內既有五別帶三一每一各爲五之分而三一不能合爲五之分也他如十與八其十內既有八別帶二一

每一各爲八之分與前例相似而二一却能爲八四分之一是爲帶一分屬在第二不屬三也則八與五名爲等帶三分也又如二十二與十六卽名爲等帶六分也

四爲幾倍大帶一分者謂大幾何內旣有小幾何之二之三之四等別帶一分此一分或元一之半或三分四分之一以至無窮者是也如九與四是九內旣有二四別帶二一爲四四分之一則九與四名爲二倍大帶四分之一也

五爲幾倍大帶幾分者謂大幾何內旣有小幾何之二之三之四等別帶幾分而此幾分不能合爲一盡分者

是也如十一與三是十一內旣有三三別帶二一每一各爲三之分而二一不能合而爲三之分也則十一與三名爲三倍大帶二分也

大合比例之以小不等者亦有五種俱與上以大不等五種相反爲名一爲反幾倍大二爲反等帶一分三爲反等帶幾分四爲反幾倍大帶一分五爲反幾倍大帶幾分

凡比例諸種如前所設諸數俱有書法書法中有全數有分數全數者如一二三十百等是也分數者如分一以二以三以四等是也書全數依本數書之不必立法

書分數必有兩數一爲命分數一爲得分數卽如分一以三而取其二則爲三分之二卽三爲命分數二爲得分數也分一爲十九而取其七則爲十九分之七卽十九爲命分數七爲得分數也

書以大小不等各五種之比例其一幾倍大以全數書之如二十與四爲五倍大之比例卽書五是也若四倍卽書四六倍卽書六也其反幾倍大卽用分數書之而以大比例之數爲命分之數以一爲得分之數如大爲五倍大之比例則此書五之一是也若四倍卽書四之一六倍卽書六之一也

其二等帶一分之比例有兩數一全數一分數其全數恆爲一其分數則以分率之數爲命分數恆以一爲得分數如三與二名爲等帶半卽書一別書二之一也其反等帶一分則全用分數而以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數加一爲此之命分數如大爲等帶二之一卽此書三之二也又如等帶八分之一反書之卽書九之八也又如等帶一千分之一反書之卽書一千〇〇一之一千也

其三等帶幾分之比例亦有兩數一全數一分數其全數亦恆爲一其分數亦以分率之數爲命分數以所分

之數爲得分數如十與七名等帶三分即書一別書七之三也其反等帶幾分亦全用分數而以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數加大之得分數爲此之命分數如大爲等帶七之三命數七得數三七加三爲十即書十之七也又如等帶二十之三反書之二十加三即書二十三之二十也

其四幾倍大帶一分之比例則以幾倍大之數爲全數以分率之數爲命分數恆以一爲得分數如二十二與七二十二內既有三七別帶一一爲七七分之一名爲三倍大帶七分之一即以三爲全數七爲命分數一爲

得分數書三別書七之一也其反幾倍大帶一分則以大比例之命分數爲此之得分數以大之命分數乘大之倍數加一爲此之命分數如大爲三帶七之一即以七乘三得二十一又加一爲命分數書二十二之七也又如五帶九之一反書之九乘五得四十五加一爲四十六即書四十六之九也

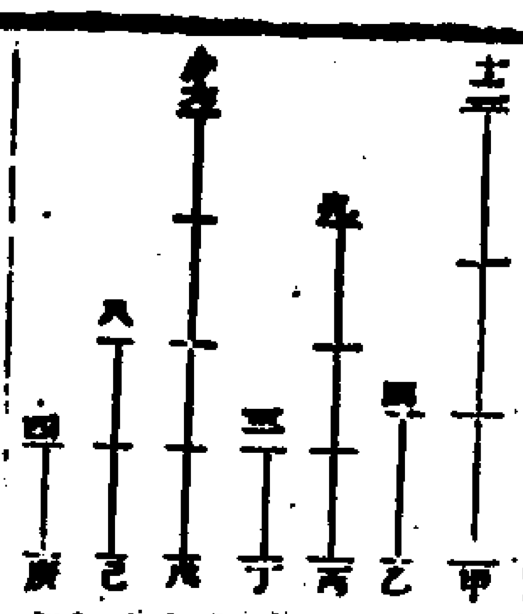
其五幾倍大帶幾分之比例亦以幾倍大之數爲全數以分率之數爲命分數以所分之數爲得分數如二十九與八二十九內既有三八別帶五一名爲三倍大帶五分即以三爲全數八爲命分數五爲得分數書三別書八之五也其反幾倍大帶幾分則以大比例之命分數爲此之得分數以大比例之命分數乘大之倍數加大之得分數爲此之命分數如大爲三帶八之五即以八乘三得二十四加五爲二十九書二十九之八也又如四帶五之二即書二十二之五也

已上大小十種足盡比例之凡不得加一減一

第四界

兩比例之理相似爲同理之比例

兩幾何相比謂之比例兩比例相比謂之同理之比例如甲與乙兩幾何之比例偕丙與丁兩幾何之比例其



理相似爲同理之比例又若戊與己兩幾何之比例偕己與庚兩幾何之比例其理相似亦同理之比例

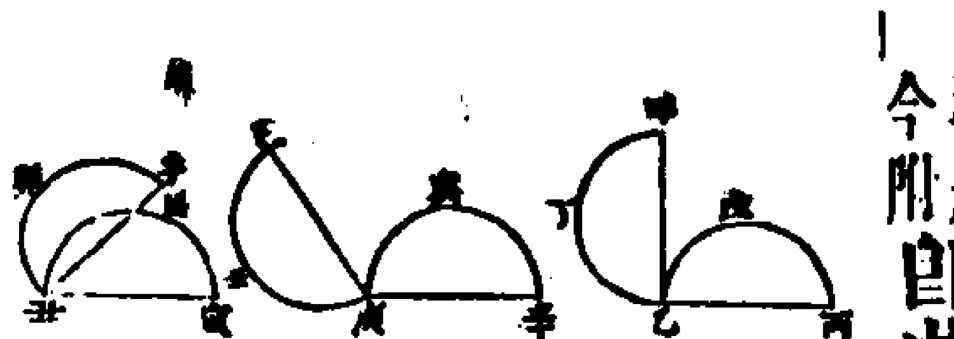
凡同理之比例有三種有數之比例有量法之比例有樂律之比例本篇所論皆量法之比例也量法比例又有二種一爲連比例連比例者相續不斷其中率與前後兩率遞相爲比例而中率既爲前率之後又爲後率之前如後圖戊與己比己又與庚比是也二爲斷比例斷比例者居中兩率一取不再用如前圖甲自與乙比丙自與丁比是也

第五界

兩幾何倍其身而能相勝者爲有比例之幾何

上文言爲比例之幾何必同類然同類中亦有無比例者故此界顯有比例之幾何也曰倍其身而能相勝者如三尺之線與八尺之線三尺之線三倍其身即大於八尺之線是爲有比例之線也又如直角方形之一邊與其對角線雖非大合之比例可以數明而直角方形之一邊一倍之即大於對角線兩邊等三角形其兩邊非必大於一邊見一卷二十是亦有小合比例之線也又圜之徑四倍之即大於圜之界則圜之徑與界亦有小合比例之線也圜之界當三徑七分徑之一弱別見圜形書

又曲線與直線亦有比例如以大小兩曲線相合爲初月形別作一直角方形與之等十六卷三十三一增題今附即曲直兩線相視有大有小亦有比例也又方形與圜雖自古至今學士無數不能爲相等之形然兩形相視有大有小亦不可謂無比例也又直線角與曲線角亦有比例如上圖直角鈍角銳角皆有與曲線角等者若第一圖

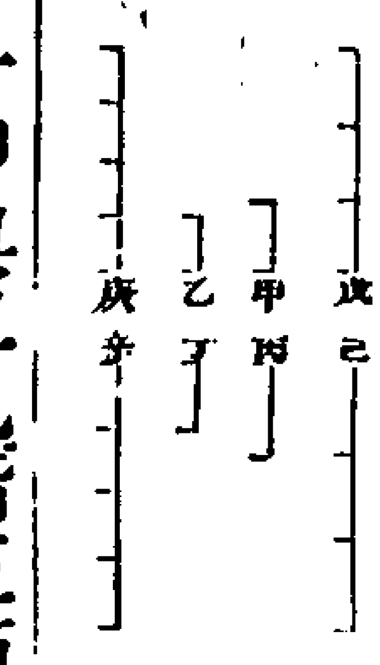


甲乙丙直角在甲乙乙丙兩直線內而其間設有甲乙丁與丙乙戊兩圜分角等即於甲乙丁角加甲乙戊角則丁乙戊曲線角與甲乙丙直角等矣依顯壬庚癸曲線角與己庚辛鈍角等也又依顯卯丑辰曲線角與子丑寅銳角乃等圜分角各減同用之子丑丑辰內圜小分即兩角亦等也此五者皆疑無比例而實有比例者也他若有窮之線與無窮之線雖則同類實無比例何者有窮之線畢世倍之不能勝無窮之線故也又線與面面與體各自爲類亦無比例何者畢世倍線不能及面畢世倍面不能及體故也又切圜角與直線銳角亦無比例何者依三卷十六題所說畢世倍切邊角不能勝至小之銳角故也此後諸篇中每有倍此幾何令至勝彼幾何者故備著其理以需後論也

第六界

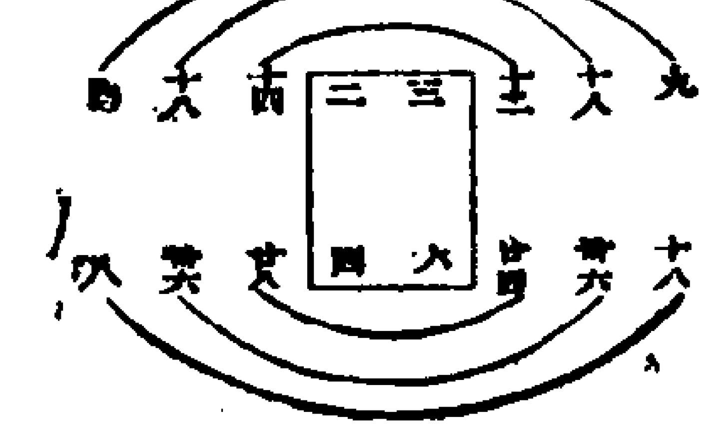
四幾何若第一與二偕第三與四爲同理之比例則第一第三之幾倍偕第二第四之幾倍其相視或等或俱爲大或俱爲小恆如是

兩幾何曷顯其能爲比例乎上第五界所說是也兩比例曷顯其能爲同理之比例乎此所說是也其術通大合小合皆以加倍法求之如一甲二乙三丙四丁四幾何於一甲三丙任加幾倍爲戊爲己戊倍甲己倍丙其數自相等次於二乙四丁任加幾倍爲庚爲辛庚倍乙



辛倍丁其數自相等而戊與己倍
庚與辛相視或等或俱大或俱小
如是等大小累試之恒如是卽知
一甲與二乙偕三丙與四丁爲同理之比例也
如初試之甲幾倍之戊小於乙幾倍之庚而丙幾倍之
己亦小於丁幾倍之辛又試之倍甲之戊與倍乙之庚
等而倍丙之己亦與倍丁之辛等三試之倍甲之戊大
於倍乙之庚而倍丙之己亦大於倍丁之辛此之謂或
相等或雖不等而俱爲大俱爲小若累合一差卽元設
四幾何不得爲同理之比例如下第八界所指是也

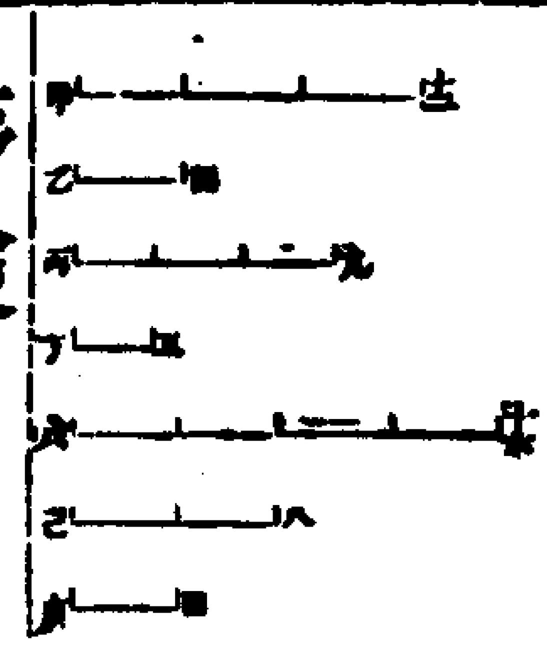
下文所論若言四幾何爲同理之比例卽當推顯第一
第三之幾倍與第二第四之幾倍或等或俱大或俱小
若許其四幾何爲同理之比例亦如之
以數明之如有四幾何第一爲三第二爲二第三爲六



第四爲四今以第一之三第三之六
同加四倍爲十二爲二十四次以第
二之二第四之四同加七倍爲十四
爲二十八其倍第一之十二旣小於
倍第二之十四而倍第三之二十四
亦小於倍第四之二十八也又以第

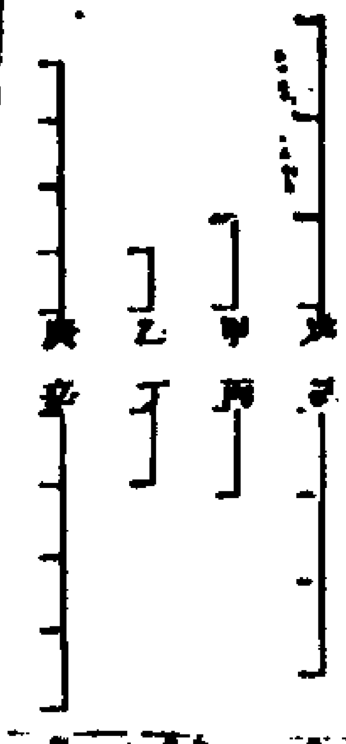
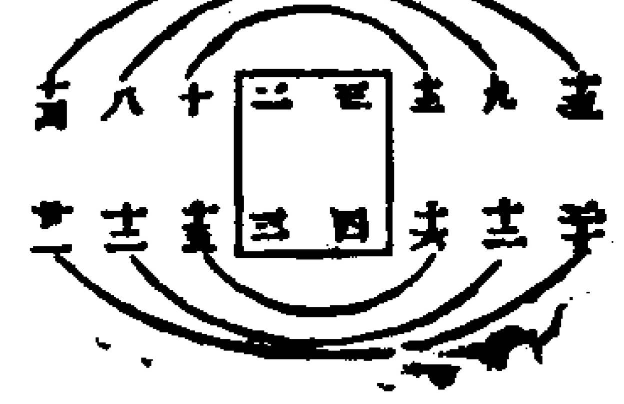
一之三第三之六同加六倍爲十八爲三十六次以第
二之二第四之四同加九倍爲十八爲三十六其倍第
一之十八旣等於倍第二之十八而倍第三之三十六
亦等於倍第四之三十六也又以第一之三第三之六
同加三倍爲九爲十八次以第二之二第四之四同加
二倍爲四爲八其倍第一之九旣大於倍第二之四而
倍第三之十八亦大於倍第四之八也若爾或俱大或
俱小或等累試之皆合則三與二偕六與四得爲同理
之比例也
以上論四幾何者斷比例之法也其連比例法倣此但

連比例之中率兩用之旣爲第二又爲第三視此異耳
第七界
同理比例之幾何爲相稱之幾何



甲與乙若丙與丁是四幾何爲同理
之比例卽四幾何爲相稱之幾何又
戊與己若己與庚卽三幾何亦相稱
之幾何
第八界
四幾何若第一之幾倍大於第二之幾倍而第三之幾倍
不大於第四之幾倍則第一與二之比例大於第三與

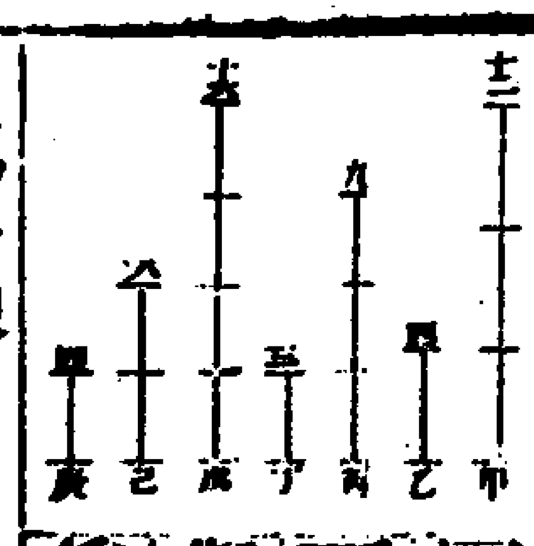
四之比例

此反上第六界而釋不同理之兩比例其相視曷顯爲大曷顯爲小也謂第一第三之幾倍與第二第四之幾倍依上累試之其間有第一之幾倍大於第二之幾倍而第三之幾倍乃或等或小於第四之幾倍卽第一與二之比例大於第三與四之比例也如上圖甲一乙二丙三丁四甲與丙各三倍爲戊己乙與丁各四倍爲庚辛其甲三倍之戊大於乙四倍之庚而丙三倍之己乃小於丁四倍之辛卽甲與乙之比例大於丙與丁也若第一之幾倍小於第二之幾倍而第三之幾倍乃或等或大於第四之幾倍卽第一與二之比例小於第三與四之比例如是等大小相戾者但有其一不必再試



以數明之中設三二四三四幾何先有第一之倍大於第二之倍而第三之倍亦大於第四之倍後復有第一之倍大於第二之倍而第三之倍乃或等或小於第四之倍卽第一與二之比例大於第三與四也若以上圖之數反用之以第一爲二第二爲一第三爲四第四爲三則第一與二之比例小於第三與四

第九界

同理之比例至少必三率

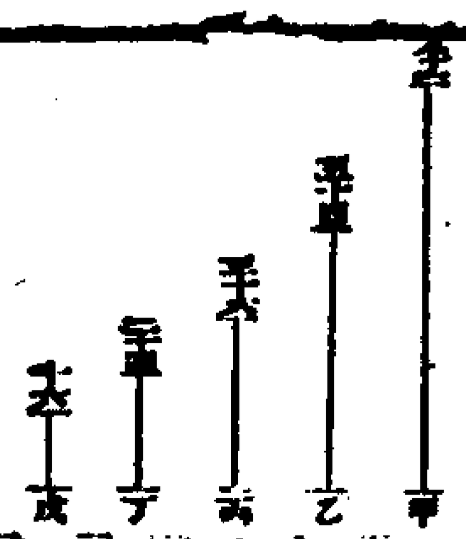


同理之比例必兩比例相比如甲與乙若丙與丁是四率斷比例也若連比例之戊與己若己與庚則中率己旣爲戊之後又爲庚之前是以三率當四率也

第十界

三幾何爲同理之連比例則第一與三爲再加之比例四幾何爲同理之連比例則第一與四爲三加之比例倣此以至無窮

甲乙丙丁戊五幾何爲同理之連比例其甲與乙若乙與丙乙與丙若丙與丁丙與丁若丁與戊卽一甲與三丙視一甲與二乙爲再加之比例又一甲與四丁視一甲與二乙爲三加之比例何者甲丁之中有乙丙兩幾何爲同理之比例如甲與乙故也又一甲與五戊視一甲與二乙爲四加之比例也若反用之以戊爲首則一戊與三丙爲再加與四乙爲三加與五甲爲四加也

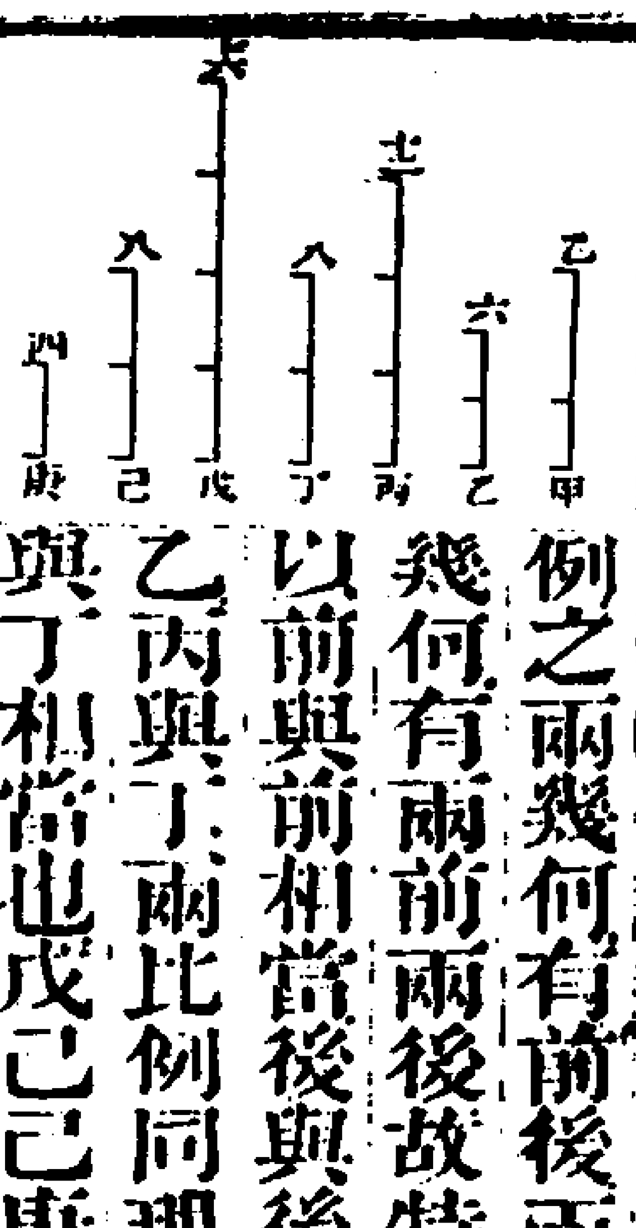


下第六卷二十題言此直角方形與彼直角方形爲此形之一邊與彼形之一邊再加之比例何者若作三幾何爲同理之連比例則此直角方形與彼直角方形若第一幾何與第三幾何故也以數明之如此直角方形之邊三尺而彼直角方形之邊一尺即此方形與彼方形若九與一也夫九與一之間有三爲同理之比例則九三一三幾何之連比例既有三與一爲比例又以九比三三比一爲再加之比例也則彼直角方形當爲此形九分之一不止爲此形三分之一也大畧第一與二之比例若線相比第一與三若平面相比第一與四若體相比也第一與五若算家三乘方與六若四乘方與七若五乘方倣此以至無窮

第十一界

同理之幾何前與前相當後與後相當

上文已解同理之比例此又解同理之幾何者盖一比例之兩幾何有前後而同理之兩比例四幾何有兩前兩後故特解言比例之論常以前與前相當後與後相當也如上甲與乙丙與丁兩比例同理則甲與丙相當乙與丁相當也戊己己庚兩比例同理則己既爲前又爲後兩相當也如下文有兩三角形之邊相比亦常以同理之兩邊相當不可混也



上文第六第八界說幾何之幾倍常以一與三同倍二與四同倍則以第一第三爲兩前第二第四爲兩後各同理故

第十二界

有屬理更前與前更後與後

此下說比例六理皆後論所需也

四幾何甲與乙之比例若丙與丁今更推甲與丙若乙與丁爲屬理　下言屬理皆省曰更

此論未證證見本卷十六

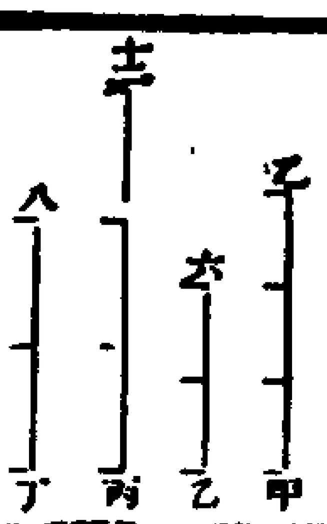
此界之理可施於四率同類之比例若兩線兩面或兩面兩數等不爲同類即不得相更也

第十三界

有反理取後爲前取前爲後

甲與乙之比例若丙與丁今反推乙與甲若丁與丙爲反理

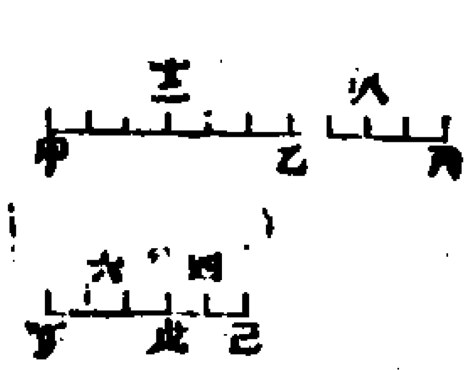
證見本篇四之系



此界之理亦可施於異類之比例

第十四界

有合理。合前與後爲一而比其後。



甲乙與乙丙之比例，若丁戊與戊己。今合甲丙爲一而比乙丙，合丁己爲一而比戊己。即推甲丙與乙丙，若丁己與戊己。是合兩前後率爲兩一率，而比兩後率也。

證見本卷十八

第十五界

有分理。取前之較而比其後。

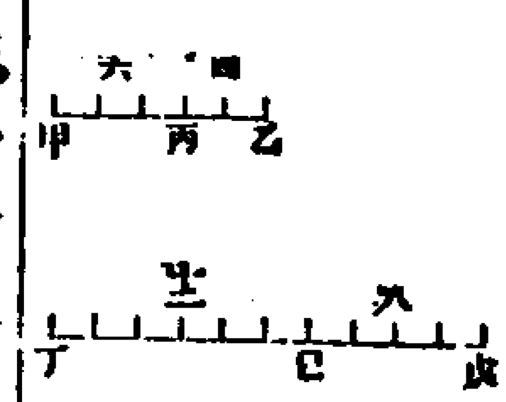
甲乙與丙乙之比例，若丁戊與己戊。今分推甲乙之較甲丙與丙乙，若丁

戊之較丁己與己戊。

證見本卷十七

第十六界

有轉理。以前爲前，以前之較爲後。

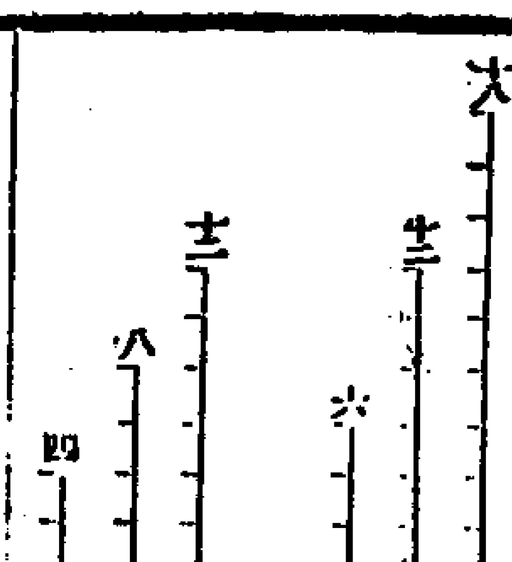


甲乙與丙乙之比例，若丁戊與己戊。今轉推甲乙與甲丙，若丁戊與丁己。

證見本卷十九

第十七界

有平理。彼此幾何各自三以上，相爲同理之連比例，則此之第一與三，若彼之第一與三。又曰：去其中，取其首尾。



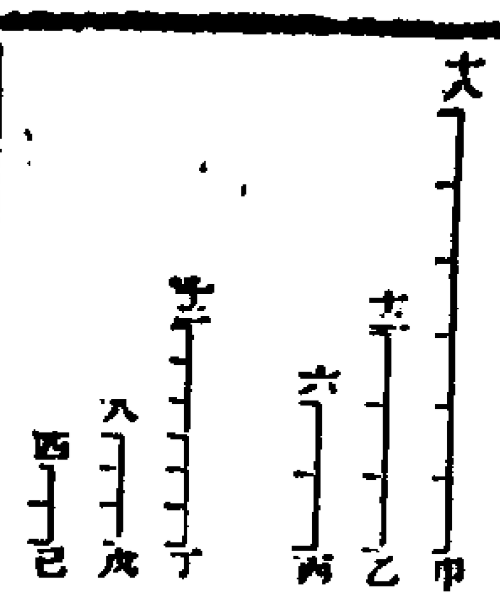
甲乙丙三幾何，丁戊己三幾何等數相爲同理之連比例者，甲與乙若丁與戊，乙與丙若戊與己也。今平推首甲與尾丙，若首丁與尾己。

平理之分又有二種，如後二界。

第十八界

有平理之序者。此之前與後，若彼之前與後；而此之後與他率，若彼之後與他率。

甲與乙若丁與戊，而後乙與他率丙，若後戊與他率己

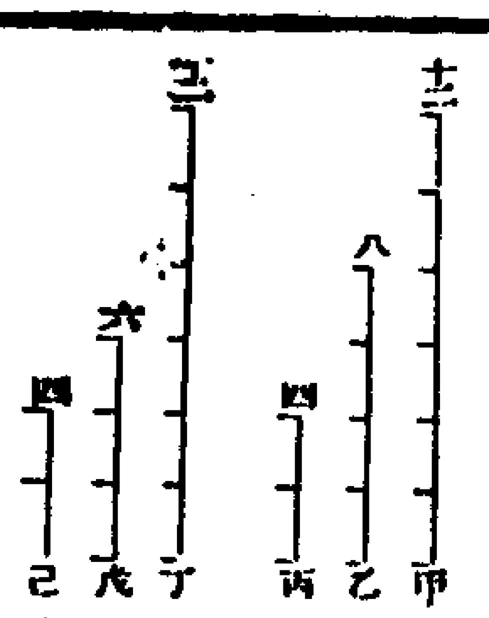


是序也。今平推甲與丙，若丁與己也。此與十七界同，重宣序義，以別後界也。

證見本卷廿二

第十九界

有平理之錯者。此數幾何，彼數幾何，此之前與後，若彼之前與後；而此之後與他率，若彼之他率與其前。

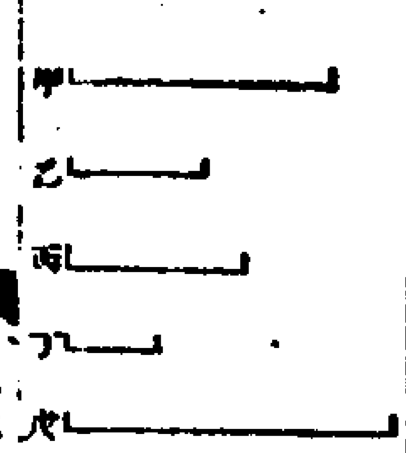


甲乙丙數幾何，丁戊己數幾何，其甲與乙若戊與己，又此之後乙與他率丙，若

彼之他率丁與前戊是錯也今平推甲與丙若丁與己也十八十九界推法於十七界中通論之故兩題中不再著也

證見本卷廿三

增一幾何有一幾何相與爲比例即此幾何必有彼幾何相與爲比例而兩比例等一幾何有一幾何相與爲比例即必有彼幾何與此幾何爲比例而兩比例等此例同理省曰同理比例等



甲幾何與乙幾何爲比例即此幾何丙亦必有彼幾何如丁相與爲比例若甲與乙也丙幾何與丁幾何爲比例即必有彼幾何如戊與此幾何丙爲比例若丙與丁也此理推廣無礙於理有之不必舉其率也舉率之理備見後卷

幾何原本第五卷　本篇論比例　計三十四題

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啓　筆受

第一題

此數幾何彼數幾何此之各率同幾倍於彼之各率則此之并率亦幾倍於彼之并率

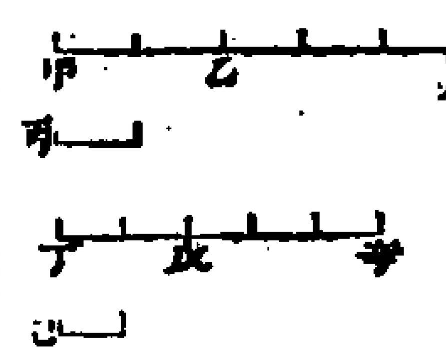
解曰如甲乙丙丁此二幾何大於戊己彼二幾何各若干倍題言甲乙丙丁并大於戊己并亦若干倍

論曰如甲乙與丙丁既各三倍大於戊與己即以甲乙三分之各與戊等爲甲庚庚辛辛乙又以丙丁三分之各與己等爲丙壬壬癸癸丁即甲乙與丙丁所分之數等而甲庚既與戊等丙壬既與己等即於甲庚加丙壬於戊加己其甲庚丙壬并與戊己并必等依顯庚辛壬癸并辛乙癸丁并與戊己并各等夫甲乙與丙丁之分三合於戊己皆等本卷界說二則甲乙丙丁并三倍大於戊己并

第二題

六幾何其第一倍第二之數等於第三倍第四之數而第五倍第二之數等於第六倍第四之數則第一第五并

倍第二之數等於第三第六并倍第四之數

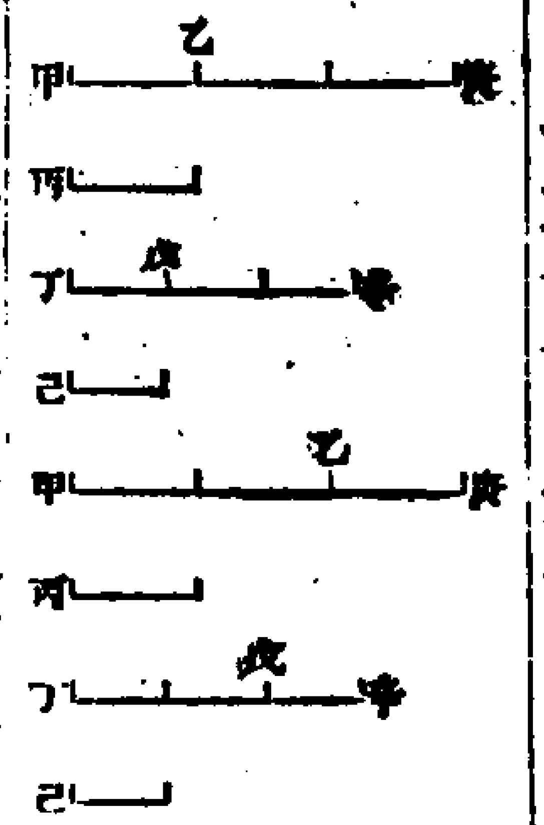


解曰一甲乙倍二丙之數如三丁戊倍四己之數又五乙庚倍二丙之數如六戊辛倍四己之數題言一甲乙五乙庚并倍二丙之數若三丁戊六戊辛并倍四己之數

論曰甲乙丁戊之倍於丙己其數等則甲乙幾何內有丙幾何若干與丁戊幾何內有己幾何若干其數亦等本卷界說二依顯乙庚內有丙若干與戊辛內有己若干亦等次於甲乙丁戊兩等數率每加一等數之乙庚戊辛則甲庚丁辛兩幾何內之分數等而一五并之甲庚

內有二丙若干與三六并之丁辛內有四己若干亦等

注曰若第一第三兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各等而第五倍第二之數等於第六倍第四之數或第一倍第二之數等於第三倍第四之數而第五第二兩幾何之數與第六第四兩幾何之數各等



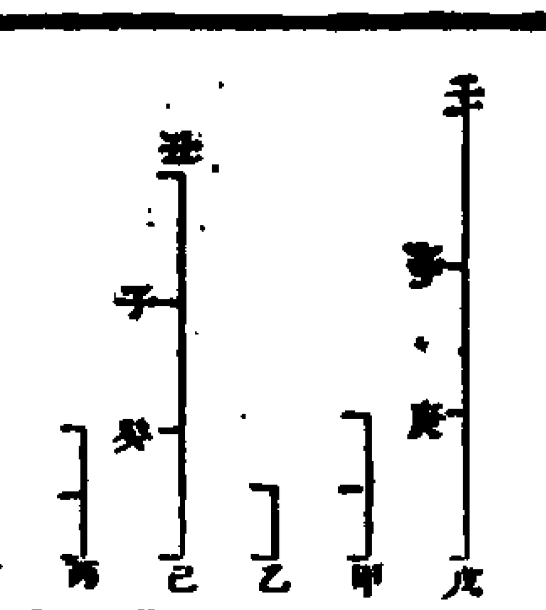
俱同本論如上二圖甲庚為第一第五之并率其倍二丙之數與丁辛為第三第六之并率其倍四己之數等也甲庚內有丙若干與丁辛內有己若干等故同理倘若第一第三兩幾何之數與第五第六兩幾何之數與第二第四兩幾何之數各等此理更明何者第一第五并之倍第二若第三第六并之倍第四俱兩倍故

第三題

四幾何其第一之倍於第二若第三之倍於第四次倍第一又倍第三其數等則第一所倍之與第二若第三所倍之與第四

解曰一甲所倍於二乙若三丙所倍於四丁次作戊己兩幾何同若干倍於甲於丙題言以平理推戊倍乙之數若己倍丁

論曰戊與己之倍甲與丙其數既等試以戊作若干分各與甲等為戊庚庚辛辛壬次分己亦如之為己癸癸子子丑即戊內有甲若干與己內有丙若干等本卷界說一



夫戊庚與甲己癸與丙既等而甲之倍乙與丙之倍丁又等則戊庚倍乙若己癸倍丁也依顯庚辛辛壬各所倍於乙若癸子子丑各所倍於丁也夫一戊庚之倍二乙既若三己癸之倍四丁而五庚辛之倍二乙亦若六癸子之倍四丁則一戊庚五庚辛并之倍二乙若三己癸六癸子并之倍四丁也本篇二

又一戊辛之倍二乙既若三己子之倍四丁而五辛壬之倍二乙亦若六子丑之倍四丁則一戊辛五辛壬并之倍二乙若三己子六子丑并之倍四丁也辛壬子丑以上任作多分皆倣此論

第四題 其系為反理

四幾何其第一與二偕第三與四比例等第一第三同任為若干倍第二第四同任為若干倍則第一所倍與第二所倍第三所倍與第四所倍此例亦等

解曰甲與乙偕丙與丁比例等次作戊與己同任若干倍於一甲三丙別作庚與辛同任若干倍於二乙四丁

題言一甲所倍之戊與二乙所倍之庚偕三丙所倍之己與四丁所倍之辛比例亦等

論曰試以戊己二幾何同任倍之為壬為癸別以庚辛同任倍之為子為丑其戊之倍甲既若己之倍丙而壬之倍戊亦若癸之倍己即壬之倍甲亦若癸之倍丙也本篇三依顯子之倍乙亦若丑之倍丁也夫甲與乙偕丙與丁之比例既等而壬癸所倍於甲丙子丑所倍於乙丁各等即三試之若倍甲之壬小於倍乙之子則倍丙之癸亦小於倍丁之丑矣若壬子等即癸丑亦等矣若壬大於子即癸亦大於丑矣本卷界說六夫戊己之倍為壬癸也庚辛之倍為子丑也不論幾許倍其等大小三試之恒如是也則一戊所倍之壬與二庚所倍之子偕三己所倍之癸與四辛所倍之丑等大小皆同類也而戊與庚偕己與辛之比例必等本卷界說六

一系凡四幾何第一與二偕第三第四比例等即可反推第二與一偕第四與三比例亦等何者如上倍甲之壬與倍乙之子偕倍丙之癸與倍丁之丑等大小俱同

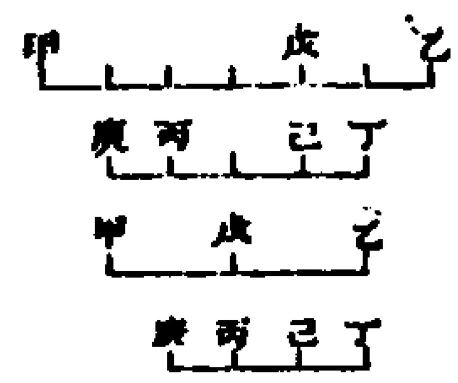
類而顯甲與乙若丙與丁即可反說倍乙之子與倍甲之壬偕倍丁之丑與倍丙之癸等大小俱同類而乙與甲亦若丁與丙本卷界說六

二系別有一論亦本書中所恆用也曰若甲與乙偕丙與丁比例等則甲之或二或三倍與乙之或二或三倍偕丙之或二或三倍與丁之或二或三倍比例俱等倣此以至無窮

第五題

大小兩幾何此全所倍於彼全若此全截取之分所倍於彼全截取之分則此全之分餘所倍於彼全之分餘亦

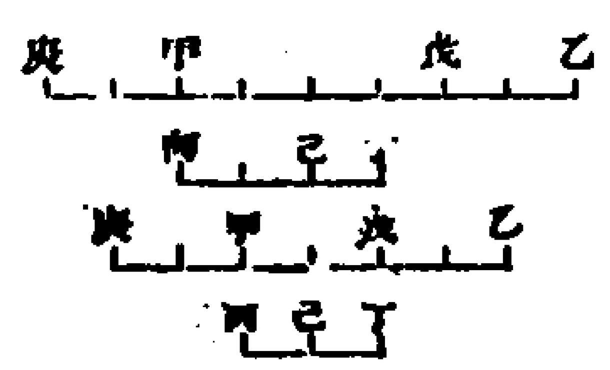
如之



解曰甲乙大幾何丙丁小幾何甲乙所倍於丙丁若甲乙之截分甲戊所倍於丙丁之截分丙己題言甲戊之分餘戊乙所倍於丙己之分餘己丁亦如其數

論曰試作一他幾何爲庚丙令戊乙之倍庚丙若甲戊之倍丙己也本卷界說增即其兩并甲乙之倍庚己亦若甲戊之倍丙己也本篇一而甲乙之倍丙丁元若甲戊之倍丙己則丙丁與庚己等也次每減同用之丙己即庚丙與己丁亦等而戊乙

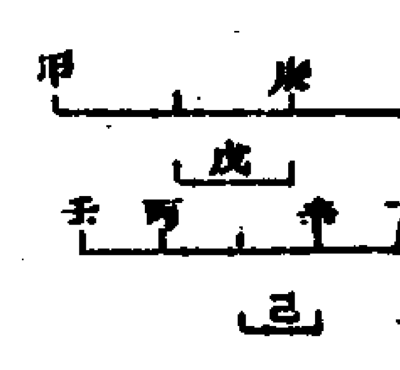
之倍己丁亦若戊乙之倍庚丙矣夫戊乙之倍庚丙既若甲戊之倍丙己則戊乙爲甲戊之分餘所倍於己丁爲丙己之分餘者亦若甲乙之倍丙丁也



又論曰試作一他幾何爲庚甲令庚甲之倍己丁若甲戊之倍丙己本卷界說二十即其兩并庚戊之倍丙丁亦若甲戊之倍丙己也本篇一而甲乙之倍丙丁元若甲戊之倍丙己是庚戊與甲乙等也次每減同用之甲戊即庚甲與戊乙等也而庚甲之倍己丁若甲乙之倍丙丁也則戊乙之倍己丁亦若甲乙之倍丙丁也

第六題

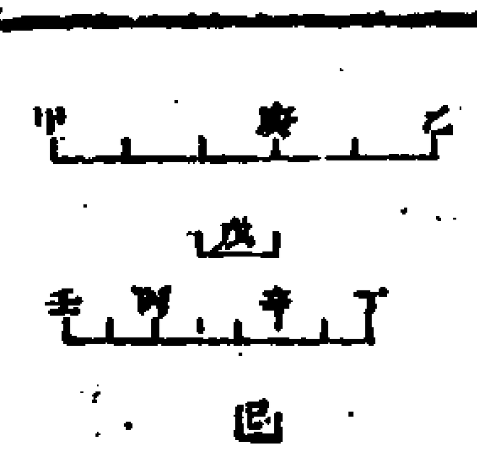
此兩幾何各倍於彼兩幾何其數等於此兩幾何每減一分其一分之各倍於所當彼幾何其數等則其分餘或各與彼幾何等或倘各倍於彼幾何其數亦等



解曰甲乙丙丁兩幾何各倍於戊己兩幾何其數等每減一甲庚丙辛甲庚丙辛之倍戊己其數等題言分餘庚乙辛丁或與戊己等或倘各倍於戊己其數亦等

論曰甲乙全與其分甲庚既各多倍於戊則分餘庚乙與戊其或等或倘幾倍必矣何者庚乙與戊不等不幾

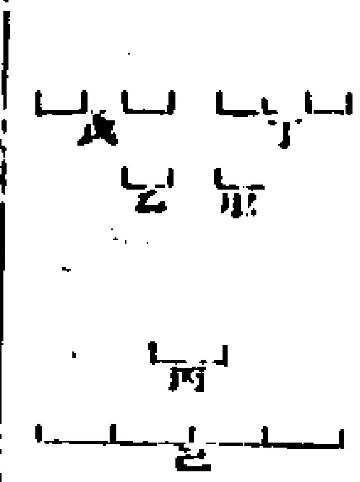
倍其加於甲庚不成爲戊之多倍也然則庚乙與戊等曷爲辛丁與己亦等試作壬丙與己等其一甲庚之倍二戊既若三丙辛之倍四己而五庚乙之等二戊又若六壬丙之等四己則第一第五并之甲乙所倍於二戊若第三第六并之壬辛所倍於四己也本篇二而甲乙之倍戊元若丙丁之倍己即壬辛與丙丁亦等次每減同用之丙辛即壬丙與辛丁必等是辛丁與己亦等矣然則庚乙之倍戊曷爲與辛丁之倍己等試作壬丙其倍己若庚乙之倍戊依前論甲乙之倍戊若壬辛之倍己本篇



二而壬辛與丙丁等，壬丙與辛丁亦等，是辛丁之倍己亦若庚乙之倍丙矣。

第七題二支

此兩幾何等，則與彼幾何各爲比例必等。而彼幾何與此相等之兩幾何各爲比例亦等

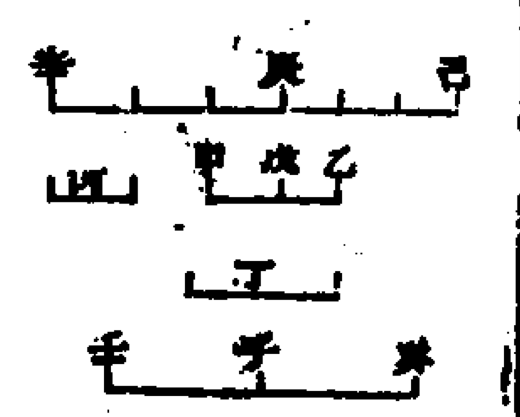


解曰：甲乙兩幾何等，彼幾何丙，不論等大小，於甲乙題言甲與丙、乙與丙各爲比例必等。又反上言丙與甲、丙與乙各爲比例亦等

論曰：試作丁戊兩率，任同若干倍於甲乙，即丁與戊等；別作己，任若干倍於丙。其丁戊既等，即丁視己與戊視己，或等或大或小必同類矣。夫一甲三乙所倍之丁戊，俱當二又當四之丙所倍之己，其等大小既同類（本卷界說六），則一甲與二丙之比例若三乙與四丙矣。反說之，當一當三之丙所倍之己，俱二甲四乙所倍之丁戊，其等大小既同類，則一丙與二甲之比例若三丙與四乙矣。後論與本篇第四題之系同用反理，如甲與丙若乙與丙，反推之，丙與甲亦若丙與乙也。

第八題

大小兩幾何各與他幾何爲比例，則大與他之比例大於小與他之比例，而他與小之比例大於他與大之比例



解曰：不等兩幾何甲乙大、丙小，又有他幾何丁，不論等大小於甲乙、於丙，題言甲乙與丁之比例大於丙與丁之比例。又反上言丁與丙之比例大於丁與甲乙之比例。

論曰：試於大幾何甲乙內分甲戊與小幾何丙等，而戊乙爲分餘。次以甲戊、戊乙作同若干倍之辛庚、庚己，而庚己爲戊乙之倍，必令大於丁；辛庚爲甲戊之倍，必令大於丁，或等於丁，如不足以倍加之也。其庚己、辛庚之倍於戊乙、甲戊既等，即辛己之倍甲乙若辛庚之倍甲戊矣（本篇一）。甲戊即丙也。次作一壬癸爲丁之倍，令僅大於辛庚，兩倍不足三之，又不足任加之，已大勿倍也。次於壬癸截取子癸與丁等，即壬子必不大於辛庚。何者？向作壬癸爲丁之倍，元令僅大於辛庚，若壬子大於辛庚者，何必又倍之爲壬癸也？故僅大之壬癸，截去子癸者，必不大於辛庚也，則壬子或等或小於辛庚矣。夫庚己既大於丁，而子癸與丁等，即庚己必大於子癸，又辛庚不小於壬子（或大或等），即辛己亦大於壬癸也。夫辛己、辛庚同若干倍於第一甲乙、第三丙也，而壬癸之倍於當二之丁、當四之丁，又同一率也，則第一所倍之辛己大

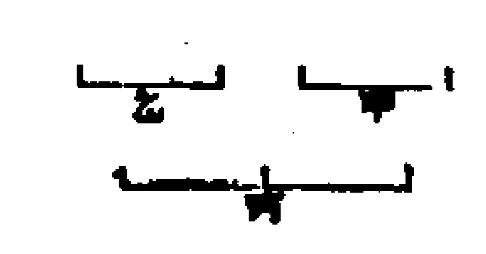
於第二所倍之壬癸而第三所倍之辛庚不大於第四所倍之壬癸（辛庚元小於壬癸）是一甲乙與二丁之比例大於三丙與四丁矣（本卷界說八）次反上說一丁所倍之壬癸（反說則丁當一當三丙二甲乙四）大於二丙所倍之辛庚而三丁所倍之壬癸不大於四甲乙所倍之辛己（壬癸必小於辛己）是一丁與二丙之比例大於三丁與四甲乙矣（本卷界說八）

第九題二支

兩幾何與一幾何各爲比例而等則兩幾何必等一幾何與兩幾何各爲比例而等則兩幾何亦等

先解曰甲乙兩幾何各與丙爲比例等題言甲與乙等

論曰如云不然而甲大於乙卽甲與丙之比例宜大於乙與丙（本篇八）何先設兩比例等也故比例等則甲與乙等



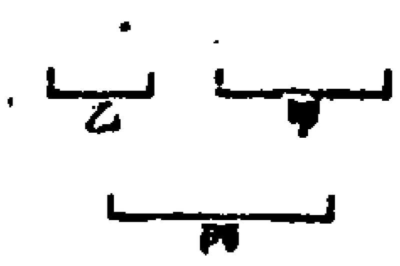
後解曰丙幾何與甲與乙各爲比例等題言甲與乙等

論曰如云不然而甲大於乙卽丙與乙之比例宜大於丙與甲（本篇八）何先設兩比例等也

第十題二支

彼此兩幾何此幾何與他幾何之比例大於彼與他之比例則此幾何大於彼他幾何與彼幾何之比例大於他與此之比例則彼幾何小於此

先解曰甲乙兩幾何復有丙幾何甲與丙之比例大於乙與丙題言甲大於乙



論曰如云不然甲與乙等卽所爲兩比例宜等（本篇七）何先設甲與丙大也又不然若甲小於乙卽乙與丙之比例宜大於甲與丙（本篇八）何先設甲與丙大也

後解曰丙與乙之比例大於丙與甲題言乙小於甲

論曰如云不然乙與甲等卽所爲兩比例宜等（本篇七）何先設丙與乙大也又不然乙大於甲卽丙與甲之比例宜大於丙與乙何先設丙與乙大也

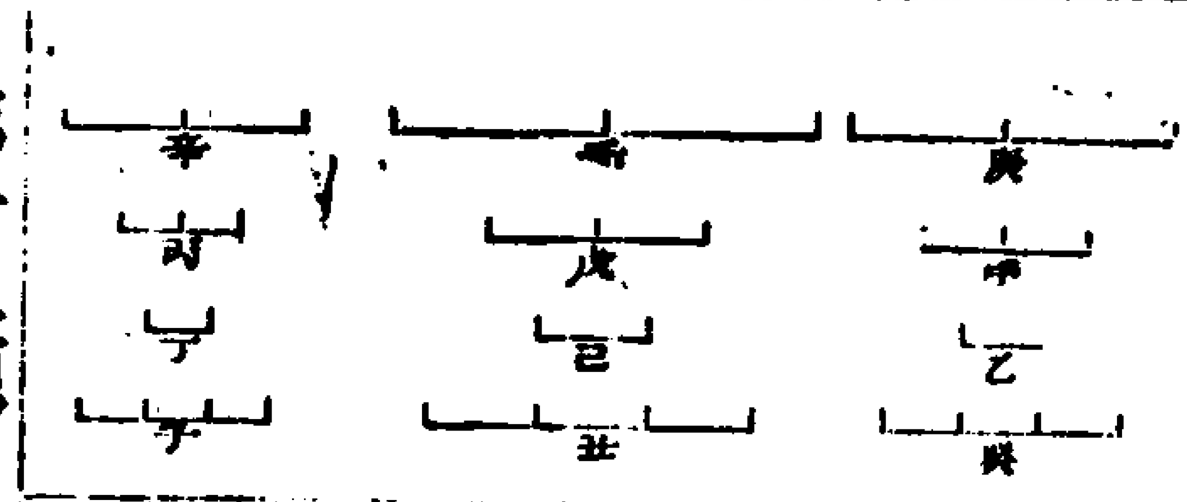
第十一題

此兩幾何之比例與他兩幾何之比例等而彼兩幾何之比例與他兩幾何之比例亦等則彼兩幾何之比例與此兩幾何之比例亦等

解曰甲乙偕丙丁之比例各與戊己之比例等題言甲乙與丙丁之比例亦等

論曰試於各前率之甲丙戊同任倍之爲庚辛壬別於各後率之乙丁己同任倍之爲癸子丑其一甲與二乙之比例既若三戊與四己卽三試之若倍一甲之庚小

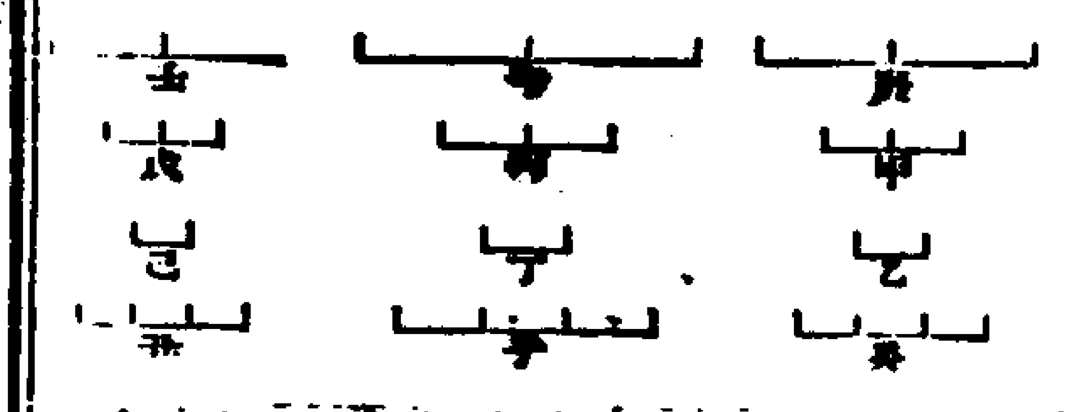
於倍二乙之癸即倍三戊之壬亦小於倍四己之丑矣若庚癸等即壬丑亦等若庚大於癸即壬亦大於丑矣（本卷界說六）依顯壬之視丑若辛之視子其等大小亦同類矣此三前三後率任作幾許倍其等大小皆同類也（本卷界說六）則甲與乙之比例若丙與丁也



第十二題

數幾何所為比例皆等則并前率與并後率之比例若各前率與各後率之比例

解曰甲乙丙丁戊己數幾何所為比例皆等者甲與乙若丙與丁丙與丁若戊與己也題言甲丙戊諸前率并與乙丁己諸後率并之比例若甲與乙丙與丁戊與己各前各後之比例也

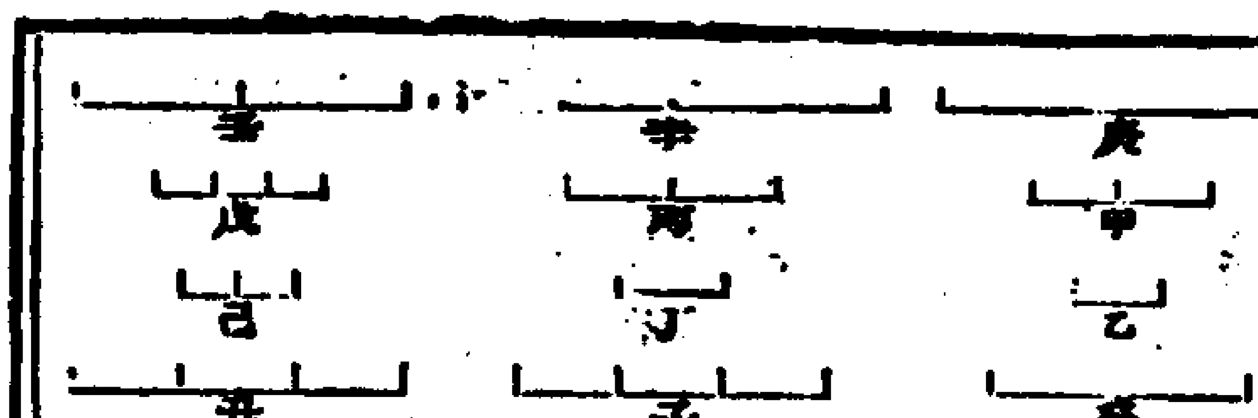


論曰試於各前率之甲丙戊同任倍之為庚辛壬別於各後率之乙丁己同任倍之為癸子丑即庚辛壬并之倍甲丙戊并若庚之倍甲也癸子丑并之倍乙丁己并若癸之倍乙也（本篇）夫一甲與二乙既若三丙與四丁又若三戊與四己則庚之倍一甲與癸之倍二乙或等或大或小倍辛壬之倍三丙戊與子丑之倍四丁己等大小同類也又各前所倍庚辛壬并與各後所倍癸子丑并其或等或大或小亦偕各前所自倍與各後所自倍其等大小必同類也（本卷界說六）則一甲與二乙之比例若三甲丙戊并與四乙丁己并矣

第十三題

數幾何第一與二之比例若第三與四之比例而第三與四之比例大於第五與六之比例則第一與二之比例亦大於第五與六之比例

解曰一甲與二乙之比例若三丙與四丁而三丙與四丁之比例大於五戊與六己題言甲與乙之比例亦大於戊與己



論曰試以甲丙戊各前率同任倍之為庚辛壬別以乙丁己各後率同任倍之為癸子丑其甲與乙既若丙與丁即三試之若倍甲之庚大於倍乙之癸即倍丙之辛必大於倍丁之子矣若庚癸等即辛子亦等若庚小於癸

即辛亦小於子矣本卷界說六 次丙與丁既大於戊與己又三試之即倍丙之辛大於倍丁之子而倍戊之壬不必大於倍己之丑也或等或小矣本卷界說八 夫庚癸與辛子等大小同類則壬丑不類於辛子者亦不類於庚癸也故甲與乙之比例亦大於戊與己本卷界說八

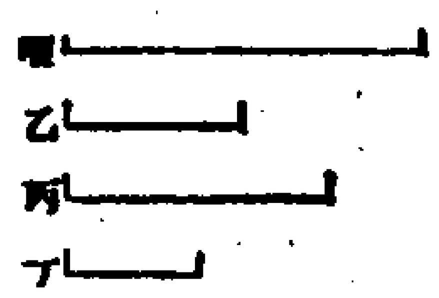
注曰若三丙與四丁之比例或小或等於五戊六己則一甲與二乙之比例亦小亦等於五戊六己倣此

論推顯

第十四題

四幾何第一與二之比例若第三與四之比例而第一幾

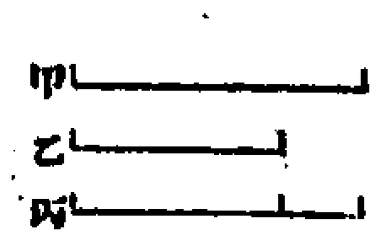
何大於第三則第二幾何亦大於第四第一或等或小於第三則第二亦等亦小於第四

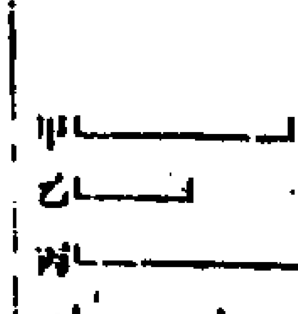


解曰甲與乙之比例若丙與丁題言甲大於丙則乙亦大於丁若等亦等若小亦小

先論曰如甲大於丙即甲與乙之比例大於丙與乙矣本篇八 夫一丙與二丁之比例既若三甲與四乙而三甲與四乙之比例大於五丙與六乙即一丙與二丁之比例亦大於五丙與六乙本篇十三 是丁幾何小於乙也本篇十

次論曰如甲丙等即甲與乙之比例若丙與乙本篇七 夫甲與乙之比例元若丙與丁而又若丙與乙是丙與丁之比例亦若丙與乙也本篇十一 則乙與丁等也本篇九

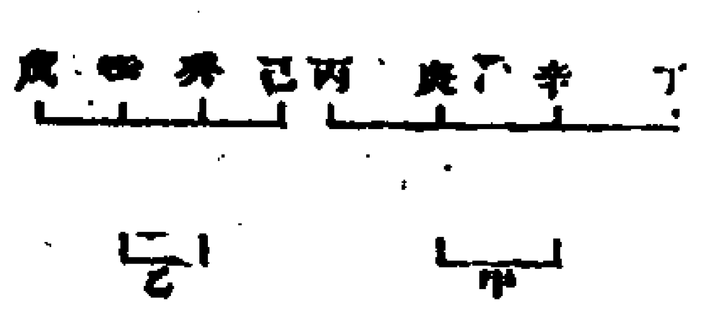




後論曰如甲小於丙即丙與乙之比例大於甲與乙矣本篇八 夫一丙與二丁之比例既若三甲與四乙而三甲與四乙之比例小於五丙與六乙即一丙與二丁之比例亦小於五丙與六乙也本篇十三 是乙小於丁也本篇十

第十五題

兩分之比例與兩多分并之比例等



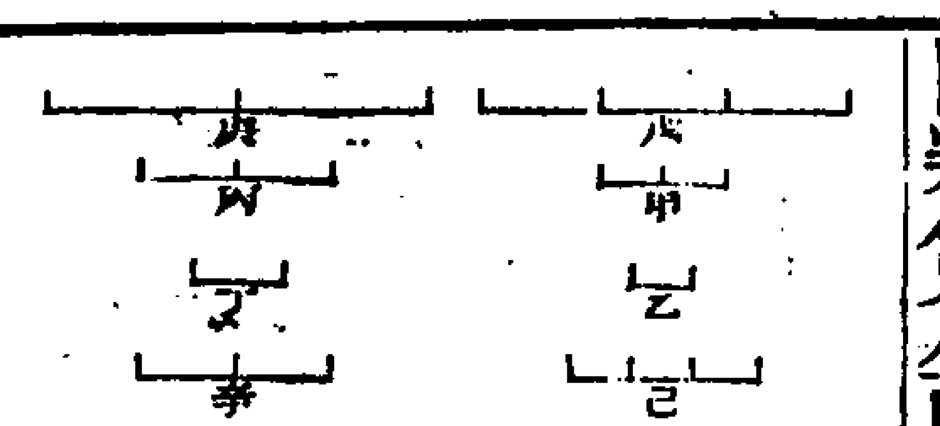
解曰甲與乙同任倍之為丙丁為戊己題言丙丁與戊己之比例若甲與乙

論曰丙丁之倍甲既若戊己之倍乙即丙丁內有甲若干與戊己內有乙若干等次分丙丁為丙庚庚辛辛丁各與甲分等分戊己為戊壬壬癸癸己各與乙分等即丙庚與戊壬若甲與乙也丙庚與甲等戊壬與乙等故見本篇七 庚辛與壬癸辛丁與癸己皆若甲與乙也本篇十二 則等甲之丙庚與等乙之戊壬定若丙丁全與戊己全而丙丁全與戊己全若甲與乙矣本篇十二

第十六題更理

四幾何爲兩比例等即更推前與前後與後爲比例亦等

解曰甲乙丙丁四幾何甲與乙之比例若丙與丁題言更推之甲與丙之比例亦若乙與丁



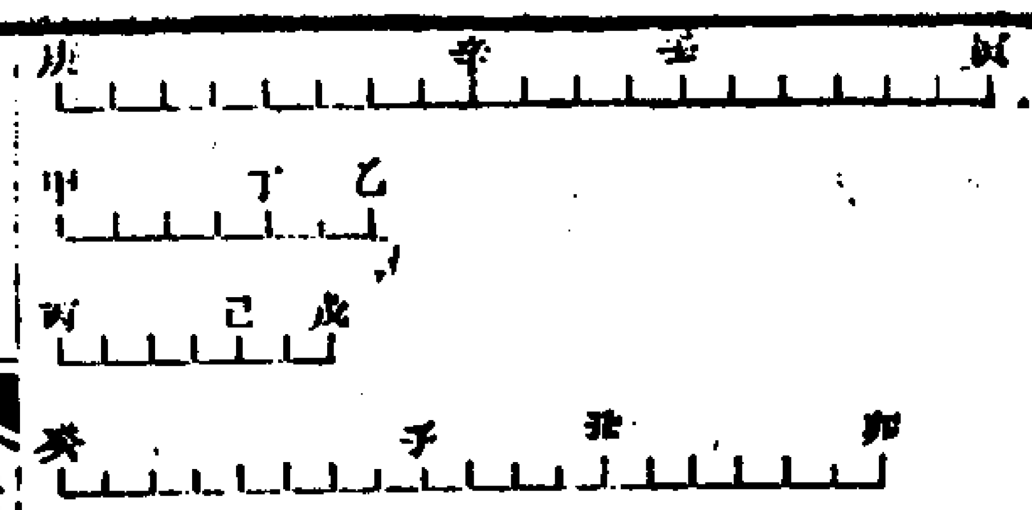
論曰試以甲與乙同任倍之爲戊爲己別以丙與丁同任倍之爲庚爲辛即戊與己若甲與乙也本篇十五庚與辛若丙與丁也夫甲與乙若丙與丁而戊與己亦若甲與乙即戊與己亦若丙與丁矣依顯庚與辛若丙與丁即戊與己亦若庚與辛也本篇十一次三試之若戊大於庚則己亦大於辛也若等亦等若小亦小任作幾許倍恆如是也本篇十四則倍一甲之戊倍三乙之己與倍二丙之庚倍四丁之辛其等大小必同類也而甲與丙若乙與丁矣

第十七題分理

相合之兩幾何爲比例等則分之爲比例亦等

解曰相合之兩幾何其一爲甲乙丁乙其一爲丙戊己戊比例等者甲乙與丁乙若丙戊與己戊也題言分之爲比例亦等者甲丁與丁乙若丙己與己戊也

論曰試以甲丁丁乙丙己己戊同任倍之爲庚辛辛壬爲癸子子丑即庚壬之倍甲乙若庚辛之倍甲丁也亦若癸子之倍丙己也本篇一夫癸子之倍丙己亦若癸丑之倍丙戊即庚壬之倍甲乙亦若癸丑之倍丙戊也次別以丁乙己戊同任倍之爲壬寅爲丑卯其一辛壬之倍二丁乙既若三子丑之倍四己戊而五壬寅之倍二丁乙亦若六丑卯之倍四己戊即辛寅之倍丁乙亦若子卯之倍己戊也本篇二夫一甲乙與二丁乙之比例既若三丙戊與四己戊而一與三二與四各所倍等即三試之



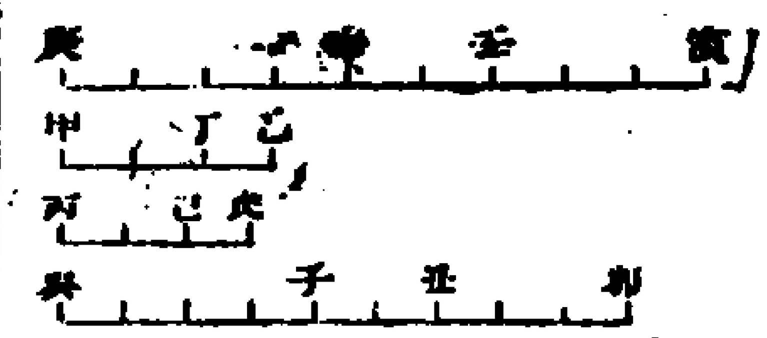
若一甲乙所倍之庚壬大於二丁乙所倍之辛寅即三丙戊所倍之癸丑亦大於四己戊所倍之子卯也若等亦等若小亦小也本卷界說六如庚壬小於辛寅而癸丑小於子卯者即每減一同用之辛壬子丑其所存庚辛亦小於壬寅而癸子亦小於丑卯矣依顯庚壬等辛寅而癸丑等子卯者即庚辛等壬寅而癸子等丑卯矣庚壬大於辛寅而癸丑大於子卯者即庚辛大於壬寅而癸子大於丑卯矣夫庚辛爲甲丁之倍癸子爲丙己之倍壬寅爲丁乙之倍丑卯爲己戊之倍而甲丁丙己之所倍視丁乙己戊之所倍其等大小皆同類則甲丁與丁

乙若丙己與己戊也本卷界說六

第十八題合理

兩幾何分之爲比例等則合之爲比例亦等

解曰甲丁丁乙與丙己己戊兩分幾何其比例等者甲丁與丁乙若丙己與己戊也題言合之爲比例亦等者甲乙與丁乙若丙戊與己戊也



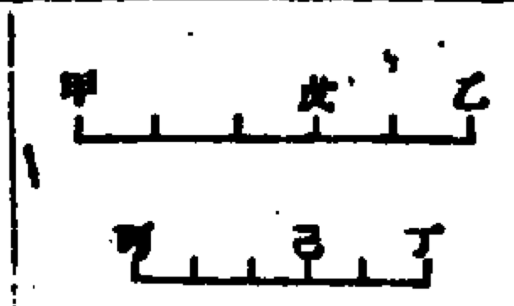
論曰如前論以甲丁丁乙丙己己戊同任倍之爲庚辛辛壬爲癸子子丑本篇二次別以丁乙己戊同任倍之爲壬寅爲丑卯即庚壬之倍甲乙若

癸丑之倍丙戊也本篇一而辛寅之倍丁乙若子卯之倍己戊也本篇二夫一甲丁與二丁乙既若三丙己與四己戊而一與三二與四各所倍等即三試之若一甲丁所倍之庚辛小於二丁乙所倍之壬寅即三丙己所倍之癸子亦小於四己戊所倍之丑卯也若等亦等若大亦大也本卷界說六如庚辛小於壬寅而癸子亦小於丑卯即每加一辛壬子丑其所并庚壬亦小於辛寅而癸丑亦小於子卯矣依顯庚辛等壬寅而癸子等丑卯即庚壬等辛寅而癸丑等子卯矣庚辛大於壬寅而癸子大於丑卯即庚壬大於辛寅而癸丑大於子卯矣夫一甲乙所倍之庚壬與二丁乙所倍之辛寅偕三丙戊所倍之癸丑與四己戊所倍之子卯其等大小皆同類則甲乙與丁乙若丙戊與己戊也本卷界說六

第十九題其系爲轉理

兩幾何各截取一分其所截取之比例與兩全之比例等則分餘之比例與兩全之比例亦等

解曰甲乙丙丁兩幾何其甲乙全與丙丁全之比例若截取之甲戊與丙己題言分餘戊乙與己丁之比例亦若甲乙與丙丁

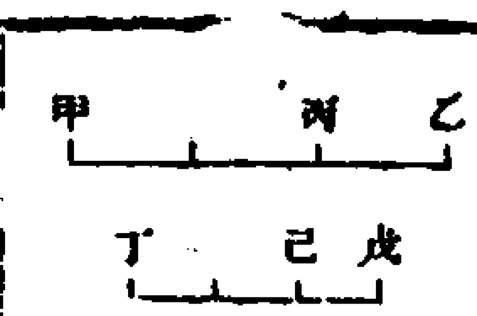


論曰甲乙與丙丁既若甲戊與丙己試更之甲

乙與甲戊若丙丁與丙己也本篇十六次分之戊乙與甲戊若己丁與丙己也本篇十七又更之戊乙與己丁若甲戊與丙己也本篇十六夫甲戊與丙己元若甲乙與丙丁則戊乙與己丁亦若甲乙與丙丁矣

一系從此題可推界說第十六之轉理如上甲乙與戊乙若丙丁與己丁即轉推甲乙與甲戊若丙丁與丙己也何者甲乙與戊乙既若丙丁與己丁試更之甲乙與丙丁若截取之戊乙與己丁也本篇十六即甲乙全與丙丁全又若分餘之甲戊與丙己本篇十九題又更之則甲乙與甲戊若丙丁與丙己也本篇十六此轉理也

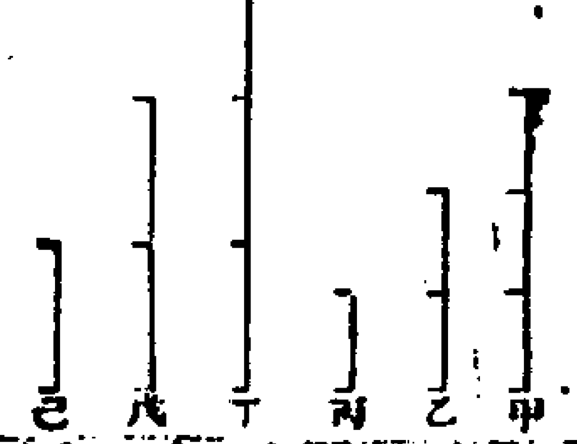
注曰凡更理可施於同類之比例不可施於異類若轉理不論同異類皆可用也依此系門轉理亦稱更理為用似亦不可施於異類矣今別作一論不賴更理以為轉理明轉理可施於異類也



論曰甲乙與丙乙若丁戊與己戊即轉推甲乙與甲丙若丁戊與丁己何者甲乙與丙乙既若丁戊與己戊試分之甲丙與丙乙若丁己與己戊也本篇十七次反之丙乙與甲丙若己戊與丁己也本篇十八次合之甲乙與甲丙若丁戊與丁己也本篇四

第二十題　三支

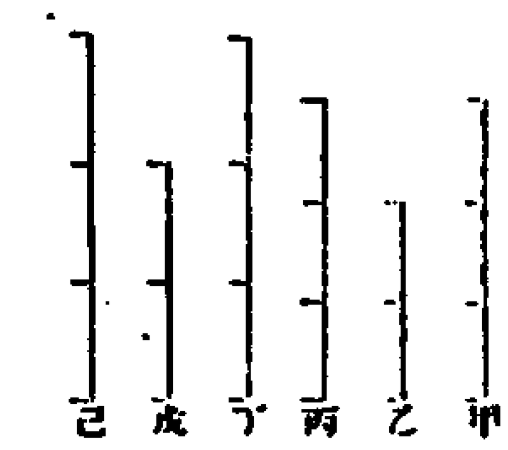
有三幾何又有三幾何相為連比例而第一幾何大於第三則第四亦大於第六第一或等或小於第三則第四亦等亦小於第六



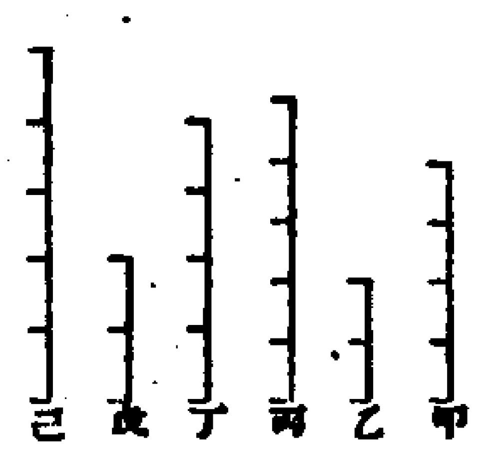
先解曰甲乙丙三幾何丁戊己三幾何其甲與乙之比例若丁與戊乙與丙之比例若戊與己而甲大於丙題言丁亦大於己

論曰甲既大於丙即甲與乙之比例大於丙與乙矣本篇八而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦大於丙與乙矣本篇十三又丙與乙之比例若己與戊乙與丙若戊與己反之則丙與乙若己與戊即丁與戊之比例大於己與戊矣是丁大於己也本篇十

次解曰若甲丙等題言丁己亦等



論曰甲丙既等即甲與乙之比例若丙與乙矣本篇七而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦若丙與乙矣本篇十一又丙與乙之比例若己與戊反理即丁與戊之比例亦若己與戊矣是丁己等也本篇九



後解曰若甲小於丙題言丁亦小於己

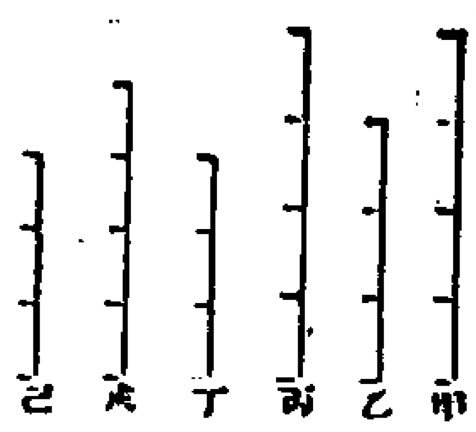
論曰甲既小於丙即甲與乙之比例小於丙與乙矣本篇八而甲與乙之比例若丁與戊即丁與戊之比例亦小於丙與乙矣又丙與乙之比例若己與戊反理即丁與戊之比例小於己與戊矣是丁小於己也本篇十

第二十一題　三支

有三幾何又有三幾何相為連比例而錯以平理推之若第一幾何大於第三則第四亦大於第六若第一或等或小於第三則第四亦等亦小於第六

解曰甲乙丙三幾何丁戊己三幾何相為連比例不序者甲與乙若戊與己乙與丙若丁與戊也以平理推之若甲大於丙題言丁亦大於己

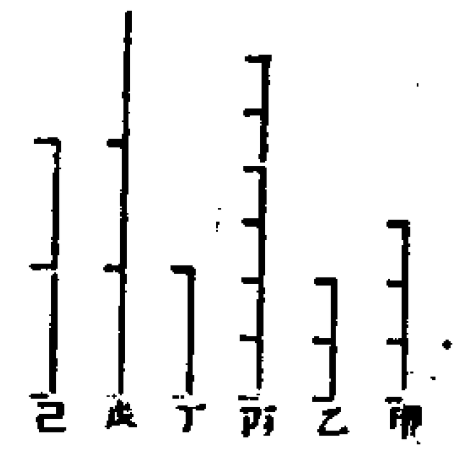
論曰甲既大於丙即甲與乙之比例大於丙與乙（本篇八）而甲與乙若戊與己即戊與己之比例亦大於丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也（本篇四）則戊與己大於戊與丁也是丁大於己也（本篇廿）



次解曰若甲丙等還言丁己亦等

論曰甲丙既等即甲與乙之比例若丙與乙（本篇七）而甲與乙若戊與己即丙與乙之比例亦若戊與己也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙亦若戊與丁也（本篇四）則戊與己若戊與丁也是丁己等也（本篇九）

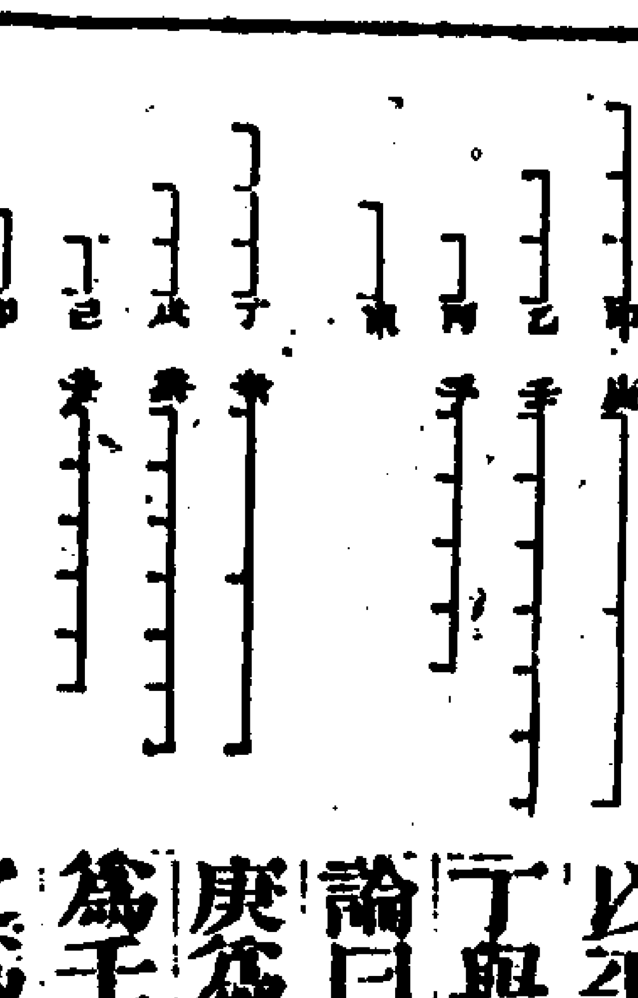
後解曰若甲小於丙題言丁亦小於己



論曰甲既小於丙即甲與乙之比例小於丙與乙（本篇八）而甲與乙若戊與己即戊與己之比例小於丙與乙也又乙與丙既若丁與戊反之即丙與乙若戊與丁（本篇四）則戊與己小於戊與丁也是丁小於己也（本篇十）

第二十二題（不理之序）

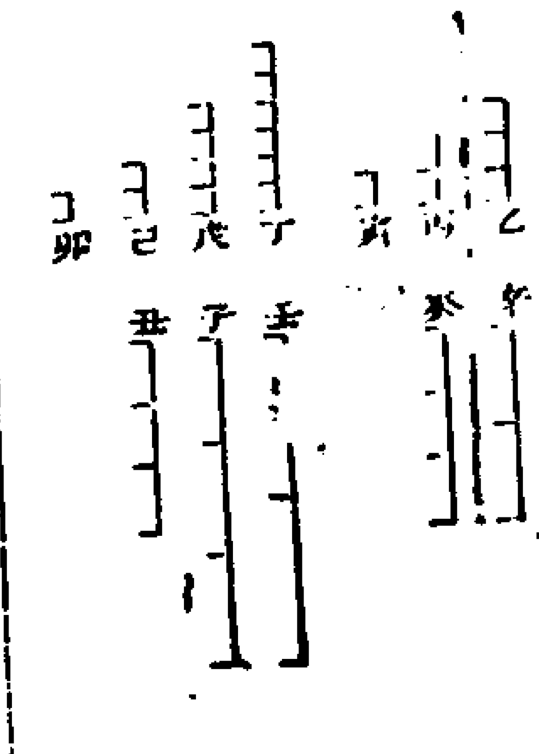
有若干幾何又有若干幾何其數等相為連比例則以平理推

解曰有若干幾何甲乙丙又有若干幾何丁戊己而甲與乙之比例若丁與戊乙與丙之比例若戊與己題言以平理推之甲與丙之比例若丁與己

論曰試以甲與丁同任倍之為庚為辛別以乙與戊同任倍之為壬為癸別以丙與己同任倍之為子為丑其一甲與二乙既若三丁與四戊即倍甲之庚與倍乙之壬若倍丁之辛與倍戊之癸也（本篇四）依顯一乙與二丙既若三戊與四己即倍乙之壬與倍丙之子若倍戊之癸與倍己之丑也是庚壬子三幾何辛癸丑三幾何又相為連比例矣次三試之若庚大於子即辛必大於丑也（本篇二十）若等亦等若小亦小也則倍一甲之庚倍三丁之辛與倍二丙之子倍四己之丑等大小皆同類也是甲與丙若丁與己也（本卷界說六）其幾何自三以上如更有丙與寅若己與卯亦依顯甲與寅若丁與卯也何者上既顯甲與丙若丁與己而今稱丙與寅若己與卯即以甲丙寅作三幾何以丁己卯作又三幾何相為連比例依上推論亦得甲與寅之比例若丁與卯也自四以上可至無窮依此

推顯

第二十三題平理之錯

若干幾何又若干幾何相爲連比例而錯亦以平理推



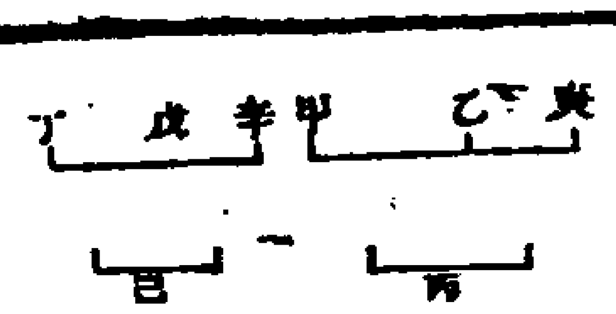
解曰甲乙丙若干幾何丁戊己若干幾何相爲連比例而錯者甲與乙若戊與己乙與丙若丁與戊也題言以平理推之甲與丙之比例亦若丁與己

論曰試以甲乙丁同任倍之爲庚辛壬別以丙戊己同任倍之爲癸子丑即甲與乙若所自倍之庚與辛本篇十五而甲與乙既若戊與己即庚與辛亦若戊與己本篇十一戊與己又若所自倍之子與丑即庚與辛亦若子與丑本篇十一依顯一乙與二丙既若三丁與四戊即倍一乙之辛與倍二丙之癸若倍三丁之壬與倍四戊之子也本篇四是庚辛癸三幾何壬子丑三幾何又相爲連比例而錯矣次三試之若庚大於癸即壬亦大於丑若等亦等若小亦小本篇廿一則一甲三丁所倍之庚壬與二丙四己所倍之癸丑等大小皆同類也是一甲與二丙若三丁與四己本卷界說六如三以上既有甲與乙若己與卯乙與丙若戊與己又有丙與寅若丁與戊亦顯甲與寅若丁與卯何者依上論先顯甲與丙若戊與卯次丙與寅又若丁與戊即以甲丙寅作三幾何丁戊卯作又三幾何相爲連比例而錯依上論亦得甲與寅若丁與卯四以上悉依此推顯

第二十四題

凡第一與二幾何之比例若第三與四幾何之比例而第五與二之比例若第六與四則第一第五并與二之比例若第三第六并與四

解曰一甲乙與二丙之比例若三丁戊與四己而五乙庚與二丙若六戊辛與四己題言一甲乙五乙庚并與二丙若三丁戊六戊辛并與四己



論曰乙庚與丙既若戊辛與己反之丙與乙庚若己與戊辛也本篇四又甲乙與丙既若丁戊與己而丙與乙庚亦若己與戊辛平之甲乙與乙庚若丁戊與戊辛也本篇廿二又合之甲庚全與乙庚若丁辛全與戊辛也本篇十八夫甲庚與乙庚既若丁辛與戊辛而乙庚與丙亦若戊辛與己平之甲庚與丙若丁辛與己矣本篇廿二

注曰依本題論可推廣第六題之義作後增題第六題言幾倍後增題不止言倍其義稍廣矣

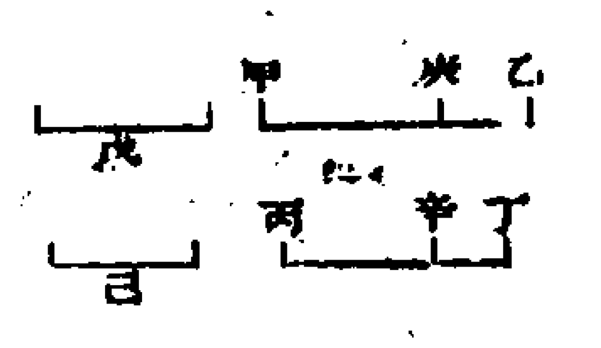
增題此兩幾何與彼兩幾何比例等於此兩幾何每截取一分其截取兩幾何與彼兩幾何比例等則分餘兩幾何與彼兩幾何比例亦等

解曰如上圖甲庚丁辛此兩幾何與丙己彼兩幾何比例等者甲庚與丙若丁辛與己也題言截取之甲乙與丙若丁戊與己則分餘之乙庚與丙亦若戊辛與己

論曰甲乙與丙既若丁戊與己卽反之丙與甲乙若己與丁戊也本篇四　又甲庚與丙既若丁辛與己而丙與甲乙亦若己與丁戊卽平之甲庚與甲乙若丁辛與丁戊也本篇廿　又分之乙庚與甲乙若戊辛與丁戊也本篇十七　夫乙庚與甲乙既若戊辛與丁戊而甲乙與丙若丁戊與己卽平之乙庚與丙若戊辛與己也本篇廿三

第二十五題

四幾何爲斷比例則最大與最小兩幾何并大於餘兩幾何并



解曰甲乙與丙丁之比例若戊與己甲乙最大己最小題言甲乙己并大於丙丁戊并

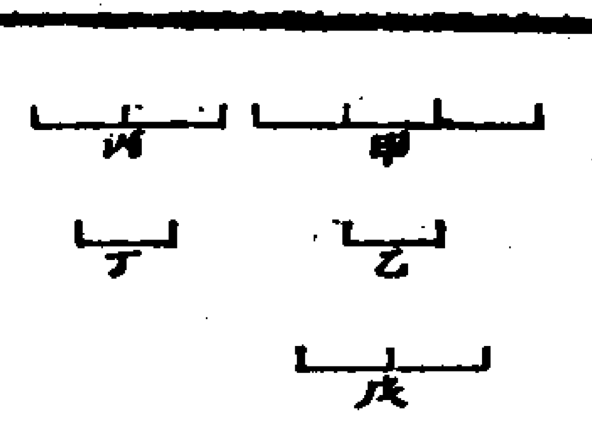
論曰試於甲乙截取甲庚與戊等於丙丁截取丙辛與己等則甲庚與丙辛之比例若戊與己也亦若甲乙與丙丁也夫甲乙全與丙丁全旣若截取之甲庚與丙辛卽亦若分餘之庚乙與辛丁也本篇十九　而甲乙最大必大於丙丁卽庚乙亦大於辛丁矣又甲庚與戊丙辛與己旣等卽於戊加丙辛於己加甲庚必等而又加不等之庚乙辛丁則甲乙己并豈不大於丙丁戊并

第二十六題

第一與二幾何之比例大於第三與四之比例反之則第二與一之比例小於第四與三之比例

解曰一甲與二乙之比例大於三丙與四丁題言反之二乙與一甲之比例小於四丁與三丙

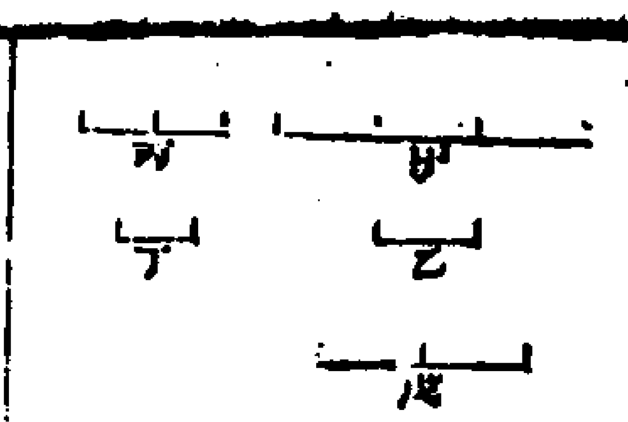
論曰試作戊與乙之比例若丙與丁卽甲與乙之比例大於戊與乙而甲幾何大於戊本篇十　則乙與戊之比例大於乙與甲也本篇八　反之則乙與戊之比例若丁與丙本篇四　而乙與甲之比例小於丁與丙



第二十七題

第一與二之比例大於第三與四之比例更之則第一與三之比例亦大於第二與四之比例

解曰一甲與二乙之比例大於三丙與四丁題言更之則一甲與三丙之比例亦大於二乙與四丁



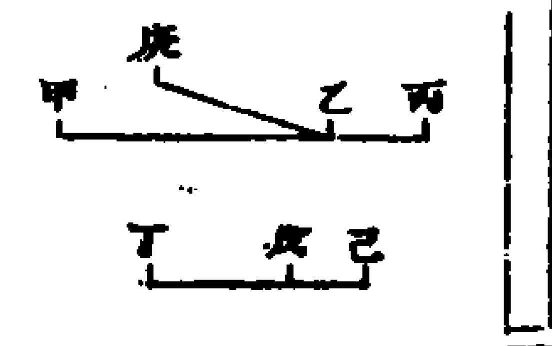
論曰試作戊與乙之比例若丙與丁即甲與乙之比例大於戊與乙而甲幾何大於戊本篇十則甲與丙之比例大於戊與丙也本篇八 夫戊與乙之比例既若丙與丁更之則戊與丙之比例亦若乙與丁本篇十六 而甲與丙之比例大於乙與丁矣

第二十八題

第一與二之比例大於第三與四之比例合之則第一第二并與二之比例亦大於第三第四并與四之比例

解曰一甲乙與二乙丙之比例大於三丁戊與四戊己

題言合之則甲丙與乙丙之比例亦大於丁己與戊己



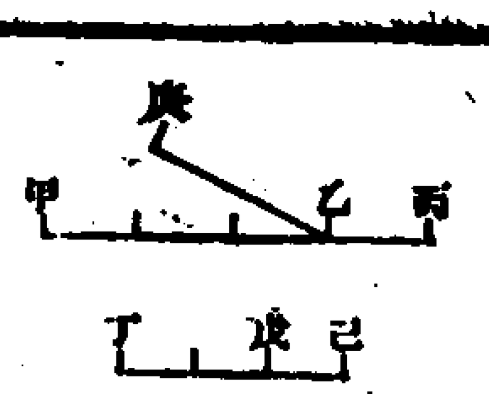
論曰試作庚乙與乙丙之比例若丁戊與戊己即甲乙與乙丙之比例大於庚乙與乙丙而甲乙幾何大於庚乙矣本篇十 此二率者每加一乙丙即甲丙亦大於庚丙而甲丙與乙丙之比例大於庚丙與乙丙也本篇八 夫庚乙與乙丙之比例既若丁戊與戊己合之則庚丙與乙丙之比例亦若丁己與戊己也本篇十八 而甲丙與乙丙之比例大於丁己與戊己矣

第二十九題

第一合第二與二之比例大於第三合第四與四之比例分之則第一與二之比例亦大於第三與四之比例

解曰甲丙與乙丙之比例大於丁己與戊己

題言分之則甲乙與乙丙之比例亦大於丁戊與戊己

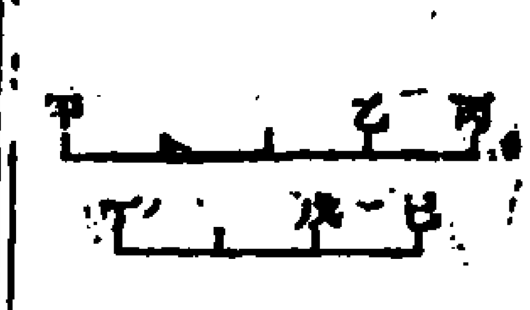


論曰試作庚丙與乙丙之比例若丁己與戊己即甲丙與乙丙之比例亦大於庚丙與乙丙而甲丙幾何大於庚丙矣本篇十 此二率者每減一同用之乙丙即甲乙亦大於庚乙而甲乙與乙丙之比例大於庚乙與乙丙也本篇八 夫庚丙與乙丙之比例既若丁己與戊己分之則庚乙與乙丙之比例亦若丁戊與戊己也本篇十七 而甲乙與乙丙之比例大於丁戊與戊己矣

第三十題

第一合第二與二之比例大於第三合第四與四之比例轉之則第一合第二與一之比例小於第三合第四與三之比例

解曰甲丙與乙丙之比例大於丁己與戊己題言轉之則甲丙與甲乙之比例小於丁己與丁戊



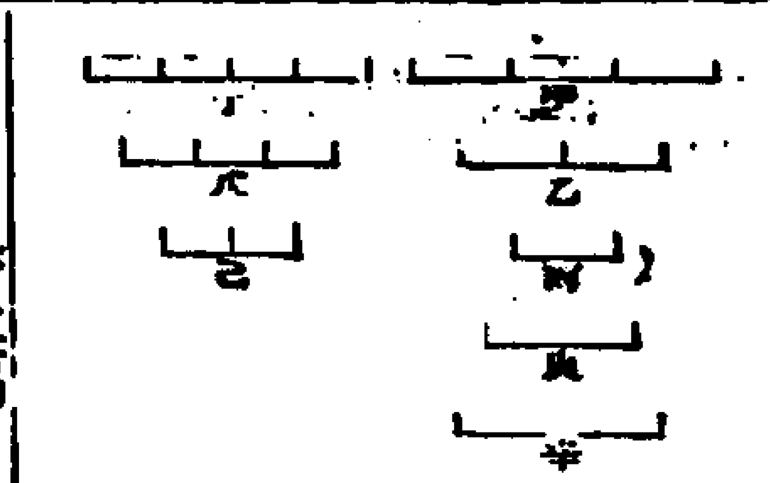
論曰甲丙與乙丙之比例既大於丁己與戊己

分之即甲乙與乙丙之比例亦大於丁戊與戊己也本篇廿九又反之乙丙與甲乙之比例小於戊己與丁戊矣本篇廿六又合之甲丙與甲乙之比例亦小於丁己與丁戊也本篇廿八

第三十一題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大於彼第一與二之比例此第二與三之比例大於彼第二與三之比例如是序者以平理推則此第一與三之比例亦大於彼第一與三之比例

解曰甲乙丙此三幾何丁戊己彼三幾何而甲與乙之比例大於丁與戊乙與丙之比例大於戊與己如是序者題言以平理推則甲與丙之比例亦大於丁與己

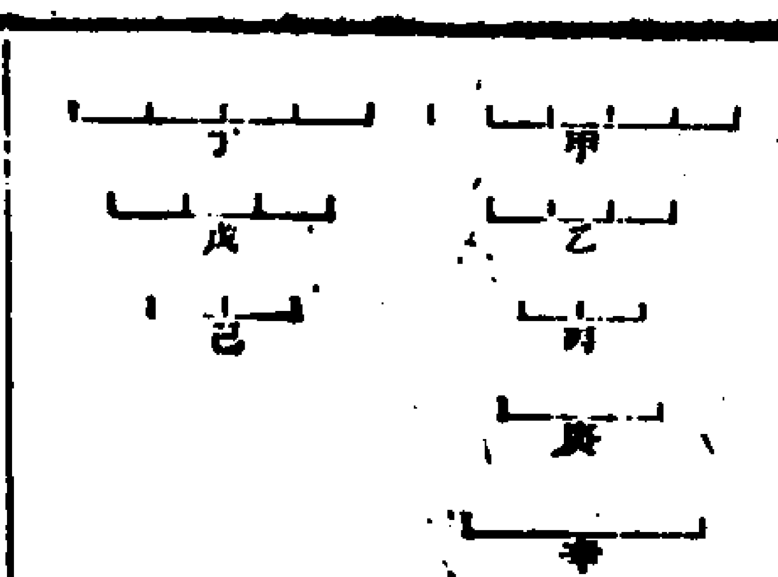


論曰試作庚與丙之比例若戊與己即乙與丙之比例大於庚與丙而乙幾何大於庚本篇十是甲與小庚之比例大於甲與大乙矣本篇八夫甲與乙之比例元大於丁與戊即甲與庚之比例更大於丁與戊也次作辛與庚之比例若丁與戊即甲與庚之比例亦大於辛與庚而甲幾何大於辛本篇十是大甲與丙之比例大於小辛與丙矣本篇八夫辛與丙之比例以平理推之若丁與己也本篇廿二則甲與丙之比例大於丁與己也

第三十二題

此三幾何彼三幾何此第一與二之比例大於彼第一與三之比例此第二與三之比例大於彼第一與二之比例如是錯者以平理推則此第一與三之比例亦大於彼第一與三之比例

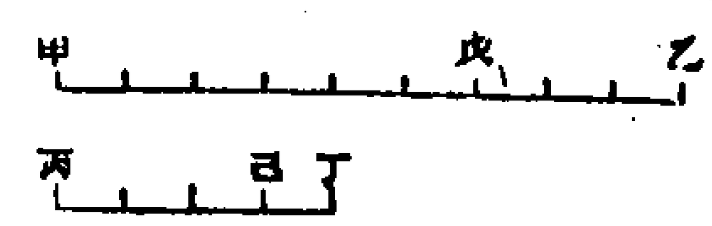
解曰甲乙丙此三幾何丁戊己彼三幾何而甲與乙之比例大於戊與己乙與丙之比例大於丁與戊如是錯者題言以平理推則甲與丙之比例亦大於丁與己



論曰試作庚與丙之比例若丁與戊即乙與丙之比例大於庚與丙而乙幾何大於庚本篇十是甲與小庚之比例大於甲與大乙矣本篇八夫甲與乙之比例既大於戊與己即甲與庚之比例更大於戊與己也次作辛與庚之比例若戊與己即甲與庚之比例亦大於辛與庚而甲幾何大於辛本篇十是大甲與丙之比例大於小辛與丙矣本篇八夫辛與丙之比例以平理推之若丁與己也本篇廿三則甲與丙之比例大於丁與己也

第三十三題

此全與彼全之比例，大於此全截分與彼全截分之比例，則此全分餘與彼全分餘之比例，大於此全與彼全之比例。

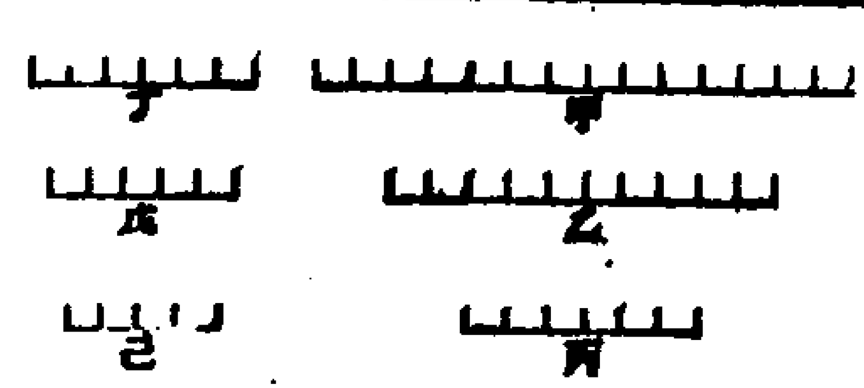


解曰：甲乙全與丙丁全之比例，大於兩截分甲戊與丙己。題言兩分餘戊乙與己丁之比例，大於甲乙與丙丁。

論曰：甲乙與丙丁之比例，既大於甲戊與丙己，更之，即甲乙與甲戊之比例，亦大於丙丁與丙己也。本篇廿七又轉之，甲乙與戊乙之比例，小於丙丁與己丁也。本篇三十又更之，甲乙與丙丁之比例，小於戊乙與己丁也。本篇廿七戊乙與己丁分餘也，則分餘之比例，大於甲乙全與丙丁全矣。依顯兩全之比例小於截分，則分餘之比例小於兩全。

第三十四題三支

若干幾何，又有若干幾何，其數等，而此第一與彼第一之比例，大於此第二與彼第二之比例；此第二與彼第二之比例，大於此第三與彼第三之比例；以後俱如是，則此并與彼并之比例，大於此末與彼末之比例；亦大於此并減第一與彼并減第一之比例；而小於此第一與彼第一之比例。

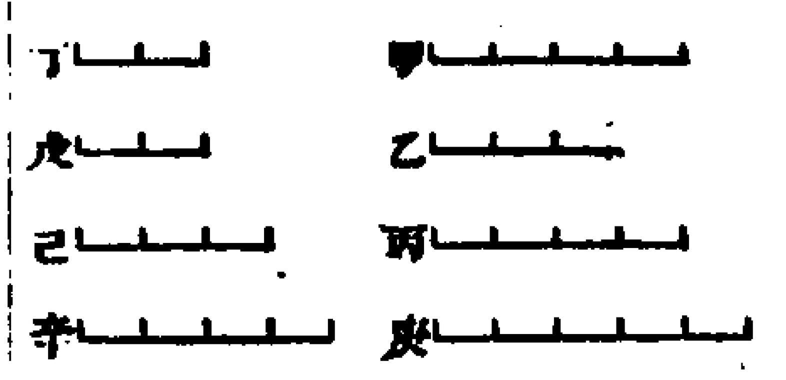


解曰：如甲乙丙三幾何，又有丁戊己三幾何，其甲與丁之比例，大於乙與戊；乙與戊之比例，大於丙與己。題先言甲乙丙并與丁戊己并之比例，大於丙與己；次言亦大於乙丙并與戊己并；後言小於甲與丁。

論曰：甲與丁之比例，既大於乙與戊，更之，即甲與乙之比例，大於丁與戊也。本篇廿七又合之，甲乙并與乙之比例，大於丁戊并與戊也。本篇廿八又更之，甲乙并與丁戊并之比例，大於乙與戊也。本篇廿七是甲乙全與丁戊全之比例，大於減并乙與減并戊也。既爾，即減餘甲與減餘丁之比例，大於甲乙全與丁戊全也。本篇卅三依顯乙與戊之比例，亦大於乙丙全與戊己全，即甲與丁之比例，更大於乙丙全與戊己全也。又更之，甲與乙丙并之比例，大於丁與戊己并也。本篇廿七又合之，甲乙丙全與乙丙并之比例，大於丁戊己全與戊己并也。本篇廿八又更之，甲乙丙全與丁戊己全之比例，大於乙丙并與戊己并也。本篇廿七則得次解也。又甲乙丙全與丁戊己全之比例，既大於減并乙丙與減并戊己，即減餘甲與減餘丁之比例，大於甲乙丙全與丁戊己全也。本篇卅二則

得後解也又乙與戊之比例既大於丙與己更之即乙與丙之比例大於戊與己也本篇廿七又合之乙丙全與丙之比例大於戊己全與己也本篇廿八又更之乙丙并與戊己并之比例大於丙與己也本篇廿七而甲乙丙并與丁戊己并之比例既大於乙丙并與戊己并即更大於末丙與末己也則得先解也

若兩率各有四幾何而丙與己之比例亦大於庚與辛即與前論同理葢依上文論乙與戊之比例大於乙丙庚并與戊己辛并即甲與丁之比例更大於乙丙庚并與戊己辛并也更之即甲與乙丙庚并之比例大於丁



與戊己辛并也本篇十八又合之甲乙丙庚全與乙丙庚并之比例大於丁戊己辛全與戊己辛并也又更之甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例大於乙丙庚并與戊己辛并也本篇廿七則得次解也又甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例既大於減并乙丙庚與減并戊己辛即減餘甲與減餘丁之比例大於甲乙丙庚全與丁戊己辛全也本篇卅三則得後解也又依前論顯乙丙庚并與戊己辛并之比例既大於庚與辛而甲乙丙庚全與丁戊己辛全之比例大於乙丙庚并與戊己辛并即更大於末庚與末辛也則得先解也自五以上至於無窮俱倣此論可顯全題之旨

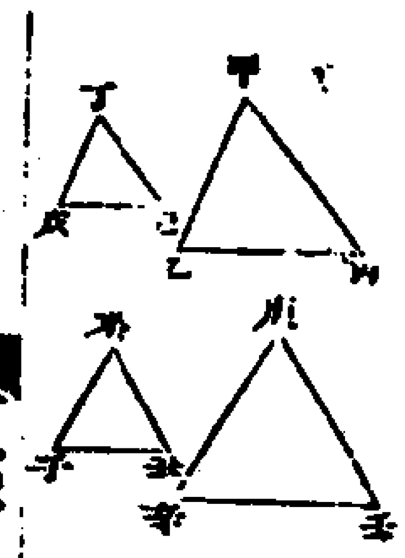
幾何原本第六卷之首

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啟　筆受

界說六則

第一界

凡形相當之各角等而各等角旁兩線之比例俱等為相似之形



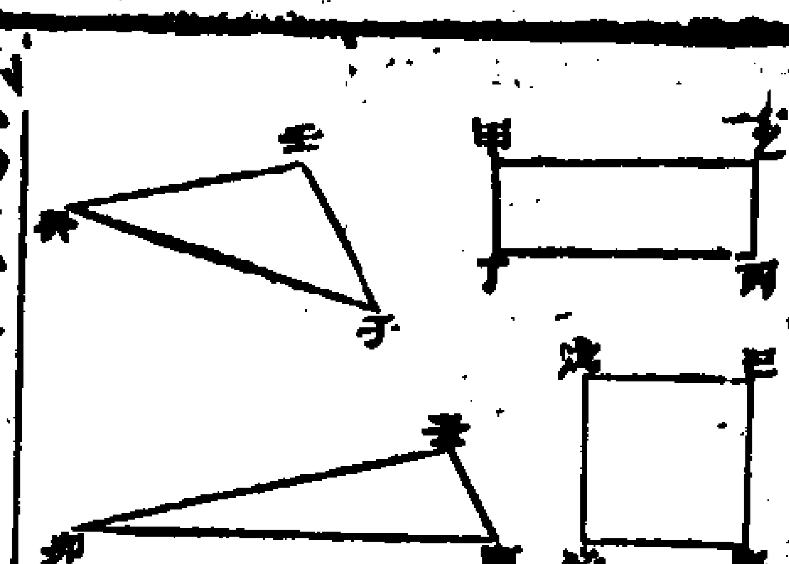
甲乙丙丁戊己兩角形之甲角與丁角等乙與戊丙與己各等其甲角旁之甲乙與甲丙兩線之比例若丁角旁之丁戊與丁己兩線而甲乙與乙丙若丁戊與戊己甲丙與丙乙若丁己與己戊則此兩角形為相似之形依顯凡平邊形皆相似之形如庚辛壬癸子丑俱平邊角形其各角俱等而各邊之比例亦等者是也四邊五邊以上諸形俱倣此

第二界

兩形之各兩邊線互為前後率相與為比例而等為互相視之形

甲乙丙丁戊己庚辛兩方形其甲乙乙丙邊與戊己己庚邊相與為比例等而彼此互為前後如甲乙與戊己

若己庚與乙丙也則此兩形為互相視之形依顯壬癸子丑寅卯兩角形之壬子與丑寅若丑卯與壬癸或壬癸與丑寅若丑卯與壬子亦互相視之形也



第三界

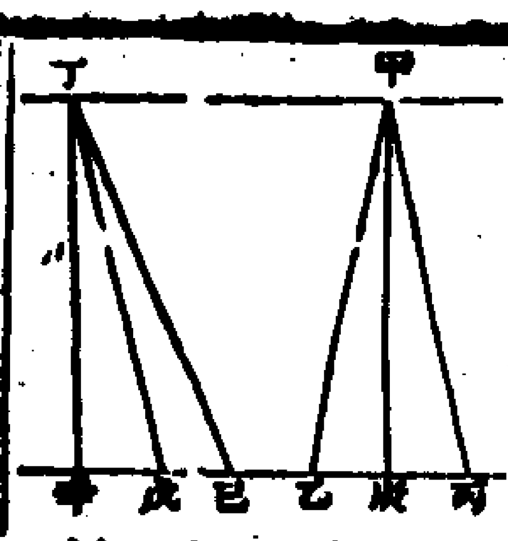
理分中末線者一線兩分之其全與大分之比例若大分與小分之比例

甲乙線兩分之于丙而甲乙與大分甲丙之比例若大分甲丙與小分丙乙此為理分中末線其分法見本卷三十題而與二卷十一題理同名異此線為用甚廣至量體尤所必須十三卷諸題多賴之古人目為神分線也

第四界

度各形之高皆以垂線之亙為度

甲乙丙角形從甲頂向乙丙底作甲庚垂線即甲庚為甲乙丙之高又丁戊己角形作丁辛垂線即丁辛為丁戊己之高若兩形相視兩垂線等即兩形之高必等如上



兩形在兩平行線之內者是也若以丙己爲頂以甲乙丁戊爲底則不等自餘諸形之度高俱倣此

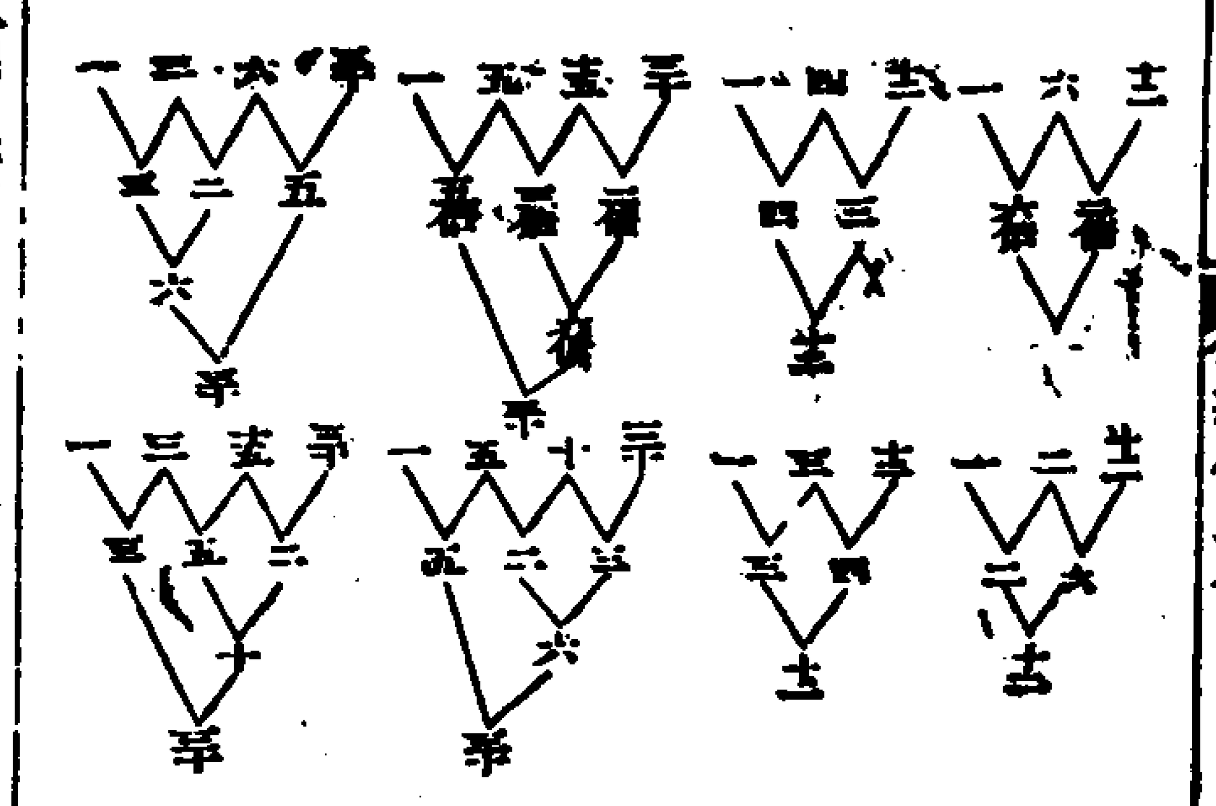
凡度物高以頂底爲界以垂線爲度蓋物之定度止有一不得有二自頂至底垂線一而已偏線無數也

第五界

比例以比例相結者以多比例之命數相乘除而結爲一比例之命數

此各比例不同理而相聚爲一比例者則用相結之法合各比例之命數求首尾一比例之命數也曷爲比例之命數謂大幾何所倍於小幾何若干或小幾何在大

幾何內若干也如大幾何四倍於小或小幾何爲大四分之一即各以四爲命比例之數也（五卷界三）今言以彼多比例之命數相乘除而結爲此一比例之命數者如十二倍之此比例則以彼二倍六倍兩比例相結也二六相乘爲十二故也或以彼三倍四倍兩比例相結也三四相乘亦十二故也又如三十倍之

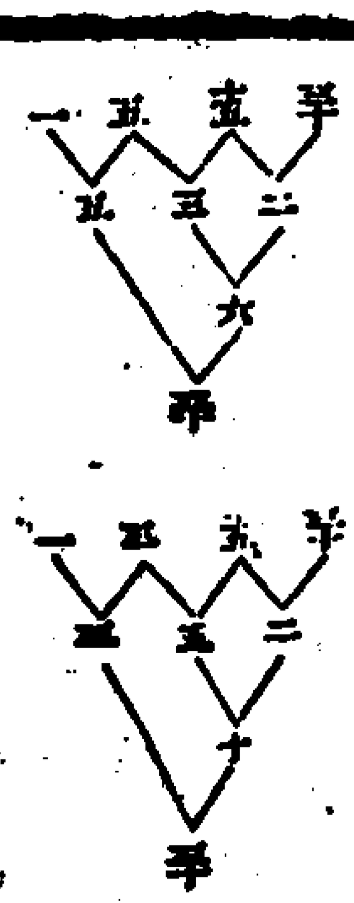


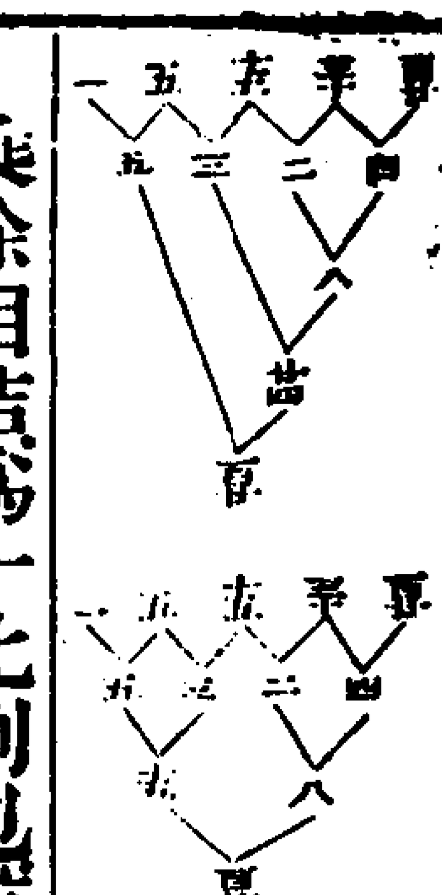
此比例則以彼二倍三倍五倍三比例相結也二乘三爲六六乘五爲三十故也

其曰相結者相結之理蓋在中率凡中率爲前比例之後後比例之前故以二比例合爲一比例則中率爲轄合之因如兩爿合此爲之腰如兩襟合此爲之紐矣第五卷第十界言數幾何爲同理之比例則第一與第三爲再加之比例再加者以前中二率之命數再加爲前後二率之命數亦以中率爲紐也但彼所言者多比例同理故止以第一比例之命數累加之此題所言則不同理之多比例不得以第一比例之命數累加之故用

此乘除相結之理于不同理之中求其同理別爲累加之法其紐結之義頗相類焉下文仍發明借象之術以需後用也

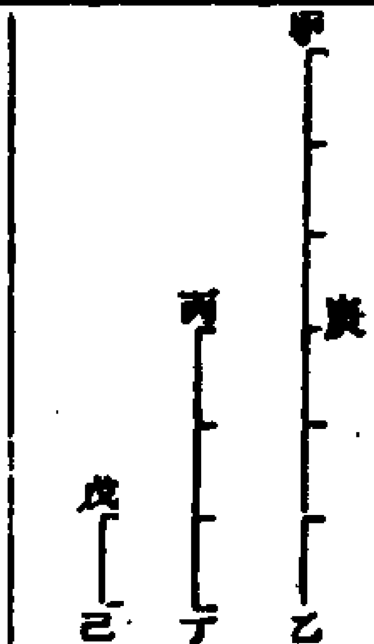
五卷言多比例同理者第一與第三爲再加與第四爲三加與第五爲四加以至無窮今此相結之理亦以三率爲始三率則兩比例相乘除而中率爲紐也若四率則先以前三率之兩比例相乘除而結爲一比例復以此初結之比例與第三比例乘除相結爲一比例也若五率則先以前三率之兩比例



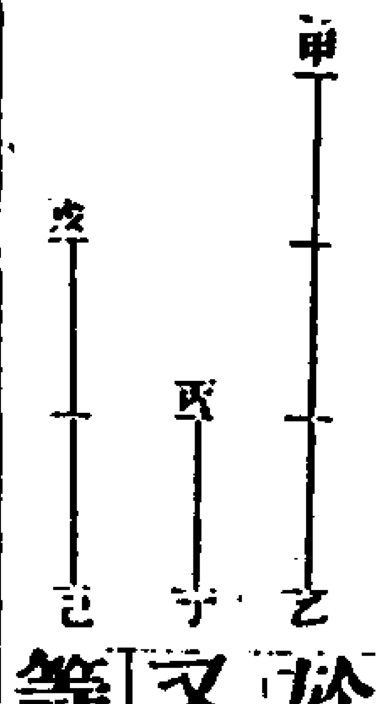


乘除相結復以此再結之比
例與第三比例乘除相結又
以三結之比例與第四比例
乘除相結爲一比例也或以第一第二第三率之兩比
例乘除相結以第三第四第五之兩比例乘除相結又
以此二所結比例乘除相結而爲一比例也自六以上
倣此以至無窮

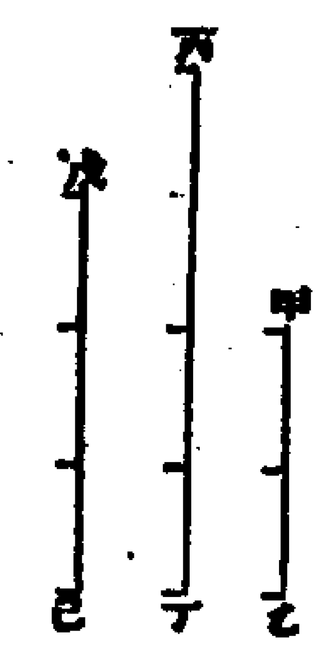
設三幾何爲二比例不同理而合爲一比例則以第一
與二第二與三兩比例相結也如上圖三幾何二比例
皆以大不等者其甲乙與丙丁爲二倍大丙丁與戊己



爲三倍大則甲乙與戊己爲六倍大
二乘三爲六也若以小不等戊己爲
第一甲乙爲第三三乘二亦六則戊
己與甲乙爲反六倍大也
甲乙與丙丁既二倍大試以甲乙二平分之爲甲庚庚
乙必各與丙丁等丙丁與戊己既三倍大而甲庚庚乙
各與丙丁等卽甲庚亦三倍大于戊己庚乙亦三倍大
於戊己而甲乙必六倍大於戊己

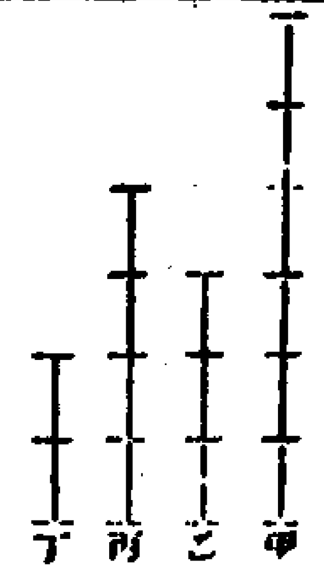


又如上圖三幾何二比例前以大不
等後以小不等者中率小于前後兩
率也其甲乙與丙丁爲三倍大丙丁與戊己爲反二倍
大反二倍大者丙丁得戊己之半卽甲乙與戊己爲等帶半三乘半得
等帶半也若以戊己爲第一甲乙爲第三反推之半乘
三爲反等帶半也

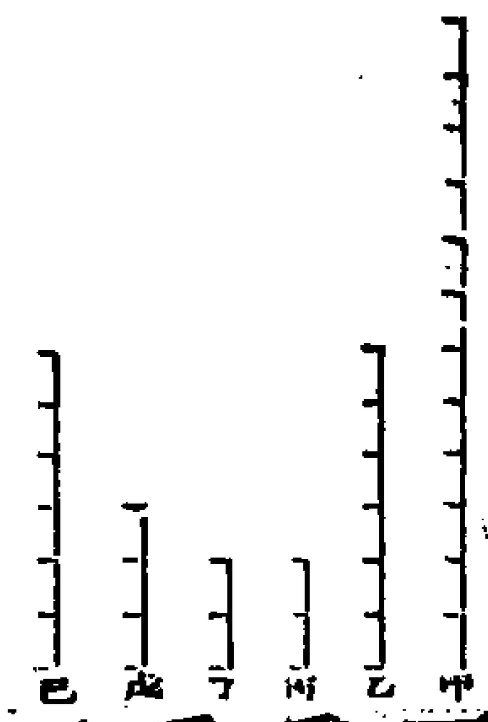


又如上圖三幾何二比例前以小不
等後以大不等者中率大於前後二
率也其甲乙與丙丁爲反二倍大甲乙得丙丁之半丙丁與戊己爲等帶三分之一卽甲乙與戊己
爲反等帶半甲乙得戊己三分之二何者如甲乙二卽丙丁當四
丙丁四卽戊己當三是甲乙二戊己當三也

後增其乘除之法則以命數三帶得數一爲四以半除
之得二二比三爲反等帶半也若以戊己爲第一甲乙
爲第三三比二爲等帶半也



設四幾何爲三比例不同理而合爲一
比例則以第一與二第二與三第三與
四三比例相結也如上圖甲乙丙丁四
幾何三比例先依上論以甲與乙乙與丙二比例相結
爲甲與丙之比例次以甲與丙丙與丁相結卽得甲與
丁之比例也如是遞結可至無窮也
或用此圖申明本題之旨曰甲與乙之命數爲丁乙與



丙之命數爲戊卽甲與丙之命數爲己何者三命數以一丁二戊相乘得三己卽三比例以一甲與乙二乙與丙相乘得三甲與丙

後增若多幾何各帶分而多寡不等者當用通分法如設前比例爲反五倍帶三之二後比例爲二倍大帶八之一卽以前命數三通其五倍爲十五得分數從之爲十七是前比例爲三與十七也以後命數八通其二倍爲十六得分數從之爲十七是後比例爲十七與八也卽首尾二幾何之比例爲三與八得二倍大帶三之二也

曷謂借象之術如上所說三幾何二比例者皆以中率爲前比例之後後比例之前乘除相結略如連比例之同用一中率也而不同理別有二比例異中率者是不同理之斷比例也無法可以相結當于其所設幾何之外別立三幾何二比例而同中率者乘除相結作爲儀式以彼異中率之四幾何二比例依倣求之卽得故謂之借象術也假如所設幾何十六爲首十二爲尾卻云十六與十二之比例若八與三及二與四之比例八爲前比例之前四爲後比例之後三與二爲前之後後之

十六			十二	十六			十二
八	三	二	四	四	九	六	二
廿四	九	九	十八	廿四	廿四	廿四	十八

十六			十二	十六			十二
六	九	四	二	四	二	六	九
廿四	卅六	卅六	十八	廿四	十二	十二	十八

十六			十二	十六			十二
六	二	四	九	四	六	二	一
廿四	八	八	十八	廿四	卅六	卅六	十八

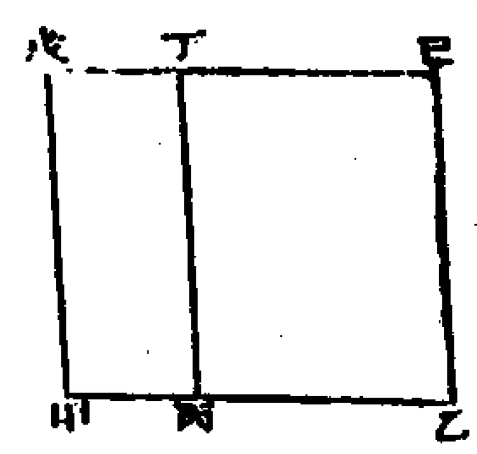
前此所謂異中率也欲以此二比例乘除相結無法可通矣用是別立三幾何二比例如其八與三二與四之比例而務令同中率如三其八得二十四爲前比例之前三其三得九爲前比例之後卽以九爲後比例之前又求九與何數爲比例若二與四得十八爲後比例之後其二十四與九若八與三也九與十八若二與四也則十六與十二若二十四與十八俱爲帶半之比例矣是用借象之術變異中率爲同中率乘除相結

而合二比例爲一比例也其三比例以上亦如上方所說展轉借象遞結之　詳見本卷二十三題算家所用借象金法雙金法俱本此

第六界

平行方形不滿一線爲形小于線若形有餘線不足爲形大于線

甲乙線其上作甲戊丁丙平行方形不滿甲乙線而丙乙上無形卽作己乙線與丁丙平行次引戊丁線遇己乙于己是爲甲戊己乙滿甲乙線平行方形則甲丁爲依甲乙線之有闕平行方形而丙己平行方形爲甲丁



之閼形又甲丙線上作甲戊己乙平行方形其甲乙邊大于元設甲丙線之較爲丙乙而甲己形大于甲丙線上之甲丁形則甲己爲依甲丙線之帶餘平行方形而丙己平行方形爲甲己之餘形

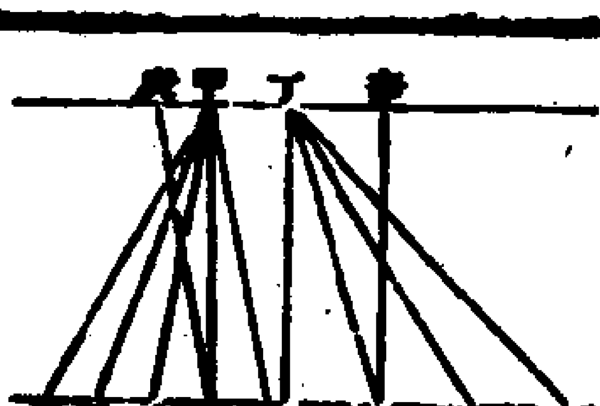
幾何原本第六卷本篇論線面之比例　計三十三題

泰西　利瑪竇　口譯
吳淞　徐光啟　筆受

第一題

等高之三角形方形自相與爲比例與其底之比例等

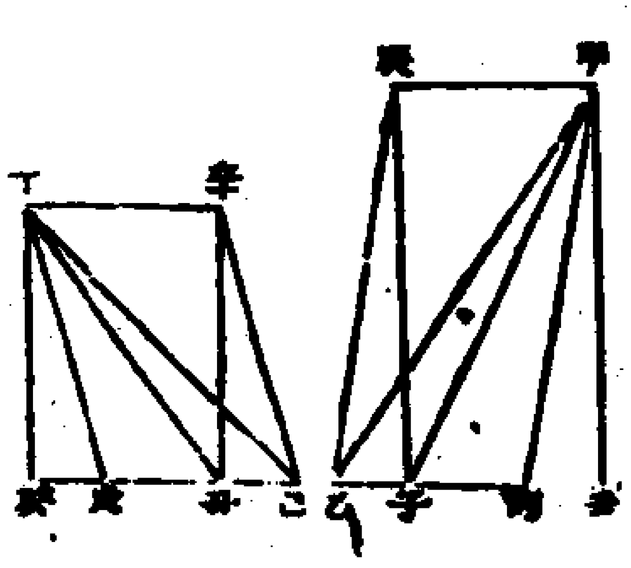
解曰甲乙丙丁戊己兩角形等高其底乙丙戊己丙庚戊辛兩方形等高其底乙丙戊己題言甲乙丙與丁戊己之比例丙庚與戊辛之比例皆若乙丙與戊己



論曰試置四形于庚辛子寅兩平行線內凡形自頂至底作垂線即本形之高故等高者必在平行線內見本卷界說四於乙子線內作數底線各與乙丙等爲乙壬壬癸癸子于己寅線內作數底線各與戊己等爲己丑丑寅次從甲從丁作甲壬甲癸甲子丁丑丁寅諸線其甲乙丙甲乙壬甲壬癸甲癸子四三角形既等底而在平行線內即等一卷三八依顯丁戊己丁己丑丁丑寅三三角形亦等則子丙底線大于乙丙若干倍而甲子丙角形大于甲乙丙亦若干倍依顯戊寅之倍戊己亦若丁戊寅之倍丁戊己底線分數與形之分數等故即用三試法若子丙底大于戊寅底則甲子丙形亦大于丁戊寅形也若等亦等若小亦小也一卷三八則

乙丙所倍之子丙三甲乙丙所倍之甲子丙與二戊己所倍之戊寅四丁戊己所倍之丁戊寅等大小皆同類也而一乙丙底與二戊己底之比例若三甲乙丙與四丁戊己矣五卷六界又丙庚戊辛兩方形各倍大于甲乙丙丁戊己兩角形一卷三十三而甲乙丙與丁戊己之比例既若乙丙與戊己即丙庚與戊辛兩方形之比例亦若乙丙與戊己兩底矣五卷十五或從壬癸子及丑寅各作直線與庚乙辛己平行即依上論推顯

增題凡兩角形兩方形各等底其自相與爲比例若兩形之高之比例

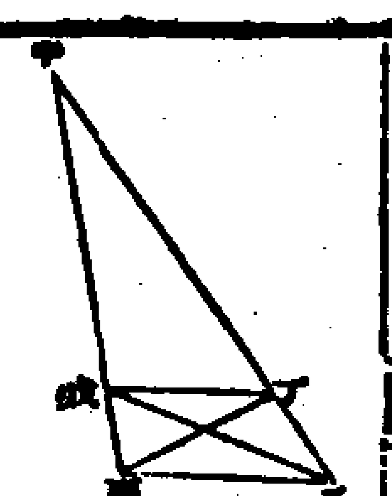


解曰甲乙丙與丁戊己兩角形甲庚乙丙與丁戊己辛兩方形其底乙丙與戊己等題言甲乙丙與丁戊己兩角形之比例甲庚乙丙與丁戊己辛兩方形之比例皆若甲壬與丁癸兩高

論曰試作子壬底線與乙丙等作丑癸底線與戊己等次作甲子丁丑兩線其甲壬子與甲乙丙兩角形等底又等高即等依顯丁癸丑與丁戊己兩角形亦等一卷三八即甲乙丙與丁戊己之比例若甲壬子與丁癸丑也五卷七今以甲壬丁癸爲底即甲壬子與丁癸丑兩角形之比例若甲壬與丁癸兩底也本篇一而甲乙丙與丁戊己之比例亦若甲壬與丁癸矣又甲乙丙與丁戊己兩角形之比例既以倍大故若甲庚乙丙與丁戊己辛兩方形之比例五卷十五即兩方形之比例亦若甲壬與丁癸兩底也五卷十一若作庚子辛丑兩線亦依前論推顯

第二題二支

三角形任依一邊作平行線即此線分兩餘邊以爲比例必等三角形內有一線分兩邊以爲比例而等即此線與餘邊爲平行



先解曰甲乙丙角形內如作丁戊線與乙丙平行題言丁戊分甲乙甲丙于丁于戊以爲比例必等者甲丁與丁乙若甲戊與戊丙也

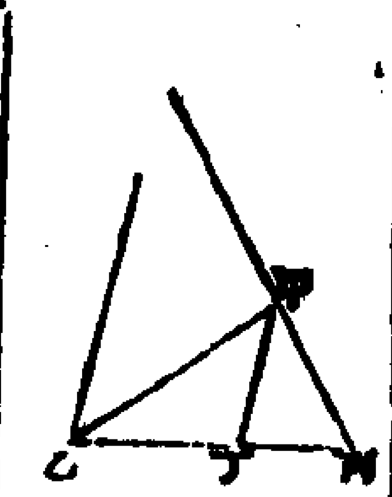
論曰試作丁丙戊乙兩線其丁戊乙丁戊丙兩角形同以丁戊爲底同在兩平行線內即等一卷三七而甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例若甲戊丁與丁戊丙矣五卷七夫甲戊丁與丁戊乙兩角形亦在兩平行線內若于戊點上作一線與甲乙平行即兩形在其內則甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例若甲丁與丁乙兩底也本篇一依顯甲戊與戊丙兩底之比

例亦若甲戊丁與丁戊丙兩角形也 兩形亦在兩平行線內故 是甲
丁與丁乙兩線之比例甲戊與戊丙兩線之比例皆若
甲戊丁與丁戊乙也或與丁戊丙也 丁戊乙與丁戊丙等 則甲丁
與丁乙亦若甲戊與戊丙也 五卷十一
後解曰甲乙丙角形內有丁戊線分甲乙甲丙于丁于
戊以爲比例而等題言丁戊與乙丙爲平行線
論曰試作丁丙戊乙兩線其甲丁與丁乙兩底之比例
若甲戊丁與丁戊乙兩角形也 在兩平行線內故見本篇一 而甲丁
與丁乙之比例若甲戊與戊丙卽甲戊丁與丁戊乙之
比例亦若甲戊與戊丙也 五卷十一 又甲戊與戊丙兩底之

比例旣若甲戊丁與丁戊丙 在兩平行線內故見本篇一 則甲戊丁
與丁戊乙之比例亦若甲戊丁與丁戊丙也 五卷十一 而丁
戊乙與丁戊丙兩角形等矣 五卷九 兩角形同以丁戊爲
底而等則在兩平行線內 一卷三十九

第三題 二支

三角形任以直線分一角爲兩平分而分對角邊爲兩分
則兩分之比例若餘兩邊之比例三角形分角之線所
分對角邊之比例若餘兩邊則所分角爲兩平分
先解曰甲乙丙角形以甲丁線分乙甲丙角爲兩平分
題言乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙



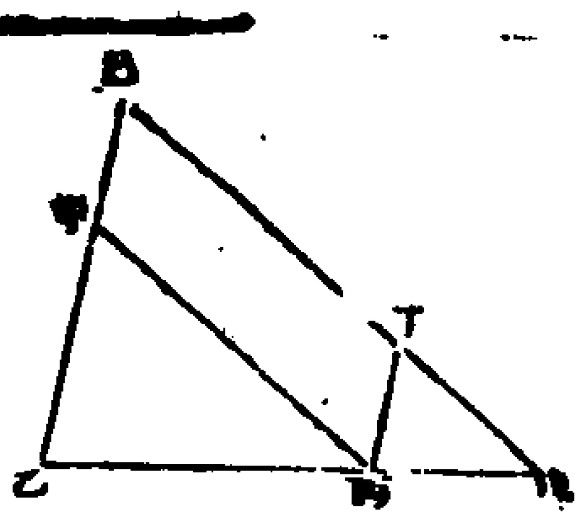
論曰試作乙戊線與甲丁平[illegible]
線引長之至戊其甲乙戊與乙[illegible]
行線相對之兩內角等外角丁甲丙與內
角戊亦等 一卷二十九 今乙甲丁與丁甲丙又等卽甲乙戊
角與戊角亦等也而甲戊與甲乙兩腰亦等矣 一卷六 則
戊甲與甲丙之比例若乙甲與甲丙也 五卷七 夫戊甲與
甲丙之比例若乙丁與丁丙也 本篇二 則乙甲與甲丙之
比例亦若乙丁與丁丙也 五卷十一
後解曰乙丁與丁丙之比例若乙甲與甲丙題言甲丁
線分乙甲丙角爲兩平分

論曰依前作乙戊線與甲丁平行而引丙甲線至戊其
乙甲與甲丙之比例旣若乙丁與丁丙而甲丁線又與戊
乙邊平行而乙丁與丁丙之比例若戊甲與甲丙 本篇二
卽乙甲與甲丙之比例亦若戊甲與甲丙 五卷十一 是戊甲
與乙甲兩線等矣 五卷九 則甲乙戊角與戊角亦等也 一卷
五 夫甲乙戊與乙甲丁爲平行線相對之兩內角等而
外角丁甲丙與內角戊亦等 一卷二十九 則乙甲丁丁甲丙
兩角必等

第四題

凡等角三角形其在等角旁之各兩腰線相與爲比例必

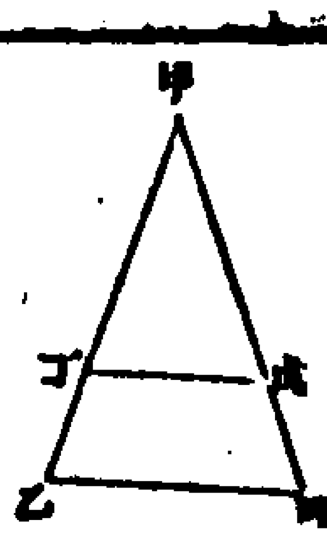
等而對等角之邊爲相似之邊



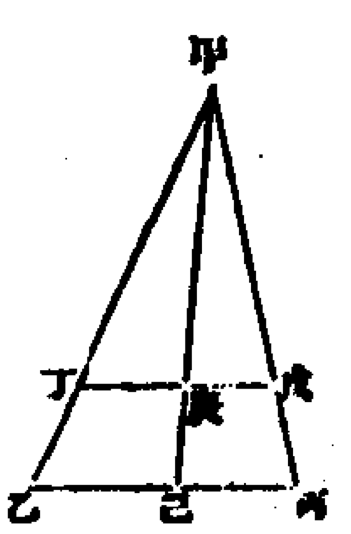
解曰甲乙丙丁丙戊兩角形等角者甲乙丙與丁丙戊甲丙乙與丁戊丙乙甲丙與丙丁戊每相當之各角俱等也題言甲乙與乙丙之比例若丁丙與丙戊甲乙與甲丙若丁丙與丁戊甲丙與乙丙若丁戊與丙戊而每對等角之邊各相似相似者謂各前各後率各對本形之相當等角

論曰試並置兩角形令乙丙丙戊兩底爲一直線而丁丙戊爲甲乙丙之外角其甲乙丙甲丙乙兩角既小于兩直角卷一十七丁戊丙與甲丙乙兩角又等即乙戊兩角亦小於兩直角而乙甲戊丁兩線引出之必相遇卷一界說十一即作兩線令遇於己其丁丙戊外角與甲乙丙內角既等即丁丙與己乙爲平行線卷一二十八依顯甲丙乙外角與丁戊丙內角既等即甲丙與己戊亦平行線卷一二十八而甲己丁丙爲平行線方形則甲己與丁丙兩線等也甲丙與己丁兩線等也卷一三十四夫乙戊己角形內之甲丙線既與己戊邊平行即甲乙與等甲己之丁丙之比例若乙丙與丙戊也本篇二更之即甲乙與乙丙若丁丙與丙戊也卷五十六又乙戊己角形內之丁丙線既與己乙邊平行即乙丙與丙戊之比例若等己丁之甲丙與丁戊也本篇二更之即乙丙與甲丙若丙戊與丁戊也卷五十六甲乙與乙丙既若丁丙與丙戊而乙丙與甲丙又若丙戊與丁戊平之即甲乙與甲丙若丁丙與丁戊也卷五二十二

一系凡角形內之直線與一邊平行而截一分爲角形必與全形相似如上甲乙丙角形作丁戊直線與乙丙平行而截一分爲甲丁戊角形必與甲乙丙全形相似何者甲丁戊外角與甲乙丙內角等甲戊丁外角亦與甲丙乙內角等卷一二十九甲角又同即兩形相似而各等角旁兩邊之比例等本題



增題凡角形之內任依一邊作一平行線于此邊任取一點向對角作直線則所分兩平行線比例等



解曰甲乙丙角形內作丁戊線與乙丙平行次于乙丙邊任取己點向甲角作直線分丁戊于庚題言乙己與己丙之比例若丁庚與庚戊

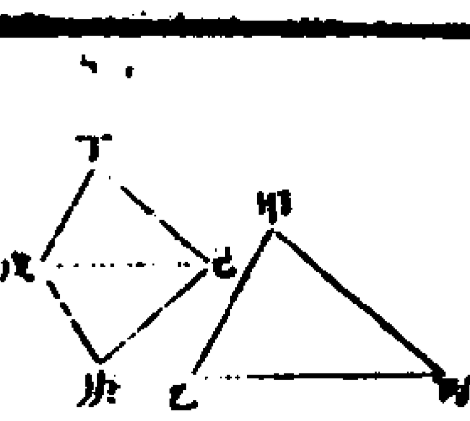
論曰甲己乙甲庚丁兩角形既相似本篇系即甲己與己乙之比例若甲庚與庚丁也更之即甲己與甲庚若己乙

與庚丁也五卷十六依顯甲己與甲庚若己丙與庚戊也則乙己與丁庚亦若己丙與庚戊也五卷十一更之即乙己與己丙若丁庚與庚戊也五卷十六

又論曰甲己乙甲庚丁兩角形甲己丙甲庚戊兩角形既各相似即乙己與甲己之比例若丁庚與庚甲也本系依顯甲己與己丙亦若甲庚與庚戊也平之即乙己與己丙若丁庚與庚戊也五卷廿二

第五題

兩三角形其各兩邊之比例等即兩形爲等角形而對各相似邊之角各等



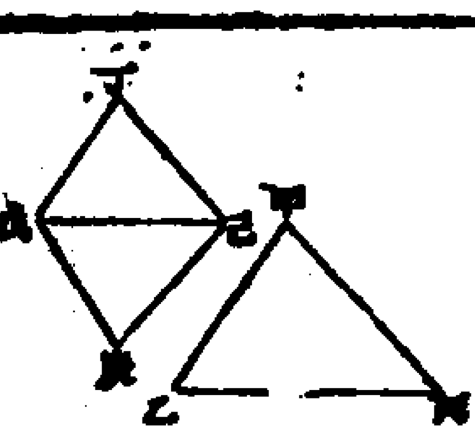
解曰甲乙丙丁戊己兩角形其各兩邊之比例等者甲乙與乙丙若丁戊與戊己而乙丙與甲丙若戊己與丁己甲丙與甲乙若丁己與丁戊也題言此兩形爲等角形而對各相似邊之角甲與丁乙與戊丙與己各等

論曰試作己戊庚角與乙角等作庚己戊角與丙角等而戊庚己庚兩線遇於庚即庚角與甲角等一卷三二是甲乙丙庚戊己兩形等角矣則甲乙與乙丙之比例若庚戊與戊己也本篇四甲乙與乙丙元若丁戊與戊己則庚戊與戊己亦若丁戊與戊己也五卷十一而丁戊與庚戊兩

線必等五卷九又乙丙與甲丙之比例若戊己與庚己本篇四而乙丙與甲丙元若戊己與丁己則戊己與庚己亦若戊己與丁己也五卷十一而丁己與庚己兩線必等五卷九夫庚戊庚己兩腰既與丁戊丁己兩腰各等戊己同底即丁角與庚角亦等一卷八其餘庚戊己與丁戊己庚己戊與丁己戊各相當之角俱等一卷四而庚角與甲角既等即丁角與甲角亦等丁戊己角與乙角丁己戊角與丙角俱等

第六題

兩三角形之一角等而等角旁之各兩邊比例等即兩形爲等角形而對各相似邊之角各等



解曰甲乙丙丁戊己兩角形其乙與戊兩角等而甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊己題言餘角丙與己甲與丁俱等

論曰試作己戊庚角與乙角等作庚己戊角與丙角等而戊庚己庚兩線遇於庚依前論推顯甲乙丙庚戊己兩形等角即甲乙與乙丙之比例若庚戊與戊己也本篇四甲乙與乙丙元若丁戊與戊己則庚戊與戊己亦若丁戊與戊己也五卷十一而丁戊與庚戊兩線必等五卷九夫丁戊庚戊兩邊既等戊己同邊庚戊己角與

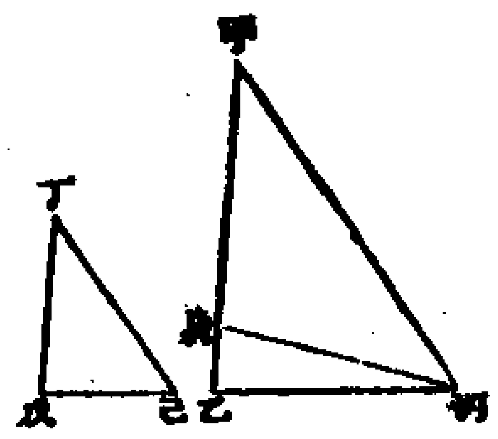
丁戊己角又等丁戊己角與乙角等而己戊庚亦與乙等故卽其餘各相當之角俱等一卷卅二而庚角旣與甲角等庚己戊角旣與丙角等卽甲角丙角與丁角戊己丁角各等而甲乙丙丁戊己爲等角形矣

第七題

兩三角形之第一角等而第二相當角各兩旁之邊比例等其第三相當角或俱小于直角或俱不小于直角卽兩形爲等角形而對各相似邊之角各等

解曰甲乙丙丁戊己兩角形其一甲角與一丁角等而第二相當角如甲丙乙兩旁之甲丙丙乙兩邊偕丁己

戊兩旁之丁己己戊兩邊比例等其第三相當角如乙與戊或俱小于直角或俱不小于直角題言兩形等角者謂甲丙乙角與己等乙角與戊等

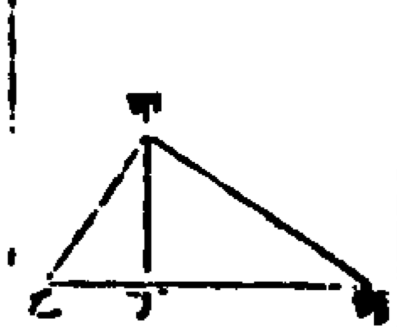


先論乙與戊俱小于直角者曰如云不然而甲丙乙大于己令作甲丙庚角與己等卽甲庚丙角宜與戊等一卷卅二甲庚丙與丁戊己爲等角形矣卽甲丙與丙庚之比例宜若丁己與己戊本篇四而先設甲丙與丙乙若丁己與己戊也是甲丙與丙庚亦若甲丙與丙乙也五卷十一是庚丙與乙丙兩線等也五卷九丙庚乙與丙乙庚兩角亦等也一卷五夫乙旣小于直角卽等庚丙之丙庚乙亦小于直角則較角之丙庚甲必大于直角也丙庚甲丙庚乙兩角等于兩直角見一卷十三而丙庚甲旣與戊等則丙庚乙宜大于直角矣其相等之乙角何由得小于直角也

後論乙與戊俱不小于直角者曰如云不然依先論乙角與丙庚乙角等卽丙庚乙亦不小于直角夫丙庚乙丙乙庚同爲角形內之兩角乃俱不小于直角一卷十七何也則甲丙乙不得不等于丁己戊也而其餘乙與戊角等矣一卷卅二

第八題

直角三邊形從直角向對邊作一垂線分本形爲兩直角三邊形卽兩形皆與全形相似亦自相似



解曰甲乙丙直角三邊形從乙甲丙直角作甲丁垂線題言所分甲丁丙甲丁乙兩三邊形皆與全形相似亦自相似

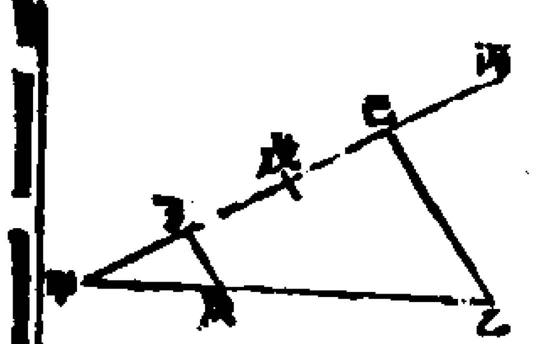
論曰甲乙丙甲丁丙兩形旣各以乙甲丙甲丁丙爲直角而丙角又同卽其餘甲乙丙丁甲丙兩角必等一卷三二則甲乙丙甲丁丙兩形必爲等角形而等角旁之各兩邊比例必等等者謂乙丙與甲丙若甲丙與丙丁也甲丙與甲乙若丙丁與甲丁也乙丙與甲乙若甲丙與甲

丁也。即甲丁丙角形與甲乙丙全形相似矣。本篇四依顯甲丁乙角形與甲乙丙全形亦相似也。何者，丙甲乙、甲丁乙兩皆直角，而乙角又同，即其餘甲丙乙、丁甲乙兩角必等。一卷卅二甲乙丙、甲丁乙兩形必爲等角形，而等角旁之各兩邊比例必等故也。依顯甲丁乙、甲丁丙兩角形亦相似也。何者，兩形各與全形相似，即兩形自相似。五卷十一

系從直角作垂線，即此線爲兩分對邊線比例之中率，而直角旁兩邊各爲對角全邊與同方分邊比例之中率。何者，丙丁與丁甲之比例若丁甲與丁乙也。故丁甲爲丙丁、丁乙兩分邊比例之中率也。又乙丙與丙甲之比例若丙甲與丙丁也。故丙甲爲乙丙、丙丁之中率也。乙丙與乙甲之比例若乙甲與乙丁也。故乙甲爲乙丙、乙丁之中率也。

第九題

一直線求截所取之分。



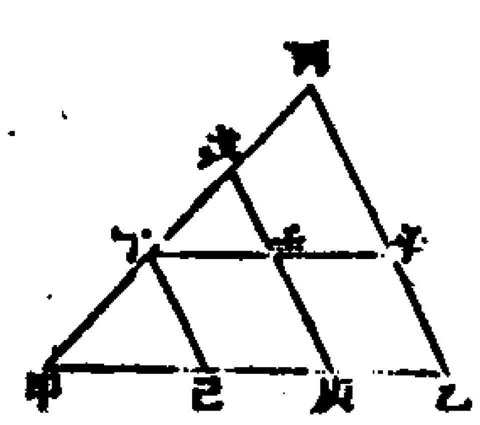
法曰：甲乙直線求截取三分之一。先從甲任作一甲丙線，爲丙甲乙角。次從甲向丙任作所命分之平度，如甲丁、丁戊、戊己爲三分也。次作己乙直線。末作丁庚線與己乙平行，即甲庚爲甲乙三分之一。

論曰：甲乙己角形內之丁庚線既與乙己邊平行，即己丁與丁甲之比例若乙庚與庚甲也。本篇二合之己甲與甲丁若乙甲與庚甲也。五卷十八而甲丁既爲己甲三分之一，即庚甲亦爲乙甲三分之一也。

注曰：甲乙線欲截取十一分之四。先作甲丙線爲丙甲乙角，從甲向丙任平分十一分至丁。次作丁乙線。末從甲取四分得戊，作戊己線與丁乙平行，即甲己爲十一分甲乙之四。何者，依上論，丁甲與戊甲之比例若乙甲與己甲也。反之，甲戊與甲丁若甲己與甲乙也。五卷四甲戊爲十一分甲丁之四，則甲己亦十一分甲乙之四矣。依此可推不盡分之數。蓋四不爲十一之盡分故。

第十題

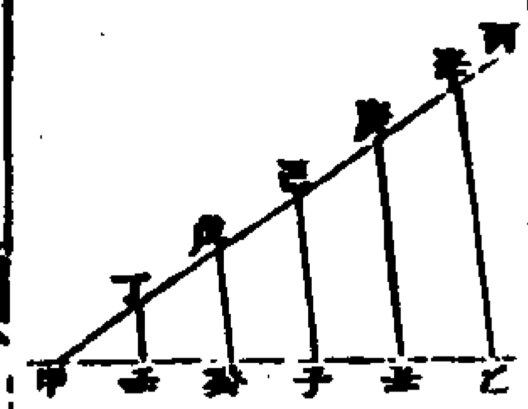
一直線求截各分，如所設之截分。



法曰：甲乙線求截各分，如所設甲丙任分之丁戊者，謂甲乙所分各分之比例若甲丁、丁戊、戊丙也。先以甲乙、甲丙兩線相聯于甲，任作丙甲乙角。次作丙乙線相聯。末從丁、從戊作丁己、戊庚兩線，皆與丙乙平行，即分甲乙

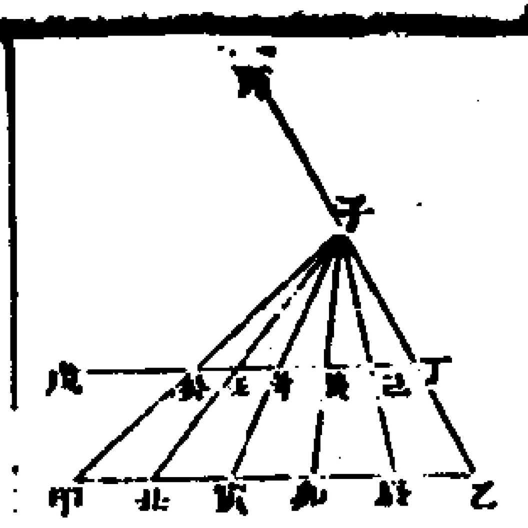
線于己于庚若甲丙之分于丁于戊

論曰甲丁與丁戊之比例既若甲己與己庚（本篇二）即甲己與己庚亦若甲丁與丁戊也更作丁辛線與甲乙平行而分戊庚于壬即丁戊與戊丙若丁壬與壬辛也亦若等丁壬之己庚（一卷卅四）與等壬辛之庚乙也（本篇二）則己庚與庚乙亦若丁戊與戊丙也



從此題作一用法平分一直線爲若干分如甲乙線求五平分即從甲任作甲丙線爲丙甲乙角次從甲向丙任作五平分爲甲丁丁戊戊己己庚庚辛次作辛乙直線

相聯末作丁壬戊癸己子庚丑四線皆與辛乙平行即壬癸子丑分甲乙爲五平分其理依前論推顯

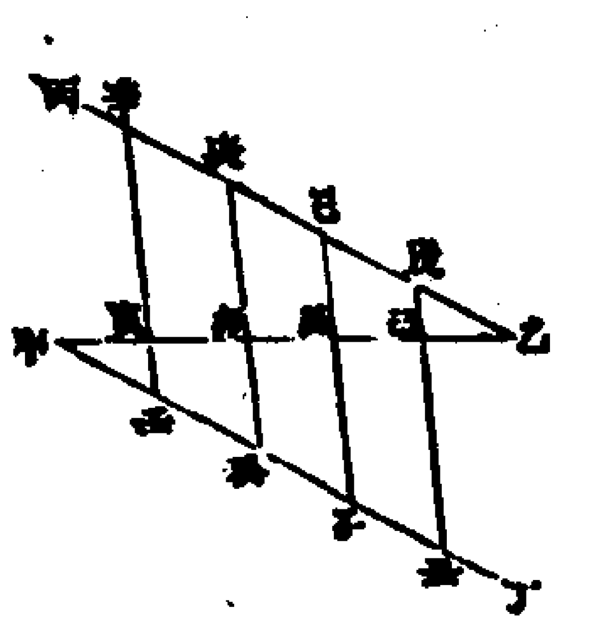


又一簡法如甲乙線求五平分即從丙任作丙乙線爲丙乙甲角次于乙丙任取一點爲丁作丁戊線與甲乙平行次從丁向戊任作五平分爲丁己己庚庚辛辛壬壬癸而丁癸線令小于甲乙次從甲過癸作甲子線遇乙丙于子末從子作子壬子辛子庚子己四線各引長之而分甲乙于丑于寅于卯于辰爲五平分

論曰丁戊與甲乙既平行即子壬癸與子丑甲兩角子癸壬與子甲丑兩角各等（一卷廿九）而甲子丑同角即甲子丑癸子壬兩角形相似矣則子癸與癸壬之比例若子甲與甲丑也（本篇四）依顯子壬與壬辛若子丑與丑寅也又癸壬與壬辛等即子壬與壬癸若子壬與壬辛也（五卷七）則子丑與丑甲亦若子丑與丑寅也而甲丑丑寅兩線等矣（五卷十一）依顯寅卯卯辰辰乙俱與甲丑等則甲乙線爲五平分

又一簡法如甲乙線求五平分即從甲從乙作甲丁乙丙兩平行線次從乙任作戊己庚辛四平分次用元度從甲作壬癸子丑四平分末作戊丑己子庚癸辛壬四

線相聯即分甲乙于己于辰于卯于寅爲五平分

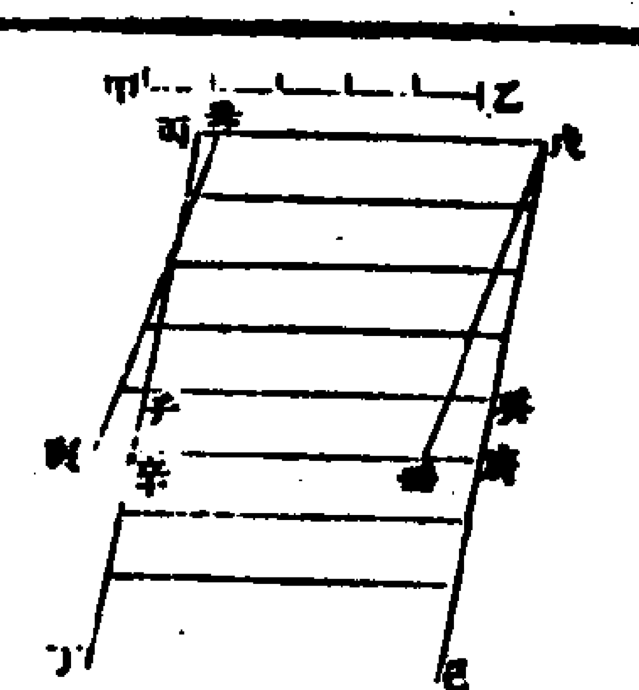


論曰辛庚與壬癸既平行相等即辛壬與庚癸亦平行（一卷卅三）依顯己子戊丑俱平行而甲丑既爲四平分則甲己亦四平分（本題）依顯乙辛既爲四平分則乙寅亦四平分而通甲乙爲五平分

又用法先作一器丙丁戊己爲平行線任平分爲若干格每作平行線相聯今欲分甲乙爲五平分即規取甲乙之度以一角抵戊丙線而一角抵庚辛線如不在庚

辛者即漸移之令至也既至壬即戊壬之分為甲乙之分矣

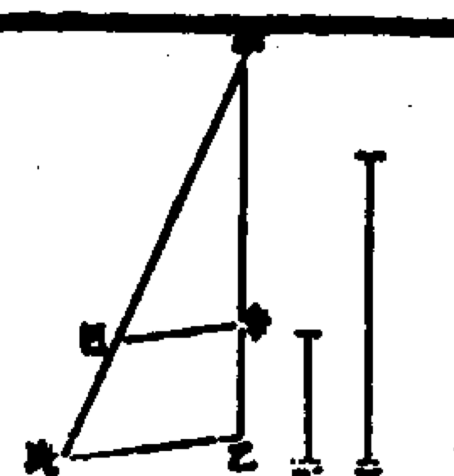
論曰庚癸與子辛既平行相等即癸子庚辛亦平行相等（一卷卅三）而丙丁戊己丙諸線俱平行相等戊庚為五平分即戊壬亦五平分矣（本題）戊壬之度既與甲乙等即自戊至壬諸格分甲乙為五平分也如戊丙線上取丑點而甲乙度抵庚辛之外若丑寅即從庚辛線引長之為庚寅而癸子諸線俱引長之其丑寅仍為五平分如前論若所欲分之線極小則製器宜密



幾何六　十六

令相稱焉

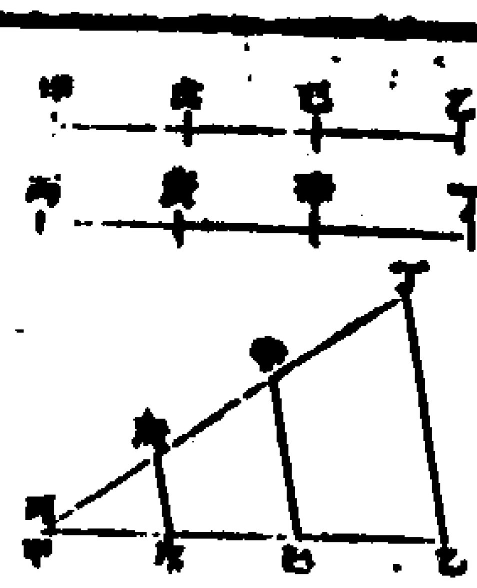
增題有直線求兩分之而兩分之比例若所設兩線之比例



法曰甲乙線求兩分之而兩分之比例若所設丙與丁先從甲任作甲戊線而為甲角次截取甲己與丙等己庚與丁等次作庚乙線聯之末作己辛線與庚乙平行即分甲乙于辛而甲辛與辛乙之比例若丙與丁說見本篇二

又增題兩直線各三分之各互為兩前兩後率比例等

即兩中率與兩前兩後率各為比例亦等



解曰甲乙丙丁兩線各三分之于戊于己于庚于辛各互為兩前兩後率比例等者甲戊與戊乙若丙庚與庚丁甲己與己乙若丙辛與辛丁也題言中率戊己庚辛各與其前後率為比例亦等者甲戊與戊己若丙庚與庚辛己乙與戊己若辛丁與庚辛也

論曰甲戊與戊乙之比例既若丙庚與庚丁即合之甲乙與戊乙若丙丁與庚丁也而甲己與己乙既若丙辛與辛丁即合之甲乙與己乙若丙丁與辛丁也又反之

幾何六　十七

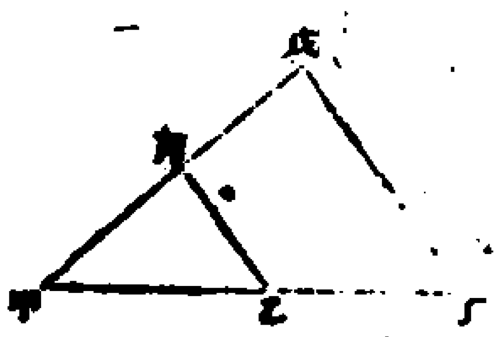
己乙與甲乙若辛丁與丙丁也夫己乙與甲乙既若辛丁與丙丁而甲乙與戊乙又若丙丁與庚丁即平之己乙與戊乙亦若辛丁與庚丁也（五卷廿二）又轉之戊乙與戊己若庚丁與庚辛也又分之己乙與戊己若辛丁與庚辛也此後解也又甲戊與戊乙既若丙庚與庚丁而戊乙與戊己又若庚丁與庚辛即平之甲戊與戊己若丙庚與庚辛也此前解也

又簡論曰如後圖聯甲于丙作乙甲丁角次作丁乙辛己庚戊三線相聯其甲戊與戊乙之比例既若丙庚與庚丁即庚戊與丁乙平行（本篇二）甲己與己乙既若丙辛

與辛丁。卽辛己與丁乙平行。本篇二 而庚戊與辛己亦平行。一卷三十 是甲戊與戊己。若丙庚與庚辛也。己乙與戊己亦若辛丁與庚辛也。本篇二

第十一題

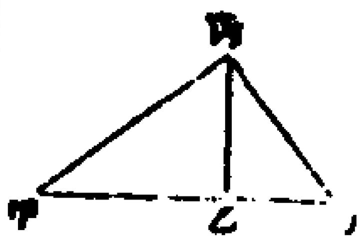
兩直線求別作一線相與爲連比例



法曰。甲乙甲丙兩線求別作一線相與爲連比例者。合兩線任作甲角。而甲乙與甲丙之比例若甲丙與他線也。先于甲乙引長之爲乙丁。與甲丙等。次作丙乙線相聯。次從丁作丁戊線與丙乙平行。末于甲丙引長之遇于戊。卽丙戊爲所求線。如以甲丙爲前率倣此。

論曰。甲丁戊角形內之丙乙線既與戊丁邊平行。卽甲乙與乙丁之比例若甲丙與丙戊也。本篇二 而乙丁甲丙元等。卽甲乙與甲丙若甲丙與丙戊也。五卷七

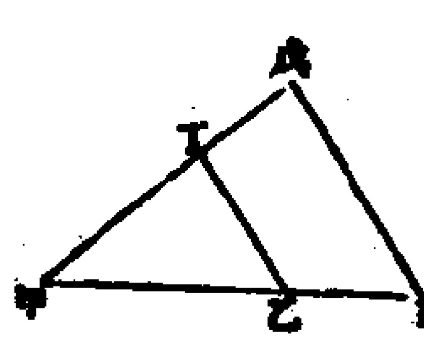
注曰。別有一法。以甲乙乙丙兩線列作甲乙丙直角。次以甲丙線聯之。而甲乙引長之。末從丙作丙丁爲甲丙之垂線。遇引長線于丁。卽乙丁爲所求線。



論曰。甲丙丁角形之甲丙丁既爲直角。而從直角至甲丁底有丙乙垂線。卽丙乙爲甲乙乙丁比例之中率。本篇八之系 則甲乙與乙丙。若乙丙與乙丁也。既從一二得三。卽從二三求四以上。至于無窮。俱倣此。

第十二題

三直線求別作一線相與爲斷比例

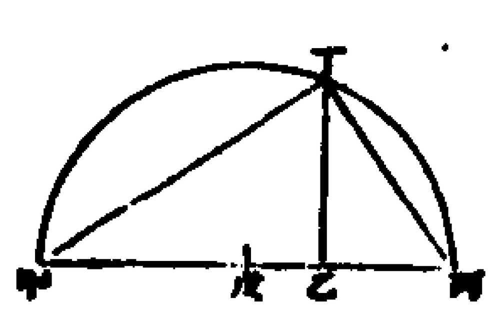


法曰。甲乙乙丙甲丁三直線求別作一線相與爲斷比例者。謂甲丁與他線之比例若甲乙與乙丙也。先以甲乙乙丙作直線爲甲丙。次以甲丁線合甲丙任作甲角。次作丁乙線相聯。次從丙作丙戊線與丁乙平行。末自甲丁引長之遇丙戊于戊。卽丁戊爲所求線。

論曰。甲丙戊角形內之丁乙線既與丙戊邊平行。卽甲丁與丁戊之比例若甲乙與乙丙。本篇二

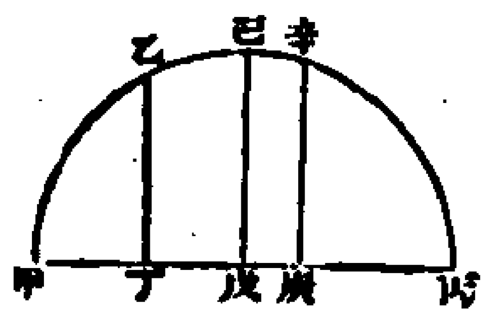
第十三題

兩直線求別作一線爲連比例之中率



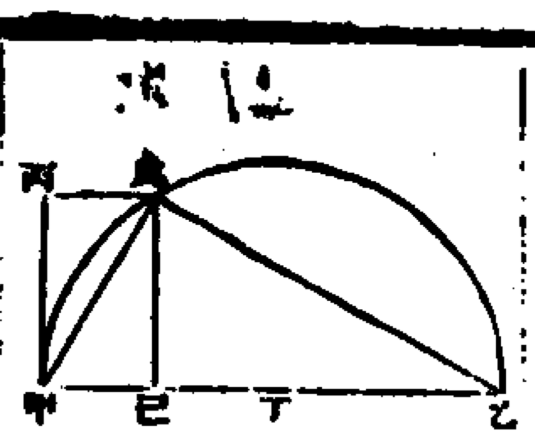
法曰。甲乙乙丙兩直線求別作一線爲中率者。謂甲乙與他線之比例若他線與乙丙也。先以兩線作一直線爲甲丙。次以甲丙兩平分于戊。次以戊爲心。甲丙爲界。作甲丁丙半圜。末從乙至圜界作乙丁垂線。卽乙丁爲甲乙乙丙之中率。

論曰試從丁作丁甲丁丙兩線卽甲丁丙爲直角三卷卅一而直角所下乙丁垂線兩分對邊線甲丙其甲乙與乙丁若乙丁與乙丙也本篇八之系則乙丁爲甲乙乙丙之中率



注曰依此題可推凡半圜內之垂線皆爲兩分徑線之中率線如甲乙丙半圜其乙丁爲甲丁丁丙之中率己戊爲甲戊戊丙之中率辛庚爲甲庚庚丙之中率也何者半圜之內從垂線作角皆爲直角三卷卅一故依前論推顯各爲中率也

增題一直線有他直線大于元線二倍以上求分他線爲兩分而以元線爲中率

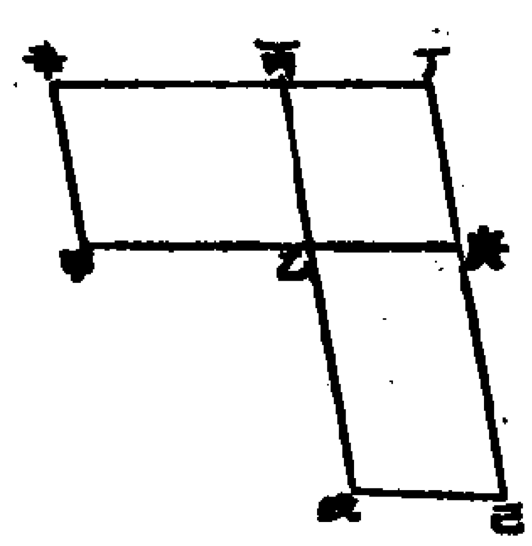


法曰甲乙線大于甲丙二倍以上求兩分甲乙而以甲丙爲中率先以甲乙甲丙聯爲丙甲乙直角而兩平分甲乙于丁次以丁爲心甲乙爲界作甲戊乙半圜次從丙作丙戊線與甲乙平行而遇半圜界于戊末從戊作戊己垂線而分甲乙于己卽戊己爲甲己己乙兩分之中率

論曰試作戊甲戊乙兩線依本題論卽戊己爲甲己己乙之中率而甲丙戊己爲平行方形卽丙甲與戊己等則丙甲亦甲己己乙之中率也

第十四題二支

兩平行方形等一角又等卽等角旁之兩邊爲互相視之邊兩平行方形之一角等而等角旁兩邊爲互相視之邊卽兩形等



先解曰甲乙丙辛乙戊己庚兩平行方形等甲乙丙戊乙庚兩角又等題言此兩角各兩旁之兩邊爲互相視之邊者甲乙與乙庚之比例若戊乙與乙丙也

論曰試以兩等角相聯于乙令甲乙乙庚爲一直線其甲乙丙與戊乙庚旣等角卽戊乙乙丙亦一直線一卷十五增題次從辛丙己庚各引長之遇於丁其辛乙乙己兩平行方形旣等卽辛乙與乙丁兩形之比例若乙己與乙丁也五卷七而辛乙與乙丁俱在兩平行線之內等高卽辛乙與乙丁兩形之比例若其底甲乙與乙庚也本篇一依顯乙己與乙丁兩形亦若其底戊乙與乙丙也則甲乙與乙庚亦若戊乙與乙丙也

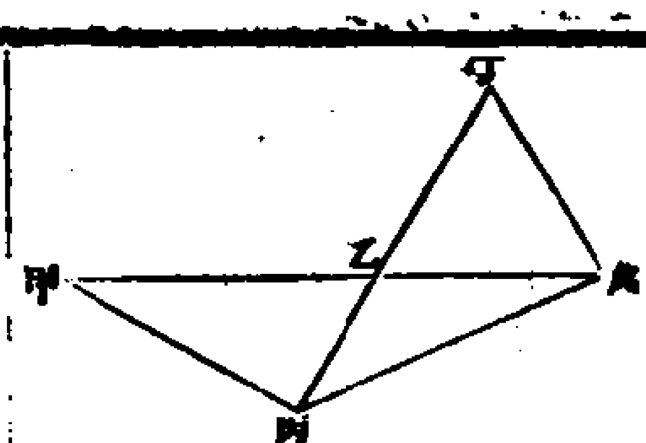
後解曰甲乙丙戊乙庚等角兩旁之各兩邊爲互相視之邊者甲乙與乙庚若戊乙與乙丙也題言辛乙乙己兩平行方形等

論曰依上論以兩等角相聯其甲乙與乙庚之比例既若戊乙與乙丙而甲乙與乙庚兩底之比例若平行等高之辛乙與乙丁兩形本篇一戊乙與乙丙兩底之比例若平行等高之乙己與乙丁兩形則辛乙與乙丁若乙己與乙丁矣而辛乙乙己兩形安得不等五卷九

第十五題 二支

相等兩三角形之一角等則等角旁之各兩邊互相視兩三角形之一角等而等角旁之各兩邊互相視則兩三角形等

先解曰甲乙丙乙丁戊兩角形等兩乙角又等題言等角旁之各兩邊互相視者謂甲乙與乙戊之比例若丁乙與乙丙也



論曰試以兩等角相聯于乙令甲乙乙戊爲一直線其甲乙丙丁乙戊既等角即丁乙乙丙亦一直線一卷十五增題次作丙戊線相聯其甲乙丙乙丁戊兩角形既等即甲乙丙與乙丙戊之比例若乙丁戊與乙丙戊也五卷七夫甲乙丙與乙丙戊兩等高形之比例若其底甲乙與乙戊也而乙丁戊與乙丙戊兩等高形亦若其底丁乙與乙丙也則甲乙與乙戊若丁乙與乙丙

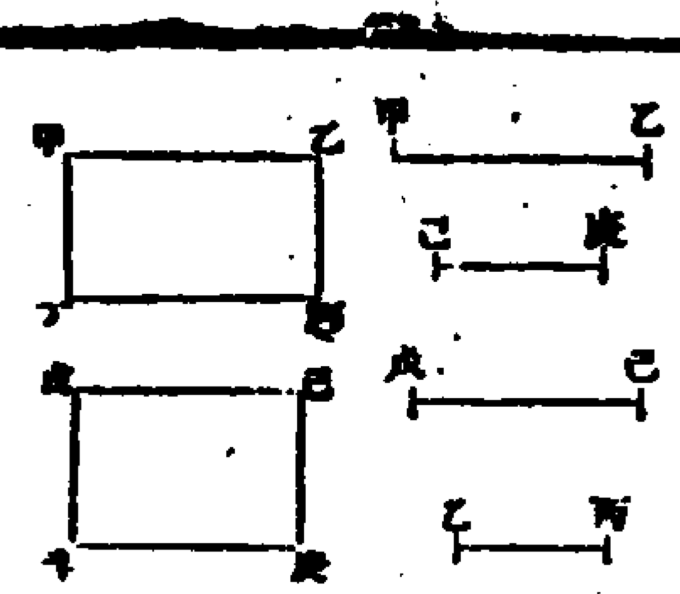
後解曰兩乙角等而乙旁各兩邊甲乙與乙戊之比例若丁乙與乙丙題言甲乙丙乙丁戊兩角形等

論曰依前列兩形令等角旁兩邊各爲一直線其甲乙與乙戊之比例既若丁乙與乙丙而甲乙與乙戊兩底又若其上甲乙丙乙丙戊兩等高角形丁乙與乙丙兩底又若其上乙丁戊乙丙戊兩等高角形則甲乙丙與乙丙戊之比例若乙丁戊與乙丙戊矣而甲乙丙與乙丁戊豈不相等五卷九

第十六題 二支

四直線爲斷比例即首尾兩線矩內直角形與中兩線矩內直角形等首尾兩線與中兩線兩矩內直角形等即四線爲斷比例

幾何六　圭



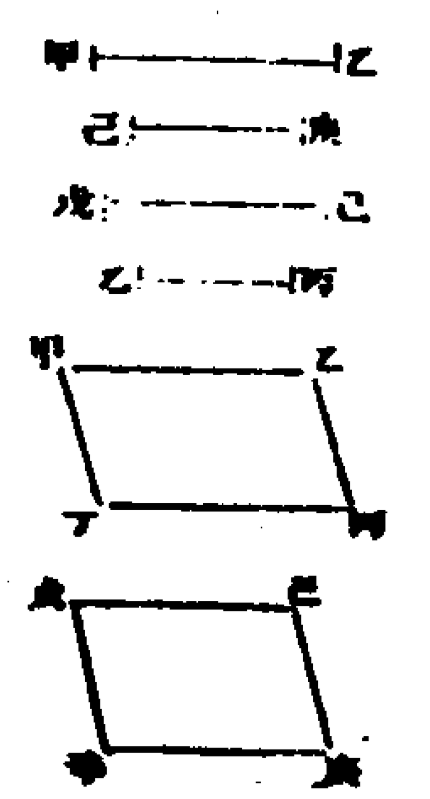
先解曰甲乙己庚戊己乙丙四直線爲斷比例者謂甲乙與己庚若戊己與乙丙也而甲乙乙丙丁爲甲乙乙丙首尾兩線矩內直角形戊己庚辛爲戊己己庚中兩線矩內直角形題言甲丙戊庚兩形等

論曰兩形之乙與己既等爲直角而甲乙與己庚之比例若戊己與乙丙是乙己等角旁之各兩邊互相視而

甲丙、戊庚兩直角形必等。本篇十四

後解曰：甲丙、戊庚兩直角形等，題言四線之比例等者，謂甲乙與己庚若戊己與乙丙也。

論曰：甲丙、戊庚兩形之乙與己既等為直角，即等角旁之各兩邊互相視，而甲乙與己庚之比例若戊己與乙丙也。本篇十四　則四線為斷比例矣。

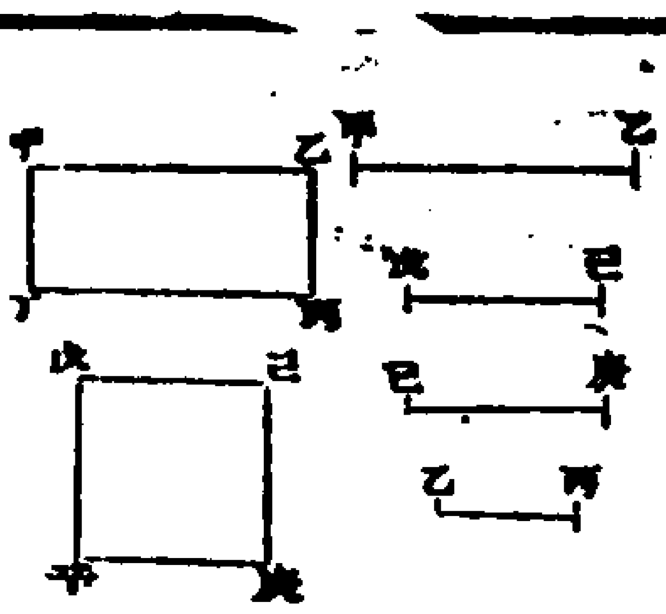


注曰：若平行斜方形而等角，亦同此論，如上圖。

以上二題，即算家句股法、三數算法所賴也。

第十七題　二支

三直線為連比例，即首尾兩線矩內直角形與中線上直角方形等。首尾線矩內直角形與中線上直角方形等，即三線為連比例。

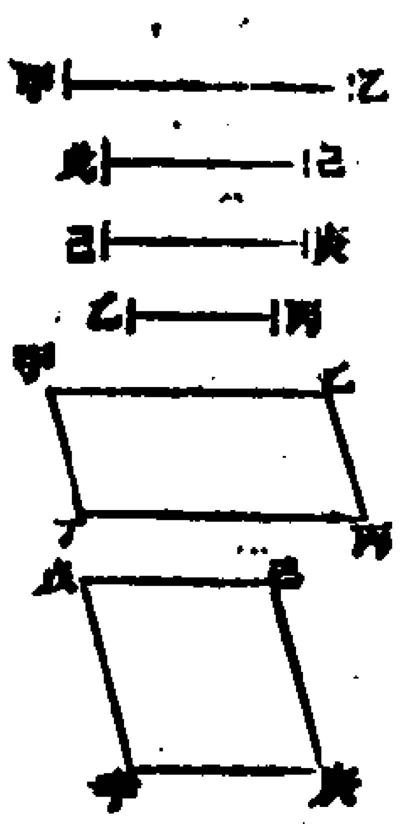


先解曰：甲乙、戊己、乙丙三線為連比例者，甲乙與戊己若戊己與乙丙也。而甲乙丙丁為甲乙、乙丙首尾線矩內直角形，戊己庚辛為戊己上直角方形。題言甲丙、戊庚兩形等。

論曰：試作己庚線與戊己等，即用乙丙、己庚、戊己為比例等者，謂甲乙與戊己若己庚與乙丙也。則戊己、己庚矩內直角形即戊己上直角方形與甲乙、乙丙首尾線矩內之甲丙形等矣。本篇十六

後解曰：甲丙直角形與戊庚直角方形等，題言甲乙與戊己之比例若戊己與乙丙。

論曰：甲丙、戊庚既皆直角形，即甲乙與戊己之比例若己庚與乙丙也。本篇十六　而己庚與乙丙亦若等己庚之戊己與乙丙，五卷七　則甲乙與戊己若戊己與乙丙矣。



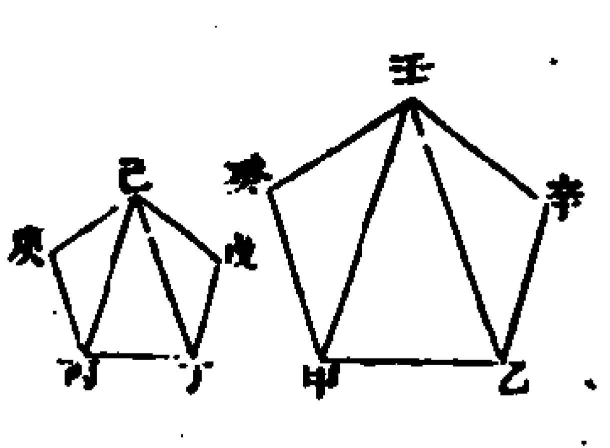
注曰：若平行斜方形而等角，亦同此論，如上圖。

系：凡直線上直角方形與他兩線所作矩內直角形等，即此線為他兩線之中率。何者？依上後論，甲乙、乙丙矩內直角形與戊己上直角方形等，即可推甲乙與戊己若戊己與乙丙，而戊己為甲乙、乙丙之中率也。

第十八題

直線上求作直線形，與所設直線形相似而體勢等。

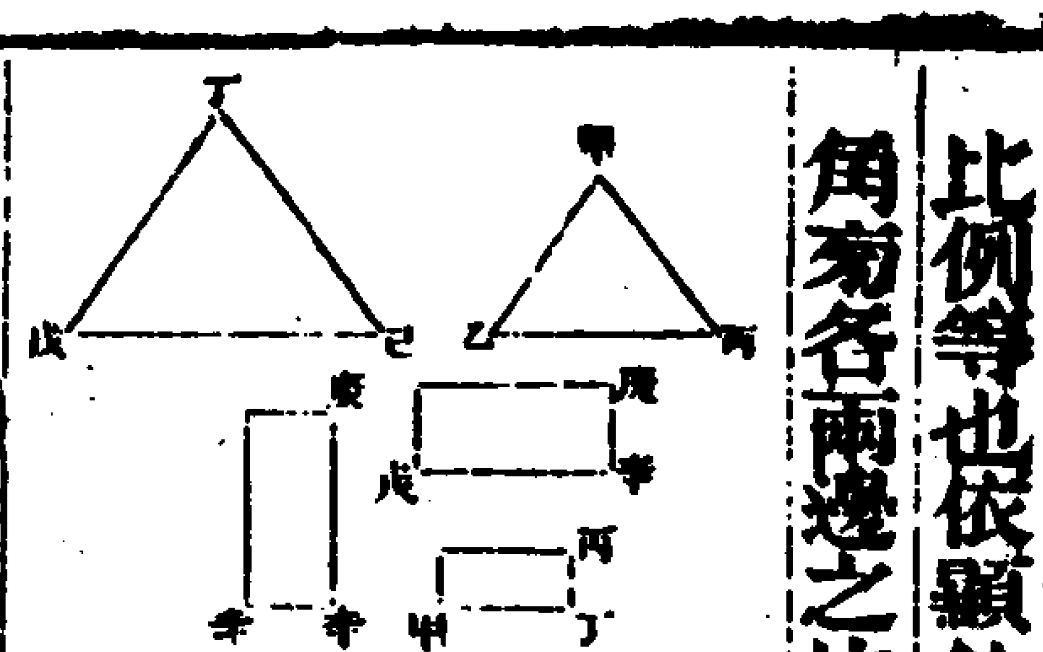
法曰：如甲乙線上求作直線形，與所設丙丁戊己庚形相似而體勢等。先于設形任從一角向各對角各作直線，而分本形為若干角形，如上設形，則從己向丙向丁



作兩直線而分爲丙丁己丁己戊丙己庚三三角形也次于元線上作乙甲壬甲乙壬兩角與丁丙己丙丁己兩角各等其甲壬乙壬兩線遇于壬卽甲壬乙與丙己丁兩角亦等而甲壬乙與丙己丁兩形爲等角形矣卷一卅二次作乙壬辛壬乙辛兩角與丁己戊己丁戊兩角各等其壬辛乙辛兩線遇于辛卽乙辛壬與丁戊己兩角亦等而乙壬辛與丁己戊兩形爲等角形矣末依上作甲壬癸與丙己庚亦爲等角形卽甲乙辛壬癸與丙丁戊己庚兩形等角則相似而體勢等凡設多

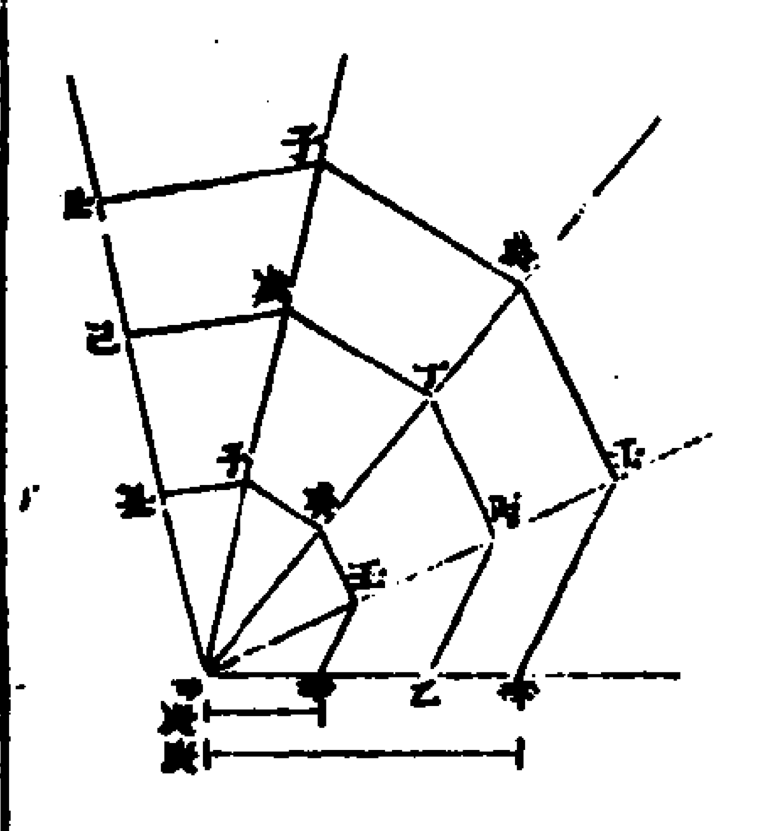
角形俱倣此

論曰壬甲乙角與己丙丁角既等而壬甲癸角與己丙庚角又等卽乙甲癸全角與丁丙庚全角等依顯甲乙辛與丙丁戊兩全角亦等而其餘各全角俱等則甲乙辛壬癸與丙丁戊己庚爲等角形矣又甲乙與乙壬之比例既若丙丁與丁己而乙壬與乙辛亦若丁己與丁戊本篇四平之卽甲乙與乙辛亦若丙丁與丁戊也卷五廿二則甲乙辛丙丁戊及辛戊角旁各兩邊之比例亦等也兩形等角卽等角旁各兩邊之比例等見本篇四又辛壬與壬乙之比例既若戊己與己丁而壬乙與壬甲亦若己丁與己丙壬甲與壬癸亦若己丙與己庚平之卽辛壬與壬癸亦若戊己與己庚也卷五廿二則辛壬癸戊己庚兩等角旁各兩邊之比例等也依顯餘角俱如是則兩形爲等角形而各等角旁各兩邊之比例俱等是兩形相似而體勢等



注曰凡線上形相當之各角等卽形相似而體勢等如上甲乙丙丁戊己兩角形其乙丙戊己線上之乙角丙角與戊角己角相當相等者是也若兩形在乙丙丁戊兩線上則雖相似而體勢不等又如上甲丙戊庚兩直

角形其甲丁與丁丙之比例若戊辛與辛庚而餘邊之比例俱等亦形相似而體勢等若甲丙壬庚兩直角形雖角旁比例等而在丁丙庚辛線上不相當則體勢不等



増作本題別有一簡法如設甲乙丙丁戊己直線形求于庚線上作直線形與相似而體勢等先于甲角旁之甲乙甲己兩線任引出之爲甲辛甲丑次從甲向各角各任作直線爲甲壬甲

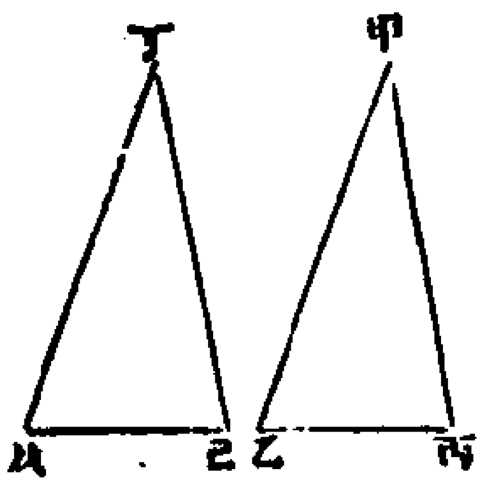
癸甲子次于甲乙線上截取甲辛與庚線等末從辛作辛壬線與乙丙平行作壬癸與丙丁癸子與丁戊子丑與戊己各平行即所求

論曰兩形之甲角既同甲乙丙甲己戊兩角與甲辛壬甲丑子兩角各等卷一九而甲丙乙甲丙丁兩角與甲壬辛甲壬癸兩角各等即乙丙丁與辛壬癸兩全角亦等依顯丙丁戊丁戊己與壬癸子癸子丑各全角各等則甲乙丙丁戊己與甲辛壬癸子丑兩直線形爲等角形矣又甲辛壬甲壬癸甲癸子甲子丑四三角形與甲乙丙甲丙丁甲丁戊甲戊己四三角形各相似本篇四之系即

甲乙與乙丙之比例若甲辛與辛壬也而乙丙與丙甲若辛壬與壬甲也丙甲與丙丁若壬甲與壬癸也平之則乙丙與丙丁亦若辛壬與壬癸也依顯餘邊俱如是則兩形相似而體勢等也

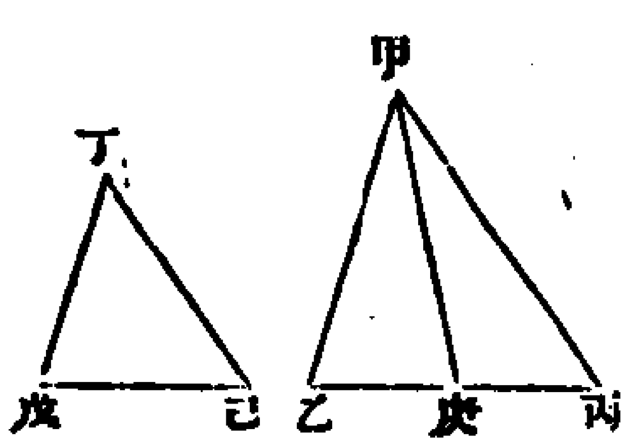
第十九題

相似三角形之比例爲其相似邊再加之比例



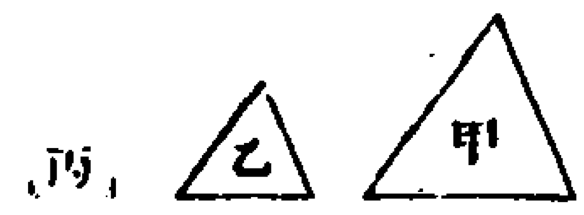
解曰如甲乙丙丁戊己兩角形等角其乙與戊丙與己相當之角各等而甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊己題言兩形之比例爲乙丙與戊己兩邊再加之比例

先論曰若兩角形等即乙丙與戊己兩邊亦等而各兩等邊爲相同之比例即兩形亦相同之比例就令作再加之比例亦未免爲相同之比例則相等之兩形即可爲兩等邊再加之比例矣



後論曰若乙丙邊大于戊己邊即于乙丙線上截取乙庚爲連比例之第三率令乙丙與戊己之比例若戊己與乙庚也本篇十一次作甲庚直線其甲乙與乙丙之比例若丁戊與戊己更之即甲乙與丁戊若乙丙

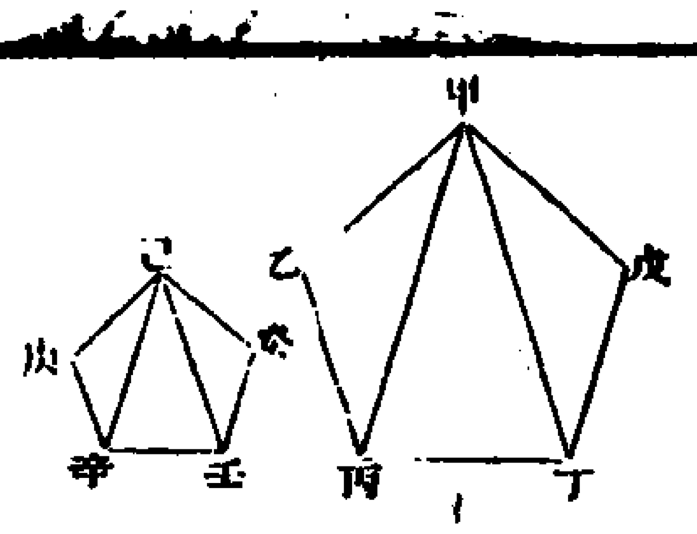
與戊己也而乙丙與戊己若戊己與乙庚則甲乙與丁戊若戊己與乙庚也夫甲乙庚與丁戊己兩角形有乙戊兩等角而各兩旁之兩邊又互相視本篇十五即兩形等則甲乙丙形與丁戊己形之比例若甲乙丙形與甲乙庚形矣五卷七又甲乙丙與甲乙庚兩等高角形之比例若乙丙底與乙庚底本篇一則甲乙丙形與丁戊己形之比例亦若乙丙底與乙庚底也既乙丙戊己乙庚三線爲連比例則一乙丙與三乙庚之比例爲一乙丙與二戊己再加之比例矣是甲乙丙與丁戊己兩形之比例爲乙丙與戊己再加之比例也



系依本題可顯凡三直線爲連比例卽第一線上角形與第二線上角形之比例若第一線與第三線之比例如上甲乙丙三直線爲連比例其甲與乙上各有角形相似而體勢等則一甲線與三丙線之比例若甲形與乙形也何者甲線與丙線之比例爲甲線與乙線再加之比例而甲形與乙形之比例亦甲線與乙線再加之比例則甲形與乙形之比例若甲線與丙線矣依題二乙上角形與三丙上角形相似而體勢等則二乙形與三丙形之比例若一甲線與三丙線

第二十題三支

以三角形分相似之多邊直線形則分數必等而相當之各三角形各相似其各相當兩三角形之比例若兩元形之比例其元形之比例爲兩相似邊再加之比例



先解曰此甲乙丙丁戊彼己庚辛壬癸兩多邊直線形其乙甲戊庚己癸兩角等餘相當之各角俱等而各等角旁各兩邊之比例各等題先言各以角形分之其角形之分數必等而相當之各角形各相似

論曰試從乙甲戊庚己癸兩角向各對角俱作直線爲甲丙甲丁己辛己壬其元形既相似卽角數等而所分角形之數亦等又乙角既與庚角等而角旁各兩邊之比例亦等卽甲乙丙與己庚辛兩角形必相似本篇六乙甲丙與庚己辛兩角甲丙乙與己辛庚兩角各等而各等角旁各兩邊之比例各等本篇四依顯甲戊丁己癸壬兩角形亦相似又甲丙與丙乙之比例既若己辛與辛庚而丙乙與丙丁若辛庚與辛壬兩元形相似故平之卽甲丙與丙丁若己辛與辛壬也五卷廿二又乙丙丁角既與庚辛壬角等而各減一相等之甲丙乙角己辛庚角卽所存甲丙丁角與己辛壬角必等則甲丙丁與己辛壬兩角形亦等角形亦相似矣本篇六

次解曰題又言各相當角形之比例若兩元形之比例

論曰甲乙丙己庚辛兩角形既相似卽兩形之比例爲甲丙己辛兩相似邊再加之比例本篇十九依顯甲丙丁己辛壬之比例亦爲甲丙己辛再加之比例則甲乙丙與己庚辛兩角形之比例若甲丙丁與己辛壬兩角形之比例依顯甲丁戊與己壬癸之比例亦若甲丙丁與己辛壬之比例則此形中諸角形之比例若彼形中諸角形之比例此諸形爲前率彼諸形爲後率而一前與一

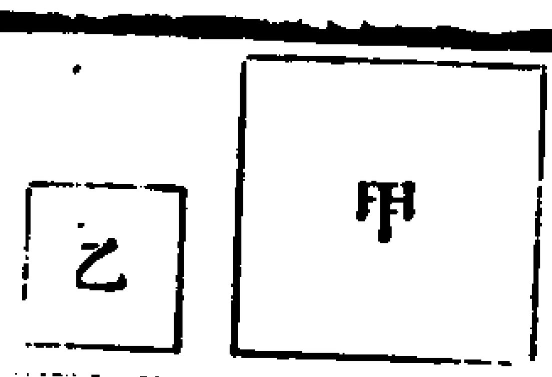
後之比例又若并前與并後之比例(五卷十二)自此一角形與相當彼一角形之比例若此元形與彼元形之比例矣

後解曰題又言兩多邊元形之比例爲兩相似邊再加之比例

論曰甲乙丙與己庚辛兩角形之比例既若甲乙丙丁戊與己庚辛壬癸兩多邊形之比例而甲乙丙與己庚辛兩形之比例爲甲乙己庚兩相似邊再加之比例(本篇十九)則兩元形亦爲甲乙己庚再加之比例

增題此直線倍大于彼直線則此線上方形與彼線上方形爲四倍大之比例若此方形與彼方形爲四倍大之比例則此方形邊與彼方形邊爲二倍大之比例

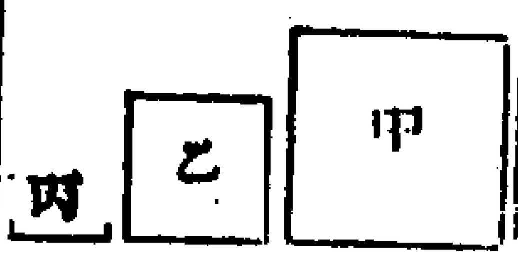
先解曰甲線倍乙線題言甲上方形與乙上方形爲四倍大之比例



論曰凡直角方形俱相似(本卷界說一)依本題論則甲方形與乙方形之比例爲甲線與乙線再加之比例甲線與乙線既爲倍大之比例則兩方形爲四倍大之比例矣何者四倍大之比例爲二倍大再加之比例若一二四爲連比例故也

後解曰若甲上方形與乙上方形爲四倍大之比例題言甲邊與乙邊爲二倍大之比例

論曰兩方形四倍大之比例既爲兩邊再加之比例則甲邊二倍大于乙邊



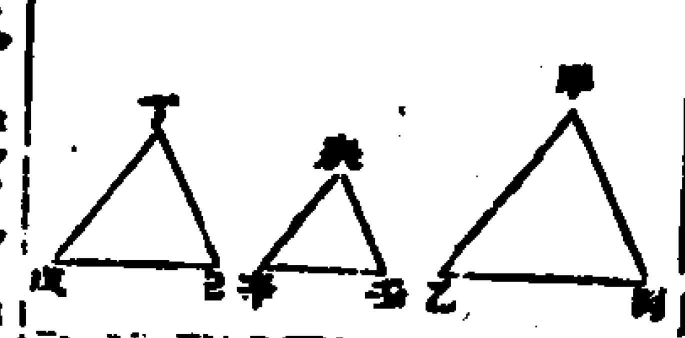
系依此題可顯三直線爲連比例如甲乙丙則第一線上多邊形與第二線上相似多邊形之比例若第一線與第三線之比例

此系與本篇第十九題之系同論

第二十一題

兩直線形各與他直線形相似則自相似

解曰甲乙丙丁戊己兩直線形各與庚辛壬形相似題言兩形亦自相似



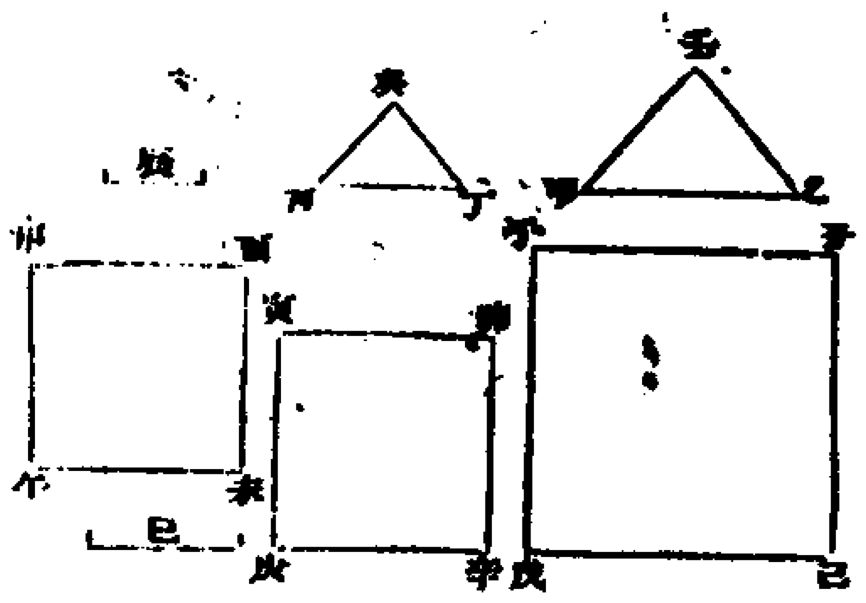
論曰甲乙丙形之各角既與庚辛壬形之各角等而丁戊己形之各角亦與庚辛壬形之各角等即兩形之各角自相等(公論一)兩形之各角既等則甲乙丙形與庚辛壬形各等角旁各邊之比例等(五卷十一)而丁戊己形與庚辛壬形各等角旁各邊之比例亦等也是甲乙丙形與丁戊己形各等角旁各邊之比例亦等也各角既等各邊之比例又等即兩形定相似矣(本卷界說一)

第二十二題(二支)

四直線爲斷比例則兩比例線上各任作自相似之直線形亦爲斷比例兩比例線上各任作自相似之直線形爲斷比例則四直線亦爲斷比例

先解曰甲乙丙丁戊己庚辛四直線爲斷比例者甲乙與丙丁若戊己與庚辛也今于甲乙丙丁上各任作直線形自相似如甲乙壬丙丁癸于戊己庚辛上各任作直線形自相似如戊己丑子庚辛卯寅題言四形亦爲斷比例者謂甲乙壬與丙丁癸若戊丑與庚卯也

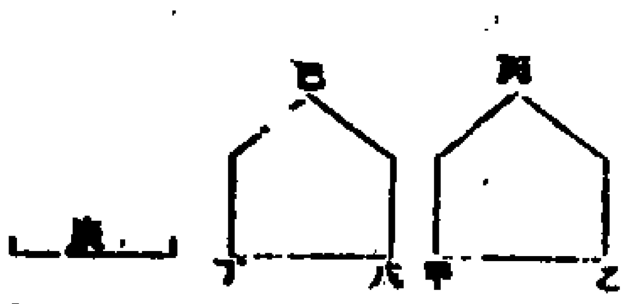
論曰試以甲乙丙丁兩線求其連比例之末率線爲辰本篇十一又以戊己庚辛兩線求其連比例之末率線爲巳平之卽甲乙與辰之比例若戊己與巳也五卷廿二夫甲乙壬與丙丁癸兩相似形之比例若甲乙線與辰線本篇十九及廿之系而戊丑與庚卯兩相似形之比例若戊己線與巳線則甲乙壬與丙丁癸之比例亦若戊丑與庚卯矣五卷十一



後解曰如前四形爲斷比例題言甲乙丙丁戊己庚辛兩線亦爲斷比例

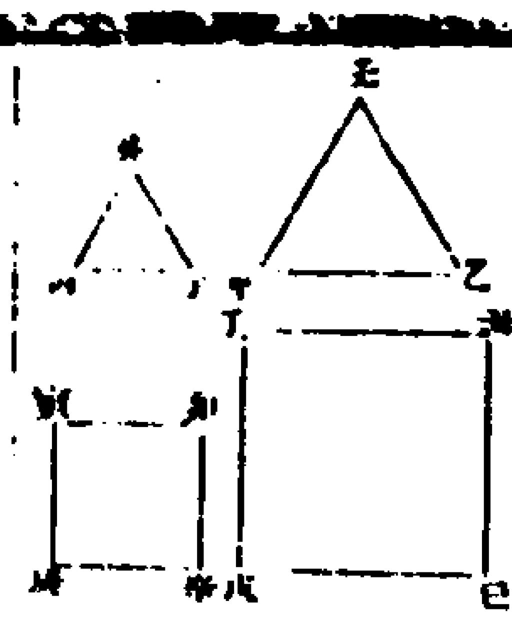
論曰試以甲乙丙丁戊己三線求其斷比例之末率線爲午未本篇十二次于午未上作直線形與戊丑相似而體勢等爲午未酉申本篇十八午酉與戊丑相似卽與庚卯亦相似而甲乙壬與丙丁癸之比例旣若戊己與午未依上論卽甲乙壬與丙丁癸之比例若戊丑與午酉矣夫甲乙壬與丙丁癸之比例元若戊丑與庚卯則戊丑與午酉亦若戊丑與庚卯也五卷十一而午酉與庚卯等也五卷九午酉與庚卯旣等又相似而體勢等卽兩形必在等線之上而庚辛與午未必等見下方補論則戊己與午未之比例若戊己與庚辛也而戊己與午未元若甲乙與丙丁則甲乙與丙丁亦若戊己與庚辛也

補論曰庚卯午酉兩直線形相等相似而體勢等卽在等線之上者何也蓋庚辛與午未若云不等者或言庚辛大於午未也則辛卯宜亦大於未酉矣五卷十四而庚卯形宜亦大于午酉形矣何先設兩形等也言小倣此補論若前此未著而論中無他論可徵故別作一論以足未備



又補論曰甲乙丙丁戊己兩直線形相等相似而體勢等卽相似邊如甲乙與丁戊必等者何也蓋云不等者或言甲乙大于丁戊也卽令以甲乙丁戊兩線求其連比例之末率線爲庚本篇十一其甲乙與丁戊旣若丁戊與庚而甲乙大于

丁戊即丁戊宜大于庚即甲乙宜更大于庚矣然甲乙與庚之比例若甲乙丙形與丁戊己形（本篇十九及廿之系）甲乙既大于庚則甲乙丙宜大于丁戊己何先設兩形等也是甲乙不能大于丁戊矣言小倣此



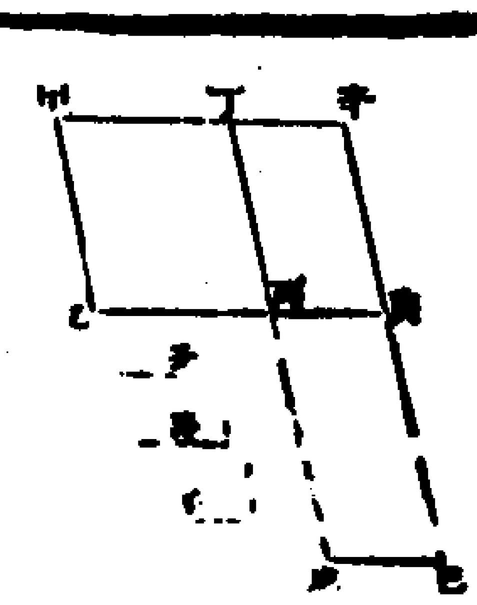
增論曰本題別有簡論今先顯四線之比例等而甲乙壬與丙丁癸兩形之比例若戊丑與庚卯兩形者蓋甲乙與丙丁之比例若戊己與庚辛而甲乙壬與丙丁癸之比例爲甲乙與丙丁再加之比例（本篇十九）戊丑與庚卯之比例亦爲戊己與庚辛再加之比例是甲乙壬與丙丁癸若戊丑與庚卯也

次增論曰今顯四形之比例等而甲乙與丙丁兩線之比例若戊己與庚辛兩線者蓋甲乙壬與丙丁癸之比例若戊丑與庚卯而甲乙壬與丙丁癸之比例爲甲乙與丙丁再加之比例若戊丑與庚卯爲戊己與庚辛再加之比例（本篇十九）則甲乙與丙丁之比例若戊己與庚辛矣

第二十三題

等角兩平行方形之比例以兩形之各兩邊兩比例相結

解曰甲丙丙己兩平行方形之乙丙丁戊丙庚兩角等



題言兩形之比例以各等角旁各兩邊之比例相結者謂兩比例之前率在此形兩比例之後率在彼形如甲丙與丙己之比例以乙丙與丙庚借丁丙與丙戊相結也或以乙丙與丙戊借丁丙與丙庚相結也

論曰試以兩等角相聯于丙而乙丙丙庚作一直線其乙丙丁角既與戊丙庚角等即戊丙丙丁亦一直線（一卷十五增）次于甲丁己庚各引長之遇于辛次任作一壬線次以乙丙丙庚壬三線求其斷比例之末率線爲癸（本篇十二）末以丁丙丙戊癸三線求其斷比例之末率線爲子

其乙丙與丙庚兩底之比例既若甲丙與丙辛兩形（本篇一）而乙丙與丙庚亦若壬與癸則甲丙與丙辛亦若壬與癸也（五卷十一）依顯丙辛與丙己亦若癸與子也平之即甲丙與丙己若壬與子也（五卷廿二）夫壬與子之比例元以壬與癸癸與子兩比例相結（本卷界說五）而壬與癸癸與子元若乙丙與丙庚丁丙與丙戊則甲丙與丙己之比例以乙丙與丙庚借丁丙與丙戊兩比例相結也其以乙丙與丙戊借丁丙與丙庚相結則先以乙丙丙戊爲一直線可依上推顯

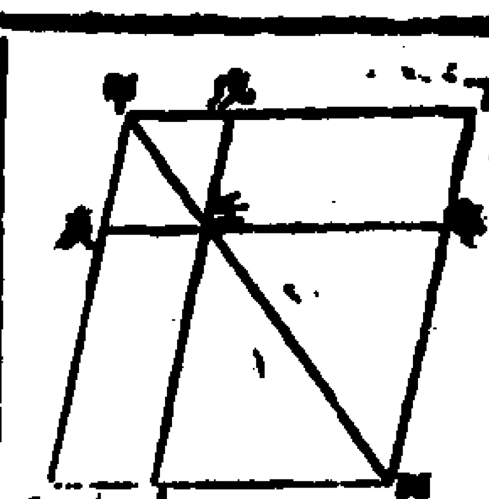
後注曰此不同理之比例也兩形不相似（本篇十九）又不

相等之形也。等角旁各兩邊不互相視（本篇十四），故必用相結之理，必須借象之術，其法假虛形實，所以通比例之窮也。以數明之：乙丙六十，丙庚二十，壬三，求得癸一；丁丙四十，丙戊八十，癸一，求得子二，即甲丙之實二千四百與丙己之實一千六百。若壬三與子二為等帶半之比例也，其曰壬與癸、癸與子兩比例相結者，壬三倍大于癸，癸反二倍大于子（反二倍者，癸得子之半），三乘半得一五，則壬與子為等帶半之比例也。其曰借象者，乙丙與丙庚、丁丙與丙戊二比例既不同理，又無中率，故借壬與癸、癸與子同中率而不同理之

二比例以為象（本卷界說五）。初作壬與癸，若乙丙與丙庚；次作癸與子，若丁丙與丙戊（本篇十二），則癸為前率之後，又為後率之前，是為壬子首尾兩率之樞紐，令相象之丙庚、丁丙亦化兩率為一率，為乙丙、丙戊首尾兩率之樞紐，因以兩比例相結為首尾兩率之比例。雖不能使三率為同理之兩比例而合為一連比例，亦能使兩不同理之比例首尾合而為一比例矣。自三以上可倣此相借，以至無窮也（本卷界說五）。

第二十四題

平行線方形之兩角線方形自相似，亦與全形相似。



解曰：甲乙丙丁平行方形，作甲丙對角線，任作戊己、庚辛兩線與丁丙、乙丙平行，而與對角線交相遇于壬。題言戊庚、己辛兩角線方形自相似，亦與全形相似。

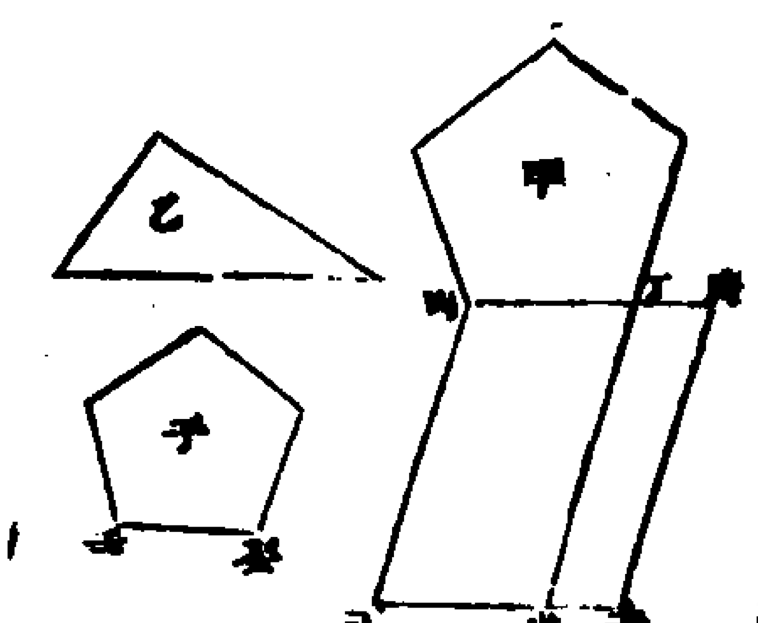
論曰：試依一卷廿九題推顯兩角線形等角。又庚甲戊與乙甲丁同角，而甲戊壬外角與甲丁丙內角等，甲庚壬外角與甲乙丙內角等，戊壬庚外角與乙己壬內角等，乙己壬外角又與乙丙丁內角等，則戊庚形與甲丙全形等角矣。依顯己辛形亦與全形等角矣。今欲顯兩形與全形相似者，試觀甲庚壬與甲乙丙兩角形，甲戊

壬與甲丁丙兩角形，既各等角（一卷廿九，見本篇四之系，可推仍），即甲乙與乙丙之比例，若甲庚與庚壬，而庚乙兩角旁各兩邊之比例等也（六卷四）。又乙丙與丙甲之比例，若庚壬與壬甲，丙甲與丙丁之比例，若壬甲與壬戊。平之，即乙丙與丙丁，若庚壬與壬戊也（五卷廿二），則乙丙丁、庚壬戊兩角旁各兩邊之比例等也。依顯各角旁各兩邊之比例皆等，是兩角線方形自相似，亦與全形相似。

第二十五題

兩直線形，求作他直線形與一形相似，與一形相等。

法曰：甲乙兩直線形，求作他直線形與甲相似，與乙相



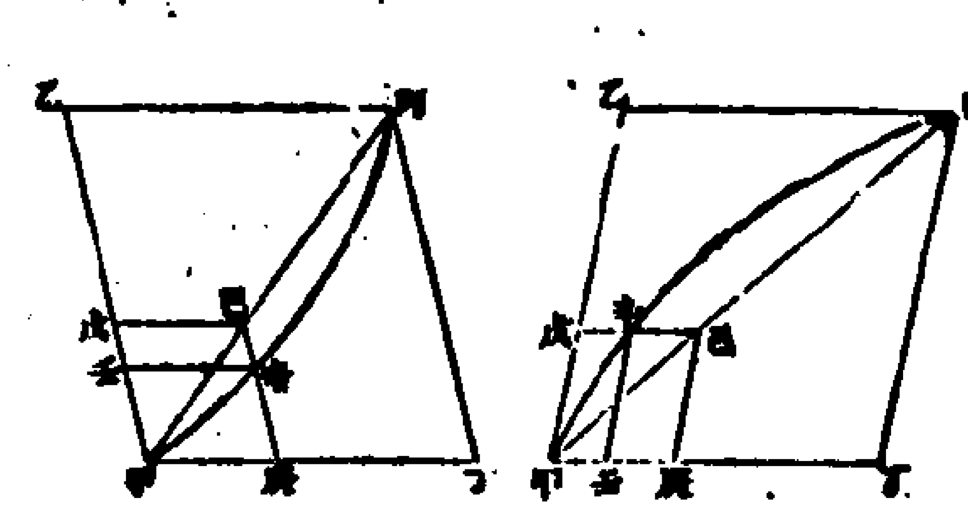
等先于求相似之甲形任取一邊如
丙丁于丙丁邊上作平行方形與甲
等爲丙戊一卷四四四五次于丁戊邊上作
平行方形與乙等而戊丁庚角與丁
丙己角等爲丁辛其丙丁庚己戊辛
俱爲直線也一卷四五可推次作一壬癸線
爲丙丁丁庚之中率本篇十三末于壬癸上作子形與甲相
似而體勢等本篇十八即子形與乙等
論曰丙丁壬癸丁庚三線既爲連比例即依本篇二十
題系可顯一丙丁與三丁庚之比例若一丙丁上之甲

與二壬癸上之子兩形相似而體勢等者之比例也又
丙丁與丁庚之比例若丙戊與丁辛兩等高平行方形
之比例也本篇一則丙戊與丁辛若甲與子矣夫丙戊與
丁辛元若甲與乙也丙戊與甲等丁辛與乙等則甲與乙之比例若
甲與子也五卷十一而乙形與子形等矣五卷九

第二十六題

平行方形之內減一平行方形其減形與元形相似而體
勢等又一角同則減形必依元形之對角線

解曰乙丁平行方形之內減戊庚平行方形元形減形
相似而體勢等又戊甲庚同角題言戊庚形必依乙丁



形之對角線
論曰試作甲己丙對角線若兩線
爲一直線即戊庚形依甲丙對角線
矣如云甲己己丙非一直線令別作元
形之對角線而分戊己邊于辛即作辛
壬線與己庚平行其乙丁戊壬兩平行
方形既同依甲辛丙一直對角線則宜
相似而體勢等矣本篇廿四是乙甲與甲丁
之比例宜若戊甲與甲壬也夫乙甲與甲丁元若戊甲
與甲庚元設形相似而體勢等今若所云則戊甲與甲庚亦若戊

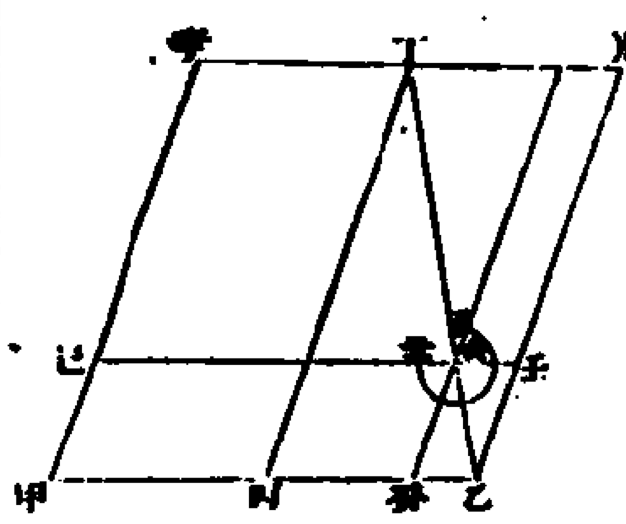
甲與甲壬矣五卷十一而甲壬甲庚全分亦等矣五卷九可
乎若云甲辛丙分己庚于辛即令作辛壬與己戊平行
依前論駁之

第二十七題

凡依直線之有闕平行方形不滿線者其闕形與半線上
之闕形相似而體勢等則半線上似闕形之有闕依形
必大于此有闕依形

解曰甲乙線平分于丙于半線丙乙上任作丙丁戊乙
平行方形其對角線乙丁次作甲乙戊辛滿元線平行
方形即甲丁爲甲丙半線上之有闕依形丙戊爲丙乙

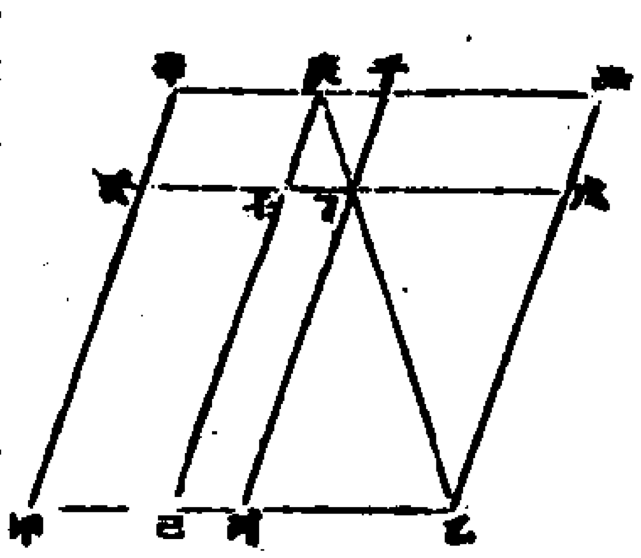
半線上之闕形本卷界說六此兩形相等相似體勢又等題言甲乙線上凡作有闕依形不滿線者其闕形與丙戊相似而體勢等卽甲丙半線上之甲丁有闕依形必大于此有闕依形



論曰試于乙丁對角線上任取一點爲庚從庚作己庚壬線庚癸線與甲乙乙戊各平行卽得甲庚爲依甲乙元線之有闕平行方形而癸壬爲其闕形此癸壬闕形既依乙丁對角線則與丙戊闕形相似而體勢等本篇廿四夫丙庚庚戊兩餘方形既等一卷四三若每加一癸壬角線

方形卽丙壬與癸戊亦等也又丙壬與丙己俱在兩平行線內底等卽兩形等一卷三六而丙己與癸戊兩形亦等若每加一丙庚形是甲庚平行方形與子丑磬折形亦等也丙戊平行方形函子丑磬折形之外尙有庚丁形則丙戊形必大于子丑磬折形而等丙戊之甲丁形丙戊甲丁同在兩平行線內又等底故見一卷三六必大于等磬折形之甲庚形矣依顯凡依乙丁對角線作形與丙戊相似者其有闕依形俱小于甲丁也爲其必有庚丁之較故也

又論甲丁必大於甲庚曰己丁丁壬兩平行方形同在兩平行線內又底等卽兩形等一卷卅六而庚戊爲丁壬之分則丁壬大于庚戊較餘一庚丁形其大于丙庚亦如之庚戊丙庚兩餘方形等故見一卷四三卽等丁壬之己丁形其大于丙庚亦較餘一庚丁形也次每加一丙己形則甲丁必大于甲庚矣



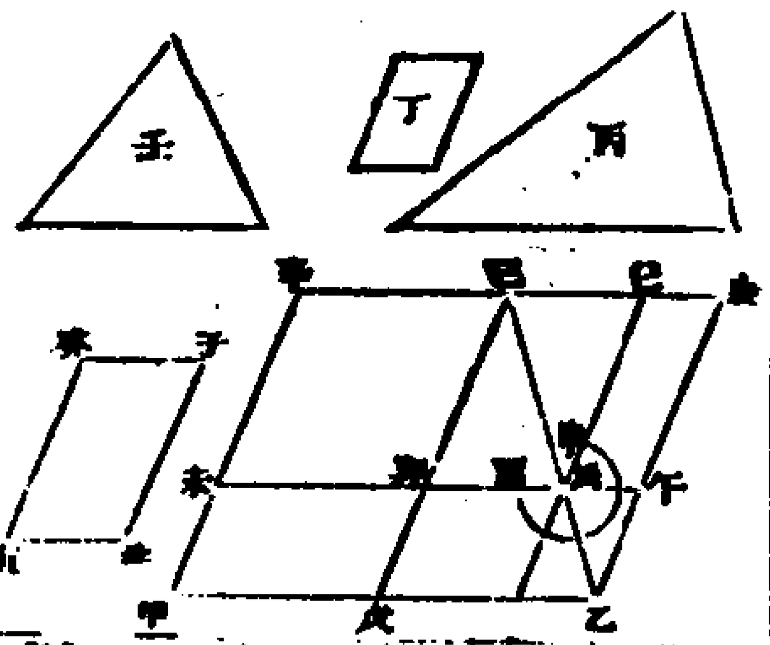
又解曰若庚點在丙戊形外卽引乙丁對角線至庚從庚作辛丑線與癸戊平行次引甲癸線至辛引乙戊線至丑而與辛丑線遇于辛于丑末作庚己線與辛甲平行卽得甲庚爲依甲乙元線之有闕平行方形又得己丑與丙戊相似而體勢等者兩形同依乙庚對角線故見本篇廿四爲其闕形也題言甲丁形亦大于甲庚形

論曰試于丙丁線引出之至子卽辛子子丑兩線等一卷卅四而辛丁丁丑兩形亦等一卷卅六其丁丑己丁兩餘方形既等卽己丁與辛丁亦等夫辛丁大于辛壬既較餘一庚丁形則己丁之大于辛壬亦較餘一庚丁形也此兩率者每加一甲壬平行方形則甲丁大于甲庚者亦較餘一庚丁形矣依顯凡乙丁對角線引出丙戊形外依而作形與丙戊相似者其有闕依形俱小于甲丁也爲其必有庚丁之較故也

第二十八題

一直線求作依線之有闕平行方形與所設直線形等而其闕形與所設平行方形相似其所設直線形不大于半線上所作平行方形與所設平行方形相似者

法曰甲乙線求作依線之有闕平行方形與所設直線形丙等而其闕形與所設平行方形丁相似先以甲乙線兩平分于戊次于戊乙半線上作戊己庚乙平行方形與丁相似而體勢等（本篇十八）次作甲辛庚乙滿元線平



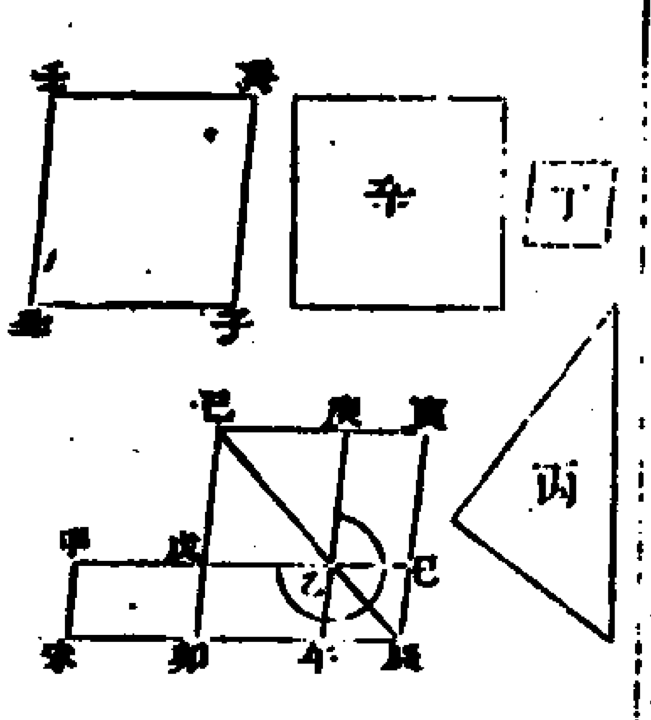
行方形若甲己平行方形與丙等者（本篇廿五）即得所求矣若甲己大于丙者（題言甲己小即不可作見本篇廿七）即等甲己之戊庚亦大于丙也則等戊庚之大于丙幾何假令其較為壬（兩直線形不等相減之較法見一卷四五增）即作癸子丑寅平行方形與壬等又與戊庚形相似而體勢等（本篇廿五）則戊庚平行方形與丙直線形及癸丑平行方形并等而戊庚必大于癸丑矣夫戊庚與癸丑既相似即戊己與己庚兩邊之比例若寅癸與癸子也而戊庚既大于癸丑即戊己己庚兩邊亦大于寅癸癸子也次截取己巳己卯與癸子癸寅等而作己巳辰卯平行方形必與癸丑形相等相似

而體勢等矣又卯巳形既與戊庚相似而體勢等必同依乙己對角線也（本篇廿六）次于巳辰線引出抵甲乙元線于卯辰兩界各引出作午未線即甲辰為依甲乙線之有闕平行方形與丙等而其闕形乙辰與戊庚相似（本篇廿四）即亦與丁相似

論曰辰庚與辰戊兩餘方形既等（一卷四三）每加一乙辰角線方形即乙巳與戊午亦等而與等戊午之戊未亦等（戊午戊未同在平行線內又底等故見一卷卅六）乙巳與戊未既等又每加一戊辰方形即甲辰平行方形與申酉磬折形亦等矣夫申酉磬折形為戊庚形之分而戊庚與丙及癸丑等戊庚所截去之卯巳又與癸丑等則申酉磬折形與丙等也而甲辰亦與丙等也

第二十九題

一直線求作依線之帶餘平行方形與所設直線形等而其餘形與所設平行方形相似



法曰甲乙線求作依線之帶餘平行方形與所設直線形丙等而其餘形與所設平行方形丁相似先以甲乙線兩平分于戊次于戊乙半線上作戊己庚乙平行方形與

丁相似而體勢等（本篇十八）次別作一平行方形與丙及戊庚幷等爲辛（二卷十四）次別作一平行方形與辛等又與丁相似而體勢等爲壬癸于丑（本篇廿五）其丑癸既與辛等即大于戊庚而丑癸既與戊庚相似即丑壬與壬癸兩邊之比例若戊己與己庚也而丑壬與壬癸兩線必大于戊己與己庚也（若等或小即丑癸不大于戊庚）次于己戊引之至卯與壬丑等于己庚引之至寅與壬癸等而作卯寅平行方形即卯寅與丑癸同依辰己對角線而等（本篇廿六）又與戊庚相似而體勢等矣次于甲乙引之至巳庚乙引之至午于午卯引之至未末作甲未線與己卯平行即得甲

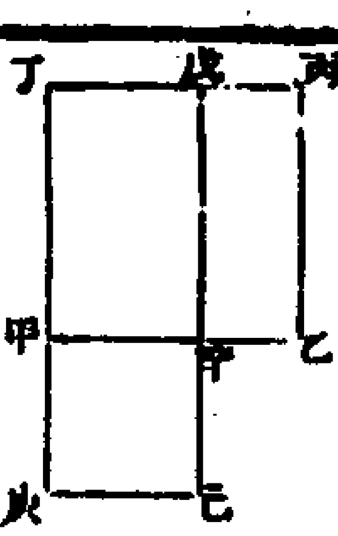
辰帶餘平行方形依甲乙線與丙等而巳午爲其餘形與戊庚相似而體勢等（本篇廿四）即與丁相似而體勢等

論曰甲卯戊午兩形既等（一卷卅六）戊午與乙寅兩餘方形又等（一卷四三）則甲卯與乙寅亦等矣而每加一卯巳形則甲辰平行方形與戊辰庚磬折形亦等矣夫戊辰庚磬折形元與丙等（丑癸即卯寅與丙及戊庚幷等每減一戊庚即磬折形與丙等）即甲辰亦與丙等

第三十題

一直線求作理分中末線

法曰甲乙線求理分中末先于元線作甲乙丙丁直角



方形次依丁甲邊作丁己帶餘平行方形與甲丙直角方形等而甲己爲其餘形又與甲丙形相似（本篇廿九）即甲己亦直角方形矣（惟直角方形恆與直角方形相似）則戊己線分甲乙于辛爲理分中末線也（本卷界說三）

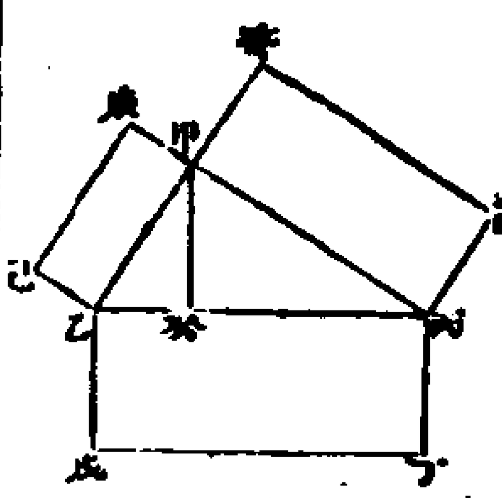
論曰丁己與甲丙兩形既等每減一甲戊形即所存甲己辛丙兩形亦等矣此兩形之甲辛己戊辛乙兩角既等（兩皆直角故）即兩角旁之各兩邊線爲互相視之線也（本篇十四）而等戊辛之甲乙線與等辛己之甲辛線其爲比例若甲辛與辛乙也是甲辛乙線爲理分中末也

又論曰甲乙甲辛辛乙凡三線而第一第三矩內之辛丙直角形與第二甲辛上直角方形等即三線爲連比例（本篇十七）而甲乙與甲辛若甲辛與辛乙矣

又法曰甲乙線求分于丙而甲乙偕丙乙矩內直角形與甲丙上直角方形等（二卷十一）即甲乙之分于丙爲理分中末線盖甲乙甲丙丙乙三線爲連比例故（本篇廿七）

第三十一題

三邊直角形之對直角邊上一形與直角旁邊上兩形若相似而體勢等則一形與兩形幷等



解曰甲乙丙三邊直角形乙甲丙爲直角于乙丙上任作直線形爲乙丙丁戊次于甲乙甲丙上亦作甲乙己庚甲丙壬辛兩形與乙丁形相似而體勢等本篇十八題言乙丁形與乙庚丙辛兩形并等

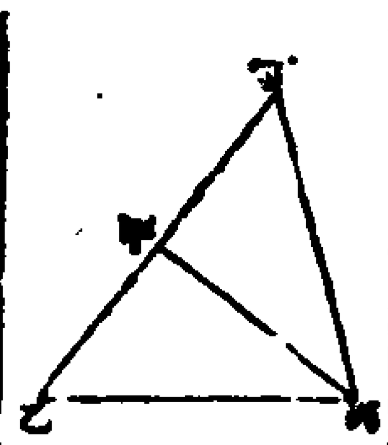
論曰試從甲作甲癸爲乙丙之垂線依本篇第八題之系即乙丙與丙甲兩邊之比例若丙甲與丙癸兩邊則一乙丙邊與三丙癸邊之比例若一乙丙上之乙丁形與二甲丙上之丙辛形也本篇十九或二十之系反之則丙癸與乙丙兩邊之比例若丙辛與乙丁兩形也依顯乙癸與

乙丙兩邊之比例若乙庚與乙丁兩形也乙丙乙甲乙癸三邊爲連比例故見本篇八之系夫一丙癸與二乙丙之比例既若三丙辛與四乙丁而五乙癸與二乙丙之比例亦若六乙庚與四乙丁則一丙癸五乙癸并與二乙丙之比例若三丙辛六乙庚并與四乙丁也既一丙癸五乙癸并與二乙丙等則三丙辛六乙庚并與四乙丁亦等五卷廿四

又論曰甲乙丙與癸甲丙兩角形既相似而甲乙丙角形其乙丙與丙甲之比例若癸甲丙角形之丙甲與丙癸本篇八即乙丙與丙甲兩邊相似則癸甲丙與甲乙丙兩角形之比例爲丙甲與乙丙再加之比例本篇十九而丙辛與乙丁兩形之比例亦爲丙甲與乙丙再加之比例本篇十九二十則癸甲丙與甲乙丙兩角形之比例若丙辛與乙丁兩形也五卷十一依顯癸乙甲與甲乙丙兩角形之比例若乙庚與乙丁兩形也是一甲癸丙與二甲乙丙之比例若三丙辛與四乙丁也而五癸乙甲與二甲乙丙之比例若六乙庚與四乙丁也即一甲癸丙五癸乙甲并與二甲乙丙之比例若三丙辛六乙庚并與四乙丁也五卷廿四既一甲癸丙五癸乙甲并與二甲乙丙等則三丙辛六乙庚并與四乙丁亦等

又論曰一甲丙上直角方形與二乙丙上直角方形之

比例若三丙辛形與四乙丁形此兩率之比例皆甲丙與乙丙再加之比例見本篇十九二十又五甲乙上直角方形與二乙丙上直角方形之比例若六乙庚形與四乙丁形即一甲丙上五甲乙上兩直角方形并與二乙丙上直角方形之比例若三丙辛六乙庚兩形并與四乙丁形五卷廿四既甲丙甲乙上兩直角方形并與乙丙上直角方形等一卷四七則丙辛乙庚兩形并與乙丁形等



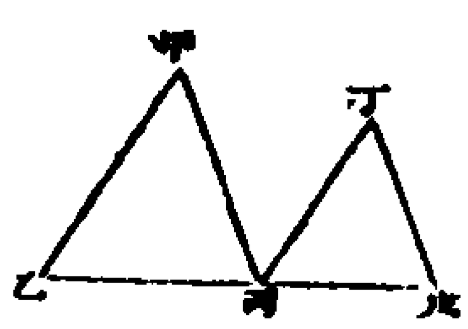
增題角形之一邊上一形與餘兩邊上兩形相似而體勢等若其一形與兩形并等則餘兩邊內角必直角

解曰甲乙丙角形于乙丙上任作一直線形與甲乙甲丙上兩形相似而體勢等其一形與兩形并等題言乙甲丙必直角

論曰試作甲丁爲甲丙之垂線與甲乙等次作丁丙線其丙甲丁既直角卽于丁丙上作一形與乙丙上形相似其丁丙上形與丁甲甲丙上相似而體勢等之兩形并等矣（本題）又甲丁與甲乙等其上兩形亦等卽丁丙上形與甲乙甲丙上兩形并亦等而乙丙上形元與甲乙甲丙上兩形并等則丁丙乙丙上兩形亦等而丁丙與乙丙兩線亦等（本篇廿二補論）夫甲丙丁角形之甲丁與甲乙丙角形之甲乙等甲丙同邊其底乙丙丁丙又等卽丁甲丙與乙甲丙兩角必等丁甲丙既直角則乙甲丙亦直角

第三十二題

兩三角形此形之兩邊與彼形之兩邊相似而平置兩形成一外角若各相似之各兩邊各平行則其餘各一邊相聯爲一直線

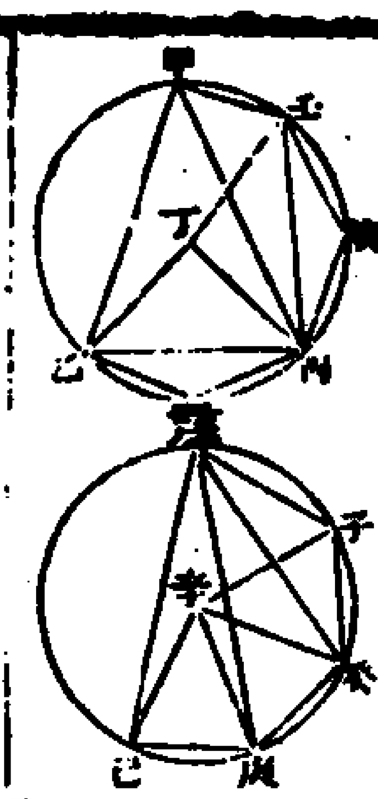


解曰甲乙丙丁丙戊兩角形其甲乙甲丙邊與丁丙丁戊邊相似者謂甲乙與甲丙之比例若丁丙與丁戊也試平置兩形令相切成一甲丙丁外角而甲乙與丁丙甲丙與丁戊各相似之兩邊各平行題言乙丙丙戊爲一直線

論曰甲乙與丁丙既平行卽甲角與丙相對之甲丙丁等（一卷廿九）依顯丁角亦與丙相對之甲丙丁等則甲丁兩角等而甲乙丙與丁丙戊兩角形之甲丁兩角旁各兩邊比例又等卽兩形爲等角形而乙角與丁丙戊角必等（本篇六）次于乙角加甲角于丁丙戊角加等甲之甲丙丁角卽乙甲兩角并與甲丙丁丁丙戊兩角并之甲丙戊角等次每加一甲丙乙角卽甲乙丙形之內三角并與甲丙乙甲丙戊兩角并等夫甲乙丙形之內三角等兩直角（一卷卅二）則甲丙乙甲丙戊并亦等兩直角而乙戊爲一直線（一卷十四）

第三十三題（三支）

等圜之乘圜分角或在心或在界其各相當兩乘圜角之比例皆若所乘兩圜分之比例而兩分圜形之比例亦若所乘兩圜分之比例



解曰甲乙丙戊己庚兩圜等其心爲丁爲辛兩圜各任割一圜分爲乙丙爲己庚其乘圜角之在心者爲乙丁丙己辛庚在界者爲乙甲丙己戊庚題先言乙

丙與己庚兩圜分之比例若乙丁丙與己辛庚兩角次言乙甲丙與己戊庚兩角之比例若乙丙與己庚兩圜分後言乙丁丁丙兩腰偕乙丙圜分內乙丁丙分圜形與己辛辛庚兩腰偕己庚圜分內己辛庚分圜形之比例亦若乙丙與己庚兩圜分

先論曰試作乙丙己庚兩線次作丙壬合圜線與乙丙等作庚癸癸子兩合圜線各與己庚等四卷一其丙壬既與乙丙等即乙丙與丙壬兩圜分亦等三卷十八而乙丁丙與丙丁壬兩角亦等三卷廿七依顯己庚庚癸癸子三圜分己辛庚庚辛癸癸辛子三角俱等則乙丙壬圜分倍乙

丙圜分之數如在心乙丁壬角或乙丁壬丙地倍乙丁丙角之數而己庚癸子圜分倍己庚圜分之數如在心己辛子角或己辛子內地倍己辛庚角之數何者乙丁壬己辛子兩角或兩地內之分數與乙丙壬己庚癸子兩圜分內之分數各等故也然則乙丁壬角與地若等于己辛子角與地即乙丙壬圜分必等于己庚癸子圜分矣若大亦大若小亦小矣是一乙丙所倍之乙丙壬三乙丁丙所倍之乙丁壬偕二己庚所倍之己庚癸子四己辛庚所倍之己辛子等大小皆同類也則一乙丙與二己庚之比例若三乙丁丙與四己辛庚也五卷界說六

次論曰乙丁丙角倍大于乙甲丙角而己辛庚角亦倍大于己戊庚角三卷二十即乙丁丙與己辛庚兩角之比例若乙甲丙與己戊庚兩角矣五卷廿五則乙甲丙與己戊庚在界乘圜之兩角亦若乙丙與己庚兩圜分也五卷十若作甲壬戊癸直線亦可用先論推顯用地當角說見三卷廿增題

後論曰試于乙丙圜分內作乙丑丙角次于丙壬圜分內作丙寅壬角此兩角所乘之乙甲壬丙與丙乙甲壬兩圜分既等二卷廿七即兩角亦等而乙丑丙與丙寅壬兩圜小分亦相似亦相等乙丙與丙壬兩合圜線等故見三卷廿四次每加一相等之乙丁丙丙丁壬角形即乙丁丙丙丁壬兩分圜

形等一卷四則乙丁壬分圜形倍乙丁丙分圜形之數如乙丙壬圜分倍乙丙圜分之數依顯己辛子分圜形倍己辛庚分圜形之數亦如己庚癸子圜分倍己庚圜分之數然則乙丙壬圜分若等于己庚癸子圜分者即乙丁壬分圜形亦等于己辛子分圜形矣若大亦大若小亦小矣五卷界說六是乙丙壬圜分之倍一乙丙圜分乙丁壬分圜形之倍三乙丁丙分圜形偕己庚癸子圜分之倍二己庚圜分己辛子分圜形之倍四己辛庚分圜形等大小皆同類也則一乙丙圜分與二己庚圜分之比例若三乙丁丙分圜形與四己辛庚分圜形也五卷界說六

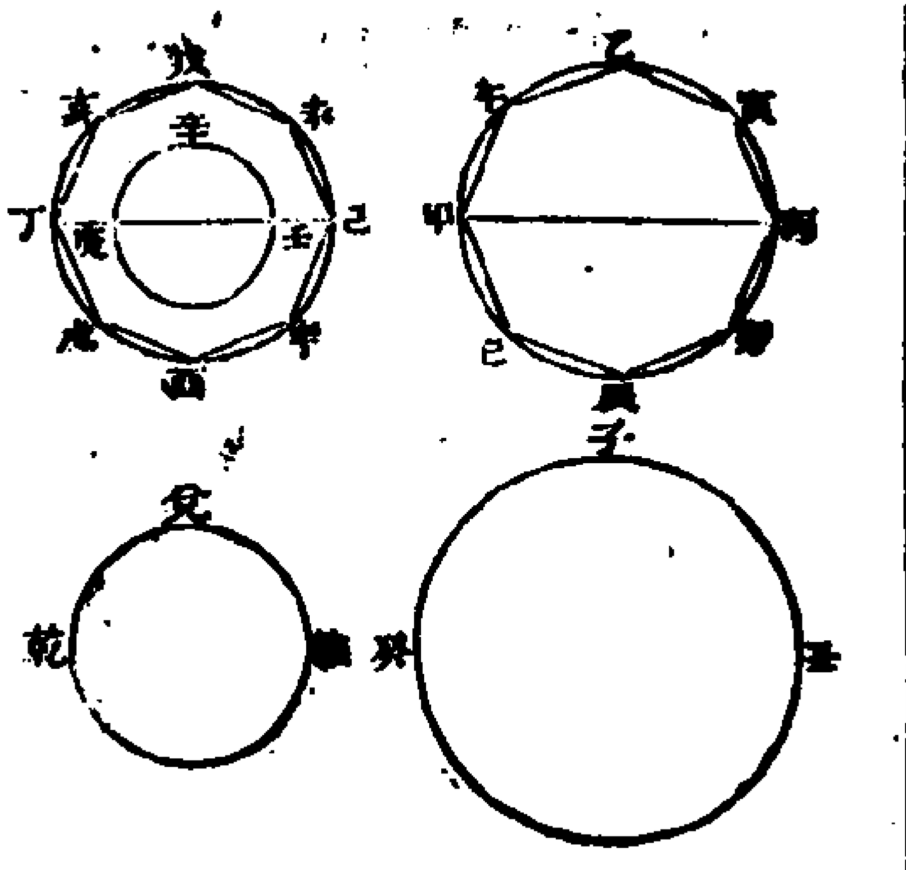
一系在圜心兩角之比例皆若兩分圜形

二系在圜心角與四直角之比例若圜心角所乘圜分與全圜界四直角與在圜心角之比例若全圜界與圜心角所乘之圜分

案丁先生言歐几里得六卷中多研察有比例之線竟不及有比例之面故因其義類增益數題用補闕如左云竊復增一題竊弁于首仍以題旨從先生舊題隨類附演以廣其用俱稱今者以別于先生舊增也

今增題圜與圜為其徑與徑再加之比例

解曰甲乙丙丁戊己兩圜其徑甲丙丁己題言甲乙丙與丁戊己為甲丙與丁己再加之比例



論曰如云不然當言甲乙丙圜與小于丁戊己之庚辛壬圜或大于丁戊己之癸子丑圜為甲丙與丁己再加之比例也五卷界說二十附若言庚辛壬是者試置庚辛壬圜于丁戊己圜內為同心次于外圜內作丁亥戊未己申酉戌多邊切形其多邊為偶數又等而全不至丙圜也四卷十六補題次于甲乙丙圜內作甲午乙

寅丙卯辰巳多邊切形與丁戊己圜內切形相似四卷十六補題可推其兩圜內兩徑上有丁亥戊未己與甲午乙寅丙相似之兩多邊形則為兩相似邊再加之比例也本篇一十而甲丙與丁己兩線為兩形之相似邊據如彼論即甲午乙寅丙與丁亥戊未己兩形甲乙丙與庚辛壬兩圜同為甲丙與丁己兩線再加之比例也甲乙丙半圜大于甲午乙寅丙形將庚辛壬半圜亦大于丁亥戊未己形乎則分大于全乎若言癸子丑是者亦如前論甲午乙寅丙與丁亥戊未己兩形甲乙丙與癸子丑兩圜同為甲丙與丁己兩線再加之比例也反之即癸子丑與

甲乙丙兩圜之比例為丁己與甲丙兩徑再加之比例也試設他圜乾兌離令癸子丑與甲乙丙之比例若丁戊己與乾兌離五卷界說增則丁戊己與乾兌離兩圜亦宜為丁己與甲丙兩徑再加之比例也癸子丑既大于丁戊己即甲乙丙亦大于乾兌離而丁戊己與小于甲乙丙之乾兌離兩圜能為丁己與甲丙兩徑再加之比例乎前已駁有兩圜其第一與他圜之小于第二者不得為元圜兩徑再加之比例夫甲乙丙不得與圜之大于丁戊己者小于丁戊己者為甲丙與丁己再加之比例則止有元兩圜為其元兩徑再加之比例

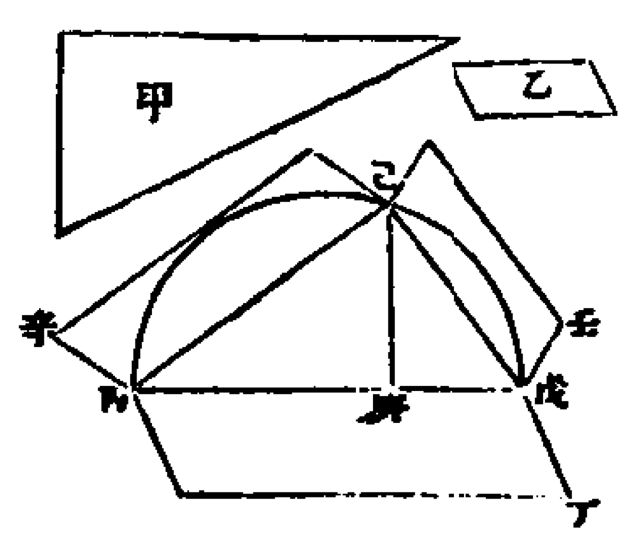
一系全圜與全圜半圜與半圜相當分與相當分任相與爲比例皆等蓋諸比例皆兩徑再加之比例故

二系三邊直角形對直角邊爲徑所作圜與餘兩邊爲徑所作兩圜幷等半圜與兩半圜幷等圜分與相似兩圜分幷等（本篇卅一可推）

三系三線爲連比例以爲徑所作三圜亦爲連比例推此可求各圜之相與爲比例若又可以圜求各圜之相與爲比例者（本篇十九二十之系可推）

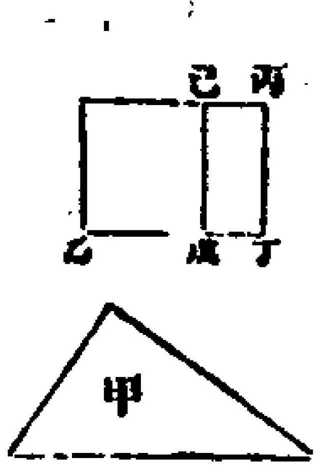
一增題直線形求減所命分其所減所存各作形與所設形相似而體勢等

法曰如甲直線形求減三分之一其所減所存各作形與所設乙形相似而體勢等先作丙丁形與甲等與乙相似而體勢等（本篇廿五）次任于其一邊如丙戊上作丙己戊半圜次分丙戊爲三平分而取其一庚戊次從庚作己庚爲丙戊之垂線（本篇九）次作己丙己戊兩線末于己丙己戊上作己辛己壬兩形各與丙丁相似而體勢等（本篇十八）即所求

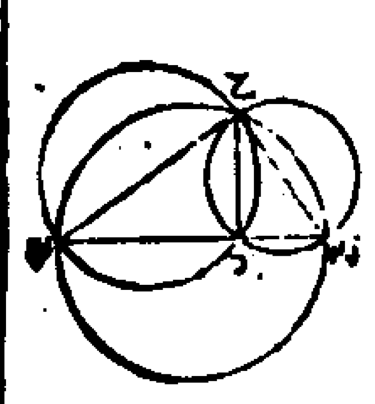


論曰丙己戊角形既負半圜爲直角（三卷卅一）即丙丁直線形與己辛己壬相似之兩形幷等（本篇卅一）而于等甲之丙丁形減己壬存己辛兩形各與丙丁相似而體勢等則與乙相似而體勢等今欲顯己壬爲丙丁三分之一者試觀丙庚己丙己戊兩角形既相似（本篇八）即丙庚與庚己之比例若丙己與己戊也（本篇四）夫丙庚庚己庚戊三線爲連比例即丙庚與庚戊爲丙庚與庚己再加之比例（本篇八之系）而己辛與己壬兩形亦爲丙己與己戊兩相似邊再加之比例（本篇二十）即丙庚與庚戊兩線之比例若己辛與己戊兩形也（兩比例爲兩同理比例之再加故）合之則丙戊與庚戊之比例若等己辛己壬兩形幷之丙丁與己壬矣丙戊三倍于庚戊則丙丁亦三倍于己壬而己壬爲等甲之丙丁三分之一

若直線形求減之不論所減所存何形其法更易如甲形求減三分之一先作乙丙平行線形與甲等（一卷四四）次分乙丁爲三平分而取其一戊丁末從戊作己戊線與丙丁平行即戊丙形爲等甲之乙丙形三分之一（本篇一）



今附若于大圜求減所設小圜則以圜徑當形邊餘法同前如上圖



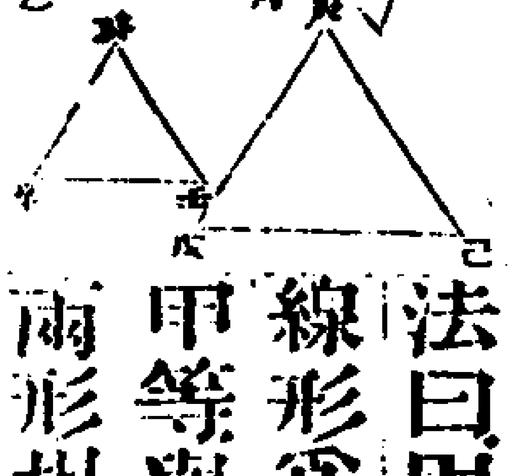
又今附依此法可方一初月形（方初月形者謂作直

角方形與初月形等如甲乙丙丁圜其界上有附圜四分之一之乙壬丙戊初月形而求作一直角方形與初月形等先

從乙丙作甲乙丙丁內切圜直角方形卷三十六次用方形法四平分之即其一爲所求方形與初月形等何者甲乙丙半圜與甲乙乙丙上兩半圜幷等本增題之今附甲乙乙丙兩線自相等即其上兩半圜亦自相等而庚乙壬丙分圜形爲大半圜之半即與乙己丙戊小半圜等此兩率者各減一同用之乙己丙壬圜小分其所存乙壬丙戊初月形與庚乙丙角形等而庚己丙辛直角方形與庚

乙丙角形亦等則與乙壬丙戊初月形亦等依顯甲乙丙丁直角方形與大圜界上四初月形幷等

二增題兩直線形求別作一直線形爲連比例



法曰甲與乙丙丁兩直線形求別作一直線形爲連比例先作一戊己庚直線形與甲等與乙丙丁相似而體勢等本篇廿五次以兩形相似之各一邊如戊己乙丙爲前中率線而求其連比例之末率線爲辛壬本篇十一末于辛壬上作辛壬癸形與兩形相似而體勢等本篇十八即所求

論曰戊己乙丙辛壬三線既爲連比例即其上三形相似而體勢等者亦爲連比例本篇廿二

今附有兩圜求別作一圜爲連比例則以圜徑當形邊依上法作之

三增題三直線形求別作一直線形爲斷比例

法曰甲、乙丙丁戊、己庚辛三直線形求別作一直線形爲斷比例先作壬癸子丑形與甲等與乙丁相似而體勢等本篇廿五次以三形之任各一邊如壬癸乙丙己庚爲三率求其斷比例之末率線爲寅卯本篇十二末于

寅卯上作寅卯辰形與己庚辛相似而體勢等本篇十八即所求

論曰四線既爲斷比例即其線上形相似而體勢等者亦爲斷比例本篇廿二

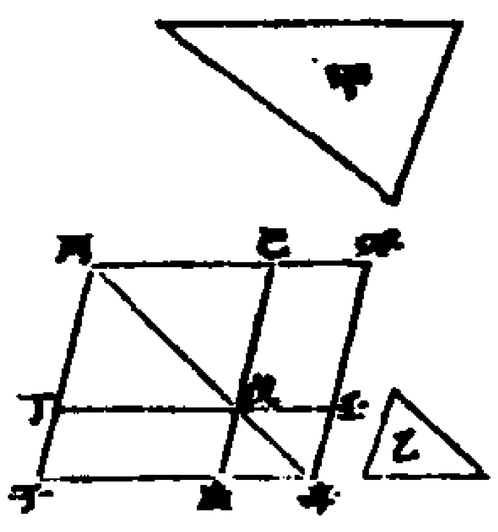
今附有三圜求別作一圜爲斷比例亦以圜徑當形邊依上法作之

四增題兩直線形求別作一形爲連比例之中率

法曰甲與乙丙丁兩直線形求別作一形爲連比例之中率先作戊己庚直線

形與甲等與乙丙丁相似而體勢等(本篇廿五)次求戊己乙丙兩直線連比例之中率爲辛壬(本篇十三)末于辛壬上作辛壬癸形與戊己乙丙丁形相似而體勢等(本篇十八)即所求

論曰戊己辛壬乙丙三線既爲連比例即各線上戊己庚辛壬癸乙丙丁三形亦爲連比例(本篇廿二)



又法曰甲乙兩直線形求別作一形爲連比例之中率先作丁丙己戊平行線形任直斜角與甲等(一卷四五)次作庚戊壬辛平行線形與乙等與丁己形相似而

體勢等(本篇廿五)次置兩平行線形以戊角相聯而丁戊戊壬俱一直線即庚戊戊己亦一直線(一卷十五增)末從兩形引長各邊成丙子辛癸平行線形即兩餘方形俱爲丁己庚壬兩形之中率

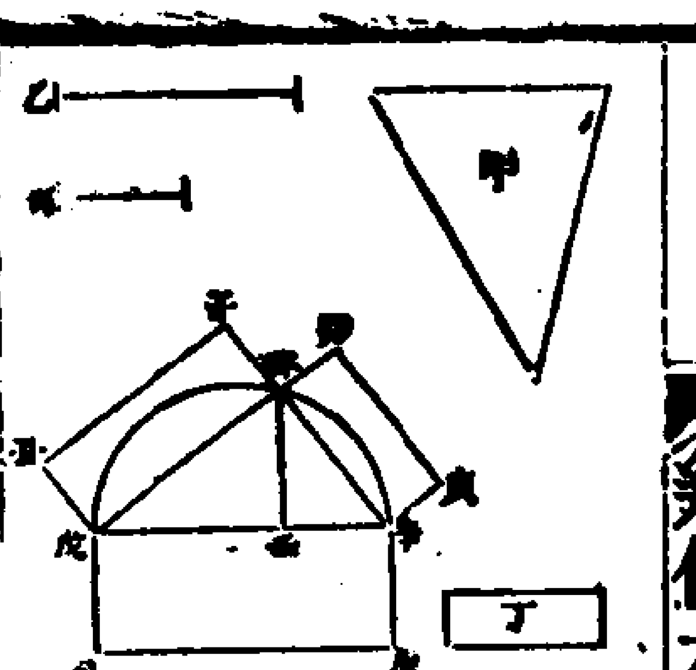
論曰丁己庚壬兩形既相似而體勢等即丁戊與己戊之比例若戊壬與戊庚也更之即丁戊與戊壬若己戊與戊庚也夫丁戊與戊壬兩線之比例亦若丁己與戊癸兩形己戊與戊庚兩線之比例又若戊癸與庚壬兩形則戊癸爲丁己庚壬之中率矣

又論曰丁己庚壬兩形既相似而體勢等即同依丙辛對角線(本篇廿六)而子戊戊癸兩餘方形自相等則丁己與戊癸兩形之比例若子戊與庚壬兩形何者此兩比例皆若丁戊與戊壬也則子戊戊癸皆丁己庚壬之中率也

今附若兩圜求作一圜爲連比例之中率亦以圜徑當形邊依上前法作之

五增題一直線形求分作兩直線形俱與所設形相似而體勢等其比例若所設兩幾何之比例

法曰甲直線形求分作兩直線形俱與所設丁形相似而體勢等其比例若所設兩幾何如乙線與丙線之比



例先作戊己庚辛直線形與甲等與丁相似而體勢等(本篇廿五)次任用其一邊如戊辛兩分之于壬令戊壬與壬辛之比例若乙與丙也(分法先以乙丙兩線聯爲一直線次截戊壬與壬辛若乙與丙見本篇十)次于戊辛上作戊癸辛半圜次從壬作癸壬爲戊辛之垂線次作戊癸癸辛線相聯末于戊癸癸辛上作戊丑子癸癸卯寅辛兩形與戊庚形俱相似而體勢等(本篇十八)即此兩形并與甲等又各與丁相似而體勢等其比例又若乙與丙

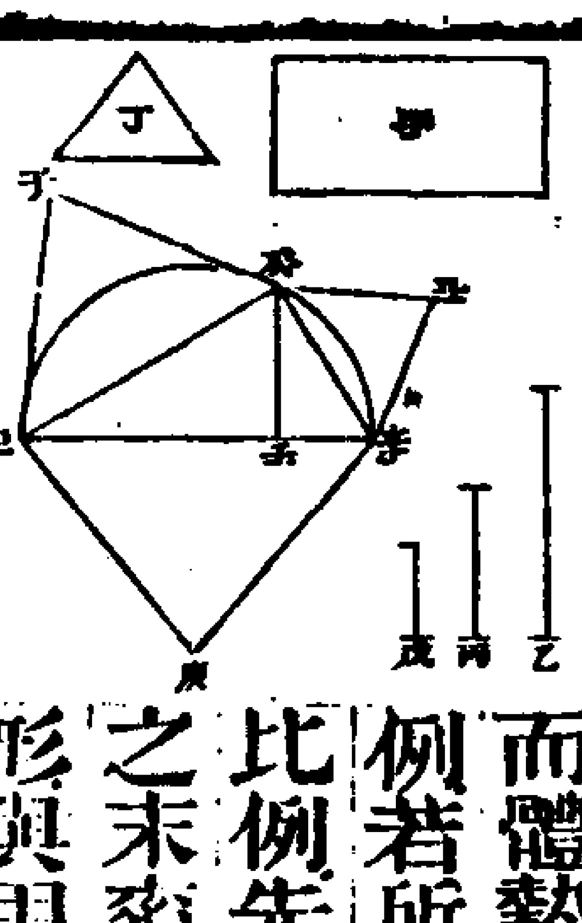
論曰戊癸辛既負半圜爲直角(三卷卅一)即戊子癸寅兩形

幷與等戊庚之甲等本篇卅一又戊壬與壬癸之比例若戊癸與癸辛俱在直角兩旁故見本篇四戊壬壬癸壬辛三線爲連比例卽戊壬與壬辛爲戊壬與壬癸再加之比例本篇八之系而戊子與癸寅兩形亦爲戊癸與癸辛兩相似邊再加之比例本篇二十則戊壬與壬辛之比例亦若戊子與癸寅也兩比例爲兩同理之比例之再加故夫戊壬與壬辛元若乙與丙也則戊子與癸寅亦若乙與丙也

今附若一圜求分作兩圜其比例若所設兩幾何亦以圜徑當形邊依上法作之

六增題一直線形求分作兩直線形俱與所設形相似而體勢等其兩分形兩相似邊之比例若所設兩幾何之比例

法曰甲直線形求分作兩直線形俱與所設丁形相似



而體勢等其兩分形兩相似邊之比例若所設兩幾何如乙線與丙線之比例先以乙與丙兩線求其連比例之末率爲戊本篇十一次作己庚辛直線形與甲等與丁相似而體勢等次任用其一邊如己辛兩分之于壬令己壬與壬辛之比例若乙與戊也本篇十次于己辛線上作己癸辛半圜次從壬作癸壬爲己辛之垂線次作己癸癸辛兩線相聯末于己癸癸辛上作己子癸癸丑辛兩形俱與丁相似而體勢等卽此兩形幷與等甲之己庚辛等而己癸癸辛兩相似邊之比例若乙與丙

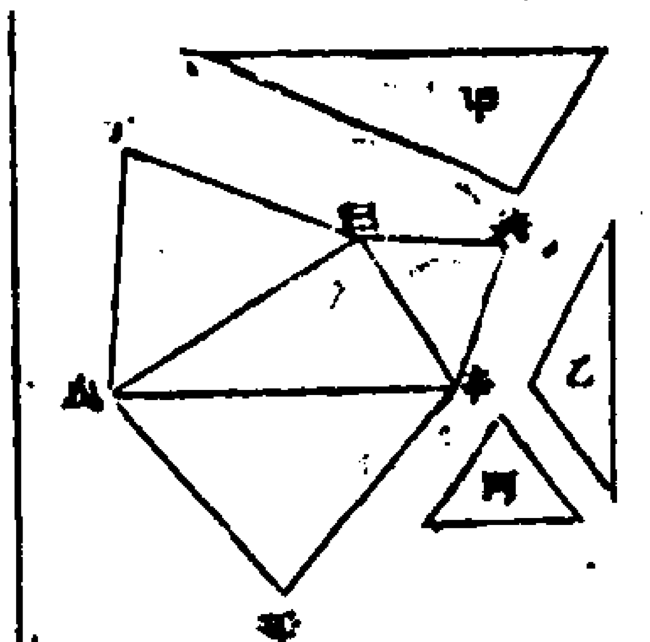
論曰己癸辛既負半圜爲直角三卷卅一卽己子癸癸丑辛兩形幷與等己庚辛之甲等本篇卅一又己壬與壬癸之比例若己癸與癸辛俱在直角兩旁故見本篇四己壬壬癸壬辛三線爲連比例卽己壬與壬辛爲己壬與壬癸再加之比例本篇八之系夫己壬與壬癸之比例既若己子癸癸丑辛兩形相似邊之己癸與癸辛而乙與戊元若己壬與壬辛

乙與戊元爲乙與丙再加之比例則己癸癸辛之比例若乙與丙

今附若一圜求分作兩圜其兩圜徑之比例若所設兩幾何倣此

七增題兩直線形求幷作一直線形與所設形相似而體勢等

法曰甲乙兩直線形求幷作一形與所設丙形相似而體勢等先作戊丁己形與甲等作己庚辛形與乙等又各與丙相似而體勢等本篇廿五次置兩形令相似之戊己己辛兩邊聯爲直角次作戊辛線相聯末依戊辛線作

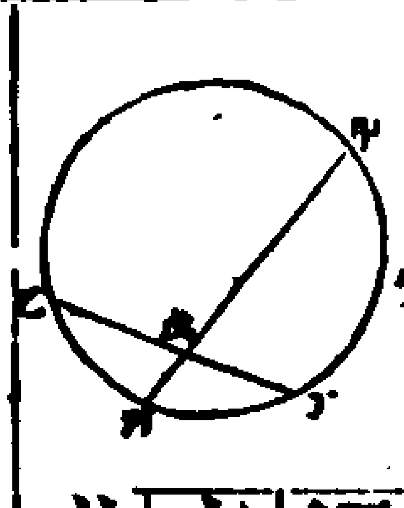


戊辛壬與丙相似而體勢等即與上兩形并等本篇卅一如所求

又法曰作一平行方形與甲乙兩形并等一卷四五次作戊辛壬角形與平行方形等又與丙相似而體勢等即所求

今附若兩圜求并作一圜亦以圜徑當形邊依上法作之

八增題圜內兩合線交而相分其所分之線彼此互相視

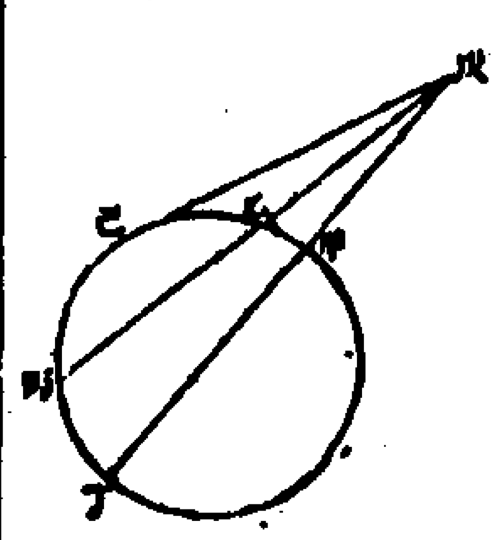


解曰甲乙丙丁圜內有甲丙乙丁兩合線交而相分于戊題言所分之甲戊戊丙乙戊戊丁為互相視之線者謂甲戊與戊丁若乙戊與戊丙也又甲戊與乙戊若戊丁與戊丙也

論曰甲戊偕戊丙與乙戊偕戊丁兩矩內直角形等三卷卅五即等角旁之兩邊為互相視之邊本篇十四

九增題圜外任取一點從點出兩直線皆割圜至規內其兩全線與兩規外線彼此互相視若從點作一切圜線則切圜線為各割圜全線與其規外線之各中率

解曰甲乙丙丁圜外任取戊點從戊作戊丁戊丙兩割

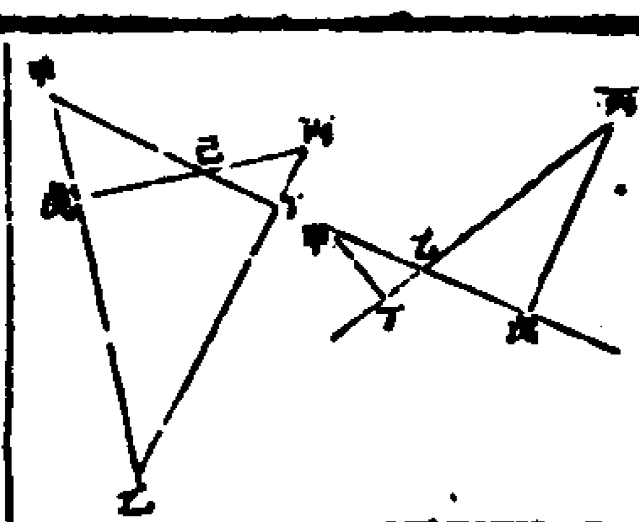


圜至規內之線遇圜界于甲于乙題言戊丙戊乙戊丁戊甲互相視者謂戊丙與戊丁若戊甲與戊乙也又戊丙與戊甲若戊丁與戊乙也

論曰試從戊作戊己線切圜于己即戊丙偕戊乙矩內直角形與戊己上直角方形等三卷卅六又戊丁偕戊甲矩內直角形與戊己上直角方形亦等即戊丙偕戊乙與戊丁偕戊甲兩矩內直角形自相等而等角旁之兩邊為互相視之邊本篇十四又戊丙偕戊乙戊丁偕戊甲兩矩內直角形各與戊己上直角方形等三卷卅六即戊丙戊己

戊乙三線為連比例戊丁戊己戊甲三線亦為連比例而戊己為各全線與其規外線之各中率本篇十七

十增題兩直線相遇作角從兩線之各一界互下垂線而每方為兩線一自界至相遇處一自界至垂線則各相對之兩線皆彼此互相視



解曰甲乙丙乙兩線相遇于乙作甲乙丙角從甲作丙乙之垂線從丙作甲乙之垂線若甲乙丙為鈍角即如前圖兩垂線當至甲乙丙乙之各引出線上為甲丁為丙戊其甲戊丙丁交而相分于乙也若甲乙

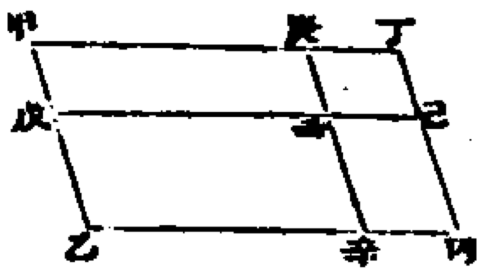
丙為銳角卽如後圖甲丁丙戊兩垂線當在甲乙丙乙之內交而相分于己也題言兩圖之甲乙乙戊丙乙乙丁皆彼此互相視者謂甲乙與乙丙若丁乙與乙戊也又甲乙與丁乙若乙丙與乙戊也

論曰甲乙丁角形之甲乙丁甲丁乙兩角與丙乙戊角形之丙乙戊丙戊乙兩角各等兩為直角兩交角于前圖為于後圖為同角故卽兩形為等角形而甲乙與丁乙若乙丙與乙戊也本篇四更之則甲乙與乙丙若丁乙與乙戊也

又論曰依前圖可推後圖之甲丁丙戊交而相分于己其甲己己丁丙己己戊亦彼此互相視蓋甲己戊丙己丁既為等角形卽甲己與己戊若丙己與己丁也本篇四更之則甲己與丙己若己戊與己丁也

十一增題平行線形內兩直線與兩邊平行相交而分元形為四平行線形此四形任相與為比例皆等

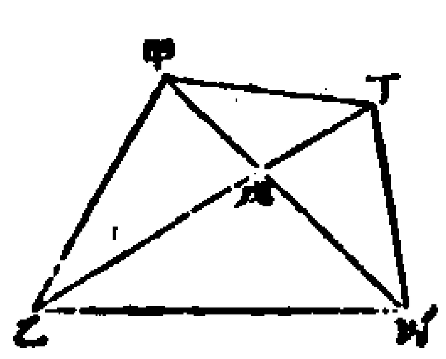
解曰甲乙丙丁平行線形內作戊己庚辛兩線與甲丁丁丙各平行而交于壬題言所分之戊庚庚己乙壬壬丙四形任相與為比例皆等



論曰戊壬與壬己兩線之比例既若戊庚與庚己兩形本篇一又若乙壬與壬丙兩形卽戊庚與庚己亦若乙壬與壬丙也五卷十二依顯乙壬與戊庚亦若壬丙與庚己也

十二增題凡四邊形之對角兩線交而相分其所分四三角形任相與為比例皆等

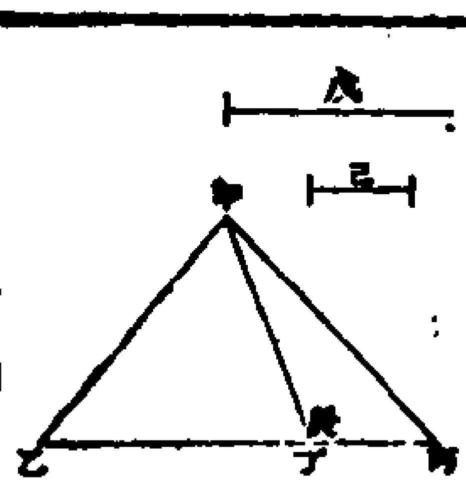
解曰甲乙丙丁四邊形之甲丙乙丁兩對角線交相分于戊題言所分甲戊丁乙戊丙甲戊乙丁戊丙四三角形任相與為比例皆等



論曰甲戊與戊丙兩線之比例若甲戊丁與丁戊丙兩角形又若甲戊乙與乙戊丙兩角形本篇一卽甲戊丁與丁戊丙亦若甲戊乙與乙戊丙也依顯甲戊乙與甲戊丁亦若乙戊丙與丁戊丙也

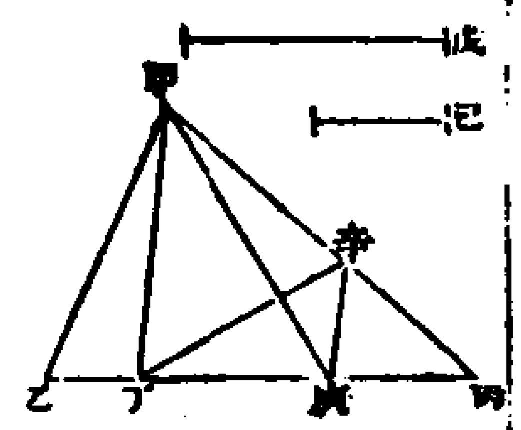
十三增題三角形任于一邊任取一點從點求作一線分本形為兩形其兩形之比例若所設兩幾何之比例

先法曰甲乙丙角形任于一邊如乙丙上任取一點為丁求從丁作一線分本形為兩形其兩形之比例若所設兩幾何如戊線與己線之比例

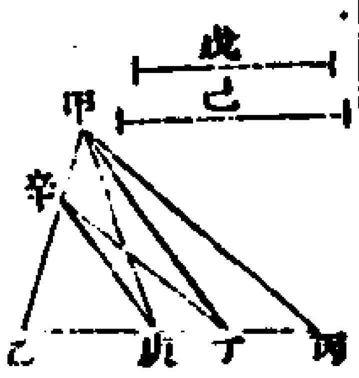


先以乙丙線兩分之于庚令乙庚與庚丙之比例若戊與己本篇十其庚與丁若同點卽作丁甲線則乙丁與丁丙兩線之比例若乙丁甲與丁丙甲兩角形也本篇一是丁甲線所分兩形之比

例若戊與己
次法曰若庚在丁丙之內亦作丁甲線次從庚作庚辛線與丁甲平行次作丁辛線相聯卽丁辛線分本形爲兩形其比例若戊與己者謂乙丁辛甲無法四邊形與丁丙辛角形之比例若乙庚與庚丙也亦若戊與己也



論曰試作庚甲線卽辛庚甲庚辛丁兩角形等一卷卅七次每加一丙庚辛角形卽丙庚甲丙辛丁兩角形亦等則甲乙丙全形與丙庚甲角形之比例若甲乙丙與丙辛丁也五卷七分之則乙庚甲角形與丙庚甲角形之比例若乙丁辛甲無法四邊形與丙辛丁角形也五卷十七乙庚甲與丙庚甲兩角形之比例既若乙庚與庚丙本篇一則乙丁辛甲無法四邊形與丙辛丁角形之比例亦若乙庚與庚丙也則亦若戊與己也

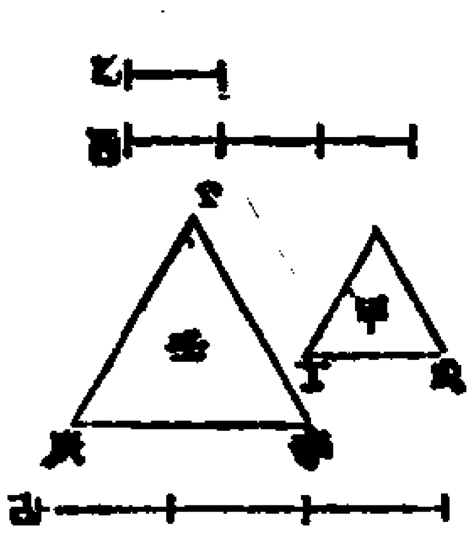


後法曰若庚在乙丁之內亦作丁甲線次從庚作庚辛線與丁甲平行次作丁辛線相聯卽丁辛線分本形爲兩形其比例若戊與己者謂乙丁辛角形與丁丙甲辛無法四邊形之比例若乙庚與庚丙也亦若戊與己也

論曰試作庚甲線如前推顯辛庚甲庚辛丁兩角形等一卷卅七次每加一乙庚辛角形卽乙庚甲與乙辛丁兩角形亦等則甲乙丙全形與乙庚甲角形之比例若甲乙丙與乙辛丁也五卷七分之則丙庚甲角形與乙庚甲角形之比例若丁丙甲辛無法四邊形與乙辛丁角形也五卷十七反之則乙庚甲角形與丙庚甲角形之比例若乙辛丁角形與丁丙甲辛無法四邊形也乙庚甲與丙庚甲之比例既若乙庚與庚丙本篇一則乙丁辛角形與丁丙甲辛無法四邊形之比例亦若乙庚與庚丙也則亦若戊與己也

系凡角形任于一邊任取一點從點求減命分之一如前法作多倍大之比例卽得其所作倍數每少于命分之一如求減四分之一卽作三倍大之比例減五分之一卽作四倍大之比例也則全形與所減分之比例其倍數若命分之數也

十四增題一直線形求別作一直線形相似而體勢等其小大之比例如所設兩幾何之比例

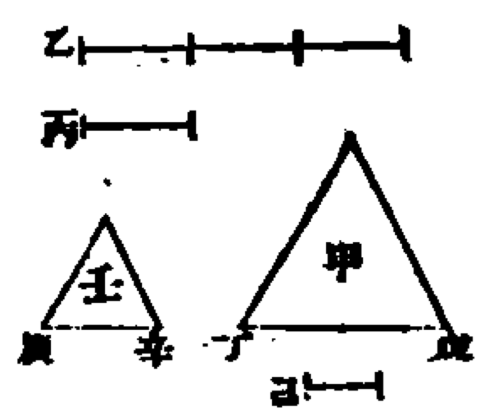


法曰甲直線形求別作直線形相似而體勢等其甲形與所作形小大之比例若所設兩幾何如乙與丙兩線之比例先以乙丙

及任用甲之一邊如丁戊三線求其斷比例之末率爲己（本篇十二）次求丁戊及己之中率線爲庚辛（本篇十三）末從庚辛上作壬直線形與甲相似而體勢等即甲與壬之比例若乙與丙

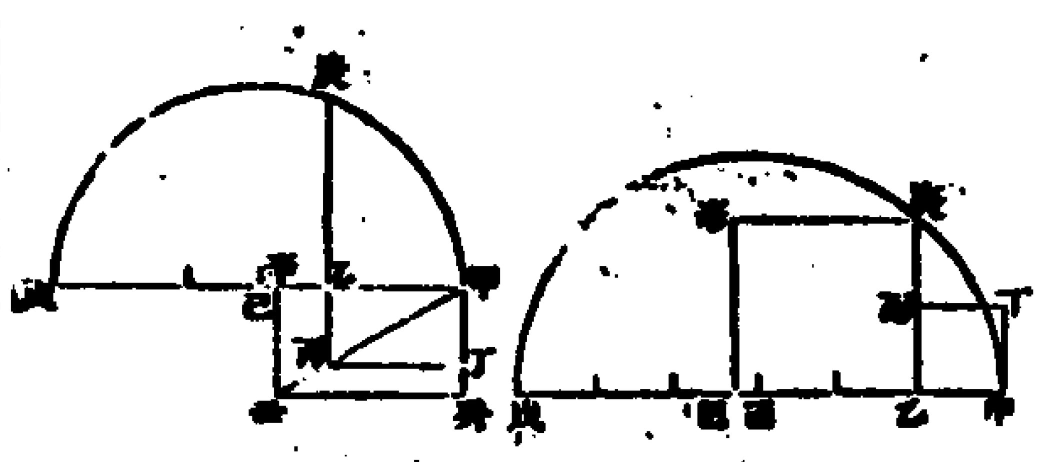
論曰丁戊庚辛己三線爲連比例即一丁戊與三己之比例若相似而體勢等之甲與壬（本篇十九二十之系）

若先設大甲求作小壬若乙與丙其法同如上圖



用此法可依此直線形加作兩倍大三倍四五倍大以至無窮之他形亦可依此直線形減作二分之一三分四五分之一以至無窮之他形其此形與他形皆相似而體勢等

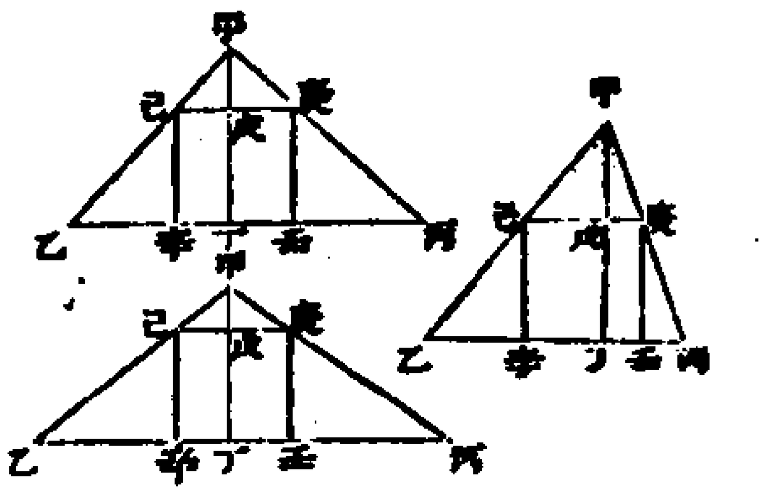
有用法作直角方形平行線形及各形之相加相減者如甲乙丙丁直角方形求别作五倍大之他形先以甲乙線引長之以甲乙爲度截取五分至戊令乙至戊五倍大于甲乙也次以甲戊兩平分于己次以己爲心甲戊爲界作甲庚戊半圜其乙丙線直行遇圜界于庚即乙庚爲所求方形之一邊也末作乙庚辛巳直角方形即五倍大于甲丙何者乙庚既爲戊乙乙甲之中率線（本篇十三之系）即一戊乙與三乙甲之比例若一庚乙上直角方形與三甲乙上直角方形之比例也（本篇二十之系）戊乙既五倍于乙甲則乙辛亦五倍于甲丙若戊乙爲乙甲之六倍則乙辛亦甲丙之六倍若戊乙爲乙甲三分之一則乙辛亦甲丙三分之一相加相減倣此以至無窮如甲乙丙丁平行直角形求别作二倍大之他形相似而體勢等先以甲乙線引長之以甲乙爲度截取二分至戊令乙至戊二倍大于甲乙也次以甲戊兩平分于己次以己爲心甲戊爲界作甲庚戊半圜其丙乙線直行遇圜界于庚即乙庚爲所求直角形之一邊也



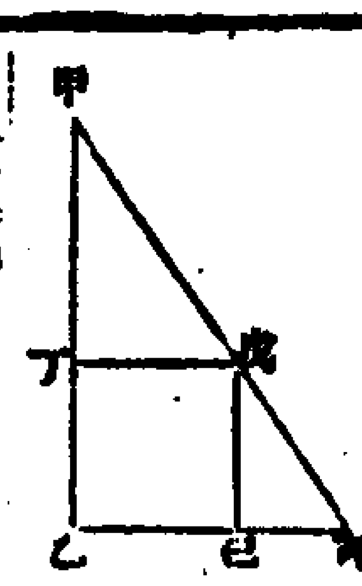
次于甲戊線上截取甲辛與乙庚等從辛作辛壬線與乙丙平行次作甲丙對角線引長之與辛壬線遇于壬末作丁癸癸壬成甲辛壬癸平行直角形即二倍大于甲丙又相似而體勢等何者戊乙乙庚乙甲三線既爲連比例（本篇十三之系）如前論一戊乙與三乙甲之比例若二等乙庚之甲辛上平行直角形甲壬與三甲乙上平行直角形甲丙也（本篇二十之系）戊乙既二倍于甲乙則甲壬亦二倍于甲丙

用此法凡甲乙上不論何等形與乙庚上形相似而體勢等者其乙庚上形皆二倍大于甲乙上形相加相減

俱倣此以至無窮。
今附若用前法作圖，則乙庚徑上圖亦二倍大于甲乙徑上圖，相加相減倣此以至無窮。
以上用法與本增題同，但此用法隨作隨得中率線，不費尋求，致爲簡易耳。
十五增題　諸三角形求作內切直角方形。
法曰：如甲乙丙銳角形，求作內切直角方形。先從甲角作甲丁，爲乙丙之垂線。次以甲丁線兩分于戊，令甲戊與戊丁之比例若甲丁與乙丙（本篇一之增題）。末從戊作己庚線與乙丙平行，從己從庚作己辛、庚壬兩線皆與戊丁平行，即得己壬形如所求。若直角鈍角形，則從直角鈍角作垂線，餘法同（如第二第三圖是）。



論曰：己戊庚線既與乙丙平行，即乙丁與丁丙若己戊與戊庚也（本篇四之增題）。合之，即乙丙與丁丙若己庚與戊庚也。又丁丙與甲丁若戊庚與甲戊（甲丁丙與甲戊庚爲等角形，故見本篇四之系），平之，即乙丙與甲丁若己庚與甲戊也。又甲丁與乙丙若甲戊與戊丁也。乙丙與戊丁平之，即乙丙與乙丙若己庚與戊丁也。乙丙與乙丙同線必等，即己庚與戊丁必等，而己庚與辛壬又等（一卷卅四），戊丁與己辛、庚壬亦等，則己庚、庚壬、壬辛、辛己四邊俱等。又戊丁辛既直角，即己辛丁亦直角（一卷廿九），其餘亦皆直角，而己壬爲直角方形。



又法曰：若直角三邊形，求依乙角作內切直角方形，則以垂線甲乙兩分于丁，令甲丁與丁乙之比例若甲乙與乙丙（本篇十）。次從丁作丁戊直線與乙丙平行，從戊作戊己直線與甲乙平行，即得丁己形如所求。
論曰：乙丙與甲乙既若丁戊與甲丁（甲乙丙、甲丁戊爲等角形，故見本篇四之系），而甲乙與乙丙又若甲丁與丁乙，平之，即乙丙與乙丙若丁戊與丁乙也。乙丙與乙丙同線必等，即丁戊與丁乙必等，而丁己爲直角方形。

今附如上三邊直角形，依乙角作內切直角方形，其方形邊必爲甲丁、己丙兩分餘邊之中率。何者？甲丁與丁戊若戊己與己丙故（本篇四之系）。

幾何原本第七卷之首

英國 偉烈亞力 口譯
海甯 李善蘭 筆受

界說二十二則

第一界

一者天地萬物無不出乎一。

第二界

數者以眾一合之而成。

第三界

分者數之數小能度大以小爲大之一分。

第四界

諸分者小數度大數而有奇零不盡以小爲大之幾分

第五界

若小數能度大者則大爲小之幾倍。

第六界

偶數者可平分爲二。

第七界

奇數者不可平分爲二

第八界

偶之偶數者以偶分之仍得偶。

第九界

奇之偶數者以偶分之而得奇。

第十界

奇之奇數者以奇分之仍得奇

第十一界

數根者惟一能度而他數不能度。

第十二界

無等數之數者兩數無數能度。

第十三界

可約數者有他數能度

第十四界

有等數之數者兩數有數能度。

第十五界

乘數者數有若干倍即若干爲乘數。

第十六界

面數者兩數相乘所得原兩數爲其邊。

第十七界

體數者三數相乘所得原三數爲其邊。

第十八界

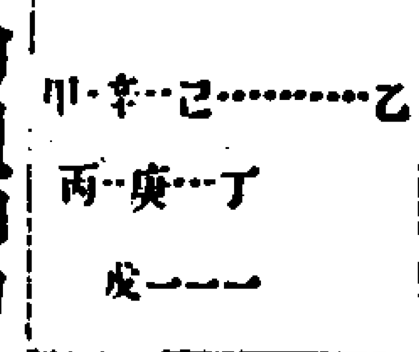
平方數者兩等數相乘所得。

第十九界
立方數者三等數相乘所得。
第二十界
四數若第一與二偕第三與四爲同理之比例則第一第三之幾倍偕第二第四之幾倍其相視或等或俱爲大或俱爲小恆如是
第二十一界
相似面數及體數者面數體數諸相當邊同比。
第二十二界
全數者諸分之合數。

幾何原本第七卷

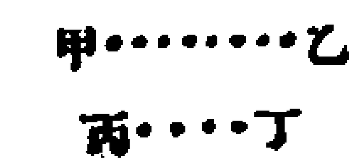
英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

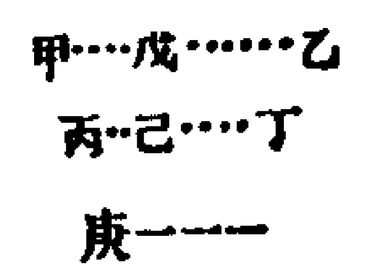
第一題
兩不等數輾轉相減餘一而止則爲兩無等數之數。
解曰如甲乙丙丁兩不等數輾轉以小減大未至於一減餘諸數皆不能度題言甲乙丙丁爲兩無等數之數可度者惟一而已。



論曰如甲乙丙丁非無等數之數而有他數可度若戊。試以丙丁累減甲乙餘甲己小於丙丁以甲己累減丙丁餘丙庚小於甲己以丙庚累減甲己餘甲辛卽一也故若謂戊數度丙丁而丙丁度己乙戊亦度己乙又戊亦度全數甲乙所以亦度餘數甲己惟甲己度丁庚所以戊亦度丁庚惟戊度全數丁丙所以亦度餘數丙庚惟丙庚度己辛所以戊亦度己辛惟戊度全數己甲所以亦度餘數甲辛卽一於理不合也。本卷界說三是以甲乙丙丁無數可度而甲乙丙丁爲無等數之數也。
第二題
兩數非無等數求其最大等數。
法曰甲乙丙丁兩數非無等數丙丁爲小求最

大等數設丙丁度甲乙亦可自度即為甲乙丙丁之最大等數因他數大於丙丁不能度丙丁故丙丁為最大等數理自明也設丙丁不能度甲乙則輾轉以小減大必有減餘數可度兩數而減餘非為一若餘一則甲乙丙丁為無等數之數而與所設之題相反矣故最後減餘數必為等數也設丙丁度甲乙餘甲戊小於丙丁以甲戊度丙丁餘丙己小於甲戊以丙己度甲戊恰盡夫丙己既度甲戊甲戊度丁己則丙己亦度丁己惟丙己亦自度所以度全數丙丁惟丙丁度乙戊所以丙己亦





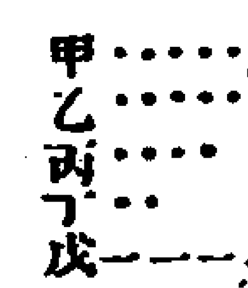
度乙戊惟丙己亦度戊甲所以度乙甲又丙己亦度丙丁（本論）所以丙己度甲乙丙丁則丙己為甲乙丙丁之等數亦為最大等數也若云丙己非甲乙丙丁之最大等數而有大於丙己之數庚可度甲乙丙丁夫庚既度丙丁而丙丁度乙戊則庚亦度乙戊惟庚度全數乙甲故亦度餘數甲戊惟甲戊度丁己所以庚亦度丁己惟庚度全數丁丙則亦度餘數丙己乃以大度小無是理也是以可度甲乙丙丁之數無大於丙己者所以丙己為甲乙丙丁之最大等數

系凡數可度兩數亦可度兩數之最大等數

第三題

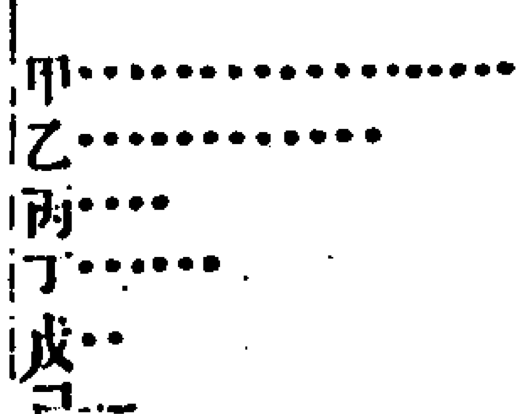
三數非無等數求其最大等數

法曰甲乙丙三數非無等數求最大等數以丁為甲乙之最大等數而丁或度丙或不度丙若丁度丙丁本度甲乙是丁度甲乙丙三數故丁為甲乙丙之等數且亦為最大等數若云丁非甲乙丙之最大等數而大於丁之戊謂可度甲乙丙則戊度甲乙丙亦必度甲乙及甲乙之最大等數（本卷二題系）惟丁為甲乙之最大等數故戊度丁乃以大度小理所不能是以可度甲乙丙之數無大於丁則丁為甲乙丙之最大



等數

若丁不度丙則丙丁非無等數之數蓋甲乙丙既非無等數之數則必有數可度可度甲乙丙即可度甲乙及甲乙最大等數丁（本卷二題系）惟亦度丙故有數可度丁丙而丁丙必非無等數之數設戊為丙丁最大等數戊既度丁而丁度甲乙則戊亦度甲乙惟戊度丙故兼度甲乙丙而為甲乙丙之等數且亦為最大等數若云戊非甲乙丙之最大等數而以大於戊之己謂可度甲乙丙夫己既度甲乙丙亦度甲乙及甲乙最大等數



惟甲乙之最大等數爲丁所以已度丁而已亦度丙則亦度丙丁及丙丁之最大等數惟戊爲丙丁之最大等數故已當度戊乃以大度小所不能也故數若大於戊即不能度甲乙丙則戊爲甲乙丙最大等數

一系凡數可度三數必可度此三數之最大等數

二系依法任若干數俱可求得最大等數

第四題

凡小數或爲大數之一分或爲幾分

甲……
乙……丙

解曰兩數一爲甲一爲乙丙小於甲題言乙丙或爲甲之一分或爲甲之幾分

論曰甲與乙丙或無等數或非無等數設爲無等數則分乙丙爲若干一各爲甲之一分故乙丙之全分爲甲之幾分本卷界說一二設甲與乙丙非無等則乙丙或度甲或不度甲度甲則乙丙爲甲之一分不度甲則以丁爲甲與乙丙之最大等數本卷二分乙丙爲乙戊戊己己丙諸數俱等於丁因丁度甲則丁爲甲之一分惟丁等於乙戊戊己己丙各數所以乙戊戊己己丙各數俱爲甲之一分則乙丙爲甲之幾分

甲……
乙…戊…己…丙
丁…

是以凡小數或爲大數之一分或爲幾分

第五題

小數爲大數之一分若他小數爲他大數之一分則兩小數和爲兩大數和之一分亦如之

解曰甲爲乙丙之一分若丁爲戊己之一分題言甲丁之和爲乙丙戊己和之一分若甲爲乙丙之一分

甲…
乙…庚…丙
丁…
戊…辛…己

論曰丁爲戊己之一分既若甲爲乙丙之一分則乙丙中有若干甲戊己中有若干丁分乙丙爲乙庚庚丙俱與甲數等分戊己爲戊辛辛己俱與丁數等則乙庚庚丙若干分若戊辛辛己若干分因乙庚與甲等戊辛與丁等故乙庚戊辛和與甲丁和等又庚丙與甲等辛己與丁等庚丙辛己和必與甲丁和等理同故乙丙中有若干等甲數乙丙戊己和中有若干等甲丁和數所以乙丙中之幾甲與乙丙戊己和中之幾甲丁和相等是以甲爲乙丙之一分若甲丁和爲乙丙戊己和之一分

第六題

小數爲大數之幾分若他小數爲他大數之幾分則兩小數和爲兩大數和之幾分亦如之

解曰甲乙爲丙之幾分若丁戊爲己之幾分題言甲乙丁戊和爲丙己和之幾分若甲乙爲丙之幾分

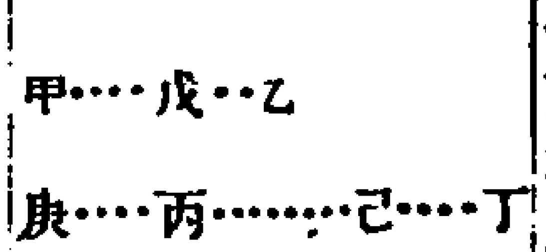
甲…庚…乙
丙……
丁…辛…戊
己……

論曰甲乙爲丙之幾分既若丁戊爲己之幾分則甲乙中有丙若干分之幾若丁戊中有己若干分之幾甲乙中甲庚庚乙爲丙之幾分丁戊中丁辛辛戊爲己之幾分即甲庚庚乙若干分必與丁辛辛戊若干分等而甲庚爲丙之一分既若丁辛爲己之一分則甲庚爲丙之一分必若甲庚丁辛和爲丙己和之一分又庚乙爲丙之一分亦若庚乙辛戊和爲丙己和之一分是以甲乙爲丙之幾分若甲乙丁戊和爲丙己和之幾分

第七題

彼此兩數此全數爲彼全數之一分若此截取數爲彼截取數之一分則此餘數爲彼餘數之一分亦如之

解曰甲乙爲丙丁之一分若截數甲戊爲截數丙己之一分題言餘數戊乙爲餘數己丁之一分若甲乙爲丙丁之一分

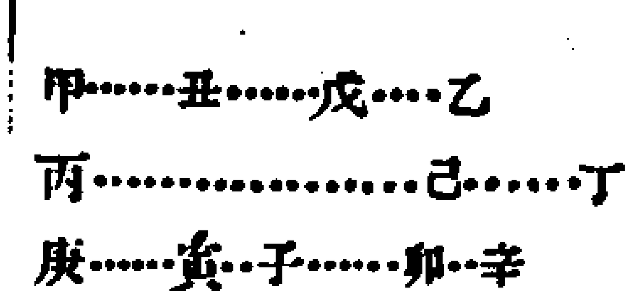


論曰甲戊爲丙己之一分若戊乙爲丙庚之一分戊乙爲丙庚之一分既若甲戊爲丙己之一分則甲乙爲庚己之一分若甲戊爲丙己之一分本卷五惟甲乙爲丙丁之一分若甲戊爲丙己之一分本題故甲乙爲丙丁之一分若甲乙爲庚己之一分則甲乙爲庚己之一分亦即爲丙丁之一分是庚己與丙丁相等截取公數丙己餘庚丙與餘己丁等又戊乙爲庚丙之一分既若甲戊爲丙己之一分而庚丙與己丁等則戊乙爲己丁之一分若甲戊爲丙己之一分惟甲戊爲丙己之一分若甲乙爲丙丁之一分本題故餘數戊乙爲餘數己丁之一分亦若全數甲乙爲全數丙丁之一分也

第八題

彼此兩數此全數爲彼全數之幾分若此截取數爲彼截取數之幾分則此餘數爲彼餘數之幾分亦如之

解曰甲乙爲丙丁之幾分若截數甲戊爲截數丙己之幾分題言餘數戊乙爲餘數己丁之幾分若全數甲乙爲全數丙丁之幾分



論曰設庚辛與甲乙相等則庚辛爲丙丁之幾分若甲戊爲丙己之幾分分庚辛爲庚子子辛若干分即丙丁之幾分亦分甲戊爲甲丑丑戊即丙己之幾分則庚子子辛若干分與甲丑丑戊若干分等庚子爲丙丁之一分既若甲丑爲丙己之一分而丙丁大於丙己則庚子亦大於甲丑設庚寅與甲丑相等庚寅爲丙己之一分若庚子爲丙丁之一分則餘數寅子爲餘數己丁之一分亦若全數庚子爲全數丙丁之一分本卷七又子辛爲丙丁之一分既若丑戊爲丙己

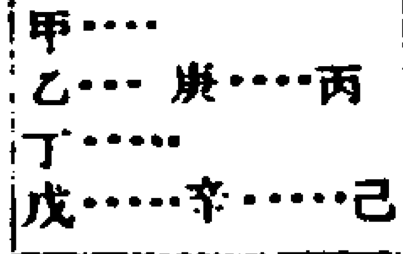
之一分。而丙丁大於丙己。故子辛必大於丑戊。設子卯與丑戊相等。則子辛爲丙丁之一分。若子卯爲丙己之一分。故餘數卯辛爲餘數己丁之一分。亦若全數子辛爲全數丙丁之一分。惟餘數寅子爲餘數己丁之一分。若全數庚子爲全數丙丁之一分。本論故寅子卯辛和爲丁己之幾分。若全數庚辛爲全數丙丁之幾分。惟寅子卯辛和與戊乙等。而庚辛與甲乙等。故餘數戊乙爲餘數己丁之幾分。若全數甲乙爲全數丙丁之幾分。

第九題

第一數爲第二數之一分。若第三數爲第四數之一分。則

第一數爲第三數之一分或幾分。若第二數爲第四數之一分或幾分。

解曰。甲爲乙丙之一分。若丁爲戊己之一分。甲小於丁。題言甲爲丁之一分或幾分。若乙丙爲戊己之一分或幾分。



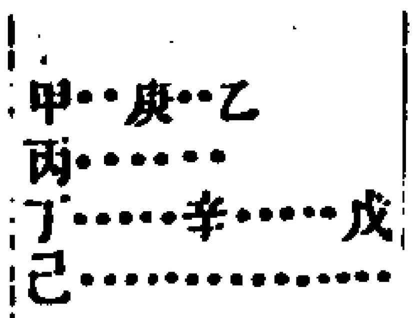
論曰。丁爲戊己之一分。既若甲爲乙丙之一分。則乙丙中有若干甲。若戊己中有若干丁。分乙丙爲若干甲。如乙庚庚丙。分戊己爲若干丁。如戊辛辛己。則乙庚庚丙若干分。與戊辛辛己若干分等。夫乙庚庚丙諸數。既俱相等。戊辛辛己諸數。亦俱相等。而此乙庚庚丙諸分與戊辛辛己諸分。又相等。則庚丙爲辛己之一分。或幾分。若乙庚爲戊辛之一分或幾分。故乙庚爲戊辛之或一分或幾分。若乙丙爲戊己之或一分或幾分。本卷五六惟乙庚與甲相等。而戊辛與丁相等。故甲爲丁之或一分或幾分。若乙丙爲戊己之或一分或幾分也。

第十題

第一數爲第二數之幾分。若第三數爲第四數之幾分。則第二數爲第四數之幾分或一分。若第一數爲第三數之幾分或一分。

解曰。甲乙爲丙之幾分。若丁戊爲己之幾分。題言甲乙

爲丁戊之幾分或一分。若丙爲己之幾分或一分。



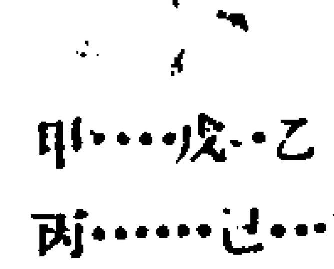
論曰。甲乙爲丙之幾分。既若丁戊爲己之幾分。則甲乙中有丙之若干分。若丁戊中有己之若干分。分甲乙爲丙之若干分。如甲庚庚乙。分丁戊爲己之若干分。如丁辛辛戊。則甲庚庚乙若干分。與丁辛辛戊若干分等。夫甲庚爲丙之一分。既若丁辛爲己之一分。而丙爲己之幾分或一分。若甲庚爲丁辛之幾分或一分。本卷九則庚乙爲辛戊之幾分或一分。若丙爲己之幾分或一分。故甲乙爲丁戊之幾分或一分。若甲庚爲丁辛之

幾分或一分本卷五六帷丙爲己之幾分或一分若甲庚爲丁辛之幾分或一分故甲乙爲丁戊之幾分或一分亦若丙爲己之幾分或一分也

第十一題

大小兩數此全數與彼全數比若此截數與彼截數比則此餘數與彼餘數比亦如之

解曰全數甲乙與全數丙丁比若截數甲戊與截數丙己比題言餘數戊乙與餘數己丁比若全數甲乙與全數丙丁比



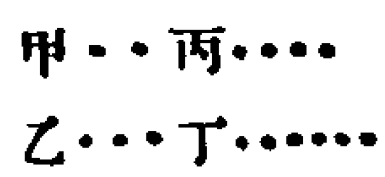
論曰甲乙與丙丁比既若甲戊與丙己比則甲戊爲丙

己之幾分或一分若甲乙爲丙丁之幾分或一分本卷界說二十故餘數戊乙爲餘數己丁之幾分或一分若甲乙爲丙丁之幾分或一分本卷七八所以戊乙與己丁比若甲乙與丙丁比也本卷界說二十

第十二題

若干同比例數一前數與一後數比若諸前數和與諸後數和比

解曰甲乙丙丁諸同比例數甲與乙比若丙與丁比題言甲與乙比若甲丙和與乙丁和比

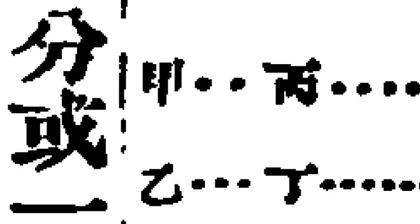


論曰甲與乙比既若丙與丁比則甲爲乙之幾分或一分若丙爲丁之幾分或一分本卷界說二十故甲丙和爲乙丁和之幾分或一分若甲爲乙之幾分或一分本卷五六或甲與乙比若甲丙和與乙丁和比也本卷界說二十

第十三題

四數成正比例則亦成屬比例

解曰甲乙丙丁四比例數甲與乙比若丙與丁比題言屬理甲與丙比若乙與丁比



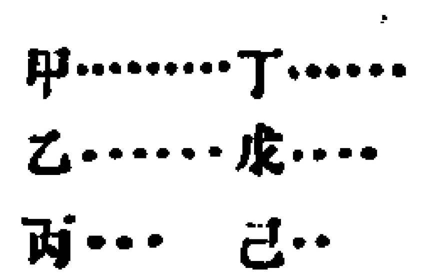
論曰甲與乙比既若丙與丁比則甲爲乙之幾分或一分若丙爲丁之幾分或一分本卷界說二十故屬理甲爲丙之幾分或一分若乙爲丁之幾分或一分本卷九與十

是以甲與丙比若乙與丁比也本卷界說二十

第十四題

彼此諸數兩兩比例同則以平理推之比例亦同

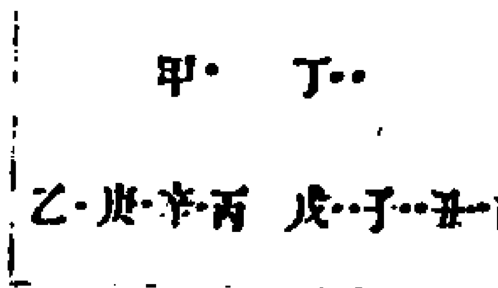
解曰此諸數甲乙丙彼諸數丁戊己彼此若干數等甲與乙比若丁與戊比乙與丙比若戊與己比題言依平理甲與丙比若丁與己比



論曰甲與乙比既若丁與戊比則屬理甲與丁比若乙與戊比本卷十三又乙與丙比若戊與己比則屬理乙與戊比若丙與己比惟乙與戊比若甲與丁比故甲與丁比若丙與己比是以屬理甲與丙比若丁與己比

第十五題

一度第二數，若第三數度第四數，則依屬理一度第三數，若第二數度第四數。

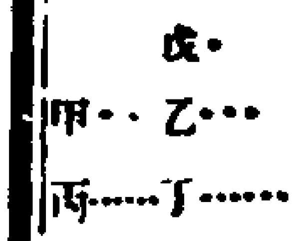


解曰：甲爲一，度第二數乙丙，若第三數丁度第四數戊己。題言屬理甲度丁，若乙丙度戊己。

論曰：甲度乙丙，既若丁度戊己，則戊己中有若干丁，若乙丙中有若干一。分乙丙爲乙庚、庚辛、辛丙若干一，又分戊己爲戊子、子丑、丑己若干丁，乙庚、庚辛、辛丙若干分與戊子、子丑、丑己若干分等。乙庚、庚辛、辛丙諸一既俱等，戊子、子丑、丑己諸數亦俱等，而乙庚、庚辛、辛丙諸分與戊子、子丑、丑己諸分等，則乙庚一與戊子數比，若庚辛一與子丑數比，亦若辛丙一與丑己數比。惟一前率與一後率比，若諸前率與諸後率比（本卷十二），故乙庚一與戊子數比，若乙丙與戊己比。惟乙庚一等甲一，戊子數等丁數，故甲與丁比，若乙丙與戊己比。是以甲度丁數，若乙丙度戊己也（本卷界說二十）。

第十六題

二數互乘生二數，所生二數必等。



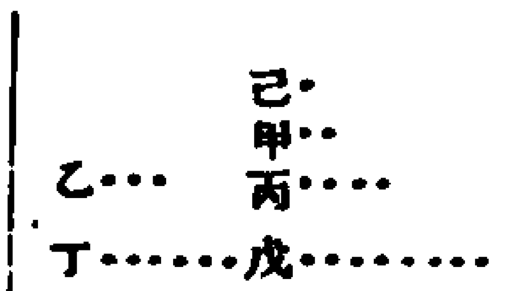
解曰：甲乙二數，甲乘乙生丙數，乙乘甲生丁數。題言丙丁必等。

論曰：甲乘乙既生丙，則乙度丙得若干，與甲中之若干一等（本卷界說十五）。以一爲戊，而度甲得若干，與乙度丙得若干等（本卷十五）。又乙乘甲既生丁，則甲度丁得若干，與乙中之若干一等，戊一度乙，亦與乙中之若干一等，故戊度乙，若甲度丁。惟戊度乙，亦若甲度丙（本論），故甲度丙與度丁等，是以丙與丁等。

第十七題

數乘二數，所生二數之比，若原二數之比。

解曰：甲乘乙丙二數，生丁戊二數。題言乙丙之比，若丁戊之比。

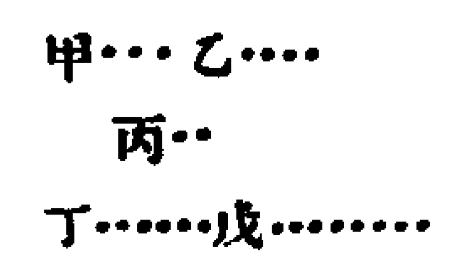


論曰：甲乘乙既生丁，則乙度丁得若干，與甲中之若干一等（本卷界說十五）。以己爲一，而度甲得若干，與甲中之若干一等，是甲中有若干己，若丁中有若干乙，故己與甲比，若乙與丁比（本卷界說二十）。又己與甲比，若丙與戊比，理同。是以乙與丁比，若丙與戊比，而屬理乙與丙比，若丁與戊比（本卷十三）。

第十八題

二數各乘一數，所生二數之比，若原二數之比。

解曰：甲乙二數各乘丙，生丁戊二數。題言甲與乙比，若



丁與戊比。

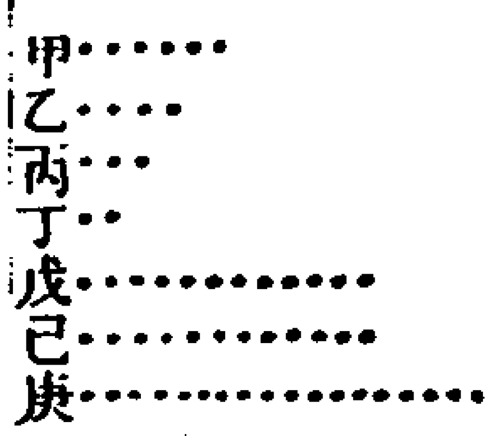
論曰。甲乘丙生丁。丙乘甲亦生丁。本卷十六乙乘丙生戊。丙乘乙亦生戊。是丙乘甲乙二數生丁戊二數。所以甲與乙比。若丁與戊比。本卷十七

第十九題

四比例數。第一第四乘得數。必等於第二第三乘得數。又若有四數。第一第四乘得數。等於第二第三乘得數。則此四數爲比例數。

解曰。甲乙丙丁四比例數。甲與乙比。若丙與丁比。戊爲甲丁乘得數。己爲乙丙乘得數。題言戊與己等。

論曰。甲乘丙設生庚。甲乘丙旣生庚。而乘丁生戊。則甲乘丙丁二數。生庚戊二數。故丙與丁比。若庚與戊比。丙與丁比。若甲與乙比。本卷十七故甲與乙比。亦若庚與戊比。又



甲乘丙旣生庚。而乙乘丙生己。是甲乙二數。乘丙生庚己二數。故甲與乙比。若庚與己比。本卷十八惟甲與乙比。若庚與戊比。故庚與戊比。若庚與己比。夫庚與戊比。若庚與己比。則戊與己相等。

又解曰。戊與己相等。則甲與乙比。必若丙與丁比。

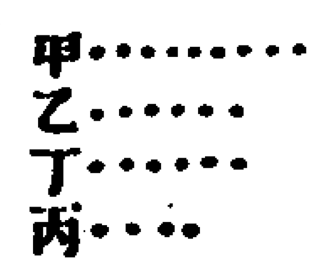
論曰。甲乘丙丁。旣生庚戊。則丙與丁比。若庚與戊比。惟戊與己相等。故庚與戊比。若庚與己比。惟庚與戊比。若丙與丁比。是以丙與丁比。若庚與己比。而庚與己比。若甲與乙比。本卷十八則甲與乙比。若丙與丁比。

第二十題

三比例數。首與末乘得數。等於中數自乘。又三數若首與末乘得數。等於中數自乘。則此三數爲比例數。

解曰。甲乙丙三比例數。甲與乙比。若乙與丙比。題言甲丙乘得數。等於乙自乘數。

論曰。設置丁與乙等。則甲與乙比。若丁與丙比。



故甲丙乘得數。等於乙丁乘得數。本卷十九惟乙丁相等。故

乙丁乘得數。與乙自乘之數等。是以甲與丙乘得數。等於乙自乘之數。

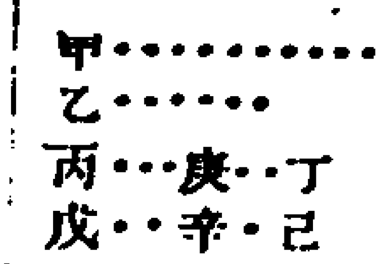
又解曰。甲丙乘得數。等於乙自乘數。則甲與乙比。必若乙與丙比。

論曰。甲丙乘得數。旣等於乙自乘數。則亦等於乙丁乘得數。故甲與乙比。若丁與丙比。本卷十九而乙與丁相等。是以甲與乙比。若乙與丙比。

第二十一題

同比最小數。可度諸同比數。前率度前率。後率度後率。俱等。

解曰丙丁戊己兩數爲甲乙之最小同比數題言甲中有若干丙丁若乙中有若干戊己

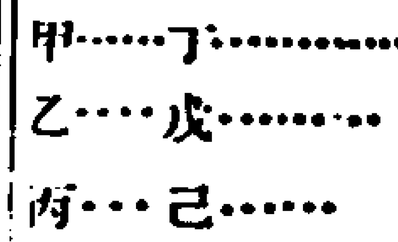


論曰如此丙丁必非甲之幾分設以丙丁爲甲之幾分則戊己爲乙之幾分若丙丁爲甲之幾分本卷界說二十是丙丁中有甲丙分之幾若戊己中有乙丙分之幾丙丁爲甲丙分之幾如丙庚庚丁戊己爲乙丙分之幾如戊辛辛己則丙庚庚丁若干分與戊辛辛己若干分等丙庚庚丁諸數既相等戊辛辛己諸數亦相等而丙庚庚丁若干分與戊辛辛己若干分等則丙庚與戊辛比若庚丁與辛己比而一前數與一後數比若諸前數

與諸後數比本卷十二則丙庚戊辛與丙丁戊己同比而丙庚戊辛小於丙丁戊己理所不能因丙丁戊己爲同比最小數故也是故丙丁非甲之幾分必爲甲之一分而戊己爲乙之一分若丙丁爲甲之一分故丙丁度甲等於戊己度乙也

第二十二題

此若干數與彼若干數交錯兩兩同比例以平理推之比例亦同

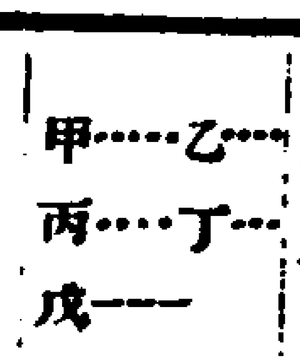


解曰甲乙丙三數丁戊己三數交錯比例同甲與乙比若戊與己比乙與丙比若丁與戊比題言依平理甲與丙比若丁與己比

論曰甲與乙比既若戊與己比則甲己乘得數與乙戊乘得數等本卷十九乙與丙比既若丁與戊比則丙丁乘得數與乙戊乘得數等而甲己乘得數與乙戊乘得數等本論是甲己乘得數與丙丁乘得數等故甲與丙比若丁與己比本卷十九

第二十三題

無等數之數爲同比最小數



解曰甲乙兩無等數題言甲乙爲同比最小數

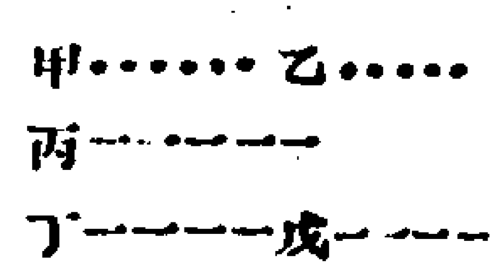
論曰若甲乙非同比最小數則甲乙之同比最

小數必小於甲乙設爲丙丁夫同比之最小數可度各同比數前率度前率後率度後率俱等本卷二十一則丙度甲得若干若丁度乙得若干而甲中有若干丙若戊中有若干一故丁度乙等戊中若干一又丙度甲亦等戊中若干一則戊度甲等丙中若干一戊度乙等丁中若干一是戊度甲乙兩無等數之數理所不能故甲乙同比之數無小於甲乙者是以甲乙爲同比最小數

第二十四題

同比最小數爲無等數之數

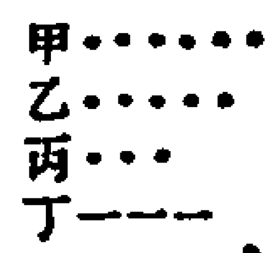
解曰甲乙爲同比最小數題言甲乙無等數



論曰如甲乙非無等數則有數可度設爲丙丙度甲得若干若丁中若干一丙度乙得若干若戊中若干一夫丙既以丁中若干一度甲以戊中若干一度乙則丙乘丁得甲乘戊得乙丙乘丁戊兩數既得甲乙兩數則丁與戊比若甲與乙比（本卷十七）故丁戊與甲乙同比而丁戊小於甲乙必無是理是以可度甲乙之數無大於一者而甲乙無等數

第二十五題

大小兩數無等數有他數可度一數則他數與餘一數無等數



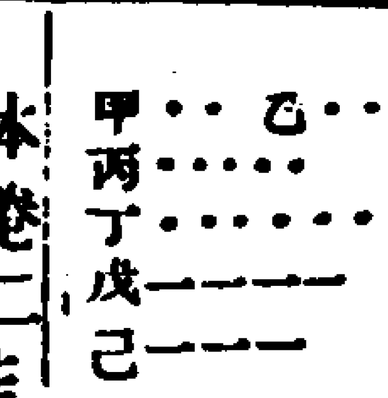
解曰甲乙兩數無等數丙可度甲題言乙丙無等數

論曰如乙丙非無等數則有數可度設爲丁丁既度丙而丙度甲則丁亦度甲惟丁亦度乙是丁度甲乙兩無等數之數理所不能（本卷界說十二）是以無數可度乙丙而乙丙無等數

第二十六題

大小兩數與他數俱無等數則兩數相乘數與他數仍無等數

解曰甲乙兩數與丙俱無等數甲乘乙生丁題言丙丁



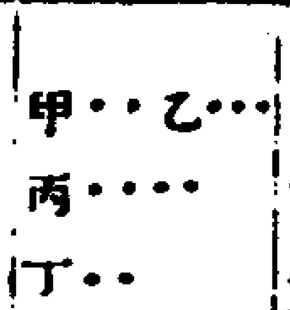
無等數

論曰如丙丁非無等數則有數可度設爲戊丙甲既無等數而戊可度丙則戊甲無等數（本卷二十五）惟戊度丁得若干若己中有若干一則己度丁得若干若戊中有若干一故戊乘己生丁甲乘乙亦生丁是戊己乘得數與甲乙乘得數等夫一四兩率相乘與二三兩率相乘等（本卷十九）是戊與甲比若乙與己比惟甲戊無等數即爲同比最小數（本卷二十三）同比最小數可度諸同比數前率度前率後率度後率等（本卷二十一）是戊度乙戊亦度丙是戊度乙丙兩無等數之數理所不能

是以無數可度丙丁而丙丁無等數

第二十七題

大小兩數無等數則一數自乘所得與餘一數仍無等數

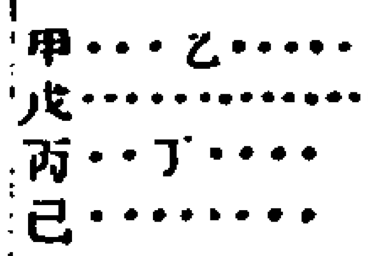


解曰甲乙兩數無等數甲自乘得丙題言乙丙無等數

論曰設丁與甲相等甲乙既無等數而甲與丁等則丁與乙無等數夫甲丁兩數與乙俱無等數則甲丁乘得數與乙仍無等數（本卷二十六）惟丙爲甲丁乘得數故丙乙無等數

第二十八題

此兩數彼兩數兩兩俱無等數則此兩數相乘彼兩數相乘兩得數亦無等數

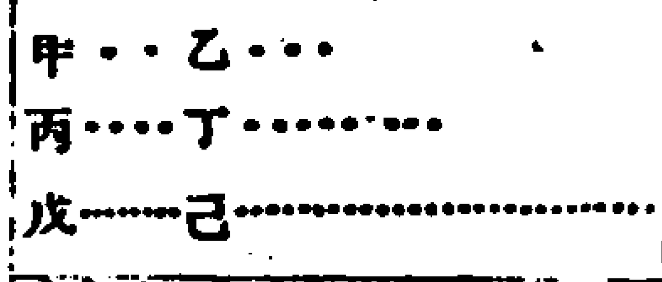


解曰甲乙兩數與丙丁兩數皆無等數甲乙相乘生戊丙丁相乘生己題言戊己亦無等數

論曰甲乙與丙俱無等數則甲乙乘得數與丙仍無等數本卷二十六惟甲乘乙得戊故戊與丙無等數又戊與丁亦無等數理同故丙丁與戊俱無等數是以丙丁乘得數與戊無等數本卷二十六惟己爲丙丁乘得數故戊己無等數

第二十九題

兩數無等數各自乘所得兩數仍無等數各再乘所得兩數亦無等數三乘以上俱同



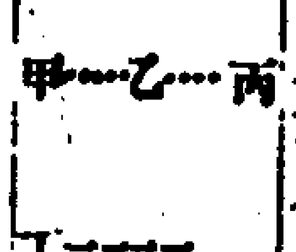
解曰甲乙兩數無等數甲自乘得丙甲乘丙得戊乙自乘得丁乙乘丁得己題言丙丁戊己俱無等數

論曰甲乙既無等數而甲自乘得丙則丙乙無等數本卷二十七夫丙乙既無等數而乙自乘得丁則丙丁無等數又甲與乙既無等數而乙自乘得丁則甲丁無等數甲丙與乙丁既各無等數則甲乘丙乙乘丁所得兩數無等數本卷二十八惟甲乘丙得戊乙乘丁得

己是以戊己無等數

第三十題

兩數無等數其和與兩本數各無等數又兩數和與兩本數各無等數則兩本數無等數



解曰甲乙乙丙二數無等數相加得甲丙題言甲丙與甲乙乙丙俱無等數

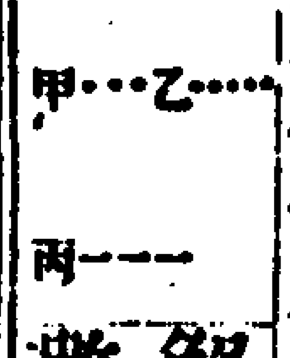
論曰如甲丙甲乙非無等數則有數可度設爲丁丁既度甲丙甲乙則可度餘數乙丙惟亦度甲乙是丁度甲乙乙丙兩無等數之數無是理也故無數可度甲乙甲丙是以甲乙甲丙無等數則甲丙與甲乙乙丙俱無等數

又解曰甲丙甲乙無等數題言甲乙乙丙亦無等數

論曰如甲乙乙丙非無等數則有數可度設爲丁丁既度甲乙乙丙則亦度和數甲丙惟亦度甲乙是丁度甲丙甲乙兩無等數之數無是理也是以無數可度甲乙乙丙而甲乙乙丙無等數

第三十一題

數根與不度之數無等數



解曰甲爲數根乙爲不度之數題言甲乙無

論曰如甲乙非無等數則有數可度設爲丙而丙非一本卷界說十一丙既度乙而甲不度乙則丙與甲不等若丙度乙甲是度數根甲而與甲不等理所不能是以無數可度甲乙而甲乙無等數

第三十二題

兩數相乘所得數有數根可度則此數根亦可度兩本數之一

甲……乙……
丙……
丁……
戊……

解曰甲乙兩數相乘得丙而數根丁度丙題言丁或度甲或度乙

論曰如丁爲數根而不度甲則甲丁無等數本卷三十丁度

丙得若干與戊中之若干一等丁度丙既得戊中之若干一則丁乘戊生丙而甲乘乙亦生丙故丁戊乘得數與甲乙乘得數等是以丁與甲比若乙與戊比本卷十九甲丁爲無等數之數即同比最小數本卷二十三同比最小數可度諸同比數前率度前率後率度後率等本卷二十一是以丁度乙如丁不度乙則度甲其理同也故丁或度甲或度乙

第三十三題

可約數必有數根可度

解曰甲爲可約數題言必有數根度甲

甲……
乙……
丙……

論曰甲既爲可約數則必有數可度本卷界說十三設爲乙若乙爲數根則題理自明如乙爲可約數亦有數可度設爲丙丙既度乙而乙度甲丙亦度甲若丙爲數根則題理亦明若丙爲可約數又有數可度如此遞推至末必有數爲數根可度前數亦可度甲如無數根可度甲則有無窮之數可度甲但後數遞小於前數理所不能本卷界說二故至末必有數根可度前數亦可度甲是以可約之數必有數根可度

又論曰甲既爲可約數必有數可度本卷界說十三設乙爲度甲最小之數則乙爲數根若云非數根而爲可約之數

則有數可度設爲丙丙小于乙丙既度乙而乙度甲則丙亦度甲惟乙爲度甲最小之數而丙小于乙理所不能是以乙非可約數而爲數根也

第三十四題

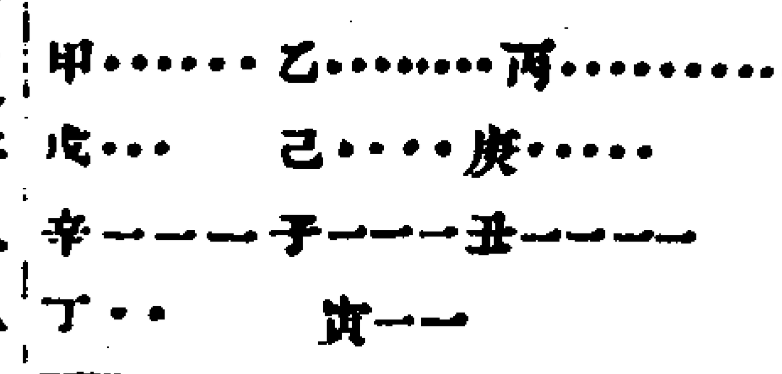
凡數或爲數根或爲數根可度之數

解曰甲爲數題言甲或爲數根或爲數根可度之數

論曰如甲爲數根題理自明如爲可約之數則有數根可度本卷三十三是以凡數或爲數根或爲數根可度之數

第三十五題

有若干數求同比最小數

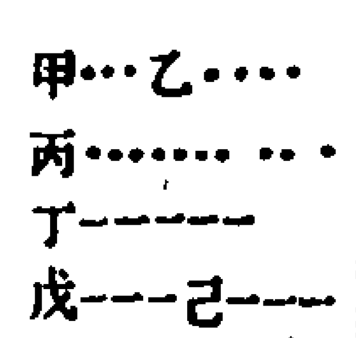


法曰甲乙丙若干數求同比最小數甲乙丙或無等數或有等數若無等數即爲同比最小數本卷二十三若有等數則以丁爲甲乙丙最大等數丁度甲乙丙各數得若干若戊己庚三數各有若干一本卷三故戊己庚各數度甲乙丙各數所得若干各與丁中之若干一等故戊己庚各乘丁生甲乙丙則戊己庚爲甲乙丙同比數本卷十八亦爲最小數若云戊己庚非甲乙丙同比最小數別有甲乙丙同比數小于戊己庚設爲辛子丑辛度甲與子丑度乙丙各相等本卷二十一辛度

甲得若干若寅中有若干一子丑度乙丙得若干各與寅中之若干一等辛度甲既得寅中若干一則寅度甲得辛中若干一推之寅度乙丙得子丑中各若干一故寅兼度甲乙丙又辛度甲既得寅中若干一則辛乘寅得甲而戊乘丁得甲本論是戊乘丁辛乘寅兩數相等故戊與辛比若寅與丁比卷十九惟戊大于辛故寅亦大于丁而度甲乙丙理所不能因丁爲甲乙丙之最大等數故也故甲乙丙同比數無有小于戊己庚者是以戊己庚爲甲乙丙之同比最小數

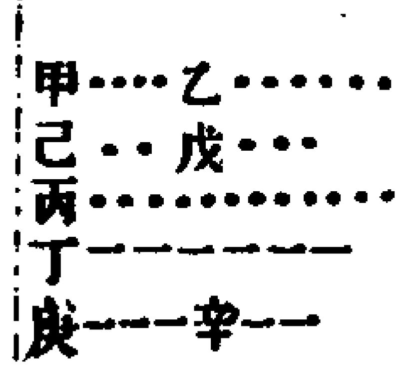
第三十六題

有兩數求其所度最小數



法曰甲乙兩數求其所度最小數甲乙或無等數或有等數設無等數則以丙爲甲乙乘得數乙乘甲得丙則甲乙度丙而丙爲甲乙所度最小數本卷十六若云非最小別有數小於丙而甲乙可度設爲丁甲度丁得若干與戊中之若干一等乙度丁得若干與己中之若干一等故甲乘戊生丁乙乘己亦生丁而甲戊相乘乙己相乘兩得數等則甲與乙比若己與戊比本卷十九甲乙無等數亦爲同比最小數本卷二十二惟同比最小數度他同比數前率度前率後率度後率等本卷二十一故後率乙度後率戊甲乘乙戊既生丙丁

則乙與戊比若丙與丁比本卷十八惟乙度戊故丙度丁而以大度小理所不能故無數小于丙可爲甲乙兩無等數所度而丙爲甲乙所度最小數



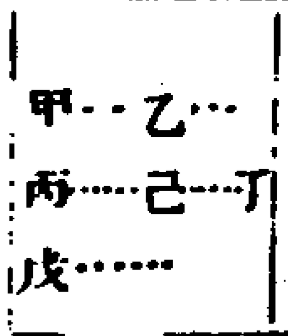
設甲乙有等數則以己戊爲甲乙同比最小數本卷三十五令甲戊相乘與乙己相乘二得數等甲戊乘得數爲丙則乙己乘得數亦爲丙所以甲乙度丙而丙爲甲乙所度最小數若云非最小別有數小于丙爲甲乙所度設爲丁則甲度丁得若干與庚中之若干一等乙度丁得若干與辛中之若干一

等故甲乘庚生丁乙乘辛亦生丁是甲乘庚乙乘辛兩得數等則甲與乙比若辛與庚比本卷十九惟甲與乙比若己與戊比故己與戊比若辛與庚比而己戊爲甲乙同比最小數最小數度他同比數前率度前率後率度後率相等本卷二十一故戊度庚又甲度丙丁既得戊庚則戊與庚比若丙與丁比本卷十七惟戊度庚故丙度丁本卷界說二十然以大度小理所不能是以小于丙之數甲乙不能度而丙爲甲乙所度最小數

第三十七題

兩數度他數則兩數所度最小數亦度他數

解曰甲乙兩數度他數丙丁甲乙所度最小數



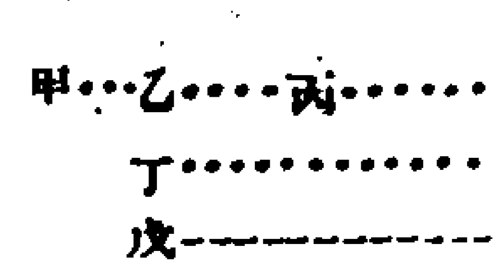
爲戊題言戊亦度丙丁

論曰若云戊不度丙丁以戊累減丙丁盡丁己餘丙己小於戊夫甲乙既度戊而戊度丁己則甲乙亦度丁己而甲乙又度全數丙丁是以亦度餘數丙己而謂丙己小于戊必無是理故戊度丙丁

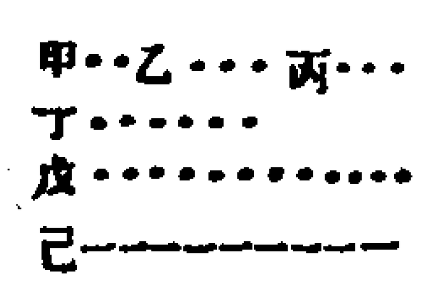
第三十八題

有三數求其所度最小數

法曰甲乙丙三數求其所度最小數以丁爲甲乙所度最小數本卷三十六而丙或度丁或不度丁設度丁因甲乙



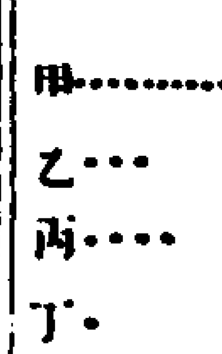
亦度丁故丁爲甲乙丙所度之數亦爲最小數若云非最小別有小于丁之數爲甲乙丙所度設爲戊甲乙丙度戊卽甲乙度戊甲乙所度最小數亦度戊本卷三十七而甲乙所度最小數爲丁丁度戊是以大度小理所不能故甲乙丙所度之數無小于丁者而丁爲甲乙丙所度最小數



設丙不度丁則以戊爲丙丁所度最小數本卷三十六甲乙既度丁而丁度戊則甲乙亦度戊而丙本度戊故戊爲甲乙丙所度亦爲最小數若云非最小別有己小于戊爲甲乙丙所度甲乙丙既度己卽甲乙度己甲乙所度最小數亦度己本卷三十七而丁爲甲乙所度最小數則丁度己惟丙亦度己卽丁丙度己丁丙所度最小數亦度己而戊爲丁丙所度最小數則戊度己乃以大度小無是理也是以甲乙丙所度之數無小于戊者而戊爲甲乙丙所度最小數

第三十九題

本數度他數則他數之一分以本數爲母



解曰乙度甲題言甲之一分以乙爲母

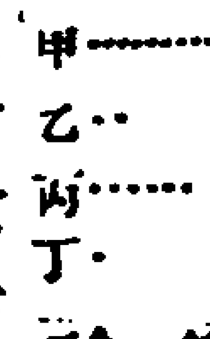
論曰設一爲丁丙中有若干丁若甲中有若

干乙乃乙度甲得丙中之若干一丁度丙亦得丙中之若干一則丁度丙與乙度甲相等屬理丁度乙與丙度甲相等本卷十五故丙爲甲之一分若丁爲乙之一分惟丁爲乙之一分命乙爲母故丙爲甲之一分命乙爲母是以甲中有若干丙分其母爲乙

第四十題

數有若干分其分之母數可度本數

解曰甲有若干乙其母爲丙題言丙可度甲

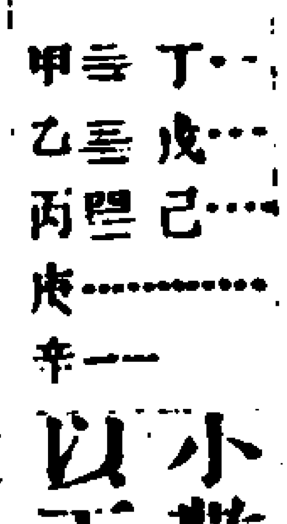


論曰乙既爲甲之一分其母爲丙丁一爲丙之一分其母亦爲丙則乙爲甲之一分若丁爲丙之一分是以丁度丙若乙度甲屬理丁度乙若丙度甲本卷十五故丙度甲

第四十一題

任設諸分求有此諸分之最小數

法曰任設甲乙丙諸分求有甲乙丙諸分之最小數以丁戊己諸數爲甲乙丙之諸母以庚爲丁戊己所度最小數本卷十八三丁戊己既度庚則庚之諸分



以丁戊己爲諸母本卷十九三惟甲乙丙諸分以丁戊己諸數爲母故庚有甲乙丙之諸分亦爲最小數若云非最小更有小于庚之辛有此甲乙丙諸分夫辛既有甲乙丙諸分則甲乙丙之諸母可度辛本卷四十惟此諸分之母爲丁戊己是丁戊己可度辛而辛小於庚理所不能則必無小于庚之數而有甲乙丙諸分者

幾何原本第八卷

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李　善　蘭　筆受

第一題

若干連比例率，首尾二率無等數，則諸率爲同比最小數。

甲八	乙一二	丙一八	丁二七
戊一	己一	庚一	辛一

解曰：甲乙丙丁連比例率，首尾甲丁無等數，題言甲乙丙丁爲同比最小數。

論曰：若云諸率非同比最小數，則設戊己庚辛小于甲乙丙丁，而與甲乙丙丁同比。甲乙丙丁既與戊己庚辛同比，而甲乙丙丁若干率與戊己庚辛若干

率等，則平理甲與丁比若戊與辛比（七卷十四），而甲丁無等數。凡無等數之數，必爲同比最小數，卽可度他同比數。前率度前率，後率度後率等（七卷二十一），則甲度戊，乃以大度小，理所不能，故戊己庚辛小于甲乙丙丁，必不與甲乙丙丁同比，而甲乙丙丁爲同比最小數。

第二題

有同比最小率，求連比例最小數。

法曰：甲乙爲同比最小率，求若干連比例最小數，如求四數，則以甲自乘得丙，以甲乘乙得丁，以乙自乘得戊。又以甲乘丙丁戊，得己庚辛；以乙乘戊得壬，卽得己庚

甲二	乙三		
丙四	丁六	戊九	
己八	庚一二	辛一八	壬二七

辛壬四數。蓋甲既自乘得丙，乘乙得丁，是甲乘甲乙兩數生丙丁兩數，故甲與乙比若丙與丁比（七卷十七）。又甲乘乙得丁，而乙自乘得戊，是甲乙各乘乙得丁戊，故甲與乙比若丁與戊比（七卷十八）。惟甲與乙比若丙與丁比，故丙與丁比亦若丁與戊比。甲乘丙丁得己庚，則丙與丁比若己與庚比。惟丙與丁比若甲與乙比，故甲與乙比若己與庚比。又甲乘丁戊生庚辛，則丁與戊比若庚與辛比。惟丁與戊比若甲與乙比，故甲與乙比若庚與辛比。而甲乙乘戊生辛壬，則甲與乙比若辛與壬比。惟甲與乙比，己與庚，庚與辛俱同

比（本論），故己與庚，庚與辛，辛與壬亦同比，則丙丁戊及己庚辛壬諸數俱爲甲乙同比數，亦爲同比最小數。蓋甲乙既爲同比最小數，同比最小數爲無等數之數（七卷二十三），則甲乙無等數。惟甲乙各自乘得丙戊，各再乘得己壬，則丙戊與己壬俱無等數（七卷二十九）。凡若干連比例率，首尾無等數，必爲同比最小數（本卷一），則丙丁戊及己庚辛壬爲甲乙同比最小數。

系：知此理，可明若連比例三率爲同比最小數，其首尾爲平方；如四率，則爲立方。

第三題

若干連比例率爲同比最小數則首尾無等數

解曰甲乙丙丁連比例率爲同比最小數題言首甲尾丁無等數

論曰戊己爲甲乙丙丁同比最小二數（本卷二）庚辛壬爲同比最小三數推至最小諸數與

甲八乙一二丙一八丁二七
戊二己三
庚四辛六壬九
子八丑一二寅一八卯二七

甲乙丙丁若干率等命此諸數爲子丑寅卯則首子尾卯無等數盖戊己既無等數各自乘得庚壬各再乘得子卯則庚壬子卯俱無等數（七卷二十九）甲乙丙丁既爲同比最小數而子丑寅卯爲甲乙丙丁同比最小數甲乙丙丁若干率與子丑寅卯若干率等則甲乙丙丁各數

與子丑寅卯各數等是以甲與子等丁與卯等子與卯既無等數則甲丁亦無等數

第四題

若干同比最小率求相連同比之最小數

法曰甲與乙丙與丁戊與己爲各同比最小率求相連同比最小數以辛爲乙丙所度最小數（七卷三十六）取庚壬二數令乙度辛得若干與甲度庚相等丙度辛得若干與丁度壬相等而戊或

甲二乙五丙三丁四戊五己六
庚六辛一五壬二〇子二四
丑——寅——卯——辰————

度壬或不度壬若度壬則取子令戊度壬得若干與己度子相等甲度庚得若干既與乙度辛得若干等則甲與乙比若庚與辛比（七卷十三）又丙與丁比若辛與壬比戊與己比若壬與子比理同故庚辛壬子爲甲與乙丙與丁戊與己諸率相連同比之數亦爲同比最小數若云非最小別有數小于庚辛壬子爲丑寅卯辰則甲與乙比若丑與寅比而甲乙爲最小數最小數可度諸同比數前率度前率後率度後率俱等（七卷二十一）則乙度寅又丙亦度寅是乙丙度寅而乙丙所度之最小數亦度寅（七卷三十七）乙丙所度之最小數爲辛故辛度寅然以大度小理所不能故無小于庚辛壬子與甲乙丙丁戊己同比者

設戊不度壬則取寅爲戊壬所度最小數（七卷三十六）又取子丑卯令壬度寅得若干與庚辛度子丑得若干等戊度寅得若干與己度卯得若干等庚度子得若干既與辛度丑得若干等則庚與辛比若子與丑比（七卷十三）惟庚與辛比若甲與乙比故甲與乙比若子與丑比

甲四乙五丙二丁三戊四己三
庚八辛一〇壬一五
子三二丑四〇寅六〇卯四五
辰——巳———午————未————

又丙與丁比若丑與寅比理同戊度寅得若干既與己度卯得若干等則戊與己比若寅與卯比故子丑寅卯爲甲與乙丙與丁戊與己諸率相連同比之數亦爲最小數若云非最小而別有辰巳午未四數小于子丑寅

卯則辰與巳比若甲與乙比而甲乙爲最小數最小數度諸同比數前率度前率後率度後率俱等七卷二十一則乙度巳而丙亦度巳故乙丙度巳而乙丙所度最小數亦度巳七卷三十七辛爲乙丙所度最小數故辛度巳又辛與巳比若壬與午比七卷十三故壬度午七卷界說二十而戊亦度午則戊壬度午戊壬所度最小數亦度午戊壬所度之最小數爲寅故寅度午然以大度小理所不能則無小于子丑寅卯之數與甲乙丙丁戊己同比者是以子丑寅卯爲甲與乙丙與丁戊與己相連同比最小數

第五題

面數之比例爲邊之相結比例

甲一二　乙三〇　丙三　丁四　戊五　己六
庚六　辛一〇　壬一五　子二〇

解曰甲乙爲二面數丙丁爲甲之二邊戊己爲乙之二邊題言甲乙之比例爲丙丁戊己相結之比例

論曰丙與戊丁與己各爲比例率取庚辛壬爲相連同比最小數本卷四令丙與戊比若庚與辛比丁與己比若辛與壬比以子爲丁戊乘得數丁乘丙既生甲而乘戊生子七卷界說十六則丙與戊比若甲與子比七卷十七惟丙與戊比若庚與辛比本論故庚與辛比亦若甲與子比又戊乘丁既生子而乘己生乙則丁與己比若子與乙比惟丁與己比若辛與壬比本論故辛與壬比亦若子與乙比又庚與辛比若甲與子比本論故庚與壬比若甲與乙比七卷十四夫庚與壬比爲其邊之相結比例六卷界說五是以甲與乙比亦爲邊之相結比例

第六題

凡連比例率第一數不度第二數則後諸數皆不相度

解曰甲乙丙丁戊爲連比例率如甲不度乙題言甲乙丙丁戊皆不相度

論曰甲不度乙而甲亦不度餘諸數如甲不度丙是也其理易明設有己庚辛若干率等于甲乙丙若干率而

甲一六　乙二四　丙三六　丁五四　戊八一
己四　庚六　辛九

爲甲乙丙同比最小數七卷三十五己庚辛既與甲乙丙爲同比數而甲乙丙與己庚辛之諸率相等則甲與丙比若己與辛比七卷十四甲與乙比若己與庚比而甲不度乙則己不度庚七卷界說二十故己非一因一無數不可度故也七卷界說一而己辛無等數本卷三故己不度辛七卷界說十二惟己與辛比若甲與丙比是以甲不度丙準此可顯無數可度他數

第七題

若干連比例率首率度尾率則亦度第二率

解曰甲乙丙丁若干連比例率甲度丁題言甲亦度乙

甲二乙四丙八丁一六

論曰如甲不度乙則無數度他數本卷六與題不合因甲度丁故也故甲度丁則亦度乙

第八題

彼此各兩數同比此兩數間有若干連比例率則彼兩數間亦有若干連比例率

解曰甲乙兩數間有丙丁若干連比例率戊己與甲乙同比題言甲乙間有若干連比例率戊己間亦有若干連比例率

甲二丙四丁八乙一六
庚一辛二壬四子八
戊三丑六寅一二己二四

論曰庚辛壬子若干率與甲丙丁乙若干率等亦爲甲丙丁乙同比最小數七卷三十五則首庚尾子無等數本卷三甲丙丁乙既與庚辛壬子同比而甲丙丁乙若干率與庚辛壬子若干率等則甲與乙比若庚與子比七卷十四惟甲與乙比若戊與己比故庚與子比亦若戊與己比乃庚子爲同比最小數七卷二十二同比最小數可度諸同比數前率度前率後率度後率俱等七卷二十一故庚度戊若子度己又庚度戊得若干若辛壬各數度丑寅各數得若干故庚辛壬子度戊丑寅己俱等而庚辛壬子與戊丑寅己同比七卷界說二十惟庚辛壬子與甲丙丁乙同比故甲丙丁乙亦與戊丑寅己同比而甲丙丁乙爲連比例率故戊丑寅己亦爲連比例率是以甲乙間有

若干連比例率則戊己間亦有若干連比例率也

第九題

首尾兩無等數之數中間有若干連比例率則其首其尾與一之中間亦各有若干連比例率

解曰甲乙兩無等數之數中間有丙丁若干連比例率以戊爲一題言甲乙間有若干連比例率則甲戊及乙戊間亦各有若干連比例率

甲八丙一二丁一八乙二七
戊一
己二庚三
辛四壬六子九
丑八寅一二卯一八辰二七

論曰己庚爲甲丙丁乙二同比率本卷二辛壬子爲三同比率推至丑寅卯辰若干同比率與甲丙丁乙若干率等即顯己自乘生辛本卷二己乘辛生丑庚自乘生子庚乘子生辰丑寅卯辰爲己庚同比最小數甲丙丁乙亦爲己庚同比最小數丑寅卯辰諸率與甲丙丁乙諸率等則丑寅卯辰各數與甲丙丁乙各數等故丑與甲等辰與乙等又己自乘生辛己度辛得己中之若干一而戊度己亦得己中之若干一故戊度己與己度辛等是以戊己之比若己辛之比七卷界說二十又己乘辛生丑則辛度丑得己中之若干一而戊度己亦得己中之若干一故戊度己與辛度丑等是以戊己之比若辛丑之比惟戊己之比若己辛之比本論故戊與己己與辛辛與丑俱

同比惟丑與甲相等故戊與己己與辛辛與甲爲同比又戊與庚庚與子子與乙爲同比理同是以甲乙間有若干連比例率則甲戊及乙戊間亦各有若干連比例率

第十題

一與大小二數中間各有若干連比例率則此二數間亦有若干連比例率

解曰丁戊及己庚各連比例率在甲丙乙丙間題言甲丙乙丙中間各有若干率則甲乙間亦有若干率

論曰丁乘己得辛辛乘丁得壬辛乘己得子丙與丁比既若丁與戊比則丙度丁若丁度戊惟丙度丁得丁中之若干一故丁度戊亦得丁中之若干一則丁自乘得戊又丙與丁比既若戊與甲比則丙度丁若戊度甲惟丙度丁得丁中之若干一故戊度甲亦得丁中之若干一則丁乘戊生甲又己自乘生庚己乘庚生乙而丁自乘生戊乘己生辛則丁與己比若戊與辛比七卷十七又丁與己比若辛與庚比故戊與辛比若辛與庚比又丁乘戊辛生甲壬故戊與辛比若甲與壬比七卷十七而戊與辛比若丁與己比故丁與己比若甲與壬比又丁己乘辛生壬子故丁

甲八　壬一二　子一八　乙二七
戊四　辛六　庚九
丁二　己三
丙一

與己比若壬與子比七卷十八惟丁與己比若甲與壬比故甲與壬比亦若壬與子比又己乘辛庚生子乙故辛與庚比若子與乙比而辛與庚比若丁與己比故丁與己比亦若子與乙比則丁與己甲與壬壬與子子與乙俱同比本論即知甲壬子乙爲連比例率是以甲丙及乙丙間各有若干連比例率則甲乙間亦有若干連比例率

第十一題

兩平方間有一連比例率兩平方之比例爲其邊二次比例

解曰甲乙爲兩平方數甲邊爲丙乙邊爲丁題言甲乙間有一連比例率甲與乙之比例爲丙與丁二次比例

甲四　戊六　乙九
丙二　丁三

論曰丁乘丙生戊甲之邊既爲丙則丙自乘生甲又丁自乘生乙理同丙乘丙丁既生甲戊則丙與丁比若甲與戊比七卷十七又丙乘丁生戊而丁自乘生乙則丙丁兩數乘丁生戊乙兩數故丙與丁比若戊與乙比七卷十八惟丙與丁比若甲與戊比故甲與戊比亦若戊與乙比是以甲乙間有一連比例率又甲與乙之比例爲丙與丁二次比例蓋七卷界說十八甲戊乙既爲連比例率則甲與乙之比例爲甲與戊二次比例惟甲與戊比若丙

與丁比是以甲與乙之比例爲丙與丁二次比例

第十二題

兩立方間有兩連比例率兩立方之比例爲其邊三次比例

解曰甲乙爲兩立方數丙爲甲邊丁爲乙邊題言甲乙間有兩連比例率甲乙之比例爲丙丁三次比例

甲八　辛一二　壬一八　乙二七
戊四　己六　庚九
丙二　丁三

論曰戊爲丙之自乘數己爲丙乘丁數庚爲丁自乘數辛壬爲己乘丙丁數夫甲爲立方數而丙爲其邊則丙自乘得戊丙乘戊得甲（七卷界說十九）又丁自乘得庚丁乘庚得乙丙乘丙丁兩數得戊己則丙與丁比若戊與己比（七卷十七）又丙與丁比若己與庚比理同又丙乘戊己兩數既得甲辛則戊與己比若甲與辛比而戊與己比若丙與丁比故丙與丁比若甲與辛比又丙丁兩數乘己既得辛壬則丙與丁比若辛與壬比（七卷十八）又丁乘己庚兩數得壬乙則己與庚比若壬與乙比惟己與庚比若丙與丁比故丙與丁比亦若壬與乙比則丙與丁甲與辛辛與壬壬與乙皆同比（本論）是以甲乙間有辛壬兩連比例率又甲與乙之比例爲丙與丁三次比例蓋甲辛壬乙既爲連比例率則甲與乙之比例爲甲與辛三次比例惟甲與辛比若丙與丁比是以甲與乙之比例爲丙與丁三次比例

第十三題

若干連比例率其各率自乘所生各率仍爲連比例率各率再乘所生各率仍爲連比例率三乘以上皆同

解曰甲乙丙三率甲與乙比若乙與丙比以甲乙丙各自乘得丁戊己以甲乙丙各乘丁戊己得庚辛壬題言丁戊己及庚辛壬俱爲連比例率

論曰甲乘乙得子子乘甲乙兩率得寅卯乙乘丙得丑丑乘乙丙兩率得辰巳丁子戊及庚寅卯辛爲連比例率與甲乙同比（本卷九又十）而戊丑己及辛辰巳壬爲連比例率與乙丙同比理同惟甲與乙比若乙與丙比故丁子戊與戊丑己同比庚寅卯辛與辛辰巳壬同比惟丁子戊若干率與戊丑己若干率等庚寅卯辛若干率與辛辰巳壬若干率等是以丁與戊比若戊與己比（七卷十四）而庚與辛比若辛與壬比

甲二　乙四　丙八
丁四　子八　戊一六　丑三二　己六四
庚八　寅一六　卯三二　辛六四　辰一二八　巳二五六　壬五一二

第十四題

此平方數度彼平方數則此平方邊度彼平方邊又此平方邊度彼平方邊則此平方數度彼平方數

乙一六 戊八 甲四
丁四 丙二

解曰甲乙兩平方數其邊爲丙丁甲度乙題言丙亦度丁

論曰戊爲丙丁乘得數則甲戊乙爲連比例率與丙丁同比甲戊乙既爲連比例率而甲度乙則甲亦度戊七本卷惟甲與戊比若丙與丁比故丙亦度丁七卷界說二十

又解曰設丙度丁題言甲亦度乙

論曰準前論甲戊乙爲連比例率與丙丁同比丙與丁比既若甲與戊比而丙度丁則甲亦度戊又甲戊乙爲連比例率是以甲亦度乙七本卷

第十五題

此立方數度彼立方數則此立方邊度彼立方邊又此立方邊度彼立方邊則此立方數度彼立方數

乙六四 壬三二 辛一六 甲八
庚一六 己八 戊四
丁四 丙二

解曰立方數甲度立方數乙丙爲甲邊丁爲乙邊題言丙度丁

論曰丙自乘得戊丙乘丁得己丁自乘得庚己乘丙丁得辛壬則戊己庚及甲辛壬乙爲連比例率與丙丁同比本卷十又十九甲辛壬乙既爲連比例率而甲度乙則甲亦度辛七本卷惟甲與辛比若丙與丁比故丙度丁七卷界說二十

又解曰丙度丁題言甲度乙

論曰甲辛壬乙爲連比例率與丙丁同比而丙度丁丙與丁比若甲與辛比故甲度辛則甲亦度乙九本卷

第十六題

此平方數不度彼平方數則此平方邊不度彼平方邊又此平方邊不度彼平方邊則此平方數不度彼平方數

乙一六 丁四
甲九 丙三

解曰甲乙兩平方數其邊爲丙丁甲不度乙題言丙不度丁

論曰如丙度丁則甲亦度乙十四本卷惟甲不度乙故丙不度丁

又解曰丙不度丁題言甲不度乙

論曰如甲度乙則丙亦度丁十四本卷惟丙不度丁故甲不度乙

第十七題

此立方數不度彼立方數則此立方邊不度彼立方邊又此立方邊不度彼立方邊則此立方數不度彼立方數

乙二七 丁三
甲八 丙二

解曰立方數甲不度立方數乙丙爲甲邊丁爲乙邊題言丙不度丁

論曰如丙度丁則甲亦度乙十五本卷惟甲不度乙故丙不度丁

又解曰丙不度丁題言甲不度乙

論曰如甲度乙則丙亦度丁本卷十五惟丙不度丁故甲不度乙

第十八題

二相似面數間有一連比例率兩面數之比例爲相當兩邊二次比例

解曰甲乙二相似面數丙丁爲甲之兩邊戊己爲乙之兩邊相似面數之相當邊同比七卷界說二十一即丙與丁比若戊與己比題言甲乙間有一連比例

甲六　庚一二　乙二四
丙二　丁三　戊四　己六

率甲乙之比例爲丙與戊二次比例亦爲丁與己二次比例

論曰丙與丁比既若戊與己比則轉理丙與戊比若丁與己比七卷十三甲既爲面數其邊丙丁則丁乘丙得甲又戊乘己得乙理同丁乘戊得庚丁既乘丙得甲乘戊得庚則丙與戊比若甲與庚比七卷十七惟丙與戊比若丁與己比故丁與己比若甲與庚比又因戊乘丁得庚乘己得乙故丁與己比若庚與乙比惟丁與己比若甲與庚比故甲與庚比若庚與乙比甲庚乙爲連比例率是以甲乙間有一連比例率庚又甲與乙之比例爲丙戊二次比例亦爲丁己二次比例蓋甲庚乙既爲連比例率則甲乙之比例爲甲庚二次比例因甲與庚丙與戊丁

與己皆同比是以甲乙之比例爲丙戊二次比例亦爲丁己二次比例

第十九題

二相似體數有兩連比例率二體數之比例爲相當兩邊三次比例

解曰甲乙爲二相似體數丙丁戊爲甲之三邊己庚辛爲乙之三邊相似體數之相當邊既同比七卷界說二十一則丙與丁比若己與庚比丁與戊比若庚與辛比題言甲乙間有兩連比例率甲乙之比例爲丙與己丁與庚戊與辛三次比例

論曰丙丁之比既若己庚之比而丙乘丁得壬己乘庚得子則壬子爲同比之面數此兩面數間有一連比例率丑本卷十八則丁乘己得丑本卷十八壬與丑丑與子爲同比丁乘丙既得壬而乘己得丑則丙與己比若壬與丑比七卷十七惟壬與丑比若丑與子比故壬丑子爲連比例率與丙己同比丙與丁比

甲三〇　寅六〇　卯一二〇　乙二四〇
壬六　丑一二　子二四
丙二　丁三　戊五　己四　庚六　辛一〇

既若己與庚比則屬理丙與己比若丁與庚比七卷十三又丁與戊比既若庚與辛比則屬理丁與庚比若戊與辛比故壬丑子爲連比例率皆丙與己丁與庚戊與辛俱同比戊辛各乘丑得寅卯甲既爲體數而其邊爲丙丁

戊則丙丁戊三數連乘得甲而壬為丙丁乘得數故戊乘壬得甲又子為己庚乘得數辛乘子得乙理同戊乘壬既得甲而乘丑得寅則壬與丑比若甲與寅比七卷十七惟壬與丑丙與己丁與庚戊與辛皆同比故丙與己丁與庚戊與辛甲與寅皆同比又戊辛各乘丑既得寅卯則戊與辛比若寅與卯比惟戊與辛丙與己丁與庚俱同比故丙與己丁與庚比若甲與寅寅與卯比又辛乘丑既得卯而乘子得乙則丑與子比若卯與乙比惟丑與子比若丙與己丁與庚戊與辛比故丙與己丁與庚戊與辛比若甲與寅寅與卯卯與乙比是以甲寅卯乙為連比例率與體數之邊同比又甲乙之比例為同比兩邊三次比例或丙與己或丁與庚或戊與辛俱同蓋甲寅卯乙既為連比例率則甲乙之比例為甲與寅三次比例甲與寅丙與己丁與庚戊與辛俱同比本論故甲與乙之比例為諸相當邊三次比例

第二十題

兩數間有一連比例率則兩數為相似面數

解曰甲乙兩數間有一連比例率丙題言甲乙為相似面數

論曰以丁戊為甲丙同比最小數七卷三十五則丁與戊比若甲與丙比故丁度甲若戊度丙設己中有若干一若甲中有若干丁則己乘丁得甲而乘戊得丙故甲為面數其邊為丁己又丁戊亦為丙乙同比最小數則丁度丙若戊度乙而戊度乙得若干與庚中之若干一等則庚乘戊得乙而乙為面數其邊為戊庚故甲乙為兩面數亦為相似面數蓋己庚乘戊得丙乙則己與庚比若丙與乙比七卷十八惟丙與乙比若丁與戊比故丁與戊比若己與庚比是以甲乙為相似面數七卷界說二十一其相當邊各同比

甲八丙一二乙一八
丁二戊三己四庚六

第二十一題

兩數間有兩連比例率則兩數為相似體數

解曰甲乙兩數間有丙丁兩連比例率題言甲乙為相似體數

論曰戊己庚為甲丙丁同比最小數七卷三十五則首戊尾庚無等數本卷三戊庚間既有一連比例率己則戊庚為相似面數本卷二十而戊之兩邊為辛壬庚之兩邊為丑寅則戊己庚連比例率借辛與丑壬與寅同比戊己庚既為甲丙丁同比最小數則平理戊與庚比若甲與丁比七卷十四戊庚為無等數之數即為同比最小數七卷二十三最小數可度諸同比數前

甲二四丙七二丁二一六乙六四八
戊一己三庚九
辛一壬一子二丑四寅三卯三七二

率度前率後率度後率俱等七卷二十一故戊度甲若庚度丁而戊度甲得若干與子中之若干一等則子乘戊得甲惟戊為辛壬乘得數是子乘辛壬乘得數得甲故甲為體數其邊為辛壬子又戊己庚亦為丙丁乙同比最小數則戊度丙若庚度乙而庚度乙得若干與卯中之若干一等則卯乘庚得乙惟庚為丑寅乘得數是卯乘丑寅乘得數得乙故乙為體數其邊為丑寅卯所以甲乙俱為體數亦為相似體數蓋子卯乘戊得甲丙故子與卯甲與丙戊與己皆同比十七卷十七惟戊與己辛與丑壬與寅俱同比故辛與丑壬與寅子與卯俱同比惟辛壬

子為甲之三邊丑寅卯為乙之三邊所以甲乙為相似體數

第二十二題

三連比例率首率為平方數則末率亦為平方數

解曰甲乙丙三連比例率甲為平方數題言丙亦為平方數

九丙　六乙　四甲

論曰甲丙間既有一連比例率乙則甲丙為相似面數本卷二十惟甲為平方是以丙亦為平方

第二十三題

四連比例率首率為立方數則末率亦為立方數

解曰甲乙丙丁四連比例率甲為立方數題言丁亦為立方數

甲八　乙一二　丙一八　丁二七

論曰甲丁間既有乙丙兩連比例率則甲丁為相似體數本卷二十一惟甲為立方是以丁亦為立方

第二十四題

彼此兩數與兩平方同比如彼數為平方則此數亦為平方

解曰甲乙兩數與丙丁兩平方同比甲為平方題言乙亦為平方

甲四　戊六　乙九
丙一六　丁三六

論曰丙丁既為兩平方甲乙為同比兩數則丙丁間有一連比例率本卷十八而丙與丁比若甲與乙比故甲乙間亦有一連比例率戊本卷八惟甲為平方是以乙亦為平方本卷二十二

第二十五題

彼此兩數與兩立方同比彼數為立方則此數亦為立方

解曰甲乙兩數與丙丁兩立方同比甲為立方題言乙亦為立方

甲八　戊一二　己一八　乙二七
丙六四　丁二一六

論曰丙丁既為兩立方則丙丁為相似體數中間有兩連比例率本卷十九丙丁間有若干比例率則諸同比率間亦有若干比例率故甲乙間有戊己兩連比例率

甲戊己乙既爲四連比例率而甲爲立方則乙亦爲立方。本卷二十三

第二十六題

二相似面數與二平方數同比。

解曰甲乙兩相似面數題言甲與乙比若二平方數比。

甲六丙一二乙二四
丁一戊二己四

論曰甲乙既爲相似面數則中間有一連比例率丙。本卷十八 丁戊己爲甲丙乙同比最小數。七卷三十五 則首丁尾己爲平方數。本卷二題系 丁與己比若甲與乙比而丁己爲平方數是以甲與乙比若二平方數比。

第二十七題

二相似體數與二立方數同比。

解曰甲乙爲二相似體數題言甲與乙比若二立方數比。

甲一六丙二四丁三六乙五四
戊八己一二庚一八辛二七

論曰甲乙既爲相似體數則中間有兩連比例率丙丁。本卷十九 乃取戊己庚辛爲甲丙丁乙若干率與甲丙丁乙若干率等而戊己庚辛爲甲丙丁乙同比最小數。本卷二 則首戊尾辛爲立方數。本卷二題系 惟戊與辛比若甲與乙比是以甲與乙比若二立方數比。

幾何原本第九卷

英國 偉烈亞力 口譯
海甯 李善蘭 筆受

第一題

兩相似面數相乘所得爲平方數。

解曰甲乙兩相似面數相乘得丙題言丙爲平方數。

論曰甲自乘得丁則丁爲平方數甲既自乘得丁而乘乙得丙則甲與乙比若丁與丙比。七卷十七 甲乙既爲相似面數則中間有一連比例率。八卷十八 凡兩數間有若干連比例率則同比兩數間亦有若干連比例率。八卷八 所以丁丙間亦有一連比例率惟丁爲平方數是以丙亦爲平方數。八卷二十二

第二題

兩數相乘得平方數則兩數爲相似面數。

解曰甲乙兩數相乘得平方數丙題言甲乙爲相似面數。

論曰甲自乘得丁則丁爲平方數甲既自乘得丁而乘乙得丙則甲與乙比若丁與丙比。七卷十七 丁及丙既皆爲平方數則丁丙爲相似面數故丁丙間有一連比例率。八卷十八 惟甲與乙比若丁與丙比故甲乙間亦有

有一連比例率（八卷八）凡兩數閒有一連比例率則必爲相似面數（八卷二十）故甲乙爲相似面數。

第三題

立方數自乘所得仍爲立方數。

解曰立方數甲自乘得乙題言乙爲立方數。

論曰置丙爲甲之一邊丙自乘得丁丙乘丁得甲（七卷界說十九）丙自乘既得丁則丙內有若干一若丁內有若干丙故一與丙比若丙與丁比（七卷界說二十）又丙乘丁得甲則甲內有若干丁若丙內有若干一故一與丙比若丁與甲比惟一與丙比若丙與丁比故

一與丙丙與丁丁與甲俱同比所以一與甲中間有丙丁兩連比例率今甲自乘得乙則甲內有若干一若乙內有若干甲故一與甲比若甲與乙比（七卷界說二十）惟一與甲中間有兩連比例率故甲與乙中間亦有兩連比例率（八卷八）凡兩數閒有兩連比例率第一率爲立方則第四率亦爲立方（八卷二十三）是以乙爲立方數。

第四題

兩立方數相乘所得亦爲立方數。

解曰甲乙兩立方數相乘得丙題言丙爲立方數。

論曰甲自乘得丁則丁爲立方數（本卷三）甲既自乘得丁而乘乙得丙則甲與乙比若丁與丙比（七卷十七）甲乙既爲立方數亦爲相似體數則甲乙閒有兩連比例率（八卷十九）故丁丙閒亦有兩連比例率（八卷八）惟丁爲立方數是以丙亦爲立方數（八卷二十三）

第五題

立方數乘他數而得立方數則他數亦爲立方數。

解曰立方數甲乘他數乙得立方數丙題言乙亦爲立方數。

論曰甲自乘得丁則丁爲立方數（本卷三）甲既自乘得丁

而乘乙得丙則甲與乙比若丁與丙比（七卷十七）丁丙既俱爲立方數則亦爲相似體數故中間有兩連比例率（八卷十九）惟丁與丙比若甲與乙比故甲乙閒亦有兩連比例率（八卷八）惟甲爲立方數是以乙亦爲立方數（八卷二十三）

第六題

數自乘得立方數則原數爲立方數。

解曰甲自乘得立方數乙題言甲爲立方數。

論曰設甲乘乙得丙甲自乘得乙乘乙得丙則丙爲立方數（七卷界說十九）又甲自乘得乙乘乙得丙則甲與乙比若乙與丙比（七卷十七）乙丙既俱爲立方數則亦爲相似

體數所以乙丙中間有兩連比例率八卷十九而乙與丙比若甲與乙比則甲乙間亦有兩連比例率八卷八惟乙爲立方數故甲亦爲立方數八卷二十三

第七題

可約數乘他數所得爲體數

丙四二	乙七	甲六
戊二		丁三

解曰甲爲可約數乘他數乙得丙題言丙爲體數

論曰甲既爲可約數則有數可度七卷界說十三設爲丁甲內有若干丁若戊內有若干一故戊乘丁得甲甲既乘乙得丙而丁乘戊得甲是丁戊乘得數乘乙得丙也故乙乘丁戊乘得數亦得丙七卷十六是以丙爲體數七卷界說十七其邊丁戊乙

第八題

從一起有若干連比例率則每間一率爲平方數每間二率爲立方數每間五率爲平方數亦爲立方數

己	戊	丁	丙	乙	甲
七二九	二四三	八一	二七	九	三

解曰從一起有甲乙丙丁戊己若干連比例率題言乙丁己爲平方數丙己爲立方數己爲平方數亦爲立方數

論曰因一與甲比若甲與乙比故一度甲若甲度乙七卷界說二十惟甲中有若干一若乙中有若干甲則甲自乘得乙故乙爲平方數因乙丙丁爲連比例率而乙爲平方數故丁亦爲平方數八卷二十二己亦爲平方數以上每間一率俱爲平方數理同又第四率丙爲立方數以上每間二率俱爲立方數理亦同蓋一與甲比若乙與丙比一度甲若乙度丙七卷界說二十而甲內有若干一若丙內有若干乙則甲自乘得乙乘乙得丙故丙爲立方數七卷界說十九丙丁戊己既爲連比例率而丙爲立方數則己亦爲立方數八卷二十三而己亦爲平方數本論是以第七率己爲平方亦爲立方也以上每間五率俱兼爲平立方理同

第九題

從一起有若干連比例率若第二率爲平方數則以上諸率俱爲平方數若第二率爲立方數則以上諸率俱爲立方數

己	戊	丁	丙	乙	甲
四〇九六	一〇二四	二五六	六四	一六	四

解曰從一起有甲乙丙丁戊己諸連比例率若甲爲平方數題言乙以上俱爲平方數

論曰前題乙以上每間一率俱爲平方數而此題甲以上俱爲平方數蓋甲乙丙既爲連比例率而甲爲平方數則丙亦爲平方數八卷二十二又乙丙丁既爲連比例率而乙爲平方數則丁亦爲平方數以上諸率俱爲平方數理同

又解曰若甲爲立方數題言乙以上俱爲立方數。

論曰前題四率以上每間二率爲立方數此題諸率俱爲立方數。蓋一與甲比若甲與乙比（七卷界說二十）一度甲若甲度乙惟甲中有若干一若乙中有若干甲故甲自乘得乙今甲爲立方數凡立方數自乘得數亦爲立方數（本卷三）故乙爲立方數甲乙丙丁既爲連比例四率而甲爲立方數則丁亦爲立方數（八卷二十三）甲乙俱爲立方數則丙亦爲立方數戊亦爲立方數以上至無窮率俱爲立方數理同

己　二六二一四四
戊　三二七六八
丁　四〇九六
丙　五一二
乙　六四
甲　八

（本卷四）

第十題

從一起有若干連比例率若第二率非平方則每間一率之外俱非平方若第二率非立方則每間二率之外俱非立方。

解曰從一起有甲乙丙丁戊己諸連比例率若甲非平方題言丙戊以上俱非平方。

論曰乙本爲平方數（本卷八）設丙爲平方數是乙與丙比若兩平方數比而乙與丙比若甲與乙比是甲與乙比亦若兩平方數比如此則甲乙爲相似面數（七卷界說二十一）而乙爲平方數故甲亦爲平方數與題不合所以丙非平方數丙以上每間一率俱非平方數

己　六四
戊　三二
丁　一六
丙　八
乙　四
甲　二

理同。

又解曰若甲非立方數題言甲乙丁戊俱非立方數。

論曰設丁爲立方數第四率丙本爲立方數（本卷八）而丙與丁比若乙與丙比是乙與丙比若兩立方比如此則乙丙爲相似體數（七卷界說二十一）而丙爲立方數故乙亦爲立方數又一與甲比若甲與乙比故甲內有若干一若乙內有若干甲（七卷界說二十）是甲自乘而得立方數乙凡數自乘而得立方數則原數亦必爲立方數（本卷六）是甲亦爲立方數與題不合是以丁非立方數除每間二率丙己等外俱非立方數理同。

第十一題

從一起有若干連比例率任以前率度後率可得諸率中之一率。

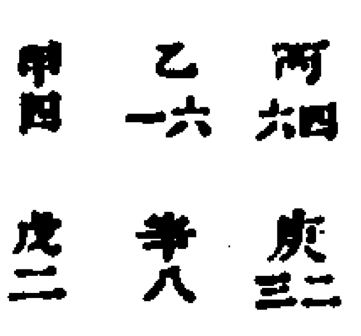
解曰從甲一起有乙丙丁戊連比例諸率題言前率或乙或丙或丁度後率戊可得或丁或丙或乙。

論曰甲與乙比既若丁與戊比則甲度乙若丁度戊（七卷界說二十）故屬理甲度丁若乙度戊（七卷十五）惟甲度丁卽一度丁故丁內有若干一若戊內有若干乙是以前率乙度後率戊而得諸率中之一率丁餘可類推。

戊　八一
丁　二七
丙　九
乙　三
甲　一

第十二題

從一起有若干連比例率任何數根度末率則亦度第二率



解曰從一起有甲乙丙丁若干連比例率題言任何數根度丁則亦度甲

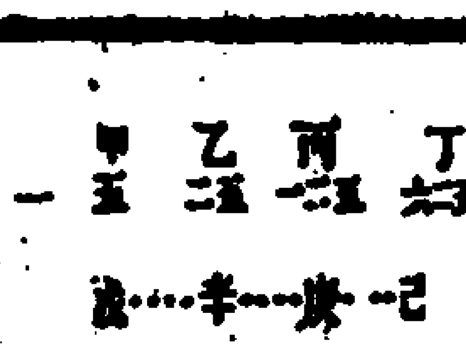
論曰設數根戊度丁則戊亦度甲若云戊不度甲凡數根與不度之數無等數七卷三十一是戊甲為無等數之數而戊既度丁設戊度丁得己則戊乘己得丁又甲度丁得丙本卷十二則甲乘丙得丁惟戊乘己亦得丁所以甲乘丙戊乘己二得數等而甲與戊比若己與丙比七卷十九今甲戊無等數凡無等數之數為同

比最小數七卷二十三凡同比最小數度諸同比數前後率俱相等七卷二十一設戊度丙得庚則戊乘庚得丙惟甲乘乙亦得丙則甲乙乘得數與戊庚乘得數等故甲與戊比若庚與乙比而甲戊無等數凡無等數之數為同比最小數七卷二十一設戊度乙得辛則戊乘辛得乙惟甲自乘亦得乙則辛乘戊與甲自乘二得數等故戊與甲比若甲與辛比七卷二十是戊度甲若云不度甲與理不合所以甲戊非無等數而為可約數凡兩數非無等數則有數根可度七卷界說十四故甲戊有數根可度而戊本為數根凡數根一之外無數可度七卷界說十一故戊度甲戊即數根

戊度甲亦度丁故戊兼度甲丁是以任何數根度丁則亦度甲也

第十三題

從一起有若干連比例率若第二率為數根則惟本比例諸率可相度他數不可度



解曰甲乙丙丁若干連比例率第二數甲為數根題言甲乙丙之外無數度丁

論曰設戊度丁而戊與甲乙丙諸數不相等則戊非數根設戊為數根而度丁則亦度數根甲本卷十二而與甲不相等於理不合故戊非數根而為可約

數凡可約數有數根可度七卷三十三今斷為甲外無他數根度戊蓋若有他數根度戊而戊度丁則他數根亦度丁即亦度甲本卷十二而與甲不相等於理不合所以惟甲度戊設戊度丁得己則己與甲乙丙俱不相等設有相等者是甲乙丙諸數中有數可度丁而得戊惟甲乙丙每數度丁而得甲乙丙中之一數本卷十一是戊與甲乙丙中之一數相等於理不合所以己與甲乙丙俱不相等己非數根而甲度己理同前蓋若為數根而度丁則亦度數根甲本卷十二而與甲不相等於理不合故己非數根而為可約數有數根可度七卷三十三今斷為甲外無他數

根度己蓋若有他數根度己而已度丁他數根亦度丁則亦度數根甲本卷十二而與甲不相等於理不合所以惟甲度己因戊度丁得己故乘己得丁甲乘丙亦得丁所以甲丙相乘與戊己相乘兩得數等而甲與戊比若己與丙比七卷十九惟甲度戊故己度丙七卷界說二十設得庚準前庚與甲乙俱不相等而甲度庚因己度丙得庚故乘庚得丙甲乘乙亦得丙故甲乙相乘與己庚相乘兩得數等而甲與己比若庚與乙比惟甲度己故庚亦度乙設得辛準前辛與甲不相等因庚度乙得辛故乘辛得乙甲自乘亦得乙則辛庚相乘與甲自乘兩得數等而辛與甲比若甲與庚比惟甲度庚故辛亦度數根甲而與甲不相等於理大不合是以甲乙丙而外無他數度丁

第十四題

有若干數根可度之最小數此諸數根之外無他數根可度

丁五　己三

甲三〇　丙三

乙二　戊

解曰甲爲乙丙丁三數根所度之最小數題言乙丙丁而外無他數根度甲

論曰若云有數根戊度甲而戊與乙丙丁俱不相等戊度甲設得己則戊乘己得甲而乙丙丁三數根俱度甲凡兩數乘得數爲數根所度則數根亦度兩原數之一七卷三十二故乙丙丁或度戊或度己戊既爲數根而與乙丙丁不相等則不能度故度己而己小於甲於理不合蓋甲爲乙丙丁所度之最小數故也是以乙丙丁而外無他數根度甲

第十五題

連比例三率爲同比最小數任取二率之和與餘率無等數

丙一六　乙一二　甲九

己……庚……丁

解曰甲乙丙連比例三率爲同比最小數題言或甲乙和與丙或甲丙和與乙或乙丙和與甲皆無等數

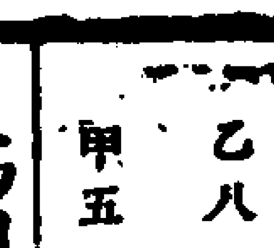
論曰設丁戊戊己爲同比最小之二率則丁戊自乘得甲乘戊己得乙戊己自乘得丙八卷二丁戊戊己既爲同比最小數則爲無等數之數七卷二十四凡兩數無等數則兩數和與原兩數各無等數七卷三十故戊己丁戊兩數和與戊己無等數凡二數與他數俱無等數則二數乘得數與他數仍無等數七卷二十六所以己丁丁戊乘得數與戊己無等數凡兩數無等數此數自乘所得與彼數亦無等數七卷二十七故己丁乘丁戊所得與戊己自乘所得無等數惟己丁丁戊乘得數與丁戊自乘丁戊戊己相乘兩得數之和等故丁戊自乘丁戊戊己相乘兩得數

之和與戊己自乘亦無等數惟甲為丁戊自乘數乙為丁戊戊己乘得數丙為戊己自乘數故甲乙之和與丙無等數又乙丙和與甲無等數甲丙和與乙無等數理俱同蓋丁己與丁戊戊己俱無等數七卷三十而丁己自乘數與丁戊戊己乘得數無等數七卷二十六二十七惟丁己自乘數與丁戊戊己兩數各自乘倍丁戊戊己相乘三得數之和等二卷四所以丁戊戊己各自乘倍丁戊戊己相乘三得數之和與丁戊戊己乘得數無等數分之丁戊戊己各自乘丁戊戊己相乘三得數之和與丁戊戊己乘得數無等數又分之丁戊戊己各自乘與丁戊戊己乘得數亦無等數惟甲為丁戊自乘數乙為丁戊戊己乘得數丙為戊己自乘數是以甲丙之和與乙無等數

第十六題

兩數無等數則此與彼比非若彼與他數比

解曰甲乙無等數題言甲與乙比非若乙與他數比

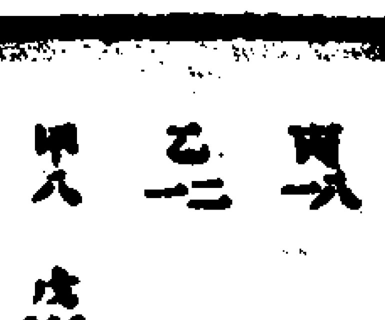


論曰設甲與乙比若乙與丙比夫甲乙無等數則為同比最小數七卷二十三最小數可度諸同比數前率度前率後率度後率俱等七卷二十一則甲度乙為前率度前率而甲亦自度是甲度甲乙兩無等數之數於理不合

所以甲與乙比非若乙與丙比

第十七題

若干連比例率首末二率無等數則第一率與第二率比非若末率與他數比



解曰甲乙丙丁諸連比例率甲丁無等數題言甲與乙比非若丁與他數比

論曰設甲與乙比若丁與戊比則屬理甲與丁比若乙與戊比七卷十三而甲丁無等數無等數之數為同比最小數七卷二十三最小數可度諸同比數前率度前率後率度後率俱等七卷二十一故甲度乙乃甲與乙比若乙與丙比故乙度丙則甲亦度丙乙與丙比若丙與丁比而乙度丙則丙亦度丁又甲度丙則甲亦度丁甲亦自度是甲丁無等數而甲皆可度於理不合是以甲與乙比非若丁與他數比

第十八題

有兩數可求三數為連比例率否

法曰設甲乙兩數察之有連比例率否甲乙或無等數或有等數若無等數則不能有連比例率本卷十六若有等數則以乙自乘得丙而甲或度丙或不度丙設度丙而得丁則甲乘丁得丙惟乙自乘亦得丙故甲

丙三六 丁九 乙六 甲四

丁相乘與乙自乘兩得數等而甲與乙比若乙與丁比七卷二十則甲乙有連比例第三率丁設甲不度丙則不能得連比例三率若云亦能得三率爲丁則甲丁相乘與乙自乘兩得數等七卷二十乙自乘既得丙則甲丁相乘亦得丙甲既乘丁得丙則甲度丙得丁而甲不度丙於理不合是以甲不度丙則甲乙無連比例三率

丙三六 丁…… 乙四 甲六

第十九題

有三數可求連比例四率否

法曰設甲乙丙三數察之有四率否設甲乙丙爲連比

例率首末二率無等數則不能有四率本卷十七設首末二率有等數則可得四率以乙丙相乘得丁而甲或度丁或不度丁設度丁得戊則甲乘戊得丁惟乙乘丙亦得丁故甲戊相乘與乙丙相乘二得數等而甲與乙比若丙與戊比七卷十九所以甲乙丙有四率戊設甲不度丁則不能得四率若云亦可得四率爲戊則甲戊相乘與乙丙相乘兩得數等七卷十九惟乙丙相乘得丁則甲戊相乘亦得丁甲既乘戊得丁則度丁得戊是甲可度丁今甲不度丁於理不合故甲不度丁則不能得四率

丙九 乙六 甲四

丁二一六 戊三七二 丙一八 乙一二 甲八

丁…… 戊…… 丙…… 乙…… 甲一〇

第二十題

任設若干數根數根必不盡於此

解曰任置甲乙丙等若干數根題言數根必不盡於此

丙五 乙三 甲二

己一丁〇三戊

論曰取甲乙丙所度之最小數七卷三十八爲丁戊加丁己一則戊己或爲數根或不爲數根設爲數根則甲乙丙數根之外又有戊己數根設不爲數根而爲數根庚所度七卷三十三則庚與甲乙丙各不相等若云庚與甲乙丙之一數相等而甲乙丙度丁戊則庚亦度丁戊惟庚度戊己則亦度餘數丁己一於理不合故庚與甲乙丙俱不相等而庚亦爲數根故有甲乙丙庚若干數根多於甲乙丙若干數根

第二十一題

若干偶數幷之總數仍爲偶

解曰甲乙乙丙丙丁丁戊若干偶數題言總數甲戊亦爲偶

甲……乙……丙……丁………戊

論曰因甲乙乙丙丙丁丁戊各爲偶數則俱可平分七卷界說六故甲戊總數亦可平分凡可平分者爲偶數故甲戊爲偶數

第二十二題

若干奇數并之其若干爲偶則總數爲偶

解曰甲乙乙丙丙丁丁戊若干奇數其若干爲偶題言總數甲戊爲偶

甲……乙……丙……丁……戊

論曰因甲乙乙丙丙丁丁戊各數爲奇每數減一所餘俱爲偶故所餘之總數亦爲偶（本卷二十一）又所減之若干一爲偶是以總數甲戊亦爲偶

第二十三題

若干奇數并之其若干爲奇則總數亦爲奇

解曰甲乙乙丙丙丁若干奇數其若干爲奇題言總數甲丁亦爲奇

甲……乙……丙……戊丁

論曰丙丁減戊丁一則丙戊爲偶數（七卷界說七）而甲丙亦爲偶（本卷二十二）故和數甲戊爲偶（本卷二十一）惟丁戊爲一是以總數甲丁爲奇

第二十四題

偶數減偶數所餘爲偶數

解曰偶數甲乙減偶數乙丙題言所餘丙甲爲偶數

甲……丙……乙

論曰甲乙爲偶可平分乙丙亦可平分所以餘甲丙亦可平分故甲丙爲偶

第二十五題

偶數中減奇數所餘爲奇數

解曰偶數甲乙中減奇數乙丙題言所餘丙甲爲奇數

甲……丙·丁……乙

論曰乙丙中減丙丁一則丁乙爲偶（七卷界說七）而甲乙亦爲偶故餘數甲丁爲偶（本卷二十四）惟丙丁爲一是以所餘丙甲爲奇

第二十六題

奇數減奇數所餘爲偶數

解曰奇數甲乙中減奇數乙丙題言餘數甲丙爲偶

甲……丙……丁·乙

論曰甲乙爲奇減乙丁一則所餘甲丁爲偶丙丁亦爲偶理同是以所餘甲丙亦爲偶（本卷二十四）

第二十七題

奇數中減偶數所餘爲奇數

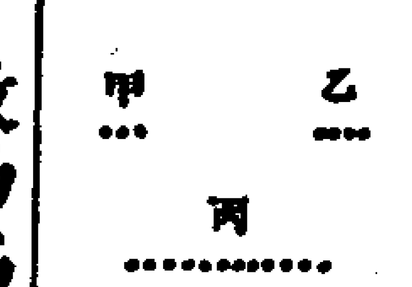
解曰奇數甲乙中減偶數乙丙題言所餘丙甲爲奇

甲丁……丙……乙

論曰甲乙中去甲丁一則丁乙爲偶而乙丙亦爲偶所以丙丁爲偶（本卷二十四）惟丁甲爲一所以丙甲爲奇（七卷界說七）

第二十八題

奇數乘偶數所得爲偶數



解曰偶數乙乘奇數甲得丙題言丙爲偶數

論曰甲乘乙得丙則甲中有若干一若丙中有若干乙故丙爲偶數之幷凡若干偶數幷之總數仍爲偶（本卷二十一）是以丙爲偶

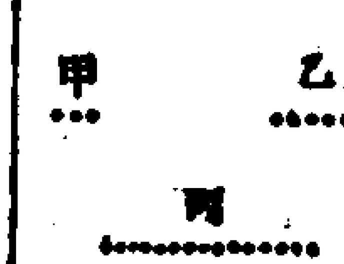
第二十九題

奇數乘奇數所得爲奇數

解曰奇數甲乘奇數乙得丙題言丙爲奇數

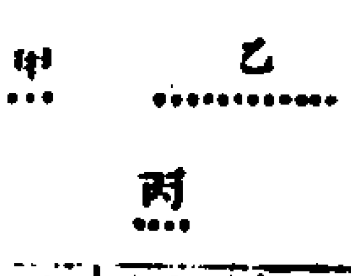
論曰甲乘乙得丙則甲中有若干一若丙中有若干乙

惟甲乙俱爲奇數故丙爲若干奇數之幷其若干亦爲奇凡若干奇數幷之其若干爲奇總數亦爲奇（本卷二十三）故丙爲奇



第三十題

奇數度偶數亦度偶數之半

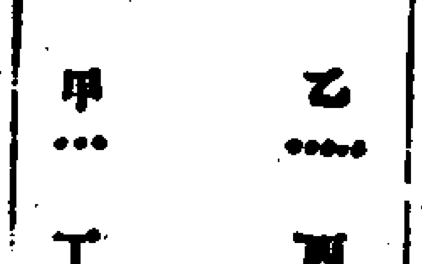


解曰奇數甲度偶數乙題言甲亦度乙之半

論曰甲度乙得丙丙必非奇若云是奇乃甲度乙得丙則乘丙得乙故乙爲若干奇數之幷其若干爲奇則乙亦爲奇（本卷二十三）與題理不合因題所設乙爲偶所以甲度乙得數必偶故甲亦度乙之半

第三十一題

奇數與他數無等數則與倍他數亦無等數



解曰奇數甲與他數乙無等數丙爲乙之倍題言甲與丙亦無等數

論曰若甲丙非無等數則有數可度設爲丁而甲爲奇故丁亦爲奇因丁奇度丙而丙爲偶則丁可度丙之半（本卷三十）惟乙爲丙之半則丁度乙而丁亦度甲是丁度甲乙兩無等數之數於理不合故甲丙無等數

第三十二題

累倍連比例率從二以上皆爲偶之偶數

解曰乙丙丁爲累倍甲二之連比例率題言乙丙丁皆爲偶之偶數

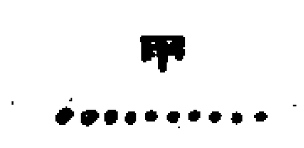
丁十六　丙八　乙四　甲二　戊一

論曰乙丙丁爲偶之偶數有確証（七卷界說八）因從二以上皆爲兩倍率故知皆爲偶之偶數設戊爲一從戊以上有若干連比例率而第二率甲爲數根則甲乙丙之外無數度甲乙丙丁連比例率之最大數丁（本卷十三）惟甲乙丙丁皆爲偶故丁爲偶之偶數乙丙俱爲偶之偶數理同

第三十三題

數之半爲奇則爲奇之偶數

解曰：甲之半為奇，題言甲為奇之偶數。

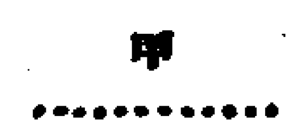


論曰：甲為奇之偶數有確証。七卷界說九 蓋其半為奇，而度本數甲得偶，故知僅為奇之偶數。若云亦為偶之偶數，則其半必為偶，而偶數度之得偶數，七卷界說八 今其半為奇，於理不合，故甲僅為奇之偶數。

第三十四題

偶數若非從二累倍，其半又非奇，則為偶之偶數，亦為奇之偶數。

解曰：甲數非從二累倍而得，其半又非奇，題言甲為偶之偶數，亦為奇之偶數。

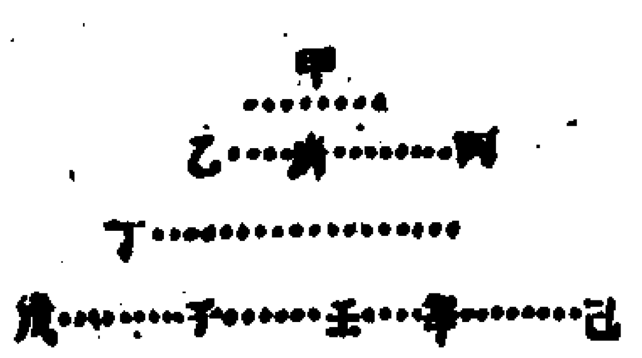


論曰：甲為偶之偶數有確証。七卷界說八 因其半非奇故也。今云亦為奇之偶數者，蓋平分甲，又平分其半，如此累分之，必得奇數。此奇數度甲得偶，若云累分不得奇數，則累分之必得二，而甲為從二累倍之數，與題不合，故甲為奇之偶數。惟亦為偶之偶數，本論 是以甲為偶之偶數，亦為奇之偶數。

第三十五題

有若干連比例率，二率、末率各以首率減之，則二率之餘與首率比，若末率之餘與諸前率和比。

解曰：如甲、乙、丙、丁、戊己，從最小甲起，若干連比例率，乙丙、戊己二率各減甲，即去庚丙、辛己，題言乙庚與甲比，若戊辛與甲、乙丙、丁三數之和比。



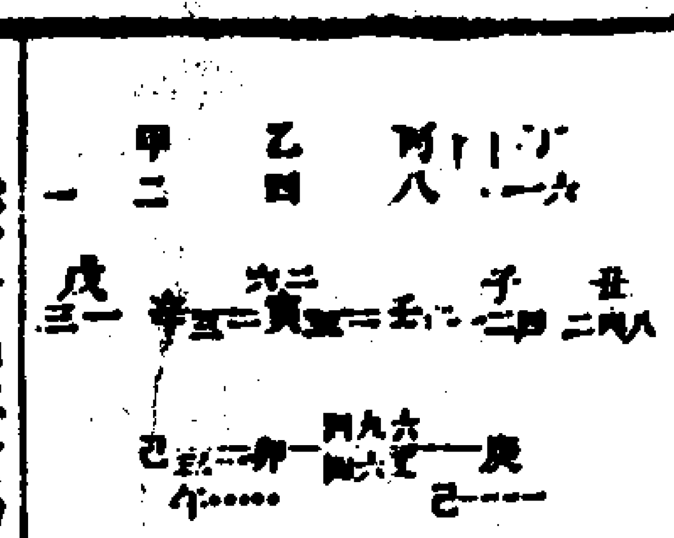
論曰：取壬己與乙丙等，子己與丁等。壬己既與乙丙等，而壬己中之辛己與庚丙等，則餘壬辛與乙庚等。因戊己與丁，丁與乙丙，乙丙與甲，皆同比，而丁與己子，乙丙與己壬，甲與己辛，各相等，故戊己與己子，己子與己壬，己壬與己辛，皆同比。分之，戊子與己子，子壬與己壬，壬辛與己辛，皆同比。凡一前率與一後率比，若諸前率與諸後率比，七卷二十 故壬辛與己辛比，若戊子、子壬、壬辛之和與己子、己壬、己辛之和比。惟壬辛與乙庚，己辛與甲，己子、己壬、己辛和與丁、乙丙、甲和俱等，本論 故乙庚與甲比，若戊辛與甲、乙丙、丁三數之和比。是以第二率之餘與首率比，若末率之餘與諸前率之和比。

第三十六題

從一起，有若干累倍連比例率，若諸率之和為數根，則以末率乘和數得全數。

解曰：從一起，有甲、乙、丙、丁若干累倍連比例率，若諸率之和戊為數根，己庚為戊、丁乘得數，題言己庚為全數。

論曰：試從戊起，取戊、辛、壬、子、丑若干累倍連比例率，與



甲乙丙丁若干率等則平理甲與丁比若戊與丑比所以戊丁相乘與甲丑相乘二得數等（七卷十九）戊丁乘得數爲己庚則己庚亦爲甲丑乘得數故甲乘丑得己庚而甲中有若干一若己庚中有若干丑惟甲爲二故己庚爲倍丑而丑子壬辛戊爲累倍之率所以戊辛壬子丑己庚爲累倍連比例率二率辛壬中減等戊之辛寅末率己庚中減等戊之己卯則二率之餘與一率比若末率之餘與諸前率之和比（本卷三十五）故寅壬與戊比若卯庚與丑子壬辛戊諸率之和比惟寅壬與戊

等故卯庚與丑子壬辛戊諸率和亦等惟己卯與戊等而戊與一甲乙丙丁之和等所以己庚與戊辛壬子丑之和加一甲乙丙丁之和等（公論二）而己庚爲各率所度（本卷十一）今斷云一甲乙丙丁戊辛壬子丑之外無數可度己庚若云有數可度設爲巳巳與甲乙丙丁戊辛壬子丑各不相等又設己庚中有若干巳猶午中有若干一是午乘巳得己庚惟戊乘丁亦得己庚是戊與午比若巳與丁比（七卷十九）因甲乙丙丁爲連比例率而次於一之甲爲數根故甲乙丙之外無數可度丁（本卷十三）而巳與甲乙丙俱不相等故巳不度丁而巳與丁比若戊與午比

故戊不度午（七卷界說二十）戊爲數根凡數根與不度之數無等數（七卷三十一）所以戊與午無等數凡數根爲同比之最小數（七卷二十三）最小數可度諸同比數前率度前率後率度後率俱等（七卷二十一）而戊與午比若巳與丁比故戊度巳若午度丁惟甲乙丙之外無數可度丁所以午與甲乙丙中之一數相等設爲乙而戊辛壬子若干率與乙丙丁若干率等又戊辛壬子與乙丙丁同比則乙與丁比若戊與子比是乙子乘得數與丁戊乘得數等（七卷十九）惟丁戊乘得數與午巳乘得數等是午巳乘得數與乙子乘得數等故午與乙比若子與巳比（七卷十九）而午與乙

相等則子與巳相等於理不合蓋巳與先設諸數俱不相等也故一甲乙丙丁戊辛壬子丑之外無數可度己庚而己庚與一甲乙丙丁戊辛壬子丑之和相等（本論）凡諸分數之和爲全數（七卷界說二十二）是以己庚爲全數

幾何原本第十卷上之首

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

界說十一則

第一界

凡幾何有他幾何可度爲有等之幾何

第二界

凡幾何無他幾何可度爲無等之幾何

第三界

凡正方有面可度其邊爲正方有等之線

第四界

凡正方無面可度其邊爲正方無等之線

第五界

準上四說凡線有無窮相與有等及無等線或長短及正方俱有等或僅正方有等或俱無等原線謂之有比例線

第六界

他線與此線或長短正方俱有等或僅正方有等亦謂之有比例線

有比例線

第七界

與此線長短及正方俱無等則謂之無比例線

第八界

有比例線之正方謂之有比例面

第九界

他面與此正方有等亦謂之有比例面

第十界

與此正方無等則謂之無比例面

第十一界

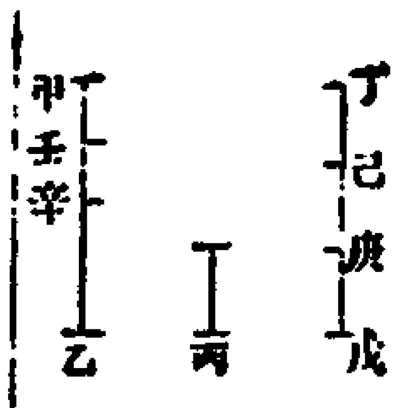
凡線之正方無相與有等者則謂之無比例線若爲正方形卽指其邊若爲他形則指等面正方邊

幾何原本第十卷上

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

第一題

兩無等幾何遞次去大幾何之大半必至其餘小於小幾何



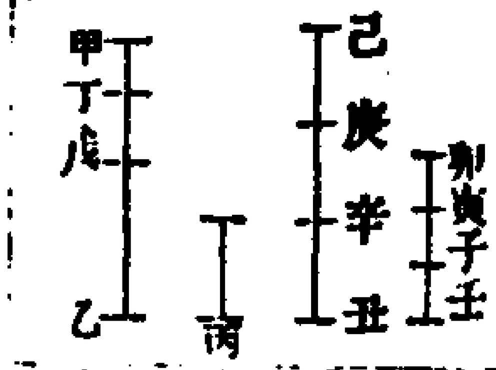
解曰置甲乙與丙兩不等幾何甲乙大於丙
題言甲乙去大半餘甲辛復去其大半餘甲壬如此遞去之必至所餘小於丙

論曰累倍丙必至大於甲乙如丁戊分丁戊爲丁己己

庚庚戊三分甲乙去大半乙辛餘甲辛又去大半辛壬如此遞去之至於甲乙之若干分與丁戊之若干分等即甲壬壬辛辛乙若干分與丁己己庚庚戊若干分等丁戊大於甲乙去一分庚戊甲乙中亦去大半乙辛則所餘庚丁大於辛甲庚丁既大於辛甲而庚丁去半己庚辛甲去大半辛壬則餘丁己大於甲壬惟丁己等於丙故丙大於甲壬即甲壬小於丙所以大幾何甲乙遞次之減餘甲壬必小於小幾何丙

設大幾何遞去半亦與題合

又論曰甲乙與丙二不等幾何丙小於甲乙丙既爲小幾何而累倍之必至大於甲乙設爲丑己分丑己爲丑



辛辛庚庚己諸分甲乙去大半乙戊戊甲去大半戊丁如此遞去之至甲乙之若干分與丑己之若干分等設乙戊戊丁丁甲爲其諸分又設壬子子寅寅卯諸分皆等於丁甲令壬卯中若干分與己丑中若干分等又乙戊既爲甲乙之大半則乙戊大於戊甲所以乙戊甚大於丁甲惟寅卯等於丁甲故乙戊甚大於寅卯又戊丁既爲戊甲之大半則戊丁大於丁甲惟子寅等於丁甲所以戊丁大於子寅而丁乙大於子卯惟壬子等於丁甲所以全線

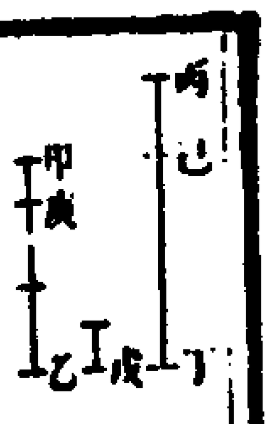
甲乙大於全線壬卯惟丑己大於乙甲故丑己甚大於壬卯而卯寅寅子子壬三分既俱相等丑辛辛庚庚己三分亦俱相等丑己之若干分與壬卯之若干分等則壬子與己庚比若壬卯與丑己比五卷十二惟丑己大於壬卯故己庚大於壬子五卷十四惟巳庚等於丙壬子等於甲丁故丙大於甲丁

第二題

大小兩幾何輾轉相減而所餘幾何俱不度原幾何則爲兩無等幾何

解曰甲乙丙丁兩幾何甲乙小於丙丁輾轉相減所餘

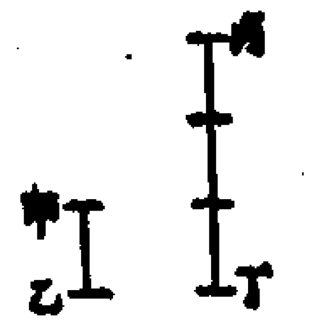
俱不度原幾何題言甲乙丙丁為兩無等幾何



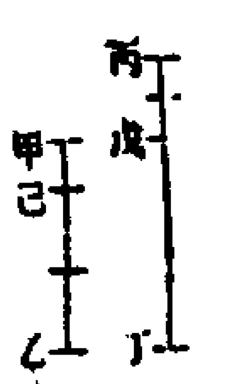
論曰若有等幾何則有幾何可度設為戊以甲乙減丙丁餘丙己小於甲乙以丙己累減甲乙餘甲庚小於丙己輾轉累推至所餘小於戊設即為甲庚戊既度甲乙而甲乙度丁己則戊亦度丁己惟戊度丙丁所以亦度丙己而丙己度乙庚所以戊亦度乙庚惟戊亦度甲乙則亦度餘甲庚乃以大度小於理不合故甲乙丙丁無幾何可度而為無等之幾何是以兩不等幾何輾轉相減所餘俱不度原幾何則為無等之幾何

第三題

兩有等之幾何求其最大等幾何



法曰甲乙丙丁兩有等幾何甲乙小於丙丁求其最大等幾何甲乙或度丙丁或不度丙丁設度丙丁亦自度所以甲乙即為甲乙丙丁之最大等幾何定為最大者蓋大於甲乙則不度甲乙故也設甲乙不度丙丁甲乙丙丁既非無等之幾何則輾轉以小減大必至後減餘可度前減餘本卷二以甲乙減丙丁餘戊丙小於甲乙次以戊丙累減甲乙餘甲己小於戊丙而甲己度

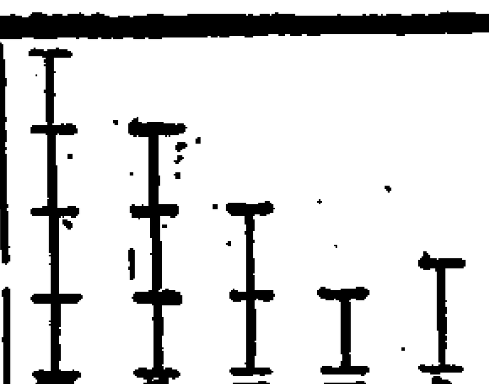


丙戊甲己既度丙戊而丙戊度己乙故甲己亦度己乙惟甲己亦自度故度全幾何甲乙惟甲乙度丁戊故甲己亦度丁戊惟亦度丙戊故度全幾何丙丁所以甲己度甲乙丙丁而為最大等幾何蓋非最大則有大於甲己可度甲乙丙丁之幾何設為庚庚度甲乙而甲乙度戊丁則庚亦度戊丁惟亦度全幾何丙丁故亦度餘丙戊惟丙戊度己乙故庚亦度己乙惟度全幾何甲乙故亦度餘甲己乃以大度小於理不合故度甲乙丙丁者無大於甲己則甲己為甲乙丙丁最大等幾何

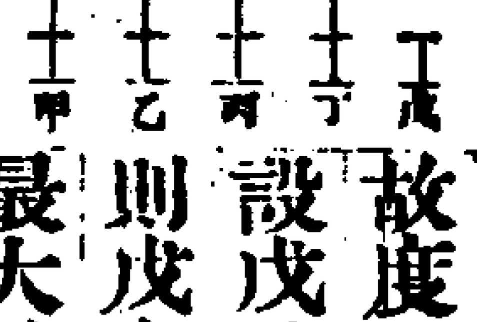
系凡幾何度兩幾何即度兩幾何之最大等幾何

第四題

三有等之幾何求其最大等幾何



法曰甲乙丙三有等之幾何求其最大等幾何先求甲乙之最大等幾何得丁本卷三而丁或度丙或不度丙設度丙是丁兼度甲乙丙故丁為甲乙丙之最大等幾何蓋可度甲乙丙無大於丁者設云有大於丁之戊可度甲乙丙戊既度甲乙丙則亦度甲乙及甲乙之最大等幾何丁乃以大度小於理不合次設丁不度丙則丙丁必為有等之幾何蓋甲乙丙為有等之幾何則必有幾何可度即度

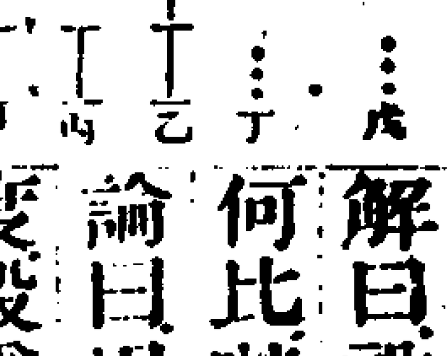


甲乙之幾何是也惟此幾何亦度丁本卷三題系三
故度丙丁而丙丁爲有等之幾何本卷上界說一乃
設戊爲最大等幾何戊既度丁而丁度甲乙
則戊亦度甲乙惟亦度丙故戊爲甲乙丙之
最大等幾何若云有己大於戊可度甲乙丙
己既度甲乙丙則亦度甲乙及甲乙之最大等幾何本卷
三題系而丁爲甲乙之最大等幾何故己度丁惟亦度丙
故己度丙丁及丙丁之最大等幾何而戊爲丙丁之最
大等幾何故己度戊乃以大度小理所不能故可度甲
乙丙無大於戊者所以設丁不度丙則戊爲甲乙丙之

最大等幾何設丁度丙則丁爲甲乙丙之最大等幾何
系凡幾何度三幾何亦度其最大等幾何自三以上法
與系理俱同

第五題

凡有等之幾何相比若數相比



解曰設甲乙爲有等之幾何題言甲乙二幾
何比若丁戊二數比
論曰甲乙既爲有等之幾何則必有幾何可
度設爲丙丙度甲得若干如丁中有若干一
又丙度乙得若干如戊中有若干一因丙度甲而得丁
中之若干一一度丁亦得丁中之若干一則一度丁得
若干猶丙度甲得若干故丙與甲比若一與丁比而反
理甲與丙比若丁與一比又丙度乙而得戊中之若干
一一度戊亦得戊中之若干一則一度戊得若干猶丙
度乙得若干故丙與乙比若一與戊比而甲與丙比若
丁與一比本論則平理甲與乙比若丁與戊比是以甲乙
兩有等幾何比若丁戊兩數比

第六題

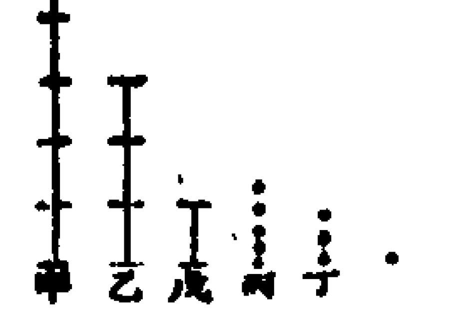
兩幾何相比若兩數相比則爲有等幾何
解曰甲乙兩幾何比若丁戊兩數比題言甲乙爲有等

幾何

論曰丁中有若干一猶甲中有若干分設丙
爲其一分戊中有若干一猶己中有若干等
丙之分甲中既有若干分各等於丙如丁中
有若干一則一爲丁若干分之一若丙爲甲若干分之
一故丙與甲比若一與丁比惟一度丁故丙亦度甲丙
與甲比既若一與丁比則反理甲與丙比若丁與一比
又戊中有若干一既若己中有若干等丙之分則丙與
己比若一與戊比而甲與丙比若丁與一比本論則平理
甲與己比若丁與戊比惟丁與戊比若甲與乙比故甲

與乙比若甲與己比，甲與乙與己既同比，則乙與己等。五卷九惟丙度己，故可度乙；惟亦度甲，故丙兼度甲乙。所以甲與乙爲有等幾何。本卷界說一是以兩幾何之比若兩數之比，則爲有等幾何。

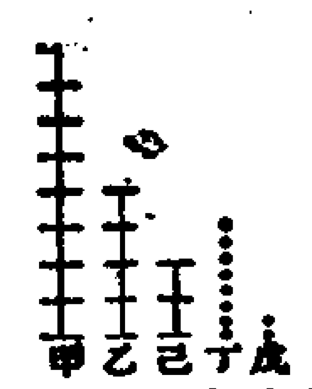
又解曰：甲乙兩幾何比若丙丁兩數比。題言甲乙兩幾何有等。



論曰：丙中有若干一，依此分甲爲若干分，各等於戊，則一與丙比若戊與甲比。惟丙與丁比若甲與乙比，所以平理一與丁比若戊與乙比。惟一度丁，故戊度乙。惟戊亦度甲，因一度丙故也。所以戊度

甲乙兩幾何，而甲乙爲有等幾何。其等幾何爲戊。

系　準題有兩數丁戊及直線甲，而丁與戊二數比若甲

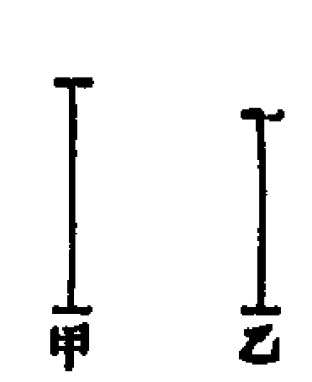


與他線己比。甲己間求得連比例中率乙，則甲與己比若甲之正方與乙之正方比，六卷二十題系即一線與三線比若一線之正方與二線之正方比也。惟甲己二線比若丁戊二數比，所以丁數與戊數比若甲線之正方與乙線之正方比。

第七題

無等之幾何相比，非若數相比。

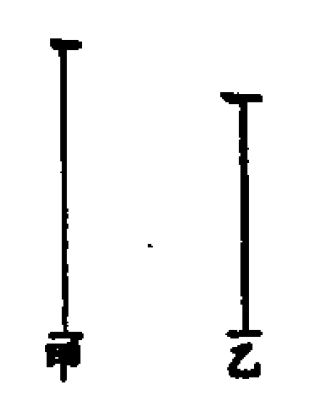
解曰：甲乙兩無等之幾何。題言甲與乙比非若數與數比。



論曰：設甲與乙比若數與數比，則甲與乙爲有等之幾何。本卷六惟非有等之幾何，故甲與乙比非若數與數比。是以無等之幾何相比非若數相比。

第八題

兩幾何相比，非若兩數相比，則爲無等之幾何。

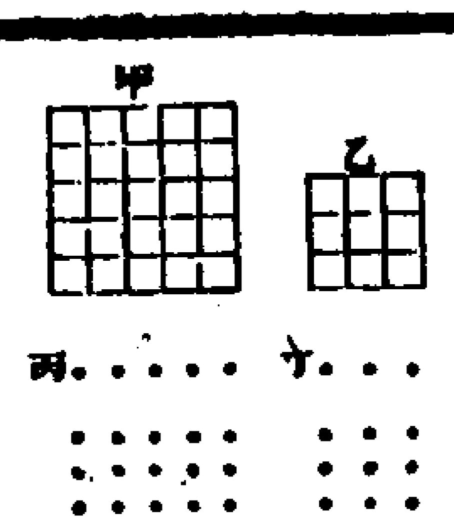


解曰：甲乙兩幾何相比，非若兩數相比。題言甲乙爲無等之幾何。

論曰：如甲與乙有等，則其比若兩數相比。本卷五惟不若兩數相比，故甲乙爲無等之幾何。是以兩幾何相比非若兩數相比，則爲無等之幾何。

第九題

有等線之正方相比，若平方數相比。又正方相比若平方數相比，則正方之邊有等。無等線之正方相比，非若平方數相比。又正方相比非若平方數相比，則其邊無等。

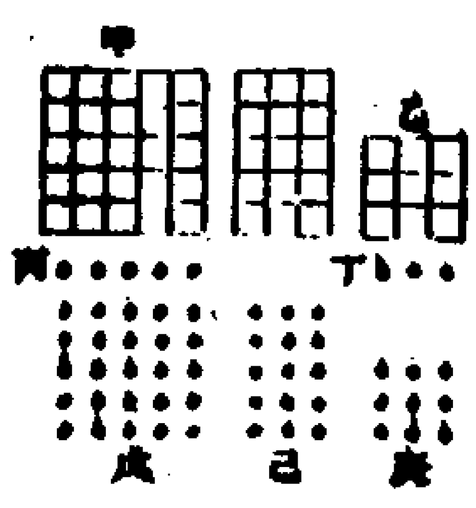


解曰：甲乙爲有等之線。題言甲乙之兩正方比若兩平方數比。

論曰：甲乙既有等，則甲與乙比若兩數相比。本卷五設甲乙之比若丙丁二數之

比則甲乙之二正方比爲甲與乙二次比例蓋相似形之比例爲相當邊二次比例故也二十六卷而丙丁之二平方數比爲丙與丁二次比例蓋兩平方數間有一連比例率十一八卷而兩平方之比例爲其邊二次比例是以甲乙之兩正方比若丙丁之兩平方數比

又論曰甲乙既爲有等線則與二數同比五本卷設若丙與丁比以戊爲丙自乘數庚爲丁自乘數丙自乘旣得戊而乘丁得己則丙與丁比若甲與乙比亦若戊與己比十七七卷惟甲與乙比若甲之正方與甲乙之矩



形比一八卷故甲之正方與甲乙之矩形比若戊與己比又丁自乘得庚而乘丙得己則丙與丁比卽甲與乙比若己與庚比十七七卷惟甲與乙比若甲乙之矩形與乙之正方比故甲乙之矩形與乙之正方比若己與庚比惟甲之正方與甲乙之矩形比若戊與己比本論故平理甲乙之二正方比若戊與庚比惟戊庚俱爲平方數卽戊爲丙之平方庚爲丁之平方故甲乙之二正方比若二平方數比

又解曰甲乙之二正方比若丙丁二數之平方比題言甲與乙長短有等

論曰甲乙之二正方比既若丙丁二數之平方比而甲乙之二正方比爲甲乙二次比例二十六卷丙丁二數之平方比爲丙丁二次比例十一八卷故甲與乙比若丙丁二數比而甲與乙有等六本卷

又論曰丙爲戊之邊數丁爲庚之邊數己爲丙丁乘得數則戊己庚爲連比例三率與丙丁同比十七七卷又甲乙之矩形爲甲乙之二正方中率一六卷而己爲戊庚二平方數之中率十一八卷則甲之正方與甲乙之矩形比若戊與己比惟甲之正方與甲乙之矩形比若甲與乙比故甲乙有等因其比若戊己二數之比卽若丙與丁比故也

又解曰甲乙爲無等之線題言甲乙之兩正方比非若兩平方數比

論曰設甲乙之兩正方比若兩平方數比則甲與乙有等乃今無等故甲乙之兩正方比非若兩平方數比

又解曰設甲乙之二正方比非若二平方數比題言甲乙無等

論曰設甲乙長短有等則甲乙之二正方比若二平方數比今無平方數同比故甲乙無等

系準本題例有等線之正方恆有等而有等正方之邊

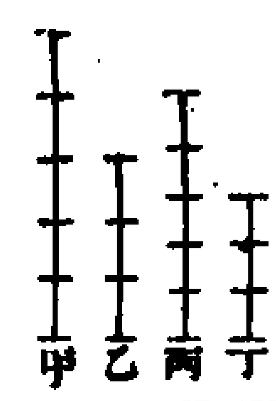
非恆有等無等線之正方非恆無等無等正方之邊恆無等

注曰有等線正方之比既若平方數比而凡正方之比若平方數比者其邊亦有等則有等線不獨長短有等其正方亦有等也又凡與平方數同比之正方有等本論其邊亦有等因其正方之比若平方數比故也設正方之比非若平方數之比僅若數與數比而有等者則邊之正方有等而長短無等也故有等線之正方恆有等而有等正方之比必若平方數之比則其邊有等否則邊無等系言無等線之正方非恆無等者因有等正方之邊或非若數與數比則正方有等長短無等故無等線之正方非恆無等也然則長短無等者正方或有等或無等而正方無等者長短必無等若云長短亦或有等夫長短有等正方必有等本論今正方無等於理不合是以正方無等長短亦無等

第十題

凡比例四率一與二有等則三與四亦有等若一與二無等則三與四亦無等

解曰甲乙丙丁四比例率甲與乙比若丙與丁比設甲乙有等題言丙丁亦有等



論曰甲與乙既有等則甲與乙比若數與數比本卷五惟甲與乙比若丙與丁比故丙與丁比亦若數與數比所以丙與丁有等本卷六

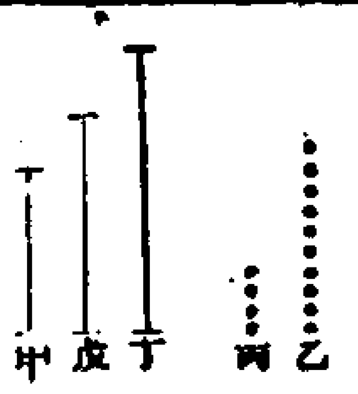
又解曰設甲乙無等題言丙丁亦無等

論曰甲與乙既無等則甲與乙比非若數與數比本卷七惟甲與乙比若丙與丁比故丙與丁比亦非若數與數比若云丙與丁比若數與數比則甲與乙比亦若數與數比本卷十一而甲與乙有等本卷六於題不合因所設甲乙無等故也故丙與丁比非若數與數比而丙與丁無等本卷八

例準前相似面數之比若平方數之比八卷二十六而兩數之比若平方數之比則為相似面數故設面數非相似則無同比平方數若云有同比則為相似面數矣與所設不合故面數非相似必無同比平方數

第十一題

有一線求作兩他線一僅長短無等一長短正方俱無等



法曰有甲線求兩線一長短與甲無等一長短正方與甲俱無等取兩非若平方數相比數乙丙即非相似面數先設乙與丙比若丁與甲之二正方比本卷六題系則丁甲之二正方有等乙丙

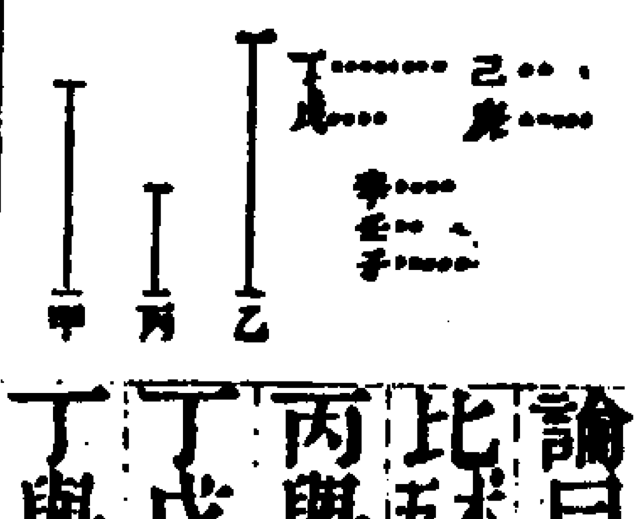
之比既非若二平方數比則丁甲之二正方比亦非若二平方數比故甲與丁長短無等本卷九甲丁閒設戊爲連比例中率則甲丁之比若甲戊之兩正方比六卷二十二題系惟甲丁無等故甲戊之兩正方無等本卷十而甲與戊亦無等是以所設之有比例線甲與丁僅正方有等本卷界說五與戊長短正方俱無等即求得與甲僅正方有等之有比例線丁及無比例線戊

第十二題

兩幾何與他幾何俱有等則兩幾何相與亦有等

解曰甲乙與丙俱有等題言甲乙亦有等

論曰甲與丙既有等則甲與丙比若兩數之比本卷五設兩數爲丁戊又乙與丙既有等則丙與乙比若兩數之比設兩數爲己庚任依丁戊之比或己庚之比取辛壬子比例數合丁與戊比若辛與壬比己與庚比若壬與子

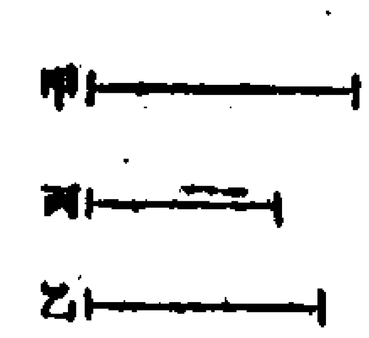


比甲與丙比既若丁與戊比而丁與戊比若辛與壬比則甲與丙比亦若辛與壬比又丙與乙比既若己與庚比而己與庚比若壬與子比則丙與乙比亦若壬與子比惟甲與丙比若辛與壬比故甲與乙比若辛與子比本卷五卷二十三甲與乙比既若辛子兩數比則甲與乙有等六是以兩幾何與他幾何俱有等則兩幾何相與亦有等

第十三題

兩幾何一與他幾何有等一與他幾何無等則兩幾何相與亦無等

解曰甲乙兩幾何丙爲他幾何甲與丙有等乙與丙無等題言甲乙亦無等

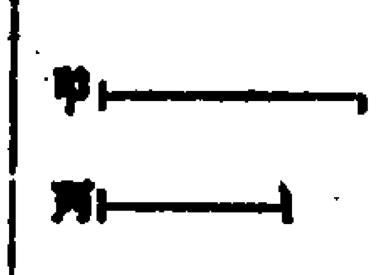


論曰若云甲與乙有等乃丙與甲本有等則丙與乙亦有等本卷十二與題不合故甲與乙亦無等

第十四題

兩有等幾何一與他幾何無等則一與他幾何亦無等

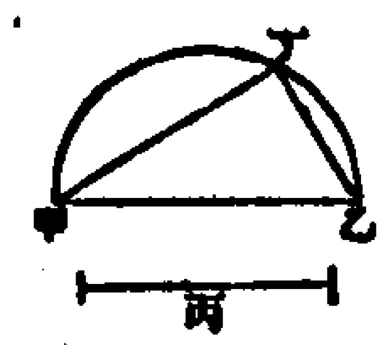
解曰甲乙兩有等幾何甲與他幾何丙無等題言乙與丙亦無等



論曰若云乙與丙有等乃甲與乙本有等則甲與丙亦有等本卷十二與題不合故乙與丙非有等

例有兩不等線求等於兩線正方較積之正方如甲乙及丙兩不等線甲乙大於丙求一正方等於甲乙及丙兩正方之較積法於甲乙線上作甲丁乙半圜自甲至圜界丁作甲丁線令與丙等四卷一次作丁乙線則甲丁乙爲直角三卷三十一而丁乙之正方爲甲乙與甲丁即丙

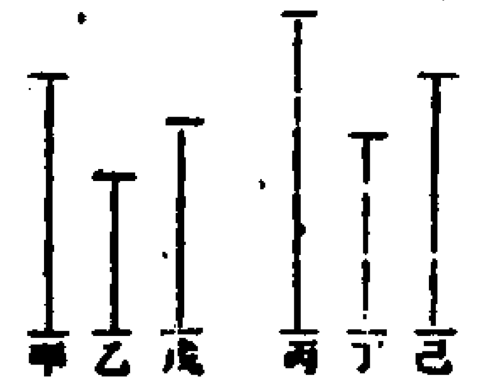
之兩正方較四卷十七又有兩線求等於兩線正方和積之正方如甲丁丁乙為兩線求一正方與此兩線之正方和積等法以兩線作甲丁乙直角次作甲乙線則甲乙之正方與甲丁丁乙兩線之正方和等一卷四十七



第十五題

四率比例線如一與二兩線之正方較積方邊與一率有等則三與四兩線之正方較積方邊與三率亦有等又如一二之較積方邊與一率無等則三四之較積方邊與三率亦無等

解曰甲乙丙丁為四率比例線甲與乙比若丙與丁比甲乙之兩正方較積等戊之正方丙丁之兩正方較積等己之正方若甲戊有等題言丙己亦有等若甲戊無等題言丙己亦無等

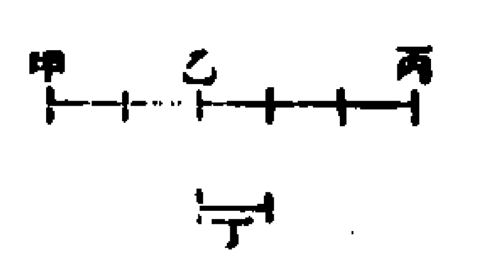


論曰甲與乙比若丙與丁比則甲乙之二正方比若丙丁之二正方比六卷二十二題系○按徐氏譯本題惟戊乙之二正方和等於甲之正方而己丁之二正方和等於丙之正方故戊乙之二正方和與乙之正方比若己丁之二正方和與丁之正方比分理戊乙之二正方比若己丁之二正方比五卷十七故戊與乙比若己與丁比六卷二十二而反理乙與戊比若丁與己比四卷四惟甲與乙比若丙與丁比故平理甲與戊比若丙與己比所以甲與戊有等則丙與己亦有等甲與戊無等則丙與己亦無等是以四率比例線一二率之正方較積方邊與一率有等則三四率之正方較積方邊與三率亦有等若一率無等則三率亦無等也

第十六題

兩有等幾何之和與原幾何各有等又若和幾何與原幾何之一有等則原幾何相與亦有等

解曰甲乙乙丙兩有等幾何其和甲丙題言甲丙與甲乙乙丙各有等



論曰甲乙乙丙既有等則有幾何可度本卷界說一設為丁丁既度甲乙乙丙則亦度和幾何甲丙故甲乙乙丙甲丙俱為丁所度所以甲丙與甲乙乙丙俱有等

又解曰甲丙與甲乙或乙丙有等題言甲乙乙丙亦有等

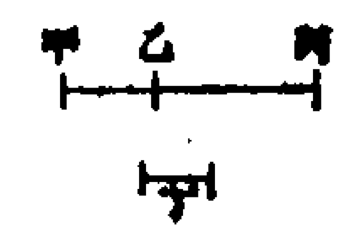
論曰甲丙甲乙既有等則有幾何可度設為丁丁既度甲丙甲乙則亦度較幾何乙丙惟亦度甲乙故甲乙乙

丙有等

第十七題

兩無等幾何之和與原幾何各無等又若和幾何與原幾何各無等則原幾何相與亦無等

解曰甲乙乙丙兩無等幾何其和甲丙題言甲丙與甲乙乙丙各無等



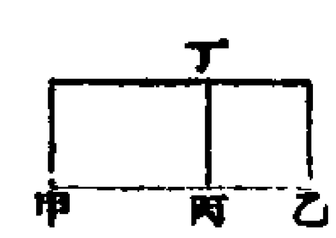
論曰若云甲丙甲乙非無等則有幾何可度設為丁丁既度甲丙甲乙則亦度餘乙丙惟亦度甲乙故甲乙乙丙有等而題設為無等於理不合故無幾何可度甲丙甲乙而甲丙甲乙無等甲丙丙乙亦無等理同

故甲丙與甲乙乙丙各無等

又解曰甲丙與甲乙乙丙兩幾何各無等題言甲乙乙丙無等

論曰若云甲乙乙丙有等則有幾何可度設為（本卷界說一）丁丁既度甲乙乙丙則亦度和幾何甲丙惟亦度甲乙故甲丙甲乙有等而題設為無等於理不合故無幾何可度甲乙乙丙而甲乙乙丙無等又若甲丙乙丙無等則甲乙乙丙無等理同是以兩幾何無等則和幾何與原幾何各無等

例於一線上任作矩形於此形中去一正方形則所餘為原線兩分所成之矩形



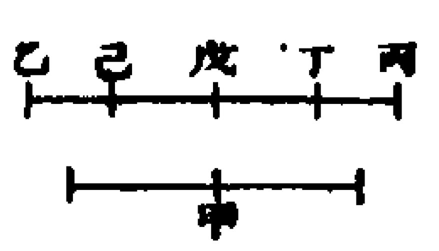
論曰任於甲乙線上作甲丁矩形較全線上矩形少一丁乙正方則甲丁矩形與甲丙丙乙兩線所成之矩形等蓋丁乙既為正方則丁丙與丙乙等而甲丁為甲丙丙乙兩線所成之矩形理自明是以直線上作矩形去一正方形則所餘為原線兩分所成之矩形

第十八題

有二不等線大線上作矩形少一正方形與小線上正方四分之一等若大線之兩分有等則大小二線上正方

之較積方邊與大線有等又大小二線上正方之較積方邊與大線有等而小線上正方四分之一與大線上矩形少一正方形等則大線二分有等

解曰甲及乙丙為兩不等線乙丙為大線乙丙上作少一正方形之矩形與小線甲上正方四分之一等即與半甲線之正方等設矩形為乙丁丁丙二分所成乙丁丁丙有等題言乙丙及甲兩線上正方之較積方邊與乙丙有等



論曰平分乙丙於戊又任取丁己二點令戊己與丁戊等則餘丁丙與乙己等乙丙既平分於戊又任分之於

丁則乙丁丁丙二線之矩形及戊丁之正方形和與戊丙之正方等二卷五其四倍積亦等故四箇乙丁丁丙之矩形及四箇戊丁之正方形和與四箇戊丙之正方等惟甲之正方與四箇乙丁丁丙之矩形等而丁己之正方與四箇丁戊之正方等因丁己倍丁戊故也又乙丙之正方與四箇戊丙之正方等因乙丙倍戊丙故也故甲及丁己之二正方和與乙丙之正方等而乙丙與甲之二正方較與丁己之正方等今欲明乙丁丁丙有等則乙丙與丁己亦有等之理蓋乙丁與丁丙有等則乙丙與丁丙亦有等本卷十六惟丁丙與丙丁乙己和有等因

丁丙乙己相等故也本卷十六故乙丙與乙己丙丁和有等則與餘己丁亦有等本卷十六所以乙丁丁丙有等則乙丙及甲兩線上正方之較積方邊與乙丙有等

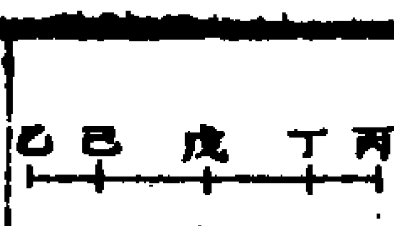
又解曰乙丙及甲上兩正方之較積方邊與乙丙有等乙丙上作乙丙丙丁矩形少丙丁上正方形與甲之正方四分之一等題言乙丁與丁丙有等

論曰準前論知乙丙及甲上兩正方之較積與己丁之正方等惟乙丙及甲上兩正方之較積其方邊與乙丙有等故乙丙與己丁有等而與餘乙己丁丙和亦有等本卷十六惟乙己丁丙和與丁丙有等因乙己與丁丙相等故也故乙丙與丁丙有等則乙丁與丁丙亦有等本卷十六是以二不等線大線上作矩形少一正方形與小線上正方四分之一等若大線之兩分有等則大小二線上正方之較積方邊與大線有等

第十九題

有二不等線大線上作矩形少一正方形與小線上正方四分之一等若大線之兩分無等則大小二線上正方之較積方邊與大線無等又大小二線上正方之較積方邊與大線無等而小線上正方四分之一與大線上矩形少一正方形等則大線二分無等

解曰甲及乙丙爲兩不等線乙丙爲大線乙丙上作少一正方之矩形與小線甲上正方四分之一等設矩形爲乙丁丁丙所成乙丁丁丙無



等題言乙丙及甲上兩正方之較積方邊與乙丙無等

論曰準前論知乙丙及甲兩正方之較積方邊爲丁己今欲明乙丙與丁己無等之理夫乙丁與丁丙既無等則乙丙與丁丙亦無等本卷十七惟丁丙與乙己丁丙和有等故乙丙與乙己丁丙和無等本卷十四則乙丙與己丁無等本卷十七而乙丙與甲兩正方相較餘己丁之正方故乙丙與甲兩線上正方之較積方邊與乙丙無等

又解曰乙丙及甲兩線上正方之較積方邊與乙丙無等乙丙上作乙丙丁丙矩形少一正方形與甲線上正方四分之一等題言乙丁與丁丙無等

論曰準前論知乙丙及甲之兩正方較即丁己之正方惟乙丙及甲上兩正方之較積方邊與乙丙無等故乙丙與丁己無等而與餘乙己丁丙和亦無等本卷十七惟乙己丁丙和與丁丙有等本卷六故乙丙與丁丙無等本卷十四而分理乙丁與丁丙無等本卷十七是以兩不等線大線上作矩形少一正方形與小線上正方四分之一等若大線之兩分無等則大小二線上正方之較積方邊與大

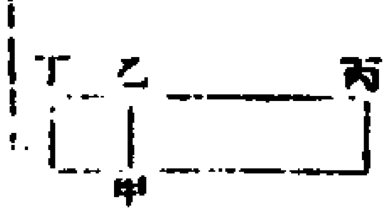
線無等

案有等幾何之正方恆有等而有等正方之邊非恆有等此理已見前本卷九系故幾何與有比例之幾何有等則亦為有比例幾何而長短與正方皆有等蓋長短有等之幾何正方亦有等故也凡有幾何與有比例幾何之正方有等而長短亦有等則謂之長短正方俱有等有比例幾何設有幾何與有比例幾何之正方有等而長短無等則謂之僅正方有等有比例幾何

何謂有比例幾何曰有比例幾何有二一長短與正方俱有等一僅正方有等設有諸幾何與此有比例幾何長短無等正方有等則此諸幾何相與亦為有等有比例之幾何或長短正方俱有等或僅正方有等凡有比例幾何必有等理易明蓋有比例幾何與他有比例幾何有等而諸幾何同與一幾何有等則相與亦有等本卷十二所以凡有比例幾何必為有等幾何

第二十題

兩長短有等有比例線之矩形有比例



解曰甲乙乙丙兩長短有等有比例線成甲丙矩形題言甲丙有比例

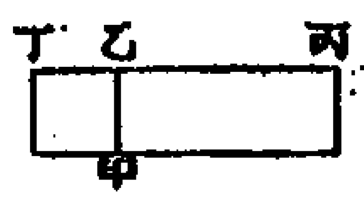
論曰於甲乙上作甲丁正方則甲丁有等甲乙與

乙丙既長短有等而甲乙與乙丁等則乙丁與乙丙必有等惟乙丁與乙丙比若丁甲與甲丙比本卷六而乙丁與乙丙有等故丁甲與甲丙有等本卷十惟丁甲有比例故甲丙亦有比例是以兩長短有等有比例線之矩形有比例

第二十一題

有比例線上作有比例矩形則矩之餘邊有比例而與原邊亦有等

解曰甲乙有比例線上作甲丙有比例矩形矩之餘邊為乙丙題言乙丙有比例而與甲乙有等

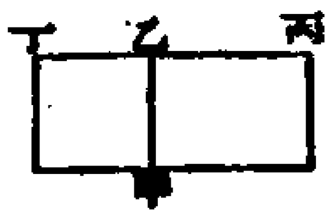


論曰甲乙線上作甲丁方形則甲丁有等惟甲丙亦有等故甲丁與甲丙有等（本卷十九題案一）惟丁甲與甲丙比若丁乙與乙丙比（六卷一）故丁乙與乙丙有等而乙丁與甲乙等故甲乙與乙丙有等惟甲乙有比例所以乙丙亦有比例而與乙甲有等是以有比例線作有比例矩形矩之餘邊有比例而與本邊有等

例甲為直線其正方與無比例面等則甲無比例蓋使甲有比例準界說其正方必有比例今正方非有比例則甲必無比例

第二十二題

僅正方有等之兩線成矩形無比例則等此矩積正方之邊亦無比例命為中線

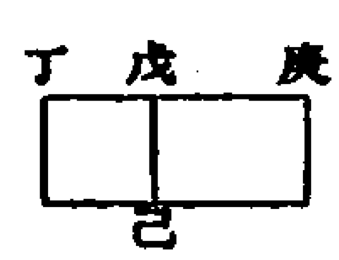


解曰甲乙乙丙僅正方有等之兩線成甲丙矩形題言甲丙無比例而等積正方之邊亦無比例謂之中線

論曰甲乙線上作甲丁正方則甲丁有等甲乙乙丙無等因所設為僅正方有等故也而甲乙與乙丁等故乙丁與乙丙無等惟乙丁與乙丙比若甲丁與甲丙比（六卷一）所以甲丁與甲丙無等惟甲丁有比例故甲丙無比

例是以等甲丙正方之邊亦無比例（本卷上界說十一）此正方既等於甲乙乙丙之矩形則其邊為甲乙乙丙連比例中率故謂之中線

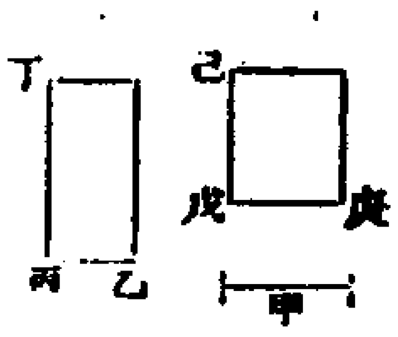
例有兩線此線與彼線比若此線之正方與彼此兩線之矩形比如戊己戊庚兩線戊己與戊庚比若己戊之



正方與己戊戊庚之矩形比己戊上作己丁正方又作庚己矩形丁戊與戊庚比既若己丁與己庚比（六卷一）而己丁為己戊之正方己庚為丁戊戊庚之矩形即己戊戊庚之矩形則己戊與戊庚比若己戊之正方與己戊戊庚之矩形比又庚戊戊己之矩形與戊己之正方比即庚己與丁己比若庚戊與戊己比

第二十三題

有比例線上作矩形與中線之正方等則矩之餘邊有比例而與原線無等



解曰甲為中線乙丙為有比例線乙丙上作乙丁矩形與甲之正方等丙丁為矩之餘邊題言丙丁有比例而與乙丙無等

論曰甲既為中線則其正方等於僅正方有等線之矩形（本卷二十二）設己庚為僅正方有等線之矩形

與甲之正方等惟甲之正方等於乙丁故乙丁與己庚
等積等角凡等積等角之兩面其彼此兩相當角之兩
邊爲互視比例六卷十四故乙丙與戊庚比若戊巳與丙丁
比所以乙丙與戊庚之二正方比若戊巳與丙丁之二
正方比六卷二十二惟乙丙與戊庚之二正方有等故戊己
與丙丁之二正方亦有等惟戊己之正方有比例故丙
丁之正方亦有比例而丙丁線有比例己戊與戊庚二
線既僅正方有等長短無等本卷二十二而己戊與戊庚比
若戊己之正方與己戊戊庚之矩形比例本題故戊己之
正方與己戊戊庚之矩形無等本卷十惟丙丁之正方與

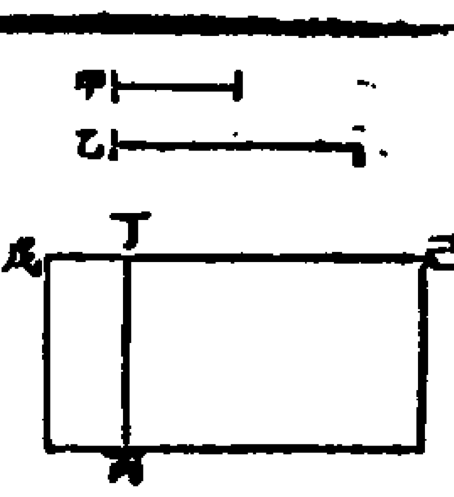
戊己之正方有等故與戊己戊庚之矩形無等本卷十三而
丁丙丙乙之矩形與戊己戊庚之矩形既各等於甲之
正方則相與有等故丙丁之正方與丁丙丙乙之矩形
無等本卷十三惟丙丁之正方與丁丙丙乙之矩形比若丁
丙與丙乙比本題例故丁丙與丙乙長短無等是以丁丙
有比例而與丙乙無等本卷十

第二十四題

凡線與中線有等則亦爲中線

解曰甲爲中線乙與甲有等題言乙亦爲中線

論曰丙丁爲有比例線丙丁上作丙戊矩形與甲之正
方等矩之餘邊爲戊丁則戊丁有比例而
與丙丁無等本卷二十三丁丙線上又作丙己
矩形與乙之正方等矩之餘邊爲丁己甲
與乙既有等則甲之正方與乙之正方有



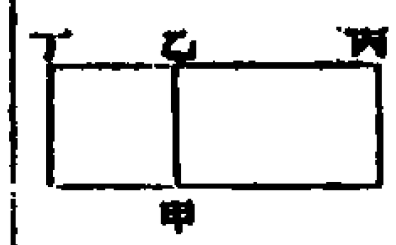
等本卷九題系惟戊丙矩形與甲之正方等而丙己矩形與
乙之正方等故戊丙與丙己兩矩形有等惟戊丙與丙
己比若戊丁與丁己比六卷一所以戊丁與丁己長短有
等惟戊丁有比例而與丁丙無等本卷二十三所以丁己亦
有比例而與丁丙無等本卷十三故丙丁丁己僅正方有等
凡僅正方有等有比例線之矩形無比例其等積正方

之邊亦無比例而爲中線本卷二十二故等丙丁丁己之矩
積方邊爲中線惟乙之正方與此矩積等所以乙爲中
線

系觀此題而知凡面與中面有等亦爲中面蓋其積與
僅正方有等線之二正方同比而一線爲中線所以餘
一線亦爲中線準有比例線之例與中線長短有等之
線亦爲中線長短正方皆有等蓋長短有等正方恆有
等故也而凡與中線長短正方皆有等則謂之長短正
方有等之中線若僅正方有等則謂之僅正方有等之
中線

第二十五題

有等二中線之矩形爲中矩形

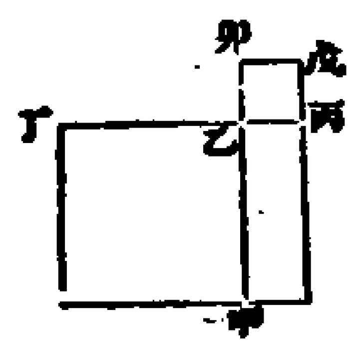


解曰甲乙乙丙兩有等中線之矩形甲丙題言甲丙爲中矩形

論曰甲乙上作甲丁正方則甲丁爲中面甲乙與乙丙既長短有等而甲乙與乙丁相等則乙丁與乙丙長短有等故丁甲與甲丙有等惟甲丁爲中面故甲丙亦爲中面本卷二十四題系

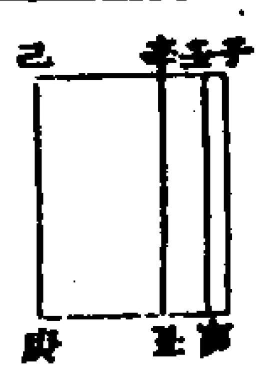
第二十六題

僅正方有等二中線之矩形或爲有比例矩形或爲中矩形



解曰甲乙乙丙兩正方有等中線之矩形甲丙題言甲丙或爲有比例矩形或爲中矩形

論曰甲乙乙丙兩線上作甲丁乙戊兩正方形則甲丁乙戊各爲中方形設己庚爲有比例線於上作矩形庚辛與甲丁正方形等一卷四十五矩之餘邊己辛於辛丑上作丑壬矩形與甲丙矩形等矩之餘邊辛壬於壬寅上作寅子矩形與乙戊正方等餘邊壬子則己辛辛壬壬子相聯爲一



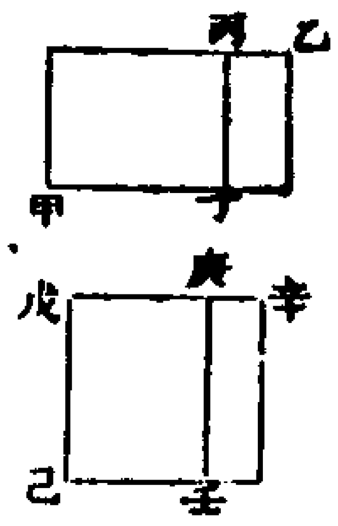
直線一卷十四甲丁乙戊既爲中方形甲丁與庚辛等乙戊與寅子等則有比例線己庚上庚辛寅子各爲中面故己辛壬子各有比例而與己庚長短無等本卷二十三甲丁與乙戊既有等則庚辛與寅子亦有等惟庚辛與寅子比若己辛與壬子比六卷一故己辛與壬子有等本卷十所以己辛壬子爲有等之有比例線故己辛壬子之矩形有比例本卷二十乙丁與乙甲既相等而乙卯與乙丙亦相等則丁乙與乙丙比若甲乙與乙卯比惟丁乙與乙丙比若丁甲正方形與甲丙矩形比六卷一又甲乙與乙卯比若甲丙矩形與丙卯正方比故丙卯與甲丙比若丙與甲丁比惟甲丁與庚辛等甲丙與丑壬等丙卯與

寅子等故庚辛與丑壬比若丑壬與寅子比所以己辛與辛壬比若辛壬與壬子比則己辛壬子之矩形與辛壬之正方形等六卷十七惟己辛壬子之矩形有比例本卷二十故辛壬之正方形有比例所以辛壬線有比例若辛壬與辛丑長短有等即與己庚有等則丑壬矩形有比例若辛壬與己庚長短無等則辛壬丑兩線爲僅正方有等之有比例線而丑壬爲中矩形本卷二十五故丑壬或爲有比例矩形或爲中矩形惟丑壬與甲丙等所以甲丙或爲有比例矩形或爲中矩形是以僅正方有等二中線之矩形或爲有比例矩形或爲中矩形

第二十七題

兩中面之較積無比例

解曰甲乙甲丙兩中面較積丁乙題言丁乙無比例

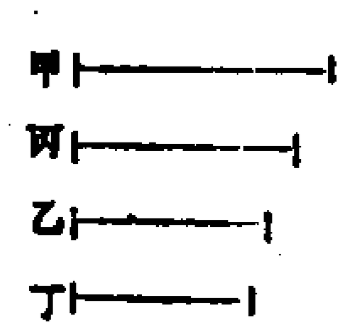


論曰若云丁乙爲有比例面試置有比例線戊己其上作己辛矩形一卷四十五等於甲乙矩形餘邊爲戊辛去等於甲丙之己庚則壬辛與丁乙兩餘積等甲乙甲丙既各爲中面而甲乙與己辛等甲丙與己庚等則己辛己庚各爲中面此二面在有比例線戊己上故戊辛戊庚各有比例而與戊己無等本卷二十三丁乙若有比例與壬辛等則壬辛亦有比例而壬辛爲戊己線上形則庚辛有比例而與戊己長短有等本卷二十一惟戊庚亦有比例而與戊己無等所以戊庚與庚辛長短無等本卷十三惟戊庚與庚辛比若戊庚之正方與戊庚庚辛之矩形比六卷一故戊庚之正方與戊庚庚辛之矩形無等本卷十惟戊庚庚辛之二正方和與戊庚之正方有等因各有比例故倍戊庚庚辛之矩形與戊庚庚辛之矩形有等則戊庚庚辛之二正方和與倍戊庚庚辛之矩形無等本卷十四所以戊庚庚辛之二正方和加倍戊庚庚辛之矩形即戊辛之正方二卷四與戊庚庚辛之二正

方和無等本卷十七惟戊庚庚辛之二正方和有比例故戊辛之正方無比例本卷界說十則戊辛亦無比例然戊辛本有比例於理不合是以兩中面之較積無比例

第二十八題

求有比例矩形之兩邊爲僅正方有等兩中線



法曰甲乙爲僅正方有等之兩有比例線甲乙間取中比例線爲丙六卷十三令甲與乙比若丙與丁比六卷十二甲乙既爲僅正方有等線則甲乙之矩形即丙之正方形六卷十七爲中面本卷二十二故丙爲中線甲與乙比既若丙與丁比而甲乙僅正方有等則丙丁僅正方有等本卷十惟丙爲中線故丁亦爲中線本卷二十四則丙丁爲僅正方有等兩中線且其矩形必爲有比例面蓋甲與乙比既若丙與丁比則更之甲與丙比若乙與丁比五卷十六惟甲與丙比若丙與乙比則丙與乙比若乙與丁比所以丙丁之矩形與乙之正方等六卷十七惟乙之正方有比例所以丙丁之矩形亦有比例即求得有比例矩形之兩邊爲僅正方有等兩中線

第二十九題

求中矩形之兩邊爲僅正方有等兩中線

法曰甲乙丙爲僅正方有等之三有比例線設丁爲甲

乙問比例中率六卷十三令乙與丙比若丁與戊比六卷十二甲乙既爲僅正方有等之有比例線則甲乙之矩形卽丁之正方形六卷十七爲中面故丁爲中線本卷廿二乙丙既爲僅正方有等之有比例線而乙與丙比若丁與戊比則丁戊爲僅正方有等之兩線本卷十惟丁爲中線故戊亦爲中線本卷廿四而此兩中線之矩形必爲中面葢乙與丙比既若丁與戊比更之乙與丁比若丙與戊比惟乙與丁比若丁與甲比故丁與甲比若丙與戊比所以甲丙矩形與丁戊矩形等六卷十六惟甲丙矩形爲中面本卷廿二所以丁戊矩形亦

爲中面卽求得中矩形之兩邊爲僅正方有等兩中線

一例求兩平方數其和仍爲平方數法置甲乙乙丙兩數或俱偶或俱奇凡偶數中去偶奇數中去奇所餘皆爲偶九卷廿四廿六則甲丙爲偶平分甲丙於丁令甲乙乙丙爲相似面數則甲乙乙丙之矩積加丙丁之平方與乙丁之平方等二卷六而甲乙乙丙之矩積爲平方數蓋兩相似面數乘得數必爲平方數也九卷一故乙丁之平方數爲二平方數之和

系觀此而知甲乙乙丙爲相似面數則乙丁與丙丁之兩平方數較卽甲乙乙丙之矩積亦爲平方數又若甲乙乙丙非相似面數則乙丁丙丁之兩平方數較得甲乙乙丙之矩積非平方數

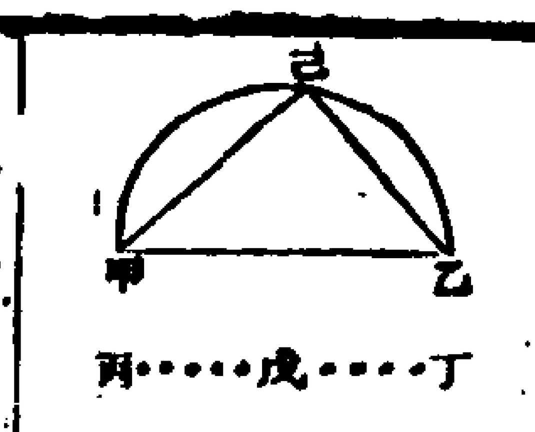
二例求兩平方數其和非平方數法置甲乙乙丙其矩積爲平方數丙甲爲偶數平分於丁則甲乙乙丙之矩積加丙丁之平方等於乙丁之平方二卷六丙丁去一爲丙戊則甲乙乙丙之矩積加丙戊之平方小於乙丁之平方卽非平方數若云亦爲平方數則必當或等或小於乙戊之平方而不能大於乙戊之平方葢大於乙戊之平方則爲乙丁之平方因一不能分故也而甲乙乙丙之矩積加丙丁之平方等於乙丁之平方與甲乙乙丙之矩積加丙戊之平方者不能相等故不能大於乙戊之平方若云甲乙乙丙之矩積加丙戊之平方可等於乙戊之平方乃甲丙倍丙丁而甲丙中之甲庚倍丁戊則餘丙庚倍戊丙所以庚丙平分於戊而庚乙乙丙之矩積加丙戊之平方等於乙戊之平方二卷六若甲乙乙丙之矩積加丙戊之平方等於乙戊之平方則庚乙乙丙之矩積加丙戊之平方等於甲乙乙丙之矩積加丙戊之平方去公數丙戊之平方則是甲乙等於庚乙於理不合是甲乙乙丙

之矩積加丙戊之平方不等於乙戊之平方且亦不小

於乙戊之平方。若小於乙戊之平方。則可等於乙己之平方。乃辛甲倍丁己。而辛丙倍丙己。所以辛丙平分於己。而辛乙乙丙之矩積加丙己之平方。等於乙己之平方。（二卷六）若甲乙乙丙之矩積加丙戊之平方等於乙己之平方。則甲乙乙丙之矩積加丙戊之平方等於辛乙乙丙之矩積加丙己之平方。於理不合。故甲乙乙丙之矩積加丙戊之平方。不小於乙戊之平方。亦不等於乙戊之平方。（本論）故甲乙乙丙之矩積加丙戊之平方。非平方數。

第三十題

求二僅正方有等有比例線上正方之較積方邊與大原線有等。

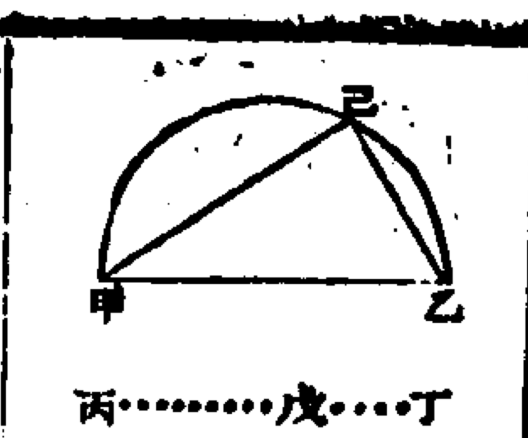


法曰。置甲乙有比例線。丙丁丁戊兩平方數。此兩數之較丙戊非平方數。（本題一例系）甲乙線上作甲己乙半圓周。又作甲己線。令丁丙與丙戊比。若甲乙甲己之二正方比。（本卷六題系）又作己乙線。甲乙甲己之二正方比。既若丁丙與丙戊比。則甲乙甲己之二正方有等。（本卷六）惟甲乙之正方有比例。（本卷界說八）故甲己之正方亦有比例。（本卷界說九）而甲己線有比例。（本卷界說六）又丁丙與丙戊比。既非若兩平方數比。

則甲乙甲己之二正方比。亦非若兩平方數比。而甲乙甲己二線長短無等。（本卷九）所以甲乙甲己為僅正方有等之兩比例線。（本卷界說三）又丁丙與丙戊比。既若甲乙甲己之二正方比。則丙丁與丁戊比。若甲乙乙己之二正方比。（五卷十九一卷四十七）惟丙丁與丁戊比。若兩平方數比。故甲乙乙己之二正方比。亦若兩平方數比。而甲乙乙己二線長短有等。（本卷九）惟甲乙之正方與甲己乙己之兩正方和等。（一卷四十七）故甲乙甲己兩正方之較積方邊乙己。與甲乙有等。卽求得兩僅正方有等有比例線。其二正方之較積方邊與大原線有等。

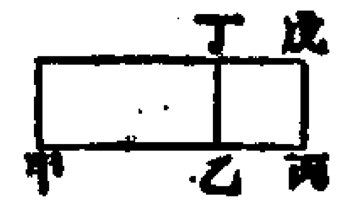
第三十一題

求二僅正方有等有比例線上正方之較積方邊與大原線無等。



法曰。置甲乙有比例線。又置丙戊戊丁兩平方數。令相加得丙丁。非平方數。（本卷三十二題例）甲乙線上作甲己乙半圓周。又作甲己線。令丁丙與丙戊比。若甲乙甲己之二正方比。（本卷六）又作己乙線。準前論。甲乙甲己為僅正方有等之有比例線。而丁丙與丙戊比。若甲乙甲己之二正方比。則轉理。丙丁與丁戊比。若甲乙乙己之二正方比。惟丙丁與

丁戊比非若兩平方數比故甲乙乙己之二正方比亦非若兩平方數比而甲乙與乙己長短無等本卷九所以甲己甲乙兩正方之較積方邊乙己與甲乙無等即求得兩僅正方有等有比例線其二正方之較積方邊與大原線無等

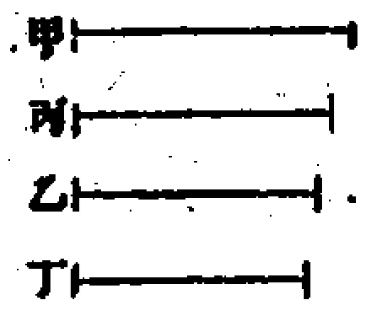


例凡兩線有比例則大線與小線比若兩線之矩形與小線之正方比如甲乙乙丙兩有比例線例言甲乙與乙丙比若甲乙乙丙之矩形與乙丙之正方比乙丙上作乙戊正方又作甲丁矩形則甲乙與乙丙比若甲丁與乙戊比六卷一而甲丁即甲乙

乙丙之矩形蓋乙丙與乙丁等故也乙戊為乙丙之正方故甲乙與乙丙比若甲乙乙丙之矩形與乙丙之正方比

第三十二題

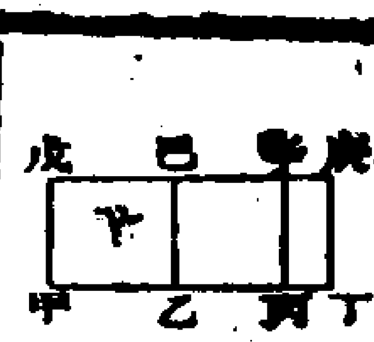
求僅正方有等成有比例矩之兩中線其兩正方之較積方邊與大原線有等



法曰甲乙為僅正方有等之兩有比例線令甲乙上兩正方之較積方邊與甲有等本卷三十又令丙之正方與甲乙之矩形等甲乙之矩形為中面本卷廿二故丙之正方亦為中面而丙為中線又令丙丁之矩形與乙之正方等惟乙之正方與丙丁之矩形亦有比例甲與乙之矩形與乙比若甲乙之矩形與乙之正方比若丙之正方與丙丁之矩形比而丙之正方與甲乙之矩形等故甲與乙比若丙之正方與丙丁之矩形比惟丙之正方與丙丁之矩形比若丙與丁比所以甲與乙比若丙與丁比惟甲與乙僅正方有等故丙與丁亦僅正方有等又丙為中線則丁亦為中線本卷十四二甲與乙比既若丙與丁比而甲乙兩正方之較積方邊與甲有等故丙丁兩正方之較積方邊與丙有等本卷十五即求得丙丁兩僅正方有等成比例矩之兩中線而丙丁上

兩正方之較積方邊與丙有等若欲求僅正方有等成有比例矩之兩中線其正方之較積方邊與大原線無等亦可依此題求之

例凡三線有比例則首線與末線比若首線中線之矩形與中線末線之矩形比如甲乙乙丙丙丁三有比例線例言甲乙與丙丁比若甲乙乙丙之矩形與乙丙丙丁之矩形比試於甲點作甲乙之垂線甲戊令與乙丙等從戊作戊庚線與甲丁平行於乙丙丁三點上作乙己丙辛丁庚三線俱與甲戊平行則甲乙與乙丙比若甲己乙辛兩矩形比乙丙與丙

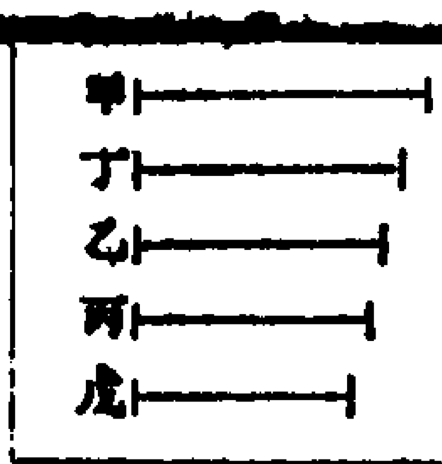


丁比若乙辛丙庚兩矩形比六卷一故平理甲乙與丙丁比若甲己與丙庚兩矩形比而甲己矩形即甲乙乙丙之矩形因甲戊與乙丙等故也丙庚矩形即乙丙丙丁之矩形因乙丙與丙辛等故也是以凡三線有比例則首線與末線比若首線中線之矩形與中線末線之矩形比

第三十三題

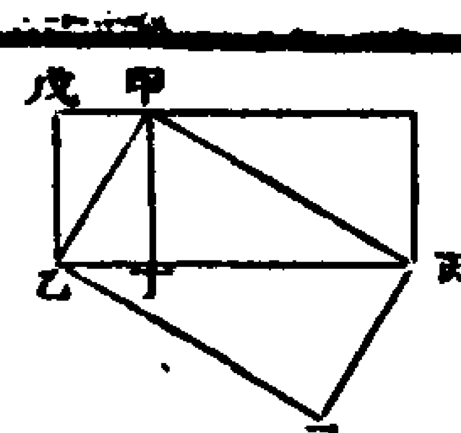
求僅正方有等成中矩形之兩中線其兩正方之較積方邊與大原線有等

法曰置甲乙丙僅正方有等之三線令甲丙上兩正方之較積方邊與甲有等本卷三十又設丁之正方與甲乙之矩形等二卷十四甲乙之矩形為中面本卷廿二故丁之正方亦為中面而丁為中線又設丁戊之矩形與乙丙之矩形等一卷四十五甲乙乙丙之二矩形比既若甲與丙比六卷一惟丁之正方與甲乙之矩形等而丁戊之矩形與乙丙之矩形等則甲與丙比若丁之正方與丁戊之矩形比惟丁之正方與丁戊之矩形比若丁與戊比本卷三十二例故甲與丙比若丁與戊比惟甲與丙僅正方有等故丁與戊僅正方有等本卷十而丁為中線戊亦為中線本卷廿四甲與丙比既若



丁與戊比本論而甲丙上兩正方之較積方邊與甲有等則丁戊上兩正方之較積方邊與丁有等本卷十五又丁戊之矩形為中面蓋丁戊之矩形與乙丙之矩形等而乙丙之矩形為中面故丁戊之矩形亦為中面也即求得僅正方有等成中矩形之兩中線丁戊其正方之較積方邊與大原線有等若欲求僅正方有等成中矩形之兩中線其正方之較積方邊與大原線無等令甲丙兩正方之較積方邊與甲無等如本題求之即得

例設甲乙丙為直角三角形乙甲丙為直角甲丁為甲角對邊之垂線則丙乙乙丁之矩形與乙甲之正方等乙丙丙丁之矩形與丙甲之正方等乙丁丁丙之矩形與丁甲之正方等乙丙甲丁之矩形與乙甲甲丙之矩形等蓋甲丁既為直角對邊之垂線則甲乙丁丙甲丁丙乙甲俱為相似三角形六卷八甲乙丙形既與丁乙甲形相似則丙乙與甲乙比若甲乙與乙丁比六卷界說一故丙乙乙丁之矩形與甲乙之正方等六卷十七乙丙丙丁之矩形與甲丙之正方等理同又直角三角形對邊之垂線既為對邊二分之比例中率六卷八系則乙丁與丁甲比若丁甲與丁丙比故乙丁丁丙之矩形與甲丁之正方等

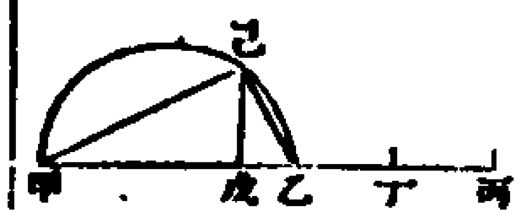


準前論甲乙丙甲乙丁二形相似則乙丙與丙甲比若乙甲與甲丁比凡四率比例首末二線矩形等於中二線矩形（六卷十六）故乙丙甲丁之矩形與乙甲甲丙之矩形等試作戊丙矩形又作甲己矩形則戊丙與甲己等積因各倍甲乙丙三角積故也惟戊丙爲乙丙甲丁之矩形而甲己爲乙甲甲丙之矩形故乙丙甲丁之矩形與乙甲甲丙之矩形等

第三十四題

求兩正方無等之線其兩正方之和爲有比例面而兩線之矩形爲中面

法曰置甲乙乙丙二僅正方有等有比例線令兩正方之較積方邊與甲乙無等（本卷三十一）平分乙丙於丁又於甲乙線上作少一正方形之矩形與乙丁之正方等（六卷二十八）設爲甲戊戊乙之矩形乃於甲乙線上作甲己乙半圜作戊己垂線作甲己己乙二線甲乙乙丙既無等而甲乙乙丙兩正方之較積方邊與甲乙無等又甲乙線上少一正方形之矩形與乙丙正方四分之一等即甲戊戊乙之矩形則甲戊與戊乙無等（本卷十九）甲戊與戊乙比既若甲乙甲戊之矩形與甲乙乙戊之矩形比（六卷一）而甲乙甲戊之矩形

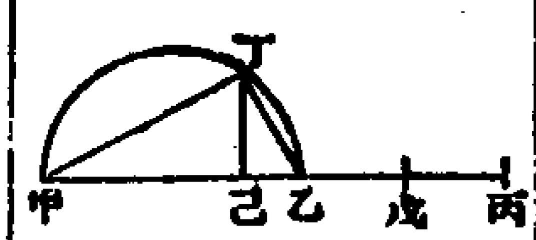


與甲己之正方等甲乙乙戊之矩形與乙己之正方等（本題例）則甲己己乙之二正方亦無等所以甲己己乙爲二正方無等之線甲乙既有比例則甲乙之正方亦有比例所以甲己己乙兩正方之和亦有比例又甲戊戊乙之矩形與戊己之正方等亦與乙丁之正方等則戊己與乙丁等所以乙丙倍於戊己而甲乙乙丙之矩形倍於甲乙戊己之矩形（六卷一）惟甲乙乙丙之矩形爲中面（本卷二十二）故甲乙戊己之矩形亦爲中面惟甲乙戊己之矩形與甲己己乙之矩形等（本題例）故甲己己乙之矩形爲中面又甲己己乙之兩正方和爲有比例面（本論）即求得甲己己乙兩正方無等之線其兩正方之和爲有比例面而兩線之矩形爲中面

第三十五題

求兩正方無等之線其兩正方之和爲中面而矩形爲有比例面

法曰置甲乙乙丙僅正方有等二中線令其矩形爲有比例面（本卷二十八）又令甲乙乙丙兩正方之較積方邊與甲乙無等（本卷三十二）於甲乙上作甲丁乙半圜平分乙丙於戊點又於甲乙線上作少一正方形之矩形與乙戊正方等（六卷二十八）設爲甲

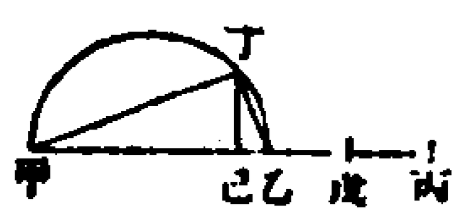


己己乙之矩形則甲己與己乙長短無等本卷十九己點上作甲乙之垂線己丁又作甲丁丁乙二線甲己與己乙既無等則甲乙甲己之矩形與甲乙己乙之矩形無等六卷一本卷十一惟甲乙甲己之矩形與甲丁之正方等甲乙己乙之矩形與丁乙之正方等本卷三十四題例所以甲丁丁乙之兩正方亦無等而甲丁丁乙爲兩正方無等之線甲乙之正方既爲中面則甲丁丁乙二正方之和亦爲中面準前題乙丙既倍於己丁則甲乙乙丙之矩形倍於甲乙己丁之矩形一六卷而二矩形有等惟所設甲乙乙丙之矩形有比例故甲乙己丁之矩形亦有比例惟甲

丁丁乙之矩形與甲乙己丁之矩形等本卷三十四題例故甲丁丁乙之矩形亦有比例卽求得甲丁丁乙二正方無等之線其正方之和爲中面而矩形爲有比例面

第三十六題

求兩正方無等之線其兩正方之和爲中面矩形亦爲中面而與兩正方和無等



法曰作甲乙乙丙兩僅正方有等之中線令其矩形爲中面又令甲乙乙丙上兩正方之較積方邊與甲乙長短無等本卷三十三甲乙上作甲丁乙半圜一準前題甲己與己乙既長短無等則

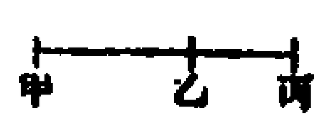
甲丁與丁乙之兩正方必無等甲乙之正方既爲中面則甲丁丁乙之兩正方和亦爲中面甲己己乙之矩形既與乙戊之正方等亦與丁己之正方等則丁己與乙戊等所以乙丙倍於己丁而甲乙乙丙之矩形倍於甲乙己丁之矩形惟甲乙乙丙之矩形爲中面故甲乙己丁之矩形爲中面惟甲乙己丁之矩形等於甲丁丁乙之矩形本卷三十四題例故甲丁丁乙之矩形亦爲中面甲乙乙丙兩線既長短無等而丙乙與乙戊有等則甲乙與乙戊長短無等故甲乙之正方與甲乙乙戊之矩形無等六卷一本卷十一惟甲丁丁乙之兩正方和與甲乙之正方等

而甲乙己丁之矩形與甲丁丁乙之矩形等亦與甲乙乙戊之矩形等故甲丁丁乙之兩正方和與甲丁丁乙之矩形無等卽求得兩正方無等之線兩正方之和爲中面矩形亦爲中面而與兩正方和無等

論六和線

第三十七題

兩僅正方有等有比例線之和無比例命爲合名線



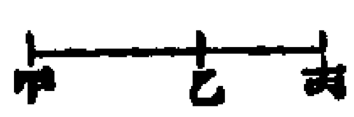
解曰甲乙乙丙兩僅正方有等有比例線其和甲丙題言甲丙無比例

論曰甲乙與乙丙長短無等因僅正方有等故也

而甲乙與乙丙比若甲乙乙丙之矩形與乙丙之正方比六卷一則甲乙乙丙之矩形與乙丙之正方無等本卷十而倍甲乙乙丙之矩形與甲乙乙丙之矩形有等甲乙乙丙之兩正方和與乙丙之正方有等本卷十六故倍甲乙乙丙之矩形與甲乙乙丙之兩正方和無等合之倍甲乙乙丙之矩形加甲乙乙丙之兩正方和即甲丙之正方二卷四與甲乙乙丙之兩正方和無等本卷十七惟甲乙乙丙之兩正方和有比例故甲丙之正方無比例而甲丙線亦無比例命之爲合名線

第三十八題

僅正方有等之兩中線其矩形爲有比例面則兩線之和無比例命爲第一合中線

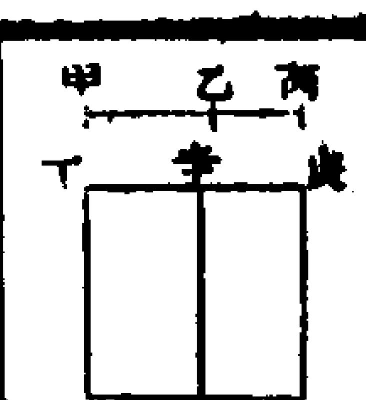


解曰甲乙乙丙爲有比例矩形之兩中線并之爲甲丙題言甲丙無比例

論曰甲乙與乙丙既長短無等則甲乙乙丙之兩正方和與倍甲乙乙丙之矩形無等本卷十三故甲乙乙丙之兩正方和加倍甲乙乙丙之矩形即甲丙之正方二卷四與甲乙乙丙之矩形無等所設矩形有比例故甲丙之正方無比例而甲丙線亦無比例命之爲第一合中線

第三十九題

僅正方有等之兩中線其矩形爲中面則兩線之和無比例命爲第二合中線



解曰甲乙乙丙兩僅正方有等之中線其矩形爲中面其和甲丙題言甲丙無比例

論曰丁戊爲有比例線其上作丁己矩形與甲丙之正方等矩之餘邊爲丁庚一卷四十五甲丙上之正方與甲乙乙丙之兩正方和加兩个甲乙乙丙之矩形等二卷四丁戊上作戊辛矩形令與甲乙乙丙之兩正方和等則餘面己辛與兩个甲乙乙丙之矩形等甲乙

乙丙既各爲中線則甲乙乙丙之二正方亦各爲中面惟倍甲乙乙丙之矩形準題亦爲中面而戊辛矩形與甲乙乙丙之兩正方和等辛己與倍甲乙乙丙之矩形等則戊辛辛己各爲丁戊有比例線上之中面故丁辛辛庚兩線俱有比例而與丁戊長短無等本卷廿三甲乙與乙丙既無等而甲乙與乙丙比若甲乙之正方與甲乙乙丙之矩形比六卷一則甲乙乙丙之矩形與甲乙之正方無等本卷十惟甲乙乙丙之兩正方和與甲乙之正方有等而倍甲乙乙丙之矩形與甲乙乙丙之矩形有等故甲乙乙丙之兩正方和與倍甲乙乙丙之矩形無等本卷

十四惟戊辛矩形與甲乙乙丙之兩正方和等而辛己矩形與倍甲乙乙丙之矩形等故戊辛與辛己無等所以丁辛辛庚二線長短無等而此二線有比例本論故丁辛辛庚爲僅正方有等之比例線所以丁庚無比例本卷三十七而丁戊有比例凡無比例有比例兩線之矩形爲無比例面故丁己面無比例而等丁己之正方亦無比例惟丁己面與甲丙之正方等是以甲丙無比例命爲第二合中線

案甲乙乙丙之矩形若非有比例而爲中面則甲丙爲第二合中線因中面次於有比例面之故凡有比例與無比例二線之矩形無比例理易明蓋若面有比例而在有比例線上則矩之餘邊亦有比例本卷廿一今無比例於理不合故有比例無比例二線之矩形必無比例

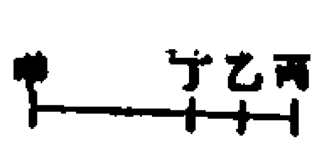
第四十題

兩正方無等之線其兩正方之和有比例而矩形爲中面則兩線之和無比例命爲太線

解曰甲乙乙丙兩正方無等之線其兩正方和有比例而矩形爲中面兩線并之得甲丙題言甲丙無比例

論曰甲乙乙丙之矩形既爲中面則倍甲乙乙丙之矩形亦爲中面本卷廿四題系惟甲乙乙丙之兩正方和有比例故倍甲乙乙丙之矩形與甲乙乙丙之兩正方和無等所以甲乙乙丙之兩正方和加倍甲乙乙丙之矩形即甲丙之正方二卷四與甲乙乙丙之兩正方和無等本卷十七惟甲乙乙丙之兩正方和有比例故甲丙之正方無比例而甲丙亦無比例命爲太線

案甲乙乙丙兩無比例線之正方和大於倍甲乙乙丙之中矩形故二線之和謂之太線此因比例線之理命之蓋甲乙乙丙爲二不等線若等則甲乙乙丙之二正方和與倍甲乙乙丙之矩形必等而甲乙乙丙之矩形有比例今無比例故甲乙乙丙不等設甲乙大於乙丙而乙丁與乙丙等則甲乙乙丁之二正方和與倍甲乙乙丙之矩形加甲丁之正方等二卷七惟乙丁與乙丙等故甲乙乙丙之二正方和與倍甲乙乙丙之矩形加甲丁之正方等所以甲乙乙丙之兩正方和大於倍甲乙乙丙之矩形其較爲甲丁正方



第四十一題

兩正方無等之線兩正方之和爲中面其矩形爲有比例面則兩線之和無比例命爲比中方線

解曰甲乙乙丙兩正方無等之線如題云云并之爲甲

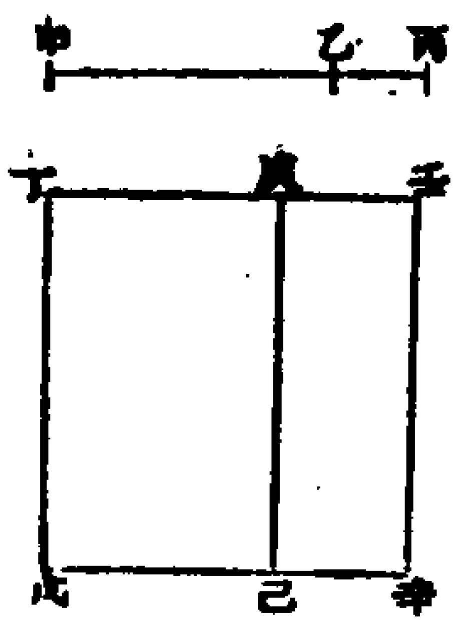
丙題言甲丙無比例

論曰甲乙乙丙之兩正方和既爲中面而倍甲乙乙丙之矩形爲有比例面則甲乙乙丙之兩正方和與倍甲乙乙丙之矩形無等故合之甲丙之正方與倍甲乙乙丙之矩形無等本卷十七惟甲乙乙丙之矩形有比例故甲丙之正方無比例而甲丙亦無比例命爲比中方線

案本線之正方函二面一爲有比例面一爲中面故名比中方線而無比例面次於有比例面故先言比次言中

第四十二題

兩正方無等之線其兩正方之和爲中面矩形亦爲中面而與兩正方之和無等則兩線之和無比例命爲兩中面之線



解曰甲乙乙丙兩正方無等之線如題云云并之得甲丙題言甲丙無比例

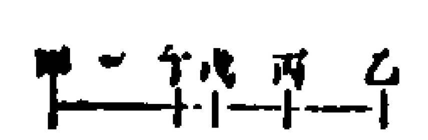
論曰設丁戊爲有比例線其上作丁己矩形與甲乙乙丙之兩正方和等一卷四十五又作庚辛矩形與倍甲乙乙丙之矩形等則丁辛矩形與甲丙之正方等二卷四甲乙乙丙之兩正方和既爲中面而與丁己矩形等則丁己必爲中面而在丁戊有比例線上故丁庚有比例而與丁戊長短無等本卷二十三庚壬亦有比例而與己庚卽丁戊無等理同甲乙乙丙之兩正方和既與倍甲乙乙丙之矩形無等則丁己與庚辛二矩形無等而丁庚與庚壬亦無等六卷一本卷十一惟兩線有比例故丁庚庚壬爲僅正方有等之兩有比例線所以丁壬無比例爲合名線本卷三十七惟丁戊有比例故丁辛矩形無比例本卷三十九題案而其等積正方之邊亦無比例惟丁辛矩形與甲丙之正方等積故甲丙無比例命爲兩中面之線

案本線之正方與甲乙乙丙之兩正方和及倍甲乙乙丙之矩形兩中面等故爲兩中面之線

又案凡無比例線上只一點可分爲二線後諸題發明之先設一例

例置甲乙線取丙丁二點分爲不等分設甲丙大於丁乙則甲丙丙乙之兩正方和大於甲丁丁乙之兩正方和

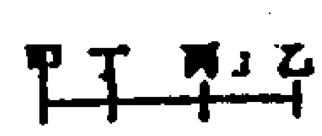
試於戊點平分甲乙線甲丙既大於丁乙去公分丙丁則餘甲丁大於餘丙乙惟甲戊與戊乙等所以丁戊小



於戊丙而丙丁二點距平分之戊點不等夫甲丙丙乙之矩形加丙戊之正方與戊乙之正方等二卷五而甲丁丁乙之矩形加丁戊之正方亦與戊乙之正方等則甲丙丙乙之矩形加丙戊之正方與甲丁丁乙之矩形加丁戊之正方等而丁戊之正方小於丙戊之正方故餘甲丙丙乙之矩形小於餘甲丁丁乙之矩形所以倍甲丙丙乙之矩形小於倍甲丁丁乙之矩形其較即甲丙丙乙上二正方和大於甲丁丁乙上二正方和之較

第四十三題

凡合名線只一點可分爲此二分

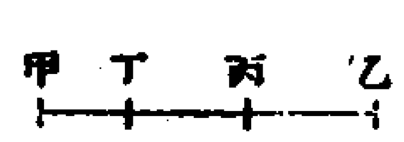


解曰甲乙合名線上以丙點分爲甲丙丙乙二僅正方有等有比例線題言丙點而外無他點可分爲此二線

論曰若云可分於丁點令甲丁丁乙爲二僅正方有等之有比例線則甲丙與乙丁必不等若等則甲丁與丙乙等而甲丙與丙乙比若乙丁與丁甲比則甲乙分於丁點一如分於丙點非設題意也故甲丙與丁乙必不等而丙丁二點距平分點亦必不等故甲丙丙乙上二正方和與甲丁丁乙上二正方和之較等於倍甲丁丁乙矩形與倍甲丙丙乙矩形之較因甲丙丙乙之二正方和加倍甲丙丙乙之矩形與甲丁丁乙之二正方和加倍甲丁丁乙之矩形此二積俱等於甲乙之正方故也二卷四惟甲丙丙乙上二正方和與甲丁丁乙上二正方和之較爲有比例面因二和積俱爲有比例面故也則倍甲丁丁乙矩形與倍甲丙丙乙矩形之較亦爲有比例面今二矩皆爲中面二中面之較不能爲有比例面本卷二十七於理不合是以合名線上只一點可分爲此二分

第四十四題

第一合中線只一點可分爲此二分



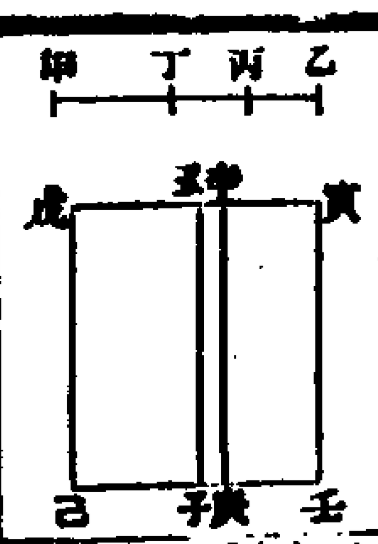
解曰甲乙爲第一合中線於丙點分爲甲丙丙乙僅正方有等二中線成矩形爲有比例面題言丙點而外無他點可分爲此二線

論曰若云甲乙線分於丁點令甲丁丁乙爲僅正方有等二中線成矩形爲有比例面夫倍甲丁丁乙之矩形與倍甲丙丙乙之矩形較等於甲丙丙乙之二正方和與甲丁丁乙之二正方和較惟倍甲丁丁乙之矩形與倍甲丙丙乙之矩形較爲有比例面因二矩面皆有比例故也則甲丙丙乙之二正方和與甲丁丁乙之

二正方和較亦為有比例面而二和積皆為中面與理不合（本卷二十七）是以第一合中線上只一點可分為此二分。

第四十五題

第二合中線只一點可分為此二分。

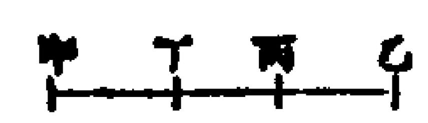


解曰甲乙為第二合中線分於丙點令甲丙丙乙為僅正方有等二中線成矩形為中面題言丙點而外無他點可分為此二線。

論曰若云甲乙線分於丁點令甲丙大於丁乙則甲丙丙乙之二正方和必大於甲丁丁乙之二正方和而甲丁丁乙為僅正方有等之兩中線成矩形為中面（本卷四十三例）試置戊己有比例線其上作戊壬矩形與甲乙之正方等截戊庚矩形與甲丙丙乙之二正方和等則餘辛壬矩形與倍甲丙丙乙之矩形等（二卷四）又截戊子形與甲丁丁乙之二正方和等而小於甲丙丙乙之二正方和（本論）則餘丑壬形與倍甲丁丁乙之矩形等甲丙丙乙之二正方既皆為中面則戊庚亦為中面故戊辛為有比例線而與戊己長短無等（本卷廿三）又辛寅為有比例線與戊己長短無等理同甲丙丙乙既為僅正方有等之中線則甲丙與丙乙長短無等惟甲丙與丙乙比若甲丙之正方與甲丙丙乙之矩形比（六卷一）故甲丙之正方與甲丙丙乙之矩形無等（本卷十）而甲丙丙乙之二正方和與甲丙之正方有等因甲丙丙乙為正方有等之二線故也（本卷十六）又倍甲丙丙乙之矩形與甲丙丙乙之矩形有等故甲丙丙乙之二正方和與倍甲丙丙乙之矩形無等惟戊庚矩形與甲丙丙乙之二正方和等而辛壬矩形與倍甲丙丙乙之矩形等故戊庚與辛壬二面無等所以戊辛辛寅二線長短無等而皆為有比例線則戊辛辛寅為僅正方有等之二比例線凡僅正方有等二比例線之和為無比例線謂之合名線（本卷三十七）故戊寅為合名線惟辛點可分（本卷四十三）若戊丑丑寅亦為僅正方有等二比例線則戊寅合名線可分於辛丑二點而戊辛不等於丑寅於理不合蓋甲丙丙乙之二正方和大於甲丁丁乙之二正方和（本卷四十三）而甲丁丁乙之二正方和又大於倍甲丁丁乙之矩形故甲丙丙乙之兩正方和相等之戊庚矩形甚大於倍甲丁丁乙之矩形相等之丑壬矩形所以戊辛大於丑寅而不等於丑寅故第二合中線上只一點可分為此二分。

第四十六題

太線惟一點可分爲此二分



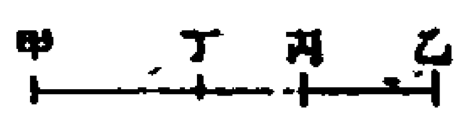
解曰甲乙太線分於丙令甲丙丙乙爲兩正方無等之線兩正方之和爲有比例面而甲丙丙乙之矩形爲中面題言丙點而外無他點可分爲此二線

論曰若云甲乙線可分於丁令甲丁丁乙爲兩正方無等之線而兩正方之和爲有比例面矩形爲中面則甲丙丙乙之兩正方和與甲丁丁乙之兩正方和較等於倍甲丁丁乙之矩形與倍甲丙丙乙之矩形較二卷四惟甲丙丙乙之兩正方和與甲丁丁乙之兩正方和較爲

有比例面因二和積皆有比例故也則倍甲丁丁乙之矩形與倍甲丙丙乙之矩形較亦爲有比例面而二矩形皆爲中面於理不合本卷二十七是以太線上只一點可分爲此二分

第四十七題

比中方線只一點可分爲此二分



解曰甲乙爲比中方線分於丙令甲丙丙乙爲兩正方無等之線兩正方之和爲中面其矩形爲有比例面題言丙點而外無他點可分爲此二線

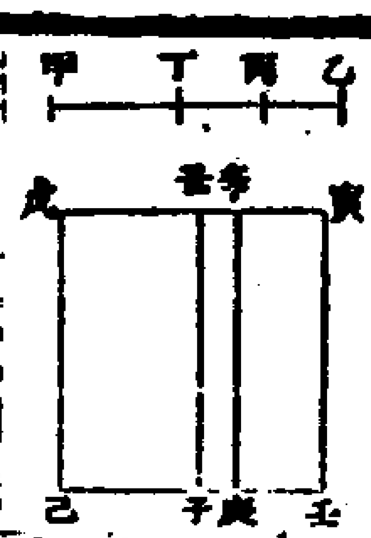
論曰若云甲乙線可分於丁令甲丁丁乙爲兩正方無等之線其正方之和爲中面矩形爲有比例面夫倍甲丁丁乙之矩形與倍甲丙丙乙之矩形較等於甲丙丙乙之二正方和與甲丁丁乙之二正方和較二卷四惟倍甲丁丁乙之矩形與倍甲丙丙乙之矩形較爲有比例面則甲丙丙乙之二正方和與甲丁丁乙之二正方和較亦爲有比例面而二和積皆爲中面於理不合本卷廿七是以比中方線上惟一點可分爲此二分

第四十八題

兩中面之線只一點可分爲此二分

解曰甲乙爲兩中面線分於丙令甲丙丙乙二線之正

方無等兩正方之和爲中面矩形亦爲中面而與兩正方之和無等題言丙點而外無他點可分爲此二線



論曰若云可分於丁令甲丙大於丁乙試置戊己有比例線其上作戊庚矩形與甲丙丙乙之二正方和等又作辛壬矩形與倍甲丙丙乙之矩形等則戊壬矩形與甲乙之正方等二卷四又截戊子矩形與甲丁丁乙之二正方和等則倍甲丁丁乙之矩形與丑壬矩形等二卷四甲丙丙乙之二正方和爲中面則戊己線上之戊庚矩形亦爲中面故辛戊有比例而與戊己長短無等本卷二十

三又辛寅有比例與戊己長短無等理同甲丙丙乙之二正方和與倍甲丙丙乙之矩形既無等則戊庚與辛壬二矩形無等故戊辛辛寅二線無等本卷十而俱爲有比例線是戊辛辛寅爲僅正方有等有比例線所以戊寅爲合名線于辛點分爲二分若亦可分于丑點而戊辛非等於丑寅是合名線可分於二點於理不合本卷四十三是以兩中面線上只一點可分爲此二分

幾何原本第十卷中之首

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

界說六則

第一界

置有比例線及合名線若合名線二分上正方之較等邊與大分長短有等又若大分與所置比例線長短有等則全線爲第一合名線

第二界

若小分與所置比例線長短有等則全線爲第二合名線

第三界

若大小二分與比例線長短俱無等則全線爲第三合線

第四界

若合名線二分上正方之較積方邊與大分長短無等又若大分與所置比例線長短有等則爲第四合名線

第五界

若小分與比例線長短有等則爲第五合名線

第六界

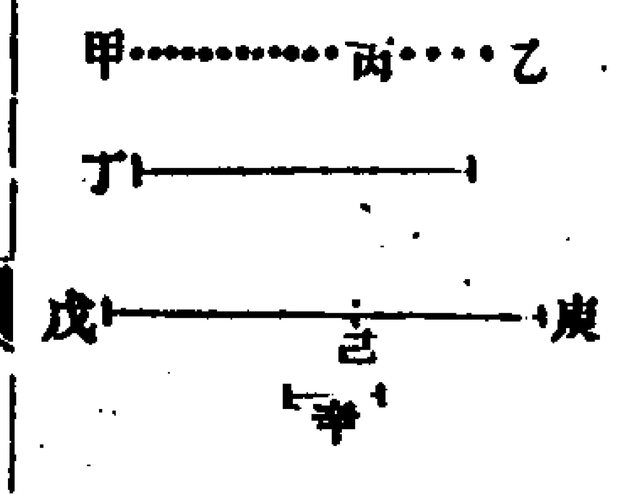
若大小二分與比例線俱無等則爲第六合名線

幾何原本第十卷中

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

第四十九題

求第一合名線



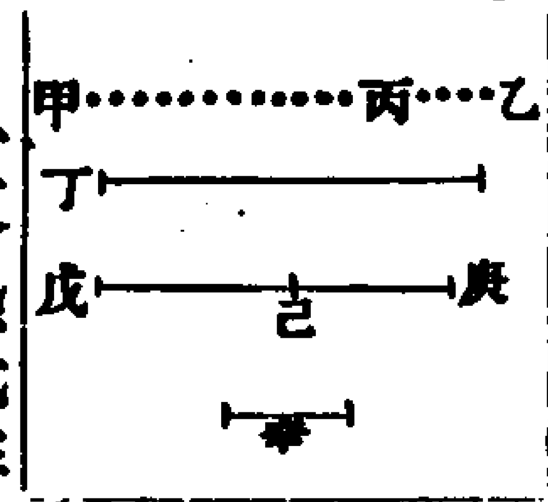
法曰置甲丙丙乙二數令總數甲乙與乙丙比若二平方數比與甲丙比非若二平方數比本卷三十題一例系又置有比例線丁令戊己與丁長短有等則戊己有比例本卷上界說六又令甲乙與甲丙比若戊己與己庚之二正方比本卷六系則戊己己庚之兩正方有等本卷六惟戊己有比例所以己庚亦有比例甲乙與甲丙比既非若二平方數比則戊己與己庚之二正方比亦非若二平方數比所以戊己與己庚長短無等本卷九故戊己己庚爲僅正方有等之二比例線而戊庚爲合名線本卷三十七亦爲第一合名線

論曰甲乙與甲丙二數比既若戊己與己庚之二正方比而甲乙大於甲丙則戊己之正方大於己庚之正方設己庚與辛之兩正方和與戊己之正方等甲乙與甲丙比既若戊己與己庚之二正方比則甲乙與乙丙比若戊己與辛之二正方比本卷十九系惟甲乙與乙丙比若二平方數比故戊己與辛之二平方數比故戊己與辛長短有等本卷九所以戊己之正方大於己庚之正方其較積方邊與戊己有等惟戊己己庚爲有比例線而戊己與丁長短有等是以戊庚爲第一合名線本卷中界說一

第五十題

求第二合名線

法曰置甲丙丙乙二數令總數甲乙與乙丙比若二平方數比與甲丙比非若二平方數比本卷三十題一例系又置有比例線丁令己庚與丁有等則己庚有比例又令甲丙與甲乙比若己庚與己戊之二正方比本卷六系則己庚己戊之二正方有等本卷六而己戊有比例本卷上界說六甲丙甲乙二數比既非若二平方數比則己庚與己戊之二正方比亦非若二平方數比故己庚與己戊長短無等本卷九所以戊己己庚爲僅正方有等之二比例線而戊庚爲合名線本卷三十七亦爲第二合名線



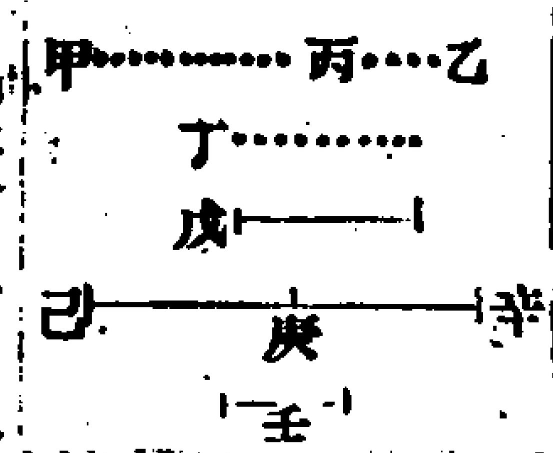
論曰甲乙與甲丙二數比既若戊己與己庚之二正方比五卷十六而甲乙大於甲丙則戊己之正方大於己庚之

正方設己庚與辛之兩正方和與戊己之正方等則甲乙與乙丙比若戊己與辛之二正方比（五卷十九系）惟甲乙與乙丙比若二平方數比故戊己與辛之二正方比亦若二平方數比而戊己與辛長短有等（本卷九）故戊己之正方大於己庚之正方其較積方邊與戊己有等而戊己己庚爲僅正方有等之有比例線小分己庚與丁長短有等是以戊庚爲第二合名線（本卷中界說二）

求第三合名線

第五十一題

法曰置甲丙丙乙二數令總數甲乙與乙丙比若二平



方數比又置一非平方數丁令丁與甲乙甲丙比皆非若二平方數比再置有比例線戊令丁與甲乙比若戊與己庚之兩正方比則戊與己庚之兩正方有等惟戊爲有比例線所以己庚亦爲有比例線（本卷六）丁與甲乙比既非若兩平方數比則戊與己庚之兩正方比亦非若兩平方數比故戊與己庚長短無等（本卷九）又令甲乙與甲丙比若己庚與庚辛之二正方比則己庚庚辛之二正方有等惟己庚有比例故庚辛亦有比例而甲乙與甲丙比既非若兩平方數比則己庚與庚辛之兩正方比亦非若兩平方數比故己庚與庚辛長短無等（本卷九）所以己庚庚辛爲僅正方有等之二比例線而己辛爲合名線（本卷三十七）亦爲第三合名線

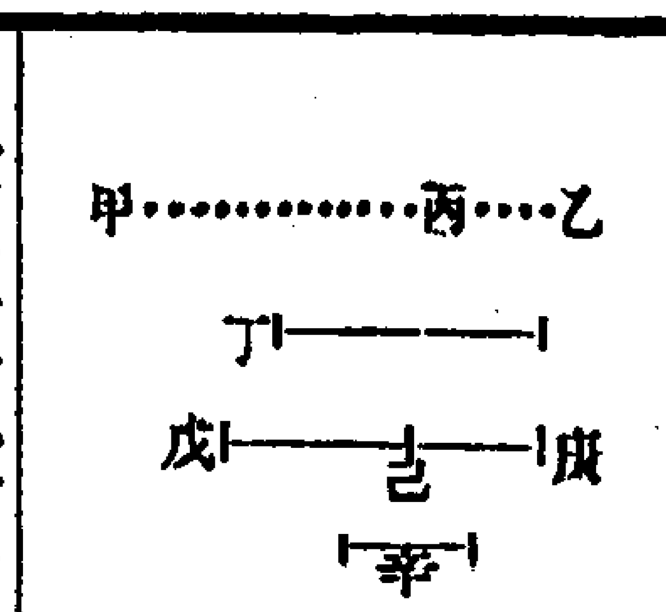
論曰丁與甲乙二數比既若戊與己庚之二正方比而甲乙與甲丙比若己庚與庚辛之二正方比則平理丁與甲丙比必若戊與庚辛之二正方比（五卷廿二）惟丁與甲丙比非若二平方數比故戊與庚辛長短無等（本卷九）甲乙與甲丙比既若己庚與庚辛之兩正方比則己庚之正方必大於庚辛之正方設庚辛及壬之二正方和與

己庚之正方等則甲乙與乙丙比若己庚與壬之二正方比（五卷十九題系）惟甲乙與乙丙比若二平方數比故己庚與壬長短有等所以己庚與庚辛上二正方之較積方邊與己庚長短有等而己庚庚辛爲僅正方有等之有比例線皆與戊長短無等所以己辛爲第三合名線（本卷中界說三）

求第四合名線

第五十二題

法曰置甲丙丙乙二數令總數甲乙與二數比皆非若二平方數比又置有比例線丁令戊己與丁長短有等



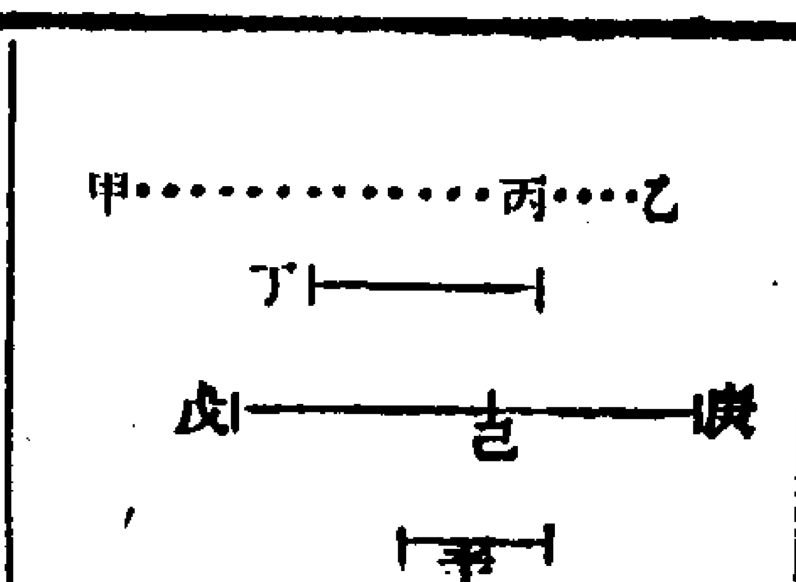
則戊己爲有比例線又令甲乙與甲丙比若戊己與己庚之二正方比則戊己己庚之二正方有等所以己庚有比例甲乙與甲丙比既非若二平方數比則戊己與己庚長短無等本卷九故戊己己庚爲僅正方有等之二比例線而戊庚爲合名線本卷三十七亦爲第四合名線

論曰甲乙與甲丙比既若戊己與己庚之二正方比而甲乙大於甲丙則戊己之正方大於己庚之正方設己庚及辛之二正方和與戊己之正方等則甲乙與乙丙比若戊己與辛之兩正方比惟甲乙與乙丙比非若兩平方數比故戊己與辛長短無等所以戊己與己庚上二正方之較積方邊與戊己長短無等而戊己己庚爲僅正方有等之有比例線戊己與丁長短有等故戊庚爲第四合名線本卷中界說四

第五十三題

求第五合名線

法曰置甲丙丙乙二數令總數甲乙與二數比皆非若二平方數比又置有比例線丁令丁與己庚長短有等則己庚亦有比例又令甲丙與甲乙比若己庚與戊己之二正方比則戊己亦有比例甲丙與甲乙比既非若二平方數比則己庚與戊己之二正方比亦非若二平方數比所以戊己己庚爲僅正方有等之二比例線本卷九而戊庚爲合名線本卷三十七亦爲第五合名線

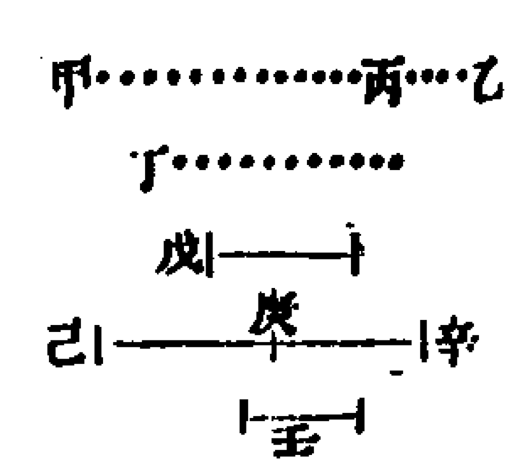


論曰甲丙與甲乙比既若己庚與己戊之二正方比則反理乙甲與甲丙比若戊己與己庚之二正方比本卷五四系所以戊己之正方大於己庚之正方設己庚及辛之二正方和與戊己之正方等則轉理甲乙與乙丙比若戊己與辛之二正方比惟甲乙與乙丙比非若二平方數比所以戊己與辛之二正方比非若二平方數比而戊己與辛長短無等所以戊己與己庚上二正方之較積方邊與戊己長短無等而戊己己庚爲僅正方有等之有比例線小分己庚與丁長短有等故戊庚爲第五合名線本卷中界說五

第五十四題

求第六合名線

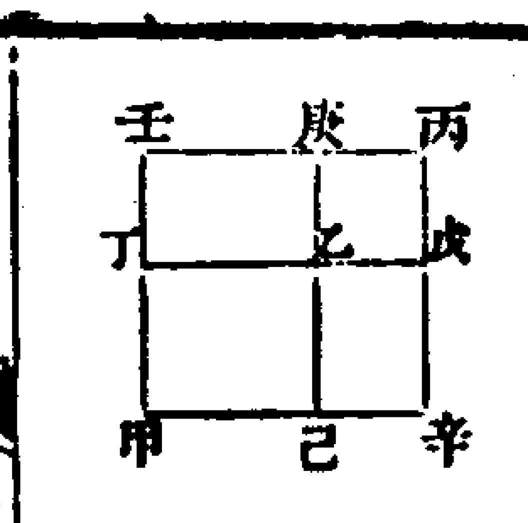
法曰置甲丙丙乙二數令總數甲乙與二數比皆非若二平方數比又置非平方數丁令丁與甲乙及甲丙比



皆非若二平方數比置有比例線戊令
丁與甲乙比若戊與己庚之二正方比
故戊與己庚之二正方有等惟戊有比
例故己庚亦有比例本卷上界說六 丁與甲乙
比既非若二平方數比則戊與己庚之二正方比亦非
若二平方數比所以戊與己庚長短無等本卷九 又令甲
乙與甲丙比若己庚與庚辛之二正方比故己庚與庚
辛之二正方有等惟己庚之正方有比例所以庚辛之
正方亦有比例而庚辛為有比例線甲乙與甲丙比既
非若二平方數比則己庚與庚辛之二正方比亦非若

二平方數比故己庚與庚辛長短無等本卷九 所以己庚
庚辛為僅正方有等之兩比例線而己辛為合名線本卷三十七 亦為第六合名線
論曰丁與甲乙比既若戊與己庚之二正方比而甲乙
與甲丙比若己庚與庚辛之二正方比則平理丁與甲
丙比若戊與庚辛之二正方比惟丁與甲丙比非若二
平方數比故戊與庚辛之二正方比亦非若二平方數
比而戊與庚辛長短無等本卷九 戊與己庚長短亦無等
本論 故己庚庚辛皆與戊長短無等甲乙與甲丙比既若
己庚庚辛之二正方比則己庚之正方必大於庚辛之

正方設庚辛及壬之二正方和與己庚之正方等則轉
理甲乙與乙丙比若己庚與壬之兩正方比惟甲乙與
乙丙比非若二平方數比故己庚與壬之二正方比亦
非若二平方數比所以己庚與壬長短無等而己庚庚
辛為僅正方有等之有比例線皆與戊長短無等故己
辛為第六合名線本卷中界說六



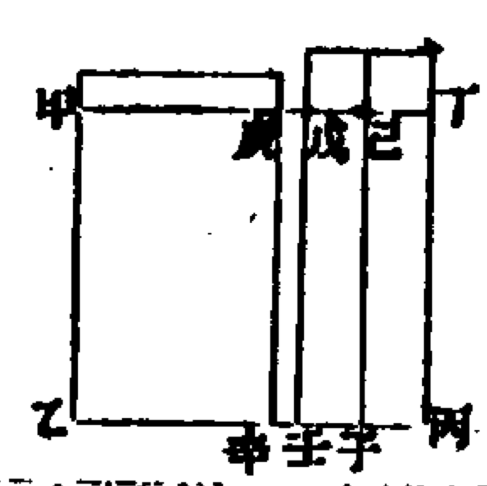
例置甲乙乙丙兩正方令丁乙乙戊為一
直線則己乙乙庚亦必為一直線一卷十四 如
此甲丙必為正方而丁庚矩形為甲乙
丙二正方連比例中率丁丙矩形為甲丙

丙乙連比例中率蓋丁乙與己乙既等乙戊與乙庚亦
等則丁戊與己庚等惟甲壬辛丙二線各與丁戊等故
甲辛壬丙二線各與甲壬及辛丙等所以甲丙為正方
形己乙與乙庚比既若丁乙與乙戊比而己乙與乙庚
比若甲乙與丁庚比六卷一 又丁乙與乙戊比若丁庚與
乙丙比故甲乙與丁庚比若丁庚與乙丙比五卷十一 而丁
庚為甲乙乙丙連比例中率又甲丁與丁壬比若壬庚
與庚丙比兩兩相等故也則合之甲壬與壬丁比若壬
丙與丙庚比惟甲壬與壬丁比若甲丙與丁丙比而壬
丙與丙庚比若丁丙與丙乙比六卷一 故甲丙與丁丙比

若丁丙與丙乙比而丁丙爲甲丙丙乙連比例中率

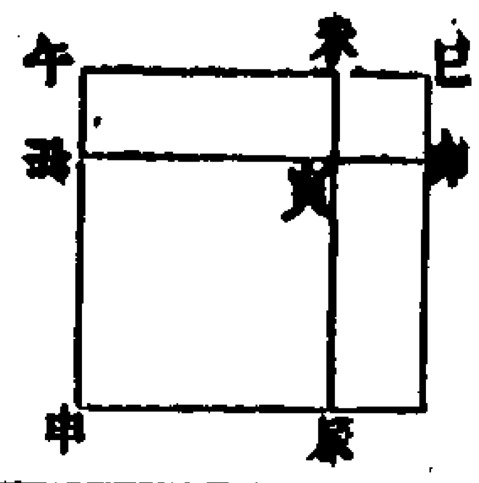
第五十五題

有比例線與第一合名線成矩形等面正方之邊無比例爲合名線



解曰甲乙丙丁矩形甲乙爲有比例線甲丁爲第一合名線題言等甲丙面正方之邊無比例亦爲合名線

論曰甲丁既爲第一合名線於戊點分爲二分甲戊爲大分則甲戊戊丁爲僅正方有等之二比例線而甲戊戊丁上二正方之較積方邊與甲戊長短



有等又甲戊與有比例線甲乙長短亦有等本卷界說一中平分戊丁於己甲戊與戊丁上二正方之較積方邊既與甲戊長短有等則大分甲戊上少一正方之矩形與小分正方四分之一卽戊己之正方等則甲戊必分於庚爲二有等線本卷十八故甲戊線上甲庚庚戊之矩形與戊己之正方等六卷二十八而甲庚與庚戊長短有等次於庚戊己三點與甲乙丁丙平行作庚辛戊壬己子三線又另作申寅正方與甲辛矩形等二卷十四寅巳正方與庚壬矩形等令丑寅寅卯爲一直線則未寅寅辰亦爲一直線

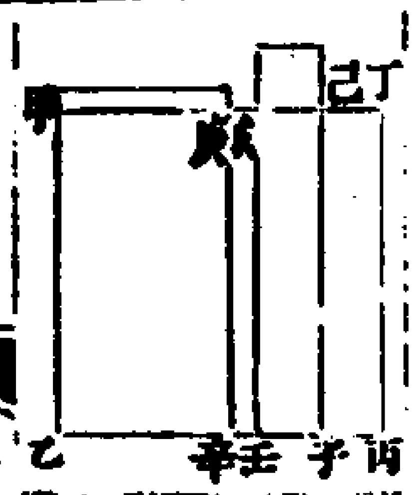
一卷十四補成申巳形必爲正方本題例甲庚庚戊之矩形既與戊己之正方等則甲庚與戊己比若戊己與戊庚比六卷十七故甲辛與戊子比若戊子與壬庚比六卷一而戊子爲甲辛庚壬二矩形連比例中率惟申寅正方與甲辛矩形等寅巳正方與庚壬矩形等故戊子爲申寅寅巳二正方連比例中率惟丑未爲申寅寅巳連比例中率本題例所以丑未與戊子等惟丑未與辰卯等一卷四十三而戊子與己丙等一卷三十六故戊丙與丑未辰卯和等惟甲辛庚壬二矩形和與甲寅寅巳二正方和等故甲丙與申巳等卽與丑卯之正方等丑卯爲合名線者葢甲庚

與庚戊既有等則甲庚庚戊各與甲戊有等本卷十六惟所設甲戊與甲乙長短有等故甲庚庚戊各與甲乙有等本卷十二惟甲乙有比例故甲庚庚戊俱有比例所以甲辛庚壬亦有比例本卷二十而甲辛與庚壬有等本卷十惟甲辛與申寅等而庚壬與寅巳等故申寅寅巳二正方卽丑寅寅卯之二正方皆有比例且亦有等甲戊與戊丁既長短無等而甲戊與甲庚有等丁戊與戊己有等本卷三十七則甲庚與戊己長短無等故甲辛與戊子無等惟甲辛與申寅等而戊子與丑未等故申寅與丑未無等惟申寅與丑未比若辰寅與寅未比故辰寅與寅未無等

本卷十惟辰寅與丑寅等而寅未與寅卯等故丑寅與寅卯無等而丑寅與寅卯之二正方皆有比例且有等本論故丑寅與寅卯為僅正方有等之二比例線而丑卯為合名線其正方與甲丙矩形等本卷三十七

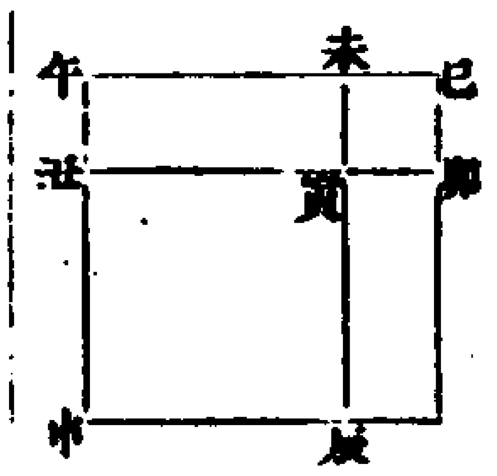
第五十六題

有比例線與第二合名線成矩形等面正方之邊無比例為第一合中線



解曰甲乙丙丁矩形甲乙為有比例線甲丁為第二合名線題言等甲丙面正方之邊無比例為第一合中線

論曰甲丁既為第二合名線於戊點分為二分甲戊為大分則甲戊戊丁為僅正方有等之二比例線甲戊戊丁上二正方之較積方邊與甲戊長短有等而小分戊丁



與甲乙長短有等本卷中界說二平分戊丁於己甲戊線上作少一正方之矩形與戊己之正方等即甲庚庚戊之矩形故甲庚與庚戊長短有等本卷十八次於庚戊己三點與甲乙丙丁平行作庚辛戊壬己子三線又另作申寅正方與甲辛矩形等寅巳正方與庚壬矩形等令丑寅寅卯為一直線則未寅寅辰亦為一直線乃補成申巳正方準五十五題論知丑未為中寅寅巳二正方迸比例中率且與戊子等而丑卯之正方與甲丙矩形等丑卯為第一合中線者蓋甲戊與戊丁既長短無等本卷三十七而戊丁與甲乙長短有等則甲戊與甲乙長短無等本卷十四甲庚與庚戊既長短有等則甲戊與甲庚庚戊俱長短有等本卷十六而甲戊有比例故甲庚庚戊各有比例甲戊與甲乙既長短無等本論而甲戊與甲庚庚戊俱有等則甲庚庚戊俱與甲乙長短無等故甲乙與甲庚庚戊俱為僅正方有等之有比例線所以甲辛庚壬俱為中面本卷廿二則申寅寅巳亦必為中面故丑寅寅卯為中線

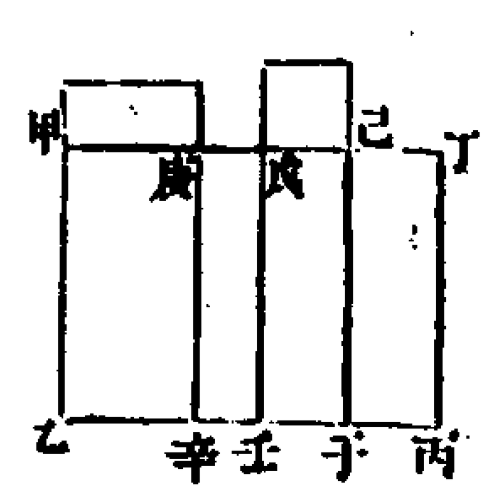
又甲庚與庚戊既長短有等六卷一本卷十一則甲辛庚壬二矩形有等即申寅寅巳二正方形有等亦即丑寅與寅卯之二正方有等故丑寅寅卯為正方有等之中線甲戊與戊丁既長短無等而甲戊與甲庚有等戊丁與戊己有等則甲庚與戊己長短無等所以甲辛戊子二矩形無等即申寅與丑未無等而辰寅與寅未長短無等六卷一即丑寅與寅卯長短無等故丑寅寅卯為僅正方有等之中線又其矩形為有比例面蓋所設丁戊與甲乙戊己既各有等則戊己與戊壬長短有等而皆有比例所以戊子為有比例面本卷二十即丑未為有比例面惟丑

未爲丑寅寅卯之矩形。凡僅正方有等二中線，其矩形爲有比例面，兩線之和無比例，命爲第一合中線。本卷三十

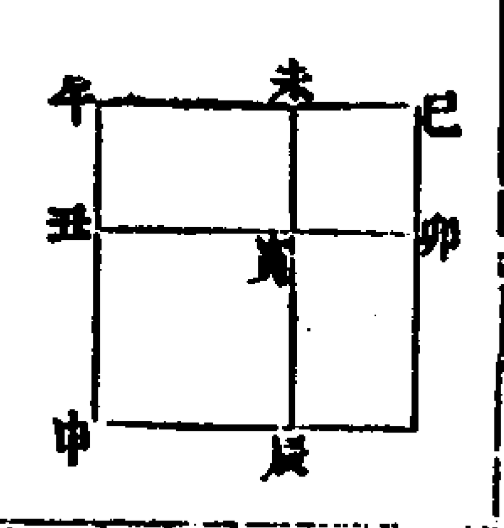
故丑卯爲第一合中線。

第五十七題

有比例線與第三合名線成矩形，等面正方之邊無比例，爲第二合中線。



解曰：甲乙丙丁矩形，甲乙爲有比例線，甲丁爲第三合名線，分甲丁於戊點，甲戊爲大分。題言等甲丙面正方之邊無比例，爲第二合中線。

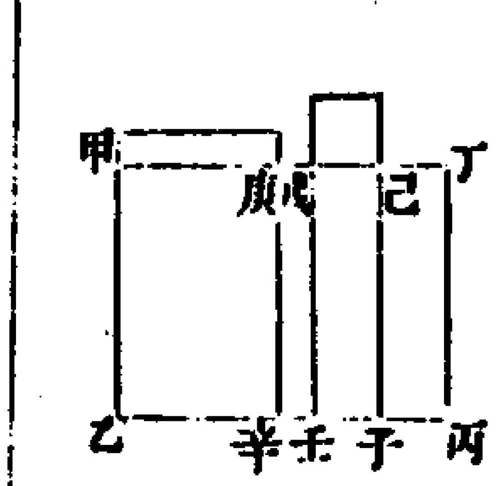


論曰：甲丁既爲第三合名線，則甲戊、戊丁爲僅正方有等之二比例線，甲戊與戊丁上二正方之較積方邊與甲戊長短無等，而甲戊、戊丁皆與甲乙長短無等。本卷界說三中準前論，丑卯之正方與甲丙矩形等，而丑寅、寅卯皆爲中線，故丑卯爲合中線。爲第二合中線者，蓋丁戊與甲乙既長短無等，卽與戊壬長短無等，而丁戊與戊己有等，則戊己與戊壬長短無等，惟戊己有比例，則己戊、戊壬爲僅正方有等之有比例線，故戊子爲中面，而戊子等於丑未，卽丑寅、寅卯之矩形，故丑寅、寅卯

之矩形爲中面，而丑卯爲第二合中線。本卷三十九

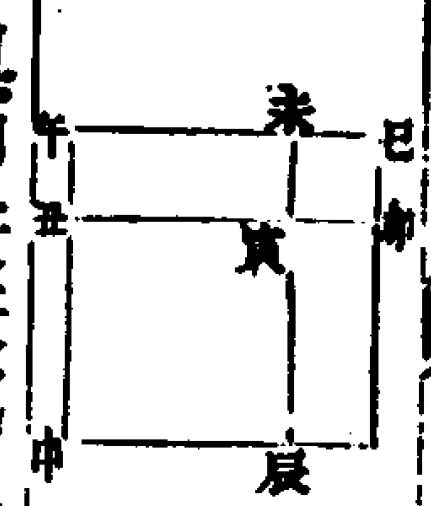
第五十八題

有比例線與第四合名線成矩形，等面正方之邊無比例，爲太線。



解曰：甲丙矩形，甲乙爲有比例線，甲丁爲第四合名線，分甲丁於戊點，甲戊爲大分。題言等甲丙面正方之邊無比例，爲太線。

論曰：甲丁既爲第四合名線，則甲戊、戊丁爲僅正方有等之二比例線，甲戊與戊丁上二正方之較積方邊與



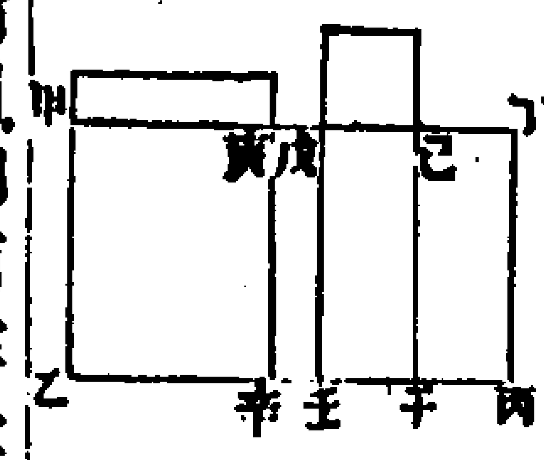
甲戊長短無等，而甲戊與甲乙長短有等。本卷界說四中平分丁戊於己，甲戊線上作少一正方之矩形，與戊己之正方等，亦與甲庚、庚戊之矩形等，故甲庚與庚戊長短無等。本卷十九次作庚辛、戊壬、己子三線與甲乙平行，又另作申寅正方與甲辛矩形等，寅巳正方與庚壬矩形等，令丑寅、寅卯爲一直線，則丑卯之正方與甲丙矩形等。丑卯爲太線者，蓋甲庚與庚戊既長短無等，則甲辛與庚壬無等，六卷一本卷十卽申寅與寅巳無等，故丑寅、寅卯之二正方無等，甲戊與甲乙既長短有等，則甲壬矩形有比例，而與

丑寅寅卯之二正方和等故丑寅寅卯之二正方和有比例丁戊與甲乙既長短無等而丁戊與戊己長短有等則戊己與戊壬長短無等故戊壬戊己爲僅正方有等之二比例線所以子戊爲中面卽丑未爲中面（本卷廿二）而丑未爲丑寅寅卯之矩形故丑寅寅卯之矩形爲中面丑寅寅卯上二正方之和爲有比例面（本論）而丑寅寅卯之二正方無等（本論）凡正方無等二線其兩正方之和有比例而矩形爲中面則二線之和無比例命爲太線故丑卯爲太線其正方與甲丙矩形等

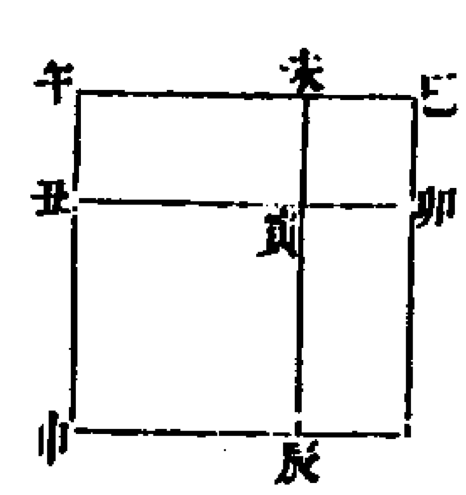
第五十九題

有比例線與第五合名線成矩形等面正方之邊無比例爲比中方線

解曰甲丙矩形甲乙爲有比例線甲丁爲第五合名線分甲丁於戊點甲戊爲大分題言等甲丙面正方之邊無比例爲比中方線



論曰如前作丑卯之正方與甲丙矩形等甲庚與戊庚既長短無等則甲辛與辛戊二矩形無等（六卷一本卷十）卽丑寅寅卯之二正方無等故丑寅寅卯爲正方無等之線

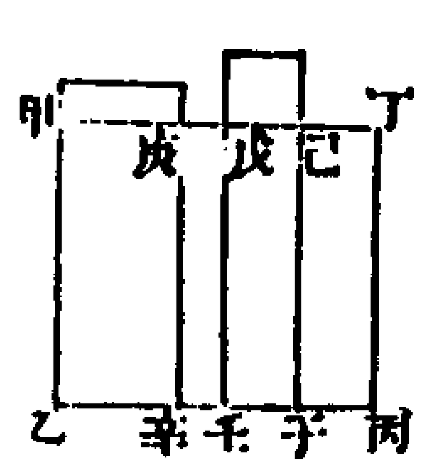


又甲丁既爲第五合名線而戊丁爲小分則戊丁與甲乙長短有等（本卷中界說五）惟甲戊與戊丁長短無等故甲乙與甲戊長短無等（本卷十三）所以甲乙甲戊爲僅正方有等之二比例線故甲壬爲中面（本卷廿一）卽丑寅寅卯之二正方和爲中面丁戊與甲乙既長短有等卽與戊壬長短有等而丁戊與戊己有等則戊己與戊壬有等惟戊壬有比例故戊己亦有比例所以戊子有比例（本卷十二）卽丑未面有比例故丑寅寅卯之矩形有比例丑寅寅卯爲正方無等之二線其二正方之和爲中面（本論）矩形爲有比例面故丑卯爲比中方線（本卷四十一）其正方等於甲丙面

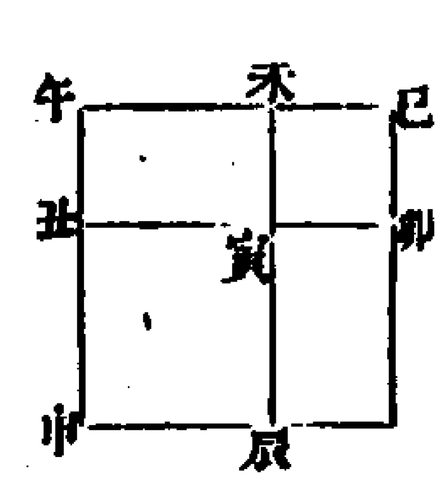
第六十題

有比例線與第六合名線成矩形等面正方之邊無比例爲兩中面之線

解曰甲乙丙丁矩形甲乙爲有比例線甲丁爲第六合名線分甲丁於戊甲戊爲大分題言等甲丙面正方之邊無比例爲兩中面之線



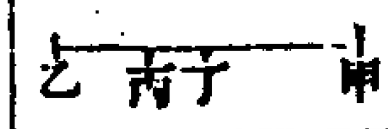
論曰如前作丑卯之正方與甲丙矩形等而丑寅寅卯



之二正方無等戊甲與甲乙長短無等則戊甲甲乙爲僅正方有等之二比例線故甲壬爲中面（本卷廿二）卽丑寅寅卯之二正方和爲中面又戊丁與甲乙既長短無等則己戊與戊壬長短無等所以己戊戊壬爲僅正方有等之二比例線而戊子卽丑未亦卽丑寅寅卯之矩形爲中面戊甲與戊己既無等則甲壬與戊子兩矩形無等惟甲壬等於丑寅寅卯之二正方和而戊子等於丑寅寅卯之矩形故丑寅寅卯之二正方和與丑寅寅卯之矩形無等而各爲中面又丑寅寅卯之二正

幾何十中　七

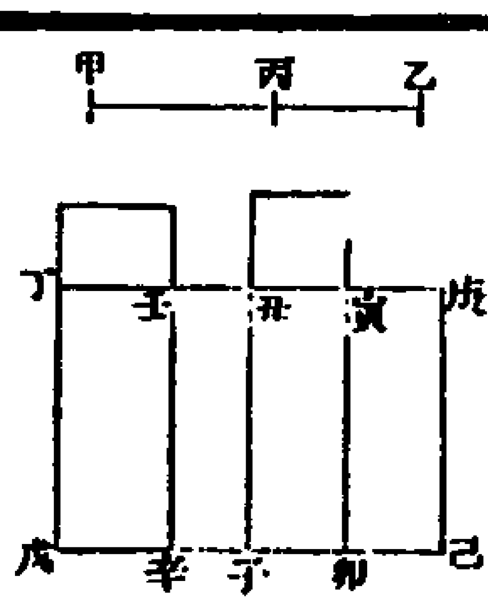
方無等故丑卯爲兩中面之線其正方等於甲丙面（本卷四十二）



例凡線分爲二不等分則二分之正方和大於倍二分之矩形如甲乙線分於丙甲丙爲大分則甲丙丙乙之二正方和大於倍甲丙丙乙之矩形試平分甲乙於丁甲乙線既平分於丁而不平分於丙則甲丙丙乙之矩形加丙丁之正方與甲丁之正方等（二卷五）故甲丙丙乙之矩形小於甲丁之正方所以倍甲丙丙乙之矩形小於倍甲丁之正方而甲丙丙乙之二正方和等於倍甲丁丁丙之二正方和（二卷九）故甲丙丙乙之二正方和大於倍甲丙丙乙之矩形

第六十一題

凡有比例線上之矩形與合名線之正方等則矩之餘邊爲第一合名線



解曰甲乙爲合名線於丙點分爲二分甲丙爲大分設丁戊有比例線其上作丁戊己庚矩形與甲乙之正方等其餘邊爲丁庚題言丁庚爲第一合名線

論曰丁戊有比例線上作丁辛矩形與甲丙之正方等又作壬子矩形與乙丙之正方等（一卷四十五）則甲乙正方

幾何十中　六

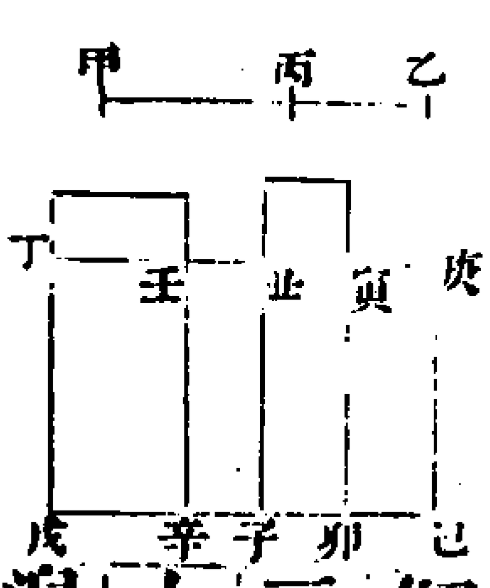
中餘面倍甲丙丙乙之矩形與丑己矩形等（二卷四）平分丑庚於寅作寅卯線與丑子庚己平行則丑卯寅己二矩形各與甲丙丙乙之矩形等甲乙既爲兩點所分之合名線則甲丙丙乙爲僅正方有等之二比例線（本卷三十七）故甲丙丙乙之二正方有比例而相與有等又甲丙丙乙之二正方和與甲丙丙乙之二正方各有等（本卷十六）故甲丙丙乙之二正方和有比例與丁子矩形等則丁子爲有比例線丁戊上之有比例面故丁丑有比例而與丁戊長短有等（本卷二十三）又甲丙丙乙既爲僅正方有等之二比例線則倍甲丙丙乙之矩形卽丑己矩形爲

中面因在丑子卽戊丁有比例線上故丑庚有比例而與丑子長短無等本卷二十三惟丁丑有比例而與丁戊長短有等故丁丑與丑庚長短無等本卷十三惟俱有比例故丁丑丑庚爲僅正方有等之二比例線而丁庚爲合名線本卷三十七爲第一合名線者蓋甲丙丙乙之矩形既爲甲丙丙乙之二正方連比例中率本卷五十五例則丑卯爲丁辛壬子二矩形連比例中率故丁辛與丑卯比若丑卯與壬子比卽丁壬與丑寅比若丑寅與丑壬比六卷一故丁壬丑壬之矩形與丑寅之正方等六卷十七又甲丙丙乙二正方既有等則丁辛壬子二矩形亦有等本卷十四故丁

壬與壬丑長短有等夫甲丙丙乙之二正方和既大於倍甲丙丙乙之矩形本題例則丁子矩形大於丑己矩形所以丁丑大於丑庚而丁壬壬丑之矩形與丑寅之正方等卽與丑庚上正方四分之一等而丁壬壬丑長短有等本論凡二不等線其大線上作少一正方之矩形與小線上正方四分之一等而大線所分之二分長短有等則二線上正方之較積方邊必與大線有等本卷十八又丁丑丑庚爲有比例線丁丑爲大線與所設之有比例線丁戊有等本論故丁庚爲第一合名線本卷中界說一

第六十二題

凡有比例線上之矩形與第一合中線之正方等則矩之餘邊爲第二合名線



解曰甲乙爲第一合中線於丙點分爲二分甲丙爲大分置丁戊有比例線其上作丁己矩形與甲乙之正方等其餘邊爲丁庚題言丁庚爲第三合名線

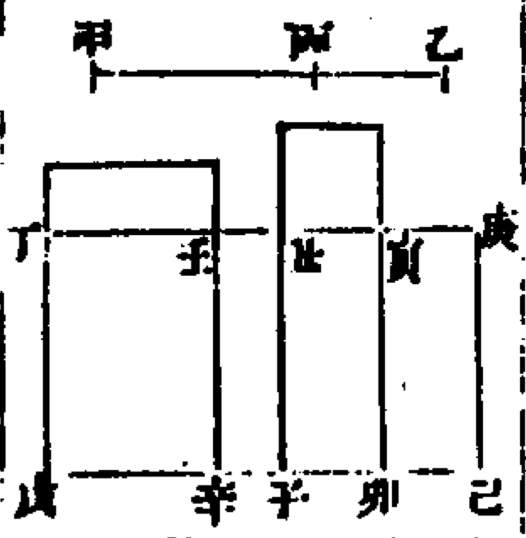
論曰如圖甲乙既爲丙點所分之第一合中線則甲丙丙乙爲僅正方有等之二中線其矩形爲有比例面本卷三十八故甲丙丙乙之二正方和爲中面卽丁子爲有比例線丁戊上之中面而丑丁與丁戊長短無等本卷二十三

又倍甲丙丙乙之矩形既有比例則丑己爲有比例線丑子上之有比例面故丑庚有比例而與丑子長短有等本卷廿二卽與丁戊有等故丁丑與丑庚無等本卷十三而皆有比例故丁丑丑庚爲僅正方有等之二比例線而丁庚爲合名線者蓋甲丙丙乙之二正方和既大於倍甲丙丙乙之矩形本卷中六十一題例則丁子矩形大於丑己矩形故丁丑大於丑庚甲丙丙乙之二正方既有等則丁辛壬子二矩形亦有等所以丁壬與壬丑有等而丁壬壬丑之矩形與丑寅之正方等所以丁丑與丑庚上二正方之較積方邊與丁丑有等又丑庚與

丁戊長短亦有等(本論)故丁庚爲第二合名線(本卷中界說二)

第六十三題

凡有比例線上之矩形與第二合中線之正方等則矩之餘邊爲第三合名線



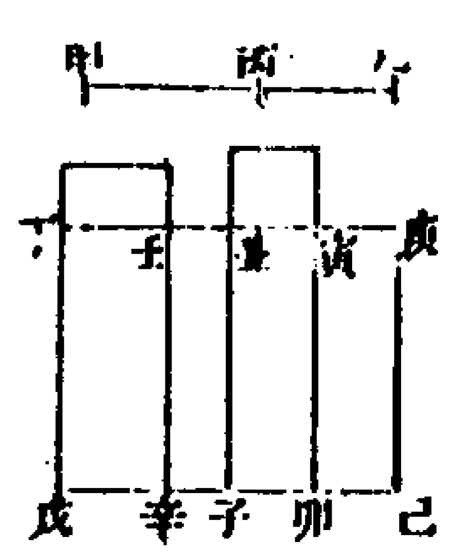
解曰甲乙爲第二合中線於丙點分爲二分甲丙爲大分置丁戊有比例線其上作丁己矩形與甲乙之正方等其餘邊爲丁庚題言丁庚爲第三合名線

論曰如圖甲乙既爲丙點所分之第二合中線則甲丙丙乙爲僅正方有等之二中線其矩形爲中面(本卷三十九)

甲丙丙乙之兩正方和爲中面而與丁子等故丁子爲有比例線丁戊上之中面所以丑丁有比例而與丁戊長短無等(本卷二十二)又丑庚有比例與丑子無等卽與丁戊無等理同故丁丑丑庚皆有比例皆與丁戊長短無等甲丙與丙乙既長短無等而甲丙與丙乙比若甲丙之正方與甲丙丙乙之矩形比(六卷一)則甲丙之正方與甲丙丙乙之矩形無等故甲丙丙乙之兩正方和與倍甲丙丙乙之矩形無等卽丁子與丑己無等則丁丑與丑庚二線無等而俱有比例故丁庚爲合名線爲第三合名線者準前論丁丑大於丑庚而丁壬與壬丑有等又丁壬壬丑之矩形與丑寅之正方等丁丑丑庚上二正方之較積方邊與丁丑長短有等(本卷十八)而丁丑及丑庚皆與丁戊無等(本論)故丁庚爲第三合名線(本卷中界說三)

第六十四題

凡有比例線上之矩形與太線之正方等則矩之餘邊爲第四合名線



解曰甲乙爲丙點所分之太線甲丙大於丙乙置丁戊有比例線其上作丁己矩形與甲乙之正方等其餘邊爲丁庚題言丁庚爲第四合名線

論曰如圖甲乙既爲丙點所分之太線則甲丙丙乙之二正方無等其二正方之和爲有比例面而矩形爲中面(本卷四十)甲丙丙乙之二正方和既有比例則丁子亦有比例故丁丑有比例與丁戊長短有等(本卷廿一)又倍甲丙

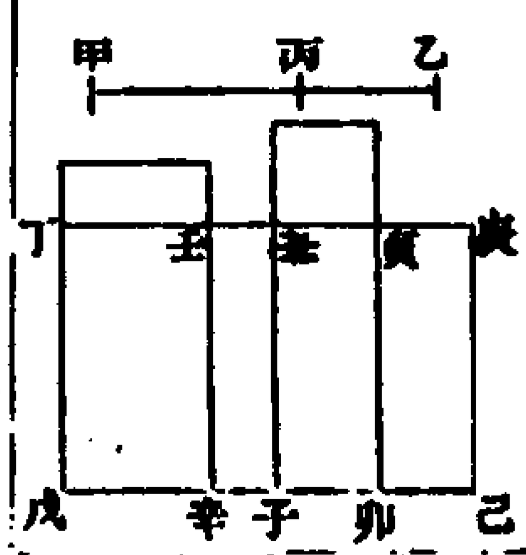
丙乙之矩形既與有比例線丑子上之中面丑己等則丑庚有比例與丁戊長短無等(本卷廿三)故丁丑與丑庚長短無等所以丁丑丑庚爲僅正方有等之二比例線而丁庚爲合名線(本卷三十七)爲第四合名線者準前論丁丑大於丑庚而丁壬壬丑之矩形與丑寅之正方等甲丙與丙乙之二正方既無等則丁辛矩形與壬子矩形無

等本卷十卽壬子與壬丑無等凡二不等線大線上作少
一正方之矩形與小線上正方四分之一等而大線所
分之二分長短無等則二線上正方之較積方邊亦與
大線無等本卷十九故丁丑丑庚兩正方之較積方邊與丁
丑無等惟丁丑丑庚爲僅正方有等之二比例線而丁
丑與所設之有比例線丁戊有等本論故丁庚爲第四合
名線本卷中界說四

第六十五題

凡有比例線上之矩形與比中方線之正方等則矩之餘
邊爲第五合名線

解曰甲乙爲比中方線分於丙點甲丙
爲大分置丁戊有比例線其上作丁己
矩形與甲乙之正方等其餘邊爲丁庚
題言丁庚爲第五合名線

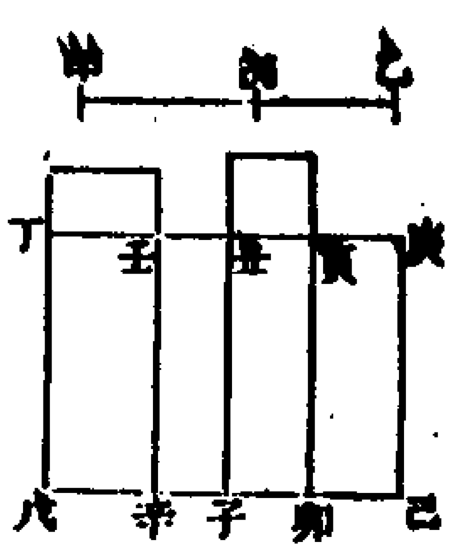


論曰如圖甲乙既爲丙點所分之比中方線則甲丙丙
乙之二正方有等二正方之和爲中面矩形爲有比例
面本卷四十一甲丙丙乙之二正方和既爲中面則丁子矩
形亦爲中面故丁丑有比例而與丁戊長短無等本卷廿二
又倍甲丙丙乙之矩形卽丑己矩形既有比例則丑庚
有比例而與戊丁長短有等本卷二十一故丑庚與丁丑無
等本卷十三所以丁丑丑庚爲僅正方有等之二比例線而
丁庚爲合名線本卷三十七爲第五合名線者準前論丁壬
壬丑之矩形與丑寅之正方等丁壬與壬丑長短無等
故丁丑與丑庚上二正方之較積方邊亦與丁丑無等
本卷十九又丁丑丑庚爲僅正方有等之二比例線其小線
丑庚與丁戊長短有等本論故丁庚爲第五合名線本卷中界
說五

第六十六題

凡有比例線上之矩形與兩中面線之正方等則矩之餘
邊爲第六合名線

解曰甲乙爲兩中面線分於丙點甲丙
爲大分置丁戊有比例線其上作丁己
矩形與甲乙之正方等其餘邊爲丁庚
題言丁庚爲第六合名線



論曰如圖甲乙既爲丙點所分兩中面之線則甲丙丙
乙之二正方無等兩正方之和爲中面矩形亦爲中面
而與二正方之和無等本卷四十二準前論丁子丑己皆爲
丁戊線上之中面所以丁丑丑庚皆有比例而與丁戊
長短無等本卷二十三又甲丙丙乙之二正方和與倍甲丙
丙乙之矩形既無等則丁子丑己二矩形亦無等故丁

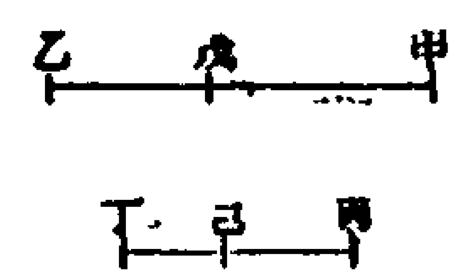
丑與丑庚無等(本卷十)而丁丑丑庚爲僅正方有等之二比例線故丁庚爲合名線者準前論丁壬壬丑之矩形與丑寅之正方等而丁壬與壬丑長短無等故丁丑丑庚二正方之較積方邊亦與丁丑無等(本卷十九)而丁丑丑庚二線皆與所設比例線丁戊長短無等(本卷論)故丁庚爲第六合名線(本卷中界說六)

第六十七題

凡線與合名線有等爲同類合名線

解曰甲乙爲合名線與丙丁長短有等題言丙丁爲甲乙之同類合名線

論曰甲乙既爲合名線分於戊點甲戊爲大分則甲戊戊乙爲僅正方有等之有比例線(本卷十七)設甲乙與丁丙比若甲戊與丙己比(六卷十二)則餘戊乙與餘己丁比若甲乙與丙丁



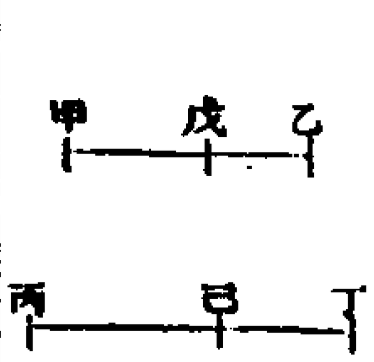
比(五卷十九)惟甲乙與丙丁長短有等故甲戊與丙己戊乙與己丁俱長短有等(本卷十)又甲戊戊乙爲有比例線故丙己己丁亦爲有比例線又甲戊與丙己比既若戊乙與己丁比則屬理甲戊與戊乙比若丙己與己丁比惟甲戊戊乙爲僅正方有等之有比例線故丙己己丁亦爲僅正方有等之有比例線所以丙丁爲合名線(本卷三十七)與甲乙爲同類者蓋甲戊戊乙二正方之較積方邊與甲戊或有等或無等設有等則丙己己丁二正方之較積方邊與丙己長短有等(本卷十五)如甲戊與所設比例線有等則丙己與所設比例線亦有等(本卷十二)是甲乙丙丁俱爲第一合名線又若戊乙與所設比例線有等則己丁與所設比例線亦有等是甲乙丙丁皆爲第二合名線如甲戊戊乙與所設比例線俱無等則丙己己丁與所設比例線亦俱無等是皆爲第三合名線若甲戊戊乙二正方之較積方邊與甲戊長短無等則丙己己丁二正方之較積方邊與丙己長短亦無等(本卷十五)又若

甲戊與所設比例線有等則丙己與此線亦有等而皆爲第四合名線若戊乙與此線有等則己丁與此線亦有等而皆爲第五合名線若甲戊戊乙與此線俱無等則丙己己丁與此線亦俱無等而皆爲第六合名線是以與合名線有等之線爲同類合名線

第六十八題

凡線與合中線有等爲同類合中線

解曰甲乙爲合中線設丙丁與甲乙有等題言丙丁爲甲乙同類之合中線



論曰甲乙既爲合中線戊點所分之合中線則甲戊

戊乙為僅正方有等之二中線（本卷三十八三十九）設甲乙與丙丁比若甲戊與丙己比則餘戊乙與餘己丁比若甲乙與丙丁比惟甲乙與丙丁長短有等故甲戊與丙己戊乙與己丁俱長短有等又甲戊戊乙為二中線故丙己己丁亦為二中線（本卷廿四）又甲戊與戊乙比既若丙己與己丁比而甲戊戊乙為僅正方有等之線故丙己己丁亦為僅正方有等之線準前論皆為中線故丙丁為合中線（本卷三十八三十九）為甲乙之同類線者葢甲戊與戊乙比既若丙己與己丁比則甲戊之正方與甲戊戊乙之矩形比若丙己之正方與丙己己丁之矩形比（五卷十一　六卷一）

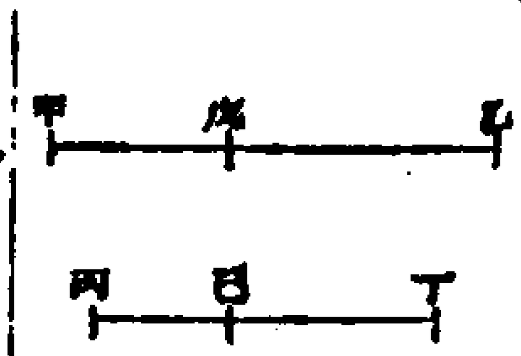
故甲戊與丙己之二正方比若甲戊戊乙之矩形與丙己己丁之矩形比惟甲戊與丙己之二正方有等故甲戊戊乙之矩形與丙己己丁之矩形亦有等設甲戊戊乙之矩形為有比例面則丙己己丁之矩形亦為有比例面而皆為第一合中線（本卷三十八）設甲戊戊乙之矩形為中面則丙己己丁之矩形亦為中面而皆為第二合中線（本卷三十九）是以丙丁為甲乙之同類線

第六十九題

凡線與太線有等則亦為太線

解曰甲乙為太線設丙丁與甲乙有等題言丙丁亦為

太線



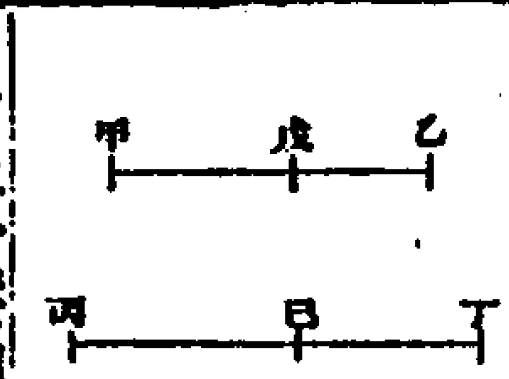
論曰甲乙分于戊點則甲戊戊乙之二正方無等兩正方之和為有比例面矩形為中面（本卷四十）準前論甲乙與丙丁比若甲戊與丙己比亦若戊乙與己丁比則甲戊與丙己比若戊乙與己丁比（五卷十一）惟甲乙與丙丁有等故甲戊戊乙二線與丙己己丁二線各有等又甲戊與丙己比既若戊乙與己丁比則屬理甲戊與戊乙比若丙己與己丁比合理甲乙與乙戊比若丙丁與丁己比而甲乙與乙戊之二正方比若丙丁與丁巳之二正方比（六卷廿二）又甲乙與甲戊

之二正方比若丙丁與丙己之二正方比理同故甲乙之正方與甲戊戊乙之二正方和比若丙丁之正方與丙己己丁之二正方和比所以屬理甲乙與丙丁之二正方比若甲戊戊乙之二正方和與丙己己丁之二正方和比惟甲乙之正方與丙丁之正方有等故甲戊戊乙之二正方和與丙己己丁之二正方和有等惟甲戊戊乙之二正方和有比例（本卷四十）故丙己己丁之二正方和亦有比例（本卷界說九）又倍甲戊戊乙之矩形與倍丙己己丁之矩形有等而倍甲戊戊乙之矩形為中面（本卷四十）則倍丙己己丁之矩形亦為中面（本卷二十四）故丙己己丁

之二正方無等二正方之和爲有比例面而矩形爲中面其全線無比例爲太線故凡線與太線有等則亦爲太線

第七十題

凡線與比中方線有等則亦爲比中方線



解曰甲乙爲比中方線設丙丁與甲乙有等題言丙丁亦爲比中方線

論曰甲乙分於戊點則甲戊戊乙之二正方無等二正方之和爲中面其矩形爲有比例面十一本卷四 準前論丙己與己丁之二正方無等甲戊戊

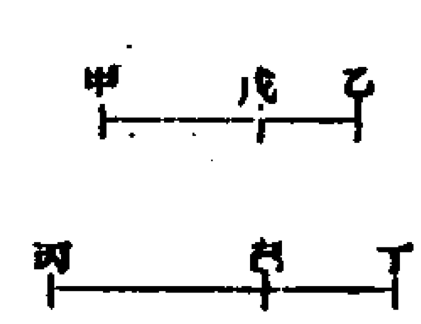
乙之二正方和與丙己己丁之二正方和有等甲戊戊乙之矩形與丙己己丁之矩形有等故丙己己丁之二正方和爲中面而丙己己丁之矩形爲有比例面二十本卷四 所以丙丁爲比中方線十一本卷四

第七十一題

凡線與兩中面之線有等亦爲兩中面之線

解曰甲乙爲兩中面之線設丙丁與甲乙有等題言丙丁亦爲兩中面之線

論曰甲乙既爲戊點所分兩中面之線則甲戊戊乙之二正方無等二正方之和爲中面其矩形亦爲中面又



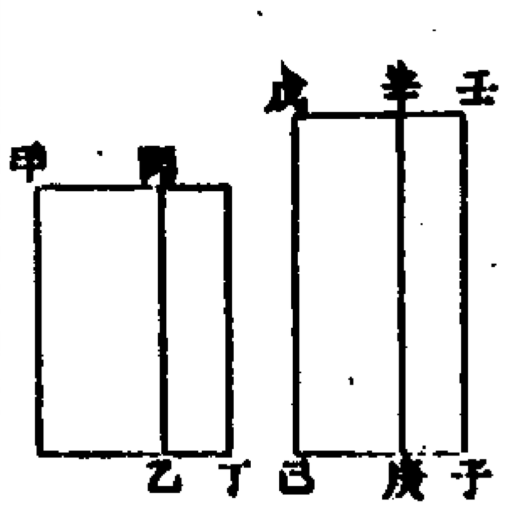
甲戊戊乙之二正方和與甲戊戊乙之矩形無等十二本卷四 準前論丙己己丁二正方無等甲戊戊乙之二正方和與丙己己丁之二正方和有等甲戊戊乙之矩形與丙己己丁之矩形有等故丙己己丁之二正方和爲中面十四本卷二 丙己己丁之矩形亦爲中面又丙己己丁之二正方和與丙己己丁之矩形無等是以丙丁爲兩中面之線十本卷四二

第七十二題

凡有比例面與中面和則等積方邊無比例或爲合名線

或爲第一合中線或爲太線或爲比中方線凡四類

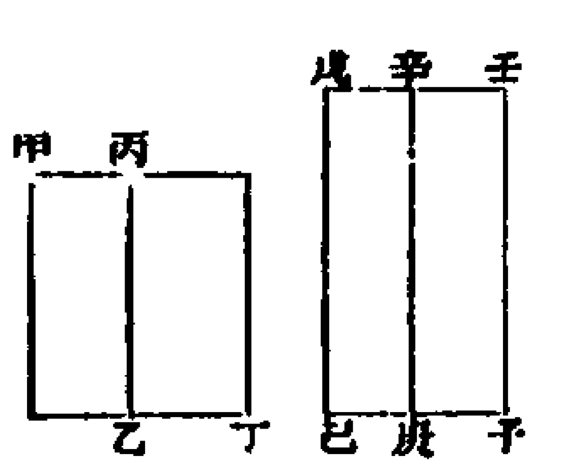
解曰甲乙爲有比例面丙丁爲中面題言等甲丁面之方邊或爲合名線或爲第一合中線或爲太線或爲比中方線



論曰甲乙或大於丙丁或小於丙丁先設大於丙丁置有比例線戊己於上作戊庚矩形與甲乙等餘邊爲戊辛戊己即辛庚於上作辛子矩形與丙丁等餘邊爲辛壬甲乙既爲有比例面與戊庚等則戊庚爲有比例線戊己上之有比例面故餘邊戊辛有比例而與戊己長短有等十一本卷二 又丙丁既爲中面與辛

子等則辛子為有比例線戊己即辛庚上之中面故餘邊辛壬有比例而與戊己長短無等本卷二十三又丙丁既為中面而甲乙為有比例面則甲乙與丙丁無等故戊庚與辛子無等惟戊庚與辛子比若戊辛與辛壬比六卷一故戊辛與辛壬長短無等而皆有比例故戊辛辛壬為僅正方有等之二比例線所以戊壬為辛點所分之合名線又甲乙既大於丙丁而甲乙與戊庚等丙丁與辛子等則戊庚大於辛子所以戊辛亦大於辛壬而戊辛與辛壬上二正方之較積方邊與戊辛或有等或無等若有等因戊辛與所設之比例線戊己長短有等故

戊壬為第一合名線本卷中界說一戊己為有比例線凡有比例線與第一合名線成矩形等面正方之邊為合名線本卷五十五故等戊子面正方之邊為合名線即等甲丁面正方之邊為合名線若戊辛與辛壬上二正方之較積方邊與戊辛無等因戊辛與所設之比例線戊己長短有等則戊壬為第四合名線本卷中界說四戊己為有比例線凡有比例線與第四合名線成矩形等面正方之邊為太線本卷五十八故等戊子面正方之邊為太線即等甲丁面正方之邊為太線次設甲乙小於丙丁則戊庚必小於辛子故戊辛線小於辛壬而辛壬與戊辛上二正方



之較積方邊與辛壬或有等或無等若有等因戊辛與所設之比例線戊己有等故壬戊為第二合名線本卷中界說二戊己為有比例線凡有比例線與第二合名線成矩形等面正方之邊為第一合中線本卷五十六故等戊子面正方之邊為第一合中線即等甲丁面正方之邊為第一合中線若辛壬與戊辛上二正方之較積方邊與辛壬長短無等因戊辛與所設之比例線戊己長短有等故戊壬為第五合名線本卷中界說五戊己為有比例線凡有比例線與第五合名線成矩形

等面正方之邊為比中方線本卷五十九故等戊子面正方之邊為比中方線即等甲丁面正方之邊為比中方線是以凡有比例面與中面和等積方邊無比例或為合名線或為第一合中線或為太線或為比中方線凡四類

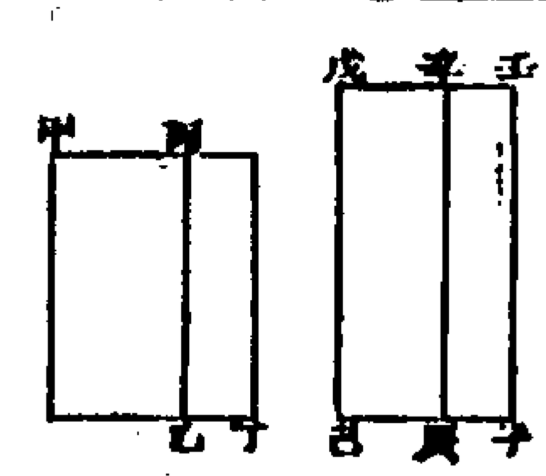
第七十三題

凡二無等之中面和則等積方邊無比例或為第二合中線或為兩中面之線凡二類

解曰設甲乙丙丁兩無等之中面并之為甲丁題言等甲丁面正方之邊無比例或為第二合中線或為兩中

面之線

論曰甲乙或大於丙丁或小於丙丁先設大於丙丁。儘有比例線戊己於上作戊庚矩形與甲乙等餘邊為戊辛作辛子矩形與丙丁等餘邊為辛壬



甲乙丙丁既皆為中面則戊庚辛子亦為比例線戊己上之二中面二餘邊為戊辛辛壬故戊辛辛壬皆有比例而與戊己長短無等（本卷二十三）甲乙與丙丁既無等而甲乙與戊庚等丙丁與辛子等則戊庚與辛子無等惟戊庚與辛子比若戊辛與辛壬比故戊辛與辛壬無等所以戊辛辛壬為

僅正方有等之二有比例線故戊壬為合名線而戊辛辛壬上二正方之較積方邊與戊辛或有等或無等若有等因戊辛辛壬二線與所設有比例線戊己俱長短無等故戊壬為第三合名線（本卷中界說三）戊己為有比例線凡有比例線與第三合名線成矩形等面正方之邊為第二合中線（本卷五十七）故等戊子即甲丁面正方之邊為第二合中線若戊辛與辛壬上二正方之較積方邊與戊辛無等因戊辛辛壬與所設有比例線戊己俱長短無等故戊壬為第六合名線（本卷中界說六）戊己為有比例線凡有比例線與第六合名線成矩形等面正方之邊為兩中面之線（本卷六十）故等甲丁即戊子面正方之邊為兩中面之線。次設甲乙小於丙丁。等甲丁而正方之邊或為第二合中線或為兩中面之線。亦同。所以凡二無等中面之和其等積方邊無比例或為第二合中線或為兩中面之線。凡二類。

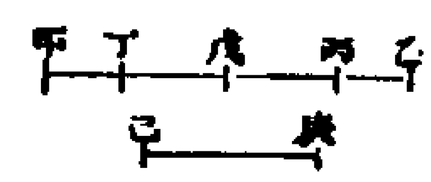
系。合名已下六無比例線皆非中線相與非同類。蓋有比例線上作等中線正方之面餘邊有比例與本線同。僅長短無等（本卷二十三）今有比例線上等合名線正方之面餘邊為第一合名線（本卷六十一）等第一合中線正方之面餘邊為第二合名線（本卷六十二）等第二合中線正方之面餘邊為第三合名線（本卷六十三）

等太線正方之面餘邊為第四合名線（本卷六十四）等比中方線正方之面餘邊為第五合名線（本卷六十五）等兩中面線正方之面餘邊為第六合名線（本卷六十六）皆無比例與本線異故等面正方之邊俱非中線又此六餘邊相與非同類則等面方邊合名已下六無比例線相與亦非同類理自明。

案以上論六無比例線之源（本卷三十七至四十二）第二論只一點可分為二分（本卷四十三至四十八）第三論作六合名線法（本卷四十九至五十四）第四論六線相與非同類之理用六合名線以明六線之不同（本卷五十五至六十）第

五論六線正方之理用有比例線上等六正方之矩形餘邊為六合名線以明之本卷六十一至六十六　第六論六線與同類無比例線有等之理本卷六十七至七十一　第七論有比例線與六線不同之理本卷七十二至七十三

又此六線亦有遞加減比例六線各分為二分其遞加減之中率與本線為同類如甲乙為丙點所分之第一合名線則甲丙大於丙乙自明甲丙線內去甲丁與乙丙等平分丙丁於戊則甲戊與戊乙等設己庚等於戊乙則甲丙己庚之較與戊乙丙乙之較等因甲丙己庚之較為戊丙



而己庚丙乙之較亦為戊丙此為遞加減比例之本理而己庚與甲乙有等因己庚等於甲乙之半故也故己庚為合名線本卷六十七　準此即知另作他線之理

論六較線

第七十四題

僅正方有等二有比例線其較無比例命為斷線

解曰甲乙乙丙僅正方有等二有比例線甲乙內減乙丙題言其較甲丙無比例命為斷線

論曰甲乙與乙丙既長短無等而甲乙與乙丙比若甲乙之正方與甲乙乙丙之矩形比則甲乙之正方與甲乙乙丙之矩形無等六卷一　惟甲乙乙丙之二正方和與甲乙之正方有等本卷十六　而倍甲乙乙丙之矩形與甲乙乙丙之矩形有等故甲乙乙丙之二正方和與倍甲乙乙丙之矩形無等所以甲乙乙丙之二正方和與其較甲丙之正方無等蓋甲乙乙丙之二正方和與倍甲乙乙丙之矩形加甲丙之正方等故也二卷七　而甲乙乙丙之二正方和有比例故甲丙之正方無比例所以甲丙無比例本卷十一　命為斷線

第七十五題

僅正方有等二中線其矩形為有比例面二線之較無比例命為第一中斷線

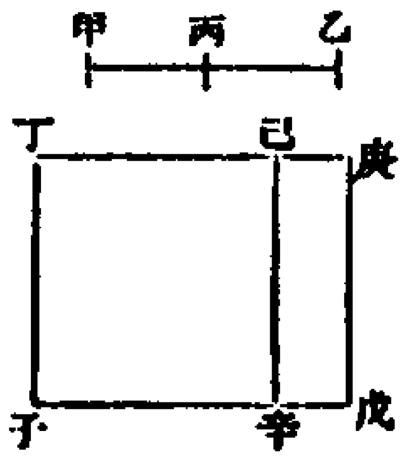
解曰甲乙乙丙僅正方有等二中線其矩形為有比例面甲乙內減乙丙題言其較甲丙無比例命為第一中斷線

論曰甲乙乙丙既皆為中線則甲乙乙丙之二正方和必為中面惟倍甲乙乙丙之矩形為有比例面故甲乙乙丙之二正方和與倍甲乙乙丙之矩形無等所以倍甲乙乙丙之矩形與其較甲丙之正方無等二卷七　凡全幾何與所分之一幾何無等則所分兩幾何相與亦無等故也本卷十七　惟倍甲乙乙丙之矩形為有比例面故甲

丙之正方為無比例而所以甲丙無比例命為第一中斷線

第七十六題

僅正方有等二中線其矩形為中面二線之較無比例命為第二中斷線



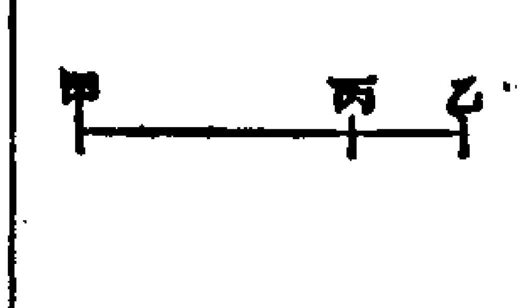
解曰甲乙與乙丙為僅正方有等二中線其矩形為中面甲乙內減乙丙題言其較甲丙無比例命為第二中斷線

論曰置有比例線丁子其上作丁戊矩形與甲乙乙丙之二正方和等餘邊為丁庚截丁辛矩形

與倍甲乙乙丙之矩形等餘邊為丁己則餘戊己矩形與甲丙之正方等二卷七甲乙乙丙之二正方既皆為中面則丁戊矩形為有比例線丁子上之中面其餘邊為丁庚故丁庚有比例與丁子長短無等本卷二十三又甲乙乙丙之矩形既為中面則倍甲乙乙丙之矩形亦為中面惟與丁辛矩形等則丁辛為有比例線丁子上之中面其餘邊丁己故丁己有比例與丁子長短無等又甲乙乙丙既僅正方有等則甲乙與乙丙長短無等所以甲乙之正方與甲乙乙丙之矩形無等六卷一本卷十惟甲乙乙丙之二正方和與甲乙之正方有等本卷十六倍甲乙乙丙之矩形與甲乙乙丙之矩形有等本卷六故甲乙乙丙之二正方和與倍甲乙乙丙之矩形無等惟丁戊與甲乙乙丙之二正方和等丁辛與倍甲乙乙丙之矩形等所以丁戊與丁辛無等惟丁戊與丁辛比若丁庚與丁己比六卷一故丁庚與丁己長短無等而皆為有比例線所以丁庚丁己為僅正方有等二有比例線而己庚為無比例之斷線本卷七十四丁子為有比例線凡有比例線與無比例線成矩形無比例本卷三十九系等面正方之邊亦無比例惟甲丙之正方與戊己之矩形等所以甲丙無比例命為第二中斷線

第七十七題

二正方無等之線二正方之和為有比例面矩形為中面二線之較無比例命為少線



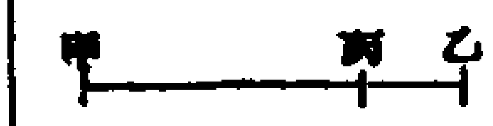
解曰甲乙乙丙二正方無等之線二正方之和為有比例面倍甲乙乙丙之矩形為中面甲乙內減乙丙題言其較甲丙無比例命為少線

論曰甲乙乙丙之二正方和既為有比例面而倍甲乙乙丙之矩形為中面則甲乙乙丙之二正方和與倍甲乙乙丙之矩形無等故甲乙乙丙之二正方和與甲丙

之正方無等（本卷十七）惟甲乙乙丙之二正方和有比例故
甲丙之正方無比例所以甲丙無比例命為少線

第七十八題

二正方無等之線二正方之和為中面倍矩形為有比例
面二線之較無比例命為合比中方線



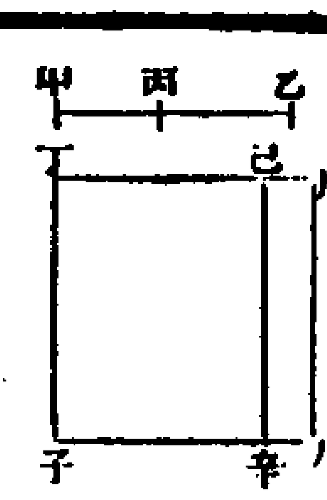
解曰甲乙乙丙二正方無等之線二正方之
和為中面倍甲乙乙丙之矩形為有比例面
甲乙內減乙丙題言其較甲丙無比例而其
正方與有比例面和為中面故命為合比中
方線

論曰甲乙乙丙之二正方和既為中面而倍甲乙乙丙
之矩形為有比例面則甲乙乙丙之二正方和與倍甲
乙乙丙之矩形無等故其較甲丙之正方與倍甲乙乙
丙之矩形無等（本卷十七）惟倍甲乙乙丙之矩形有比例故
甲丙之正方無比例所以甲丙無比例命為合比中方
線

第七十九題

二正方無等之線二正方之和為中面倍矩形亦為中面
二正方之和與倍矩形無等二線之較無比例命為合
中中方線

解曰甲乙乙丙二正方無等之線二正方
之和為中面倍甲乙乙丙之矩形亦為中
面二正方之和與倍矩形無等甲乙內減
乙丙題言其較甲丙無比例而其正方與



中面和為中面故命為合中中方線

論曰置有比例線丁子其上作丁戊矩形與甲乙乙丙
之二正方和等餘邊為丁庚丁戊內截丁辛矩形與倍
甲乙乙丙之矩形等餘邊為丁己則所餘己戊矩形與
甲丙之正方等（二卷七）甲乙乙丙之二正方和既為中面
與丁戊矩形等則丁戊為有比例線丁子上之中面餘

邊為丁庚故丁庚有比例與丁子長短無等（本卷二十三）又
倍甲乙乙丙之矩形既為中面與丁辛矩形等則丁辛
為有比例線丁子上之中面餘邊為丁己故丁己有比
例與丁子長短無等又甲乙乙丙之二正方和與倍甲
乙乙丙之矩形既無等則丁戊與丁辛二矩形無等惟
丁戊與丁辛比若丁庚與丁己比（六卷一）故丁庚與丁己
無等（本卷十）而皆有比例所以丁庚丁己為僅正方有等
之有比例線而己庚為斷線（本卷七十四）己辛為有比例線
凡有比例線與斷線成矩形無比例等面正方之邊亦
無比例而甲丙之正方與己戊矩形等故甲丙無比例

命爲合中中方線

第八十題

凡斷線與合名線之小分同宗只有一个

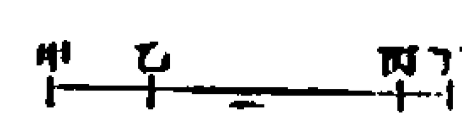
解曰設甲乙爲斷線乙丙與甲乙同宗而甲丙乙丙爲僅正方有等二線本卷七十四題言乙丙而外無如是之線與甲乙同宗

論曰若作乙丁爲甲乙同宗線卽甲丁丁乙爲僅正方有等二線本卷七十四夫甲丁丁乙之二正方和大於倍甲丁丁乙之矩形甲丙丙乙之二正方和大於倍甲丙丙乙之矩形其兩較相等因皆爲甲乙之正方故也

又甲丁丁乙之二正方和大於甲丙丙乙之二正方和倍甲丁丁乙之矩形大於倍甲丙丙乙之矩形其兩較亦相等惟甲丁丁乙之二正方和與甲丙丙乙之二正方和其較有比例因二和皆爲有比例面故也則倍甲丁丁乙之矩形與倍甲丙丙乙之矩形其較亦有比例與理不合蓋二矩皆爲中面兩中面之較不能有比例故也故乙丙而外凡僅正方有等之線與甲乙非同宗所以斷線與合名線之小分同宗只有一个

第八十一題

凡第一中斷線與第一合中線之小分同宗只有一个



解曰設甲乙爲第一中斷線乙丙與甲乙同宗而甲丙丙乙爲僅正方有等之二中線其矩形爲有比例面本卷七十五題言乙丙而外無如是之線與甲乙同宗

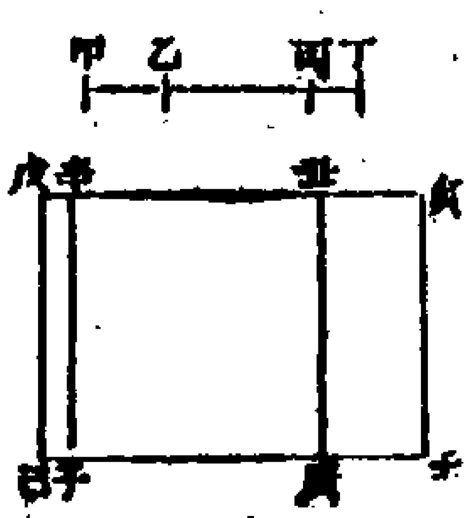
論曰若作丁乙爲甲乙同宗線則甲丁丁乙爲僅正方有等之二中線而甲丁丁乙之矩形爲有比例面本卷七十五夫甲丁丁乙之二正方和大於倍甲丁丁乙之矩形甲丙丙乙之二正方和大於倍甲丙丙乙之矩形二較相等皆爲甲乙之正方二卷七又甲丁丁乙之二正方和較等於倍甲丁丁乙之矩形與甲丙丙乙之二正方和較等於倍甲丁丁乙之矩形

與倍甲丙丙乙之矩形較而兩矩形之較有比例因兩矩形皆爲有比例面故也則甲丁丁乙之二正方和與甲丙丙乙之二正方和較亦有比例於理不合因二和皆爲中面兩中面之較不能有比例故也本卷二十七所以第一中斷線與第一合中線之小分同宗只有一个

第八十二題

凡第二中斷線與第二合中線之小分同宗只有一个

解曰甲乙爲第二中斷線乙丙與之同宗而甲丙丙乙爲僅正方有等二中線成矩形爲中面本卷七十六題言乙丙而外無如此之線與甲乙同宗



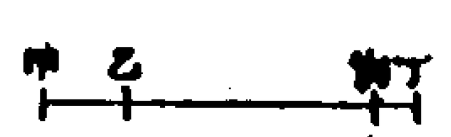
論曰若乙丁爲甲乙同宗線則甲丁丁乙爲僅正方有等二中線而甲丁丁乙之矩形爲中面本卷七十六試置有比例線戊己其上作戊庚矩形與甲丙丙乙之二正方和等餘邊爲戊丑截庚辛矩形與倍甲丙丙乙之矩形等餘邊爲辛丑則所餘戊子矩形與甲乙之正方等二卷七又於戊己上作戊壬矩形與甲丁丁乙之二正方和等餘邊爲戊寅惟戊子與甲乙之正方等故所餘辛壬與倍甲丁丁乙之矩形等二卷七甲丙丙乙既爲二中線則甲丙丙乙之二正方俱爲中面其和與戊庚

矩形等所以戊庚爲有比例線戊己上之中面餘邊爲戊丑截戊丑有比例與戊己長短無等本卷二十三又甲丙丙乙之矩形既爲中面則倍甲丙丙乙之矩形亦爲中面惟與庚辛矩形等故庚辛亦爲有比例線戊己上之中面其餘邊爲辛丑故辛丑有比例與戊己長短無等又甲丙丙乙既爲僅正方有等之線則甲丙與丙乙長短無等惟甲丙與丙乙比若甲丙之正方與甲丙丙乙之矩形比六卷一故甲丙之正方與甲丙丙乙之矩形無等惟甲丙丙乙之二正方和與甲丙之正方有等本卷十六而倍甲丙丙乙之矩形與甲丙丙乙之矩形有等故甲丙丙乙之二正方和與倍甲丙丙乙之矩形無等而戊庚矩形與甲丙丙乙之二正方和等辛庚矩形與倍甲丙丙乙之矩形等故戊庚與辛庚無等惟戊庚與辛庚比若戊丑與辛丑比六卷一故戊丑與辛丑長短無等而皆爲有比例線是以戊丑辛丑爲僅正方有等之有比例線所以戊辛爲斷線而辛丑與之同宗本卷七十四辛寅亦與之同宗理同是合名線之小分與斷線同宗者不止一个于理不合本卷八十是以第二中斷線與第一合中線之小分同宗只有一个

第八十三題

凡少線與太線之小分同宗只有一个

解曰甲乙爲少線乙丙與之同宗則甲丙丙乙之二正方無等二正方之和爲有比例面倍矩形爲中面本卷七十七題言乙丙而外無如是之線與甲乙同宗



論曰若乙丁爲甲乙同宗線則甲丁丁乙之二正方無等二正方之和爲有比例面倍矩形爲中面本卷七十七而甲丁丁乙之二正方和大於甲丙丙乙之二正方和倍甲丁丁乙之矩形大於倍甲丙丙乙之矩形二較相等二卷七惟甲丁丁乙之二正方和與甲丙丙乙之二正方

和其較為有比例面因二和皆為有比例面故也則倍甲丁丁乙之矩形與甲丙丙乙之矩形其較亦為有比例面於理不合因二矩皆為中面故也本卷二十七是以少線與大線之小分同宗只有一个也

第八十四題

凡合比中方線與比中方線之小分同宗只有一个

解曰甲乙為合比中方線乙丙與之同宗則甲丙丙乙之二正方無等二正方之和為中面倍矩形為有比例面本卷七十八題言乙丙而外無如是之線與甲乙同宗

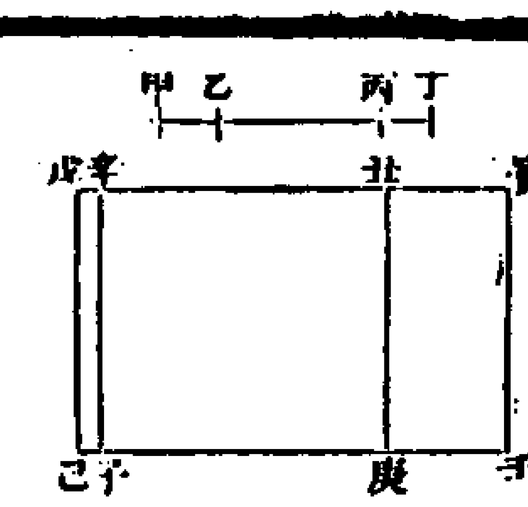
論曰若乙丁為甲乙同宗線則甲丁丁乙之二正方無

等二正方之和為中面倍矩形為有比例面本卷七十八而甲丁丁乙之二正方和大於甲丙丙乙之二正方和倍甲丁丁乙之矩形大於倍甲丙丙乙之矩形二較相等惟倍甲丁丁乙之矩形與倍甲丙丙乙之矩形其較為有比例面因二矩皆有比例故也則甲丁丁乙之二正方和與甲丙丙乙之二正方和其較亦為有比例面於理不合因二和皆為中面故也本卷二十七是以合比中方線與比中方線之小分同宗只有一个

第八十五題

凡合中中方線與兩中面線之小分同宗只有一个

解曰甲乙為合中中方線乙丙與之同宗則甲丙丙乙為正方無等二線兩正方之和為中面倍矩形亦為中面與兩正方之和無等本卷七十九題言乙丙而外無如是之線與甲乙同宗



論曰若乙丁為甲乙同宗線則甲丁丁乙之二正方無等甲丁丁乙之二正方和為中面倍矩形亦為中面而二正方之和與倍矩形無等本卷七十九豈有比例線戊己其上作戊庚矩形與甲丙丙乙之二正方和等餘邊為戊丑截辛庚矩形與倍甲丙丙乙之矩形等餘邊為辛

丑則所餘戊子矩形與甲乙之正方等二卷七又於戊己線上作戊壬矩形與甲丁丁乙之二正方和等餘邊為戊寅惟戊子矩形與甲乙之正方等故所餘辛壬矩形與倍甲丁丁乙之矩形等二卷七甲丙丙乙之二正方和既為中面而與戊庚矩形等則戊庚為有比例線戊己上之中面餘邊戊丑故戊丑有比例與戊己長短無等本卷廿三又倍甲丙丙乙之矩形既為中面而與辛庚等則辛庚為有比例線戊己上之中面餘邊為辛丑故辛丑有比例與戊己長短無等本卷二十三又甲丙丙乙之二正方和既與倍甲丙丙乙之矩形無等則戊庚與庚辛無

等所以戊丑與丑辛長短無等（本卷六十一）而皆有比例故戊丑丑辛爲僅正方有等之有比例線所以戊辛爲斷線而辛丑與之同宗（本卷七十四）辛寅亦與之同宗理同是斷線與合名線之小分同宗者不止一个於理不合（本卷八十）故合中中方線與兩中面線之小分同宗只有一个

幾何原本第十卷下之首

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

界說六則

第一界

置有比例線及斷線設大線與同宗線上二正方之較積方邊與大線有等而大線與所設之比例線有等則爲第一斷線（大線即合名線之大分同宗線即小分斷線爲二分之較）

第二界

若同宗線與所設之比例線有等則爲第二斷線

第三界

若大線同宗線與所設之比例線皆無等則爲第三斷線

第四界

設大線與同宗線上二正方之較積方邊與大線無等而大線與所設之比例線有等則爲第四斷線

第五界

若同宗線與所設之比例線有等則爲第五斷線

第六界

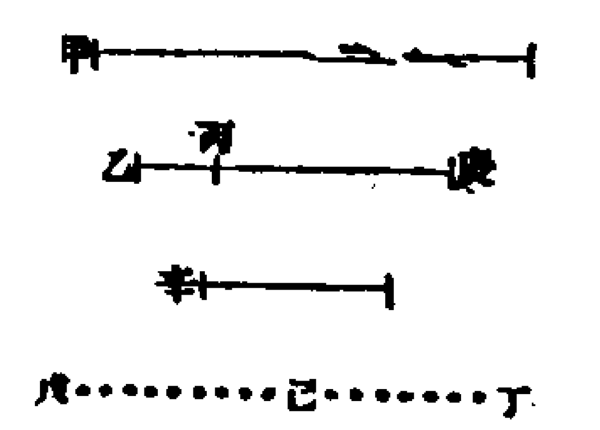
若大線同宗線與所設之比例線皆無等則爲第六斷線

幾何原本第十卷下

英國 偉烈亞力 口譯
海甯 李 善 蘭 筆受

第八十六題

求第一斷線

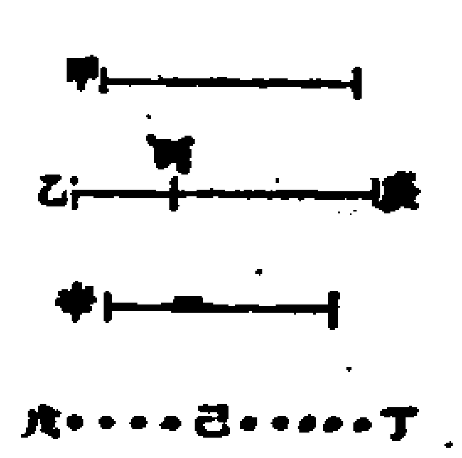


法曰置有比例線甲令乙庚與甲長短有等則乙庚亦為有比例線又置戊丁戊己二平方數令其較丁己非平方數本卷三十題一例系則戊丁與丁己比非若二平方數比又令戊丁與丁己比若乙庚與庚丙之二正

方比故乙庚與庚丙之二正方有等本卷六惟乙庚之正方有比例所以庚丙之正方亦有比例而庚丙為有比例線又戊丁與丁己比非若二平方數比則乙庚與庚丙之二正方比亦非若二平方數比本卷九故乙庚與庚丙長短無等而皆有比例故乙庚庚丙為僅正方有等二比例線所以乙丙為斷線本卷七十四為第一斷線者試置辛之正方為乙庚庚丙之二正方較戊丁與丁己比既若乙庚與庚丙之二正方比則轉理戊丁與戊己比若乙庚與辛之二正方比五卷十九系惟戊丁與戊己比若二平方數比則乙庚與辛之二正方比亦若二平方數比故乙庚與辛長短有等本卷九而乙庚庚丙之二正方較即辛之正方故乙庚庚丙上二正方之較積方邊與乙庚有等又大線乙庚與所設之有比例線甲有等故乙丙為第一斷線本卷下界說一

第八十七題

求第二斷線

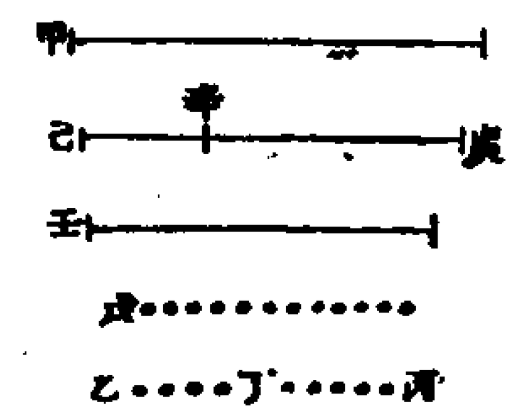


法曰置有比例線甲令庚丙與甲長短有等故丙庚亦為有比例線又置丁戊戊己二平方數令其較丁己非平方數本卷三十題一例系又令丁己與丁戊比若丙庚

與庚乙之二正方比則丙庚與庚乙之二正方有等本卷六惟丙庚之正方有比例故庚乙之正方亦有比例而庚乙為有比例線丙庚與庚乙之二正方比既非若二平方數比則丙庚與庚乙長短無等本卷九而皆有比例所以丙庚庚乙為僅正方有等之二比例線故丙乙為斷線本卷七十四為第二斷線者試置辛之正方為乙庚與庚丙之二正方較乙庚與庚丙之二正方比既若戊丁與丁己比則乙庚與辛之二正方比若戊丁與戊己比而戊丁戊己皆為平方數故乙庚與辛之二正方比若二平方數比所以乙庚與辛長短有等本卷九而乙庚庚

丙之二正方較削辛之正方所以乙庚庚丙上二正方之較積方邊與乙庚有等又同宗線丙庚與所設之有比例線甲有等所以乙丙為第二斷線本卷下界說二

第八十八題

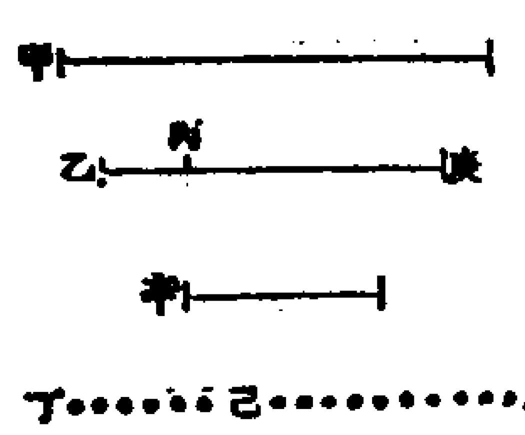
求第三斷線

法曰置有比例線甲又置戊乙丙丙丁三數令其相比皆非若平方數比而乙丙與乙丁比若二平方數比又令戊與乙丙比若甲與己庚之二正方比而乙丙與丙丁比若己庚與庚辛之二正方

比故甲與己庚之二正方有等本卷六惟甲之正方有比例故己庚之正方亦有比例而己庚為有比例線又戊與乙丙比既非若二平方數比則甲與己庚之二正方比亦非若二平方數比故甲與己庚長短無等本卷九乙丙與丙丁比既若己庚與庚辛之二正方比則己庚庚辛之二正方有等惟己庚之正方有比例故庚辛之正方亦有比例而庚辛為有比例線又乙丙與丙丁比既非若二平方數比則己庚與庚辛之二正方比亦非若二平方數比故己庚與庚辛長短無等本卷九而皆有比例故己庚庚辛為僅正方有等之二比例線所以己辛為斷線本卷七十四為第三斷線者葢戊與乙丙比既若甲與己庚之二正方比而乙丙與丙丁比若己庚與庚辛之二正方比則平理戊與丙丁比若甲與庚辛之二正方比五卷二十二惟戊與丙丁比非若二平方數比則甲與庚辛之二正方比亦非若二平方數比故甲與庚辛無等本卷九而己庚庚辛皆與所設之比例線甲無等置壬之正方為己庚庚辛之二正方較乙丙與丙丁比既若己庚與庚辛之二正方比則轉理乙丙與乙丁比若己庚與壬之二正方比五卷十九惟乙丙與乙丁比若二平方數比故己庚與壬之二正方比亦若二平方數比所以

己庚與壬長短有等本卷九即己庚庚辛上二正方之較積方邊與己庚有等而己庚庚辛皆與所設之有比例線甲無等故己辛為第三斷線本卷下界說三

第八十九題

求第四斷線

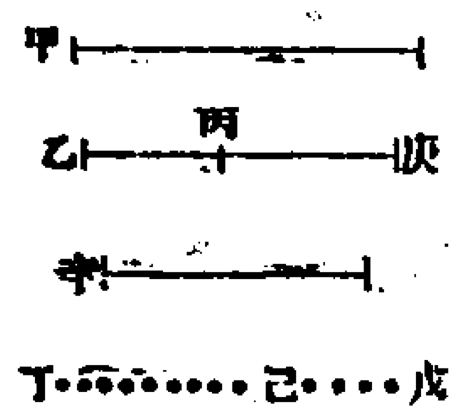


法曰置有比例線甲令與乙庚長短有等則乙庚亦有比例又設丁己己戊二數令其總數丁戊與丁己己戊比皆非若二平方數比又令丁戊與己戊比若乙庚與庚丙之二正方比故乙庚與庚

丙之二正方有等本卷六惟乙庚之正方有比例故庚丙之正方亦有比例所以庚丙爲有比例線丁戊與戊己比既非若二平方數比則乙庚與庚丙之二正方比亦非若二平方數比故乙庚與庚丙長短無等本卷九而皆有比例故乙庚庚丙爲僅正方有等之二比例線所以乙丙爲斷線本卷七十四爲第四斷線者試置辛之正方爲乙庚庚丙之二正方較丁戊與戊己比既若乙庚與庚丙之二正方比則丁戊與丁己比若乙庚與辛之二正方比惟丁戊與丁己比非若二平方數比故乙庚與辛之二正方比亦非若二平方數比所以乙庚與辛長短無等本卷九而乙庚與庚丙之二正方較卽辛之正方故乙庚庚丙上二正方之較積方邊與乙庚長短無等又大線乙庚與所設之有比例線甲有等故乙丙爲第四斷線本卷下界說四

第九十題

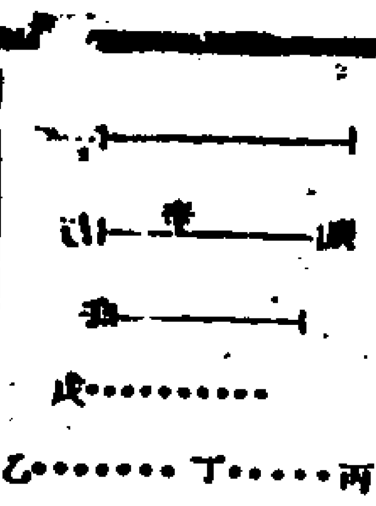
求第五斷線



法曰置有比例線甲令與庚丙有等則庚丙亦有比例又置丁己己戊二數令總數丁戊與丁己己戊比皆非若二平方數比又令己戊與丁戊比若丙庚與庚乙之二正方比故丙庚庚乙之二正方有等本卷六惟丙庚之正方有比例故庚乙之正方亦有比例而庚乙爲有比例線又丁戊與己戊比既若乙庚與庚丙之二正方比而丁戊與己戊比非若二平方數比則乙庚與庚丙之二正方比亦非若二平方數比故乙庚與庚丙長短無等本卷九而皆有比例故乙庚庚丙爲僅正方有等之二比例線所以乙丙爲斷線本卷七十四爲第五斷線者置辛之正方爲乙庚庚丙之二正方較乙庚與庚丙之二正方比既若丁戊與戊己比則轉理丁戊與丁己比若乙庚與辛之二正方比惟丁戊與丁己比非若二平方數比故乙庚與辛之二正方比亦非若二平方數比所以乙庚與辛長短無等本卷九又乙庚與庚丙之二正方較卽辛之正方故乙庚庚丙上二正方之較積方邊與乙庚長短無等而同宗線庚丙與所設之有比例線甲有等故乙丙爲第五斷線本卷下界說五

第九十一題

求第六斷線



法曰置有比例線甲又置戊乙乙丙丙丁三數令其相比皆非若平方數比乙丙與乙丁比亦非若二平方數比又令戊與乙丙

比若甲與己庚之二正方比而乙丙與丙丁比若己庚與庚辛之二正方比戊與乙丙比既若甲與己庚之二正方比則甲與己庚之二正方有等惟甲之正方有比例故己庚之正方亦有比例而己庚爲有比例線又戊與乙丙比既非若二平方數比則甲與己庚之二正方比亦非若二平方數比故甲與己庚長短無等本卷九又乙丙與丙丁比既若己庚與庚辛之二正方比則己庚與庚辛之二正方有等惟己庚之正方有比例故庚辛之正方亦有比例而庚辛爲有比例線本卷六又乙丙與丙丁比既非若二平方數比則己庚與庚辛之二正方

比亦非若二平方數比所以己庚與庚辛長短無等本卷九而皆有比例故己庚庚辛爲僅正方有等之二比例線所以己辛爲斷線本卷七十四爲第六斷線者蓋戊與乙丙比既若甲與己庚之二正方比而乙丙與丙丁比若己庚與庚辛之二正方比則平理戊與丙丁比若甲與庚辛之二正方比惟戊與丙丁比非若二平方數比故甲與庚辛之二正方比亦非若二平方數比所以甲與庚辛長短無等本卷九而己庚庚辛皆與所設之比例線甲長短無等置壬之正方爲己庚庚辛之二正方較乙丙與丙丁比既若己庚與庚辛之二正方比則轉理乙

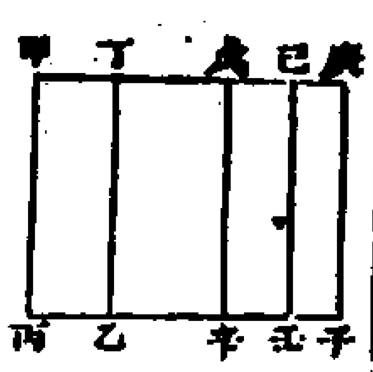
丙與乙丁比若己庚與壬之二正方比五卷十九惟乙丙與乙丁比非若二平方數比故己庚與壬之二正方比亦非若二平方數比所以己庚與壬無等本卷九又己庚與庚辛之二正方較即壬之正方故乙庚庚辛上二正方之較積方邊與己庚長短無等而己庚庚辛皆與所設之有比例線甲無等故己辛爲第六斷線本卷下界說六

按求上六線更有捷法如求第一斷線置第一合名線甲丙以甲乙爲大分本卷四十九截乙丁與乙丙等則甲乙與乙丁即乙丙爲僅正方有等二比例線本卷中界說一甲乙與乙丁即乙丙上二正方之較積方邊

與甲乙長短有等而甲乙與所設之有比例線長短有等即得甲丁爲第一斷線本卷下界說一第二以下諸合名線求諸斷線理同本卷五十至五十四

第九十二題

有比例線與第一斷線成矩形則等面正方之邊爲斷線

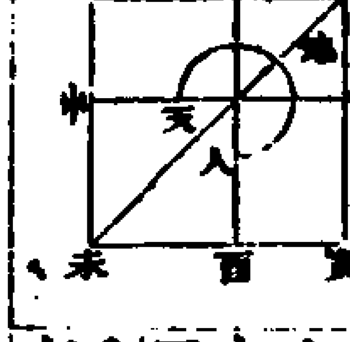


解曰有比例線甲丙與第一斷線甲丁成甲乙矩形題言等甲乙而正方之邊爲斷線

論曰甲丁既爲第一斷線設庚丁爲其同宗線則甲庚庚丁爲僅正方有等之二比例線甲庚與所設之有比例線甲丙長短有等而甲庚庚丁上二正方

之較積方邊與甲庚長短有等（本卷下界說一）故甲庚上作少一正方之矩形等於丁庚正方四分之一則必分甲庚爲長短有等之二分（本卷十八）平分丁庚於戊甲庚上少一正方之矩形即甲己己庚之矩形與戊庚之正方等則甲己與己庚長短有等次從戊己庚三點作戊辛己壬庚子三線與甲丙平行甲己與己庚既長短有等則甲庚與甲己己庚皆長短有等（本卷十六）惟甲庚與甲丙有等故甲己己庚皆與甲丙有等（本卷十二）惟甲丙有比例故甲己己庚皆有比例而甲壬己子皆爲有比例面（本卷二十）又丁戊與戊庚既長短有等則丁庚與丁戊戊庚皆有等

而丁庚爲有比例線與甲丙長短無等則丁戊戊庚皆有比例而與甲丙長短無等所以丁辛戊子皆爲中面（本卷二十二）作丑寅正方令與甲壬矩形等（二卷十四）截丑辰寅公角上卯午正方令與己子矩形等則丑寅午卯爲同對角線之二正方以辰未爲對角線而作圖



甲己己庚之矩形既與戊庚之正方等則甲己與戊庚比若戊庚與己庚比（六卷十七）惟甲己與戊庚比若甲壬與戊子二面比而戊庚與己庚比若戊子與己子二面比（六卷一）故戊子爲甲壬己子連比例中率又寅卯爲丑寅卯午連比例中率（本卷五十五題例）而甲壬矩形與丑寅正方等己子矩形與卯午正方等所以寅卯與戊子等惟戊子與丁辛等（一卷三十七）而寅卯與丑午等（一卷四十三）所以丁子面與天地人磬折形加卯午正方等而甲子面與丑寅卯午二正方之和等故餘面甲乙與申酉正方等即與丑卯之正方等所以丑卯爲等甲乙面正方之邊其爲斷線者蓋甲壬己子既皆爲有比例面而與丑寅卯午二正方等則丑寅卯午必爲有比例面即丑辰辰卯之二正方爲有比例面又丁辛矩形既爲中面而與丑午等則丑午亦爲中面丑午既爲中面而卯午爲有比例面則丑午與卯午無等

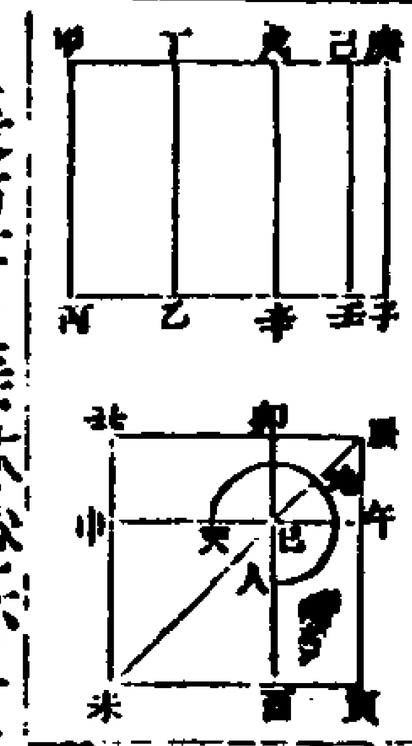
而丑午與卯午比若丑辰與辰卯比（六卷一）故丑辰與辰卯長短無等（本卷十）而皆有比例故丑辰辰卯爲僅正方有等之二比例線而丑卯爲斷線其正方與甲乙面等（本卷七十四）故等甲乙面正方之邊爲斷線

第九十三題

有比例線與第二斷線成矩形則等面正方之邊爲第一中斷線

解曰有比例線甲丙與第二斷線甲丁成甲乙矩形題言等甲乙面正方之邊爲第一中斷線

論曰以庚丁爲甲丁同宗線則甲庚庚丁爲僅正方有



等之二比例線丁庚與所設之有
比例線甲丙長短有等又甲庚丁
庚上二正方之較積方邊與甲庚
長短有等本卷下界說二故甲庚上作少一正方之矩形等於
丁庚上正方四分之一即分甲庚線爲有等之二分本卷十八平分丁庚於戊甲庚上少一正方之矩形即甲己己
庚之矩形與戊庚之正方等故甲己與己庚長短有等
又從戊己庚三點作戊辛己壬庚子三線與甲丙平行
甲己與己庚既長短有等則甲庚與甲己己庚皆長短
有等本卷十六惟甲庚爲有比例線而與甲丙長短無等故

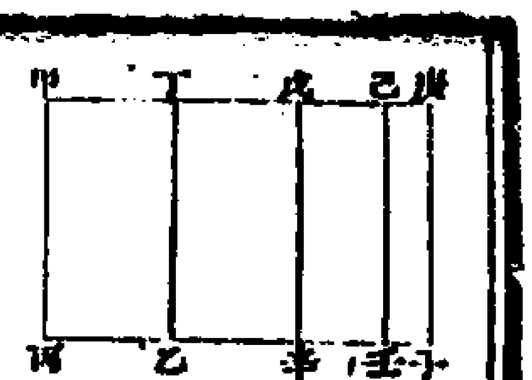
甲己己庚皆有比例而與甲丙長短無等所以甲壬己
子二矩形皆爲中面本卷二十二又丁戊與戊庚既有等則
丁庚與丁戊戊庚皆有等惟丁庚有比例與甲丙長短
有等故丁戊戊庚皆有比例與甲丙長短有等所以丁
辛戊子二矩形皆爲有比例面作丑寅正方令與甲壬
矩形等二卷十四截丑辰寅公角上卯午正方令與己子矩
形等則丑寅卯午爲同對角線之二正方六卷二十六以辰
未爲對角線而作圖甲壬己子既爲二中面而相與有
等又與丑辰辰卯之二正方等則丑辰辰卯之二正方
亦爲中面而相與有等故丑辰辰卯爲正方有等之二

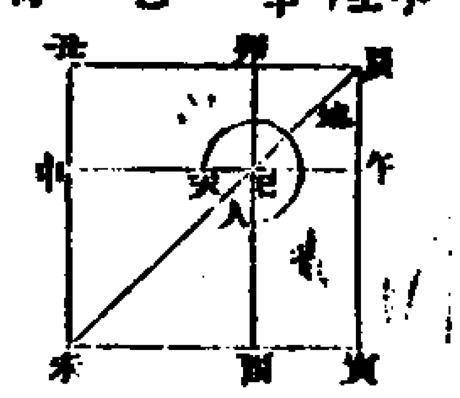
中線又甲己己庚之矩形既與戊庚之正方等則甲己
與戊庚比若戊庚與己庚比六卷十七惟甲己與戊庚比若
甲壬與戊子二面比而戊庚與己庚比若戊子與己子
二面比六卷一故戊子爲甲壬己子連比例中率又寅卯
爲丑寅卯午連比例中率本卷五十五題例而甲壬與丑寅正
方等己子與卯午正方等故寅卯與戊子等惟丁辛與
戊子等一卷三十七而丑午與寅卯等一卷四十三故丁子面與
天地人磬折形加卯午正方等而甲子面與丑寅卯午
二正方之和等則餘面甲乙與申酉正方等即與丑卯
之正方等所以丑卯爲等甲乙面正方之邊爲第一中

斷線者葢戊子既爲有比例面本論與寅卯等即與丑午
等則丑午亦爲有比例面即丑辰辰卯之矩形惟卯午
爲中面本論故丑午與卯午無等而丑午與卯午比若丑
辰與辰卯比故丑辰與辰卯長短無等所以丑辰辰卯
爲僅正方有等之二中線其矩形爲有比例面而丑卯
爲第一中斷線本卷七十五其正方與甲乙面等故等甲乙
面正方之邊爲第一中斷線

第九十四題

有比例線與第三斷線成矩形則等面正方之邊爲第二
中斷線





解曰有比例線甲丙與第三斷線甲丁成甲乙矩形題言等甲乙面正方之邊爲第二中斷線

論曰以庚丁爲甲丁同宗線則甲庚庚丁爲倂正方有等之二比例線而甲庚庚丁皆與所設之有比例線甲丙無等甲庚庚丁上二正方之較積方邊與甲庚有等本卷下界說三則甲庚上作少一正方之矩形等於丁庚上正方四分之一必分甲庚爲有等之二分本卷十八故平分丁庚於戊而甲庚上少一正方之矩形與戊庚之正方等卽甲己己庚之矩形故甲己與己

庚有等又從戊己庚三點作戊辛己壬庚子三線與甲丙平行惟甲己己庚有等所以甲壬己子二矩形有等又甲己己庚有等則甲庚與甲己己庚皆有等本卷十六惟甲庚有比例與甲丙長短無等故甲己己庚皆有比例與甲丙長短無等所以甲壬己子二矩形皆爲中面本卷二十二又丁戊與戊庚既有等則丁庚與丁戊戊庚皆有等惟丁庚有比例與甲丙長短無等故丁戊戊庚皆有比例與甲丙長短無等所以丁辛戊子二矩形皆爲中面本卷二十二又甲庚庚丁既爲倂正方有等之線則甲庚與庚丁無等惟甲庚與甲己有等而庚丁與庚戊有等

故甲己與庚戊無等本卷十三惟甲己與庚戊比若甲壬與戊子二矩形比六卷一故甲壬與戊子無等作丑寅正方令與甲壬等截丑辰寅公角上卯午正方令與己子等二卷十四則丑寅卯午爲同對角線之二正方六卷二十六以辰未爲對角線而作圖甲己己庚之矩形旣與戊庚之正方等則甲己與戊庚比若戊庚與己庚比六卷十七惟甲己與戊庚比若甲壬與戊子比戊庚與己庚比若戊子與己子比六卷一故甲壬與戊子比亦若戊子與己子比則以戊子爲甲壬己子二矩形連比例中率惟寅卯爲丑寅卯午二正方連比例中率而甲壬矩形與丑寅正方

等己子矩形與卯午正方等所以戊子與寅卯等惟寅卯與丑午等一卷四十三而戊子與丁辛等本卷三十七故丁子矩形與天地人磬折形加卯午正方等而甲子矩形與丑寅卯午二正方之和等故所餘甲乙與申酉正方等卽與丑卯之正方等而丑卯爲等甲乙面正方之邊爲第二中斷線者蓋甲壬己子皆爲中面本論而與丑辰辰卯之二正方等則丑辰辰卯之二正方皆爲中面所以丑辰辰卯皆爲中線又甲壬與己子既有等則丑辰辰卯之二正方有等又甲壬與戊子既無等則丑寅與寅卯無等卽丑辰之正方與丑辰辰卯之矩形無等故丑

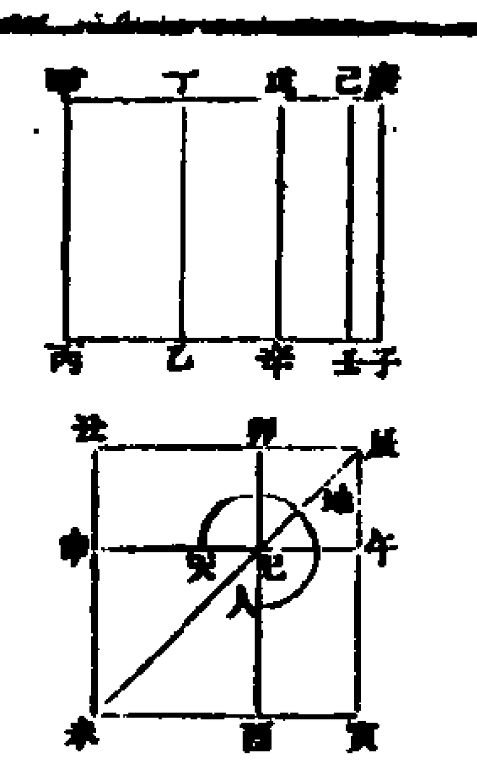
辰與辰卯無等所以丑辰辰卯爲僅正方有等之二中線又戊子既爲中面與丑辰辰卯之矩形等則丑辰辰卯之矩形亦爲中面而丑卯爲第二中斷線本卷十六 其正方與甲乙面等是以等甲乙面正方之邊爲第二中斷線

第九十五題

有比例線與第四斷線成矩形則等面正方之邊爲少線

解曰有比例線甲丙與第四斷線甲丁成甲乙矩形題言等甲乙面正方之邊爲少線

論曰以丁庚爲甲丁同宗線則甲庚丁庚爲僅正方有



等之二有比例線而甲庚與所設之有比例線甲丙有等甲庚丁庚上二正方之較積方邊與甲庚無等本卷下界說四 則甲庚上作少一正方之矩形等於丁庚上正方四分之一必分甲庚爲二無等分本卷十八平分丁庚於戊而甲庚上少一正方之矩形與戊庚之正方等卽甲己己庚之矩形故甲己與己庚無等又從戊己庚三點作戊辛己壬庚子三線皆與甲丙平行甲庚既有比例與甲丙長短有等則甲子矩形爲有比例面本卷二十又丁庚與甲丙既無等而皆有比例

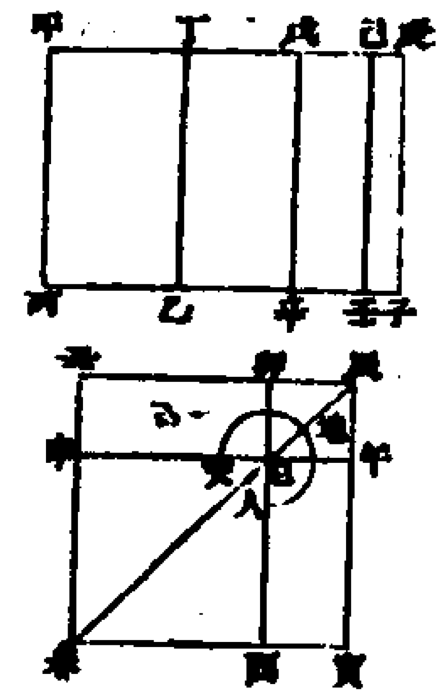
則丁子矩形爲中面本卷二十二 又甲己與己庚既無等則甲壬與己子二矩形無等六卷一 作丑寅正方令與甲壬矩形等截丑辰寅公角上卯午正方令與己子矩形等則丑寅卯午爲同對角線之二正方以辰未爲對角線而作圖甲己己庚之矩形既與戊庚之正方等則甲己與戊庚比若戊庚與己庚比六卷十七 惟甲己與戊庚比若甲壬與戊子比而戊庚與己庚比若戊子與己子比六卷一 故戊子爲甲壬己子二矩形連比例中率惟寅卯爲丑寅卯午二正方連比例中率而甲壬矩形與丑寅正方等己子矩形與卯午正方等故戊子與寅卯等惟戊

子與丁辛等一卷三十七 而寅卯與丑午等一卷四十三 故丁子矩形與天地人磬折形加卯午正方等又甲子矩形既與丑寅卯午二正方之和等則所餘甲乙與申酉正方等卽與丑卯上正方等故丑卯爲等甲乙面正方之邊爲少線者蓋甲子矩形既爲有比例面與丑辰辰卯之二正方和等則丑辰辰卯之二正方和爲有比例面又丁子矩形既爲中面與倍丑辰辰卯之矩形等則倍丑辰辰卯之矩形亦爲中面又甲壬與己子無等本論 則丑辰辰卯之二正方無等所以丑辰辰卯爲正方無等之二線二正方之和爲有比例面倍矩形爲中面而丑卯

為少線本卷九十七其正方與甲乙面等是以等甲乙面正方之邊為少線

第九十六題

有比例線與第五斷線成矩形則等面正方之邊為合比中方線



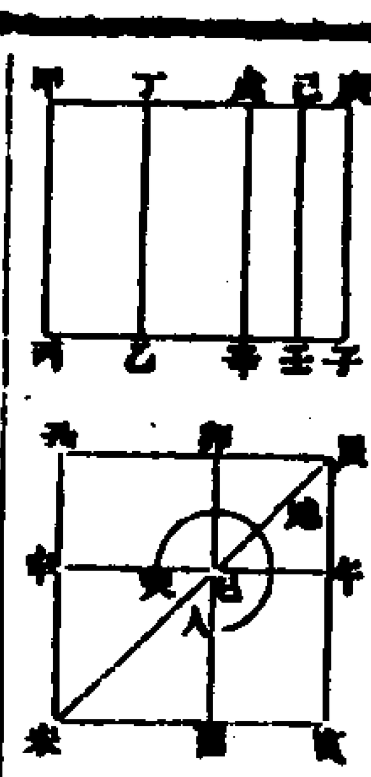
解曰有比例線甲丙與第五斷線甲丁戊甲乙矩形題言等甲乙面正方之邊為合比中方線

論曰以丁庚為甲丁同宗線則甲庚丁庚為僅正方有等之二比例線而丁庚與所設之

有比例線甲丙長短有等甲庚丁庚上二正方之較積方邊與甲庚長短無等本卷下界說五故甲庚上作少一正方矩形等於丁庚上正方四分之一必分甲庚為二無等分本卷十九平分丁庚於戊甲庚上少一正方之矩形即甲己己庚之矩形與戊庚之正方等則甲己與己庚長短無等又從戊己庚三點作戊辛己壬庚子三線皆與甲丙平行甲庚既與甲丙長短無等而皆有比例則甲子矩形為中面本卷二十二又丁庚既有比例與甲丙長短有等則丁子矩形為有比例面本卷二十作丑寅正方令與甲壬矩形等截丑辰寅公角上卯午正方令與己子矩形等則丑寅卯午為同對角線之二正方本卷二十六如前以辰未為對角線而作圜則丑卯之正方與甲乙矩形等丑卯為合比中方線者蓋甲子為中面本論與丑辰辰卯之二正方和等則丑辰辰卯之二正方和亦為中面丁子為有比例面本論與倍丑辰辰卯之矩形等則倍丑辰辰卯之矩形亦為有比例面又甲壬與己子無等則丑辰辰卯之二正方無等所以丑辰辰卯為正方無等之二線二正方之和為中面倍矩形為有比例面而丑卯為合比中方線本卷七十八其正方與甲乙面等是以等甲乙面正方之邊為合比中方線

第九十七題

有比例線與第六斷線成矩形則等面正方之邊為合中中方線



解曰有比例線甲丙與第六斷線甲丁戊甲乙矩形題言等甲乙面正方之邊為合中中方線

論曰以庚丁為甲丁同宗線則甲庚丁庚為僅正方有等之二比例線而皆與有比例線甲丙長短無等甲庚丁庚上二正方之較積方邊與甲庚長短無等本卷下界說六則甲庚上作少一正方之矩形等於丁庚上正方四分

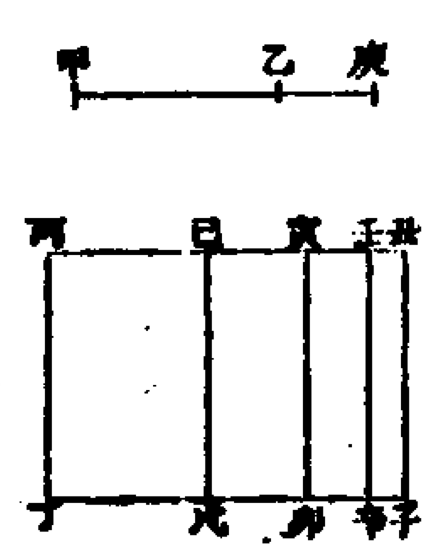
之一必分甲庚為二無等分本卷十九平分丁庚於戊而甲庚上少一正方之矩形即甲己己庚之矩形與戊庚之正方等故甲己與己庚長短無等惟甲己與己庚比若甲壬與己子比六卷一所以甲壬與己子無等本卷十又甲丙甲庚既為僅正方有等二有比例線則甲子為中面本卷二十二甲丙丁庚既為長短無等二有比例線則丁子亦為中面又甲庚丁庚既為僅正方有等之線則甲庚與庚丁長短無等惟甲庚與丁庚比若甲子與丁子比六卷一所以甲子與丁子無等本卷十作丑寅正方令與甲壬矩形等二卷十四截丑辰寅公角上卯午正方令與己子

矩形等則丑寅卯午為同對角線之二正方六卷二十六如前以辰未為對角線而作圖則丑卯之正方與甲乙矩形等丑卯為合中中方線者蓋甲子為中面本論與丑辰辰卯之二正方和等則丑辰辰卯之二正方和亦為中面丁子為中面本論與倍丑辰辰卯之矩形等則倍丑辰辰卯之矩形亦為中面又甲子與丁子無等本論則丑辰辰卯之二正方和與倍丑辰辰卯之矩形無等又甲壬與己子無等本論則丑辰與辰卯之二正方無等故丑辰辰卯為正方無等之二線二正方之和為中面倍矩形亦為中面而其二正方之和與倍矩形無等而丑卯為合

中中方線其正方與甲乙面等本卷七十九是以等甲乙面正方之邊為合中中方線

第九十八題

有比例線上作矩形與斷線之正方等其餘邊為第一斷線



解曰甲乙為斷線丙丁為有比例線丙丁上作丙戊矩形與甲乙之正方等餘邊為丙己題言丙己為第一斷線

論曰設甲乙與乙庚同宗則甲庚庚乙為僅正方有等二有比例線本卷七十四丙丁上作丙辛矩

形與甲庚之正方等又作壬子矩形與乙庚之正方等一卷四十五則丙子與甲庚庚乙之二正方和等其丙戊面與甲乙之正方等故餘己子面與倍甲庚庚乙之二矩形等二卷七平分己丑於寅作寅卯線與丙丁平行則己卯子寅俱與甲庚庚乙之矩形等又甲庚庚乙之二正方既為有比例面而丙子矩形與甲庚庚乙之二正方和等則丙子為有比例面丙丁上之有比例面其餘邊為丙丑故丙丑有比例與丙丁長短有等本卷二十一又倍甲庚庚乙之矩形既為中面而子己矩形與倍甲庚庚乙之矩形等則子己亦為中面而子己為有比例線丙

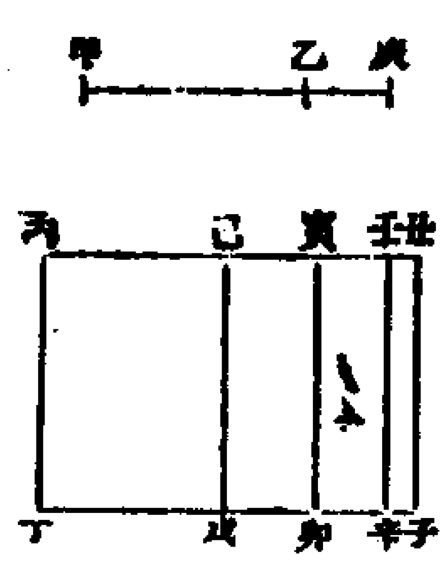
丁上之面餘邊爲己丑故己丑有比例與丙丁長短無等本卷二十三又甲庚庚乙之二正方皆爲有比例面而倍甲庚庚乙之矩形爲中面則甲庚庚乙之二正方和與倍甲庚庚乙之矩形無等惟丙子矩形與甲庚庚乙之二正方和等而己子矩形與倍甲庚庚乙之矩形等故丙子與己子無等惟丙子與己子比若丙丑與己丑比六卷一故丙丑與己丑長短無等而皆有比例故丙丑丑己爲僅正方有等之二有比例線而丙己爲斷線本卷七十四爲第一斷線者盖甲庚庚乙之矩形爲甲庚庚乙上二正方之連比例中率本卷五十五題例而丙辛矩形與甲庚庚乙之正方等寅子矩形與甲庚庚乙之矩形等壬子矩形與乙庚之正方等則寅子爲丙辛壬子連比例中率故丙辛與寅子比若寅子與壬子比惟丙辛與寅子比若丙壬與寅丑比而寅子與壬子比若寅丑與壬丑比所以丙壬壬丑之矩形與寅丑之正方等六卷十七即與己丑上正方四分之一等又甲庚與庚乙之二正方既有等則丙辛與壬子二矩形有等惟丙辛與壬子比若丙壬與壬丑比故丙壬與壬丑有等本卷十所以丙丑丑己爲二不等分線而丙丑上作少一正方之矩形即丙壬壬丑之矩形與己丑上正方四分之一等而丙壬與壬丑

有等則丙丑丑己上二正方之較積方邊與丙丑長短有等本卷十八又丙丑與所設之有比例線丙丁長短有等故丙己爲第一斷線本卷下界說一是以有比例線上矩形與斷線之正方等則餘邊爲第一斷線

第九十九題

有比例線上作矩形與第一中斷線之正方等其餘邊爲第二斷線

解曰甲乙爲第一中斷線丙丁爲有比例線丙丁上作丙戊矩形與甲乙之正方等餘邊爲丙己題言丙己爲第二斷線



論曰設乙庚與甲乙同宗則甲庚庚乙爲僅正方有等二中線其矩形爲有比例面本卷七十五丙丁上作丙辛矩形與甲庚之正方等餘邊爲丙壬又作壬子矩形與庚乙之正方等餘邊爲壬丑一卷四十五則丙子與甲庚庚乙之二正方和等所以丙子爲有比例線丙丁上之中面其餘邊爲丙丑故丙丑與丙丁長短無等本卷二十三丙子既與甲庚庚乙之二正方和等而甲乙之正方與丙戊矩形等則所餘己子即倍甲庚庚乙之矩形二卷七惟倍甲庚庚乙之矩形爲有比例面故己子爲有比

例線己戊上之有比例面其餘邊爲己丑所以己丑有比例與丙丁長短有等本卷二十一又甲庚庚乙之二正方和即丙子矩形既爲中面而倍甲庚庚乙之矩形即己子矩形既爲有比例面則丙子與己子無等惟丙子與己子比若丙丑與丑己比六卷一故丙丑與丑己長短無等而皆有比例故丙丑丑己爲僅正方有等之二比例線而丙己爲斷線本卷七十四爲第二斷線者試平分己丑於寅作寅卯線與丙丁平行則己卯寅子二矩形各與甲庚庚乙之矩形等又甲庚庚乙之矩形爲甲庚庚乙之二正方連比例中率而甲庚之正方與丙辛矩形等甲庚庚乙之矩形與寅子矩形等庚乙之正方與壬子矩形等則寅子爲丙辛壬子二矩形連比例中率故丙辛與寅子比若寅子與壬子比惟丙辛與寅子比若丙壬與寅丑比而寅子與壬子比若寅丑與壬丑比六卷一故丙壬與寅丑比若寅丑與壬丑比所以丙壬壬丑之矩形與丑寅之正方等六卷十七即與己丑上正方四分之一等又甲庚與庚乙之二正方既有等則丙辛與壬子二矩形有等即丙壬與壬丑二線有等故丙丑丑己爲二不等分線其大線丙丑上作少一正方之矩形即丙壬壬丑之矩形與己丑上正方四分之一等又丙壬與

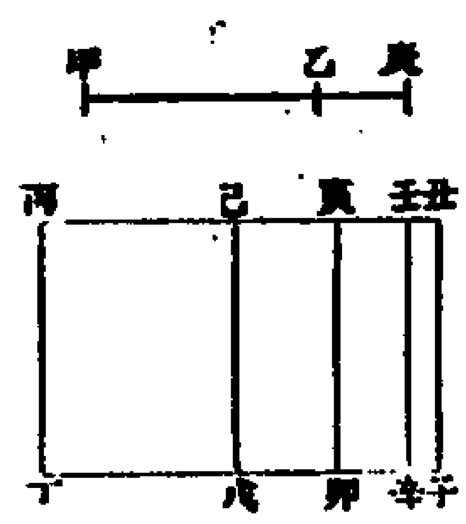
壬丑有等故丙丑丑己上二正方之較積方邊與丙丑長短有等本卷十八而己丑與所設之有比例線丙丁有等故丙己爲第二斷線本卷下界說二是以有比例線上作矩形與第一中斷線之正方等則餘邊爲第二斷線

第一百題

有比例線上作矩形與第二中斷線之正方等其餘邊爲第三斷線

解曰甲乙爲第二中斷線丙丁爲有比例線丙丁上作丙戊矩形與甲乙之正方等餘邊爲丙己題言丙己爲第三斷線

論曰設乙庚與甲乙同宗則甲庚庚乙爲僅正方有等二中線其矩形爲中面本卷七十六丙丁上作丙辛矩形與甲庚之正方等餘邊爲丙壬壬辛上作壬子矩形與庚乙之正方等餘邊爲壬丑一卷四十五則丙子與甲庚庚乙之二正方和等而甲庚庚乙之二正方皆爲中面故丙子爲有比例線丙丁上之中面餘邊爲丙丑所以丙丑有比例與丙丁長短無等本卷二十三又丙子既與甲庚庚乙之二正方和等而丙戊矩形與甲乙之正方等則所餘己子即倍甲庚庚乙之矩形二卷七平分己丑



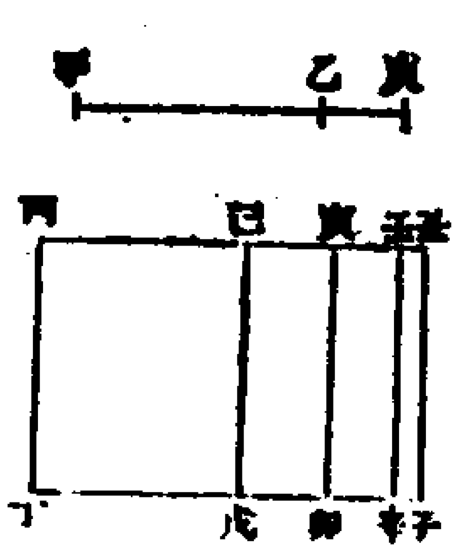
於寅作寅卯線與丙丁平行則己卯寅子二矩形皆與甲庚庚乙之矩形等惟甲庚庚乙之矩形爲中面所以己子爲有比例線戊己上之中面餘邊爲己丑故己丑有比例與丙丁長短無等本卷二十三又甲庚庚乙既僅正方有等則甲庚與庚乙長短無等所以甲庚之正方與甲庚庚乙之矩形無等六卷一本卷十惟甲庚庚乙之二正方和與甲庚之正方有等而倍甲庚庚乙之矩形與甲庚庚乙之矩形有等故甲庚庚乙之二正方和與倍甲庚庚乙之矩形無等惟丙子矩形與甲庚庚乙之二正方和等而己子矩形與倍甲庚庚乙之矩形等故丙子與

己子無等惟丙子與己子比若丙丑與己丑比故丙丑與己丑長短無等本卷十而皆有比例故丙丑己丑爲僅正方有等之二比例線而丙己爲斷線本卷七十四爲第三斷線者蓋甲庚庚乙之二正方既有等則丙辛壬子二矩形有等故丙壬與壬丑有等又甲庚庚乙之矩形既爲甲庚庚乙之二正方連比例中率本卷五十五題例而丙辛矩形與甲庚之正方等壬子矩形與乙庚之正方等寅子矩形與甲庚庚乙之矩形等則寅子爲丙辛壬子二矩形連比例中率故丙辛與寅子比若寅子與壬子比惟丙辛與寅子比若丙壬與寅丑比六卷一而寅子與壬

子比若寅丑與壬丑比故丙壬與寅丑比若寅丑與壬丑比所以丙壬壬丑之矩形與寅丑之正方等本卷十七即與己丑上正方四分之一等故丙丑己丑爲二不等分線而丙丑上作少一正方之矩形即丙壬壬丑之矩形與己丑上正方四分之一等又丙壬與壬丑有等則丙丑丑己上二正方之較積方邊與丙丑長短有等本卷十八而丙丑己丑皆與所設之有比例線丙丁長短無等故丙己爲第三斷線本卷下界說三是以有比例線上作矩形與第三中斷線之正方等其餘邊爲第三斷線

第一百一題

有比例線上作矩形與少線之正方等其餘邊爲第四斷線



解曰甲乙爲少線丙丁爲有比例線丙丁上作丙戊矩形與甲乙之正方等餘邊爲丙己題言丙己爲第四斷線

論曰設乙庚與甲乙同宗則甲庚庚乙爲正方無等之二線二正方之和爲有比例面倍矩形爲中面本卷七十七丙丁上作丙辛矩形與甲庚之正方等餘邊爲丙壬又作壬子矩形與乙庚之正方等餘邊爲壬丑一卷四十五則丙子與甲庚庚乙之二正方和等惟甲

庚庚乙之二正方和爲有比例面故丙子爲有比例線丙丁上之有比例面餘邊爲丙丑故丙丑爲有比例線而與丙丁長短有等本卷十一　又丙子既與甲庚庚乙之二正方和等而丙戊矩形與甲乙之正方等則所餘己子即倍甲庚庚乙之矩形二卷七　平分己丑於寅作寅卯線與丙丁平行則己卯寅子二矩形皆與甲庚庚乙之矩形等而倍甲庚庚乙之矩形爲中面既與子己矩形等則子己爲有比例線己戊上之中面餘邊爲己丑故己丑有比例與丙丁長短無等本卷二十三　又甲庚庚乙之二正方和既爲有比例面倍甲庚庚乙之矩形爲中面則甲庚庚乙之二正方和與倍甲庚庚乙之矩形無等惟丙子矩形與甲庚庚乙之二正方和等而己子矩形與倍甲庚庚乙之矩形等故丙子與己子無等惟丙子與己子比若丙丑與己丑比六卷一　所以丙丑與己丑長短無等本卷十　而皆有比例故丙丑丑己爲僅正方有等之二比例線而丙己爲斷線本卷七十四　爲第四斷線者蓋甲庚庚乙爲正方無等之線則甲庚庚乙之二正方無等而丙辛矩形與甲庚之正方等壬子矩形與庚乙之正方等則丙辛與壬子無等惟丙辛與壬子比若丙壬與壬丑比所以丙壬與壬丑長短無等又甲庚庚乙之

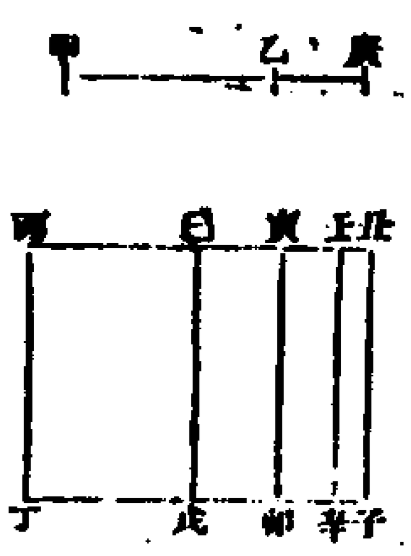
矩形爲甲庚庚乙之二正方連比例中率本卷五十五題例　而丙辛與甲庚之正方等壬子與庚乙之正方等寅子與甲庚庚乙之矩形等則寅子爲丙辛壬子二矩形連比例中率故丙辛與寅子比若寅子與壬子比惟丙辛與寅子比若丙壬與丑寅比寅子與壬子比若寅丑與壬丑比故丙壬與丑寅比若寅丑與壬丑比所以丙壬壬丑之矩形與丑寅之正方等六卷十七　即與丑己上正方四分之一等故丙丑丑己爲二不等分線而丙丑上作少一正方之矩形與丑己上正方四分之一等必分丙丑爲丙壬壬丑二無等分故丙丑丑己上二正方之較積方邊與丙丑無等本卷十九　丙丑與所設之有比例線丙丁有等故丙己爲第四斷線本卷下界說四　是以有比例線上矩形與少線之正方等則餘邊爲第四斷線

第一百二題

有比例線上作矩形與合比中方線之正方等其餘邊爲第五斷線

解曰甲乙爲合比中方線丙丁爲有比例線丙丁上作丙戊矩形與甲乙之正方等餘邊爲丙己題言丙己爲第五斷線

論曰設乙庚與甲乙同宗則甲庚庚乙爲正方無等之



二線二正方之和爲中面倍矩形爲有比例面本卷七十八丙丁上作丙辛矩形與甲庚之正方等餘邊爲丙壬又作壬子矩形與乙庚之正方等餘邊爲壬丑一卷四十五則丙子與甲庚庚乙之二正方和等惟甲庚庚乙之二正方和爲中面故丙子矩形爲有比例線丙丁上之中面餘邊爲丙丑故丙丑有比例而與丙丁長短無等本卷二十三又丙子既與甲庚庚乙之二正方和等而丙戊矩形與甲乙之正方等則所餘己子即倍甲庚庚乙之矩形二卷七平分己丑於寅作寅卯線與丙丁平行則

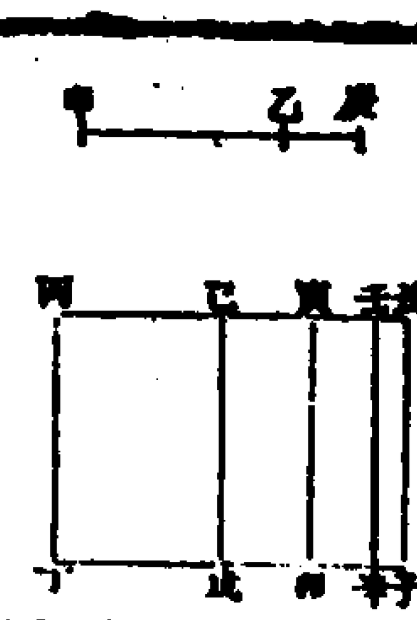
己卯寅子二矩形皆與甲庚庚乙之矩形等又倍甲庚庚乙之矩形既爲有比例面與己子矩形等則己子爲有比例線戊己上之有比例面餘邊爲己丑故己丑有比例與丙丁長短有等本卷二十一又丙子矩形既爲中面而己子矩形爲有比例面則丙子與己子無等惟丙子與己子比若丙丑與己丑比六卷一所以丙丑與己丑長短無等本卷十而皆爲有比例線故丙丑己丑爲僅正方有等之二比例線而丙己爲斷線本卷七十四爲第五斷線者盖丙壬壬丑之矩形與寅丑之正方等即與己丑上正方四分之一等又甲庚與庚乙之二正方無等而甲

庚之正方與丙辛矩形等庚乙之正方與壬子矩形等則丙辛與壬子無等惟丙辛與壬子比若丙壬與壬丑比故丙壬與壬丑長短無等丙丑己丑既爲二不等分線而丙丑上作少一正方之矩形與己丑上正方四分之一等必分丙丑爲丙壬壬丑二無等分故丙丑己丑上二正方之較積方邊與丙丑長短無等本卷十九又己丑與所設之有比例線丙丁長短有等故丙己爲第五斷線本卷下界說五是以有比例線上作矩形與合比中方線之正方等則餘邊爲第五斷線

第一百三題

有比例線上作矩形與合中中方線之正方等其餘邊爲第六斷線

解曰甲乙爲合中中方線丙丁爲有比例線丙丁上作丙戊矩形與甲乙之正方等餘邊爲丙己題言丙己爲第六斷線



論曰設乙庚與甲乙同宗則甲庚庚乙爲正方無等之二線二正方之和爲中面倍甲庚庚乙之矩形亦爲中面甲庚庚乙之二正方和與倍甲庚庚乙之矩形無等本卷七十九於丙丁上作丙辛矩形與甲庚之正方等餘邊

爲丙壬又作壬子矩形與乙庚之正方等餘邊爲壬丑則全而丙子與甲庚庚乙之二正方和等所以丙子爲有比例線丙丁上之中而餘邊爲丙丑故丙丑有比例與丙丁長短無等（本卷十三）丙子既與甲庚庚乙之二正方和等而丙戊矩形與甲乙之正方等則所餘己子即倍甲庚庚乙之矩形（二卷七）惟倍甲庚庚乙之矩形爲中面故己子爲有比例線已戊上之中面餘邊爲己丑故己丑有比例與丙丁長短無等又甲庚庚乙之二正方和既與倍甲庚庚乙之矩形無等而丙子矩形與甲庚庚乙之二正方和等己子矩形與倍甲庚庚乙之矩形等則丙子與己子無等惟丙子與己子比若丙丑與己丑比（六卷一）故丙丑與己丑長短無等（本卷十）而皆有比例故丙丑與己丑爲僅正方有等之二比例線而丙己爲斷線（本卷七十四）爲第六斷線者盖己子既與倍甲庚庚乙之矩形等試平分己丑於寅作寅卯線與丙丁平行則己卯寅子二矩形皆與甲庚庚乙之矩形等又甲庚庚乙既爲正方無等之二線則甲庚庚乙之二正方無等惟丙辛矩形與甲庚之正方等而壬子矩形與庚乙之正方等故丙辛與壬子無等惟丙辛與壬子比若丙壬與壬丑比（六卷一）故丙壬與壬丑無等又甲庚庚乙之矩

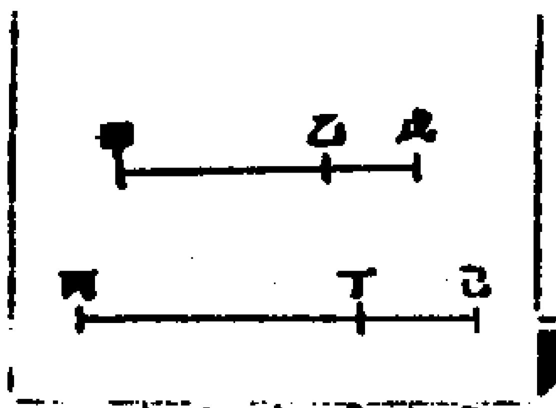
形既爲甲庚庚乙之二正方連比例中率（本卷五十三題例）而丙辛與甲庚之正方等壬子與庚乙之正方等寅子與甲庚庚乙之矩形等則寅子爲丙辛壬子二矩形連比例中率如前推得丙丑丑己上二正方之較積方邊與丙丑無等又丙丑丑己皆與所設之有比例線丙丁無等故丙己爲第六斷線（本卷下界說六）是以有比例線上作矩形與合中中方線之正方等則餘邊爲第六斷線

第一百四題

凡線與斷線有等則亦爲斷線且同類

解曰甲乙爲斷線設丙丁與甲乙長短有等題言丙丁亦爲斷線且與甲乙同類

論曰甲乙爲斷線設乙戊與之同宗則甲戊戊乙爲僅正方有等二有比例線（本卷七十四）又設乙戊與丁己比若甲乙與丙丁比凡幷前

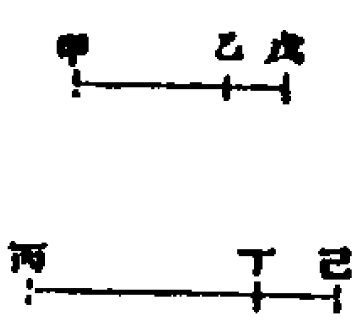


率與幷後率比若各前率與各後率比（五卷十二）故甲戊與丙己比若甲乙與丙丁比惟甲乙與丙丁有等故甲戊與丙己亦有等而乙戊與丁己亦有等惟甲戊戊乙爲僅正方有等二有比例線故丙己己丁亦爲僅正方有等二有比例線（本卷十）所以丙丁亦爲斷線（本卷七十四）與甲乙同類者盖甲戊與丙己比若戊乙與己丁比屬理甲

戊與戊乙比若丙己與己丁比五卷十六而甲戊戊乙上二正方之較積方邊與甲戊或有等或無等設有等則丙己己丁上二正方之較積方邊與丙己亦有等若甲戊與所設之有比例線有等則丙己與有比例線亦有等若戊乙與有等則丁己亦與有等若甲戊戊乙皆與之無等則丙己己丁亦皆與之無等又設甲戊戊乙上二正方之較積方邊與甲戊無等則丙己己丁上二正方之較積方邊與丙己亦無等若甲戊與所設之有比例線有等則丙己亦與有等若戊乙與有等則己丁亦與有等若甲戊戊乙皆與之無等則丙己己丁亦皆與之無等所以丙丁爲斷線本卷下界說且與甲乙同類

第一百五題

凡線與中斷線有等則亦爲中斷線且同類

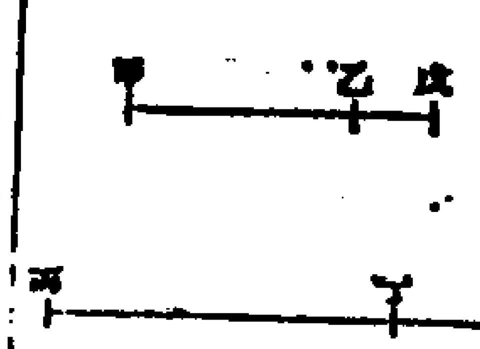


解曰甲乙爲中斷線設丙丁與甲乙長短有等題言丙丁亦爲中斷線且與甲乙同類

論曰甲乙爲中斷線設乙戊與甲乙同宗則甲戊戊乙爲僅正方有等二中線本卷七十五七十六又設甲乙與丙丁比若乙戊與丁己比惟甲戊戊乙爲僅正方有等二中線故丙己己丁亦爲僅正方有等二中線所以丙丁亦爲中斷線與甲乙同類者蓋甲戊與戊乙比若丙己與己丁比惟甲戊與戊乙比若甲戊之正方與甲戊戊乙之矩形比六卷一而丙己與己丁比若丙己之正方與丙己己丁之矩形比故甲戊之正方與甲戊戊乙之矩形比若丙己之正方與丙己己丁之矩形比惟甲戊與丙己之二正方有等故甲戊戊乙之矩形與丙己己丁之矩形亦有等若甲戊戊乙之矩形爲有比例面則丙己己丁之矩形亦爲有比例面若甲戊戊乙之矩形爲中面則丙己己丁之矩形亦爲中面故丙丁爲中斷線且與甲乙同類

第一百六題

凡線與少線有等則亦爲少線



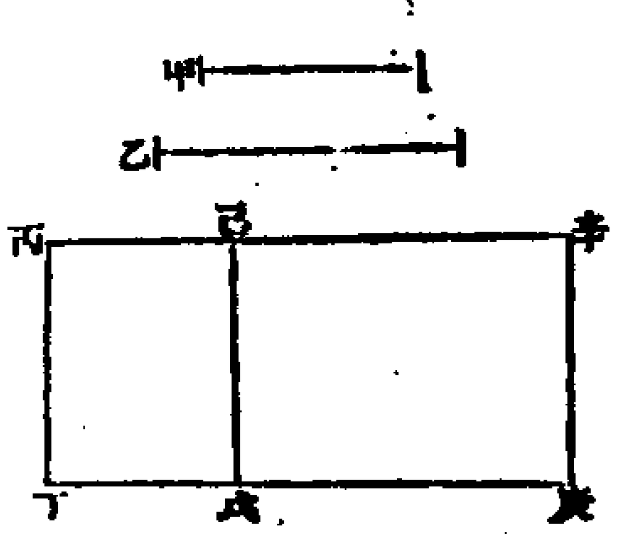
解曰甲乙爲少線設丙丁與甲乙有等題言丙丁亦爲少線

論曰如前作圖甲戊戊乙爲正方無等二線則丙己己丁亦爲正方無等二線甲戊與戊乙比既若丙己與己丁比則甲戊與戊乙之二正方比若丙己與己丁之二正方比六卷二十二又甲戊戊乙之二正方和與戊乙之正方比若丙己己丁之二正方和與己丁之正方比屬理亦同五卷十八惟乙戊丁己之二正方有等故甲戊戊乙之二正方和與丙己己丁之二正方

和有等本卷十惟甲戊戊乙之二正方和爲有比例面故丙己己丁之二正方和亦爲有比例面又甲戊之正方與甲戊戊乙之矩形比若丙己之正方與丙己己丁之矩形比屬理亦同惟甲戊與丙己之二正方有等故甲戊戊乙之矩形與丙己己丁之矩形有等惟甲戊戊乙之矩形爲中面故丙己己丁之矩形亦爲中面本卷二十四所以丙己己丁之二正方無等二正方之和爲有比例面矩形爲中面是以丙丁爲少線本卷七十七

又解曰甲爲少線設乙與甲有等題言乙亦爲少線

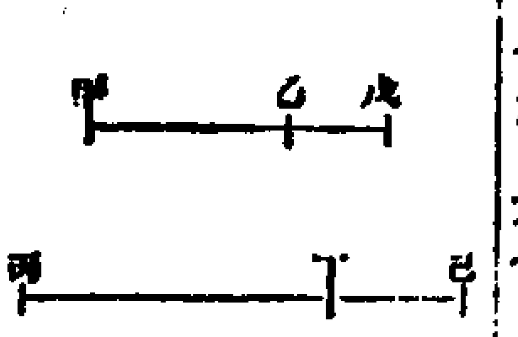
論曰設丙丁爲有比例線丙丁上作丙戊矩形與甲之



正方等餘邊爲丙己故丙己爲第四斷線本卷一百一 又作己庚矩形與乙之正方等餘邊爲己辛甲與乙既有等則甲之正方與乙之正方亦有等惟丙戊矩形與甲之正方等而己庚矩形與乙之正方等故丙戊與己庚有等惟丙戊與己庚比若丙己與己辛比六卷一 故丙己與己辛有等本卷十 惟丙己爲第四斷線故己辛亦爲第四斷線本卷一百四 所以己庚爲有比例線己戊及第四斷線己辛之矩形則等積方邊爲少線本卷九十五 惟等積方邊爲乙故乙爲少線

第一百七題

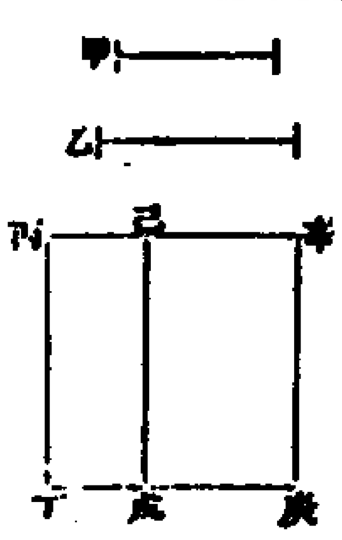
凡線與合比中方線有等則亦爲合比中方線



解曰甲乙爲合比中方線設丙丁與甲乙有等題言丙丁爲合比中方線

論曰乙戊與甲乙同宗則甲戊戊乙爲正方無等之二線其二正方之和爲中面矩形爲有比例面本卷七十八 如前作圖令丙己與己丁比若甲戊與戊乙比甲戊戊乙之二正方和與丙己己丁之二正方和有等甲戊戊乙之矩形與丙己己丁之矩形有等故丙己己丁之二正方亦無等丙己己丁之二正方和亦爲中面其矩形亦爲有比例面故丙丁亦爲合比中方線本卷七十八

又解曰甲爲合比中方線設乙與甲有等題言乙亦爲合比中方線



論曰置有比例線丙丁其上作丙戊矩形與甲之正方等餘邊爲丙己則丙己爲第五斷線本卷百一 又於己戊上作己庚矩形與乙之正方等餘邊爲己辛甲與乙既有等則甲與乙之二正方亦有等惟丙戊矩形與甲之正方等己庚矩形與乙之正方等故丙戊與己庚有等而丙己

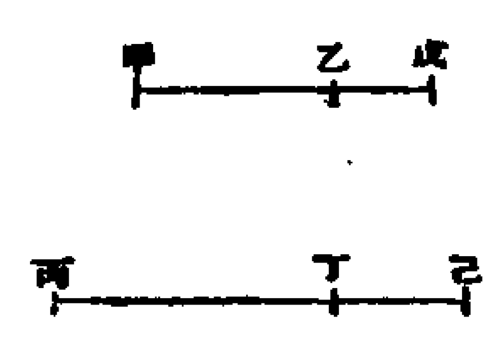
與己辛有等惟丙己爲第五斷線故己辛亦爲第五斷線本卷一百四　己戊爲有比例線凡有比例線與第五斷線成矩形則等積方邊爲合比中方線本卷九十六　惟乙之正方與己庚矩形等是以乙爲合比中方線

第一百八題

凡線與合中中方線有等則亦爲合中中方線

解曰甲乙爲合中中方線丙丁與之有等題言丙丁亦爲合中中方線

論曰設乙戊與甲乙同宗如前作圖則甲戊戊乙之二正方無等二正方之和爲中面矩形亦爲中面其二正



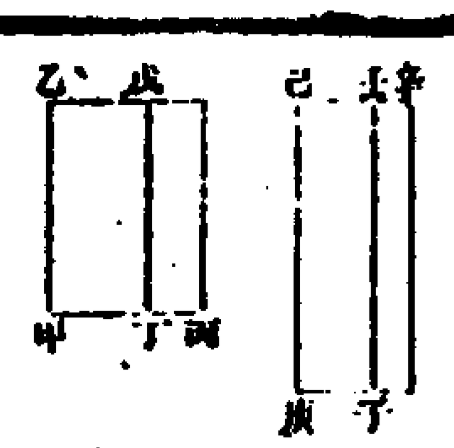
方之和與矩形無等準前論甲戊戊乙與丙己己丁各有等甲戊戊乙之二正方和與丙己己丁之二正方和有等甲戊戊乙之矩形與丙己己丁之矩形有等故丙己己丁之二正方無等二正方之和爲中面矩形亦爲中面二正方之和與矩形無等故丙丁亦爲合中中方線本卷九十七

第一百九題

有比例面內減中面則較積方邊無比例或爲斷線或爲少線

解曰有比例面乙丙內減中面乙丁戊丙爲較面題言等戊丙面正方之邊無比例或爲斷線或爲少線

論曰僅有比例線己庚其上作庚辛矩形與乙丙面等

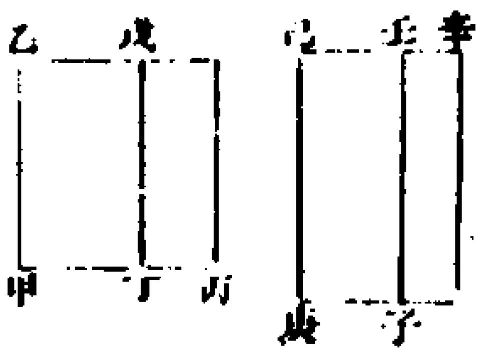


其內減庚壬矩形與乙丁面等則餘辛子矩形與丙戊面等夫乙丙爲有比例面乙丁爲中面而乙丙與庚辛等乙丁與庚壬等則庚辛爲有比例線己庚上之有比例面而庚壬爲有比例線己庚上之中面故己辛與己庚長短有等本卷二十一　而己壬有比例與己庚長短無等本卷二十三　故己辛與己壬長短無等本卷十三　己辛己壬爲僅正方有等二有比例線所以壬辛爲斷線壬己與之同宗本卷七十四　而

己辛己壬上二正方之較積方邊與己辛或有等或無等若有等因大線己辛與所設之有比例線己庚有等故壬辛爲第一斷線本卷下界說一　凡正方面與有比例線及第一斷線所成之矩形等積則方邊爲斷線本卷九十二　故等子辛即丙戊面正方之邊爲斷線若辛己己壬上二正方之較積方邊與辛己無等因辛己與所設之有比例線己庚有等故壬辛爲第四斷線本卷下界說四　凡正方面與有比例線及第四斷線所成之矩形等積則方邊爲少線本卷九十五　故等子辛即丙戊面正方之邊爲少線

第一百十題

中面內減有比例面則較積方邊無比例或為第一中斷線或為合比中方線。



解曰乙丙中面內減乙丁有比例面其較面戊丙題言等戊丙面正方之邊無比例或為第一中斷線或為合比中方線。

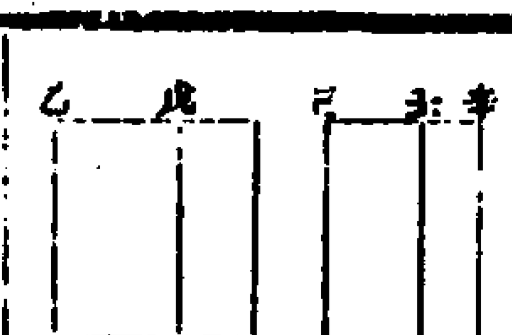
論曰如前設有比例線己庚於其上作二矩形則己辛有比例與己庚長短無等本卷二十一　己壬有比例與己庚長短有等本卷二十三　故己辛己壬為僅正方有等二有比例線所以辛壬為斷線己壬與之同宗本卷七十而己辛己壬上二正方之較積方邊與己辛或有等或

無等若有等因同宗線己壬與所設之有比例線己庚有等故辛壬為第二斷線本卷下界說二　惟己庚為有比例線故等辛子即丙戊面正方之邊為第一中斷線本卷九十三　若己辛己壬上二正方之較積方邊與己辛無等因同宗線己壬與所設之有比例線己庚有等故辛壬為第五斷線本卷下界說五　所以等辛子即丙戊面正方之邊為合比中方線本卷九十六

第一百十一題

兩無等之中面相較則較積方邊無比例或為第二中斷線或為合中中方線。

解曰乙丙乙丁二無等中面乙丙內減乙丁其較丙戊題言等丙戊面正方之邊無比例或為第二中斷線或為合中中方線。



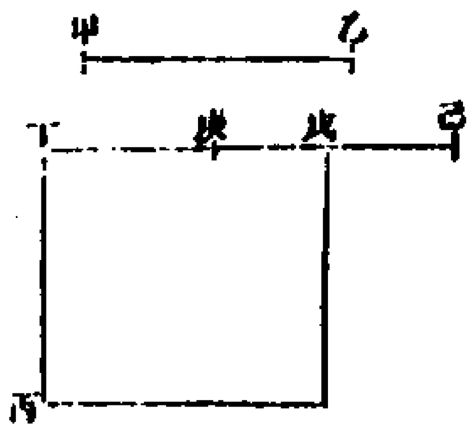
論曰乙丙乙丁既為二無等中面而乙丙與庚辛等乙丁與庚壬等則庚辛與庚壬無等故辛己與己壬長短無等六卷一本卷十一　辛己己壬為僅正方有等二有比例線本卷二十三　所以辛壬為斷線本卷七十四　己壬與之同宗而辛己己壬上二正方之較積方邊與己辛或有等或無等若有等因辛己己壬與所設之有比例線己庚俱無等故辛壬為第三斷線本卷下界說三　惟壬子為有比例

線凡有比例線及第三斷線成矩形等積方邊為第二中斷線本卷九十四　故等辛子即丙戊面之方邊為第二中斷線若辛己己壬上二正方之較積方邊與辛己無等因辛己己壬與所設之有比例線己庚俱無等故辛壬為第六斷線本卷下界說六　凡第六斷線及有比例線成矩形等積方邊為合中中方線本卷九十七　故等子辛即丙戊面之方邊為合中中方線。

第一百十二題

凡斷線與合名線不同類。

解曰甲乙為斷線題言甲乙與合名線不同類。



論曰若云此二線同類試置有比例線丙丁於其上作丙戊矩形與斷線甲乙之正方等餘邊爲丁戊卷四十五 甲乙既爲斷線則丁戊必爲第一斷線本卷九十二 設戊己與之同宗則丁己己戊爲僅正方有等二有比例線丁己己戊上二正方之較積方邊與丁己有等丁己與所設之有比例線丙丁有等本卷下界說一 甲乙若又爲合名線則丁戊爲第一合名線本卷六十一 分丁戊於庚丁庚爲大分則丁庚戊庚爲僅正方有等二有比例線本卷中界說一 又丁庚庚戊上二正方之較積方邊與丁庚有等其大分丁

庚與所設之有比例線丁丙有等故丁己與丁庚有等本卷十二 亦與餘線己庚有等丁己與己庚既有等而丁己有比例則己庚亦有比例又丁己與己庚既有等而丁己與己戊無等則己庚與己戊亦無等而皆有比例故己庚己戊爲僅正方有等二有比例線則戊庚爲斷線本卷七十四 今戊庚有比例本論與理不合是以斷線與合名線不同類

系斷線己下六無比例線皆非中線相與非同類蓋有比例線上作等中線正方之矩形餘邊有比例與原線無等本卷二十三 而有比例線上等斷線正方之矩形餘邊爲第一斷線本卷九十八 等第一中斷線正方之矩形餘邊爲第二斷線本卷九十九 等第二中斷線正方之矩形餘邊爲第三斷線本卷一百 等少線正方之矩形餘邊爲第四斷線本卷一百一 等合比中方線正方之矩形餘邊爲第五斷線本卷一百二 等合中中方線正方之矩形餘邊爲第六斷線本卷一百三 皆無比例與等中線正方矩形之餘邊異故斷線己下六無比例線皆非中線又此六餘邊相與不同類故等積正方邊之六無比例線相與皆非同類理自明

準前論斷線與合名線不同類本卷本題 故凡有比例線上

矩形與斷線己下六無比例線之正方等積則諸餘邊同爲斷線卽第一斷線己下六斷線是也凡有比例線上矩形與合名線己下六無比例線之正方等積則諸餘邊同爲合名線卽第一合名線己下六合名線是也故六斷線六合名線相與不同類所以無比例線之數其十有三詳列於左

一中線

二合名線

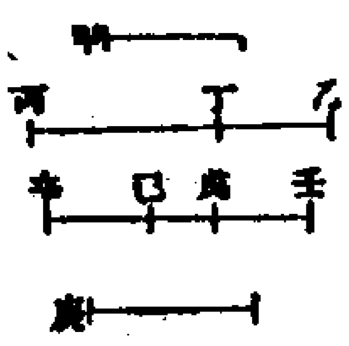
三第一合中線

四第二合中線

五太線
六比中方線
七兩中面之線
八斷線
九第一中斷線
十第二中斷線
十一少線
十二合比中方線
十三合中中方線

第一百十三題

合名線上之矩形與有比例線之正方等則其餘邊爲斷線此斷線之二分與合名線之二分有等且比例同亦爲同類



解曰甲爲有比例線乙丙爲合名線大分丙丁設乙丙戊己之矩形與甲之正方等題言戊己爲斷線其二分己壬壬戊與丙丁丁乙俱有等且比例同亦爲同類

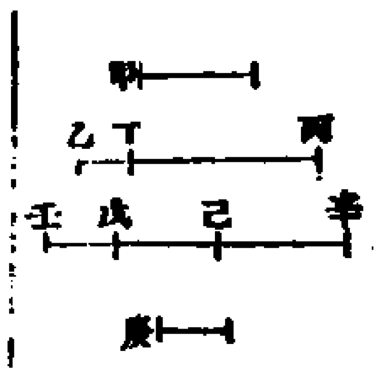
論曰設乙丁及庚成矩形與甲之正方等則乙丙戊己之矩形與乙丁及庚之矩形等故乙丙與乙丁比若庚與戊己比六卷十六惟乙丙大於乙丁故庚亦大於戊己設戊辛與庚等則乙丙與乙丁比若戊辛與戊己比分理丙丁與丁乙比若辛己與己戊比五卷十七又令辛己與壬戊比若己壬與壬戊比則辛壬與壬己比若壬己與壬戊比因一前率與一後率比若諸前率與諸後率比故也五卷十二惟己壬與壬戊比若丙丁與丁乙比故辛壬與壬己比若丙丁與丁乙比惟丙丁丁乙之二正方有等本卷三十七故辛壬壬己之二正方有等本卷十惟辛壬與壬己之二正方比若辛壬與壬戊比因辛壬壬己壬戊爲連比例三率故也本卷二十題二系故辛壬與壬戊有等則辛戊與戊壬亦有等本卷十六又甲之正方與辛戊乙丁之矩

形等而甲之正方爲有比例面則辛戊乙丁之矩形爲有比例線乙丁上之有比例面故辛戊有比例與乙丁長短有等本卷二十一而與辛戊有等之戊壬亦有比例與乙丁長短有等丙丁與丁乙比既若己壬與壬戊比而丙丁丁乙爲僅正方有等之線則己壬壬戊亦爲僅正方有等之線惟壬戊有比例與乙丁長短有等故己壬壬戊爲僅正方有等二有比例線所以戊己爲斷線本卷七十四而丙丁丁乙上二正方之較積方邊與丙丁長短或有等或無等設有等則己壬壬戊上二正方之較積方邊與己壬長短亦有等若丙丁與所設之有比例線

有等則己壬與所設之有比例線亦有等若乙丁與有
等則壬戊亦與有等若丙丁丁乙皆與無等則己壬壬
戊亦皆與無等又設丙丁丁乙上二正方之較積方邊
與丙丁長短無等則己壬壬戊上二正方之較積方邊
與己壬長短亦無等若丙丁與所設之有比例線有等
則己壬與所設之有比例線亦有等若乙丁與有等則
壬戊亦與有等若丙丁丁乙皆與無等則己壬壬戊亦
皆與無等故戊己為斷線其二分己壬壬戊與合名線
之二分丙丁丁乙有等其比例皆同且為同類

第一百十四題

斷線上之矩形與有比例線之正方等則餘邊為合名線
其二分與斷線之二分有等且比例同亦為同類



解曰甲為有比例線乙丁為斷線設乙丁上
作矩形與甲之正方等餘邊為壬辛題言壬
辛為合名線其二分壬己己辛與乙丙丙丁
俱有等且比例同亦為同類
論曰設丁丙與乙丁同宗則乙丙丙丁為僅正方有等
二有比例線本卷七十四令乙丙與庚成矩形與甲之正方
等甲之正方為有比例面故乙丙及庚所成之矩形為
有比例線乙丙上之有比例面是以庚為有比例線與

乙丙長短有等本卷二十一又乙丙庚之矩形既與乙丁壬
辛之矩形等則乙丙與乙丁比若壬辛與庚比六卷十六惟
乙丙大於乙丁故壬辛大於庚設壬戊與庚等則壬戊
與乙丙長短有等又乙丙與乙丁比若壬辛與壬戊比
轉理乙丙與丙丁比若壬辛與辛戊比設壬辛與辛戊
比若辛己與己戊比則餘壬己與己辛比若壬辛與辛
戊比即若乙丙與丙丁比五卷十九惟乙丙丙丁為僅正方
有等之線故壬己己辛亦為僅正方有等之線又壬辛
與辛戊比既若壬己與己辛比而壬辛與辛戊比又若
辛己與己戊比則壬己與己辛比若辛己與己戊比而

一率與三率比若一率二率之二正方比六卷二十題二系故
壬己與己戊比若壬己己辛之二正方比而壬己己辛
之二正方有等蓋壬己己辛為正方有等之二線故也
即壬己與己戊長短有等故壬己與壬戊長短有等本卷
十六惟壬戊有比例與乙丙長短有等故壬己亦有比例
與乙丙長短有等又乙丙與丙丁比既若壬己與己辛
比則屬理乙丙與壬己比若丙丁與己辛比惟乙丙與
壬己有等故丙丁與己辛有等本卷十又乙丙丙丁為僅
正方有等二有比例線故壬己己辛亦為僅正方有等
二有比例線所以壬辛為合名線本卷三十七而乙丙丙丁

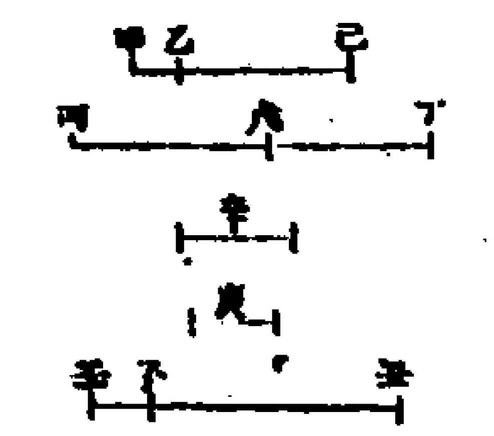
上二正方之較積方邊與乙丙長短或有等或無等設有等則己壬己辛上二正方之較積方邊與己壬有等若乙丙與所設之有比例線有等則己壬與所設之有比例線亦有等若丙丁與有等則己辛亦與有等若乙丙丙丁皆與無等則己壬己辛亦皆與無等設乙丙丙丁上二正方之較積方邊與乙丙無等則己壬己辛上二正方之較積方邊與己壬亦無等若乙丙與所設之有比例線有等則壬己與所設之有比例線亦有等若丙丁與有等則己辛亦與有等若乙丙丙丁皆與無等則壬己己辛亦皆與無等故壬辛爲合名線其二分壬己己辛與乙丙丙丁二分各有等且比例同亦爲同類

本卷中界說本卷下界說

第一百十五題

斷線與合名線成矩形若斷線之二分與合名線之二分有等且比例同則等面之方邊爲有比例線

解曰甲乙斷線與丙丁合名線成矩形設合名線之二分丙戊戊丁與斷線之二分甲己己乙有等且比例同等面之方邊爲庚題言庚爲有比例線



論曰置有比例線辛於丙丁上作矩形與辛之正方等餘邊爲壬子一卷四十五則壬子爲斷線其二分壬丑子丑與合名線之二分丙戊戊丁有等比例亦同本卷一百十三惟丙戊戊丁與甲己己乙有等而比例同故甲己與己乙比若壬丑與丑子比五卷十一甲己與壬丑比若己乙與丑子比故餘甲乙與餘壬子比若甲己與壬丑比五卷十九惟甲己與壬丑有等所以甲乙與壬子有等本卷十惟甲乙與壬子比若丙丁甲乙之矩形與丙丁壬子之矩形比六卷一故丙丁甲乙之矩形與丙丁壬子之矩形有等惟丙丁壬子之矩形與辛之正方等故丙丁甲乙之矩形與辛之正方有等惟丙丁甲乙之矩形與庚之正方等故庚辛之二正方有等惟辛之正方爲有比例面故庚之正方亦爲有比例面所以庚爲有比例線其正方與丙丁甲乙之矩形等是以斷線與合名線成矩形若斷線之二分與合名線之二分有等且比例同則等面正方之邊爲有比例線

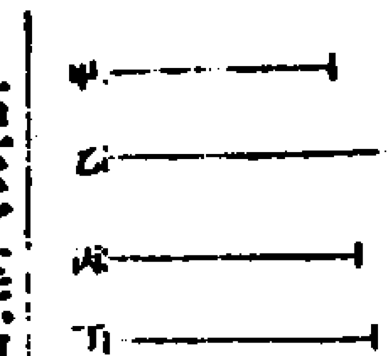
系準題無比例線之矩形中亦有有比例面

第一百十六題

從中線起依法遞推得無數無比例線各與前六和六較線皆不同類

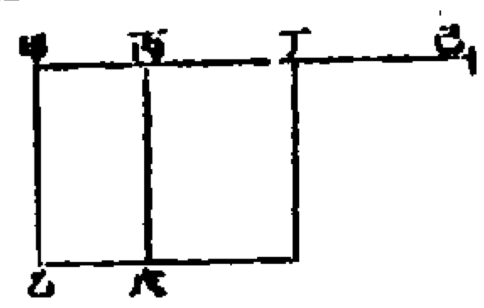
解曰甲爲中線從甲起依法遞推得無數無比例線題

言此無數無比例線各與前六和六較線皆
不同類



論曰設有比例線乙令丙之正方與甲乙之
矩形等則丙為無比例線說本卷上界十一葢凡無比例線與
有比例線成矩形為無比例之面故也本卷三十九題案此面
與前諸題中六和六較線之正方面不同類葢前諸題
中各線之正方積在有比例線上其餘邊皆非中線故
也本卷六十一至六十六又九十八至一百三又令丁之正方與乙丙之矩
形等則丁之正方為無比例面本卷三十九題案所以丁為無
比例線與前六和六較線不同類葢前諸題中各線之

正方積在有比例線上其餘邊皆非丙故也依此法遞
推可得無數無比例線皆與六和六較線不同類
又解曰以甲丙為中線題言從甲丙起遞推得無數無
比例線各與前六和六較線不同類
論曰設甲乙有比例線與甲丙成乙丙矩形則乙丙為
無比例面其等積方邊無比例以丙丁為等積方邊則

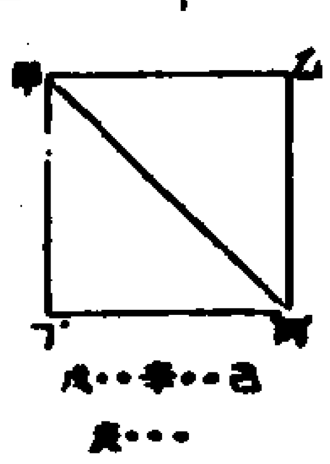


丙丁無比例而與前六和六較線不同類葢前
諸線之正方積在有比例線上其餘邊皆非中
線故也又成戊丁矩形則戊丁為無比例面其
等積方邊為丁己亦無比例與前六和六較線

不同類葢前諸線之正方積在有比例線上其餘邊皆
非丙丁故也所以從中線起依法遞推可得無數無比
例線皆與六和六較線不同類

第一百十七題

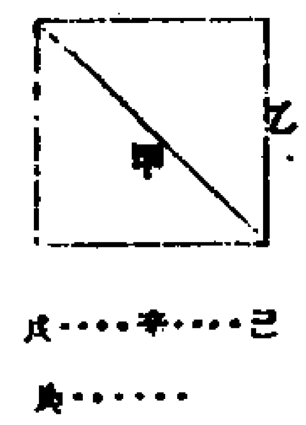
凡正方形之邊與對角線無等
解曰甲乙丙丁為正方形甲丙為對角線題言甲丙與
甲乙無等



論曰甲丙與甲乙若有等則二數必皆為
偶或皆為奇此理卽甲丙之正方倍於甲
乙之正方可明之一卷四十七甲丙與甲乙有

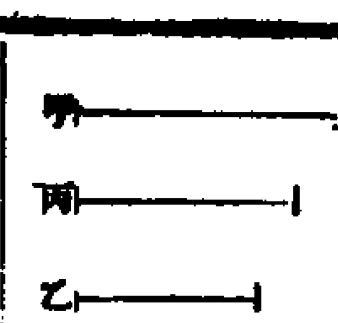
等則甲丙與甲乙比若二數比令二數若戊己與庚而
為同比最小數設戊己為一則一與庚比若甲丙與甲
乙比惟甲丙大於甲乙則戊己大於庚於理不合故戊
己非一而為數又甲丙與甲乙比旣若戊己與庚比則
甲丙甲乙之二正方比若戊己與庚之二正方比而甲
丙之正方倍與甲乙之正方故戊己之正方倍於庚之
正方則戊己之正方為偶數而戊己亦為偶數葢無論
有若干數其邊為奇則其積亦必為奇其邊為偶則其
積亦必為偶也九卷二十三故戊己為偶平分戊己於辛戊
己與庚旣為同比之最小數則相與為無等之數戊己

為偶，庚必為奇。若庚亦為偶，則二可度戊己，亦可度庚。蓋凡偶數可折半故也。今戊己與庚為無等之數，於理不合。故庚必為奇數。戊己既倍於戊辛，則戊己之正方必四倍戊辛之正方八卷十一。惟戊己之正方倍於庚之正方，故庚之正方倍於戊辛之正方。所以庚之正方為偶九卷二十九。今庚為奇，於理不合。故甲丙與甲乙長短非有等，而為無等之線。



又解曰：甲為對角線，乙為邊。題言甲與乙長短無等。

論曰：若云甲與乙有等，試令甲與乙比若戊己與庚比，而戊己與庚為同比最小數，則相與為無等之數七卷二十四。設庚為一。甲與乙比既若戊己與庚比，則甲乙之二正方比若戊己與庚之二正方比。惟甲之正方倍於乙之正方，故戊己之正方倍於庚之正方。惟庚為一，故戊己之正方為二。於理不合，故庚非一而為數。又甲與乙之二正方比若戊己與庚之二正方比，則反理乙與甲之二正方比若庚與戊己之二正方比。惟乙之正方可度甲之正方，故庚之正方可度戊己之正方。所以庚可度戊己八卷十四。惟庚亦可自度，是庚可度戊己及庚兩無等數之數，於理不合。故甲與乙長短非有等，而為無等之線。



案：凡求得無等二線，如甲乙，必得其外無等諸面。如以丙線為甲乙連比例中率六卷十三，則甲與乙比若甲丙線上二相似等勢形比。形無論或方或矩形，或以二線為徑而作圓六卷二十。凡二圓相比如徑線上二正方相比十二卷二。故求得無等二線，必可得無等諸面。

又案：有二面，準前案，即知其相與有等無等。設有二體，欲知其相與或有等或無等，於甲乙二線上作相似等高諸體，或為平行稜體，或為錐體，則其相與之比如底面之比十一卷三十二十二卷五十六。其底面相與若有等，則其體亦有等本卷十。若無等，則其體亦無等。

又案：設有甲乙二圓面，其上作二等高圓錐體，則二體之比若二圓面之比。其二圓面相與若有等，則其體亦有等；若無等，則其體亦無等本卷十。所以體之有等無等，一如面與線也。

幾何原本第十一卷之首

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

界說二十九則

第一界

體者有長短厚薄廣狹

第二界

體之界爲面

第三界

線與平面內諸線成直角則爲面之垂線

第四界

二面相遇此面內與遇線成直角之諸線亦與彼面內之諸線成直角則此面爲彼面之垂面

第五界

凡線斜遇平面任從斜線一點作面之垂線復自垂線底作平線至斜線底則平線與斜線相交之角度即斜線之倚度

第六界

二面斜相遇二面內有二線相遇與面之遇線俱成直角則此二線之倚度即二面之倚度

第七界

有二面俱斜遇平面俱如上有二相遇線其倚度同則二面之倚度亦同

第八界

凡平行面引而廣之至無盡界永不相遇

第九界

體之面數同面勢亦同謂之相似體

第十界

體之面數同面勢及大小俱同謂之相等相似體

第十一界

凡三線不在一个面內相遇于一點其遇角爲體角四線以上俱同又三面以上相遇于一點理亦同

第十二界

凡諸邊形爲底其上各面遇于一點而成體角謂之稜錐體

第十三界

凡體有二面平行相等相似餘面俱爲矩形謂之平行稜體

第十四界

以圜徑爲心線以半圜爲界旋轉成體謂之球體

第十五界

半圓旋轉成體其心線不動名球體軸線

第十六界

半圓旋成之體體之心點即半圓之心點

第十七界

凡線過球心之兩界謂之徑線

第十八界

以直角三角形之一邊爲心線旋轉成體謂之圓錐體如心線與餘邊相等則爲直角錐體如小於餘邊則爲鈍角體大于餘邊則爲銳角體

第十九界

凡直角三角形旋轉成體其心線不動謂之圓錐軸線

第二十界

三角形之餘邊旋成員面即圓錐底

第二十一界

以長方形之一邊爲心線旋轉成體謂之圓柱體

第二十二界

長方旋轉成體其心線不動謂之圓柱軸線

第二十三界

長方形之底邊旋成圓面即圓柱底

第二十四界

凡大小圓錐體或圓柱體其軸線與底之徑線比例同則謂之相似圓錐圓柱體

第二十五界

凡體以六個相等之正方爲界謂之正六面體即立方體

第二十六界

凡體以四個相等等邊三角形爲界謂之正四面體

第二十七界

凡體以八個相等等邊三角形爲界謂之正八面體

第二十八界

凡體以十二個相等等邊等角五邊形爲界謂之正十二面體

第二十九界

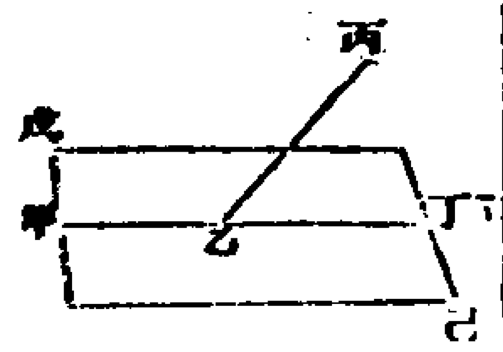
凡體以二十個相等等邊三角形爲界謂之正二十面體

幾何原本第十一卷 論體一

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

第一題

凡直線不能一分在面內一分在面外



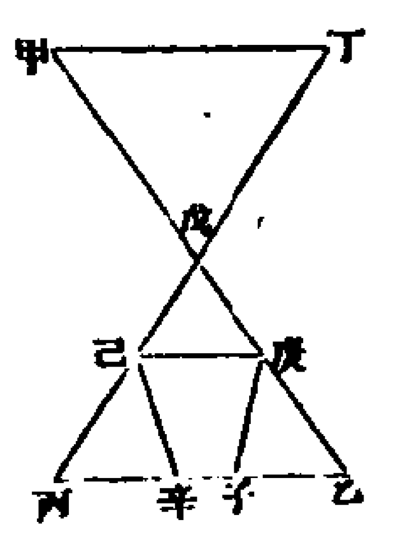
解曰戊己爲面甲乙爲面內之線丙爲面外之點題言甲乙丙不能爲直線

論曰若云甲乙丙爲直線其下甲乙一分在面內其上乙丙一分在面外試引長甲乙得面內之線乙丁是甲乙丙甲乙丁二直線俱有甲乙之

一分于理不合葢彼此二直線相遇止有一點否則二直線合爲一是以凡直線不能一分在面內一分在面外

第二題

凡二直線相交則二線必在一面內又凡三角形亦必在一面內



解曰甲乙丙丁二線交于戊點題言甲乙丙丁二線必在一個面內又凡三角形亦必在一個面內

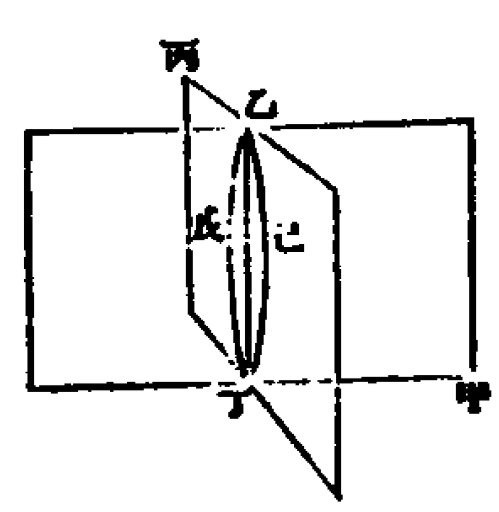
論曰戊乙戊丙二線內取己庚二點作乙丙己庚二線又作己辛庚子二線則知戊乙丙三角形在一面內葢戊乙丙三角形之一分己辛丙或庚乙子在一面內若其餘分在他面內則戊丙或戊乙二直線俱一分在一面內一分在面外又戊丙乙三角形之一分己丙乙庚在一面內若其餘分戊己庚在他面內則戊丙戊乙二直線俱一分在一面內一分在面外于理不合本卷一故戊乙丙三角形在一面內惟戊乙丙三角形所在之面即戊丙戊乙二直線所在之面又戊丙戊乙二直線所在之面亦即甲乙丙丁二直線所在之面本卷一是以相交之甲乙丙丁二直線必在一面

內而凡三角形亦必在一面內

第三題

凡二平面相交其交線必爲直線

解曰甲乙丙丁二平面相交于丁乙線題言丁乙必爲直線

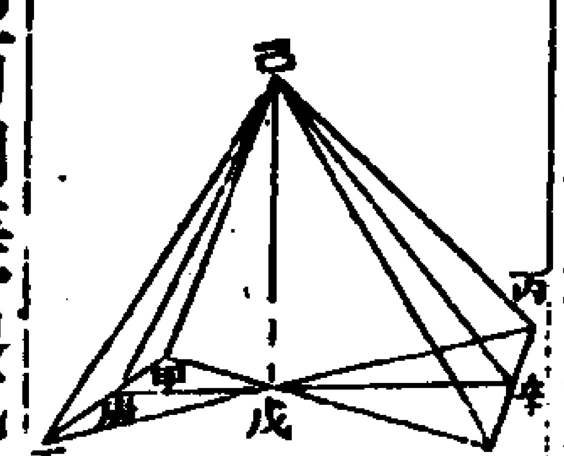


論曰若謂丁乙非直線而于甲乙面內從丁至乙作丁戊乙直線丙丁面內作丁己乙直線則丁戊乙丁己乙二直線同以丁乙二點爲界而函乙戊丁己面于理不合一卷論十二所以丁戊乙丁己乙皆非直線丁乙二點界內甲乙丙

丁二面之交線丁乙之外更無直線是以二平面相交其交線必爲直線

第四題

凡直線過他二線之交點各與成直角則此直線與他二線所在之面亦成直角



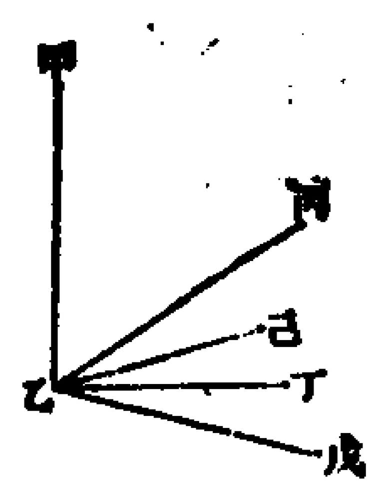
解曰戊己直線過甲乙丙丁二線之交點戊各與成直角題言戊己與甲乙丙丁所在之面亦成直角

論曰設甲戊戊乙丙戊戊丁四直線兩兩相等過戊點任作庚戊辛線又作甲丁丙乙二線任取戊己線一點己作己甲己庚己丁己丙己辛己乙諸線甲戊戊丁二線既與丙戊戊乙二線等而其角亦等卷一十五則甲丁底線與乙丙底線亦必等卷一四而甲戊丁三角形與丙戊乙三角形等丁甲戊角與戊乙丙角等甲戊庚角與乙戊辛角亦等卷一十五故甲庚戊乙辛戊兩三角形彼此有二角相等甲戊乙戊各爲二角所夾之邊亦相等故彼此餘二邊亦相等卷一二十三所以庚戊與戊辛等甲庚與乙辛等又甲戊與戊乙既相等而己戊爲二直角之公邊則己甲與己乙二底邊等卷一四己丙與己丁相等理同又甲丁既等于乙丙而己甲等

于己乙則己甲甲丁二邊與己乙乙丙二邊各相等己丁與己丙二底邊等本論故己甲丁角與己乙丙角等卷一八又甲庚與乙辛等本論而己甲與己乙等故己甲甲庚二邊與己乙乙辛二邊各相等又己甲庚角與己乙辛角等本論故己庚與己辛二底邊等卷一四又庚戊與戊辛等而戊己爲公邊本論則庚戊戊己二邊與辛戊戊己二邊各相等而己辛與己庚二底邊等故庚戊己角與辛戊己角等卷一八所以庚戊己辛戊己俱爲直角故己戊任于何處遇戊點必與庚辛成直角而凡同面之線與戊己線相遇俱成直角理同凡線與面內之諸線成直角則爲面之垂線本卷界說三故戊己與甲乙丙丁二線所在之面成直角是以凡直線與他二線交于一點各與成直角則與二線所在面亦成直角

第五題

凡直線與他三線遇于一點且俱與成直角則三線必在一個面內



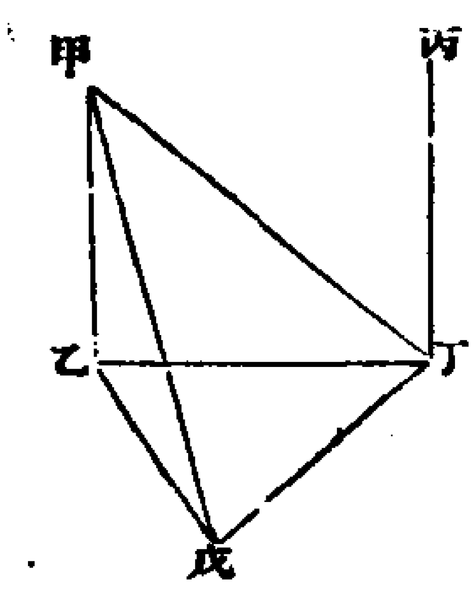
解曰甲乙直線與乙丙乙丁乙戊三線遇于乙點各成直角題言乙丙乙丁乙戊必在一個面內

論曰若云乙丁乙戊同在面內而乙丙

在面外試以此面爲平面而以甲乙乙丙所在之面爲垂面引而廣之則二面相遇之線爲平面內之直線設爲乙己本卷三 是甲乙乙丙乙己三線皆在垂面內又甲乙既與乙丁乙戊二線俱成直角則必與乙丁乙戊二線所在之面亦成直角本卷四 惟乙丁乙戊所在之面爲平面而甲乙爲平面之垂線所以亦爲平面內所遇諸線之垂線本卷界說三 惟乙己在平面內而遇甲乙故甲乙己爲直角而甲乙丙角題亦設爲直角是甲乙己甲乙丙二角等而乙丙不在平面內于理不合公論九 故乙丙非在平面之外而乙丙乙丁乙戊皆在一個面內是以凡直線與三線遇于一點且俱與成直角則三線必在一個面內

第六題

凡二線俱與一面成直角則二線必爲平行線

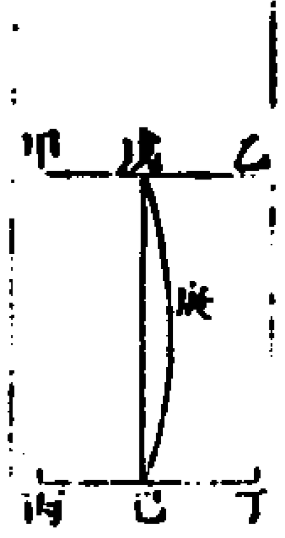


解曰甲乙丙丁二線俱與一面成直角題言甲乙丙丁必爲平行線

論曰于所遇面之乙丁二點作乙丁直線又于面內作丁戊與乙丁成直角令丁戊等于甲乙又作乙戊甲戊甲丁三線甲乙既爲面之垂線則亦爲面內所遇諸線之垂線本卷界說三 惟乙丁乙戊皆在面內而遇甲乙故甲乙丁甲乙戊皆爲直角丙丁乙丙丁戊皆爲直角理同又甲乙既等于丁戊而乙丁爲公邊則甲乙乙丁二邊與戊丁丁乙二邊相等而各成直角故甲丁與乙戊二底邊等一卷四 又甲乙既等于丁戊而甲丁等于乙戊則甲乙乙戊二邊與戊丁丁甲二邊相等二底邊同爲甲戊故甲乙戊角與戊丁甲角等一卷八 惟甲乙戊爲直角故戊丁甲亦爲直角所以戊丁爲丁甲之垂線惟亦爲乙丁丁丙二線之垂線故戊丁與乙丁丁甲丁丙三線俱成直角于丁點則乙丁丁甲丁丙必在一面內本卷五 惟甲乙亦在乙丁丁甲所在之面內凡三角形必在一面內故也本卷二 所以甲乙乙丁丁丙三線皆在一面內而甲乙丁及丙丁乙二角爲直角故甲乙與丙丁平行一卷二十八 是以凡二線俱與一面成直角則二線必爲平行線

第七題

凡二線平行任于二線內各取一點作線聯之此聯線必在二平行線所在之面



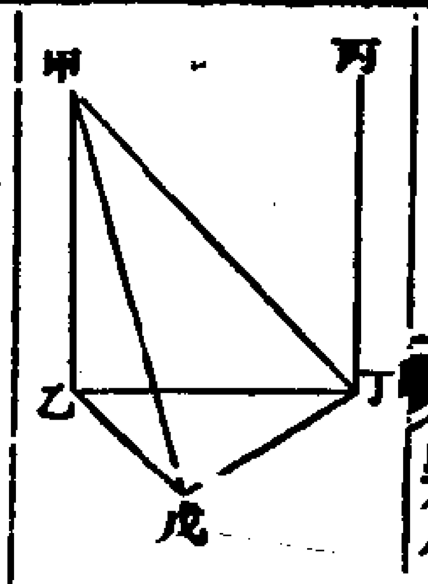
解曰于甲乙丙丁二平行線內取戊己二點作線聯之題言戊己聯線必在二平行線所在之面

論曰若云戊己聯線在面之外如戊庚己依戊庚己作一平面與二平行線所在之面相交其交線爲直線戊己本卷三則戊庚己戊己二直線中函一面于理不合公論十二故聯戊己二點之線不能出甲乙丙丁二平行線所在之面外是以于二平行線內各取一點作聯線此聯線必在二平行線所在之面

第八題

凡二平行線此線與面成直角則彼線與面亦成直角

解曰甲乙丙丁二平行線甲乙與面成直角題言丙丁與面亦成直角

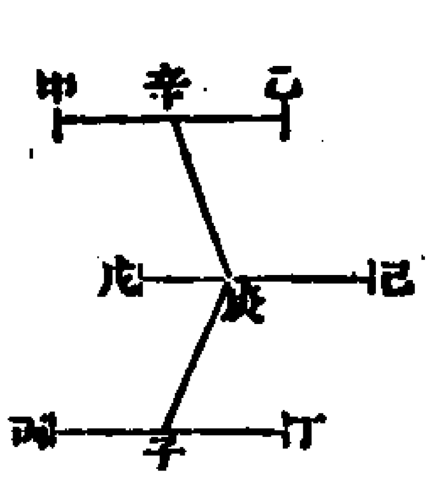


論曰設甲乙丙丁與面遇于乙丁二點作乙丁線則甲乙丁丙丁乙三線必在一個面內本卷七于本面內作丁戊線與乙丁成直角令丁戊與甲乙等又作乙戊甲戊甲丁三線甲乙既爲本面之垂線則亦爲本面內所遇諸線之垂線本卷界說三故甲乙丁甲乙戊皆爲直角乙丁線既遇甲乙丙丁二平行線則甲乙丁丙丁乙二角必與二直角和等一卷二十九惟甲乙丁爲直角故丙丁乙亦爲直角所以丙丁爲乙丁之垂線又甲乙丁與戊丁乙同爲直角甲乙既等于丁戊而乙丁爲二角之公邊則甲丁底邊與乙戊底邊亦等一卷四甲乙既等于丁戊而乙戊等于甲丁則甲乙戊二邊與戊丁丁甲二邊各相等而甲戊爲公邊所以甲乙戊角等于戊丁甲角惟甲乙戊爲直角故戊丁甲亦爲直角而戊丁爲丁甲之垂線惟戊丁亦爲丁乙之垂線故戊丁爲乙丁丁甲所在面之垂線本卷四則必爲面內所遇諸線之垂線惟丁丙在乙丁丁甲二線所在之面因甲乙乙丁二線皆在乙丁丁甲所在之面故也本卷二惟甲乙乙丁二線皆在丁丙所在之面本卷七故戊丁與丁丙成直角惟丁丙與乙丁亦成直角是丙丁與丁戊丁乙相交之二線成直角于丁

點卽與丁戊丁乙所在之面成直角本卷四惟丁戊丁乙所在之面卽本面是以丙丁與本面成直角

第九題

凡二直線與他線非同面而皆與平行則此二線亦必平行



解曰甲乙丙丁二線與戊己線非同面而皆與平行題言甲乙與丙丁亦必平行

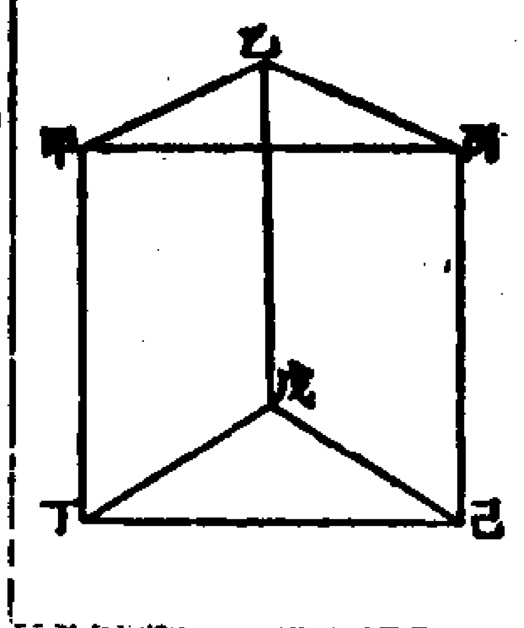
論曰戊己線內任取庚點作庚辛線在戊己甲乙二線所在面內而與戊己成直角又作庚子

線在戊己丙丁二線所在面內亦與戊己成直角戊己既爲庚辛庚子二線之垂線則戊己與庚辛庚子二線所在之面成直角本卷四 而戊己與甲乙平行故甲乙與辛庚子三點所在之面亦成直角本卷八 丙丁與辛庚子三點所在之面成直角理同是甲乙丙丁各與辛庚子三點所在之面成直角凡二線與一面成直角則此二線必平行本卷六 是以甲乙與丙丁平行

第十題

凡二相遇線與他面二相遇線俱平行則彼此二角等

解曰甲乙乙丙二相遇線與他面丁戊戊己二相遇線

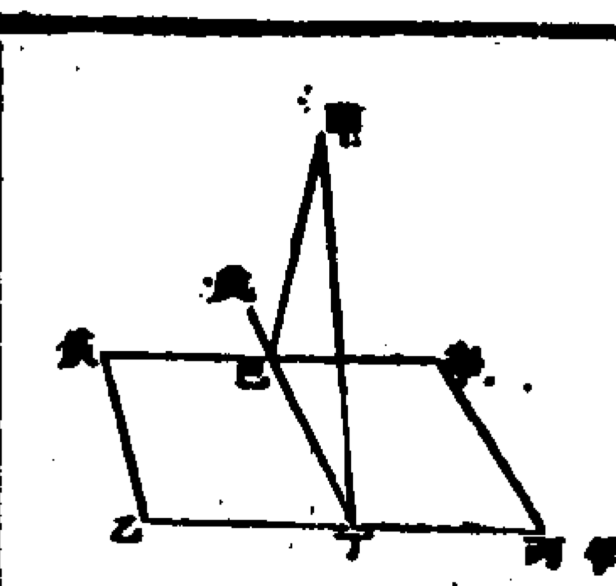


平行題言甲乙丙角與丁戊己角等

論曰取乙甲乙丙戊丁戊己四線俱等而作甲丁丙己乙戊甲丙丁己五聯線乙甲既與戊丁平行則甲丁與乙戊相等亦平行一卷三十五 丙己與乙戊亦相等而平行理同凡二直線皆與他面直線平行則二線亦必平行本卷九 故甲丁與丙己相等而平行甲丙丁己爲二聯線亦相等而平行又甲乙乙丙二邊既與丁戊戊己二邊相等而甲丙底邊與丁己底邊等則甲乙丙角與丁戊己角等一卷八 是以相遇線與他相遇線平行則彼此二角等

第十一題

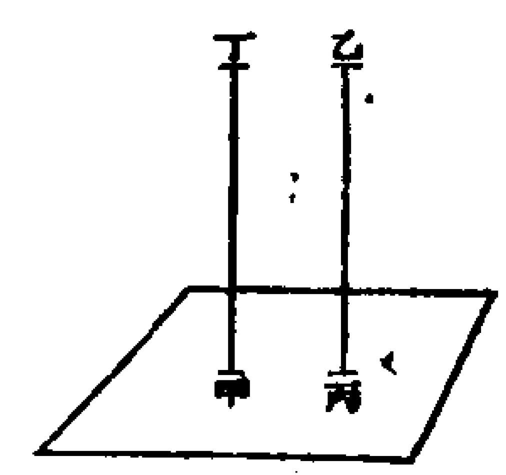
面外有點從點求作本面之垂線



法曰甲爲面外之點從甲點求作面之垂線法于面內任作乙丙線從甲點作乙丙之垂線甲丁本卷十二 若甲丁卽本面之垂線則所求已得若非則于本面內從丁點作乙丙之垂線丁戊一卷十一 次從甲點作丁戊之垂線甲己本卷十二 過己點作庚辛線與乙丙平行乙丙既與甲丁丁戊俱成直角卽與甲丁丁戊

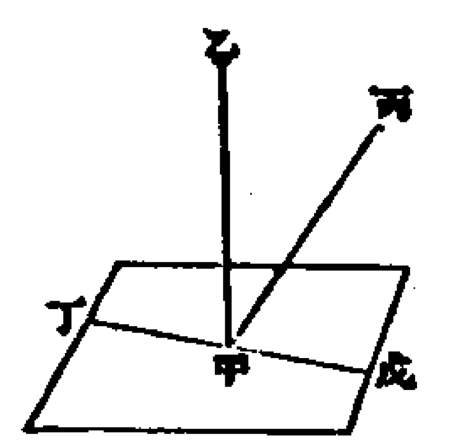
二線所在之面成直角而與庚辛平行凡二平行線此線與面成直角則彼線與面亦必成直角本卷八 所以庚辛與甲丁丁戊所在之面成直角而與本面內所遇之諸線亦成直角本卷界說三 惟甲己在戊丁丁甲所在之面而與庚辛遇故庚辛爲甲己之垂線卽甲己爲庚辛之垂線惟甲己亦爲丁戊之垂線是甲己爲庚辛丁戊二線之垂線凡直線遇他二線于交點而與二線俱成直角則必與二線所在之面成直角本卷四 所以甲己與戊丁庚辛二線所在之面成直角惟戊丁庚辛所在之面卽本面故甲己爲從甲點至本面之垂線

第十二題
面內有點。從點求作本面之垂線。



法曰。甲爲面內之點。從甲求作直線與面成直角。任取面外乙點。作面之垂線乙丙。本卷十一 從甲作甲丁線與乙丙平行。一卷三十一 甲丁丙乙二線既平行。而乙丙與面成直角。則甲丁亦必與面成直角。本卷八 故甲丁爲本面甲點上之垂線。

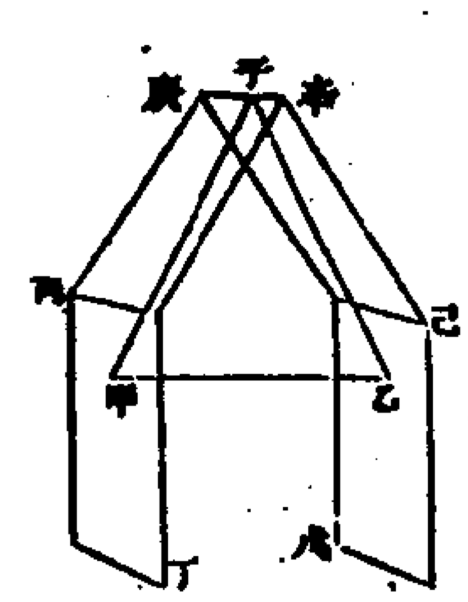
第十三題
面內一點上不能作二垂線。



解曰。甲爲面內一點。題言甲點上不能作二垂線。

論曰。若云甲點上可作甲乙、甲丙二線皆與本面成直角。試作甲乙、甲丙所在之面。此面交本面必過甲點。而與本面成一直線。本卷三 設直線爲丁甲戊。則甲乙、甲丙、丁甲戊三線在一面內。丙甲線既與本面成直角。則凡與本面內所遇之線皆成直角。本卷界說三 惟丁甲戊直線在本面內。而遇丙甲。則丙甲戊爲直角。乙甲戊爲直角。理同。是丙甲戊與乙甲戊兩角等。而在一面內。于理不合。公論九 是以面內一點上不能作二垂線。

第十四題
直線爲二面之垂線。則二面必爲平行面。



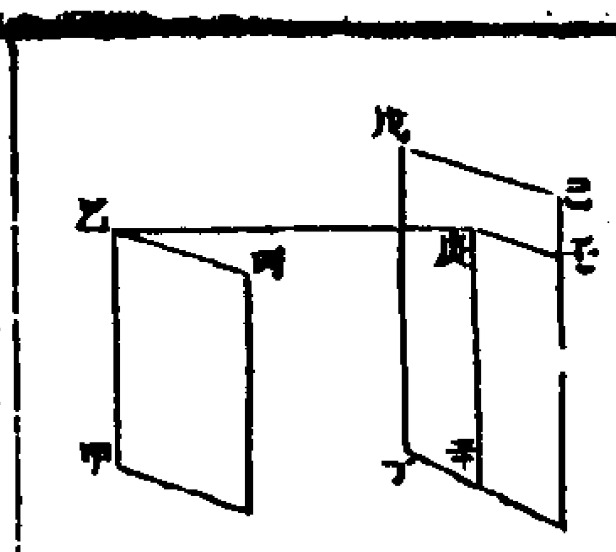
解曰。甲乙直線爲丙丁、戊己二面之垂線。題言丙丁、戊己必爲平行面。

論曰。若云二面非平行。則引而廣之必相遇。設遇線爲庚辛。本卷三 庚辛內任取子點。作甲子、乙子二線。甲乙既爲戊己面之垂線。則必爲戊己面內乙子線之垂線。本卷界說三 所以甲乙子爲直角。乙甲子亦爲直角。理同。是甲乙子三角形內之甲乙二角和等于二直角和。于理不合。一卷十七 故丙丁、戊己二面引而廣之。必不相遇。而爲平行。是以直線爲二面之垂線。則二面必平行。

第十五題
此面內二相遇線與彼面內二相遇線平行。則二面必平行。

解曰。此面內甲乙、乙丙二相遇線與彼面內丁戊、戊己二相遇線平行。題言甲乙、乙丙所在之面與丁戊、戊己所在之面。引而廣之。永不相遇。

論曰。從乙點作乙庚。爲丁戊、戊己所在面之垂線。與面

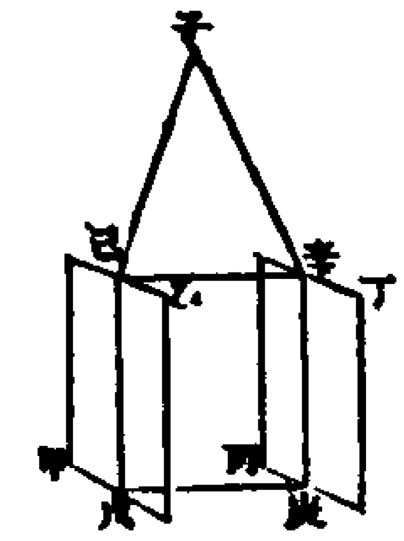


遇于庚點本卷十一 自庚點作庚辛與戊丁平行作庚子與戊己平行一卷三十一 乙庚既爲丁戊戊己所在面之垂線則與本面內所遇諸線成直角本卷界說三 而庚辛庚子皆于丁戊戊己所在面內遇乙庚故乙庚辛乙庚子皆爲直角又乙甲既與庚辛平行則庚乙甲乙庚辛二角之和與二直角之和等一卷二十九 惟乙庚辛爲直角故庚乙甲亦爲直角而乙庚爲乙甲之垂線又爲乙丙之垂線理同乙庚既與甲乙乙丙二線相遇于交點俱成直角則乙庚亦爲甲乙乙丙所在面

之垂線本卷四 惟乙庚爲甲乙乙丙及丁戊戊己所在二面之垂線則二面必平行本卷十四 是以此面內二相遇線與彼面內二相遇線平行則二面亦必平行

第十六題

凡二平行面與他面相交其二交線必平行

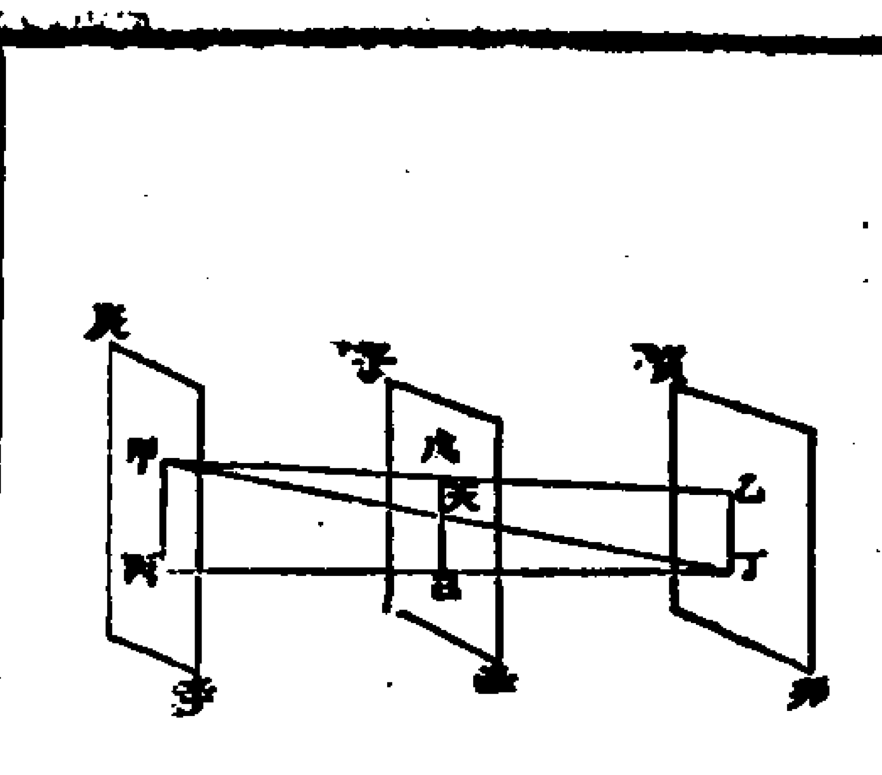


解曰如戊辛面交甲乙及丙丁二平行面其二交線爲戊己庚辛題言戊己庚辛必平行

論曰若云戊己庚辛二線非平行則或向己辛或向戊庚引長之必相遇設向己辛相遇于子點戊己子線既在甲乙面則戊己子內無論何點必皆在一面內而子點爲戊己子內之一點故子點在甲乙面又子點亦在丙丁面理同是甲乙丙丁二面引而廣之當相遇矣惟二面平行必不能遇故戊己庚辛二線向己辛引長之必無相遇之理向戊庚引長之亦不相遇理同凡二線兩端各引長之永不相遇爲平行線一卷界說三十五 是以二平行面與他面交其二交線必平行

第十七題

凡二直線爲諸平行面所割各分爲若干段則二線之諸段兩兩比例同



解曰甲乙丙丁二直線爲庚辛子丑寅卯三平行面所割分于甲戊乙丙己丁六點題言甲戊與戊乙二線比若丙己與己丁二線比

論曰作甲丙乙丁甲丁三線令甲丁遇子丑面于天點作戊天己線子丑寅卯二平行面既與戊乙丁天面相遇則其遇線戊天乙丁爲平行線本卷十六 又庚辛子丑二面既與甲天己丙面相遇則其遇線甲天己丙亦爲平行線理

同惟戊天與甲乙丁三角形之邊乙丁平行故甲戊與戊乙比若甲天與天丁比（六卷二）又天己與甲丁丙三角形之邊甲丙平行故甲天與天丁比若丙己與己丁比而甲天與天丁比若甲戊與戊乙比（本論）故甲戊與戊乙比若丙己與己丁比（五卷十一）是以二直線為諸平行面所割分為若干段諸段必兩兩比例同

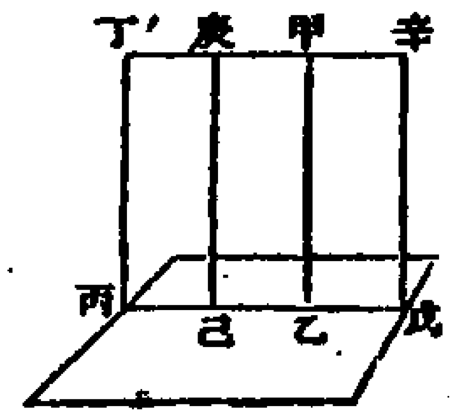
第十八題

凡直線與平面成直角則直線所在之諸面與本面亦成直角

解曰甲乙直線與平面成直角題言甲乙所在之諸面

與本面亦成直角

論曰設丁戊為甲乙所在之面丙戊為丁戊與本面之遇線于丙戊線內任取己點于丁戊面內作己庚線與丙戊成



直角甲乙既為本面之垂線則必為本面內所遇諸線之垂線（本卷界說三）所以亦為丙戊之垂線而甲乙己為直角惟庚己乙亦為直角故甲乙與庚己二線平行（本卷二十八）惟甲乙與本面成直角故庚己與本面亦成直角（本卷八）凡二面相遇此面內與遇線成直角之諸線亦與彼面成直角則此面為彼面之垂面（本卷界說四）今丁戊面內直線己庚與遇線丙戊成直角而與本面亦成直角則丁戊面與本面必成直角凡甲乙線所在之諸面皆與本面成直角理同是以凡直線與平面成直角則直線所在之諸面與本面亦成直角

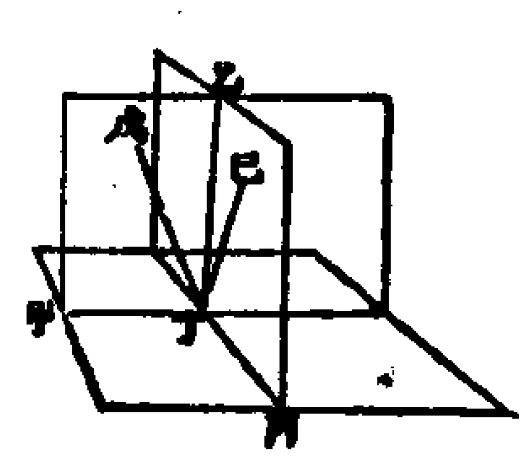
第十九題

凡相交之二面俱與他面成直角則二面之交線亦與他面成直角

解曰甲乙乙丙為相交之二面與他面俱成直角其交線乙丁題言乙丁與他面亦成直角

論曰若云交線與他面不成直角而于甲乙面內作丁

戊線與甲丁成直角乙丙面內作丁己線與丙丁成直角（十一卷一）甲乙面既與他面成直角而甲乙面內之丁戊線與其交線甲丁成直角則丁戊必為他面之垂線又丁己為他面之垂線理同是他面丁點上有



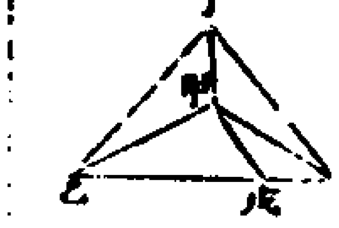
二垂線于理不合（本卷十三）故甲乙丙乙二面之交線丁乙而外無他線為他面丁點上之垂線是以相交之二面俱與他面成直角則其交線亦與他面成直角

第二十題

凡體角為三面角所成則任取二面角之和必大于餘一

面角。

解曰：甲體角為乙甲丙、丙甲丁、丁甲乙三面角所成，題言任幷其二角必大于餘一角。

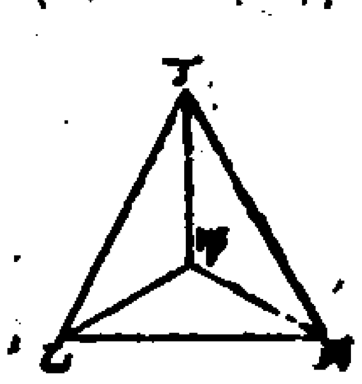


論曰：設乙甲丙、丙甲丁、丁甲乙三角俱相等，則其二角之和必大于餘一角，理自明。設三角不相等，乙甲丙為三角中之最大者，試于乙甲丙面角內取乙甲戊角與丁甲乙角等（一卷二十三），令甲戊與甲丁線等（一卷三），又令經過戊點之線乙戊丙與甲乙、甲丙二線交于乙、丙二點，次作丁乙、丁丙二線。丁甲既等于甲戊，而甲乙為公邊，則丁甲、甲乙二邊與甲戊、甲乙二邊等，而丁甲乙與乙甲戊二角又等，故丁乙與乙戊二底邊等（一卷四）。夫丁乙、丁丙二邊和大于乙丙邊，而丁乙與乙戊等（本論），則丁丙必大于戊丙。又丁甲既等于甲戊，而甲丙為公邊，丁丙底邊大于戊丙底邊，則丁甲丙角必大于戊甲丙角（一卷二十五）。而丁甲乙角等于乙甲戊角（本論），所以丁甲乙、丁甲丙二角和必大于乙甲丙角。或丁甲乙為最大角，餘二角之和必大于本角，理同。是以體角為三面角所成，任幷其二面角，必大于餘一面角。

第二十一題

凡成體角之諸面角和必小于四直角和。

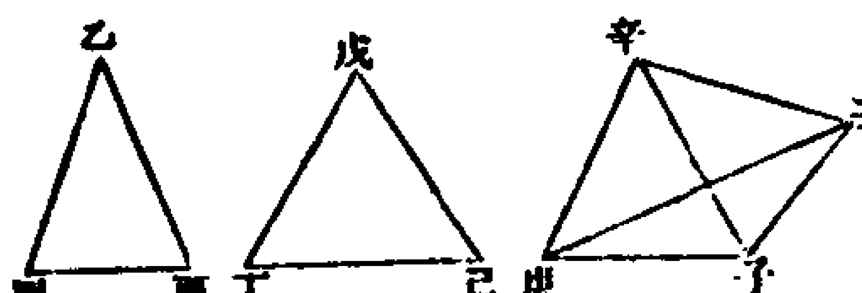
解曰：甲體角為乙甲丙、丙甲丁、丁甲乙三面角所成，題言三角之和必小于四直角和。



論曰：甲乙、甲丙、甲丁三線內任取乙、丙、丁三點，作乙丙、丙丁、丁乙三線，則有體角乙為丙乙甲、甲乙丁、丁乙丙三面角所成，其中任取二角和必大于餘一角（本卷二十），故丙乙甲、甲乙丁二角之和必大于丙乙丁角。又乙丙甲、甲丙丁二角之和必大于乙丙丁角，丙丁甲、甲丁乙二角之和必大于丙丁乙角，理同。所以丙乙甲、甲乙丁、乙丙甲、甲丙丁、丙丁甲、甲丁乙六角之和大于丙乙丁、乙丁丙、丁丙乙三角之和。惟丙乙丁、乙丙丁、丙丁乙三角之和與二直角之和等（一卷三十二），故丙乙甲、甲乙丁、乙丙甲、甲丙丁、丙丁甲、甲丁乙六角之和必大于二直角。惟甲乙丙、甲丙丁、甲丁乙三三角形每三角之和各與二直角和等，則九角之和必與六直角和等，而其中甲乙丙、乙丙甲、甲丙丁、丙丁甲、甲丁乙、丁乙甲六角之和大于二直角和，故其餘乙甲丙、丙甲丁、丁甲乙三角之和必小于四直角之和。是以成體角之諸面角和必小于四直角和。

第二十二題

凡三面角任取二角之和大于餘一角其諸邊俱等則其邊界之三聯線可成三角形任幷二線必大於餘一線

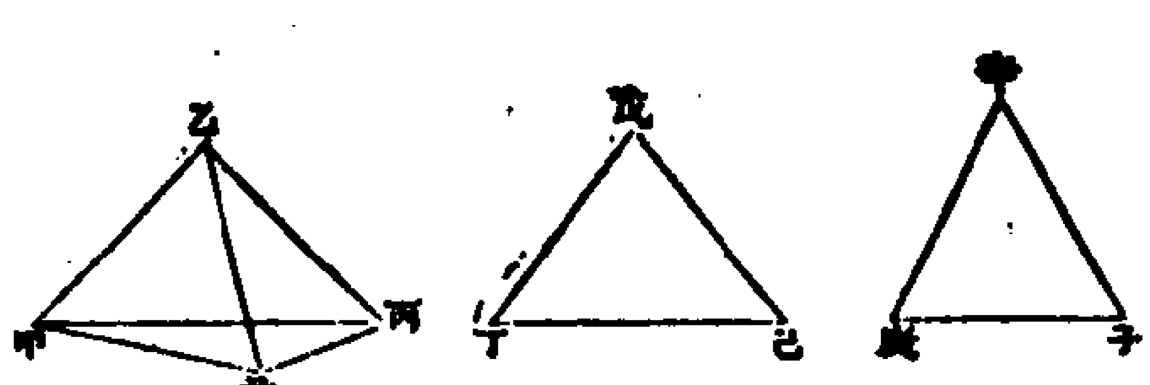


解曰甲乙丙丁戊己庚辛子三面角任取二角和大于餘一角或甲乙丙丁戊己和大于庚辛子角或丁戊己庚辛子和大于甲乙丙角或庚辛子甲乙丙和大于丁戊己角其甲乙乙丙丁戊戊己庚辛辛子六邊俱相等而作甲丙丁己庚子三聯線題言此三聯線可成三角形即三線中任幷其二必大於餘一線

論曰如甲乙丙丁戊己庚辛子三角俱相等則甲丙丁己庚子三線可成三角形理易明若不相等試于辛子線內辛點上作子辛丑角與甲乙丙角等一卷二十三令辛丑與甲乙乙丙丁戊戊己庚辛辛子俱相等又作庚丑子丑二線甲乙丙二邊既與子辛丑二邊等而乙角與子辛丑角等則甲丙底邊與子丑底邊等又甲乙丙庚辛子二角之和既大于丁戊己角而甲乙丙角與子辛丑角等則庚辛丑角必大于丁戊己角又庚辛辛丑二邊之和既等于丁戊戊己二邊之和而庚辛丑角大于戊角則庚丑底邊必大于丁己底邊一卷二十四惟庚子子丑二線之和大于庚丑線一卷二十故庚子子丑和必甚大于丁己惟子丑與甲丙等所以甲丙庚子二線之和大于餘一線丁己又甲丙丁己二線之和大于庚子而庚子丁己二線之和大于甲丙理同故甲丙丁己庚子三線可成三角形一卷二十三

又解曰甲乙丙丁戊己庚辛子爲三面角任幷二角大于餘一角以甲乙丙丁戊戊己庚辛辛子六相等線爲三角之諸邊而作甲丙丁己庚子三聯線題言此三聯線可成三角形任幷二線必大于餘一線

論曰如乙戊辛三角俱等則甲丙丁己庚子三線亦俱

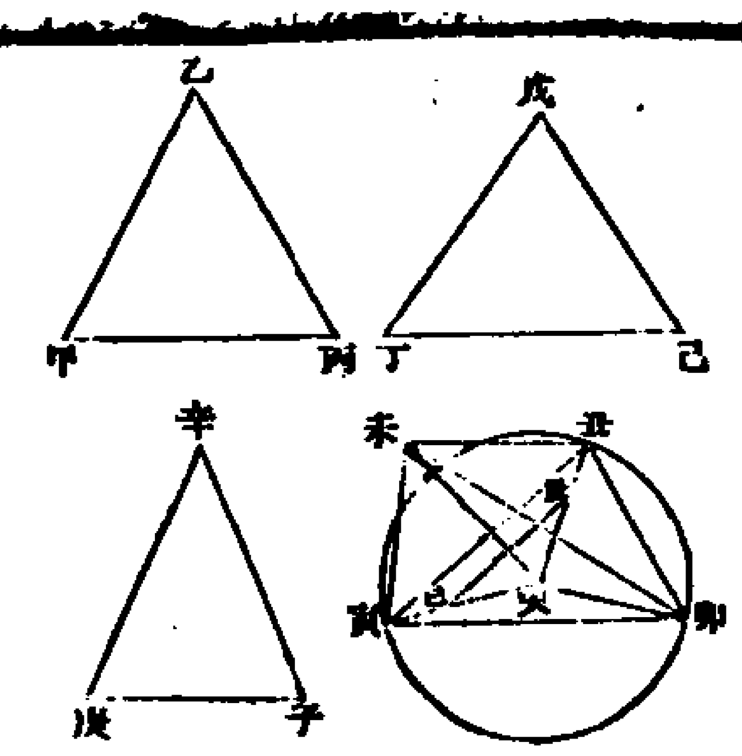


等故任幷其二線必大于餘一線一卷二十四若乙戊辛三角不等設乙角大于戊辛二角則甲丙線必大于丁己庚子二線一卷二十四故甲丙丁己或庚子甲丙二線和必大于餘一線理自明而丁己庚子二線之和亦必大于甲丙線試于甲乙線內乙點上作甲乙丑角與庚辛子角等一卷二十三令乙丑線與甲乙乙丙丁戊戊己庚辛辛子六線俱等而作甲丑甲丙二線甲乙乙丑二邊既等于庚辛辛子二邊而甲乙丑角與辛角等則甲丑與庚子二底邊必等一卷

四又戊辛二角之和既大于甲乙丙角而辛角與甲乙
丑角等則所餘之戊角必大于丑乙丙角又丑乙乙丙
二邊既等于丁戊戊己二邊而丁戊己角大于丑乙丙
角則丁己底邊必大于丑丙底邊一卷二十四　惟庚子與甲
丑等本論故丁己庚子二線之和大于甲丑丑丙二線之
和惟甲丑丑丙二線之和大于甲丙一卷二十　故丁己庚子
和甚大于甲丙是以甲丙丁己庚子三線中任取二線
之和必大于餘一線所以甲丙丁己庚子三聯線可成
三角形一卷十二

第二十三題

有三面角其和小于四直角之和任取二角之和大于餘
一角求作體角



法曰如甲乙丙丁戊己庚辛子三
面角任取二角之和大于餘一角
三角之和小于四直角之和求作
體角先截甲乙丙丁戊戊己庚
辛辛子六線令俱等次作甲丙丁
己庚子三聯線此三線成三角形
本卷二十二　即丑寅卯形甲丙與丑寅等丁己與寅卯等庚
子與丑卯等一卷二十二　次作切丑寅卯三角之圜周四卷五

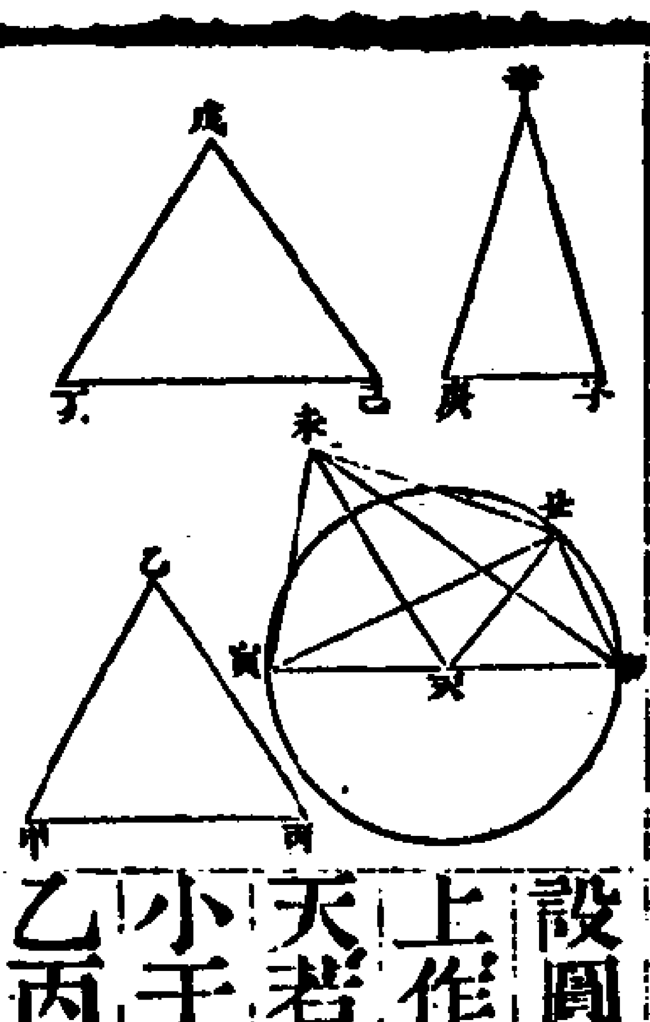
次求圜心天或在三角形界內或恰在界上或在界外
設在界內作丑天寅天卯天三線則甲乙必大于丑天
若云不然而或等于丑天或小于丑天若等于丑天甲
乙既等于丑天而甲乙等于乙丙則丑天亦等于乙丙
惟丑天等于寅天故甲乙乙丙二邊等于丑天寅天二
邊而甲丙底邊等于丑寅底邊所以甲乙丙角等于丑
天寅角一卷八　丁戊己角等于寅天卯角庚辛子角等于
卯天丑角理同是甲乙丙丁戊己庚辛子三角等于丑
天寅寅天卯卯天丑三角而丑天寅寅天卯卯天丑三
角和與四直角和等是甲乙丙丁戊己庚辛子三角之

和與四直角和等而今小于四直角和于理不合故甲
乙不等于丑天又若小于丑天作天辰等于甲乙作天
巳等于乙丙又作辰巳聯線甲乙既等于乙丙則天辰
等于天巳故辰丑等于巳寅所以丑寅與辰巳平行而
丑寅天與辰巳天二三角形等角六卷二　故天丑與丑寅
比若天辰與辰巳比六卷四　屬理丑天與天辰比若丑寅
與辰巳比五卷十六　惟丑天大于天辰故丑寅亦大于辰巳
惟丑寅等于甲丙故甲丙大于辰巳甲乙乙丙二邊既
等于辰天天巳二邊而甲丙底邊大于辰巳底邊則甲
乙丙角大于辰天巳角一卷二十四　丁戊己角大于寅天卯

角庚辛子角大于卯天丑角理同故甲乙丙丁戊己庚辛子三角和大于丑天寅寅天卯卯天丑三角和惟甲乙丙丁戊己庚辛子三角和小于四直角和則丑天寅寅天卯卯天丑三角和必甚小于四直角和今等于四直角和于理不合故甲乙非小于丑天亦不等于丑天本論所以必大于丑天從天點作天末線與平圓面成直角令天末之正方與甲乙丑天之二正方較積等本卷十二作末丑末寅末卯三線末天既為丑寅卯平面之垂線則必為丑天寅天卯天三線之垂線本卷界說三又丑天既等于寅天而天末為公邊各成直角則末丑底邊等于

末寅底邊一卷四又末卯與末丑末寅俱等理同故末丑末寅末卯三線俱等又天末之正方既等于甲乙及丑天之二正方較則甲乙之正方等于丑天天末之二正方和惟末丑之正方等于丑天天末之二正方和因丑天末為直角故也一卷十七是甲乙之正方等于末丑之正方故甲乙等于末丑惟乙丙丁戊戊己庚辛辛子五線俱等于甲乙而末寅末卯二線俱等于末丑所以甲乙乙丙丁戊戊己庚辛辛子六線與末丑末寅末卯三線俱等又丑末末寅二邊既等于甲乙乙丙二邊而丑寅底邊等于甲丙底邊則丑末寅角等于甲乙丙角一卷八

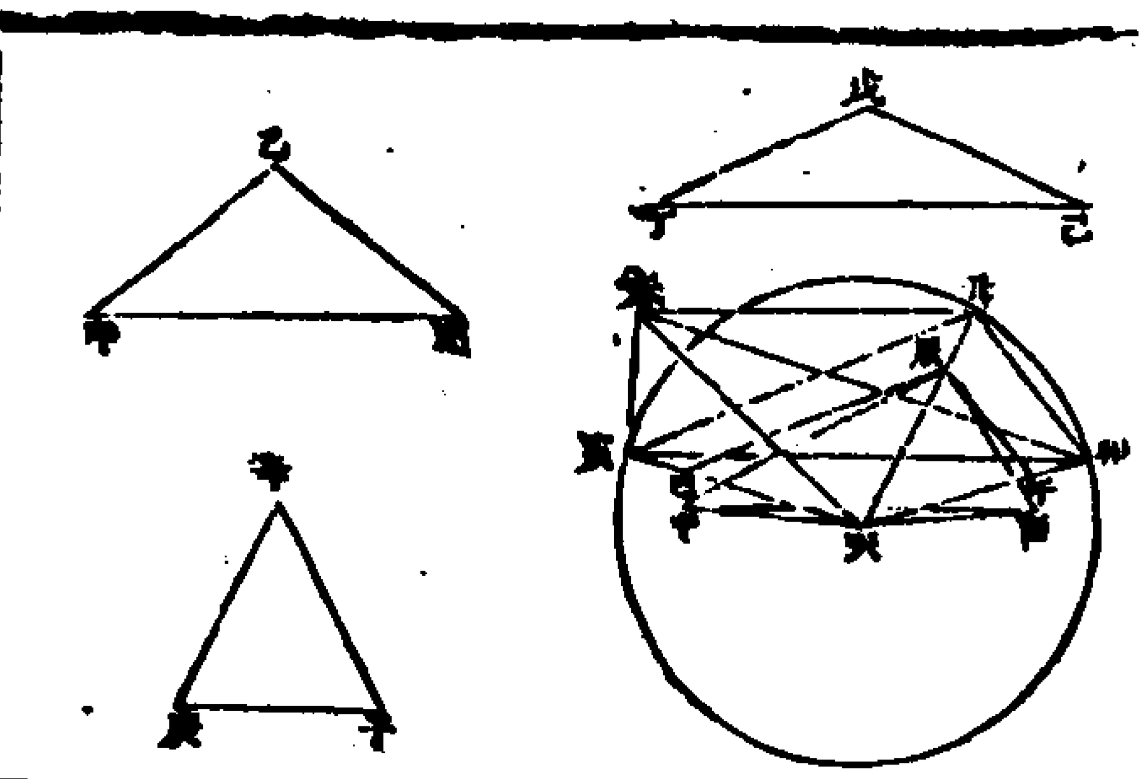
又寅末卯角等于丁戊己角丑末卯角等于庚辛子角理同故體角末為丑末寅寅末卯卯末丑三面角所成卽為甲乙丙丁戊己庚辛子三面角所成



設圓心天恰在三角形寅卯界上作天丑線則甲乙必大于丑天若云不然而或等于丑天或小于丑天若等于丑天則甲乙乙丙二邊和卽丁戊戊己二邊和等于寅天天丑二邊和卽等于寅卯線而寅卯等于丁己是丁戊戊己和等于丁己于理不合一卷二十故甲乙

不等于丑天若小于丑天于理更不合故亦不小于丑天所以甲乙必大于丑天如前作末天線與平圓面成直角令其正方與甲乙丑天之二正方較積等卽得所求

又設圓心天在三角形丑寅卯界外作丑天寅天卯天三線甲乙必大于丑天若云不然而或等于丑天或小于丑天若等于丑天則甲乙乙丙二邊等于寅天天丑二邊而甲丙底邊亦等于寅丑底邊故甲乙丙角等于寅天丑角一卷八又庚辛子角等于丑天卯角理同所以和角寅天卯等于甲乙丙庚辛子二角之和惟甲乙丙



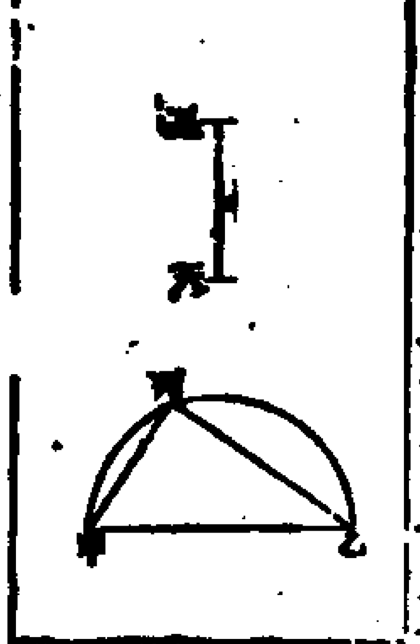
庚辛子二角之和大于丁戊己角故寅天卯角大于丁戊己角夫丁戊戊己二邊既等于寅天天卯二邊而丁己底邊等于寅卯底邊則寅天卯角等于丁戊己角一卷八今乃大于丁戊己角于理不合故甲乙非等于丑天若小于丑天作天辰線等于甲乙作天巳線等于乙丙又作辰巳聯線甲乙既等于乙丙則天辰必等于天巳故辰丑等于巳寅所以丑寅與

辰巳平行六卷二而丑寅天與辰巳天二三角形等角所以丑天與丑寅比若辰天與辰巳比六卷四屬理丑天與天辰比若丑寅與辰巳比惟丑天大于天辰故丑寅亦大于辰巳惟丑寅等于甲丙故甲丙大于辰巳甲乙乙丙二邊既等于辰天天巳二邊而甲丙底邊大于辰巳底邊則甲乙丙角必大于辰天巳角一卷二十五又取天午線等于天辰而作辰午聯線則庚辛子角大于辰天午角理同于丑天線內天點上作丑天申角等于甲乙丙角作丑天酉角等于庚辛子角令申天天酉二線各等于辰天作辰申辰酉申酉三聯線甲乙乙丙二線既等

于辰天天申二線而甲乙丙角等于辰天申角則甲丙即丑寅底邊等于辰申底邊一卷四丑卯等于辰酉理同又丑寅丑卯二邊既等于辰申辰酉二邊而寅丑卯角大于申辰酉角則寅卯底邊必大于申酉底邊一卷二十四惟寅卯等于丁己故丁己大于申酉丁戊戊己二邊既等于申天天酉二邊而丁己底邊大于申酉底邊則丁戊己角大于申天酉角一卷二十五惟申天酉角與甲乙丙庚辛子二角和等故丁戊己角必大于二角和今小于二角和于理不合故甲乙非小于丑天亦不等于丑天本論所以必大于丑天如前作天未線與平圜面成直角

令其正方與甲乙丑天之二正方較積等即得所求

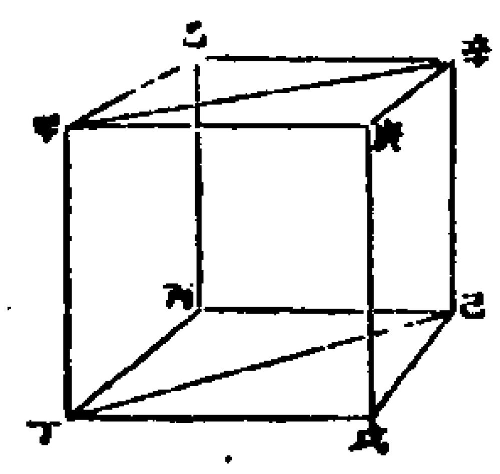
附求取未點令未天之正方等于甲乙丑天之二正方



較積法甲乙大于丑天于甲乙上作甲丙乙半圜于半圜內作甲丙直線等于丑天而作乙丙聯線甲丙乙既為負半圜角則必為直角三卷十三故甲乙之正方等于甲丙丙乙之二正方和一卷四十七所以甲乙甲丙之二正方較等于丙乙之正方惟甲丙等于丑天所以甲乙丑天之二正方較等于丙乙之正方故取天未等于丙乙則甲乙丑天之二正方較必等于天未即得所求

第二十四題

凡體以六平行面為界則其相對之面必俱等而為平行邊形

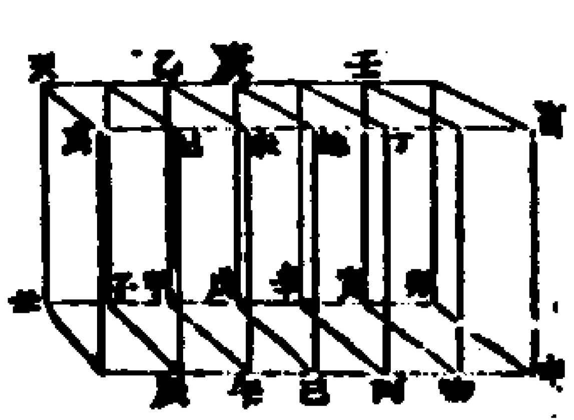


解曰設丙庚體以甲丙庚己甲辛丁己乙己甲戊六平行面為界題言相對之面俱相等而為平行邊形

論曰甲辛丁己二平行面既交於甲丙面則其二交線平行本卷十六故甲乙與丁丙平行又乙己甲戊二平行面亦交於甲丙面則二交線亦必平行故甲丁與乙丙平行而甲乙與丁丙平行本論所以甲丙為平行邊形又丁己庚己甲辛己乙甲戊五面皆為平行邊形理同作甲辛丁己二對角線甲乙既與丁丙平行而乙辛與丙己平行則甲乙乙辛二相遇線與丁丙丙己二相遇線平行而非在一面故所成之甲乙辛與丁丙己二角相等本卷十又甲乙乙辛二邊既與丁丙丙己二邊等而甲乙辛角與丁丙己角等一卷三十四則甲辛與丁己二底邊等而甲乙辛與丁丙己二三角形相等一卷四又乙庚平行邊形倍於甲乙辛三角形丙戊平行邊形倍於丁丙己三角形一卷三十四故乙庚與丙戊二平行邊形相等又甲丙庚己二平行邊形相等甲戊乙己二平行邊形相等理同是以凡體以六平行面為界則相對之面必俱相等而為平行邊形

第二十五題

凡立方體為平行於本體面之面所割分為二分則二分之底面比若二分之體積比



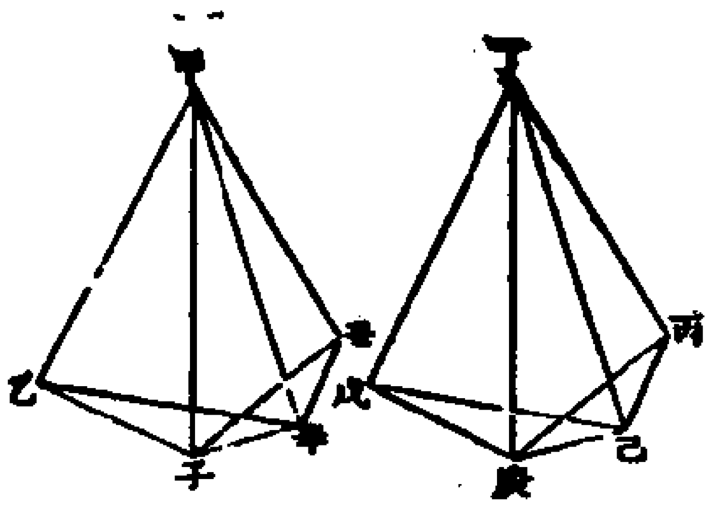
解曰甲丁立方體為平行於未甲丁辛二面之面地戊所割分為甲地戊丁二分題言甲己與戊丙二底面比若甲地與戊丁二體積比

論曰甲辛線二端俱引長之任取若干分如辛寅寅卯俱等於戊辛甲子子丑俱等於甲戊作丑辰子午辛物寅申四平行邊形又作丑巳子未丁寅寅酉四體丑子子甲甲戊三線既俱相等則丑辰子午甲己三平行邊形俱相等一卷三十八子天子乙甲庚三平行邊形亦俱相等又丑亥子巳甲未俱為相對平行邊形則俱相等本卷二十四戊丙辛物寅申三平行邊形俱相等辛庚辛壬壬卯三平行邊形俱相等丁辛壬物卯酉三平行邊形俱相等理同故丑巳子未甲地三立方體彼此有三面相等惟此三面各與所對之三面相等故丑巳子未甲地三立方體俱相等本卷界說十戊丁丁寅寅酉

三立方體俱相等理同故丑己底面爲甲己底面之幾倍若丑地方體爲甲地方體之幾倍卯己底面爲辛己底面之幾倍若卯地方體爲辛地方體之幾倍理同又若丑己與卯己二底面等則丑地與卯地二方體亦等若丑己大於卯己則丑地大於卯地若丑己小於卯己則丑地小於卯地故有四幾何爲甲己己辛二底面甲地地辛二方體又有甲己及甲地二幾何之相等若干倍幾何爲丑己底面及丑地方體己辛及地辛二幾何之相等若干倍幾何爲卯己底面及卯地方體準前論若丑己大於卯己則丑地大於卯地若面相等則體亦相等若丑己小則丑地亦小是以甲己與己辛二底面比若甲地與地辛二體積比五卷界說五

第二十六題

直線內任取一點於其上求作體角與所設體角等



法曰丁爲所設體角乃戊丁丙戊丁己己丁丙三面角所成今於甲乙線內任取甲點於其上作體角與丁角等先於丁己線內任取己點作己庚爲戊丁丙二線所在面之垂線遇面於庚本卷十一次作丁庚線次於甲點上作乙甲丑角與戊丁丙角等一卷二十三又作乙甲子角與戊丁庚角等令甲子等於丁庚一卷三從子點作子辛線與乙甲丑面成直角本卷十二令子辛等於庚己次作辛甲線則乙甲丑乙甲辛辛甲丑三面角所成之體角甲與戊丁丙戊丁己己丁丙三面角所成之體角丁等

論曰試取甲乙丁戊二相等線作辛乙子乙己戊庚戊四線己庚既爲戊丁丁丙所在面之垂線則亦爲本面內所遇諸線之垂線本卷界說三故己庚丁及己庚戊皆爲直角辛子甲辛子乙皆爲直角理同又子甲甲乙二邊既與庚丁丁戊二邊等則乙子與戊庚二底邊等一卷四

惟子辛等於庚己又皆與面成直角故辛乙等於己戊又甲子子辛二邊既等於丁庚庚己二邊而俱成直角則甲辛與丁己二底邊等惟甲乙等於丁戊故辛甲甲乙二邊等於己丁丁戊二邊而辛乙與己戊二底邊又等本論故乙甲辛與戊丁己二角等又若取甲丑丁丙二線相等而作子丑辛丑庚丙己丙四線則辛甲丑與己丁丙二角必等蓋乙甲丑與戊丁丙二角等而乙甲子與戊丁庚二角等本論則子甲丑與庚丁丙二餘角必等又子甲甲丑二邊既與庚丁丁丙二邊等而二角又等則子丑與庚丙二底邊等一卷四惟子辛等于庚己故丑

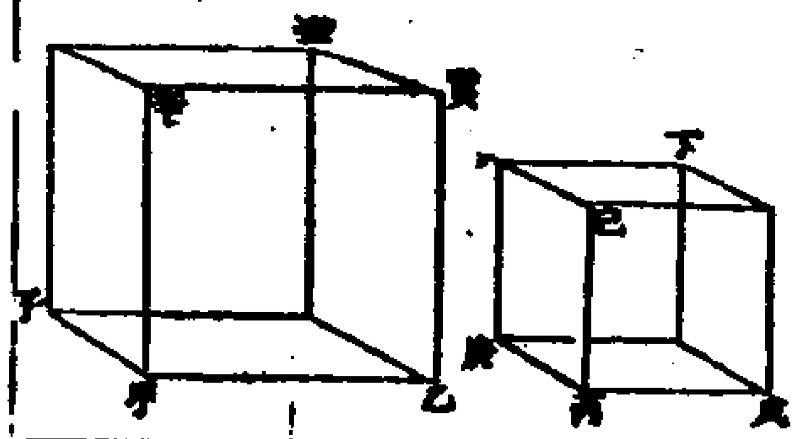
子子辛二邊等於丙庚庚己二邊而皆成直角則辛丑與己丙二底邊等辛甲甲丑二邊既等於己丁丁丙二邊本論而辛丑與己丙二底邊又等故辛甲丑與己丁丙二角等又乙甲丑與戊丁丙二角等乙甲辛與戊丁己二角等本論故直線內取一點所成體角與所設體角等

第二十七題

直線上求作方體與所設之方體相似且體勢等

法曰甲乙為直線丁丙為所設方體甲乙線上求作方體與丁丙相似且體勢等法於甲乙線內甲點上作乙甲辛辛甲子子甲乙三面角所成之體角與體角丙等

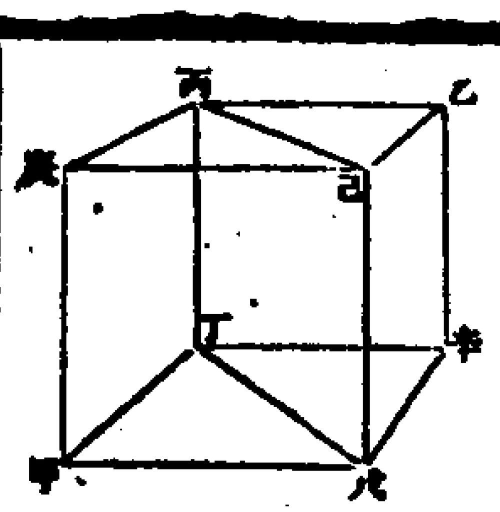
令乙甲辛與戊丙己二角等乙甲子與戊丙庚二角等子甲辛與庚丙己二角等又令戊丙與丙庚比若乙甲與甲子比庚丙與丙己比若子甲與辛甲比六卷十二平理戊丙與丙己比若乙甲與甲辛比五卷二十五補成乙辛方面及甲丑方體即得所求



論曰戊丙與丙庚比既若乙甲與甲子比則夾戊丙庚乙甲子二面角之邊比例同所以庚戊與子乙二方面相似六卷四又子辛與庚己二方面相似己戊與辛乙二方面相似理同故丙丁與甲丑二體彼此有三方面俱相似惟彼此三面各與所對之三面相等相似本卷二十四故丙丁與甲丑二體相似是以甲乙直線上所作方體甲丑與所設丙丁方體相似且體勢等

第二十八題

於方體之相對面內作二對角線在一個平面內此平面分方體為二等分



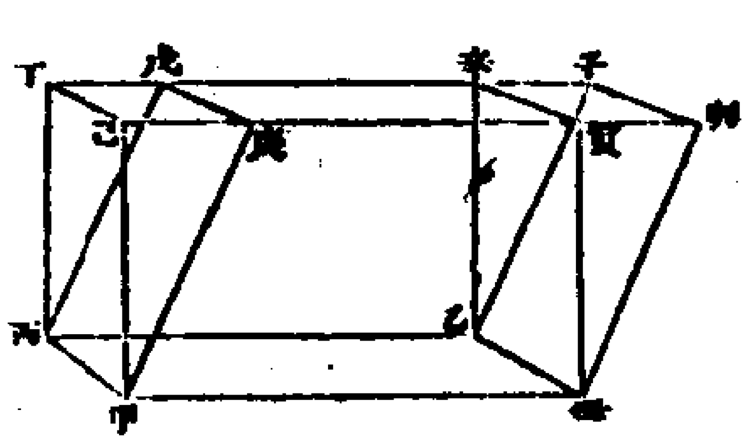
解曰於甲乙方體之相對面內作丙己丁戊二對角線在丙戊一個平面內題言丙戊面分甲乙體為二等分

論曰丙庚己與丙乙己二三角形既等甲

丁戊與丁戊辛二三角形又等一卷三十四而丙甲與所對乙戊二平行邊形等本卷二十四庚戊與丙辛二平行邊形等則丙庚己丁甲戊二三角形及庚戊甲丙丙戊三平形邊形五面為界之平行棱體等於丙己乙丁戊辛二三角形及丙辛乙戊戊丙三平行邊形五面為界之平行棱體因二體之面俱兩兩相等故也是以甲乙方體為丙戊平面分為二等分

第二十九題

二方體等高同一底面旁諸邊自底邊起同以二平行線為界則體積必等



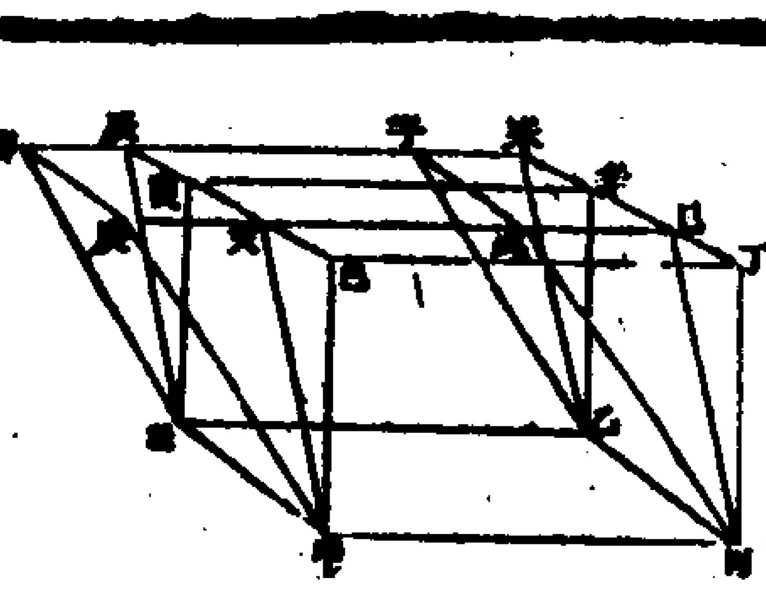
解曰丙寅丙卯二方體等高同以甲乙爲底面旁諸邊甲己甲庚丑寅丑卯與丙丁丙戊乙辛乙子八線自底邊起俱以己卯丁子二平行線爲界題言丙寅與丙卯二方體等積

論曰丙辛丙子既皆爲平行邊形則丙乙丁辛戊子三線俱相等三卷十四故丁辛等於戊子去公分戊辛則丁戊辛子二餘分等所以丁戊丙與辛子乙二三角形等一卷八而丁庚與辛卯二平行邊形等一卷三十六甲己庚與丑寅卯二三角形等理同丙己與乙寅二

平行邊形等丙庚與乙卯二平行邊形等俱對面故也本卷二十四故甲己庚丁戊丙二三角形甲丁庚丁庚丙三平行邊形五面爲界之甲戊平行棱體與丑寅卯乙辛子二三角形乙寅卯辛乙卯三平行邊形五面爲界之丑子平行棱體等本卷界說十各加甲乙庚辛二對面中間之公體甲辛則丙寅與丙卯二全體必等積是以二方體等高同一底面旁諸邊自底邊起同以平行線爲界則體積必等

第三十題

二方體等高同一底面旁諸邊自底邊起各用相似二平行線爲界則體積必等



解曰丙寅丙卯二方體等高同以甲乙爲底面旁諸邊甲己甲庚丑寅丑卯丙丁丙戊乙辛乙子八線自底邊起各以己丁寅辛及庚巳卯未相似二平行線爲界題言丙寅與丙卯二體等積

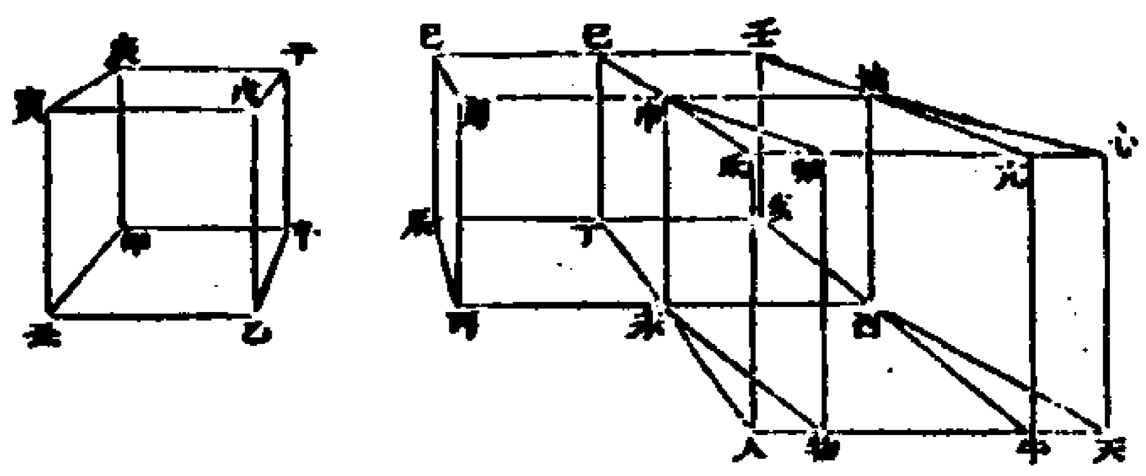
論曰引長卯子丁辛二線亦引長庚戊己寅二線令四線交於辰未巳天四點次作甲天丑辰丙巳乙未四線甲乙與己辛二面中間之體丙寅等於甲乙與天未二面中間之體丙辰因同以甲乙爲底面

幾何十一　書

其諸邊甲己甲天丑寅丑辰丙丁丙巳乙辛乙未八線皆起於底邊而皆以己辰丁未二平行線爲界故也本卷二十九甲乙與天未二面中間之體丙辰等於甲乙與庚子二面中間之體丙卯因同以甲乙爲底面而其諸邊甲庚甲天丙戊丙巳丑卯丑辰乙子乙未皆以庚巳卯未二平行線爲界故也本卷二十九所以丙寅與丙卯二體等積是以二方體等高同一底面旁諸邊從底界起各以相似二平行線爲界則體積必等

第三十一題

等高二方體若底面等則體積亦等



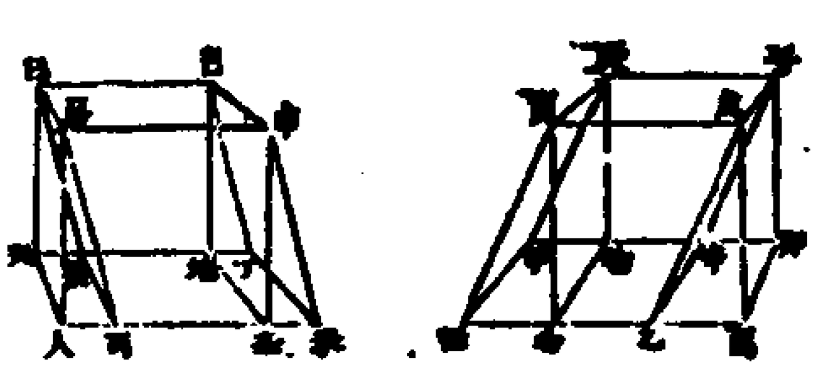
解曰甲戊丙己二等高方體在甲乙丙丁二相等底面上題言甲戊與丙己等積

論曰旁諸邊辛子乙戊甲庚丑寅辰巳丁己丙房未申與甲乙丙丁二底面俱成直角甲丑乙與丙未丁二角不等引長丙未至酉於未點上作酉未物角等於甲丑乙角令未酉等於甲丑未物等於丑乙（一卷二十三）過物點作天物線與未酉平行作未天底面作物地體酉未未物二邊既等於

甲丑丑乙二邊而未丑二角亦等則未天與辛丑二平行邊形相等相似又甲丑與未酉二邊既相等丑寅與未申二邊亦相等所成之角亦相等則未地與甲寅二平行邊形相等相似丑戊與申物二平行邊形相等相似理同是甲戊與物地二體各有三平行邊形兩兩相等相似其相對三面亦俱相等相似（本卷二十四）故甲戊與地物二體相等（本卷界說十）引長丁未天物二線遇於人點又自酉點作酉午與丁人平行引長酉午辰丁二線遇於亥點而作人地未壬二體則得未地與人亢二面中間之體地人等於未地與物心二面中間之體物地因

同以未地為底面旁邊未人未物酉午酉天申氐申卯地亢地心八線俱以人天氐心二平行線為界故也（本卷二十九）惟物地與甲戊二體等故地人與甲戊二體亦等又物酉與人酉二平行邊形等因同以未酉為底邊又同以未酉人天二平行線為界故也（一卷三十五）而物酉與丙丁二平行邊形等因俱等於甲乙故也故人酉與丙丁二平行邊形亦等惟丁酉為他平行邊形故丙丁與丁酉二面比若人酉與丁酉二面比（五卷七）而丙壬方體為丁酉二對面之平行面未己所割則丙丁與丁酉二底面比若丙己與未壬二體比（本卷二十五）人壬方體為二對面

之平行面未地所割則人酉與酉丁二底面比若人地與未壬二體比惟丙丁與丁酉二底面比若人酉與酉丁二底面比故丙己與未壬二體比若人地與未壬二體比（五卷十一）丙己人地二體與未壬體比例既同則丙己與人地二體等（五卷九）惟人地與甲戊二體等故甲戊與丙己二體等



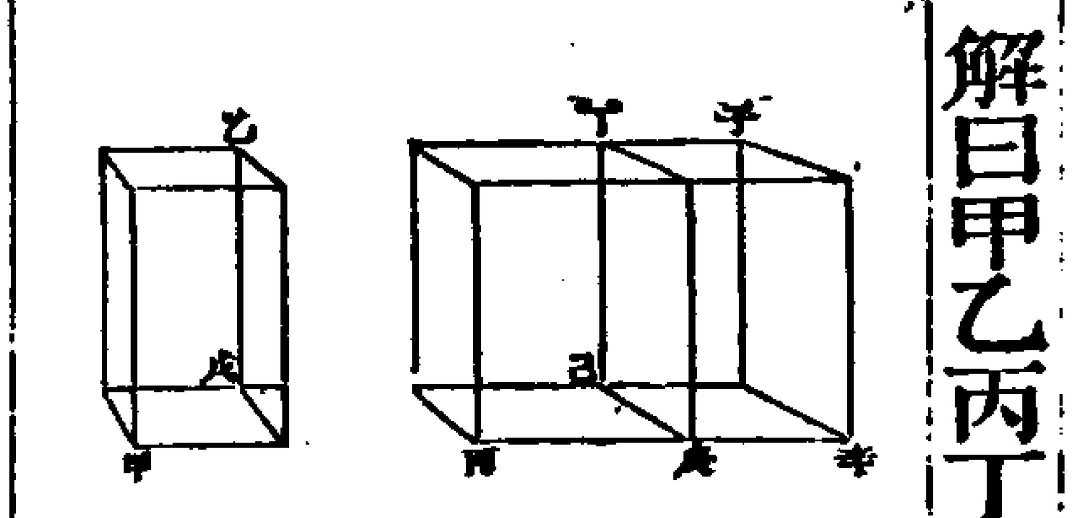
設旁邊甲庚辛子乙戊丑寅丙房辰巳丁己未申與甲乙丙丁二底面俱不成直角甲戊與丙己二斜方體亦等試於子戊庚寅巳己房申八點上作子卯戊酉庚物寅心

巳天己地房人申壬俱爲底面之垂線過底面於卯酉物心天地人壬八點又作卯酉物心卯物酉心天地天人人壬地壬八線則子心與巳壬二體等因皆在子寅巳申二相等底上而又等高其旁邊俱與底成直角故也本卷三十而子心與甲戊二體等巳壬與丙己二體等因同以子寅巳申爲底面而又等高其旁邊從底面起同以甲卯丑酉及天丁人未平行線爲界故也本卷三十故甲戊與丙己二體等是以等高二方體底面等體積亦必等。

第三十二題

二方體等高則二體積比若二底面比。

解曰甲乙丙丁二方體等高題言二體積比若二底面比即甲戊與丙己二底面比若甲乙與丙丁二體積比。

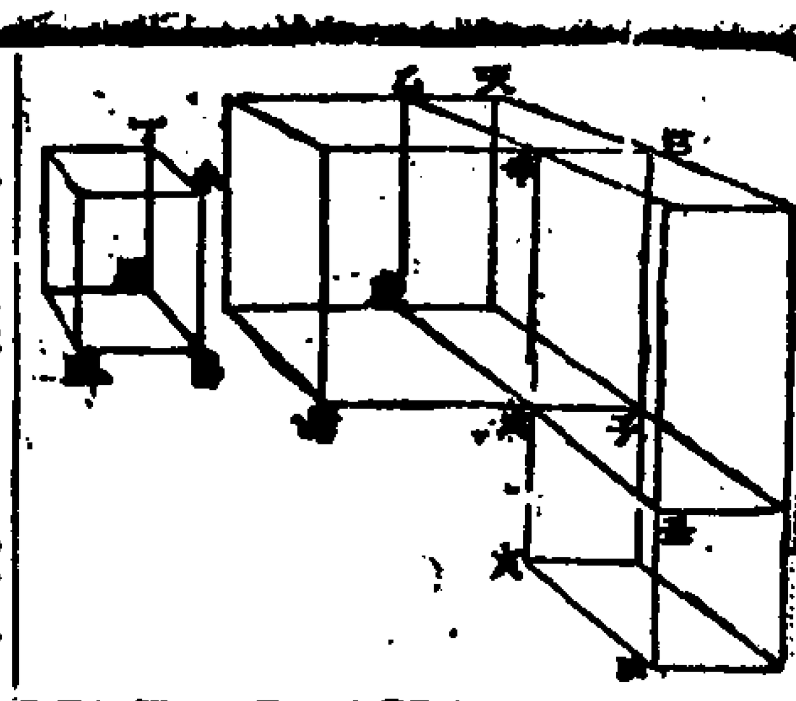


論曰己庚線上作己辛平行邊形與甲戊平行邊形等於上作庚子方體與丙丁方體等高一卷四十五則甲乙與庚子二體相等本卷三十一因二底面甲戊己辛等且等高故也則一如丙子方體爲二對面之平行面丁庚所割故辛己與丙己二底面比若辛丁與丁丙二體積比本卷二十五惟己辛與甲戊二底面相等庚子與甲乙二體積相等故甲戊與丙己二底面比若甲乙與丙丁二體積比是以二方體等高則二體積比若二底面比。

第三十三題

凡相似方體相與之比例爲其相當邊三次比例。

解曰甲乙丙丁爲二相似方體甲戊丙己爲二相當邊題言甲乙丙丁二體積之比例爲甲戊與丙己二邊三次比例。



論曰引長甲戊庚戊辛戊成戊子戊丑戊寅令戊子與丙己等戊丑與己卯等戊寅與己未等次作子丑平行邊形及子辰體戊子戊丑二邊既與丙己己卯二邊等而子戊丑與丙己卯二角等因甲戊庚與丙己卯二角等甲乙與丙丁二體相似故也則子丑丙卯二平行邊形相等相似子寅與丙未二平行邊形相等相似辰戊與丁己二平行邊形相等相似理同故子辰與丙丁二體彼此有三面相等相似惟三面各與所對面相等相似本卷二十四所以子辰與丙丁二體相等相似本卷界說十作

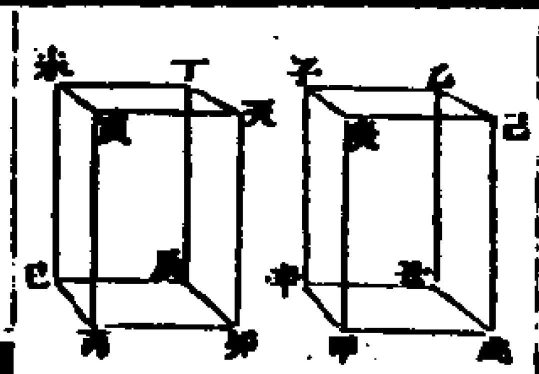
庚子平行邊形。而於庚子子丑二底面上作戊天丑巳二體。與甲乙體等高。甲乙丙丁二體既相似。則甲戊與丙己比。若戊庚與己卯比。亦若戊辛與己未比。而己丙與戊子。己卯與戊丑。己未與戊寅。俱相等。則甲戊與戊子比。若庚戊與戊丑比。亦若辛戊與戊寅比。惟甲戊與戊子二邊比。若甲庚與庚子二面比。六卷一 庚戊與戊丑二邊比。若庚子與子丑二面比。辛戊與戊寅二邊比。若巳戊與子寅二面比。故甲庚與庚子二面比。若庚子與子丑二面比。亦若巳戊與子寅二面比。惟甲庚與庚子二面比。若甲乙與戊天二體比。本卷三十二 庚子與子丑二

面比。若戊天與巳丑二體比。巳戊與子寅二面比。若巳丑與子辰二體比。故甲乙與戊天二體比。若戊天與巳丑二體比。亦若巳丑與子辰二體比。凡連比例四率。一率與四率之比例。為一率與二率三次比例。五卷界說十一 故甲乙子辰二體之比例。為甲乙戊天二體三次比例。惟甲乙與戊天二體比。若甲庚與庚子二面比。本卷三十二 亦若甲戊與戊子二邊比。六卷一 所以甲乙子辰二體之比例。為甲戊戊子二邊三次比例。惟子辰與丙丁二體相等。戊子與丙己二邊相等。所以甲乙丙丁二體之比例為甲戊丙己二相當邊三次比例。

系。準題。凡連比例四率。一率與四率比。若一率線上方體與二率線上相似方體比。因一率與四率之比例。為一率與二率三次比例故也。

第三十四題

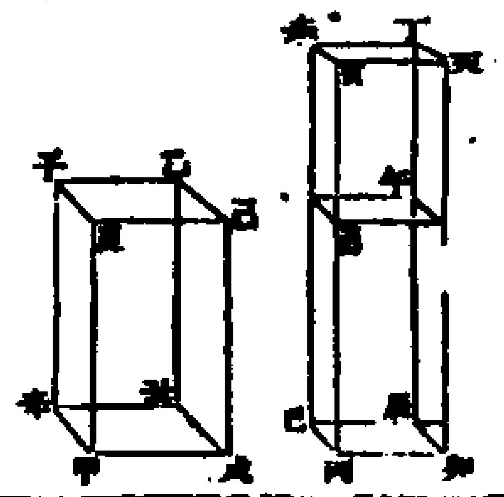
凡等積方體底面與其高成反比例。又方體底面與其高有反比例。則體積必等。



解曰。甲乙丙丁為二等積方體。題言底面與高有反比例。即戊辛與卯巳二底面比。若丙寅與甲庚二高比。

論曰。取甲庚戊己丑乙辛子丙寅卯天辰丁。

巳未八旁邊與底邊成直角。則戊辛與卯巳二底面比若丙寅與甲庚二邊比。設戊辛與卯巳二底面等。甲乙與丙丁二體亦等。則丙寅與甲庚必等。蓋戊辛卯巳二底面等。而甲庚丙寅二高不等。則甲乙與丙丁二體積不等。本卷三十一 惟題設為等積。故丙寅與甲庚二高必等。而戊辛與卯巳二底面比。若丙寅與甲庚二高比。即顯甲乙丙丁二方體之底面與高有反比例。設戊辛卯巳二底面不等。戊辛大於卯巳。而甲乙與丙丁等積。則丙寅必大於甲庚。否則甲乙丙丁二積必不等。本卷三十一 試令丙酉等於甲庚。而卯巳底面上以丙酉高成午丙方



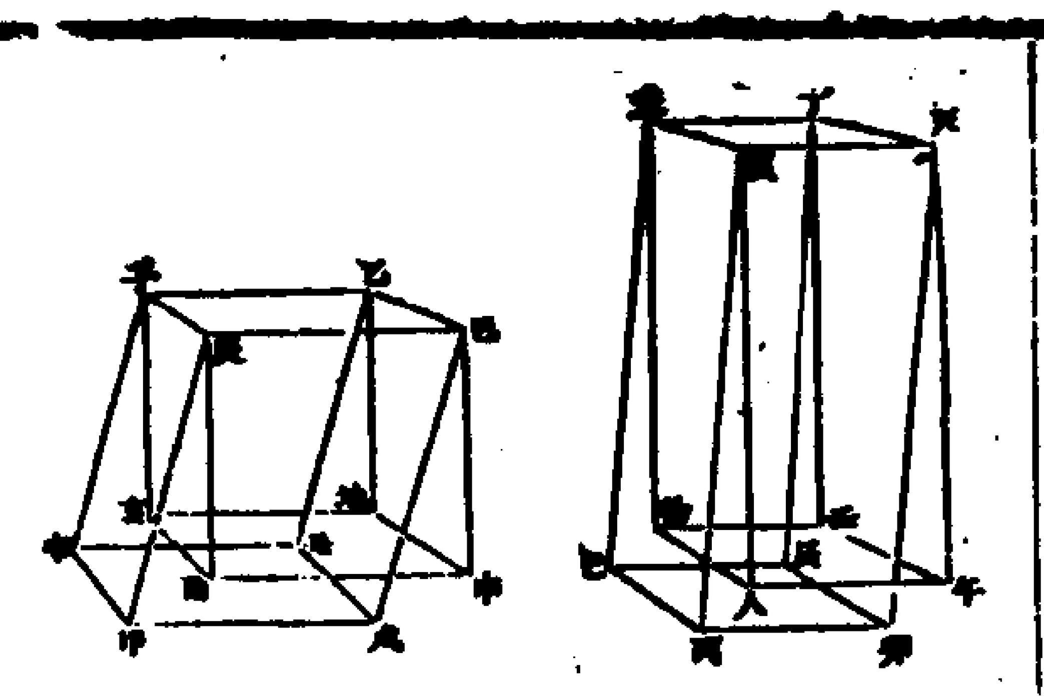
體是甲乙丙丁二體等積而午丙別爲一體凡相等幾何與他幾何成比例俱同（五卷七）則甲乙與丙午二體比若丙丁與丙午二體比惟甲乙與丙午二體比若戊辛與卯巳二底面比因甲乙丙午二體之高相等故也（本卷三十二）而丙丁與丙午二體比若寅巳與巳酉二底面比（本卷二十五）亦若寅丙與丙酉二邊比（六卷一）故戊辛與卯巳二底面比若寅丙與丙酉二邊比惟丙酉與甲庚等故戊辛與卯巳二底面比若寅丙與甲庚二邊比是以甲乙丙丁二方體之底面與高成反比例

又解曰設甲乙丙丁二方體之底面與高成反比例卽戊辛與卯巳二底面比若丙寅與甲庚二高比題言甲乙與丙丁二體積等

論曰設諸旁邊與底面成直角戊辛與卯巳二底面等而戊辛與卯巳比若丙寅與甲庚二高比則丙寅與甲庚二高必等凡等高二方體底面等則體積亦等（本卷三十一）故甲乙與丙丁二體積相等若戊辛與卯巳二底面不等戊辛大於卯巳則丙丁體高大於甲乙體高卽丙寅大於甲庚又令丙酉等於甲庚而成丙午體戊辛與卯巳二底面比旣若丙寅與甲庚二邊比而甲庚與丙酉等則戊辛與卯巳二底面比若丙寅與丙酉二邊比惟戊辛與卯巳二底面比若甲乙與丙午二體比因甲乙丙午等高故也（本卷三十二）又寅丙與丙酉比若寅巳與巳酉二底面比（六卷一）亦若丙丁與丙午二體比（本卷二十五）故甲乙與丙午比若丙丁與丙午比而甲乙與丙丁二體積相等（五卷九）

又解曰設巳戊乙丑庚甲子辛天卯丁辰寅丙未巳八旁邊與底邊不成直角試從巳庚乙子天寅丁未八點作戊辛卯巳二底面之八垂線遇對面於申酉地亥午人壬物八點而成巳亥天物二體若甲乙丙丁二體相

等題言底面與高成反比例卽戊辛與卯巳二底面比若丙丁甲乙二體之高比



論曰甲乙與丙丁二體積既等而乙酉與甲乙二體相等因同在巳子底面上又等高其諸旁邊起於底邊以相似二平行線爲界故也（本卷三十）又丁丙與丁人二體相等因同在天未底面上又等高其諸旁邊起於底邊以相似二平行線爲界故也則乙酉與丁人二體相等準前論等積方體旁

邊與其底面俱成直角則底面與其高有反比例故巳子與天未二底面比若丁壬與乙地二高比惟巳子與戊辛二底面相等天未與卯巳二底面相等本卷二十四所以戊辛與卯巳二底面比若丁壬與乙地二高比惟丁人乙酉二體與丁丙乙甲二體兩兩等高故戊辛與卯巳二底面比若丁丙與乙甲二體之高比所以甲乙丙丁二體之底面與高成反比例

又解曰設甲乙丙丁二方體之底面與高有反比例即戊辛與卯巳二底面比若丙丁與甲乙二體之高比題言甲乙與丙丁二體等積

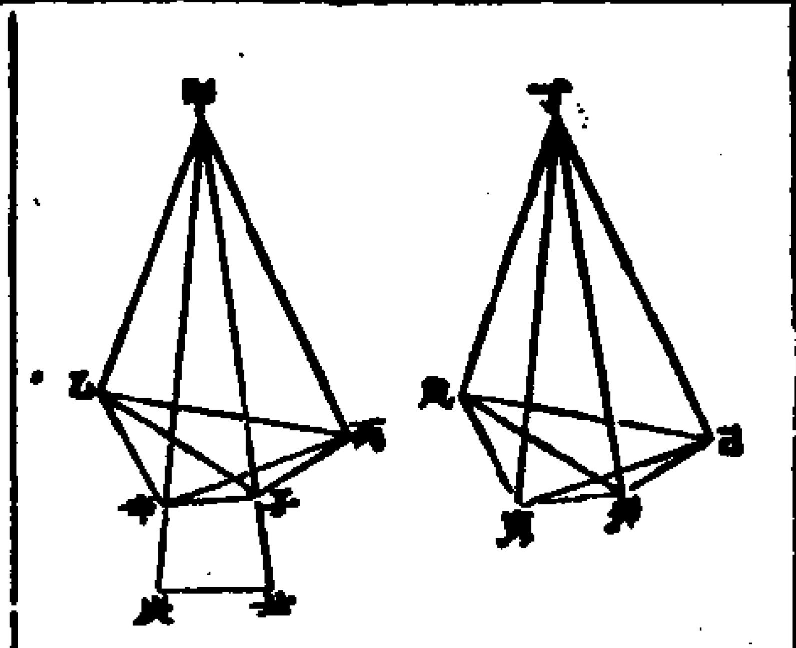
論曰如前圖戊辛與卯巳二底面比既若丙丁與甲乙二體之高比而戊辛與己子等卯巳與天未等則己子與天未二底面比若丙丁與甲乙二體之高比因甲乙丙丁二體之高與乙酉丁人二體之高等故己子與天未二底面比若丁壬與乙地二高比所以乙酉丁人二方體底面與高成反比例凡方體之傍邊與底邊成直角其底面與高成反比例則其體積必等故乙酉與丁人二體積相等惟甲乙酉二體積等因同在巳子底面上又等高其諸旁邊起於底邊以相似二平行線為界故也本卷三十又丁人丁丙二體積等因同在天未底面上又等高其諸旁邊起於底邊以相似二平行線為界故也是以甲乙與丙丁二體等積

第三十五題

有二面角相等從二角各向面外作直線各與面角二邊成二角兩兩相等任於二直線內各取一點從點作線各與原面成直角從此二直角點於面內作二線各至原角則此二線與前所作二線成角必等

解曰乙甲丙戊丁己二相等面角從甲丁二角點作甲庚丁寅二直線各與本角二邊成二角兩兩相等即寅丁戊與庚甲乙二角等寅丁己與庚甲丙二角等甲庚

丁寅二線內任取庚寅二點作庚丑寅卯為乙甲丙戊丁己二面之垂線遇面於丑卯二點又作丑甲卯丁二線題言庚甲丑與寅丁卯二角等



論曰截取甲辛與丁寅等自辛點作辛子線與庚丑平行惟庚丑為乙甲丙面之垂線所以辛子亦為乙甲丙面之垂線本卷八從子卯二點作子乙子丙卯戊卯己為甲乙甲丙丁戊丁己四線之垂線又作辛丙丙乙寅己己戊四線辛甲之正方既等於辛子子甲之二正方和而子丙丙甲之二

正方和等於子甲之正方一卷四十七則辛甲之正方等於
辛子丙子丙甲之三正方和惟辛丙之正方等於辛子
子丙之二正方和故辛甲之正方等于辛丙丙甲之二
正方和故辛丙甲爲直角寅己丁爲直角理同故甲丙
辛與丁己寅二角等惟辛甲丙與寅丁己二角等故寅
丁己辛甲丙二三角形彼此有二角兩兩相等又甲辛
與丁寅相等而皆爲直角之對邊則二形之餘邊亦兩
兩相等一卷二十六所以甲丙與丁己相等又甲乙與丁戊
相等理同試作辛乙寅戊二線甲辛之正方既等於甲
子子辛之二正方和而甲乙乙子之二正方和等於甲

子之正方則甲乙乙子子辛之三正方和等於甲辛之
正方惟乙辛之正方等於乙子子辛之二正方和因辛
子爲乙甲丙三角形之垂線則辛子乙爲直角故也故
甲辛之正方等於甲乙乙辛之二正方和所以甲乙辛
爲直角丁戊寅亦爲直角理同乙甲辛與戊丁寅二角
既等而甲辛等於丁寅則甲乙等於丁戊甲丙既等於
丁己而甲乙等於丁戊則丙甲甲乙二邊與己丁丁戊
二邊兩兩相等丙甲乙與己丁戊二角又等故乙丙與
戊己二底邊等則彼此兩三角形無不等者一卷四所以
甲丙乙與丁己戊二角等惟甲丙子與丁己卯二直角

等所以餘乙丙子與戊己卯二角等丙乙子與己戊卯
二角等理同所以丙乙子己戊卯二三角形彼此有二
角兩兩相等又乙丙與戊己相等而皆爲二等角所夾
之邊則其餘邊無不等者一卷二十六所以丙子與己卯等
惟甲丙與丁己等所以甲丙丙子二邊與丁己己卯二
邊兩兩相等而俱成直角則甲子與丁卯二底邊等一卷
四甲辛與丁寅既等則甲辛與丁寅之二正方必等惟
甲子子辛之二正方和等於甲辛之正方因甲子辛爲
直角故也一卷四十七而丁卯卯寅之二正方和等於丁寅
之正方因丁卯寅爲直角故也所以甲子子辛之二正

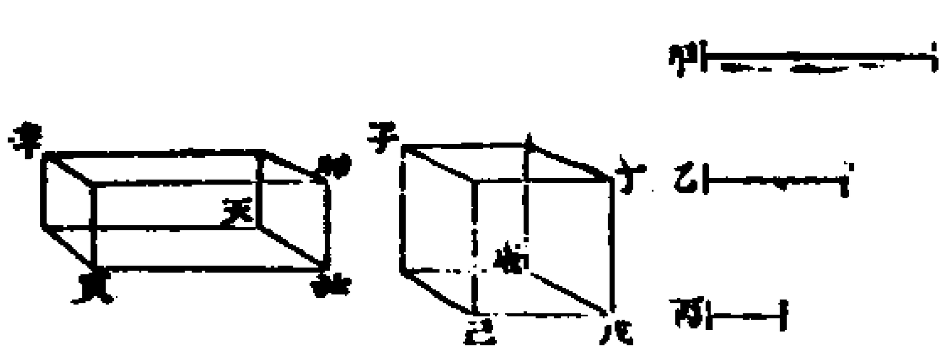
方和等於丁卯卯寅之二正方和惟甲子與丁卯之二
正方等故餘子辛與卯寅之二正方亦等而辛子與寅
卯相等辛甲甲子二邊與寅丁丁卯二邊既兩兩相等
而辛子與卯寅二底邊又等則辛甲子與寅丁卯二角
必等一卷八

系準此凡有二相等面角從角向面外作相等二直線
與原面之邊成角兩兩相等則從二直線端各作原面
之垂線此二垂線必等

第三十六題

以連比例三線爲邊之方體與中率線上之等邊方體等

積則二體之角兩兩相等



解曰甲乙丙為連比例三線甲與乙比若乙與丙比題言甲乙丙為三邊之方體與乙線上之等邊方體等積則二體之角必兩兩相等

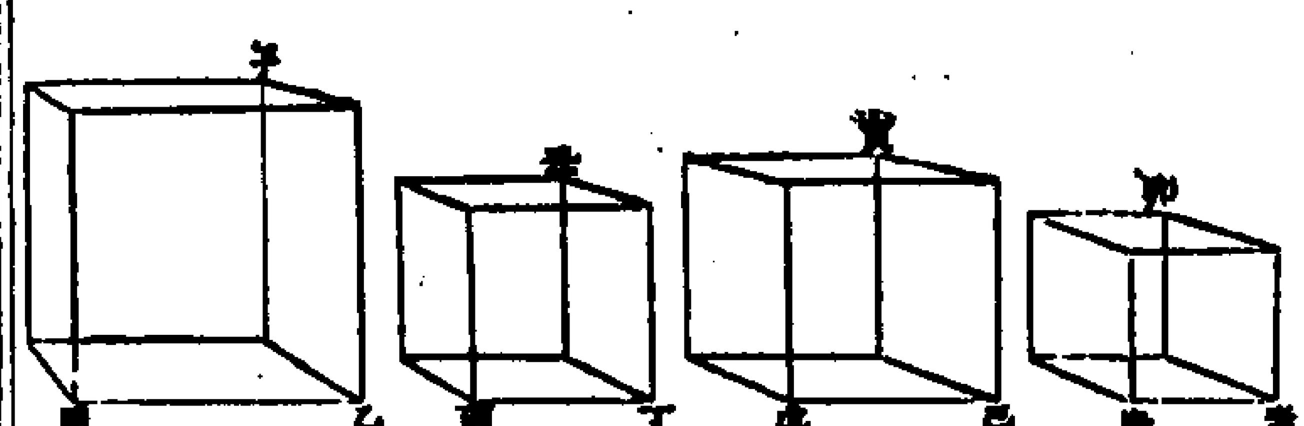
論曰設戊子方體之戊角為丁戊庚庚戊己己戊丁三面角所成丁戊庚戊己戊三線俱等於乙又丑辛方體之丑角為卯丑天天丑寅寅丑卯三面角所成與戊子體之戊角等本卷二十六而丑寅等於甲丑天等於乙丑卯等於丙甲與乙比既若乙與丙比而甲與丑寅等乙與丑天戊己戊庚戊丁四線俱等丙與丑卯等則丑寅與戊己比若丁戊與丑卯比是夾寅丑卯丁戊己二等角之邊交互比例等故寅卯與丁己二平行邊形等積六卷十四又丁戊己卯丑寅二角既等而與戊庚丑天二等線相遇戊庚丑天二線與夾丁戊己卯丑寅二角之邊成角兩兩相等而庚天二點上作垂線遇卯丑寅丁戊己二面皆相等本卷三十五系所以丑辛戊子二體等高凡方體底面等而又等高必等積本卷三十一所以丑辛與戊子二體等積惟丑辛體為甲乙丙三線所成戊子體為乙線所成故甲乙丙

三線所成之體與乙線所成之體等積而戊子體與辛丑體之角兩兩相等是以用連比例三線為邊之方體與中率線上之等邊方體其角兩兩相等則二體必等積

第三十七題

四率比例線上皆作方體相似而體勢等則此四方體亦有比例又四方體相似而體勢等若有比例則其四底邊亦有比例

解曰甲乙丙丁戊己庚辛四比例線甲乙與丙丁比若戊己與庚辛比於四線上作子甲丑丙寅戊卯庚四方體俱相似而體勢等題言子甲與丑丙比若寅戊與卯庚比



論曰子甲既與丑丙相似則子甲丑丙之比例為甲乙丙丁二邊三次比例本卷三十三寅戊卯庚之比例為戊己庚辛二邊三次比例理同惟甲乙與丙丁比若戊己與庚辛比故子甲與丑丙比若寅戊與卯庚比

又解曰子甲與丑丙二體比若寅戊與卯庚二體比題言甲乙與丙丁二邊比

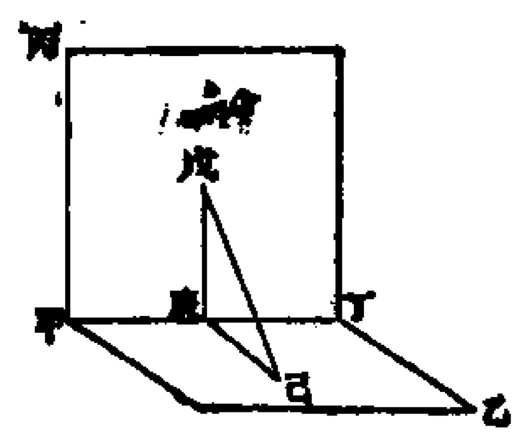
若戊己與庚辛二邊比。

論曰：子甲與丑丙比，爲甲乙與丙丁三次比例；寅戊與卯庚比，爲戊己與庚辛三次比例。而子甲與丑丙比若寅戊與卯庚比，則甲乙與丙丁比若戊己與庚辛比。是以四比例線上相似而體勢等之四方體有比例，又四方體相似而體勢等若有比例，則其四底邊亦有比例。

第三十八題

二面彼此相與爲垂面，則此面內任取一點，作彼面之垂線，此垂線必遇二面之交線。

解曰：丙丁爲甲乙之垂面，交線甲丁。丙丁面內任取戊點。題言從戊作甲乙面之垂線，必遇甲丁線。



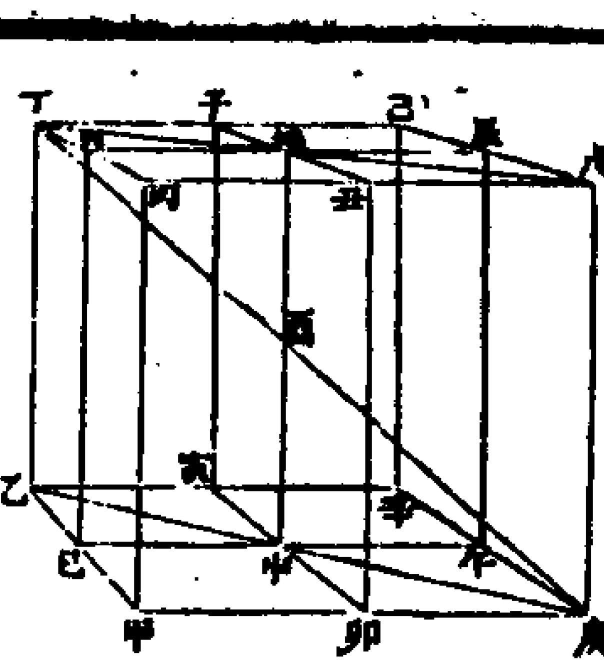
論曰：若云垂線不遇交線，如戊己遇甲乙面之己點。試從甲乙面內之己點作己庚，爲甲丁之垂線一卷十一，即丙丁面之垂線本卷界說四。次作戊庚線，己庚既與丙丁面成直角，而其遇線戊庚在丙丁面內，則己庚戊爲直角本卷界說三。若戊己亦與甲乙面成直角，則戊己庚爲直角，是戊己庚三角形之二角皆爲直角，與理不合一卷十七。故從戊點作甲乙面之垂線遇點，不能出甲丁交線之外。是以二面相與爲垂面，任取此面內一點，作彼面垂線，必遇交線。

第三十九題

平分方體之諸面，各以對面之平分線爲界，作諸割面，則諸割面之交線與體之對角線必相交於一點，此交點平分諸線。

解曰：丁庚方體上之相對面丙己、甲辛，其諸邊爲子丑、寅卯、天巳、辰午八點所平分，而作平分線，以平分線爲界，作子卯、天午二面，地申爲二面之交線，丁庚爲體之對角線。題言地申、丁庚二線之交點平分諸線，即地酉

等於酉申，丁酉等於酉庚。



論曰：試作丁地、地戊、乙申、申庚四線。丁天與辰戊既平行，則丁天地、地辰戊二角等一卷二十九。丁天與辰戊既相等，而天地與地辰相等，其所夾之角亦等，則丁地與地戊二底邊等，即丁天地與戊辰地二三角形等，則二形之餘角俱等一卷四。故天地丁與辰地戊二角等，所以丁地戊爲直線一卷十四。乙申庚爲直線，而乙申與申庚等，理同。又丙甲與丁乙既相等而平行，丙甲與戊庚亦相等而平行一卷三十四，則丁乙與戊庚相等

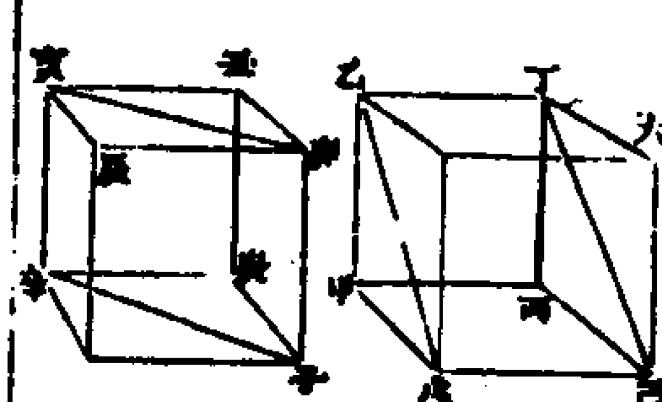
而平行一卷三十惟丁戊乙庚爲此二線之聯線故丁戊乙庚相等而平行一卷三十三於二線內取丁地庚申四點作丁庚地申二聯線二聯線必同在一面本卷七丁戊與乙庚既平行則戊丁酉與乙庚酉二角等交互相對故也一卷二十九惟丁酉地與庚酉申二角等一卷十五是丁酉地庚酉申二三角形彼此各有二角兩兩相等又丁地庚申爲丁戊乙庚之半則二線必等而皆爲對等角之邊故二形之餘邊亦俱相等一卷二十六所以丁酉與酉庚等地酉與酉申等故用平分方體相對諸面之線爲界作諸割面則諸割面之交線與體之對角線必交於一點而此交點必平分諸線

第四十題

兩箇等高三平行稜體一以平行邊形爲底面一以三角形爲底面平形邊形之面積倍於三角形之面積則二體等積

解曰甲乙己庚辛卯爲二等高三平行稜體甲乙己體以甲己平行邊形爲底面庚辛卯體以庚辛子三角形爲底面而甲己面積倍於庚辛子面積題言甲乙己與庚辛卯二稜體等積

論曰試補成甲天庚辰二方體甲己平行邊形既倍於



庚辛子三角形辛子平行邊形亦倍於庚辛子三角形一卷三十四則甲己與辛子二平行邊形等積凡等高二方體底面等則體積亦等本卷三十一故甲天與庚辰二體等積惟甲乙己稜體爲甲天方體之半庚辛卯稜體爲庚辰方體之半是以甲乙己與庚辛卯二稜體等積

幾何原本第十二卷　論體二

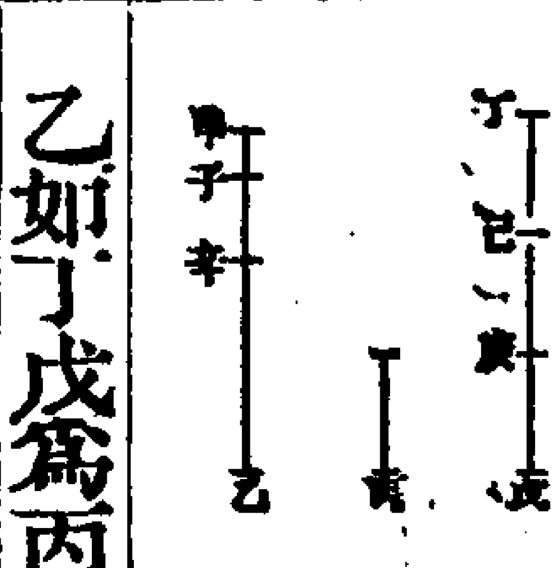
英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

例有兩不等幾何大幾何累次去大半若干次後所餘必小於小幾何

解曰設甲乙及丙二幾何甲乙大於丙

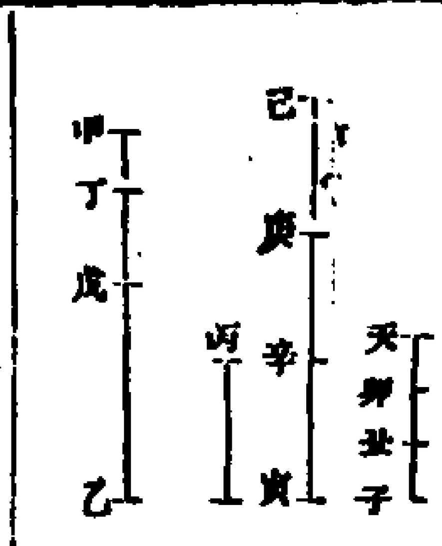
例言甲乙丙去大半所餘又去大半累次去之必至小於小幾何丙

論曰若累次倍丙必至大於大幾何甲乙



如丁戊爲丙之若干倍大於甲乙分丁戊爲丁己己庚庚戊三分各等於丙甲乙內去其大半乙辛乙辛內又去其大半辛子累次去之至甲乙內之幾分與丁戊內之幾分等卽甲子子辛辛乙若干分與丁己己庚庚戊若干分等丁戊既大於甲乙而丁戊所去戊庚爲小半甲乙所去乙辛爲大半則餘庚丁必大於辛甲又庚丁既大於辛甲而庚丁內所去庚己爲其半辛甲內所去辛子爲大半則餘丁己必大於甲子惟丁己等於丙故丙大於甲子而甲子小於丙所以大幾何甲乙之餘分甲子小於小幾何丙若累去大幾何之半理同

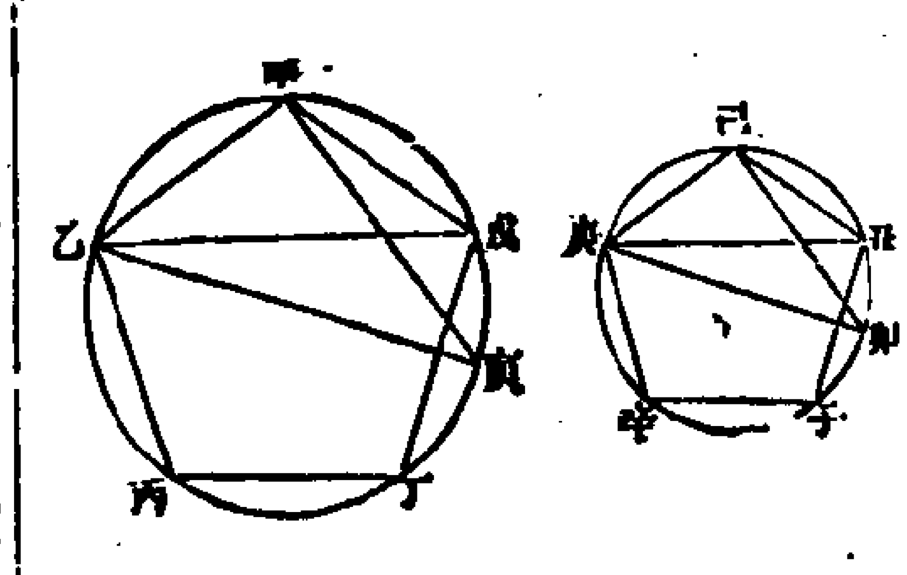
又論曰甲乙及丙二幾何丙小於甲乙累次倍丙必至所得幾何大於大幾何甲乙如所得幾何爲己寅分爲寅辛辛庚庚己三分皆等於丙甲乙內去大半乙戊戊甲內去大半戊丁累去之令甲乙若干分與己寅若干分等設爲乙戊戊丁丁甲三分另設子丑丑卯卯天諸分皆與丁甲等令子天內若干分與己寅內若干分等乙戊既爲甲乙之大半則乙戊必大於戊甲故乙戊甚大於丁甲惟天卯與丁甲等故乙戊大於天卯又戊丁既爲戊甲之大半則戊丁必大於丁甲惟卯丑與丁甲等故戊丁大於卯丑而丁乙大於天丑惟丑子等於丁甲故甲乙大於天子惟寅己大於乙甲故寅己甚大於天子又天卯卯丑丑子三分既俱相等寅辛辛庚庚己三分亦俱相等而寅己內之若干分與天子內之若干分等則子丑與己庚比若天子與己寅比五卷十二惟己寅大於天子故己庚大於丑子五卷十四惟己庚與丙等而子丑與甲丁等所以丙大於甲丁



善蘭案此條卽十卷一題西國不足本或舉去七八九十四卷而本卷中有引此條處故改其題爲例列于首不知何時復闌入足本中今姑仍其舊

第一題

凡內切圜相似多邊形相與之比若徑線上正方之比。



解曰：甲丁乙、己子庚為二圜，甲乙丙丁戊、己庚辛子丑為內切圜相似二多邊形，乙寅、庚卯為二徑。題言乙寅與庚卯上二正方比若二多邊形比。

論曰：試作乙戊、甲寅、庚丑、己卯四線。甲乙丙丁戊與己庚辛子丑二多邊形既相似，則乙甲戊角與庚己丑角等，而乙甲與甲戊比若庚己與己丑比（六卷界說一）。又此夾角之二邊既兩兩同比，則甲乙戊、己庚丑為等角三角形（六卷六）。

故甲戊乙角與己丑庚角等，而甲戊乙角與甲寅乙角亦等，因為負圜等分角故也。己丑庚角與己卯庚角等，理同（三卷二十一）。又乙甲寅與庚己卯俱為直角（三卷三十一），則甲乙寅與己庚卯二餘角亦等，故甲乙寅、己庚卯為二等角三角形，而乙寅與庚卯比若乙甲與庚己比（六卷四）。惟乙寅與庚卯上兩正方之比例為乙寅與庚卯二次比例（三卷二十），而甲乙丙丁戊與己庚辛子丑二多邊形之比例為乙甲與庚己二次比例（六卷二十），故乙寅與庚卯之二正方比若甲乙丙丁戊與己庚辛子丑二多邊形比，是以內切圜多邊形之比若徑線上正方之比。

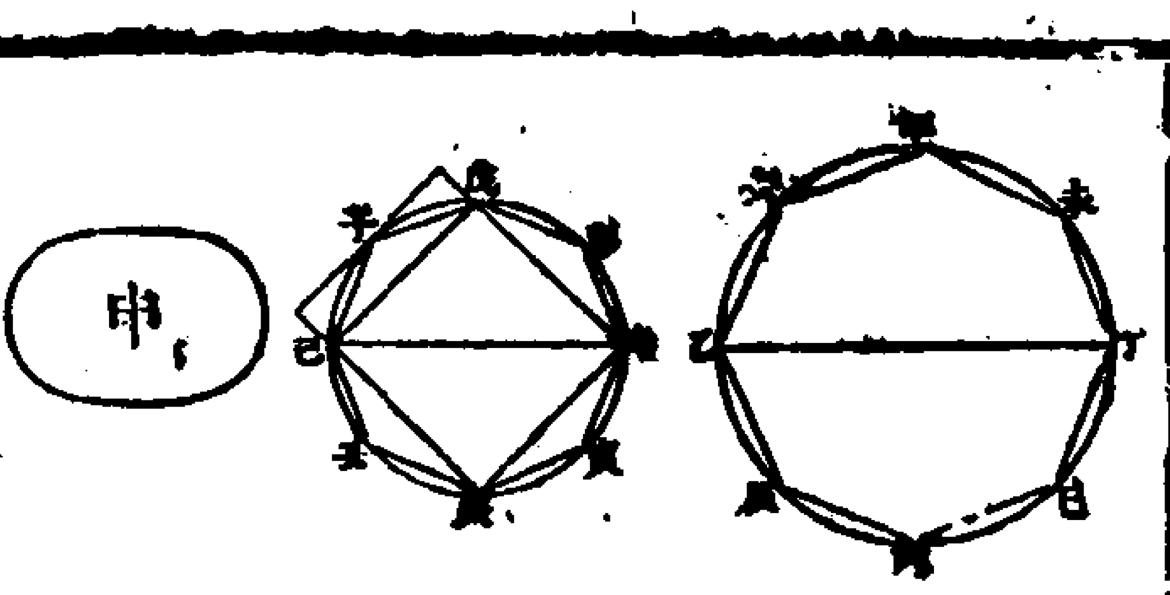
第二題

凡圜面之比若徑線上正方之比。

解曰：甲丙戊庚為二圜面，乙丁、己辛為二徑線。題言乙丁與己辛二徑線之正方比若甲丙與戊庚二圜面比。

論曰：若云不然，而乙丁與己辛之二正方比若甲丙圜面與或大或小於戊庚圜面之面比，試先設申面小於戊庚面，內切戊庚圜作戊己庚辛正方形，必大於戊庚圜面之半，葢於戊己庚辛四點上作四切線相遇成外切圜正方，則戊己庚辛內切圜方形必為外切圜方形之半，而圜面小於外切圜方形（一卷四十七、三卷三十一），所以戊

己庚辛方形必大於戊庚圜面之半。圜周之四分戊己、己庚、庚辛、辛戊各平分之於子丑寅卯四點，作戊子、子己、己丑、丑庚、庚寅、寅辛、辛卯、卯戊八直線，成戊子己、己丑庚、庚寅辛、辛卯戊四三角形，各大於同底圜分之半，葢於子丑寅卯四點上作四切線，而於戊己、己庚、庚辛、辛戊四線上補成四矩形，則戊子己、己丑庚、庚寅辛、辛卯戊四三角形各為矩形之半（一卷三十七），惟各圜分小於各矩形，是以戊子己、己



丑庚庚寅辛辛卯戊四三角形各大於同底圓分之半。再以圓周之諸分平分之而作通弦累推之必至圓分小於戊庚圓面與申面之較蓋有二不等幾何大幾何累次去大半若干次後所餘必小於小幾何故也本題例

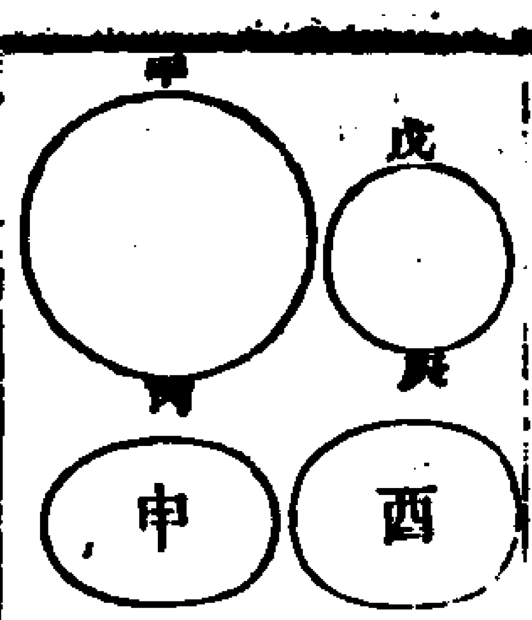
設於戊庚圓面內戊子子己己丑丑庚庚寅寅辛辛卯卯戊八線上作圓分小於戊庚圓面與申面之較則戊子己丑庚寅辛卯多邊形大於申面又於甲丙圓內作甲天乙辰丙巳丁未多邊形與戊子己丑庚寅辛卯多邊形相似則乙丁與巳辛之二正方比若甲天乙辰丙巳丁未與戊子己丑庚寅辛卯二多邊形比本卷一今乙

丁與巳辛之二正方比若甲丙圓面與申面比則甲丙圓面與申面比若甲天乙辰丙巳丁未與戊子己丑庚寅辛卯二多邊形比屬理甲丙圓面與所容多邊形比若申面與戊子己丑庚寅辛卯多邊形比惟甲丙圓面大於所容之多邊形則申面大於戊子己丑庚寅辛卯多邊形而所設小於多邊形於理不合故乙丁與己辛之二正方比非若甲丙圓面與小於戊庚圓面之面比己辛與乙丁之二正方比非若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比理同

次設乙丁與己辛之二正方比若甲丙圓面與大於戊庚圓面之面比命大於戊庚之面為申反理己辛與乙丁之二正方比若申面與甲丙圓面比惟申面與甲丙圓面比若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比是己辛與乙丁之二正方比若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比於理不合本論故乙丁與己辛之二正方比非若甲丙圓面與大於戊庚圓面之面比亦非若甲丙圓面與小於戊庚圓面之面比本論是以凡圓面比若徑線上正方比

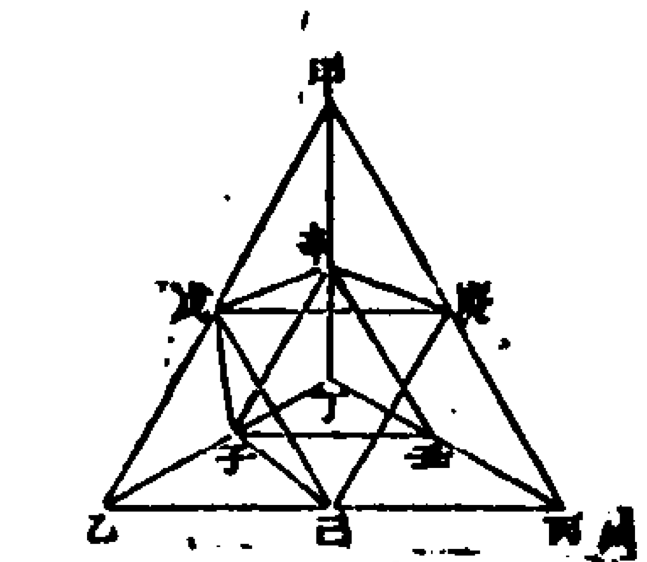
案若申面大於戊庚圓面則申面與甲丙圓面比若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比設申面與甲丙圓面

比若戊庚圓面與酉面比則酉面小於甲丙圓面蓋申面與甲丙圓面比既若戊庚圓面與酉面比則申面與戊庚圓面比若甲丙圓面與酉面比五卷十六惟申面大於戊庚圓面所以甲丙大於酉面故申面與甲丙圓面比若戊庚圓面與小於甲丙圓面之面比



第三題

凡三角底錐體可分為四體二為相似相等三角底錐體皆與全體相似二為相等平行棱體其和大於全體之半



解曰設錐體以甲乙丙三角形爲底面丁爲頂點題言甲乙丙丁錐體可分爲四體二爲相等相似三角底錐體各與全體相似二爲相等平行稜體二平行稜體之和大於原體之半

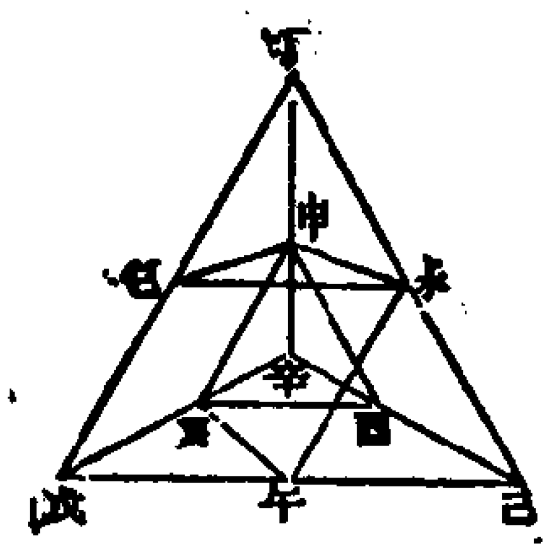
論曰平分甲乙乙丙丙甲甲丁丁乙丁丙六線於戊己庚辛子丑六點甲戊既等於戊乙而甲辛與辛丁等則戊辛聯線與丁乙平行六卷二辛子與甲乙平行理同故辛戊乙子爲平行邊形所以辛子與戊乙等一卷三十四惟戊乙與甲戊等故甲戊與辛子等惟甲辛與辛丁等故甲戊甲辛二邊與子辛辛丁二邊兩兩相等而戊甲辛與子辛丁二角等一卷十九戊辛與子丁二底邊亦等一卷四則甲戊辛辛子丁二三角形相等相似甲辛庚辛丁丑二三角形相等相似理同又戊辛辛庚二相遇線與子丁丁丑二相遇線非在一面而兩兩平行則所成之二角必等十一卷十故戊辛庚子丁丑二角等戊辛辛庚二邊與子丁丁丑二邊既兩兩相等戊辛庚與子丁丑二角又等則戊庚子丑二底邊必等故戊辛庚子丁丑二三角形相等相似又甲戊庚辛子丑二三角形相等相似所以甲戊庚辛與辛子丑丁二錐體相等相似又辛

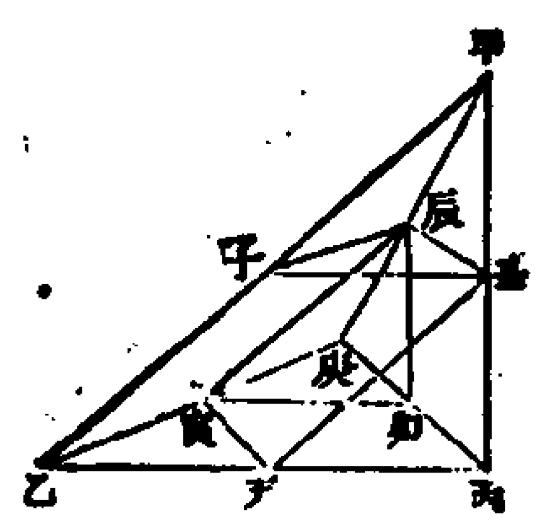
子線既與甲丁乙形之甲乙邊平行則甲丁乙與辛丁子二三角形等角一卷二十九其相當邊亦同比六卷四故甲丁乙與辛丁子二三角形相似又丁乙丙與丁子丑二三角形相似甲丁丙與辛丁丑二三角形相似理同又乙甲甲丙二相遇線與子辛辛丑二相遇線非在一面而俱平行則所成之二角等十一卷故乙甲丙與子辛丑二角等又乙甲與甲丙比若子辛與辛丑比故甲乙丙與辛子丑二三角形相似六卷六所以甲乙丙丁與辛子丑丁二錐體相似惟辛子丑丁與甲戊庚辛二錐體相等相似本論故甲戊庚辛辛子丑丁二錐體各與甲乙丙丁原錐體相似乙己與己丙既相等則戊乙己庚平行邊形倍於庚己丙三角形一卷四十一凡兩個等高三平行稜體一以平行邊形爲底面一以三角形爲底面平行邊形之面積倍於三角形之面積則二體等積十一卷四十故乙子己庚戊辛與庚己丙丑辛子二稜體相等一以戊乙己庚爲底面辛子爲頂邊一以庚己丙爲底面子丑辛爲頂面此二稜體俱大於甲戊庚辛及辛子丑丁二錐體理自明試作戊子戊己二線則戊乙己庚辛子稜體大於戊乙己子錐體惟戊乙己子與甲戊庚辛二錐體等十一卷界說十因各以相等相似面爲界故也故戊乙

己庚辛子稜體大於甲戊庚辛錐體惟戊乙己庚辛子與庚己丙辛子丑二稜體等而甲戊庚辛與辛子丑丁二錐體等故二稜體大於甲戊庚辛及辛子丑丁二錐體是以甲乙丙丁全錐體分爲四體二爲相等相似錐體俱與全體相似二爲相等平行稜體大於全體之半

第四題

有等高三角底面之錐體各分爲四體二爲相等錐體俱與全體相似二爲相等平行稜體其二錐體如前各分爲四體如此累分之彼此各等則二全錐體底面比若二體內諸平行稜體和積比





解曰有二等高錐體以甲乙丙丁戊己二三角形爲底庚辛爲二頂點二體各分爲四體二爲相等錐體皆與原體相似二爲相等平行稜體所分二錐體如前又各分爲四體如此累分之彼此各等題言甲乙丙與丁戊己二底面比若甲乙丙庚與丁戊己辛二體內諸平行稜體之和積比

論曰乙天與天丙既等而甲丑與丑丙亦等則天丑與甲乙平行六卷二甲乙丙與丑天丙二三角形相似六卷四丁戊己與未午己二三角形相似理同又乙丙既倍於丙天而戊己倍於己午則乙丙與丙天比若戊己與己午比乙丙丙天二線上有甲乙丙丑天丙二形相似戊己己午二線上有丁戊己未午己二形相似故甲乙丙與丑天丙二三角形比若丁戊己與未午己二三角形比六卷二十二屬理甲乙丙與丁戊己比若丑天丙與未午己比惟丑天丙與未午己比若丑天丙辰寅卯與未午己申亥酉二平行稜體比本卷三故甲乙丙丁戊己二三角形比若丑天丙辰寅卯與未午己申亥酉二平行稜體比五卷十一又甲乙丙庚

錐體內之二稜體既相等而丁戊己辛錐體內之二稜體亦相等則子丑天乙寅辰與丑天丙辰寅卯二稜體比若戊巳未午亥申與未午己申亥酉二稜體比所以合理子丑天乙寅辰及丑天丙辰寅卯二稜體和與丑天丙辰寅卯稜體比若巳未午戊亥申及未午己申亥酉二稜體和與未午己申亥酉稜體比五卷十八屬理子丑天乙寅辰及丑天丙辰寅卯二稜體和與巳未午戊亥申及未午己申亥酉二稜體和比若丑天丙辰寅卯稜體與未午己申亥酉稜體比而丑天丙辰寅卯與未午己申亥酉二稜體比若丑天丙與未午己二底面比亦

若甲乙丙與丁戊己二底面比（本論）故甲乙丙與丁戊己二三角形比若甲乙丙庚錐體內二棱體之和與丁戊己辛錐體內二棱體之和比又以第一次分得之二錐體辰寅卯庚及申亥酉辛如前再分之則辰寅卯與申亥酉二底面比若辰寅卯庚錐體內二棱體之和與申亥酉辛錐體內二棱體之和比惟辰寅卯與申亥酉二底面比若甲乙丙與丁戊己二底面比故甲乙丙與丁戊己二底面比若甲乙丙庚錐體內二平行棱體和與丁戊己辛錐體內二平行棱體和比又若辰寅卯庚錐體內二平行棱體和與申亥酉辛錐體內二平行棱體

和比亦若此體內四平行棱體和與彼體內四平行棱體和比以甲子丑辰丁巳未申二錐體分得平行棱體理同累分得諸平行棱體理亦同

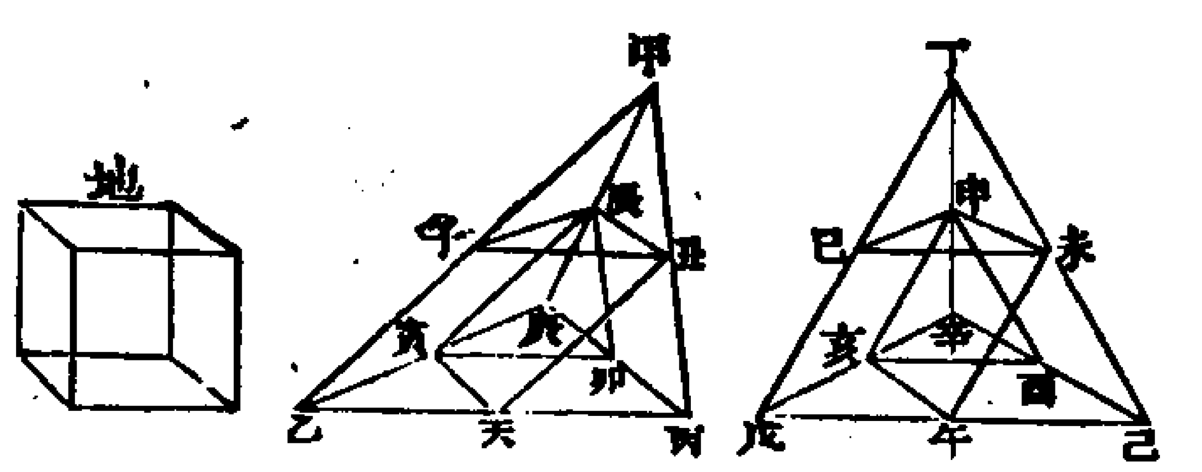
案丑天丙辰寅卯與未午己申亥酉二棱體比以理明之從庚辛二點各作甲乙丙丁戊己二三角形之垂線必相等因二錐體等高故也庚丙線及庚點下之垂線既俱爲甲乙丙辰寅卯二平行三角面所割則所分之分比例必同（十一卷十七）惟庚丙平分於割點則故庚點至甲乙丙面之垂線亦必平分於辰寅卯面之割點辛點至丁戊己面之垂線平分於申酉亥面之割點理同惟庚辛二點至甲乙丙丁戊己二面之垂線等故從辰寅卯申亥酉二面至甲乙丙丁戊己二面之垂線必等所以丑天丙底面辰寅卯頂面與未午己底面申酉亥頂面二棱體等高凡等高二方體相與之比若二底面比（十一卷三十二）半體亦然故丑天丙與未午己二底面比若二平行棱體比

第五題

凡三角底面等高錐體相與之比若其底面之比

解曰甲乙丙丁戊己二三角形爲等高錐體之二底面庚辛爲二頂點題言甲乙丙與丁戊己二底面比若甲

乙丙庚與丁戊己辛二錐體比



論曰若云不然而甲乙丙丁戊己二底面比若甲乙丙庚錐體與或小或大於丁戊己辛錐體之體比先設地爲小於丁戊己辛之體試分丁戊己辛爲四體二爲相等錐體與全體相似二爲平行棱體則二平行棱體之和積大於全體半積（本卷三）又以所分得之錐體如前再分如此累次分之直至所得錐體小於丁戊己辛與地二體之較設所分之錐

體爲丁巳未申申亥酉辛則丁戊己辛體內所餘諸平行棱體必大於地體又累分甲乙丙庚體令與丁戊己辛體之若干分等則甲乙丙與丁戊己二底面比若甲乙丙庚與丁戊己辛二體內諸平行棱體之和比本卷四今設甲乙丙與丁戊己比若甲乙丙庚體與地體比故甲乙丙庚體與地體比若甲乙丙庚與丁戊己辛二體內諸平行棱體之和比屬理甲乙丙庚體與所容諸平行棱體比若地體與丁戊己辛體所容之諸平行棱體比而甲乙丙庚體大於所容之諸平行棱體和則地體當大於丁戊己辛體所容之諸平行棱體和今反爲小

於理不合故甲乙丙與丁戊己二底面比非若甲乙丙庚錐體與小於丁戊己辛錐體之體比又丁戊己與甲乙丙二底面比非若丁戊己辛錐體與小於甲乙丙庚錐體之體比理同又設甲乙丙與丁戊己二底面比若甲乙丙庚錐體與大於丁戊己辛錐體之體比設爲地體反理丁戊己與甲乙丙二底面比若地體與甲乙丙庚錐體比而地體與甲乙丙庚體比若丁戊己辛體與小於甲乙丙庚體之體比則丁戊己與甲乙丙二底面比若丁戊己辛體與小於甲乙丙庚體之體比於理不合本論故甲乙丙與丁戊己二底面比非若甲乙丙庚體與大於丁戊己辛體之體比亦非若甲乙丙庚體與小於丁戊己辛體之體比本論是以凡三角底面等高錐體相與之比如其底面之比

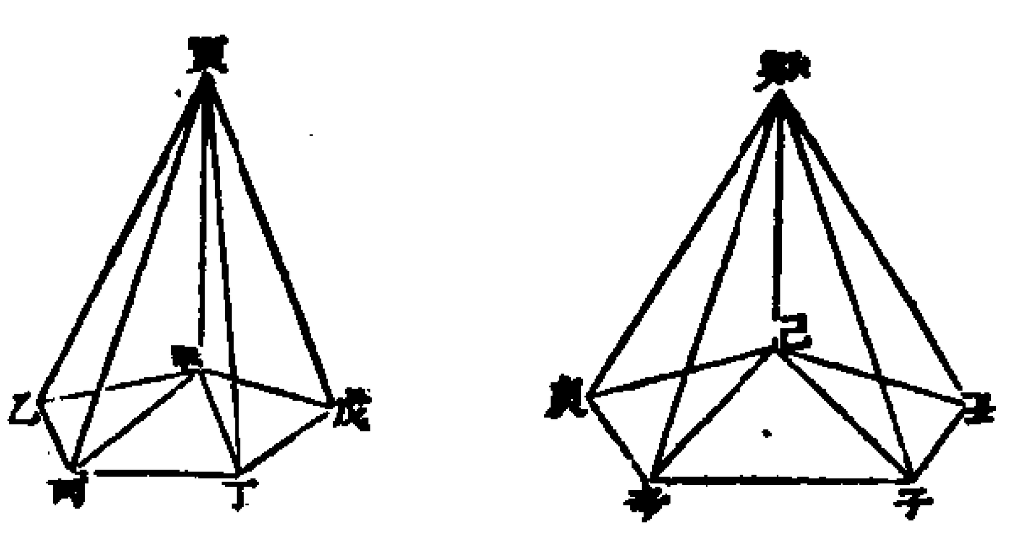
第六題

凡多邊底等高錐體相與之比如其底面之比

解曰二等高錐體以甲乙丙丁戊及己庚辛子丑二多邊形爲底而寅卯爲二頂點題言甲乙丙丁戊與己庚辛子丑二底面比若甲乙丙丁戊寅與己庚辛子丑卯二錐體比

論曰分甲乙丙丁戊底面爲甲乙丙甲丙丁甲丁戊三

三角形亦分己庚辛子丑底面爲己庚辛己辛子己子丑三三角形每三角形上俱作錐體與原錐體等高則甲乙丙與甲丙丁二三角形比若甲乙丙寅與甲丙丁寅二錐體比本卷五合理甲乙丙丁多邊形與甲丙丁三角形比若甲乙丙丁寅與甲丙丁寅二錐體比五卷十八又甲丙丁與甲丁戊二形比若甲丙丁寅



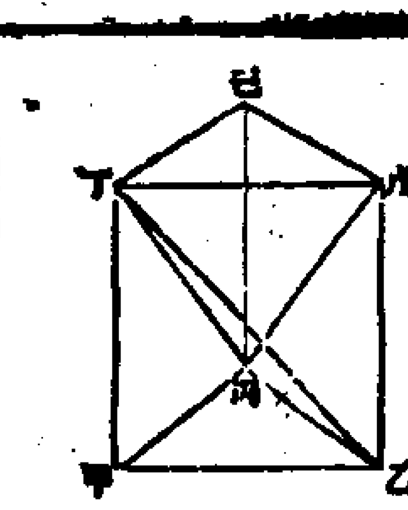
與甲丁戊寅二錐體比平理甲乙丙丁與甲丁戊二底面比若甲乙丙丁寅與甲丁戊寅二錐體比五卷二十二又

合理甲乙丙丁戊與甲丁戊二底面比若甲乙丙丁戊寅與甲丁戊寅二錐體比己庚辛子丑與己子丑二底面比若己庚辛子丑卯與己子丑卯二錐體比理同又甲丁戊寅己子丑卯既為三角底等高二錐體則甲丁戊與己子丑二底面比若甲丁戊寅與己子丑卯二錐體比本卷五夫甲乙丙丁戊與甲丁戊二底面比既若甲乙丙丁戊寅與甲丁戊寅二錐體比而甲丁戊與己子丑二底面比又若甲丁戊寅與己子丑卯二錐體比則平理甲乙丙丁戊與己子丑二底面比若甲乙丙丁戊寅與己子丑卯二錐體比而己子丑與己庚辛子丑二

底面比若己子丑卯與己庚辛子丑卯二錐體比故平理甲乙丙丁戊與己庚辛子丑二底面比若甲乙丙丁戊寅與己庚辛子丑卯二錐體比是以凡多邊底面等高錐體相與之比如其底面之比

第七題

凡三平行稜體可分為三相等三角底錐體



解曰甲乙丙為三平行稜體之底面丁戊己為頂面題言甲乙己體可分為三相等三角底錐體

論曰作乙丁戊丙丙丁三線甲乙戊丁既為平行邊形其對角線為乙丁則甲乙丁與戊丁乙二三角形等一卷三十四故甲乙丁丙戊丁乙丙二錐體等本卷五惟戊丁乙三角底面丙頂點之錐體即戊乙丙三角底面丁頂點之錐體同用諸面為界故也故甲乙丁丙與戊乙丙丁二錐體等又己丙乙戊既為平行邊形其對角線丙戊則戊丙己與丙乙戊二三角形等一卷三十四故丙乙戊丁與戊丙己丁二錐體等本卷五惟丙乙戊丁與甲乙丁丙二錐體等本論所以丙戊己丁與甲乙丁丙二錐體亦等故甲乙己平行稜體分為三相等三角底面錐體又甲乙丁底面丙頂點錐體即丙甲乙底面丁

頂點錐體同用諸面為界故也而甲乙丁丙錐體為甲乙己平行稜體三分之一故此三錐體並為甲乙己平行稜體三分之一

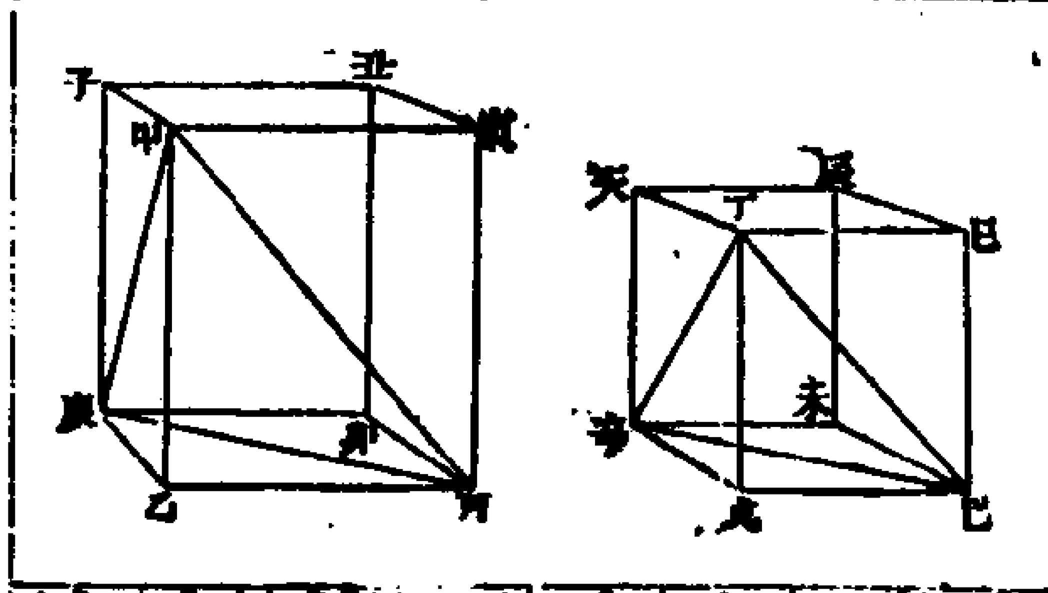
系任何稜錐體俱為同底等高平行稜體三分之一蓋平行稜體之底面若為多邊形其頂面相似可分為三角頂底面諸平行稜體故也

第八題

凡相似三角底錐體相與之比例為其相當邊三次比例

解曰如相似體勢等之二錐體以甲乙丙丁戊己二三角形為底庚辛為二頂點題言甲乙丙庚與丁戊己辛

二錐體之比例爲乙丙戊己二邊三次比例

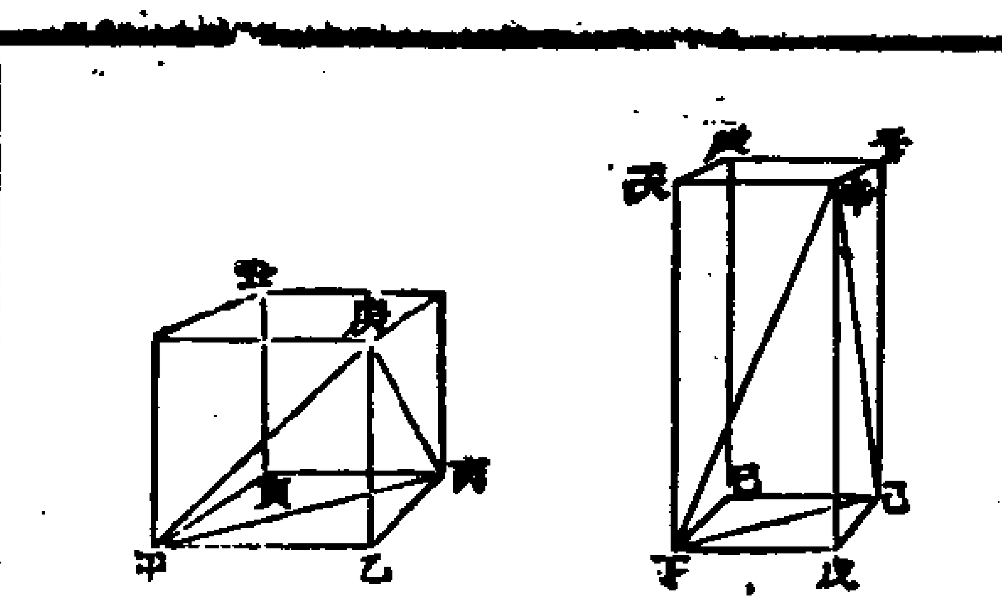


論曰作乙丑戊辰二方體甲乙丙庚與丁戊己辛二錐體既相似則甲乙丙丁戊己二角等庚乙丙辛戊己二角等甲乙庚丁戊辛二角等（十一卷界說九）而甲乙與丁戊二邊比若乙丙與戊己二邊比亦若乙庚與戊辛二邊比甲乙與丁戊比旣若乙丙與戊己比是夾等角之邊同比故乙寅與戊巳二平行邊形相似乙卯與戊未二平行邊形相似乙子與戊天二平行邊形相似理俱同惟寅乙乙子乙卯三平行邊形與其相對三平行邊形俱相似相等戊巳戊天戊未三平行邊形與其相對三平行邊形俱相似相等（十一卷二十四）所以乙丑與戊辰二體之諸面皆相似而面數同故乙丑與戊辰二體相似（十一卷界說九）凡相似方體相與之比例爲其相當邊三次比例（十一卷三十三）故乙丑與戊辰二體之比例爲乙丙與戊己二相當邊三次比例惟乙丑與戊辰二體之比若甲乙丙庚與丁戊己辛二錐體之比（十五卷十五）蓋錐體爲方體六分之一因平行棱體卽方體之半爲錐體之三倍故也是以甲乙丙庚與丁戊己辛二錐體之比例爲乙丙與戊己三次比例

系準題凡相似多邊底錐體相與之比例亦爲相當邊三次比例蓋各分其底爲諸三角面俱彼此相似而面數等相當面皆與其全面同比（六卷二十）則彼此二體內各相當三角底錐體相與之比若彼此二體內諸三角底錐體和相與之比卽若二全錐體相與之比惟二三角底錐體之比例爲其相當邊三次比例故二相似多邊底錐體之比例亦爲相當邊三次比例

第九題

凡三角底錐體等積則底面與高有反比例又三角底錐體底面與高有反比例則體積等



解曰二錐體以甲乙丙丁戊己二三角形爲底面庚辛爲二頂點題言甲乙丙庚與丁戊己辛二體之底面與高有反比例卽甲乙丙與丁戊己二底面比若丁戊己辛與甲乙丙庚二體之高比

論曰作乙丑及戊辰二方體甲乙丙庚與丁戊己辛二錐體旣等積甲乙丙庚錐體爲乙丑方體六分之一丁戊己辛錐體爲戊辰方體六分之一則乙丑與戊辰二方體等

積五卷十五凡等積方體底面與高有反比例十一卷三十四故乙寅與戊巳二底面比若戊辰與乙丑二體之高比惟乙寅與戊巳二底面比若甲乙丙與丁戊己二三角形比故甲乙丙丁戊己二三角形比若戊辰與乙丑二體之高比惟戊辰方體與丁戊己辛錐體等高乙丑方體與甲乙丙庚錐體等高故甲乙丙與丁戊己二底面比若丁戊己辛與甲乙丙庚二錐體之高比是以甲乙丙庚與丁戊己辛二錐體之底面與高有比例。

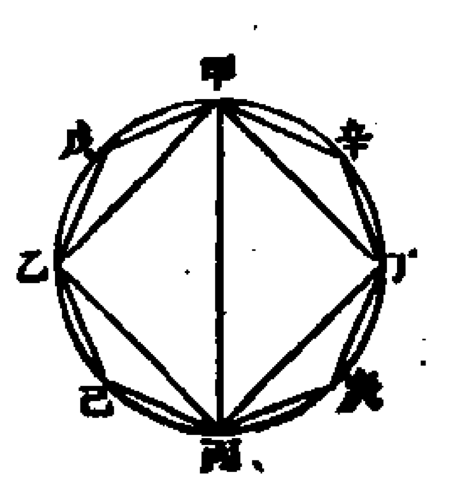
又解曰甲乙丙庚丁戊己辛二錐體之底面與高有反比例即甲乙丙與丁戊己二底面比若丁戊己辛與甲

乙丙庚二體之高比題言甲乙丙庚與丁戊己辛二錐體等積。

論曰如前圖甲乙丙與丁戊己二底面比既若丁戊己辛與甲乙丙庚二錐體之高比而甲乙丙與丁戊己二底面比若乙寅與戊巳二平行邊形比則乙寅與戊巳二平行邊形比若丁戊己辛與甲乙丙庚二錐體之高比惟丁戊己辛錐體與戊辰方體等高甲乙丙庚錐體與乙丑方體等高故乙寅與戊巳二底面比若戊辰與乙丑二方體之高比凡底面與高有反比例則方體必等積十一卷三十四故乙丑與戊辰二方體等積而甲乙丙庚錐體為乙丑方體六分之一丁戊己辛錐體為戊辰方體六分之一故甲乙丙庚與丁戊己辛二錐體等積是以三角底錐體底面與高有反比例則體積等

第十題

凡圓錐體為同底等高圓柱體三分之一



解曰如圓錐體與圓柱體同以甲乙丙丁平圓為底而其高又等題言圓錐體為圓柱體三分之一即圓柱體三倍圓錐體

論曰若云圓柱體非三倍圓錐體而或大或小者先設

大於三倍圓錐體試作甲乙丙丁內切圓方形甲乙丙丁方形必大於甲乙丙丁圓形之半於方形上作稜錐體與圓柱體等高則稜錐體亦必大於圓錐體之半蓋作外切圓方形則內切圓方形為外切圓方形之半以二方形為底面作二等高錐體則二錐體相與之比若二底面之比故內切圓方形上之錐體為外切圓方形上錐體之半而圓錐體小於外切圓方形上之錐體故甲乙丙丁內切圓方形上之錐體與圓柱體等高必大於圓錐體之半平分甲乙乙丙丙丁丁甲四弧線於戊己庚辛四點作甲戊戊乙乙己己丙丙庚庚丁丁辛辛

甲八線則甲戊乙乙己丙丙庚丁丁辛甲四三角形各
大於同底圓分之半本卷二四三角形上各作錐體與柱
體等高則諸錐體各大於諸圓分上錐體之半試過戊
己庚辛四點作甲乙乙丙丙丁丁甲四線之平行線而
成諸平行邊形其上作錐體與圓柱等高則此諸錐體
倍於甲戊乙乙己丙丙庚丁丁辛甲四三角形上之錐
體諸圓分小於諸平行邊形故甲戊乙乙己丙丙庚丁
丁辛甲四三角形上之錐體大於同底四圓分上錐體
之半以諸三角形減諸圓分所餘諸小圓分又平分之
作諸通弦成諸三角形每三角形上作錐體與柱體等

高如此累推至於諸餘分之和小於圓柱體與三倍圓
錐體相較之底十卷一設有此分命爲甲戊戊乙乙己己
丙丙庚庚丁丁辛辛甲則其餘面甲戊乙己丙庚丁辛
多邊形爲底作柱體與圓柱體等高亦大於三倍圓錐
體惟甲戊乙己丙庚丁辛多邊底面上與圓柱體等高
之柱體卽三倍甲戊乙己丙庚丁辛多邊底面上與圓
柱體等高之錐體本卷七是甲戊乙己丙庚丁辛多邊底
面上與圓柱體等高之錐體大於甲乙丙丁底面之圓
錐體然實小於圓錐體因此體爲圓錐體所容故也於
理不合故圓柱體不能大於三倍圓錐體亦不能小於

三倍圓錐體假設小於三倍圓錐體以反理推之是圓
錐體大於圓柱體三分之一試於甲乙丙丁圓內作甲
乙丙丁內切圓方形則此方形必大於圓面之半甲乙
丙丁方形上作稜錐體與圓錐體等高則稜錐體大於
圓錐體之半蓋甲乙丙丁方形爲外切圓方形之半二
方形上作錐體與圓錐體等高則甲乙丙丁方底之錐
體爲外切圓方形上錐體之半本論惟外切圓方形上之
錐體大於圓錐體因圓爲方所容故也故甲乙丙丁方
底之錐體與圓錐體等高大於圓錐體之半平分甲乙
乙丙丙丁丁甲四弧線於戊己庚辛四點作甲戊戊乙

乙己己丙丙庚庚丁丁辛辛甲八通弦則甲戊乙乙己
丙丙庚丁丁辛甲四三角形各大於同底圓分之半本論
於四三角形上各作錐體與圓錐體等高則諸錐體各
大於諸圓分上錐體之半又平分諸餘小圓分作諸通
弦成諸三角形於上作錐體與圓錐體等高累推至諸
圓分上錐體之和小於圓錐體與圓柱體三分之一之
較十卷一設有此分命爲甲戊戊乙乙己己丙丙庚庚丁
丁辛辛甲則其餘積甲戊乙己丙庚丁辛多邊底面與
圓柱體等高之錐體大於圓柱體三分之一惟甲戊乙
己丙庚丁辛多邊底面上與圓柱體等高之錐體卽甲

戊乙己丙庚丁辛底面上與圓柱體等高之平行棱體三分之一本卷七系是甲戊乙己丙庚丁辛多邊底面上與圓柱體等高之平行棱體大於甲乙丙丁底面上之圓柱體然實小於圓柱體因爲圓柱體所容故也於理不合故圓柱體不能小於三倍圓錐體亦不能大於三倍圓錐體本論是以圓柱體三倍圓錐體而圓錐體爲同底等高圓柱體三分之一

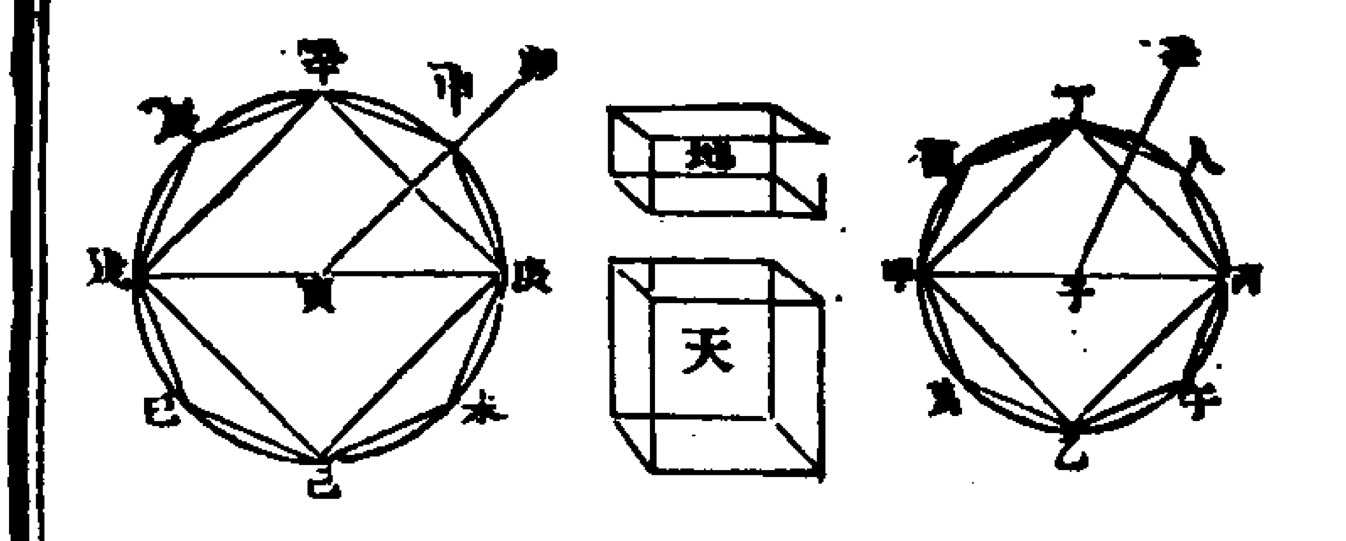
第十一題

凡等高圓錐或圓柱體相與之比若其底面之比

解曰二等高圓錐或圓柱體以甲乙丙丁及戊己庚辛

二平圓爲底面子丑及寅卯爲二軸線甲丙戊庚爲底面之徑題言甲乙丙丁與戊己庚辛二圓面之比若甲丑與戊卯二圓錐體或二圓柱體之比

論曰若云不然而甲乙丙丁與戊己庚辛二圓面比若甲丑圓錐體與或小或大於戊卯圓錐體之體比先設天體小於戊卯圓錐體令地體等於戊卯圓錐體與天體之



較則戊卯圓錐體與天地二體之和等戊己庚辛圓面內作戊己庚辛方形此方形大於圓面之半於方形上作錐體與圓錐體等高則方錐體大於圓錐體之半試作外切圓方形其上作錐體與圓錐體等高則內切圓方形上錐體等於外切圓方形上錐體之半蓋錐體相與之比若其底面之比故也本卷六而圓錐體小於外切圓方形之錐體故戊己庚辛方形上等圓錐高之錐體大於圓錐體之半次平分戊己己庚庚辛辛戊四弧線於辰巳未申四點作辛辰辰戊戊巳巳己己未未庚庚申申辛八通弦則辛辰戊戊巳己己未庚庚申辛四三

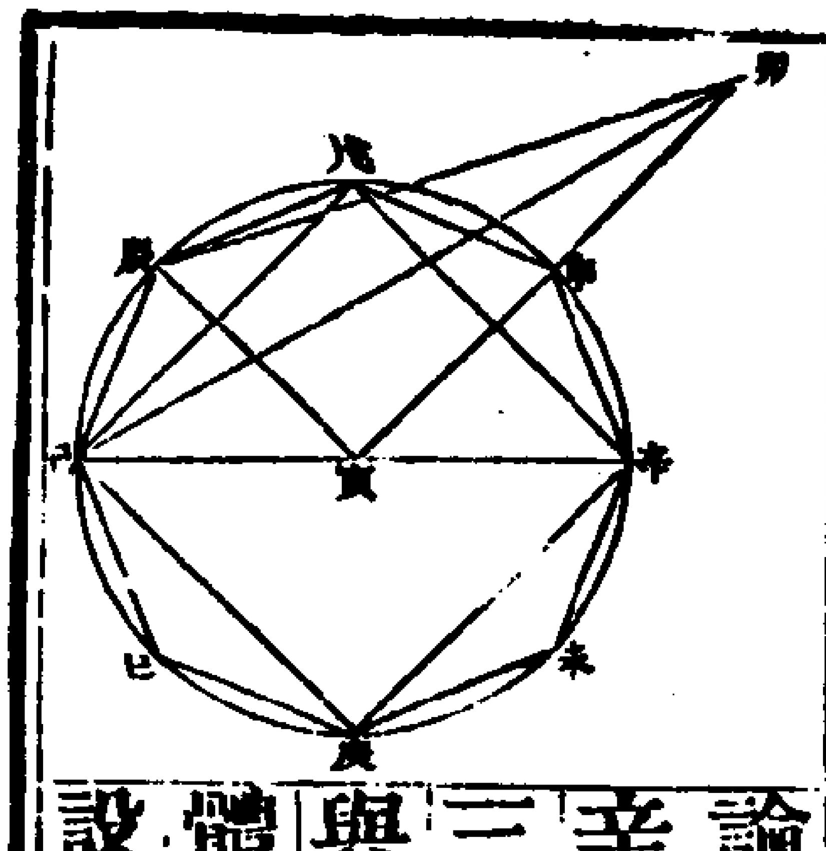
角形各大於同底圓分之半於四三角形上各作錐體與圓錐等高則諸錐體各大於諸圓分上錐體之半前平分之各弧線又各平分之作諸通弦成諸三角形其上作諸錐體與圓錐體等高如此累推至於諸圓分上錐體之和小於地體十卷一設有此諸錐體以辛辰戊戊巳己己未未庚庚申申辛爲諸底面之直邊則辛辰戊巳己未庚申多邊底面與圓錐體等高之錐體大於天體乃於甲乙丙丁圓面內作丁酉甲亥乙午丙人多邊形與辛辰戊巳己未庚申多邊形相似其上作錐體與甲丑圓錐體等高甲丙與戊庚二正方比既若丁

酉甲亥乙午丙人與辛辰戊巳己未庚申二多邊形比本卷二六卷二十本卷一亦若甲乙丙丁與戊己庚辛二圓面比。則甲乙丙丁與戊己庚辛二圓面比若丁酉甲亥乙午丙人與辛辰戊巳己未庚申二多邊形比五卷十一今甲乙丙丁與戊己庚辛二圓面比若甲丑圓錐體與天體比。而丁酉甲亥乙午丙人與辛辰戊巳己未庚申二多邊形比若丁酉甲亥乙午丙人丑與辛辰戊巳己未庚申卯二錐體比本卷六故甲丑圓錐體與天體比。亦若丁酉甲亥乙午丙人丑與辛辰戊巳己未庚申卯二錐體比。屬理。甲丑圓錐體與所容稜錐體比若天體與戊卯圓錐體所容稜錐體比。惟甲丑圓錐體大於所容之稜錐體。故天體大於戊卯圓錐體所容之稜錐體。今小於稜錐體。於理不合。故甲乙丙丁與戊己庚辛二圓面比。非若甲丑圓錐體與小於戊卯圓錐體之體比。而戊己庚辛與甲乙丙丁二圓面比。非若戊卯圓錐體與小於甲丑圓錐體之體比。理同。又設天體大於戊卯圓錐體。以反理推之。戊己庚辛與甲乙丙丁二圓面比若天體與甲丑圓錐體比。惟天體與甲丑圓錐體比。若戊卯圓錐體與小於甲丑圓錐體之體比。故戊己庚辛與甲乙丙丁二圓面比若戊卯圓錐體與小於甲丑圓錐體之體

比。準前論。於理不合。故甲乙丙丁與戊己庚辛二圓面比。非若甲丑圓錐體與大於戊卯圓錐體之體比。亦非若甲丑圓錐體與小於戊卯圓錐體之體比。本論故甲乙丙丁與戊己庚辛二圓面比若甲丑與戊卯二圓錐體比。凡圓錐體相與之比若圓柱體相與之比。因柱體三倍錐體故也。本卷十故甲乙丙丁與戊己庚辛二圓面比。若其面上等高圓柱體或圓錐體比。

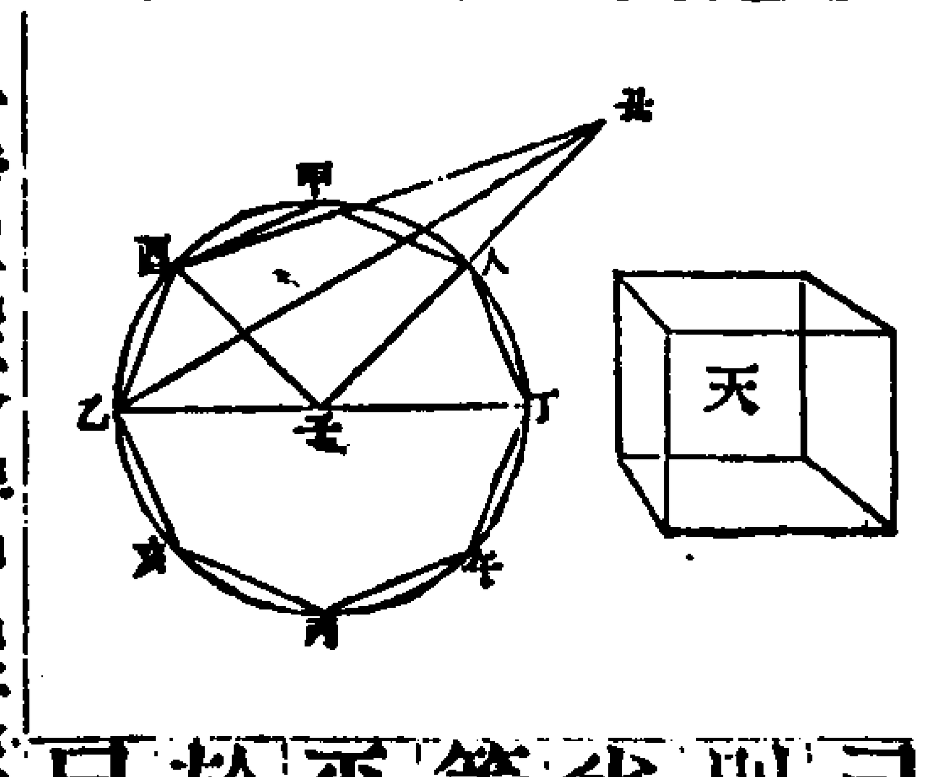
第十二題

凡相似圓錐體或圓柱體相與之比例。爲其底徑三次比例。



解曰。兩相似圓錐體或圓柱體以甲乙丙丁及戊己庚辛二平圓爲底面。乙丁、己辛爲二徑線。子丑、寅卯爲二錐體或柱體之軸線。題言甲乙丙丁丑與戊己庚辛卯二圓錐體之比例。爲乙丁與己辛二徑線三次比例。

論曰。若云甲乙丙丁丑與戊己庚辛卯二圓錐體之比例。非二徑線三次比例。而甲乙丙丁丑圓錐體與或小或大於戊己庚辛卯圓錐體之體比爲二徑線三次比例。先設天體小於己卯圓錐體。試於戊



己庚辛圓面內作戊己庚辛方形則此方形大於戊己庚辛圓面之半又於方形上作錐體與圓錐體等高則此錐體大於圓錐體之半平分戊己己庚庚辛辛戊四弧線於辰巳未申四點作戊辰辰己己巳巳庚庚未未辛辛申申戊八通弦則戊辰己己巳庚庚未辛辛申戊四三角形各大於同底圓分之半於四三角形上各作錐體與圓錐體等高則各錐體俱大於各圓分上錐體之半又平分戊辰

辰己等諸弧線作諸通弦成諸三角形其上各作錐體與圓錐體等高如此累推至於諸圓分上錐體之和小於戊己庚辛卯圓錐體與天體之較十卷一　設有此諸錐體以戊辰辰己己巳巳庚庚未未辛辛申申戊諸圓分爲底面則戊辰己巳庚未辛申卯之錐體大於天體試於甲乙丙丁圓內作甲酉乙亥丙午丁人多邊形與戊辰己巳庚未辛申相似其上作錐體與本圓錐體等高丑乙酉三角形爲甲酉乙亥丙午丁人丑錐體之一面卯己辰三角形爲戊辰己巳庚未辛申卯錐體之一面又作子酉寅辰二線甲乙丙丁丑與戊己庚辛卯既相

似則乙丁與己辛比若子丑與寅卯比十一卷界說二十四　惟乙丁與己辛比若乙子與己寅比故乙子與己寅比若子丑與寅卯比屬理乙子與子丑比若己寅與寅卯比又乙子丑與己寅卯同爲直角夾二角之邊又同比故乙子丑與己寅卯二三角形相似六卷六　又乙子與子酉比既若己寅與寅辰比而又爲夾乙子酉己寅辰二等角之邊以此二角所對之弧皆爲八分圓周之一故也所以乙子酉與己寅辰二三角形相似六卷六　又乙子與子丑比既若己寅與寅卯比本論而乙子與子酉比若己寅與寅辰比則子酉與子丑比若寅辰與寅卯比是夾酉

子丑辰寅卯二等角之邊同比故丑子酉與卯寅辰相似惟乙子丑己寅卯既相似而丑乙與乙子比若卯己與己寅比乙子酉己寅辰二三角形又相似而子乙與乙酉比若寅己與己辰比則平理丑乙與乙酉比若卯己與己辰比五卷二十二　又丑酉子卯辰寅二三角形既相似而丑酉與酉子比若卯辰與辰寅比子乙酉寅己辰二三角形又相似而子酉與酉乙比若寅辰與辰己比則平理丑酉與酉乙比若卯辰與辰己比而酉乙與乙丑比若辰己與己卯比本論　所以平理酉丑與丑乙比若辰卯與卯己比故丑酉乙卯辰己二三角形之相當邊

俱同比則此二三角形必相似（六卷五）所以乙酉子丑與己辰寅卯二錐體相似因其面俱相似而面數等故也（十一卷界說九）凡三角底面相似錐體相與之比例爲其相當邊三次比例（本卷八）故乙子酉丑與己寅辰卯二錐體之比例爲乙子與己寅三次比例又從甲入丁午丙亥六點至子心作諸線從戊申辛未庚巳六點至寅心作諸線所成之諸三角形上作錐體與圓錐體等高則此圓錐內諸棱錐體與彼圓錐內諸相當棱錐體之比例爲乙子與己寅相當邊三次比例或乙丁與己辛二徑亦同凡一前率與一後率比若諸前率與諸後率比（五卷十二）

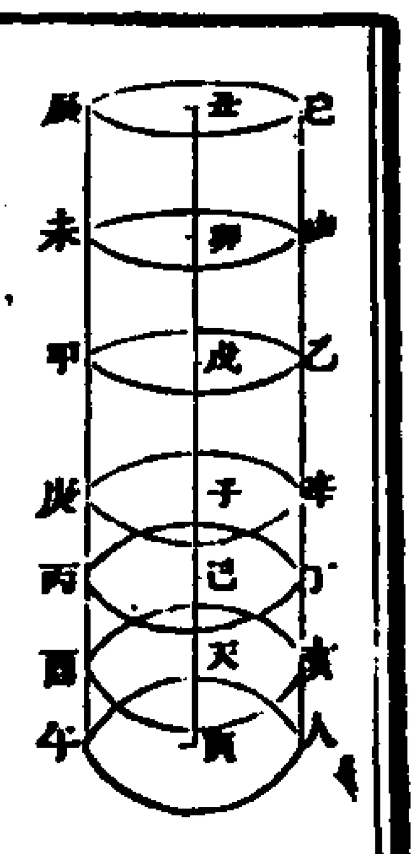
故乙子酉丑與己寅辰卯二錐體比若甲酉乙亥丙午丁入丑與戊辰己巳庚未辛申卯二錐體比所以二錐體之比例爲乙丁與己辛三次比例今甲乙丙丁丑圓錐體與天體比爲乙丁與己辛三次比例是甲乙丙丁丑圓錐體與天體比若甲酉乙亥丙午丁入丑與戊辰己巳庚未辛申卯二錐體比屬理甲乙丙丁丑圓錐體與其所容甲酉乙亥丙午丁入丑錐體比若天體與戊辰己巳庚未辛申卯錐體比惟圓錐體必大於棱錐體能容之故也故天體必大於戊辰己巳庚未辛申卯錐體今天體反小於理不合故甲乙丙丁丑圓錐體與小於戊己庚辛卯圓錐體之體比非爲乙丁與己辛三次比例又戊己庚辛卯圓錐體與小於甲乙丙丁丑圓錐體之體比非爲己辛與乙丁三次比例理同又甲乙丙丁丑圓錐體與大於戊己庚辛卯圓錐體之體其比例非爲乙丁與己辛三次比例設天爲大體以反理推之天體與甲乙丙丁丑圓錐體之比爲己辛與乙丁三次比例夫天體與甲乙丙丁丑圓錐體比若戊己庚辛卯圓錐體與小於甲乙丙丁丑圓錐體之體比是戊己庚辛卯圓錐體與小於甲乙丙丁丑圓錐體之體比爲己辛與乙丁三次比例凖前論於理不合故甲乙丙丁丑

圓錐體與大於戊己庚辛卯圓錐體之體比非爲乙丁與己辛三次比例與小體亦然（本論）故甲乙丙丁丑圓錐體與戊己庚辛卯圓錐體之比例爲乙丁與己辛三次比例惟二圓錐體相與之比若二圓柱體相與之比葢圓錐體爲同底等高圓柱體三分之一故也（本卷十）所以二圓柱體相與之比例亦爲乙丁與己辛三次比例

第十三題

凡圓柱體爲其二對面之平行面所割分爲二圓柱體則二圓柱體比若二軸線比

解曰甲丁圓柱爲甲乙丙丁二面之平行面庚辛所割



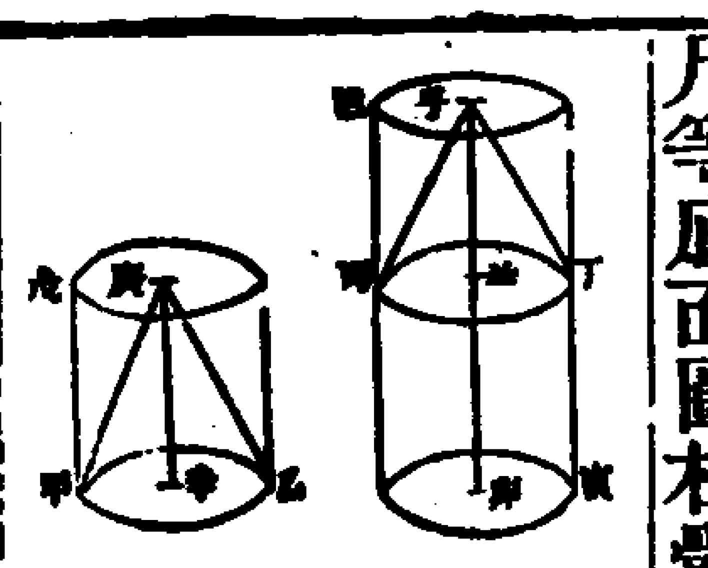
交軸線戊己於子點分為二圓柱體題言乙庚與庚丁二圓柱體比若戊子與子己二軸線比

論曰戊己軸線兩端引長之至丑寅二點任取戊卯卯丑皆等於戊子軸線又任取己天天寅皆等於子己軸線過丑卯天寅四點作辰巳未申酉亥午人四面皆與甲乙丙丁二面平行以丑卯天寅諸點為心作諸圓面皆與甲乙丙丁二圓面等而成巳未未乙丁酉酉人四圓柱體丑卯卯戊戊子三軸線既俱相等則巳未未乙乙庚三圓柱相與之比如其底面之比本卷十一惟諸底面

俱相等故巳未未乙乙庚三柱體相等又丑卯卯戊戊子三軸線既俱相等而巳未未乙乙庚三圓柱體俱相等丑卯卯戊戊子若干軸線與巳未未乙乙庚若干柱體等則子丑軸線為戊子軸線之幾倍若巳庚柱體為庚乙柱體之幾倍又寅子軸線為子己軸線之幾倍若人庚柱體為庚丁柱體之幾倍理同故設子丑軸線與子寅軸線等則巳庚柱體與庚人柱體等若子丑軸線大於子寅軸線則巳庚柱體大於庚人柱體若小則亦小故有四幾何卽戊子子己二軸線及乙庚庚丁二柱體取戊子軸線及乙庚柱體幾倍之各相等卽子丑軸線及巳庚柱體是也又取子己軸線及庚丁柱體幾倍之各相等卽子寅軸線及庚人柱體是也是以戊子與子己二軸線比若乙庚與庚丁二柱體比五卷界說五

第十四題

凡等底面圓柱體及圓錐體相與之比若其高之比



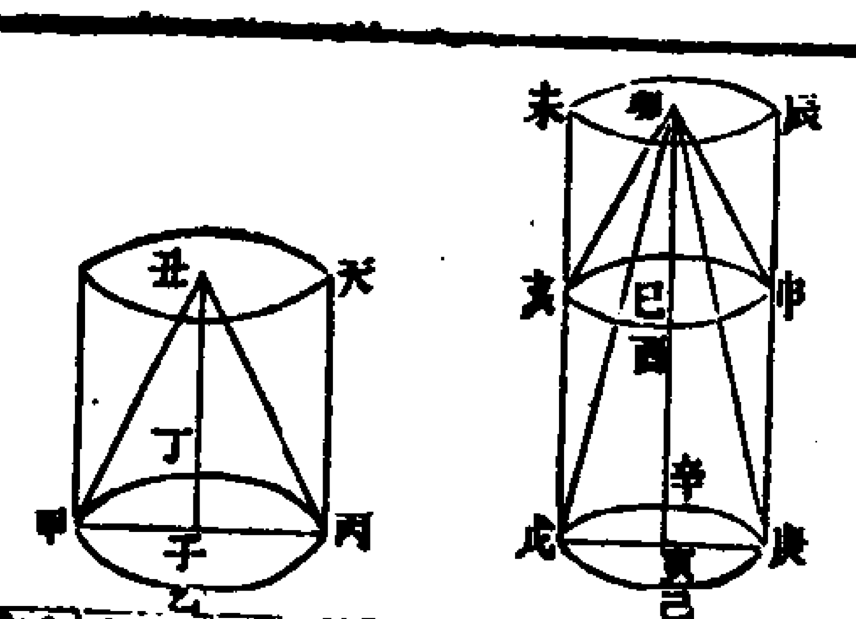
解曰己丁戊乙二圓柱體在甲乙丙丁二相等底面上題言戊乙與己丁二圓柱比若庚辛與子丑二軸線比

論曰引長子丑軸線至卯令丑卯等於庚辛軸線卽以丑卯為丙寅圓柱之軸

線戊乙丙寅二圓柱既等高則其相與之比若二底面之比本卷十一惟二底面相等故戊乙丙寅二圓柱相等乃己寅圓柱體既為二對面之平行面丙丁所割則丙寅與己丁二圓柱體比若丑卯與子丑二軸線比本卷十三惟丙寅與戊乙二圓柱體等而丑卯與庚辛二軸線等故戊乙與己丁二圓柱體比若庚辛與子丑二軸線比惟戊乙與己丁二圓柱體比若甲乙庚丙丁子二圓錐體比因圓柱體三倍圓錐體故也是以庚辛與子丑二軸線比若甲乙庚與丙丁子二圓錐體比亦若戊乙與己丁二圓柱體比

第十五題

凡等積圓錐或圓柱體其底與高有反比例又若底與高有反比例則圓錐或圓柱體必等積



解曰有二等積圓錐或圓柱體以甲乙丙丁戊己庚辛二圓面爲底甲丙戊庚爲二徑線子丑寅卯爲二軸線即圓錐或圓柱體之高設作甲天辰戊二圓柱體題言二體之底面與高有反比例即甲乙丙丁與戊己庚辛二底面比若寅卯與子丑二高比

論曰子丑與寅卯二高或等或不等設等則甲天與戊辰二圓柱之底亦等凡等高圓錐或圓柱體相與之比若其底面之比本卷十一故甲乙丙丁與戊己庚辛二底面必等所以成反比例即甲乙丙丁與戊己庚辛二底面比若寅卯與子丑二高比設二高不等寅卯大於子丑試於寅卯內取寅巳高與子丑等以戊己庚辛未辰二對面之平行面酉亥申割戊辰圓柱體過巳點成戊申圓柱體以戊己庚辛爲底面寅巳爲高甲天與戊辰二圓柱體既等積戊申爲別圓柱體則甲天與戊申二圓柱體比若戊辰與戊申二圓柱體比五卷七惟甲天與戊

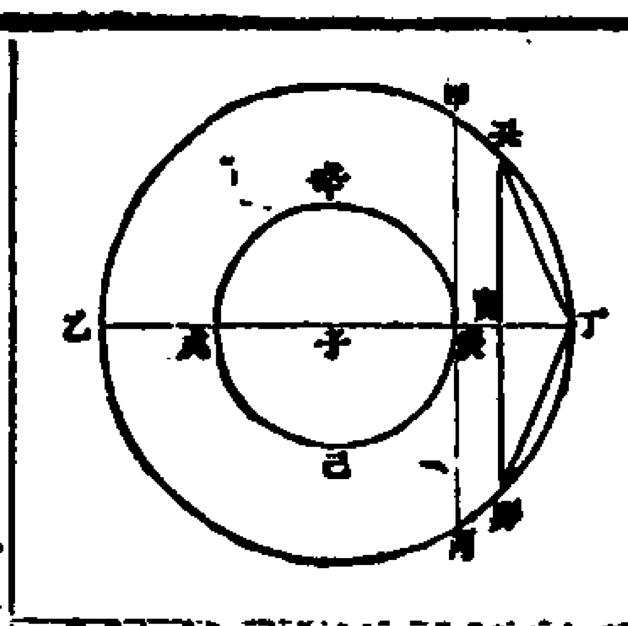
申二圓柱體比若甲乙丙丁與戊己庚辛二底面比因甲天戊申二體等高故也本卷十一而戊辰與戊申二圓柱體比若寅卯與寅巳二高比因戊辰體爲二對面之平行面酉亥申所割故也本卷十三故甲乙丙丁與戊己庚辛二底面比若寅卯與寅巳二高比惟寅巳與子丑二高等所以甲乙丙丁與戊己庚辛二底面比若寅卯與子丑二高比是以甲天戊辰二等積圓柱體之底面與其高成反比例

又解曰設甲天戊辰二圓柱體底面與高有反比例即甲乙丙丁與戊己庚辛二底面比若寅卯與子丑二高比題言甲天與戊辰二體等積

論曰準前圖甲乙丙丁與戊己庚辛二底面比若寅卯與子丑二高比而子丑與寅巳等高則甲乙丙丁與戊己庚辛二底面比若寅卯與寅巳二高比惟甲乙丙丁與戊己庚辛二底面比若甲天與戊申二圓柱體比本卷十一因等高故也而寅卯與寅巳二高比若戊辰與戊申二體比本卷十三故甲天與戊申二體比若戊辰與戊申二體比是以甲天與戊辰二圓柱體等積圓錐體理同五卷九

第十六題

大小同心二圜面求作大圜內切偶數等邊形與小圜周不相遇



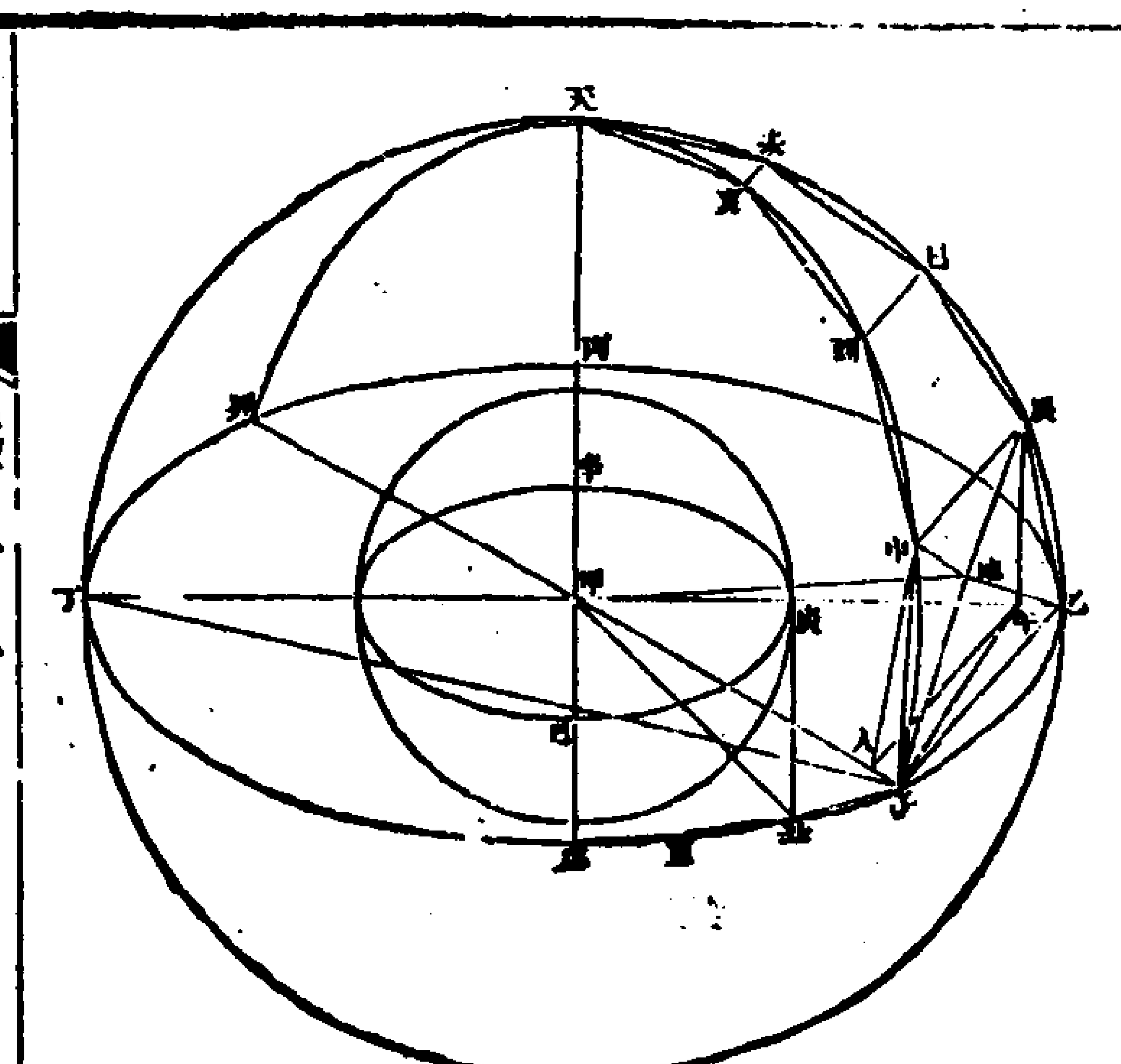
法曰甲乙丙丁戊己庚辛大小二圜面皆以子點爲心求作大圜內切偶數等邊形與小圜周不相遇法過圜心子點作乙丁直線從庚點作乙丁之垂線甲庚引長之至丙點則甲丙爲戊己庚辛小圜之切線三卷十六次平分乙甲丁半圜周其所分之一分又半之如此累推至於所分弧分小於甲丁弧十卷一命其分爲丑丁從丑點作乙丁之垂線丑寅引長之至

卯作丑丁丁卯二線丑丁與丁卯必等丑卯既與甲丙平行而甲丙爲戊己庚辛小圜之切線則丑卯不切小圜周丑丁丁卯二線愈不切小圜周是以於大圜內作諸通弦皆與丑丁等則成偶數等邊形與戊己庚辛小圜周不相遇

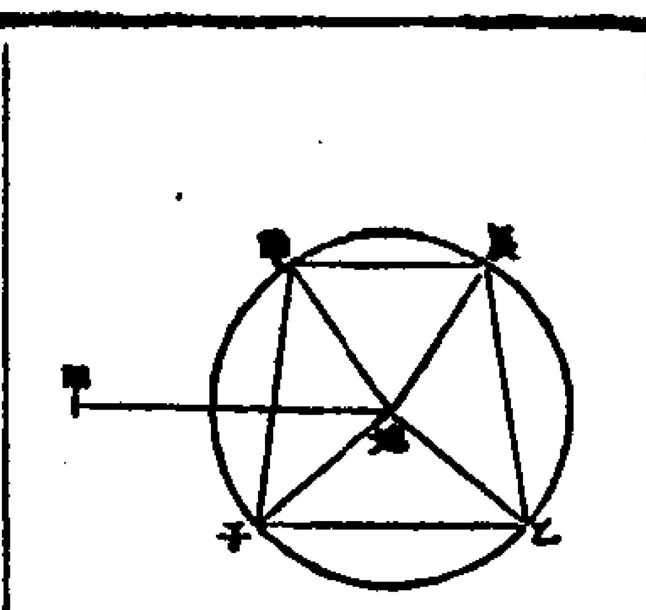
第十七題

大小同心二球體大球內求作多面體與小球界不相遇

法曰大小二球體同以甲點爲心大球內求作多面體與小球界不相遇先設大球爲過圜心甲點面所剖則二半球之平面皆爲平圜凡球體爲半平圜繞軸旋轉



所成故也十一卷界說十四故半圜周不論何點繞軸一周必成球體內之平圜繞心一周爲大平圜盈球內諸線徑線爲最大故也三卷十五故乙丙丁戊爲大球之最



大平圜己庚辛爲小球之最大平圜作乙丁丙戊爲大平圜二徑線相與成直角次於乙丙丁戊大平圜內作偶數等邊形與己庚辛小平圜之周不相遇本卷十六如乙子子丑丑寅寅戊諸邊皆在乙戊象限弧線內次作子甲線引長之至卯次從甲作乙丙丁戊平圜之垂線甲天遇球界於天次過甲天乙丁二線作一面又過甲天子卯二線作一面此二面皆爲球內之大平圜則乙丁子卯二徑線上有二大平圜乙天丁子天卯爲其二半圜天甲直線既爲

乙丙丁戊平圜之垂線則過天甲線之諸面必爲乙丙丁戊平圜之垂面十一卷十八所以乙天丁子天卯二半圜皆爲乙丙丁戊之垂面而此二半圜必相等因在乙丁子卯相等二徑線上故也則乙戊乙天子天三象限皆等故乙戊象限內有若干邊則乙天子天二象限內各有若干邊皆與乙子子丑丑寅寅戊諸邊等次作乙辰辰巳巳未未天子申申酉酉亥亥天諸邊次作申辰酉巳亥未諸線次從申辰二點作乙丙丁戊平圜面之二垂線此二垂線在三平圜面之交線乙丁子卯上十一卷三十八因乙天丁子天卯二半圜面皆爲乙丙丁戊平圜之

垂面故也故此二垂線爲辰午申人次作午人線乙天丁子天卯二半圜內既取圓周之等分乙辰子申二弧而作辰午申人則辰午必等於申人而乙午必等於子人惟乙甲子甲二半徑等所以午甲人甲二餘線等故乙午與午甲比若子人與人甲比則人午與子乙必平行六卷二又辰午申人二線既皆爲乙丙丁戊圜面之垂線則辰午與申人必平行十一卷六而亦相等本論故人午申辰爲相等平行線一卷三十三人午既與申辰平行亦與子乙平行本論則申辰與子乙亦平行十一卷九而乙辰子申爲二聯線故子乙辰申四邊形在一面內凡二直線平行

於二線內各任取二點作二聯線必與平行線同在一面內故也十一卷七又申辰巳酉酉巳未亥二四邊形各在一面內理同又亥未天三角形亦在一面內十一卷二故從辰申巳酉未亥六點至甲點各作線即成多面體之一分爲諸棱錐體之所合此諸棱錐體在乙天子天兩象限界內子乙辰申申辰巳酉酉巳未亥三箇四邊形及亥未天三角形爲諸錐體底甲爲公頂點子丑丑寅寅戊三邊上各作三四邊形一三角形皆如子乙上諸形餘三象限亦如之餘半球體亦如之則球內成諸錐體合成多面體其錐體之諸底爲四邊及三角形皆與子

乙上四邊及三角形等甲爲公頂點此多面體之諸面與己庚辛平圜旋成之小球界必不相遇試從甲點作子乙辰申四邊形之垂線甲地十一卷十一次作乙地子地二線甲地既爲子乙辰申四邊形之垂線則亦爲本面內所遇諸線之垂線十一卷界說三故甲地與乙地子地皆成直角又甲乙甲子二半徑既等則甲乙與甲子之二正方亦必等惟甲地乙地之二正方和與甲乙之正方等因地爲直角故也一卷四十七甲地子地之二正方和與甲子之正方等理同故甲地乙地之二正方和與甲地子地之二正方和等去一甲地之正方則餘乙地子地之

二正方亦必等故乙地與子地二線必等又作辰地申地二線與乙地子地二線必等理同故乙地或子地爲半徑地爲心旋成圜周必過辰申二點所以子乙辰申爲内切圜之四邊形又子乙既大於人午而人午與申辰等則子乙必大於申辰惟子乙與子申及乙辰皆等故子申乙辰各大於申辰子乙辰申既爲内切圜之四邊形子乙乙辰子申皆等辰申略小乙地爲聯心點之線則子乙之正方必大於倍乙地之正方從子點作乙丁之垂線子午乙丁既小於倍丁午而丁乙與丁午比若丁乙乙午之矩形與丁午午乙之矩形比六卷一則丁乙乙午之矩形小於倍丁午午乙之矩形又作子丁線則丁乙乙午之矩形與子乙之正方等丁午午乙之矩形與子午之正方等六卷十八故子乙之正方小於倍子午之正方惟子乙之正方大於倍乙地之正方故子午之正方大於乙地之正方又乙甲既與子甲等則乙甲與子甲之二正方等而乙地地甲之二正方和與乙甲之正方等子午午甲之二正方和與子甲之正方等一卷四十七故乙地甲地之二正方和與子午午甲之二正方和等惟子午之正方大於乙地之正方本論故餘午甲之正方小於餘甲地之正方所以甲地大於午甲故甲地甚

大於甲庚惟甲地爲多面體一面之垂線甲庚爲小球之半徑所以多面體之面與小球界不相遇

又捷法甲地大於甲庚有確據試從庚點作庚丑與甲庚成直角又作甲丑線次平分乙戊弧線又平分其半累平分之至弧線之通弦小於庚丑十卷一命此弧線爲乙子乙子申辰既爲内切圜之四邊形辰乙乙子子申皆等而申辰略小則乙地子爲鈍角所以乙子大於乙地惟庚丑大於乙子所以庚丑甚大於乙地而庚丑之正方大於乙地之正方又甲丑與甲乙既等則甲丑與甲乙之二正方亦等惟甲庚庚丑之二正方和等於甲丑之正方乙地地甲之二正方和等於乙地地甲之二正方和惟甲庚庚丑之二正方和等於乙地地甲之二正方和惟乙地之正方小於庚丑之正方本論所以餘地甲之正方大於餘甲庚之正方故甲地必大於甲庚是以同心二球於大球内作多面體其面與小球界不相遇

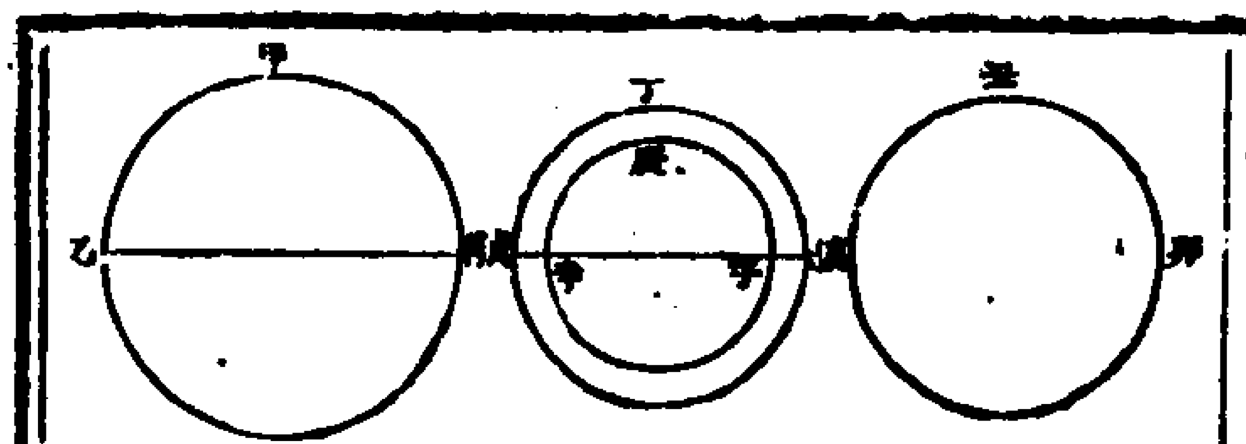
系凡小球内作多面體與大球内多面體相似則小球内多面體與大球内多面體之比例爲小球徑與大球徑三次比例盖其體分爲同類諸錐體其錐體大小必相似凡相似錐體相與之比爲相當邊三次比例本卷八系故子乙辰申四邊底面甲頂點之錐體與小球内同類

錐體之比爲二體相當邊三次比例卽大小二球半徑三次比例又大小二球內凡相當二錐體之比爲大小二球半徑三次比例凡一先率與一後率比若諸先率與諸後率比五卷十二所以大小二球內二多面體之比爲大小二球半徑三次比例亦卽大球徑乙丁與小球徑三次比例

第十八題

凡球相與之比例爲其徑三次比例

解曰甲乙丙丁戊己二球體乙丙戊己爲二徑題言甲乙丙丁戊己二球體之比例爲乙丙戊己二徑三次比例



論曰若云不然而甲乙丙球體與或大或小於丁戊己之球體比爲乙丙與戊己二徑三次比例先設甲乙丙與小球庚辛子比令丁戊己庚辛子二球同心大球丁戊己內作多面體其面與小球界不相遇本卷十七又甲乙丙球內亦作多面體與丁戊己球內之體相似則甲乙丙與丁戊己二球內二多面體之比爲乙丙與戊己三次比例本卷十七系今甲乙丙與庚辛子二球之比亦爲乙丙與戊己三次比例是甲乙丙與庚辛子二球比若甲乙丙丁戊己二球內二多面體比五卷十一屬理甲乙丙球與所容之多面體比若庚辛子球與丁戊己所容多面體比惟甲乙丙球大於所容多面體則庚辛子球亦當大於丁戊己球所容之多面體今反小於多面體而爲所容於理不合故甲乙丙球與小於丁戊己之球體比非爲乙丙與戊己三次比例又丁戊己球與小於甲乙丙之球體比非爲戊己與乙丙三次比例理同而甲乙丙球與大於丁戊己之球體比亦非爲乙丙與戊己三次比例設大球爲丑寅卯以反理言之丑寅卯與甲乙丙二球之比爲戊己與乙丙二徑三次比例而丑寅卯與甲乙丙二球

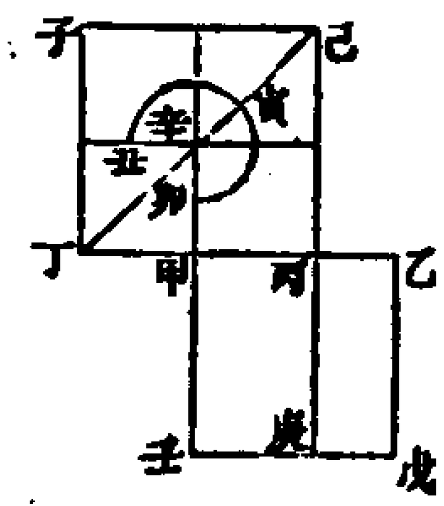
比若丁戊己球與小於甲乙丙之球體比蓋因丑寅卯球大於丁戊己球故也是丁戊己球與小於甲乙丙之球體比爲戊己與乙丙三次比例於理不合本論所以甲乙丙球與大於丁戊己之球體比非爲乙丙與戊己三次比例又與小於丁戊己之球體比亦非爲乙丙與戊己三次比例本論是以甲乙丙與丁戊己二球之比爲乙丙與戊己三次比例

幾何原本第十三卷 論體三

英國 偉烈亞力 口譯
海甯 李善蘭 筆受

第一題

凡理分中末線大分與半全線和之正方五倍半全線之正方



解曰甲乙直線於丙點分為中末線甲丙為大分引長甲丙至丁點令甲丁等於甲乙之半題言丙丁之正方五倍甲丁之正方

論曰作甲乙之正方甲戊作丁丙之正方丁己丁己為本圖引長己丙至庚甲乙線既於丙點分為中末線則甲乙乙丙之矩形與甲丙之正方等（六卷十七又界說三）惟丙戊矩形等於甲乙乙丙之矩形甲丙之正方等於己辛正方故丙戊矩形等於己辛正方又甲乙既倍於甲丁而甲乙等於甲壬甲丁等於甲辛則甲壬倍於甲辛惟甲壬與甲辛比若壬丙與辛丙二矩形比（六卷一）故壬丙倍於丙辛又子辛辛丙二矩形之和倍於丙辛矩形（一卷四十三）所以壬丙矩形等於子辛辛丙二矩形之和惟丙戊矩形等於己辛正方（本論）故甲戊全正方等於丑寅卯磬折形又乙甲既倍於甲丁則乙甲之正方四倍甲丁之正方（六卷二十題系）即甲戊正方四倍丁辛正方惟甲戊正方等於丑寅卯磬折形故丑寅卯磬折形四倍丁辛正方所以丁己全正方五倍丁辛正方惟丁己為丙丁之正方丁辛為甲丁之正方所以丙丁之正方五倍甲丁之正方是以大分與半全線和之正方五倍半全線之正方

案凡算理或先知其當然求其所以然是謂反求或求其所以然乃知其當然是謂正求

不用圖依理反求之

甲乙直線於丙點分為中末線以甲丙為大分設甲丁等於甲乙之半今言丙丁之正方五倍丁甲之正方

論曰丙丁之正方既五倍丁甲之正方而丙甲甲丁之二正方和加倍丙甲甲丁之矩形等於丙丁之正方（二卷四）則丙甲甲丁之二正方和加倍丙甲甲丁之矩形為五倍甲丁之正方以分理推之則丙甲之正方加倍丙甲甲丁之矩形為四倍甲丁之正方惟乙甲甲丙之矩形等於倍丙甲甲丁之矩形因乙甲倍於甲丁故也而甲丙之正方等於甲乙乙丙之矩形因甲乙分為中末線故也（六卷十七）故甲乙甲丙之矩形加甲

乙乙丙之矩形爲四倍甲丁之正方惟甲乙甲丙之矩形加甲乙乙丙之矩形爲甲乙之正方（二卷二）而甲乙之正方恰四倍甲丁之正方因乙甲倍於甲丁故也（六卷二十）卽得確證

不用圜依理正求之

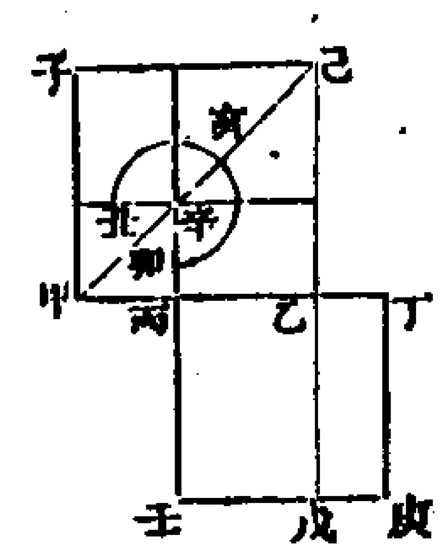
論曰甲乙之正方既四倍甲丁之正方而甲乙之正方爲乙甲甲丙之矩形加甲乙乙丙之矩形（二卷二）則乙甲甲丙之矩形加甲乙乙丙之矩形爲四倍甲丁之正方惟乙甲甲丙之矩形等於倍丁甲甲丙之矩形而甲乙乙丙之矩形等於甲丙之正方故甲丙之正方加倍丁

甲甲丙之矩形爲四倍丁甲之正方而丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形爲五倍丁甲之正方惟丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形爲丁丙之正方（二卷四）故丁丙之正方五倍丁甲之正方

第二題

直線之正方若五倍本線一分之正方則倍此一分而分爲中末線中末線之大分卽本線之餘分

解曰甲乙線之正方五倍其一分甲丙之正方倍甲丙爲丙丁題言分丙丁爲中末線則大分丙乙卽本線之餘分



論曰作甲乙丙丁二線之正方甲己丙庚以甲己爲本圖引長己乙至戊甲乙之正方五倍甲丙之正方卽甲己正方五倍甲辛正方故丑寅卯磬折形四倍甲辛正方丁丙既倍於丙甲則丙丁之正方四倍丙甲之正方（六卷二十）卽丙庚正方四倍甲辛正方惟丑寅卯磬折形四倍甲辛正方（本論）故丑寅卯磬折形等於丙庚正方又丁丙既倍於甲丙而丁丙與丙壬等甲丙與丙辛等則丙壬倍於丙辛故壬乙矩形倍於乙辛矩形又子辛辛乙二矩形之和倍於辛乙矩形（一卷四十三）故壬乙矩

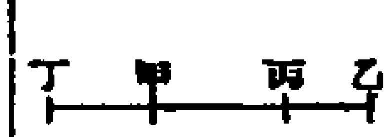
形等於子辛辛乙二矩形之和而丑寅卯磬折形等於丙庚全正方故餘辛己正方等於餘乙庚矩形惟乙庚爲丙丁丁乙之矩形因丙丁等於丁庚故也辛己爲乙丙之正方故丙丁丁乙之矩形等於丙乙之正方而丁丙與丙乙比若丙乙與乙丁比（六卷十七）惟丁丙大於丙乙故丙乙大於乙丁卽分丙丁爲中末線丙乙爲大分是以直線上正方若五倍本線一分之正方倍此一分分爲中末線則本線之餘分卽中末線之大分

案倍甲丙必大於乙丙（上論）如云不然而乙丙倍於丙甲則乙丙之正方四倍丙甲之正方而乙丙丙甲之二正

方和爲五倍丙甲之正方惟乙甲之正方五倍丙甲之正方是乙甲之正方等乙丙丙甲之二正方和於理不合二卷四故乙丙非倍於丙甲又倍丙甲非小於乙丙理同所以倍甲丙必大於乙丙

依理反求之

丙丁直線之正方五倍其一分甲丁之正方甲乙爲倍丁甲於丙點分甲乙爲中末線今言其大分甲丙爲丙丁原線之餘分



論曰甲乙既分於丙點爲中末線甲丙爲大分則甲乙乙丙之矩形等於甲丙之正方六卷十七惟乙甲

甲丙之矩形倍於丁甲甲丙之矩形因乙甲倍於丁甲故也又甲乙乙丙之矩形加乙甲甲丙之矩形卽甲乙之正方二卷二亦卽倍丁甲甲丙之矩形加甲丙之正方惟甲乙之正方四倍丁甲之正方六卷二十所以倍丁甲甲丙之矩形加甲丙之正方四倍丁甲之正方故丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形卽丙丁之正方爲五倍甲丁之正方與題所設合

依理正求之

論曰丙丁之正方既五倍丁甲之正方而丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形等於丙丁之正方則丁甲甲丙之二正方和加倍丁甲甲丙之矩形爲五倍丁甲之正方二卷四以分理推之則倍丁甲甲丙之矩形加甲丙之正方爲四倍甲丁之正方惟甲乙之正方四倍甲丁之正方六卷二十所以倍丁甲甲丙之矩形卽乙甲甲丙之矩形又加甲丙之正方等於甲乙之正方惟甲乙之正方等於甲乙乙丙之矩形加乙甲甲丙之矩形二卷二故乙甲甲丙之矩形加甲乙乙丙之矩形等於乙甲甲丙之矩形加甲丙之正方去其公用乙甲甲丙之矩形則餘甲乙乙丙之矩形等於甲丙之正方故乙甲與甲丙比若甲丙與丙乙比六卷十七惟乙甲大於甲丙故

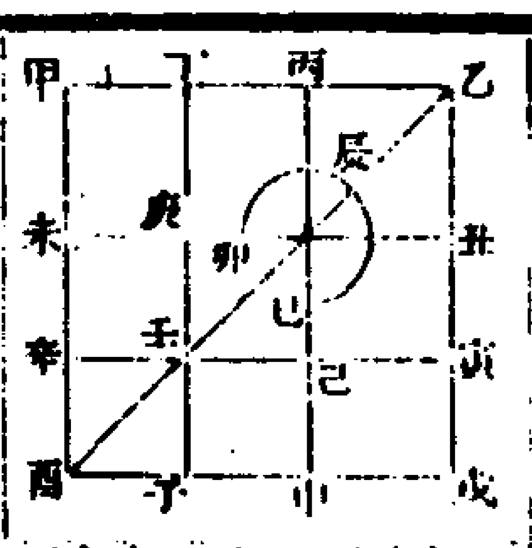
甲丙大於丙乙所以甲乙線於丙點分爲中末線甲丙爲大分六卷界說三

第三題

凡直線分爲中末線則小分與半大分和之正方五倍半大分之正方

解曰甲乙線於丙點分爲中末線其大分甲丙平分於丁題言乙丁之正方五倍丁丙之正方

論曰作甲乙之正方甲戊甲丙倍於丙丁則甲丙之正方四倍丙丁之正方卽未申正方四倍己

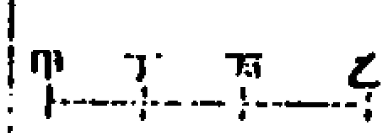


庚正方又甲乙乙丙之矩形既等於甲丙之正方卷六十七則丙亦等於丙戊矩形而甲丙之正方等於未申正方則丙戊矩形等於未申正方惟未申正方四倍己庚正方故丙戊矩形亦四倍己庚正方又甲丁既等於丁丙則辛壬等於壬己卷三十四所以己庚正方等於辛子正方庚壬等於壬子即丑寅等於寅戊所以丑己矩形等於己戊矩形卷一三十六惟丑己矩形等於丙庚矩形卷一四十三所以丙庚矩形等於己戊矩形加公矩形丙寅則卯辰巳磬折形等於丙戊矩形惟丙戊矩形四倍己庚正方本論故卯辰巳磬折形亦四倍己庚正方所以丁寅正方五

倍己庚正方惟丁寅爲丁乙之正方庚己爲丁丙之正方故丁乙之正方五倍丁丙之正方

依理反求之

甲乙線於丙點分爲中末線其大分甲丙之半爲丙丁今言乙丁之正方五倍丙丁之正方



論曰乙丁之正方既五倍丙丁之正方而乙丁之正方等於甲乙乙丙之矩形加丙丁之正方卷二六故甲乙乙丙之矩形加丙丁之正方五倍丙丁之正方以分理推之則甲乙乙丙之矩形四倍丙丁之正方惟甲丙之正方等於甲乙乙丙之矩形因甲乙於丙點分爲中末線故也卷六十七而甲丙之正方恰四倍丙丁之正方因甲丙倍於丙丁故也即得確証

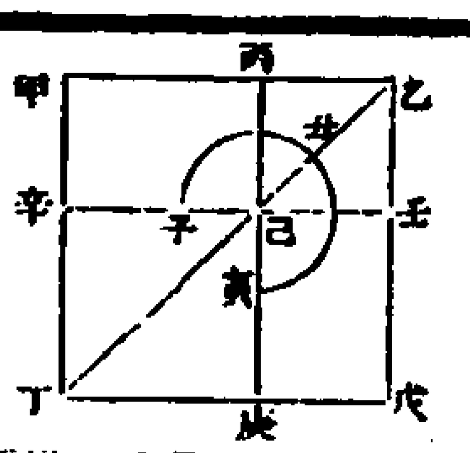
依理正求之

論曰甲丙既倍於丙丁則甲丙之正方四倍丙丁之正方惟甲丙之正方等於甲乙乙丙之矩形卷六十七故甲乙乙丙之矩形四倍丙丁之正方而甲乙乙丙之矩形加丙丁之正方即丁乙之正方所以丁乙之正方五倍丙丁之正方卷二六

第四題

凡直線分爲中末線則全線及小分之二正方和三倍大

分之正方



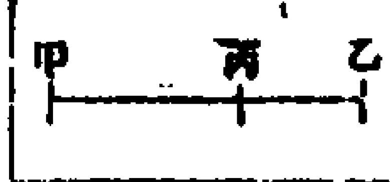
解曰甲乙直線於丙點分爲中末線甲丙爲大分題言甲乙乙丙之二正方和三倍甲丙之正方

論曰作甲乙之正方甲戊甲乙既於丙點分爲中末線則甲乙乙丙之矩形與甲丙之正方等卷六十七甲壬即甲乙乙丙之矩形辛庚即甲丙之正方故甲壬等於辛庚又甲己矩形既等於己戊矩形加公方形丙壬則全形甲壬等於全形丙戊所以丙戊甲壬二矩形倍於甲壬矩形卷一四十三惟丙戊甲壬二矩形

等於子丑寅磬折形加丙壬方形故子丑寅磬折形加丙壬方形倍於甲壬矩形又甲壬矩形等於辛庚正方（本論）故子丑寅磬折形加丙壬正方倍於辛庚正方所以子丑寅磬折形加丙壬辛庚二正方三倍庚辛正方夫子丑寅磬折形加丙壬辛庚二正方卽全正方甲戊加丙壬正方亦卽甲乙乙丙之二正方和而庚辛正方卽甲丙之正方故甲乙乙丙之二正方和三倍甲丙正方

依理反求之

甲乙直線於丙點分為中末線甲丙為大分今言甲乙乙丙之二正方和三倍甲丙之正方



論曰甲乙乙丙之二正方和既三倍甲丙之正方而甲乙乙丙之二正方和等於倍甲乙乙丙之矩形加甲丙之正方（二卷七）則倍甲乙乙丙之矩形加甲丙之正方三倍甲丙之正方以分理推之則倍甲乙乙丙之矩形等於倍甲丙之正方故甲乙乙丙之矩形等於甲丙之正方而所設甲乙直線於丙點分為中末線於理恰合

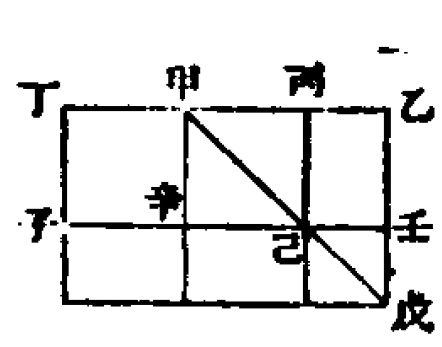
依理正求之

論曰甲乙線既於丙點分為中末線甲丙為大分則甲乙乙丙之矩形等於甲丙之正方（六卷十七）故倍甲乙乙丙之矩形等於倍甲丙之正方然則倍甲乙乙丙之矩形加甲丙之正方三倍甲丙之正方惟倍甲乙乙丙之矩形加甲丙之正方等於甲乙乙丙之二正方和（二卷七）故甲乙乙丙之二正方和三倍甲丙之正方

第五題

凡線分為中末線又引長之如大分則全線亦為中末線而原線為大分

解曰甲乙線於丙點分為中末線甲丙為大分引長之成甲丁與甲丙等題言全線丁乙於甲點分為中末線原線甲乙為大分

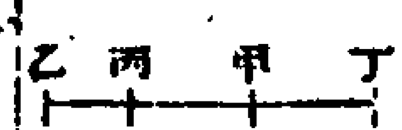


論曰作甲乙之正方甲戊甲乙線既於丙點分為中末線則甲乙乙丙之矩形等於甲丙之正方（六卷十七）惟丙戊為甲乙乙丙之矩形丙辛為甲丙之正方故丙戊等於丙辛惟丙戊等於辛戊丙辛等於丁辛（一卷四十三）所以丁辛等於辛戊加公矩形辛乙則全矩形丁壬等於全正方甲戊惟丁壬為乙丁丁甲之矩形因甲丁等於丁子故也而甲戊為甲乙之正方故乙丁丁甲之矩形等於甲乙之正方而乙丁與乙甲比若乙甲與甲丁比（六卷十七）惟乙丁大於乙甲故乙甲大於甲丁是以丁乙於甲點分為中末線

甲乙爲大分

依理反求之

乙甲直線於丙點分爲中末線甲丙爲大分作甲丁與甲丙等今言丁乙於甲點分爲中末線乙甲爲大分



論曰丁乙既於甲點分爲中末線乙甲爲大分則丁乙與乙甲比若乙甲與甲丁比（六卷三十）惟甲丁等於甲丙故丁乙與乙甲比若乙甲與甲丙比轉理丁乙與甲丁比若乙甲與乙丙比（五卷十九題系）分理乙甲與甲丁比若甲丙與丙乙比（五卷十七題）惟甲丁等於甲丙故乙甲與甲丙比若甲丙與丙乙比而所設甲乙於丙點分爲中末線於理恰合

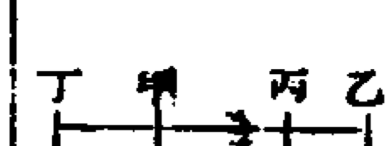
依理正求之

甲乙既於丙點分爲中末線則乙甲與甲丙比若甲丙與丙乙比惟甲丙等於甲丁故乙甲與甲丁比若甲丙與丙乙比合理丁乙與甲丁比若乙甲與丙乙比（五卷十八）轉理丁乙與乙甲比若乙甲與甲丙比（五卷十九題系）惟甲丙等於甲丁故丁乙與乙甲比若乙甲與甲丁比所以丁乙於甲點分爲中末線（六卷界說三）甲乙爲大分

第六題

凡有比例線分爲中末線其兩分皆無比例爲斷線

解曰甲乙爲有比例線於丙點分爲中末線甲丙爲大分題言甲丙丙乙二分皆無比例爲斷線

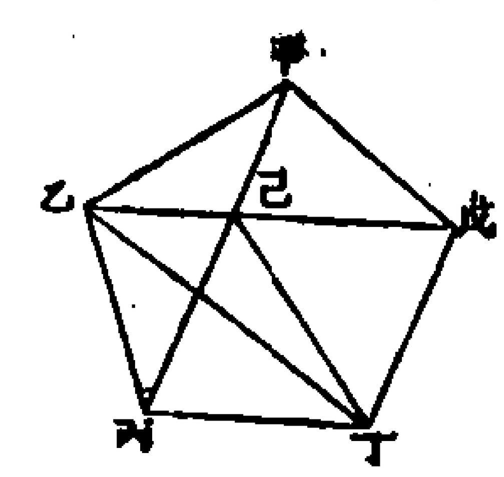


論曰甲乙引長之至丁令甲丁爲乙甲之半甲乙既於丙點分爲中末線其大分甲丙加甲乙之半甲丁則丙丁之正方五倍丁甲之正方（本卷一）故丙丁與丁甲之二正方有等（十卷六）惟丁甲之正方爲有比例面因丁甲爲甲乙有比例線之半亦有比例故也故丙丁之正方亦爲有比例面（十卷界說六）而丙丁爲有比例線（十卷界說八）又丙丁與丁甲之二正方比非若二平方數比故丙丁與丁甲二線長短無等（十卷九）所以丙丁丁甲爲僅正方有等二有比例線而甲丙爲斷線（十卷七十四）又甲乙既分爲中末線而甲丙爲其大分則甲乙乙丙之矩形等於甲丙之正方故甲乙有比例線上作等甲丙斷線正方之矩形其餘邊爲乙丙凡有比例線上等斷線正方之矩形其餘邊爲初斷線（十卷九十八）故乙丙爲初斷線惟甲丙亦爲斷線（本論）是以凡有比例線分爲中末線其二分皆無比例而爲斷線

第七題

凡五等邊形任有三角相等則爲等角五邊形

解曰甲乙丙丁戊五等邊形設相連甲乙丙三角俱相



等。題言甲乙丙丁戊五角俱相等。

論曰：作甲丙、乙戊、己丁三線。丙乙、乙甲二邊與乙甲、甲戊二邊既兩兩相等，丙乙甲與乙甲戊二角又等，則甲丙與乙戊二底邊必等，甲乙丙與乙甲戊二三角形亦必等，故彼此夾邊餘諸角俱相等（一卷四）。則乙丙甲與乙戊甲二角等，甲乙戊與丙甲乙二角等，所以甲己與乙己二邊亦等（一卷六）。惟甲丙、乙戊二全底等（本論），故己丙與己戊二餘線亦等。惟丙丁與丁戊等，故己丙、丙丁二邊與己戊、戊丁二邊兩兩相等，己丁為其公邊，所以己丙丁與己戊丁二

角等（一卷八）。惟乙丙甲與甲戊乙二角亦等（本論），故乙丙丁與甲戊丁二全角等。惟乙丙丁角與甲乙二角俱相等（本題），故甲戊丁角與甲乙二角俱相等。又丙丁戊角與甲乙二角俱相等，理同。是以甲乙丙丁戊為等角五邊形。

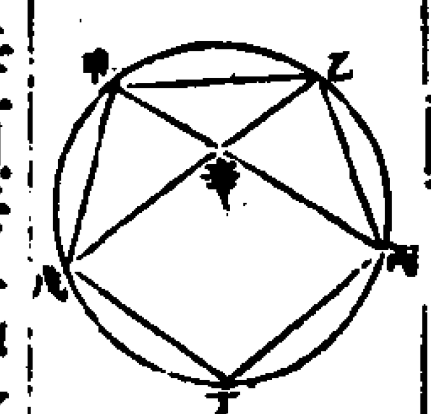
又解曰：設不相連甲丙丁三角俱相等，題言甲乙丙丁戊五角俱相等。

論曰：作乙丁線。乙甲、甲戊二邊既與乙丙、丙丁二邊相等，所成之角亦等，則乙戊與乙丁二底邊必等，乙甲戊與乙丙丁二三角形亦必等，而相當餘諸角彼此相等（一卷四）。故甲戊乙與丙丁乙二角等，又乙戊丁與乙丁戊二角亦等（一卷六），因乙戊與乙丁二邊等故也（本論）。故甲戊丁與丙丁戊二全角等。惟丙丁戊角與甲丙二角俱相等（本題），故甲戊丁角與甲丙二角俱相等。又甲乙丙角與甲丙丁三角俱相等，理同。是以甲乙丙丁戊為等角五邊形。

第八題

等角五等邊形相連二角，各以夾角二邊為三角形之二腰，作二底邊，則二底邊各於交點分為中末線，其大分俱與本形之一邊等。

解曰：甲乙丙丁戊等角五邊形，甲乙為相連二角，補成



甲乙丙、乙甲戊二三角形，其二底邊甲丙、乙戊交點為辛。題言辛點分甲丙、乙戊二線俱為中末線，其大分辛丙、辛戊各等於五邊形之一邊。

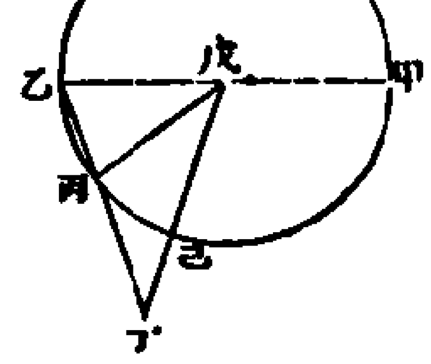
論曰：甲乙丙丁戊五邊形作外切圓周（四卷十四）。戊甲、甲乙二邊既與甲乙、乙丙二邊等，則乙戊與甲丙二底邊必等，甲乙戊與乙甲丙二三角形亦必等，而夾底邊之二角彼此相等（一卷四）。故乙甲丙與甲乙戊二角等，所以甲辛戊角倍於乙甲辛角，因為甲辛乙之外角故也（一卷三十二）。又戊甲丙角亦倍於乙甲丙角（即乙甲辛角），因戊丁丙圓

分倍於丙乙圜分故也一卷三十三故辛甲戊與甲辛戊二角等而辛戊等於戊甲卽等於甲乙一卷六又乙甲旣等於甲戊則甲乙戊與甲戊乙二角等一卷五惟甲乙戊與乙甲辛二角等本論故甲戊乙與乙甲辛二角亦等而甲乙戊爲甲乙戊甲乙辛二三角形之公角故乙甲戊與甲辛乙二餘角等一卷三十二所以甲乙戊與辛乙甲爲等角三角形而戊乙與乙甲比若甲乙與乙辛比六卷四惟乙甲等於戊辛故戊乙與戊辛比若戊辛與辛乙比惟戊乙大於戊辛故戊辛大於辛乙是以乙戊線於辛點分爲中末線其大分辛戊等於五邊形之一邊六卷三十又

甲丙線於辛點分爲中末線其大分辛丙等於五邊形之一邊理同

第九題

圜內所容六等邊形及十等邊形倂二邊爲中末線則六等邊形之邊爲大分



解曰甲乙丙爲圜周乙丙爲所容十等邊形之一邊丙丁爲所容六等邊形之一邊并爲一直線丁乙題言丁乙直線於丙點分爲中末線丁丙爲大分

論曰戊爲圜心作戊乙戊丙戊丁三線又引長乙戊至甲乙丙旣爲十等邊形之一邊則半周甲丙乙五倍乙丙圜分惟甲丙與丙乙二圜分比若甲戊丙與丙戊乙二角比六卷三十三所以甲戊丙角四倍丙戊乙角又戊乙丙角等於戊丙乙角一卷五故甲戊丙角倍於戊丙乙角一卷三十二又戊丙與丙丁二直線等因俱等於甲乙丙圜所容六邊形之一邊故也本題又四卷十五故丙戊丁與丙丁戊二角等一卷五所以戊丙乙角倍戊丁丙角一卷三十二惟甲戊丙角倍戊丙乙角本論故甲戊丙角四倍戊丁丙角惟甲戊丙角四倍乙戊丙角本論所以戊丁丙與乙戊丙二角等而戊乙丁爲乙戊丙乙戊丁二三角形之公角

故乙戊丁與戊丙乙二餘角等一卷三十二所以戊乙丁丙乙戊爲二等角三角形故丁乙與乙戊比若戊乙與乙丙比六卷四惟戊乙與丁丙等四卷十五故丁乙與丁丙比若丁丙與丙乙比惟丁乙大於丁丙故丁丙大於丙乙是以丁乙直線於丙點分爲中末線丁丙爲大分六卷界說三

第十題

圜內容五等邊形其一邊之正方等於本圜所容六等邊形十等邊形各一邊之二正方和

解曰甲乙丙丁戊圜內作五等邊形題言其一邊之正方等於本圜所容六邊形十邊形各一邊之二正方和

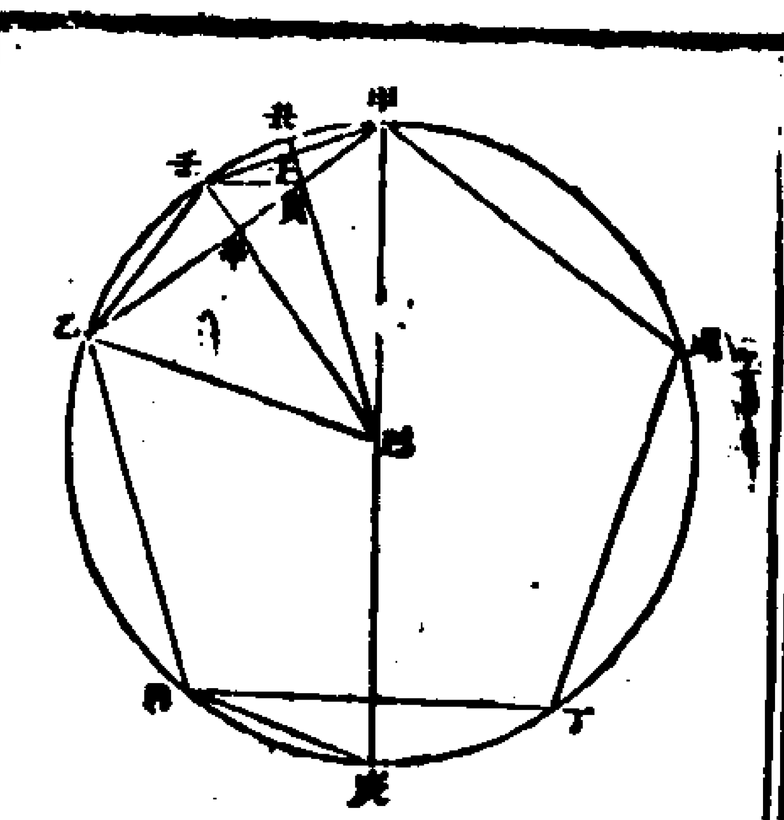
三角形之公角故甲己乙與乙寅己二餘角等則甲乙己乙己寅爲等角三角形一卷三十二故甲乙與乙己比若己乙與乙寅比六卷四所以甲乙乙寅之矩形等於己乙之正方六卷十七又甲子等於壬子皆與子寅公邊成直角則壬寅與甲寅二底邊等一卷四故子壬寅與壬甲寅二角等惟壬甲寅與壬乙寅二角等一卷五故子壬寅與壬乙寅二角等而寅甲壬角爲甲乙壬甲壬寅二三角形之公角故甲壬乙與壬寅甲二餘角等而甲乙壬與甲壬寅爲等角三角形一卷三十二故乙甲與甲壬比若壬甲與甲寅比六卷四所以乙甲甲寅之矩形等於甲壬之正

方六卷十七又甲乙乙寅之矩形等於乙己之正方本論故甲乙乙寅之矩形加乙甲甲寅之矩形卽甲乙之正方二卷二等於乙己與甲壬之二正方和惟甲乙爲五等邊形之一邊乙己爲六等邊形之一邊甲壬爲十等邊形之一邊是以圜內容五等邊形一邊之正方等於本圜所容六等邊形十等邊形各一邊之二正方和

第十一題

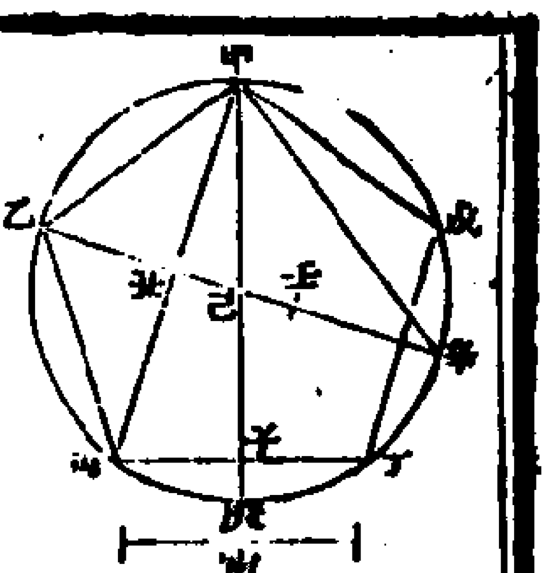
有比例徑線之圜周內作五等邊形其一邊無比例爲少線

解曰甲乙丙丁戊爲有比例半徑線之圜周內作甲乙



論曰己爲圜心試作甲己線引長至庚次作己乙線次從己點作己辛爲甲乙之垂線引長至壬次作甲壬壬乙二線次作己丑線正交甲壬於子亦交甲乙於寅次作壬寅線甲乙丙庚半圜既等於甲戊丁庚半圜而甲乙丙圜分又等於甲戊丁圜分則丙庚庚丁二餘分必等惟丙丁爲五邊形之一邊故丙庚爲十邊形之一邊又甲己既等於己乙而己辛爲甲乙邊之垂線則甲己壬與壬己乙二角等甲

壬與壬乙二圜分亦等故甲乙圜分倍於乙壬圜分而甲壬線必爲十邊形之一邊又甲壬圜分倍於壬丑圜分理同甲乙圜分既倍於乙壬圜分而丙丁與甲乙二圜分等則丙丁圜分倍於乙壬圜分惟丙丁倍於丙庚故丙庚等於乙壬又乙壬倍於壬丑因甲壬倍於壬丑故也故丙庚倍於壬丑而丙乙圜分倍乙壬圜分因丙乙等於乙甲故也故乙庚圜分倍乙丑圜分而庚己乙角倍乙己丑角六卷三十三惟庚己乙角倍己甲乙角一卷三十二因己甲乙與甲乙己二角等故也一卷五故乙己寅乙卽己丑與己甲乙二角等而甲乙己角爲甲乙己乙己寅二



丙丁戊五等邊形題言五等邊形之一邊甲乙無比例為少線

論曰己為圜心作甲己乙己二線俱引長之至庚辛二點取己壬為甲己四分之一惟甲己有比例故己壬亦有比例而乙己有比例故全線乙壬亦有比例惟甲丙庚與甲丁庚二圜分等甲乙丙與甲戊丁又等故丙庚庚丁二餘分亦等作甲丙線子點之二角為直角而丙丁倍於丙子三卷三丑點之二角為直角而甲丙倍於丙丑理同甲子丙與甲丑己二角既等而子甲丙為甲子丙甲丑己二三角形之

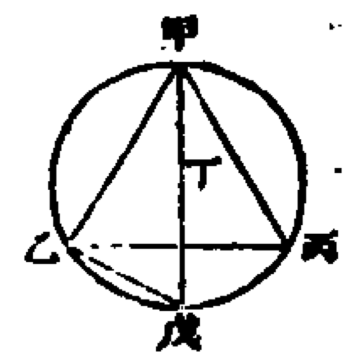
公角故甲丙子與甲己丑二餘角等一卷三十二而甲丙子與甲己丑為等角三角形故子丙與丙甲比若丑己與己甲比而二前率可倍之六卷四所以倍子丙與丙甲比若倍丑己與己甲比惟倍丑己與己甲比若丑己與半己甲比故倍子丙與丙甲比若丑己與半己甲比而二後率可半之所以倍子丙與半丙甲比若丑己與己甲四分之一比惟丁丙倍子丙丙丑半丙甲己壬為己甲四分之一故丁丙與丙丑比若丑己與己壬比合理丁丙丙丑和與丙丑比若丑壬與己壬比五卷十八故丁丙丙丑和與丙丑之二正方比若丑壬與壬己之二正方比六卷二十二惟五邊形之二邊為三角形之腰而底邊甲丙分為中末線其大分等於五邊形之一邊丁丙本卷八又大分與半全線和之正方五倍半全線之正方本卷一丙丑為全線甲丙之半故丁丙丙丑和之正方五倍丙丑之正方惟丁丙丙丑和與丙丑之二正方比若丑壬與壬己之二正方比本論故丑壬之正方五倍壬己之正方惟己壬之正方為有比例而因徑線有比例故也十卷界說十六故丑壬之正方亦為有比例而丑壬為有比例線十卷六又乙己既四倍於己壬則乙壬五倍於壬己而乙壬之正方二十五倍壬己之正方六卷二十題系惟丑壬之正

方五倍壬己之正方故乙壬之正方五倍丑壬之正方則此二正方比非若二平方數比故乙壬與壬丑長短無等十卷九惟皆有比例所以乙壬壬丑為僅正方有等之有比例線凡有比例線內減僅正方有等之線所餘為無比例線十卷七十四所以丑乙無比例為斷線而壬丑為其同宗線又試設寅之正方為乙壬壬丑之二正方較壬己與己乙既有等則合理壬乙與乙己有等惟乙己與乙辛長短有等故壬乙與乙辛有等十卷十二而壬乙之正方五倍壬丑之正方本論則壬乙與壬丑之二正方比若五與一比轉理壬乙與寅之二正方比若五與四

比五卷十九題系即非若二平方數比故壬乙與寅長短無等十卷九所以壬乙與其同宗線壬丑上二正方之較積方邊與壬乙長短無等而壬乙與所設之比例線乙辛有等故丑乙爲第四斷線十卷下界說四凡有比例線及第四斷線之矩形無比例等積正方之邊亦無比例爲少線十卷九十五惟甲乙之正方等於辛乙丑乙之矩形六卷十七試作甲辛線則甲乙辛與乙甲丑爲等角三角形六卷八而辛乙與乙甲比若甲乙與乙丑比六卷四所以五邊形之一邊甲乙無比例爲少線

第十二題

內切圓等邊三角形其一邊之正方三倍半徑之正方



解曰甲乙丙圓作內切甲乙丙等邊三角形

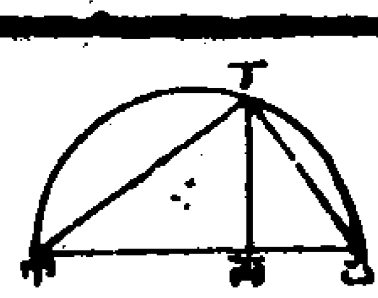
題言三角形一邊之正方三倍半徑之正方

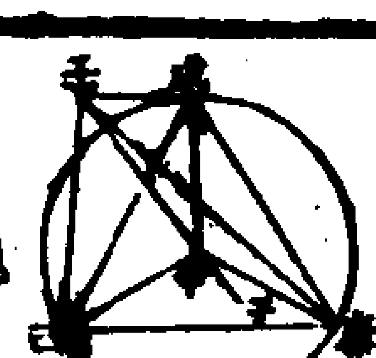
論曰丁爲圓心作甲丁線引長之至戊又作乙戊線甲乙丙三角形既等邊則乙戊丙圓分爲甲乙丙圓周三分之一而乙戊圓分爲圓周六分之一所以乙戊線爲六邊形之一邊等於丁戊半徑四卷十五惟甲戊倍於丁戊故甲戊之正方四倍丁戊之正方即四倍乙戊之正方六卷二十題系惟甲戊之正方等於甲乙乙戊之二正方和一卷四十七三卷三十一故甲乙乙戊之二正方和四倍乙戊之正方以分理推之則甲乙之正方三倍乙戊之正方惟乙戊等於半徑丁戊故內切圓等邊三角形其一邊之正方三倍半徑之正方

第十三題

球內求作正四面體且顯球徑與四面體邊之二正方比若三與二比

法曰甲乙爲球徑分於丙點令甲丙倍於乙丙六卷九次於甲乙線上作甲丁乙半圓從丙點作丙丁線與甲乙成直角又作丁甲線另作戊己庚圓令其半徑等於丙丁於圓內作戊己庚三角形四卷二辛爲圓心作辛戊辛





己辛庚三線從辛點作辛壬爲戊己庚平圓之垂線令等於甲丙次作壬戊壬己壬庚三線辛壬既爲戊己庚平圓之垂線則與本面內所遇之諸線必成直角十一卷界說三惟辛戊辛己辛庚皆與辛壬遇於辛點故辛壬爲辛戊辛己辛庚三線之垂線惟甲丙等於辛壬丙丁等於辛戊而皆成直角則丁甲與壬戊二底邊等一卷四又壬己壬庚皆與丁甲等理同故壬戊壬己壬庚俱等又甲丙既倍於丙乙則甲乙三倍於丙乙惟甲乙與丙乙比若甲丁與丁丙之二正方比後例故甲丁之正方

三倍丁丙之正方惟己戊之正方亦三倍戊辛之正方（本卷十二）而丁丙與戊辛等故丁甲與戊己亦等惟丁甲與壬戊壬己壬庚三線俱等故戊己己庚庚戊三線與壬戊壬己壬庚三線俱等所以戊己庚壬戊己壬己庚壬庚戊四三角形俱等邊即成正四面體

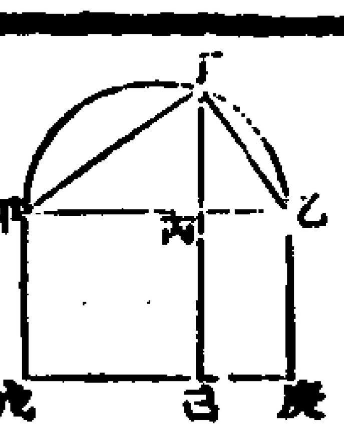
今顯此正四面體爲本球所容而球徑與四面體邊之二正方比若三與二比

論曰試引長辛壬線至子點令辛子與乙丙等甲丙與丙丁比既若丙丁與丙乙比（六卷八）而甲丙與辛壬等丙丁與辛戊等丙乙與辛子等故辛壬與辛戊比若辛戊

與辛子比而辛壬辛子之矩形與辛戊之正方等又壬辛戊戊辛子皆爲直角故壬子上之半圓線必過戊點若作戊子線則子戊壬必爲直角蓋戊子壬與辛子戊及辛戊壬俱爲等角三角形故也故壬子爲軸以半圓旋轉一周必過戊己庚三點若作己子子庚二線則子己壬子庚壬必爲直角而戊己庚壬四面體必爲本球所容因所設之壬辛等於甲丙而辛子等於乙丙則壬子徑線與甲乙徑線等故也球徑與四面體邊之二正方比若三與二比者甲丙既倍於丙乙而甲乙三倍於丙乙則轉理甲乙與甲丙比若三與二比而甲乙與甲丙比若甲乙與甲丁之二正方比蓋甲乙與甲丁比若甲丁與甲丙比因乙丁甲與丁甲丙爲等角三角形故也（六卷八）凡連比例三率一率與三率比若一率之正方與二率之正方比（六卷二十題系）故甲乙與甲丙比若甲乙與甲丁之二正方比惟甲乙與甲丙比若三與二比故甲乙與甲丁之二正方比若三與二比惟甲乙爲本球之徑甲丁爲四面體之邊是以球徑與四面體邊之二正方比若三與二比

例今欲顯甲乙與乙丙比若甲丁與丁丙之二正方比作甲丁乙半圓次作丁乙線次作戊丙面爲甲丙之正

方次作己乙矩形則甲乙與甲丁比若甲丁與甲丙比因甲乙丁與甲丁丙爲等角三角形故也（六卷八）故甲乙甲丙之矩形與甲丁之正方等（六卷十七）而甲乙與乙丙比

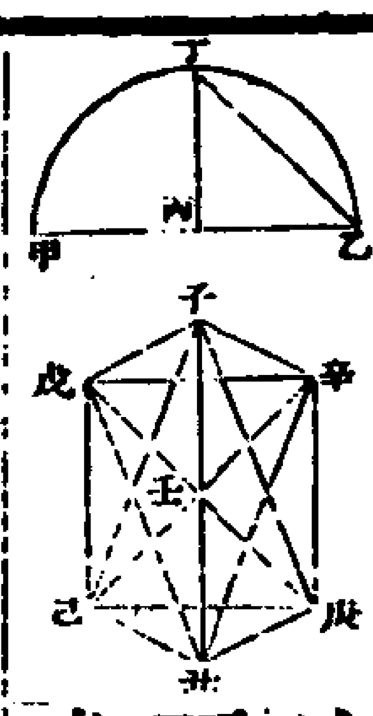


若戊乙與乙己二矩形比（六卷一）惟戊乙爲甲乙甲丙之矩形乙己爲甲丙丙乙之矩形因甲戊丙己俱與甲丙等故也故甲乙與乙丙比若甲乙甲丙之矩形與甲丙丙乙之矩形比惟甲乙甲丙之矩形等於甲丁之正方甲丙丙乙之矩形等於丁丙之正方因甲丁乙爲直角而丁丙爲甲丙丙乙二分之中率故也（六卷十一）所以甲乙與乙丙比若甲丁與丁

丙之二正方比。

第十四題

容四面體之球內求作正八面體且顯球徑之正方倍於八面體一邊之正方



法曰甲乙爲球徑平分於丙次作甲丁乙半圓次從丙點作丙丁與甲乙成直角次作丁乙線另作戊己庚辛方形令其邊與乙丁等次作辛己戊庚二線相交成直角次從壬點作壬子線與戊己庚辛面成直角過面引長之至丑令壬子壬丑二線皆等於壬戊壬己壬庚壬

辛各線而作子戊子己子庚子辛丑戊丑己丑庚丑辛八線壬戊既等於壬辛而戊壬辛爲直角則辛戊之正方倍戊壬之正方一卷四十七 又壬子既等於壬戊而子壬戊爲直角則子戊之正方倍戊壬之正方惟辛戊之正方亦倍戊壬之正方本論 故子戊與辛戊之二正方等而子戊等於辛戊子辛等於辛戊理同故子戊辛爲等邊三角形餘戊己庚辛正方形之邊爲底邊子丑爲頂點之七三角形各等邊理同卽成正八面體

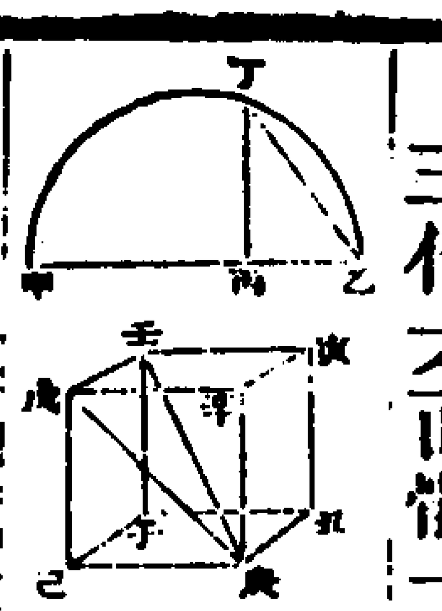
今顯正八面體爲球所容而球徑之正方倍於八面體一邊之正方

論曰壬子壬丑壬戊三線既俱相等則子丑上作半圓必過戊點又以子丑爲軸令半圓旋轉一周必過己庚辛三點而八面體必爲球所容蓋子壬既等於壬丑以壬戊爲公邊而成等角則子戊與戊丑二底邊必等一卷四 又子戊丑既爲負半圓之直角三卷十一 則子丑之正方倍於子戊之正方一卷四十七 又甲丙既等於丙乙則甲乙必倍於丙乙惟甲乙與乙丙比若甲乙與乙丁之二正方比六卷八又二十 故甲乙之正方倍於乙丁之正方惟子丑之正方倍於子戊之正方本論 而乙丁與子戊之二正方等因戊壬等於丙乙故也則甲乙與子丑之二正方

亦等而甲乙與子丑等惟甲乙爲球徑子丑亦爲球徑故此八面體爲所設之球所容而球徑之正方倍於八面體一邊之正方

第十五題

容四面八面體之球內求作正六面體且顯球徑之正方三倍六面體一邊之正方



法曰甲乙爲球徑分於丙點令甲丙倍於丙乙次作甲丁乙半圓次從丙點作丙丁與甲乙成直角次作丁乙線另作戊己庚辛正方形令其一邊與丁乙等次從戊己庚辛

四點作戊壬己子庚丑辛寅四線皆與戊己庚辛面成直角令各等於戊己己庚庚辛辛戊諸線次作壬子子丑丑寅寅壬四線即成正六面體

今顯此體為所設之球所容而球徑之正方三倍六面體一邊之正方

論曰作壬庚戊庚二線壬戊庚必為直角因壬戊為己辛面及戊庚線之垂線故也十一卷界說三故壬庚上之半圜周必過戊點三卷三十一又己庚既為己子己戊之垂線則亦為己壬面之垂線十一卷四若作己壬線則己庚必為己壬之垂線而庚壬上之半圜周必過己點餘角並同故

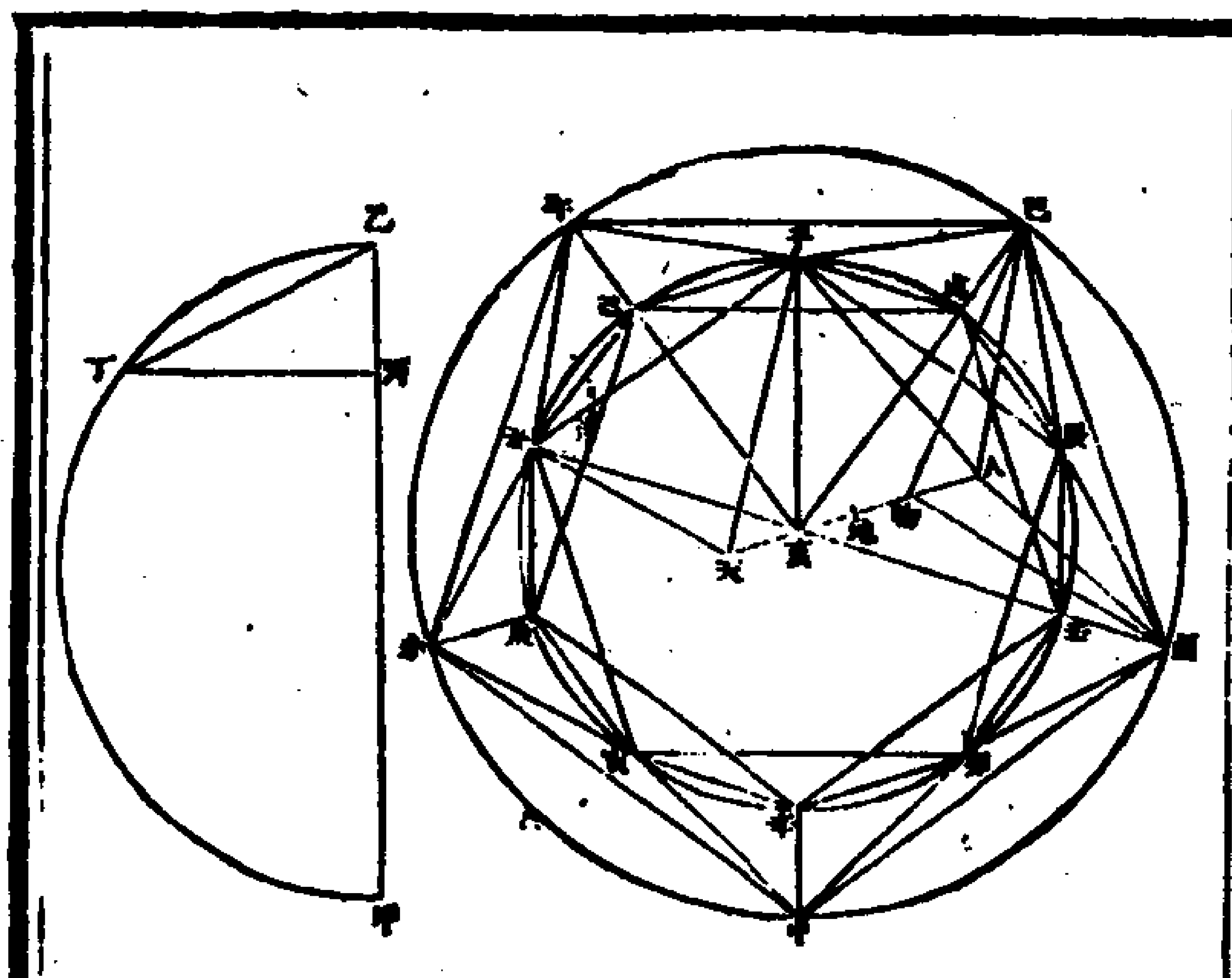
以壬庚為軸以半圜旋轉一周而成球其六面體必為球所容又庚己既等於己戊而己為直角則戊庚之正方倍於戊己之正方一卷四十七惟戊己等於戊壬故戊庚之正方倍戊壬之正方所以庚戊戊壬之二正方和即庚壬之正方三倍戊壬之正方一卷四十七又甲乙既三倍於乙丙而甲乙與乙丙比若甲乙與乙丁之二正方比則甲乙之正方三倍乙丁之正方六卷八又二十乃庚壬之正方三倍壬戊之正方本論而壬戊等於乙丁則庚壬等於甲乙惟甲乙為本球之徑線庚壬亦為本球之徑線故此六面體為所設之球所容而球徑之正方三倍六面

體一邊之正方

第十六題

容四面八面六面體之球內求作正二十面體且顯二十面體之各邊無比例為少線

法曰甲乙為球之徑線分於丙點令甲丙四倍於丙乙次作甲丁乙半圜次從丙點作丙丁與甲乙成直角次作丁乙線另作戊己庚辛壬圜令半徑與丁乙等次於圜內作戊己庚辛壬五等邊形四卷十一次以戊己己庚庚辛辛壬壬戊五圜分各平分於子丑寅卯辰五點作戊子子己己丑丑庚庚寅寅辛辛卯卯壬壬辰辰戊十線



又作子丑丑寅寅卯卯辰辰子五線則子丑寅卯辰為五等邊形戊辰為十等邊形之一邊次從戊己庚辛壬五點作戊巳己午庚未辛申壬酉五線俱與圜半徑等而皆與圜面成直角十一卷十二次作巳午午未

未申申酉酉巳五線又作巳子子午午丑丑未未寅寅申申卯卯酉酉辰辰巳十線戊巳壬酉既皆與圓面成直角則二線必平行十一卷六又二線亦相等凡二平行相等線之界作二聯線二聯線亦平行而相等一卷三十三故巳酉與戊壬二線亦平行而相等惟戊壬爲五等邊形之一邊故巳酉亦爲戊己庚辛壬圓所容五等邊形之一邊巳午午未未申申酉酉四線各爲同圓所容五等邊形之一邊理同故巳午未申酉爲五等邊形又巳戊既等於半徑則爲六邊形之一邊而戊辰爲十邊形之一邊巳戊辰爲直角則巳辰必爲五邊形之一邊蓋五邊

形一邊之正方與同圓所容六邊形十邊形各一邊之正方和等故也本卷十辰酉爲五邊形之一邊理同惟巳酉亦爲五邊形之一邊所以巳辰酉爲等邊三角形巳子午午丑未未寅申申卯酉四三角形俱等邊理同巳子巳辰既皆爲五邊形之一邊本論子辰亦爲五邊形之一邊則巳子辰必爲等邊三角形子午丑丑未寅寅申卯卯酉辰四三角形俱等邊理同亥爲戊己庚辛壬圓之心三卷一其上作亥人線與圓面成直角過圓而引長之至天乃截取亥物令等於六邊形之一邊又令亥天物人二線皆與十邊形之一邊等作巳人巳物酉人戊

亥子亥子天天丑七線亥物物人二線既皆與圓面成直角則亥物與戊巳平行十一卷六且俱爲六邊形之一邊則相等故戊亥巳物二線亦相等而平行惟戊亥爲六邊形之一邊故巳物亦爲六邊形之一邊乃巳物既爲六邊形之一邊而物人爲十邊形之一邊巳物人爲直角則巳人爲五邊形之一邊本卷十酉人爲五邊形之一邊理同蓋作亥壬物酉二聯線卽爲相等平行線而亥壬爲半徑卽六邊形之一邊則物酉亦爲六邊形之一邊惟物人爲十邊形之一邊而酉物人爲直角故酉人爲五邊形之一邊惟巳酉亦爲五邊形之一邊故巳酉

人爲等邊三角形而巳午午未未申申酉四線爲底邊皆以人爲頂點之四三角形俱等邊理同又亥子既爲六邊形之一邊亥天爲十邊形之一邊而子亥天爲直角則子天亦爲五邊形之一邊本卷十又作丑亥爲六邊形之一邊則丑天必爲五邊形之一邊理同惟子丑爲五邊形之一邊故子丑天爲等邊三角形而丑寅寅卯卯辰辰子四線爲底邊同以天爲頂點之四三角形俱等邊理同卽成正二十面體

今顯二十面體爲所設之球所容其一邊無比例爲少線

論曰亥物既爲六邊形之一邊而物人爲十邊形之一邊則亥人於物點分爲中末線而亥物爲大分（本卷九）故人亥與亥物比若亥物與物人比（六卷界說三）惟亥物與亥子等物人與亥天等所以人亥與亥子比若亥子與亥天比惟人亥子子亥天二角俱爲直角故作子人聯線則天子人爲直角因天子亥子人亥爲等角三角形故也（六卷六）故於天人線上作半圓周必過子點（三卷三十一）又人亥與亥物比既若亥物與物人比而人亥與天物等亥物與巳物等則天物與巳物比若巳物與物人比理同若作巳天聯線則天巳人必爲直角故天人線上之

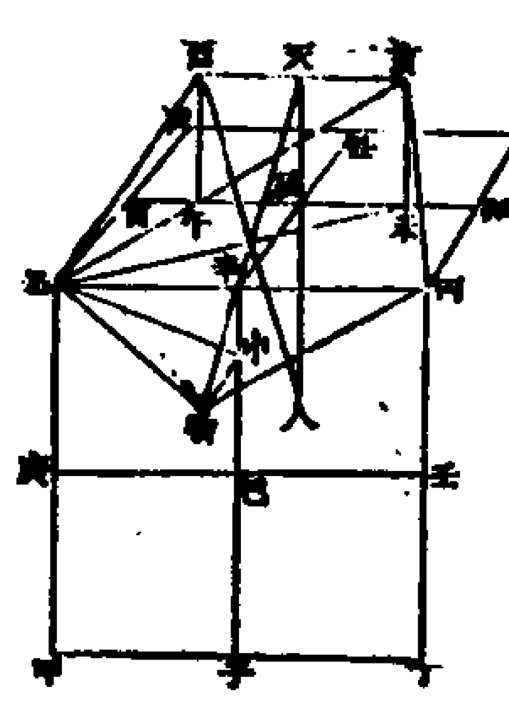
半圓周亦必過巳點餘角並同故以天人爲軸以半圓旋轉一周而成球其二十面體必爲球所容又於地點平分亥物線人亥線既於物點分爲中末線而人物爲其小分若取物地爲大分之半則小分半大分和之正方五倍半大分之正方（本卷三）故人地之正方五倍地物之正方惟人天倍於地人（本卷三）故人天之正方五倍亥物之正方乃甲丙既四倍丙乙則甲乙五倍丙乙惟甲乙與丙乙比若甲乙與乙丁之二正方比（六卷八又二十）故甲乙之正方五倍乙丁之正方今人天之正方五倍亥物之正方而丁乙與亥物等因皆等於戊己庚辛壬圓半徑故也（本論）所以甲乙與天人等惟甲乙爲本球徑天人亦爲本球徑故此二十面體爲所設之球所容

二十面體之一邊無比例爲少線者蓋球徑甲乙既爲有比例線其正方五倍於戊己庚辛壬圓半徑之正方則戊己庚辛壬圓之半徑亦爲有比例線（十卷上界說六）故其徑線亦爲有比例線凡有比例徑線之平圓所容五等邊形其一邊無比例爲少線（本卷十一）而戊己庚辛壬五等邊形之一邊卽二十面體之一邊是以二十面體之一邊無比例爲少線

系準此題顯球徑之正方五倍容二十面體上五邊形平圓半徑之正方球之徑線爲本圓所容六邊形一邊十邊形二邊之和

十七題

容四面八面六面二十面諸體之球內求作正十二面體且顯十二面體之各邊無比例爲斷線



法曰置甲乙丙丁丙乙戊己本球所容六面體之二面（本卷十五）相與成直角甲乙乙丙丙丁丁甲戊己戊乙己丙七邊於庚辛壬子丑寅卯七點各平分爲二分次作庚壬辛

子丑辛寅卯四聯線乃取寅辰辰卯辛巳三線於午未申三點各分為中末線午辰辰未申巳為三大分次從午未申三點向面外作午酉未亥申物三線各等於午辰辰未申巳三線且各與六面體之面成直角十一卷十二次作酉乙乙物物丙丙亥亥酉五聯線則酉乙物丙亥五邊形必為等角等邊之平面試作午乙未乙亥乙三線寅辰既於午點分為中末線辰午為大分則辰寅寅午之二正方和三倍辰午之正方本卷四而辰寅等於寅乙辰午等於午酉故乙寅寅午之二正方和三倍午酉之正方又乙午之正方等於乙寅寅午之二正方和一卷四十七故乙午之正方三倍午酉之正方所以乙午午酉之二正方和四倍午酉之正方惟乙酉之正方等於乙午午酉之二正方和故乙酉之正方四倍午酉之正方所以乙酉倍於午酉六卷二十惟亥酉倍於午酉因午未倍於午辰即倍於午酉故也故乙酉等於酉亥又乙物丙丙亥三線各等於乙酉亦即等於酉亥理同所以乙酉亥丙物為五等邊形試從辰點向面外作辰天線與午酉未亥平行次作天辛辛物二線則天辛物必為直線蓋辛巳既於申點分為中末線巳申為大分則辛巳與巳申比若巳申與申辛比六卷界說三惟辛巳等於辛辰

巳申等於申物即等於辰天故辛辰與辰天比若物申與申辛比而辛辰與申物平行因各與乙丁面成直角故也十一卷六申辛與辰天平行因皆與乙巳面成直角故也凡兩三角形此二邊與彼二邊兩兩相似而平置二形成一外角若相似之邊各平行則其餘二邊聯為一直線六卷三十二故天辛辛物二線必成一直線凡直線必在一面內故酉乙物丙亥五邊形為平面又此五邊形亦必等角蓋寅辰既於午點分為中末線辰午為大分則寅辰辰午二線和與辰寅比若辰寅與辰午比本卷五惟辰午與辰未等則未寅與寅辰比若寅辰與辰未比故寅未於辰點分為中末線寅辰為大分六卷界說三所以寅未未辰之二正方和三倍辰寅之正方本卷四惟辰寅與寅乙等辰未與未亥等故寅未未亥之二正方和三倍寅乙之正方而寅未未亥寅乙之三正方和四倍寅乙之正方惟乙未之正方等於寅未寅乙之二正方和一卷四十七故乙未未亥之二正方和即亥乙之正方四倍寅乙之正方因亥未乙為直角故也所以亥乙倍於乙寅惟乙丙倍於乙寅故亥乙等於乙丙又乙酉酉亥之二邊既等於乙物物丙之二邊而亥乙乙丙之二底邊又等則乙酉亥乙物丙二角等一卷八酉亥丙乙物丙二角等理

同故乙物丙、乙酉亥、酉亥丙、三角俱等。凡五等邊形有三角相等，則五角俱等。本卷七故乙酉亥丙物爲等角五等邊形，而在六面體之一邊乙丙上。如法於六面體之十二邊上各作相等相似形，即成正十二面體。

今顯十二面體爲球所容，其每邊無比例爲斷線。

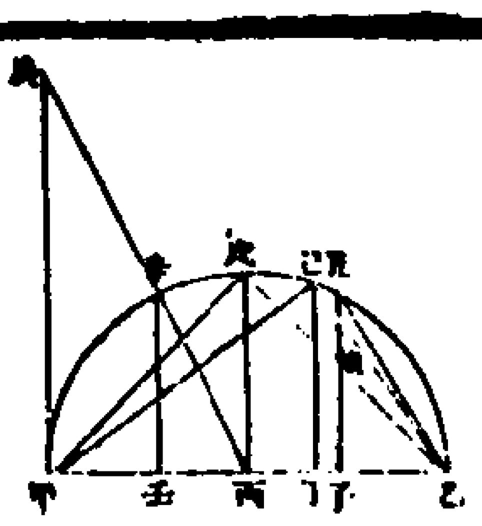
論曰：天辰線引長之至人，則天人必與球之徑線相交而交點必平分徑線。十一卷三十九設交點即爲人，則人爲容六面體之球心。而辰人爲六面體之半邊，次作酉人線。寅未既於辰點分爲中末線，寅辰爲大分，則寅未、未辰之二正方和三倍寅辰之正方。本卷四而寅未等於天人，因寅辰等於辰人，天辰等於辰未故也。未辰等於天酉，因各等於午辰故也。故天人、天酉之二正方和三倍寅辰之正方。惟酉人之正方等於天人、天酉之二正方和。一卷四十七故酉人之正方三倍寅辰之正方。凡容六面體球半徑之正方三倍六面體半邊之正方，因球內容六面體球徑之正方三倍六面體一邊之正方。本卷十五凡二全比例若二半比例故也。而寅辰爲六面體之半邊，故酉人爲容六面體之球半徑。惟人點爲球心，故酉點在球周。而十二面體餘諸角點皆在球周，理同。故十二面體爲所設之球所容。

十二面體之每邊無比例爲斷線者，蓋午辰既爲寅辰中末線之大分，則寅辰與辰午比若辰午與午寅比，而二前率可倍之，凡兩分之比例與兩倍分之比例等故也。五卷十五故寅卯與午未比若午未與寅午未卯和比。惟午辰大於寅午，則午未亦大於寅午未卯和，故寅卯分爲中末線，午未爲大分。惟午未等於酉亥，故酉亥亦爲寅卯中末線之大分。球徑既爲有比例線，其正方三倍於六面體一邊之正方，本卷十五則六面體之一邊寅卯亦爲有比例線。十一卷界說六凡有比例線分爲中末線，其兩分各無比例爲斷線。本卷六故十二面體之一邊無比例爲斷線。

系：凡六面體之一邊分爲中末線，其大分爲同球所容十二面體之一邊。

第十八題

球內求作五體各一邊，且顯其比例諸率。



法曰：置球徑甲乙，平分於丙點，又分於丁點，令甲丁倍於丁乙。次作甲戊乙半圓，從丙、丁二點作丙戊、丁己，與甲乙成直角。次作甲己、己乙二線。甲丁既倍於丁乙，則甲乙三倍於丁乙，轉理甲乙與甲丁比若三

與二比惟甲乙與甲丁比若甲乙與甲己之二正方比(六卷二十)因甲己乙與甲丁己二三角形等角故也(六卷八)故甲乙與甲己之二正方比若三與二比凡球徑之正方與四面體一邊之正方比若三與二比(本卷十三)故甲己爲四面體之一邊

又甲丁既倍於丁乙則甲乙三倍於丁乙而甲乙與丁乙比若甲乙與己乙之二正方比(六卷八又二十)故甲乙之正方三倍己乙之正方凡球徑之正方三倍六面體一邊之正方(本卷十五)而甲乙爲球徑故己乙爲六面體之一邊

又甲丙既等於丙乙則甲乙倍於丙乙惟甲乙與丙乙

比若甲乙與乙戊之二正方比故甲乙之正方倍於乙戊之正方凡球徑之正方倍於八面體一邊之正方(本卷十四)而甲乙爲球徑故乙戊爲八面體之一邊

又從甲點作甲庚線令與甲乙等且與甲乙成直角(六[illegible])作庚丙線次從辛點作辛壬爲甲乙之垂線甲庚倍於甲丙因等於甲乙故也而甲庚與甲丙比若辛壬與壬丙比(六卷四)故辛壬倍於壬丙而辛壬之正方四倍壬丙之正方(六卷二十)則辛壬壬丙之二正方和卽辛丙之正方(一卷四十七)五倍壬丙之正方而辛丙等於丙乙故丙乙之正方五倍壬丙之正方又甲乙既倍於丙乙而甲乙內之甲丁倍於丙乙丙之丁乙則餘丁乙倍於餘丁丙所以丙乙三倍於丁丙故丙乙之正方九倍丁丙之正方(六卷二十)而丙乙之正方五倍壬丙之正方(本論)故壬丙之正方大於丁丙之正方而壬丙大於丁丙取丙子等於壬丙則壬子等於辛壬因辛壬倍於壬丙故也(本論)從子點作子丑與甲乙成直角次作丑乙線丙乙之正方既五倍壬丙之正方而甲乙倍於丙乙壬子倍於丙壬故甲乙之正方五倍壬子之正方凡球徑之正方五倍容二十面體上五邊形平圜半徑之正方(本卷十六題系)而甲乙爲球徑故壬子爲平圜半徑卽圜內六邊形之一邊又球

之徑線爲本圖內六邊形一邊十邊形二邊之和(本卷十六題系)而甲乙爲球徑壬子爲六邊形之一邊甲壬等於子乙則甲壬子乙俱爲容二十面體上五邊形平圜所容十邊形之一邊子乙既爲十邊形之一邊而丑子爲六邊形之一邊因丑子與辛壬距心等卽等於辛壬(三卷十四)而辛壬壬子各倍於壬丙則亦等於壬子故也(本論)故丑乙爲平圜內五邊形之一邊(本卷十)平圜內五邊形之一邊卽球內二十面體之一邊(本卷十六)故丑乙爲二十面體之一邊

又己乙既爲六面體之一邊於寅點分爲中末線寅乙

為大分則寅乙為十二面體之一邊本卷十七題系球徑之正方與四面體一邊甲己之正方比若三與二比本論而倍於八面體一邊乙戊之正方三倍於六面體一邊己乙之正方其比例率球徑方六四面體邊方四八面體邊方三六面體邊方二是以四面體邊方為八面體邊方三分之四而倍於六面體邊方八面體邊方為六面體邊方二分之三故此三體相與成重比例而其外十二面二十面兩體與前三體及相與俱不能成重比例因皆無比例且二十面體邊為少線本卷十六十二面體邊為斷線故也本卷十七

今顯二十面體邊丑乙大於十二面體邊寅乙

論曰己丁乙與甲己乙為等角三角形六卷八故乙丁與乙己比若乙己與乙甲比六卷四凡三線成連比例率則一率與三率比若一率之正方與二率之正方比六卷二十題系故乙丁與乙甲比若乙丁與乙己之二正方比反理乙甲與乙丁比若乙己與乙丁之二正方比五卷四惟乙甲三倍於乙丁故乙己之正方三倍乙丁之正方而甲丁之正方四倍乙丁之正方因甲丁倍於乙丁故也故甲丁之正方大於乙己之正方而甲丁大於乙己所以甲子甚大於乙己而甲子於壬點分為中末線壬子

為大分本卷九因壬子為平圓內六邊形之一邊而壬甲為十邊形之一邊故也本論乙己於寅點分為中末線寅乙為大分故壬子大於寅乙惟壬子與子丑等故子丑亦大於寅乙而丑乙大於子丑則甚大於寅乙十一卷九故二十面體之一邊丑乙大於十二面體之一邊寅乙

再顯丑乙大於寅乙甲丁既倍於丁乙則甲乙三倍於丁乙惟甲乙與丁乙比若甲乙與乙己之二正方比因甲乙己與己乙丁為等角三角形故也六卷八故甲乙之正方三倍乙己之正方惟甲乙之正方五倍壬子之正方故五倍壬子之正方等於三倍乙己之正方而三倍

乙己之正方大於六倍寅乙之正方故五倍壬子之正方大於六倍寅乙之正方所以壬子之正方大於寅乙之正方而壬子大於寅乙惟壬子等於子丑故子丑亦大於寅乙而丑乙甚大於寅乙

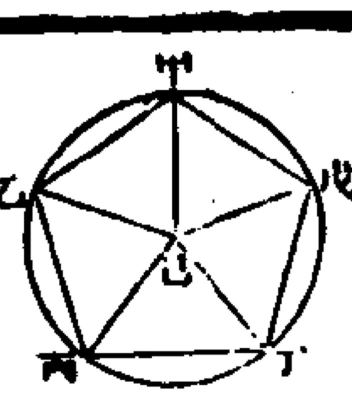
例三倍乙己之正方大於六倍寅乙之正方

論曰寅乙既大於己寅則寅乙乙己之矩形大於乙己寅之矩形故寅乙乙己之矩形加乙己己寅之矩形大於倍乙己己寅之矩形惟寅乙乙己之矩形加乙己己寅之矩形為己乙之正方而乙己己寅之矩形等於寅乙之正方因乙己於寅點分為中末線初末二率之

矩形等於中率之正方故也（十六卷十七）故己乙之正方大於六倍寅乙之正方所以三倍己乙之正方大於六倍寅乙之正方

案五體之外不能更有等面等邊等角之體

凡二平面不能成體角（十一卷界說十一）故四面體之角爲三三角形所成八面體之角爲四三角形所成二十面體之角爲五三角形所成而六箇等邊三角形不能成體角蓋等邊三角形之一角爲直角三分之二（一卷三十二）則六角等於四直角故不能成體角凡成體角之諸面角和必小於四直角故也（十一卷二十一）而多於等邊三角形之六角更不能成體角理自明又六面體之角爲三方面所成而四方面即四直角不能成體角十二面體之角爲三箇等角五邊形所成而四箇等角五邊形不能成體角蓋等角五邊形之一角爲一直角加直角五分之一（後例）則四箇角大於四直角故不能成體角也又體角不能於三邊四邊五邊之外更用他等邊形合成因皆於理不合故也故五體之外更無等邊等角等面之體



例等角五邊形之一角爲一直角加直角五分之一如甲乙丙丁戊爲外切圓等角五邊形己爲圜心作己甲己乙己丙己丁己戊五

線各平分五邊形之五角（四卷十四）己點上五角和旣等於四直角而五角俱相等則任取一角如甲己乙爲一直角少直角五分之一故己甲乙己乙甲二角之和爲一直角加直角五分之一（一卷三十二）惟己甲乙與己乙丙二角等故五邊形之全角甲乙丙爲一直角加直角五分之一

幾何十三　四二

幾何原本第十四卷 論體四

英國 偉烈亞力 口譯
海甯 李善蘭 筆受

此下二卷乃後人所續或言出亞力山太城名虛西格里手卷首列書一通有復以僕所撰者寄呈左右云云而書不署名究不知是虛西氏否也

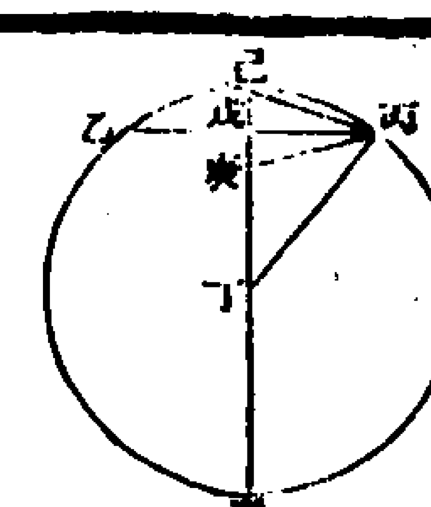
與簿大古書

某啟推羅白西里第在亞力山太時與家君時相會語講明算學家君甚愛其明悟一日相與論亞波羅泥所著同球容十二面二十面二體較義尚未盡善家君嘗與白西里第改定其例其後僕得亞波羅泥別本論此理甚精微與昔見本不同讀之不覺狂喜此本今已不啻家有其書矣然因閣下與家君及僕累世交好故敢復以僕所撰者寄呈左右閣下於此事稱最精伏祈詳加檢閱誨我不逮幸甚

第一題

從圜心至本圜所容正五邊形之一邊作垂線此線爲本圜所容六邊形十邊形各一邊之半和

解曰甲乙丙平圜乙丙爲本圜所容正五邊形之一邊丁爲圜心作丁戊爲乙丙之垂線引長丁戊至己題言丁戊爲本圜所容六邊形十邊形兩邊和之半



論曰作丁丙丙己二線取庚戊等於戊己從庚點作庚丙線圜周既五倍乙己丙圜分而甲丙己爲半周丙己爲乙己丙圜分之半則甲丙己半周五倍丙己圜分故甲丙圜分四倍丙己圜分惟甲丙與己丙二圜分比若甲丁丙與己丁丙二角比六卷三十三故甲丁丙角四倍己丁丙角惟甲丁丙角倍戊己丙角三卷二十故戊己丙角倍庚丁丙角即己丁丙而戊己丙與戊庚丙二角等一卷四故戊庚丙角倍庚丁丙角而丁庚與庚丙等一卷三十二又六又庚丙與己丙等一卷四故丁庚與己丙等而庚戊與戊己亦等本論故丁戊與戊己己丙二線之和等而丁己己丙二線之和倍於丁戊惟丁己等於六邊形之一邊己丙爲十邊形之一邊四卷十四故丁戊爲同圜內六邊形及十邊形各一邊之半和

系準十三卷十二十三二題顯從圜心至本圜所容三角形之一邊作垂線必爲半徑之半

第二題

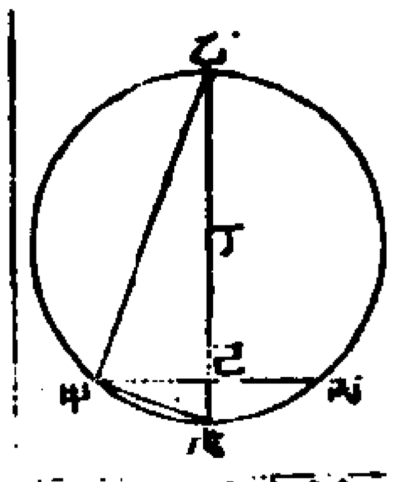
同球所容十二面體之五邊形與二十面體之三角形爲同圜所容

此題之理在亞理梯五體論中又見亞波羅泥所著同球容十二面二十面二體較義中如所云十二面二十面二體總面之比若二體積之比是也蓋從球心作線至十二面體之五邊形心等於球心作線至二十面體之三角面心故也今欲明同球十二面體之五邊形與二十面體之三角形為同圜所容先作一例明之

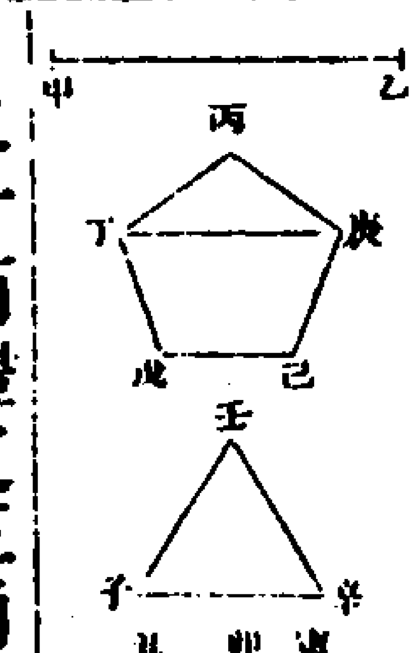
例圜內五等邊形以形之二邊為三角形之二腰而作底邊則一邊之正方加底邊之正方五倍圜半徑之正方

解曰甲乙丙圜甲丙為所容五邊形之一邊丁為圜心

作丁己為甲丙之垂線引長之至乙至戊又作甲乙聯線例言乙甲甲丙之二正方和五倍丁戊之正方



論曰作甲戊線為十邊形之一邊乙戊既倍於戊丁則乙戊之正方四倍戊丁之正方六卷二十題系惟乙甲甲戊之二正方和等於乙戊之正方故乙甲甲戊之二正方和四倍戊丁之正方則乙甲甲戊戊丁之三正方和五倍戊丁之正方惟甲戊戊丁之二正方和等於甲丙之正方十三卷十故乙甲甲丙之二正方和五倍戊丁之正方如例既有確證乃可明同球十二面體之五邊形二十面體之三角形為同圜所容之理



解曰甲乙為球之徑線於球內作十二面體二十面體丙丁戊己庚為十二面體之五邊形壬子辛為二十面體之三角形題言此五邊形三角形為同平圜所容

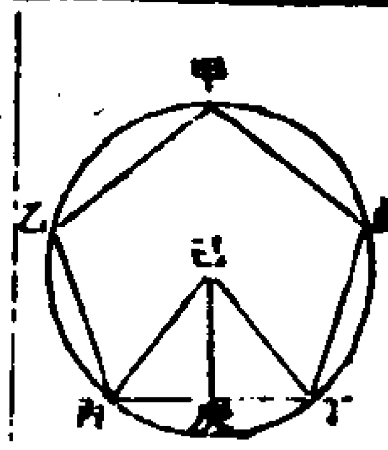
論曰作丁庚線為六面體之一邊十三卷八又十七另作丑寅線令甲乙之正方五倍丑寅之正方惟球徑之正方五倍本球所容二十面體上容五邊形平圜半徑之正方十三卷十六題系故丑寅為圜半徑於卯點分丑寅為中末線

六卷三十丑卯為大分則丑卯為十邊形之一邊十三卷五又九又乙甲之正方既五倍丑寅之正方亦三倍丁庚之正方十三卷十五則三倍丁庚之正方等於五倍丑寅之正方惟三倍丁庚之正方與五倍丑寅之正方比若三倍丙庚之正方與五倍丑卯之正方比十三卷八本卷七故三倍丙庚之正方等於五倍丑卯之正方惟五倍壬子之正方等於五倍丑寅之正方加五倍丑卯之正方九卷五十三卷十因壬子即二十面體上五等邊形之一邊故也故五倍壬子之正方等於三倍丁庚之正方加三倍丙庚之正方惟三倍丁庚丙庚之二正方和十五倍容丙丁戊己庚

五邊形圜半徑之正方因丁庚丙庚之二正方和五倍容丙丁戊己庚五邊形圜半徑之正方故也（本例）而五倍壬子之正方等於十五倍容壬子辛三角形圜半徑之正方因壬子之正方三倍容壬子辛三角形圜半徑之正方故也（十三卷十二）則彼此十五倍圜半徑之正方相等故二徑線必等是以同球所容十二面體之五邊形二十面體之三角形爲同平圜所容

第三題

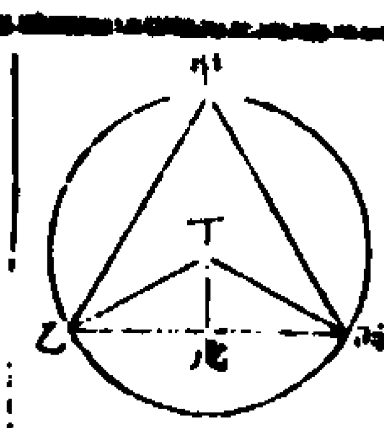
容十二面體五邊形之平圜從圜心任至一邊作垂線則三十倍一邊與垂線之矩形等於十二面體諸面之和



解曰甲乙丙丁戊爲十二面體之五邊形作外切平圜己爲圜心作己庚爲丙丁邊之垂線題言三十倍丙丁己庚之矩形等於十二倍甲乙丙丁戊五等邊形卽本體諸面之和

論曰作丙己己丁二線則丙丁己庚之矩形倍於丙丁己三角形故五箇丙丁己庚之矩形等於十箇丙丁己三角形（一卷四十一）惟十箇三角形成兩箇五邊形各六倍之則三十箇丙丁己庚之矩形等於十二箇五邊形而十二箇五邊形卽十二面體之諸面故三十倍丙丁己庚之矩形等於十二面體之諸面

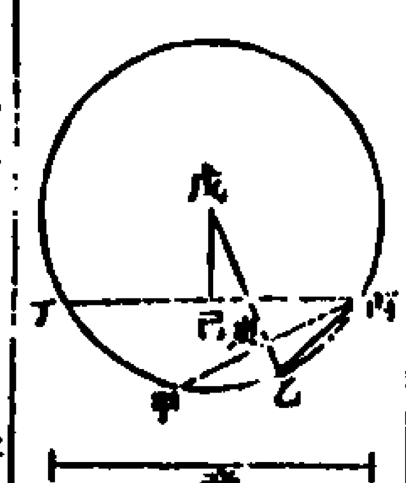
更論曰作甲乙丙等邊三角形之外切平圜丁爲圜心作丁戊垂線則三十倍乙丙丁戊之矩形等於二十面體之總面蓋乙丙丁戊之矩形倍於丁乙丙三角形故兩箇丁乙丙三角形等於乙丙丁戊之矩形（一卷四十一）各三倍之則六箇丁乙丙三角形等於三箇乙丙丁戊之矩形惟六箇丁乙丙三角形等於兩箇甲乙丙三角形各十倍之則三十箇乙丙丁戊之矩形等於二十箇甲乙丙三角形卽二十面體之總面故十二面體之總面與二十面體之總面比若丙丁己庚與乙丙丁戊之二矩形比



系十二面二十面二體之總面比若五邊形一邊及從心至邊垂線之矩形與二十面體一邊及從心至邊垂線之矩形比亦卽十二面二十面之二體積比

第四題

同球所容十二面體之總面與二十面體之總面比若六面體之一邊與二十面體之一邊比



解曰甲乙丙丁爲容同球十二面體五邊形二十面體三角形之平圜（本卷二）其內作丙丁爲三角形之一邊作甲丙爲五邊形之一邊戊爲圜心戊己爲丁丙之垂線戊庚爲

丙甲之垂線引長戊庚至乙作乙丙線另以辛爲本球所容六面體之一邊題言十二面體之總面與二十面體之總面比若辛與丙丁比

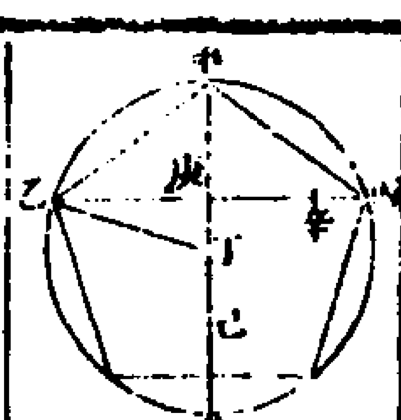
論曰戊乙乙丙和既分爲中末線乙戊爲大分戊庚爲戊乙乙丙和之半本卷一戊己爲乙戊之半則戊庚分爲中末線戊己爲大分辛線分爲中末線丙甲爲大分十三卷十七題系故辛與丙甲比若戊庚與戊己比本卷七所以辛及戊己之矩形等於丙甲戊庚之矩形六卷十六又辛與丙丁比若辛及戊己之矩形與丙丁戊己之矩形比六卷一丙甲戊庚之矩形既等於辛及戊己之矩形則辛與丙丁比若丙甲戊庚之矩形與丙丁戊己之矩形比即十二面體之總面與二十面體之總面比若辛與丙丁比本卷三題系

又顯十二面體與二十面體之二總面比若六面與二十面二體之邊比先以一例明之

例設甲乙戊丙圜內作甲乙甲丙五等邊形之二邊又作乙丙線丁爲圜心作甲丁線引長之至戊取丁己爲甲丁之半取丙辛爲丙庚三分之一則甲己乙辛之矩形等於五邊形之面積

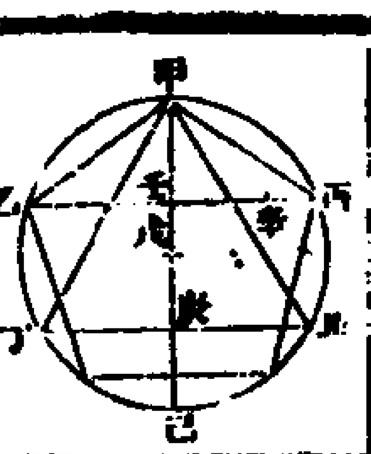
論曰作乙丁線甲丁既倍於丁己則甲己爲甲丁二分

之三丙庚既三倍於丙辛則庚辛倍於辛丙故丙庚爲庚辛二分之三所以甲己與甲丁比若丙庚與庚辛比而甲己庚辛之矩形等於甲丁乙庚之矩形六卷十六惟丙庚等於乙庚故甲丁乙庚之矩形等於甲己庚辛之矩形惟甲丁乙庚之矩形倍於甲乙丁三角形一卷四十一故甲己庚辛之矩形倍於甲乙丁三角形所以五倍甲己庚辛之矩形爲十箇甲乙丁三角形惟十箇甲乙丁三角形爲兩箇五邊形故五倍甲己庚辛之矩形等於兩箇五邊形而庚辛倍於辛丙則甲己庚辛之矩形倍於甲己辛丙之矩形故兩



箇甲己辛丙之矩形等於甲己庚辛之矩形故十倍甲己辛丙之矩形等於五倍甲己庚辛之矩形即等於兩箇五邊形所以五倍甲己辛丙之矩形等於一箇五邊形惟五倍甲己辛丙之矩形等於甲己辛乙之矩形因辛乙五倍辛丙而甲己爲二形之公邊故也故甲己乙辛之矩形等於一箇五邊形

又論曰置容同球內十二面體五邊形二十面體三角形之甲乙丙圜其內作乙甲甲丙五等邊形之二邊次作乙丙線戊爲圜心作甲戊線引長之至己取戊庚爲甲戊之半取丙辛爲壬



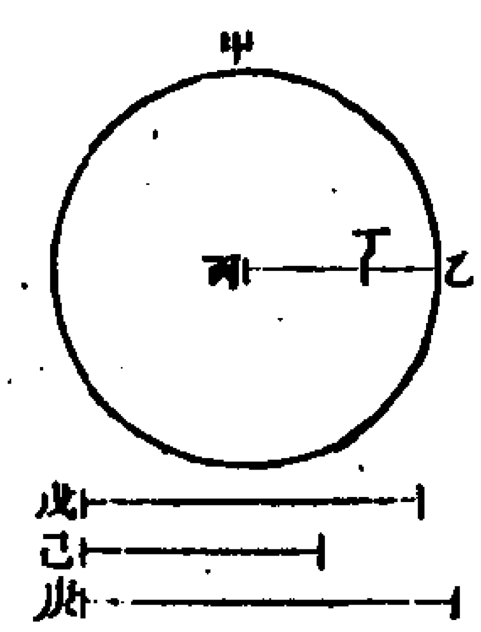
丙三分之二過庚點作丁丑線與甲己成直角則丁丑爲等邊三角形之一邊而甲丁丑爲等邊三角形本卷一題系甲庚辛乙之矩形既等於五邊形本題例而甲庚庚丁之矩形等於甲丁丑三角形十一卷四則甲庚辛乙之矩形與甲庚庚丁之矩形比若五邊形與三角形比惟甲庚辛乙之矩形與甲庚庚丁之矩形比若乙辛與丁庚比六卷一故十二倍辛乙與二十倍丁庚比若十二倍五邊形與二十倍三角形比即十二面體之總面與二十面體之總面比惟十二倍乙辛等於十倍乙丙因乙辛五倍於辛丙而乙丙六倍辛丙故也又二十倍丁庚等

於十倍丁丑因丁丑倍丁庚故也故十倍乙丙與十倍丁丑比即乙丙與丁丑比若十二面體總面與二十面體總面比而乙丙爲六面體之一邊十三卷八又十七丁丑爲二十面體之一邊故十二面體之總面與二十面體之總面比若六面體之一邊與二十面體之一邊比

第五題

大小二正方大正方等於中末全線及大分之二正方和小正方等於中末全線及小分之二正方和則大小正方之二邊比若同球所容六面體二十面體之二邊比

論曰置容同球內十二面體五邊形二十面體三角形之甲乙平圓本卷二丙爲圓心從心至周任作丙乙線於丁點分爲中末線丙丁爲大分則丙丁爲圓內十邊形之一邊十三卷五又九置本球所容二十面



體之邊戊十二面體之邊己六面體之邊庚十三卷十八則戊爲本圓內等邊三角形之邊己爲本圓內五邊形之邊而已爲庚之大分十三卷十七題系戊既爲等邊三角形之邊則戊之正方三倍乙丙之正方十三卷十二又乙丙乙丁之二正方和三倍丙丁之正方十三卷四屬理戊之正方與乙丙丙丁之二正方和比若乙丙與丙丁之二正方比

惟乙丙與丙丁之二正方比若庚與己之二正方比本卷七蓋己爲庚之大分故也十三卷十七故戊之正方與乙丙乙丁之二正方和比若庚與己之二正方比以屬理反理推之庚與戊之二正方比若己之正方與乙丙乙丁之二正方和比惟乙丙丙丁之二正方和等於己之正方因五邊形一邊之正方等於同圓所容六邊形十邊形二邊之正方和故也十三卷十故庚與戊之二正方比若乙丙丙丁之二正方和與乙丙乙丁之二正方和比惟乙丙丙丁之二正方和與乙丙乙丁之二正方和比即中末全線及大分之二正方和與全線及小分之二正

方和比本卷七故庚與戊之二正方比若中末全線及大分之二正方和與全線及小分之二正方和比而庚為六面體之一邊戊為二十面體之一邊是以大正方等中末全線及大分之二正方和小正方等全線及小分之二正方和則大小二正方之邊比若同球所容六面體二十面體之邊比

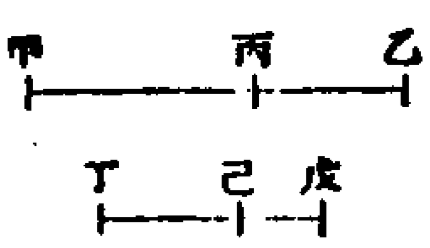
第六題

同球所容六面體之一邊與二十面體之一邊比若十二面體與二十面體比

論曰同球所容十二面體之五邊形及二十面體之三角形既為同平圓所容本卷二凡切球界相等之平圓距球心之線必等因從球心至平圓之垂線必等皆在平圓心故也故從球心至平圓所容十二面體之五邊形及二十面體之三角形二面之垂線皆為圓面之垂線所以十二面體之五邊形二十面體之三角形為二底面球心為頂點之二錐體等高凡等高之錐體比若其底面比十二卷五又六故五邊形與三角形之二面比若十二面體二十面體之各一面為底球心為頂點之二錐體比所以十二箇五邊形與二十箇三角形比若十二箇五邊底與二十箇三角底之等高錐體比惟十二箇五邊形為十二面體之總面二十箇三角形為二十面體之總面故十二面體與二十面體之二總面比若十二箇五邊底之錐體與二十箇三角底之錐體比而十二箇五邊底之錐體即十二面體二十箇三角底之錐體即二十面體所以十二面與二十面二體之總面比若十二面與二十面之二體積比惟十二面與二十面之二總面比若六面與二十面二體之邊比本卷四是以六面與二十面二體之各一邊比若十二面與二十面之二體積比

第七題

二線俱分為中末線則二全線與二大分同比例



解曰甲乙於丙點分為中末線甲丙為大分丁戊於己點分為中末線丁己為大分題言甲乙全線與大分甲丙比若丁戊全線與大分丁己比

論曰甲乙乙丙之矩形既等於甲丙之正方丁戊戊己之矩形亦等於丁己之正方六卷十七則甲乙乙丙之矩形與甲丙之正方比若丁戊戊己之矩形與丁己之正方比所以四倍甲乙乙丙之矩形與甲丙之正方比若四倍丁戊戊己之矩形與丁己之正方比五卷十五合理四倍

甲乙乙丙之矩形加甲丙之正方比若四倍丁戊戊己之矩形加丁己之正方比故甲乙乙丙和之正方比若丁戊戊己和之正方與丁己之正方比二卷八所以甲乙乙丙二線和與甲丙比若丁戊戊己二線和與丁己比六卷十二合理甲乙乙丙二線和加甲丙與甲丙比即倍甲乙與甲丙比若丁戊戊己二線和加丁己與丁己比即倍丁戊與丁己比半其二前率則甲乙與甲丙比若丁戊與丁己比也

系凡線分為中末線則等全線及大分之二正方和與

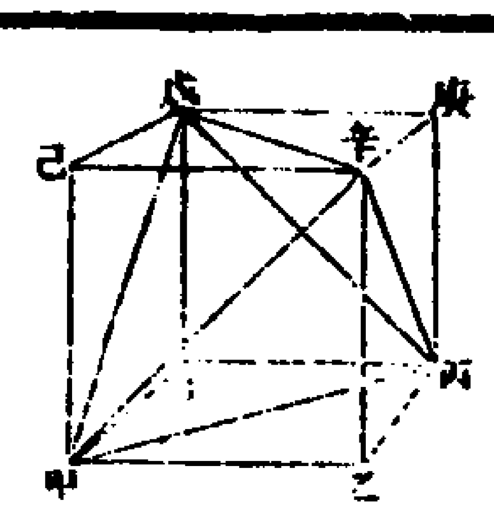
等全線及小分之二正方和二正方之邊比若同球六面體與二十面體之二邊比本卷五而同球六面體與二十面體之二邊比若同球十二面與二十面之二體積比本卷六又同球十二面與二十面二體之總面比若十二面與二十面之二體積比因十二面體之五邊形二十面體之三角形為同平圓所容故也則同球十二面與二十面之二總面比亦若等全線及大分之二正方和與等全線及小分之二正方之邊比

幾何原本第十五卷 論體五

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　筆受

第一題

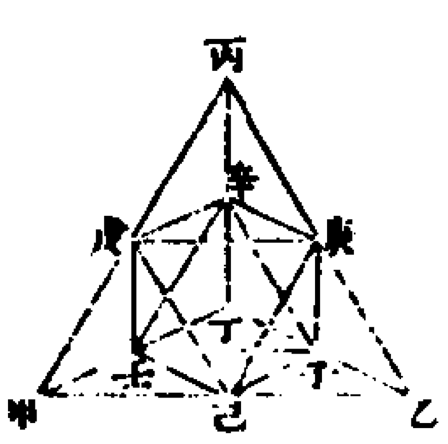
有正六面體求所容之正四面體



法曰甲乙丙丁戊己庚辛為正六面體求所容之正四面體作甲丙甲戊丙戊甲辛戊辛辛丙六線則甲戊丙甲辛戊甲辛丙丙辛戊四三角形俱等邊因其諸邊俱為六面體諸面之對角線故也故甲戊丙辛為正六面體所容之正四面體十一卷界說二十六

第二題

有正四面體求所容正八面體

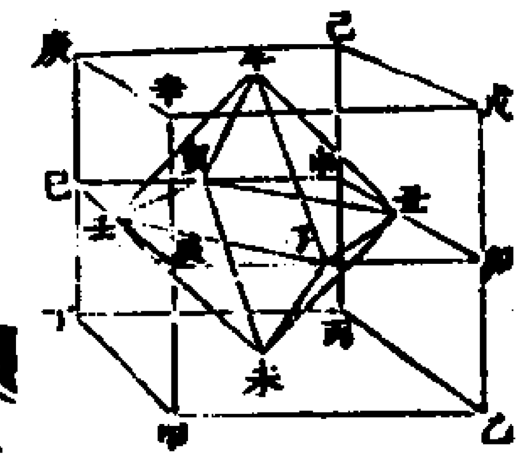


法曰甲乙丙丁為正四面體於戊己庚辛壬子六點平分其諸邊作辛壬壬子子戊戊己己庚等十二聯線甲丙倍於辛壬亦倍於庚己故辛壬與庚己平行而相等又庚辛與己壬亦平行而相等理同故辛壬己庚為等邊形亦必為直角形若作甲子丙子二線則丁乙必為甲子丙面之垂線因甲子丙子為丁乙之垂線故也而辛壬庚

己與甲丙平行庚辛己壬與丁乙平行故辛壬己庚為正方形而其邊上子辛壬子壬己子己庚子庚辛戊辛壬戊壬己戊己庚戊庚辛八三角形俱等邊因其邊俱為正四面體各邊之半故也即成正八面體

第三題

有正六面體求所容正八面體



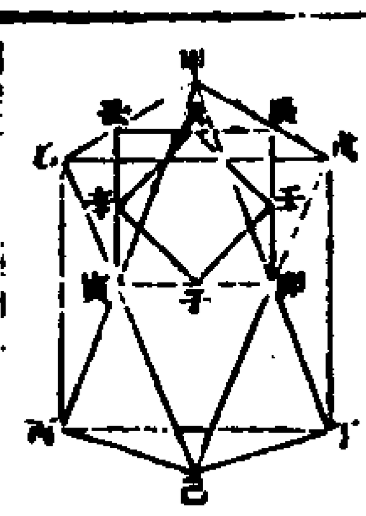
法曰甲乙丙丁戊己庚辛為正六面體取甲戊戊丙丙庚庚甲四面之心點子丑寅壬作壬子子丑丑寅寅壬四線則壬子丑寅必為正方形試過壬子丑寅四點作巳

辰辰卯卯申申巳四線與丁甲甲乙乙丙丙丁四線平行則巳辰倍於辰壬卯辰倍於辰子而巳辰與辰卯等故辰壬與辰子亦等而壬子之正方倍於辰子之正方一卷四十七又丑子之正方倍於子卯之正方故壬子與子丑之二正方等壬子與子丑等所以壬子丑寅為等邊形亦為直角形又取戊庚乙丁二面之心點午未作午壬午子午丑午寅未壬未子未丑未寅即成八面體之八三角形八三角形俱等邊其理自明

第四題

有正八面體求所容正六面體

法曰取甲乙丙甲丙丁甲乙戊甲丁戊四三角形形外切圓之心辛子庚壬四點四卷五作庚辛辛子子壬壬庚四聯線則庚辛子壬必為正方形試過庚辛子壬四點作辰丑丑寅寅卯卯辰四線



與戊乙乙丙丙丁丁戊四線平行甲乙丙三角形既等邊則從甲點至甲乙丙三角形形外切圓之心辛作線必平分甲乙丙三角形之甲角故寅辛與丑辛等一卷四又丑庚與庚辰等理同惟丑寅等於丑辰丑辰等於辰卯則寅辛等於丑庚辛丑等於庚辰丑庚等於辰壬又辛丑庚庚辰壬皆為直角故庚辛與庚壬

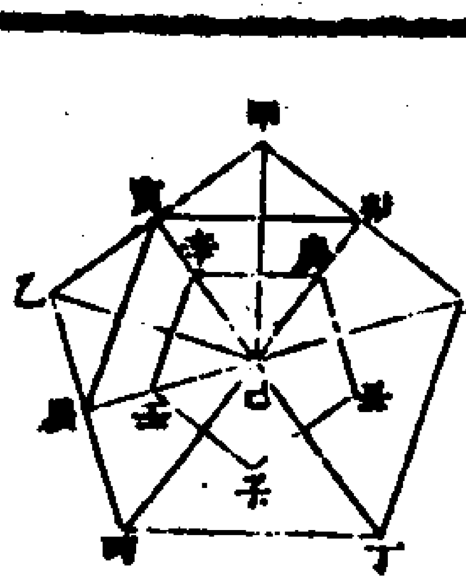
等一卷四餘線亦俱相等理同故庚辛子壬為平行邊形而同在一平面內十一卷七又丑庚辛辰庚壬二角俱為半直角故外角辛庚壬必為直角一卷十三其餘三角俱為直角理同故庚辛子壬為正方形乃如前取諸三角形之心點作諸聯線又成五面俱為正方形即求得正八面體所容正六面體

第五題

有正二十面體求所容正十二面體

法曰截二十面體上五邊形為底面與五箇三角面合成一體角之錐體甲乙丙丁戊己取戊己甲甲己乙乙

己丙丙己丁丁己戊五三角形之心辛壬子丑庚五點四卷五作庚辛辛壬壬子子丑丑庚五聯線次作己庚己辛己壬三線引長之至卯寅辰三點平分戊甲



甲乙乙丙三線次作卯寅寅辰二聯線此二聯線必等而卯寅與寅辰比若庚辛與辛壬比六卷四所以庚辛與辛壬等庚辛壬子丑五邊形之諸邊俱等理同又此五邊形亦等角蓋卯寅寅辰二線與庚辛辛壬二線平行必等角則餘角俱等理自明又若從己點作甲乙丙丁戊五邊形之垂線乃從寅點至垂線之遇點作線從辛點作平行線則必遇其垂線而辛點之平行線與垂線成直角又若從卯辰二點至甲乙丙丁戊之心作二線又從辛線遇垂線之點至庚壬二點作二線亦必與垂線成直角理自明所以庚辛壬子丑在同面內如法作十二箇五邊形即得所容十二面體

第六題

求五體之諸邊諸角

問二十面體有幾邊答曰二十面體以二十箇三角形為界每三角形有三邊故置二十箇三角形以三邊乘之得六十半之得三十即二十面體之諸邊也十二面體之邊數同蓋十二面體以十二箇五邊形為界每形有五邊故以十二乘五得六十半之亦得三十也問何故半之曰體之每邊為二形之公邊故也求四面體六面體八面體之邊法俱同

問求五體之角其法若何答曰倍前諸體之邊數以每體體角之面數約之如二十面體體角為五面所成則以五約六十故二十面體得十二角十二面體體角為三面所成則以三約六十故十二面體得三十角求餘體之角法同

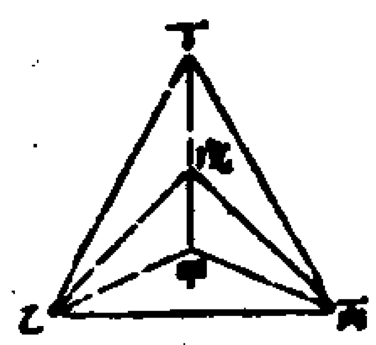
第七題

求五體之面倚度

論曰置五體各求其每二面相交之倚度此法西士伊雪陶所創其言曰六面體每二面相交之倚度為直角理易明四面體以等邊三角形一邊之二界點為二心各以從角至對邊之垂線即中垂線為半徑旋規作二短弧相交從交點至二心各作聯線二聯線所成角即倚度也八面體於三角形一邊上作正方以方形對角線之二界點為二心各以三角形之中垂線為半徑作二短弧相交從交點至心作二線二線所成角以減半周其外角即倚度也二十面體於三角形一邊上作正五邊

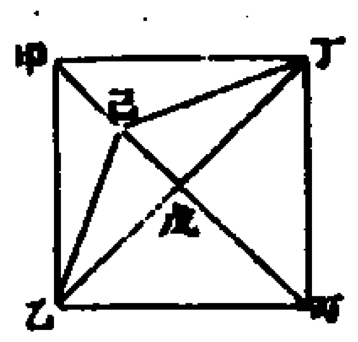
形以五邊形之二邊為三角形之二腰以底邊之二界各為心仍以本面之中垂線為半徑作二短弧相交從交點至二心作二聯線所成之角以減半周其外角即倚度也十二面取一五邊形以二邊為三角形之二腰作底邊以底邊之二界各為心乃於與底邊平行之邊上任取一點至底邊作垂線用為半徑作二短弧相交從交點至二心作二線所成之角減二直角即倚度也伊氏所言止此別無發明蓋謂人易明也余謂不可不顯其理令讀者無疑因逐條論之如左

四面體論曰甲乙丙丁為四面體以四箇等邊三角形



為界甲乙丙為底面丁為頂點平分甲丁邊於戊作乙戊戊丙二線甲丁乙甲丁丙既為兩箇等邊三角形甲丁又平分於戊則乙戊戊丙為甲丁之二垂線一卷八而乙戊丙必為銳角蓋甲丙既倍於甲戊則甲丙之正方四倍甲戊之正方惟甲丙之正方等於甲戊戊丙之二正方和一卷四十七故甲丙與丙戊之二正方比若四與三比丙戊等於戊乙甲丙等於乙丙故乙丙之正方小於乙戊戊丙之二正方和所以乙戊丙為銳角二卷十三甲丁既為甲乙丁甲丁丙二面之公邊而二面內乙戊戊丙二線與公邊各成直角則乙戊丙角為二面之倚度十一卷界說六其理甚明蓋已有三角形之一邊乙丙亦有從角至對邊之二垂線戊乙戊丙故以乙丙二界點各為心以三角形之對角垂線為半徑則二短弧必相交於戊從戊點至乙丙各作線成二面之倚度與伊氏說合因乙戊戊丙各大於乙丙之半故也若從乙丙二心各以乙丙之半為半徑則二圜必相切若小於乙丙之半則不相切安得相交而大於乙丙之半則必相交觀此而四面體之理自明

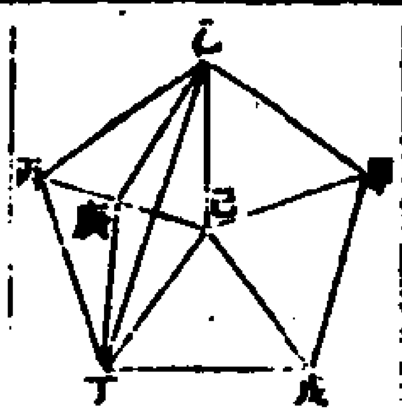
八面體論曰甲乙丙丁方形上作錐體以戊為頂點旁面俱為等邊三角形此甲乙丙丁戊錐體為八面體之



半平分三角形之一邊甲戊於己作乙己丁己二線此二線必相等而皆為甲戊之垂線則乙己丁必為鈍角試作乙丁對角線甲丙既為正方形而乙丁為對角線則乙丁之正方倍於丁甲之正方惟丁甲與丁己之二正方比若四與三比故乙丁與丁己之二正方比若八與三比而丁己等於己乙故乙丁之正方大於乙己己丁之二正方和所以乙己丁為鈍角十二卷十二甲戊既為甲乙戊甲丁戊二面之公邊二面內成鈍角之線乙己己丁皆與公邊成直角故乙己丁角減於半周其外角為甲乙戊甲丁戊二面之

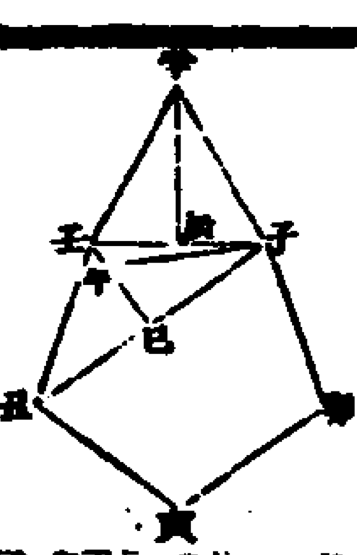
倚度十一卷界說六故得乙己丁角即得倚度而既有八面體上三角形之一邊甲丁即得甲乙丙丁正方形及乙丁對角線又得乙己己丁二三角形之中垂線則亦得乙己丁角所以三角形之一邊上作甲丙方形又作乙丁線以乙丁二點各爲心以三角形之中垂線爲半徑則二圜必相交於己從己點至乙丁各作線成乙己丁角以減半周則其外角爲二面之倚度乙己己丁各大於乙丁之半因乙丁與丁己之二正方比若八與三比故二圜必相交乙丁之正方四倍於半乙丁之正方六卷二十故乙己己丁各大於半乙丁也

二十面體論曰甲乙丙丁戊五等邊形其上作錐體己爲頂點各傍面俱爲等邊三角形則甲乙丙丁戊己錐體爲二十面體之一分平分三角形之一邊己丙於庚作乙庚庚丁相等二線



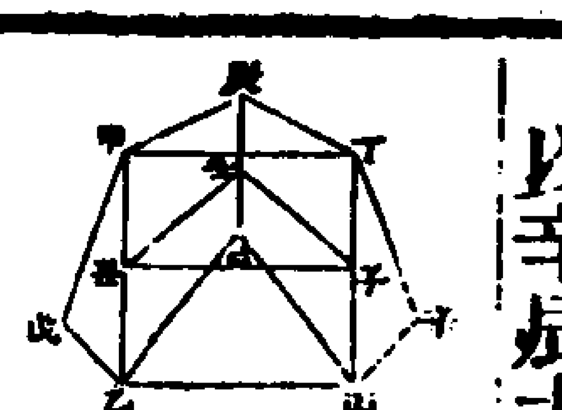
皆爲己丙之垂線則乙庚丁必爲鈍角蓋乙丁爲乙丙丁鈍角之對邊而乙庚庚丁二邊小於乙丙丙丁二邊則乙庚丁角更大於乙丙丁角故必爲鈍角一卷廿一以乙庚丁角減半周其外角爲乙己丙丙己丁二面相交之倚度故得乙庚丁角即得二十面體之倚度而既有二十面體三角形一邊上之五邊形及五邊形二邊之底

乙丁及三角形之二垂線乙庚庚丁則亦得乙庚丁角故以乙丁二點各爲心以三角形之垂線爲半徑則二圜必相交於庚自庚點至乙丁各作線乃以庚角度減二直角其外角爲倚度因乙庚庚丁二線各大於乙丁之半其理易明試作辛壬子等邊三角形壬子上作壬丑寅卯子五邊形作丑子聯線又作三角形之垂線辛



辰辛辰必大於聯線丑子之半試從壬作壬巳爲子丑之垂線壬子巳角既大於直角三分之一即大於壬辛辰角又作子午線令巳子午角等於壬辛辰角則巳子爲等邊三角形之垂線其一邊爲午子所以午子與子巳之二正方比若四與三比惟壬子大於午子一卷廿一故壬子與子巳之二正方比大於四與三比而壬子與辛辰之二正方比若四與三比故壬子與子巳比大於壬子與辛辰比所以辛辰大於子巳五卷十

十二面體論曰甲乙丙丁爲十二面體所容六面體之一面十三卷十七甲戊乙己庚庚丁辛丙己爲十二面體之二面則甲乙丁丙爲甲乙戊丁丙辛二三角形之底邊平分己庚於



壬從壬點於二面內作壬子壬丑爲二底邊之垂線亦

與己庚戌直角次作丑子線則丑壬子爲鈍角蓋十二
面體之理從壬點作甲乙丙丁方形之垂線等於五邊
形一邊之半十三卷十七則必小於丑子之半故丑壬子爲
鈍角又壬子之正方等於六面體半邊之正方加垂線
之正方而壬子與壬丑相等則各大於丑子之半卷十三十
七故以丑壬子角減二直角其外角爲倚度甲乙丙丁
方形之一邊既爲五邊形二邊之底邊而有五邊形即
得丑子亦得丑壬壬子二線因即爲甲乙底邊及己庚
邊之垂線故也所以伊氏謂五邊內必作二邊之底邊
等於六面體之邊底邊二界各爲心從平行於底邊之

邊作底邊之垂線爲半徑如壬子壬丑作二圜界必相
交從交點至二心各作線所成角減於二直角其外角
爲二面之倚度其說甚精也壬子壬丑二垂線各大於
丑子之半理見前

南滙張文虎覆校

據華東師範大學圖書館藏清咸豐
刻同治增修本影印原書版框
高一八四毫米寬二七二毫米

談天

〔英〕侯失勒 撰
〔英〕偉烈亞力 譯
〔清〕李善蘭 删述
〔清〕徐建寅 續述

天文之學其源遠矣太古之世旣知稼穡每覲天星以定農時而近赤道諸牧國地炎熱多夜放羣羊因以觀天間嘗上攷諸文字之國肇有書契卽記及天文如舊約中屢言天星希臘古史亦然而中國堯典亦言中星歷家據以定歲差焉其後積測累推至漢太初三統而立七政統母諸數從此代精一代至郭太史授時術法已美備惟測器未精得數不密此其缺陷也中國言天者三家曰渾天曰蓋天曰宣夜然其推歷但言數不言象而西國則自古及今恆依象立法昔多祿某謂地居中心外包諸天層層硬殼傳其學者又創立本輪均輪諸象法甚繁矣後代測天之器益精得數益密往往與多氏說不合歌白尼乃更創新法謂太陽居中心地與諸行星繞之第谷雖譏其非然恆得確證人多信之至刻白爾推得三例而歌氏之說始爲定論然刻氏僅言其當然至奈端更推求其所以然而其說益不可搖矣夫地球大矣統四大洲計之能盡歷其面者無幾人焉然地球乃行星之一耳且非其最大者計繞太陽有小行星五十餘大行星八其最大者體中能容地球一千四百倍其次能容九百倍也設以五百地球平列土星之光環能覆之而諸行星又或有月繞之總計諸月共二十餘設盡幷諸行星及諸月之積不及太陽積五

百分之一太陽體中能容太陰六千萬倍可謂大之至矣而恆星天視之亦只一點耳設人能飛行空中如最速礮子亦須四百萬年方能至最近之恆星故目能見之恆星最小者可比太陽其大者或且過太陽數十萬倍也夫恆星多至不可數計秋冬清朗之夕昂首九霄目能見者約三千設一恆星爲一日各有行星繞之其行星當不下十五萬況恆星又有雙星及三合四合諸星則行星之數當更不止於此矣然此僅論目所能見之恆星耳古人論天河皆云是氣近代遠鏡出知爲無數小星遠鏡界內所已測見之星較普天空目所能見者多二萬倍天河一帶設皆如遠鏡所測之一界其數當有二千零十九萬一千設一星爲一日各有五十行星繞之則行星之數當有十億零九百五十五萬意必俱有動植諸物如我地球偉哉造物其力之神能之鉅眞不可思議矣而測以更精之遠鏡知天河亦有盡界非佈滿虛空也而其界外別有無數星氣意天河亦爲一星氣無數星氣實卽無數天河我所居之地球在本天河中近故覺其大在別星氣外遠故覺其小耳星氣已測得者三千餘意其中必且有大於我天河者初人疑星氣爲未成星之質至羅斯伯之大遠鏡成始知亦爲無數小星聚而成而更別見無數星氣則亦但覺

如氣不能辨爲星之聚設與曰遠鏡更精今所見者倶能辨恐更見無數遠星氣仍不能辨也如是累推不可思議動法亦然月繞行星行星繞太陽近代或言太陽率諸行星更繞他恆星與雙星同然則安知諸雙星不又同繞一星而所繞之星不又繞別星耶如是累推亦不可思議偉哉造物神妙至此蕩蕩乎民無能名矣昔大闢有詩曰觀爾所造之穹蒼又星月之輝光世人爲誰兮爾垂念之人子爲誰兮爾眷顧之夫大闢所見天空理非甚深也尙歡欣賛歎不能自已況我人得知天空如此精奇神妙耶夫造物主之全智鉅力大至無外小至無內罔不鑒臨罔不鑒察故人雖至微無時不蒙其恩澤試觀地球上萬物莫不備具人生其間渴飲饑食夏葛冬裘何者非造物主之所賜竊意一切行星亦必萬物備具生其間者休養樂利如我地上造物主大仁大慈必當如是也設他行星之人類渾樸未雕與天合一見我地球天性盡失欺僞爭亂厥罪甚大而造物主猶不棄絕令愛子降生舍身代贖當必賛歎造物主之深仁厚澤有加無已而身受者反不知感激圖報可乎余與李君同譯是書欲令人知造物主之大能尤欲令人遠察天空因之近察已躬謹謹焉修身事天無失秉彝以上荅宏恩則善矣

咸豐己未孟冬之月英國偉烈亞力序於春申浦上

西士言天者曰恆星與日不動地與五星俱繞日而行故一歲者地球繞日一周也一晝夜者地球自轉一周也議者曰以天爲靜以地爲動動靜倒置違經畔道不可信也西士又曰地與五星及月之道俱係橢圜而歷時等則所過面積亦等議者曰此假象也以本輪均輪推之而合則設其象爲本輪均輪以橢圜面積推之而合則設其象爲橢圜面積其實不過假以推步非眞有此象也竊謂議者未嘗精心攷察而拘牽經義妄生議論甚無謂也古今談天者莫善於子輿氏苟求其故之一語西士蓋善求其故者也舊法火木土皆有歲輪而金水二星則有伏見輪同

爲行星何以行法不同歌白尼求其故則知地球與五星皆繞日火木土之歲輪因地繞日而生金水之伏見輪則其本道也由是五星之行皆歸一例然其繞日非平行古人加一本輪推之不合則又加一均輪推之其推月且加至三輪四輪然猶不能盡合刻白爾求其故則知五星與月之道皆爲橢圜其行法面積與時恆有比例也然俱僅知其當然而未知其所以然奈端求其故則以爲皆重學之理也凡二球環行空中則必共繞其重心而日之質積甚大五星與地俱甚微其重心與日心甚近故繞重心卽繞日也凡物直行空中有他力旁加之則物卽繞力之心

而行而物直行之遲速與旁力之大小適合平圜率則繞行之道爲平圜稍不合則恆爲橢圜惟歷時等所過面積亦等與平圜同也今地與五星本直行空中日之攝力加之其行與力不能適合平圜故皆行橢圜也由是定論加山不可移矣又證以距日立方與周時平方之比例及恆星之光行差地道半徑視差而地之繞日益信證以煤坑之墜石而地之自轉益信證以彗星之軌道雙星之相繞多合橢圜而地與五星及日之行橢圜益信余與偉烈君所譯談天一書皆主地動及橢圜立說此二者之故不明則此書不能讀故先詳論之

咸豐己未重陽後八日海甯李善蘭序於崑山舟次

談天

凡例

一此書原本爲侯失勒約翰所撰約翰昔爲英國天學公會之首其父曰維廉曰爾曼之阿諾威人遷居英國專精天學不假師授有盛名維廉有妹曰加羅林相助測天功亦不細約翰有子亦名約翰乃印度軍中之武官即有博學之名其次子名亞力已勤習天學而今即大學內之一師也侯失勒氏言天者凡五人學者勿混爲一云

一此書原本咸豐元年刊行其後測天家屢有新得今一

一附入如小行星最後有如同治十年所得者又有論太陽等事說非原書所有而由重刊之本文新譯之也

一凡年月日時原本皆用西國法準倫敦經度今用中國法準順天經度譯改以便讀者如第八百二十三條中本文爲耶穌降世一千八百四十六年正月三日〇時九分五十三秒今譯改道光二十五年十二月初六日戌初三刻十分四十七秒是也亦間有用各國本地時者如第五百九十條中午後三小時六分若改用中國時則在夜中不能見日與下文測見其中體距日心句不合故仍原文也

一中國步天黃經赤經皆用度分西國黃經用度分赤經用時分例見第九十一二百零八二百零九三條今間依中法亦譯改度分如八百二十九條本文爲十六小時五十一分一秒五今譯改二百五十二度四十五分二十二秒五是也

一凡數皆直書單位下帶小數則以•別之如三百五十條一•〇一六七九其小數即十萬分之一千六百七十九也間有橫書者則因與代數記號相雜依代數例不便直書也

一凡度里尺諸數皆遵數理精蘊每度二百里每里一千

八百尺近代西國細測地球密推赤道徑得英尺四千一百八十四萬八千三百八十赤道周得英尺一億三千一百四十七萬五百六十五以三百六十度約之則一度得英尺三十六萬五千一百九十六攷一度爲中尺三十六萬乃以一度之英尺爲一率一度之中尺爲二率一爲三率求得四率〇•九八五七七是英國一尺爲中尺九寸八分五釐七毫七絲也凡原文英尺譯改中尺俱準此又英國一里得英尺五千二百八十中國一里得英尺一千八百二十五•九八依此推得英一里當中國二里•八九一六凡原文英里譯改中里俱準此

一中國天圖有新舊二種舊圖與步天歌合新圖與經天該合書中諸星凡舊圖所有者則云某座第幾星如角宿第一星之類是也若舊圖無而新圖有者則云某座增第幾星如老人增第二之類是也若二圖俱無則或云近某星如近外屏第三星之類是也

談天目錄

侯失勒約翰傳

侯失勒約翰英國斯羅人也天性開明父曰維廉以博學聞尤精天文維廉有妹加羅林亦穎慧維廉攷天輒輔相之約翰自幼見父若姑朝夕營營以測望為事耳目濡染既久稍長遂能一一詳說其理約翰童時嘗問其父曰萬物之中何者最古父曰爾以何為最古約翰所答父不然之因俯取一石子示之曰有古於此石子者乎他日父問之曰何物同類絕相似約翰默思移時曰一樹之葉皆相似焉父命擲葉令於中擇二葉絕相似者以呈約翰辭無可擇由是知物雖同類終無恰似者家庭問答一若無甚相關然推此而知萬物之中有幾種可合為一類而又可各分其本性後約翰論物理格物性一本於此此實佳種播於心田發生滋長以得佳果非細事也年既長入以敦之大學離家近常省其母未幾為同學所毆母憐之延師家課學日進善讀書能各國方言又精音律名漸著母曲全其師祿澤然師教殊不靈敏約翰嘗言幾何原本雖能背誦而精意茫然此未能受益於師之證焉年十七入堪比日大書院學益精院師合學者治奈端萬物總理一書書俱臘丁文師選日用之篇譯以英文授諸生各手錄一本以便誦習約翰必合本文以研究不拘拘於英文也蓋

其生平之學必包舉全體不安小就可槪見矣院中因推選約翰爲第一比各格次之亦有聲當時者約翰初入院時算理諸學教法尚未盡善旣而武賓斯首創新規以去弱更强然亦非因其甚深諸論僅以三角術一本開導後學此書成於約翰進院之年以資探索未幾自撰一書其理一本武賓斯說蓋名未立時輔武賓斯以立望及學大成專心教學者令知新理與同學二人共譯微分學論其書妙緒環生末附有限較數法一篇此不獨堪比日一院受其益卽通國皆奉爲圭臬也其後三人又另附精理推算諸式約翰所附爲有限較數說罷拔起所附爲函數方程理從此英之數學家相繼而起推算精微不讓歐洲諸大家約翰之功也嘉慶十七年著書一章由其父呈王立公會所論微分奧義本武賓斯三角術書所引費愛他之術而引伸之更得精深之理焉十九年選爲會士復作一論自呈公會刊入本年載册此論發明詳推諸例縷晰相生之函數皆本拉白拉斯所傳深思而得之者細玩此論可知其用心所在實本於童年悟徹石葉二喻其言曰此時算理諸論略已美備用勸天算之家毋偏守各門之精意須綜乎至公之大道推其宗旨在約萬物之繁統歸於一理繼此別有所著言算學其推法極精微在書院名旣

著卽赴倫頓學律例約翰之性好全不好偏好公不好私居恆當由萬殊索一本卽一本貫萬殊而律例之道在公而直行之卒不免曲而私與素性不合意不屑遂舍去已而遇武喇斯頓蒐德二人武喇斯頓精化學及萬物總理約翰聞其議論大悅之引爲他山之助最後治天學自云非特性所近且可述父之業故其平生習化學究光理然不專於此反潛心於天學用以纘承遺緒盡孝道焉二十四年又著書一卷論輕磺强酸諸和刊入格物月册中內言礄礬之本性昔待味所創照像事未得定畫之法所照遇光卽飛倘已知其藥性則預於二十五年而創照之法已成旣又著一卷論光學表明萬物一貫之公理究凡平面紋之理推悟螺鈿成五采之故又著一卷亦論光學呈王立公會卷中研究諸雙軸水晶爲歧光所徹因發爲五采自創一術能窺測此事傳至於今有用之者又著一卷呈王立公會論遠鏡內物鏡玻璃凹凸相消令無光行差卷內用記號甚繁立術甚深時光學家畏其難未取用近日作鏡之大者異於曩昔約翰雖算數不差第成昔者之鏡便用然近時甚大之鏡必待工藝之善者也約翰自交蒐德得助良多蒐德有至精無暈遠鏡巧妙絕倫雖未及今時至大遠鏡然已測得諸雙星著功天學迨與約翰交

適天學公會創始之時蒐德輔成其會總領卽約翰父約翰爲書記長首呈二論均有益天學家凡算術之繁重者均改以簡易先論月掩諸恆星理多類幾何次論立表所以能從定記推諸恆星平度其推法必通天重學極繁且奧之理道光元年迄三年偕蒐德於倫頓重測維廉所得諸雙星初嘉慶二十一年與父家居時覺天上諸日中多有互相旋繞者卽留心測之至是得蒐德相助據備至精器克承先業與蒐德合測而詳誌之事載王立公會歲冊公會重其勞績贈金牌各一天學公會亦贈焉法國大學亦以拉朗金牌寄贈之此時斯德路佛在俄國陶伴德用

拂鑾斛弗無暈之遠鏡測天有所得英之天學公會褒以金牌斯德路佛曰觀維廉之功勳巍巍莫比曷勝情殷則傚既蒐德以倫頓天氣不甚清朗往巴黎斯二人合測之事遂中止然蒐德於巴黎斯所測亦未見有勝也約翰周游歐洲各國晚歸斯羅重繼父志維廉已歷多年測諸雙星及諸星氣約翰起而重測之其自論測器曰父維廉昔所用掃天遠鏡架木已朽無濟於用乃於嘉慶二十年重造仿古制父子共監督所謂對面鏡是也古之回光鏡專守測望極細之功其用最妙故新造回光鏡徑十八寸距聚光點二丈初維廉掃天時其妹加羅林助之凡北極距

與赤經等常代筆於書此時加羅林已死約翰無人佐理每事必手錄之殊不便故所測僅得其半又須光以記之目輒眩故最淡之星氣不能測成雙星第六表天學公會刊入道光十五年歲冊又測北半球諸星氣刊入王立公會歲冊今世學天文者當奉侯失勒父子爲標準後之測天者定亦服此二人之巧思蓋其潛心力學以成各式精妙之法超越尋常試觀今測器之妙轉滑而靜出於自然無俟假手始知古法之不易七年約翰爲天學公會總領每年集會士自講諸論文極博例極備大開數學之門超羣絕類無可比擬約翰旣測北半球諸雙星復思測南半

球諸星乃攜所用二丈聚光點遠鏡又有徑五寸之七尺聚光點無暈之赤道儀並他儀器於十三年十月二日放船南行十二月六日抵亞非利加洲岌外欲城置精舍事測望至明年正月十四日測得十字架第二星海山第二星之二星氣等事至二十五日遂起掃天之事自此掃南半球之天歷四年功甚深十八年反故里以所測諸事推算修列成書二十七年刻始竣是書初編凡八十二頁言南半球所測星氣及星團次列表載一千七百七事俱記以道光十年之經緯度各有記號約而明又選其中最奧者細圖其像另取相近諸小星并繪於圖以誌之以便將

來攷其形有變動與否其圖說代第二星及海山第二星二處之星雲爲獨出之妙論今已歷三十餘年據之以辨相近星氣之形有變與否故攷測此二處較攷一切餘諸星氣功更大焉於僅倍月面積之界內測記一千二百十六星之經緯自云於此用數月苦功次攷此諸星散列之理初維廉意諸星氣非任散於天蓋亦有法必皆聚集於天河一層星笠中其厚不遠於十一等星之距而約翰所攷得之理與父意合次論掃天時所得雙星全列之表此後天學家可比而攷焉初五十年前維廉初測此諸星以爲因之可知恆星與太陽之距及攷之與意不合而得知諸星中有無數雙星相與環繞而行至此約翰復創一法能定其繞道之行與行道周時如太微左垣上相亦雙星也測其行道至交會時遠鏡不能分而合爲一星與預推之時合喜甚于是修整其推測之法得其行道之周時約近一百八十二年與海王繞太陽之周時略同次論諸恆星之等以明暗定之次論好里彗星一編論彗體質之本性及動重學理既而克考父黑京沙帕勒利諸人精益求精後來居上約翰亦自謂不及也然創始之功不可輕焉約翰又始攷太陽面諸黑斑而特勒路色而混諸人因之細測太陽之面更得最要之理焉其測簿事繁且多英國

天學家愛慕不已初道光十年已刊格致入門行世既又著天文略即談天初稿至二十九年詳推諸根而增廣之至今行世已重刊十有二次矣光理音理二論經始于十年通國數學家無不習焉約翰于天算外又能詩所作亦可傳年七十漸衰辭職歸閒時以英文譯希臘詩又歷敘其父與已前所測諸事俱極詳備刊入月報內又有論格致理諸篇年七十二作一大表呈王立公會父子所測得諸星氣咸列焉後數年又作一表列所測得一切雙星各星或有攷論諸事亦附焉是表成于臨歿之歲凡一萬雙星其赤經及距極度俱詳備其中五千星皆載有攷測之事此表今存天學公會約翰爲英國士林所欽仰其性寬宏謙抑迥逾尋常四爲天學公會總領而未任王立公會總領者謙讓故也嘗詔授寶泉局首領職雖尊事實閒也與人交輒傾肝膽不立城府見庸愚流樂爲開導未嘗輕藐攷其一生苦志研求細入微奧實天學之功臣也然深自掩抑信奉耶穌益可敬焉年七十八卒於家同治十年三月二十三日也詔賜葬于倫頓之大禮拜堂其在岌朴敢時交游甚廣去後同人懷慕不已其建石塔於所置測天鏡處以誌不忘并攷其事實著於篇

談天卷首

英國侯失勒原本　海甯李善蘭刪述
英國偉烈亞力口譯　無錫徐建寅續述

例

爲學之要必盡祛其習聞之虛說而勤求其新得之實事萬事萬物以格致眞理解之與目所見者大不同所以萬物相關之理當合見而學卽覺昔之未明因昔眞理多未知且爲習俗舊說所惑也故初學者必先去其無據之空意凡有理依格物而定雖有舊意不合然必信其眞而求

其據此乃練心之門博學之堦也

凡有據之理卽宜信之雖與常人之意不合然無可疑一切學皆如是而天學乃以此爲要道凡世上無據之意未攷其據而止憑目所見與天學之諸端大不同如人居之地卽世世爲最堅房屋之基以爲最靜之物而天學家之意則謂不靜而繞軸而轉最速又同時行於空中亦最速人見日與月爲遠體不甚大天學家則謂之甚大球月則略配地球日則甚大於地球諸行星目見之與恆星略同而較明而天學家以爲大亦如人居之球其中或甚大於地球或小於地球者人見恆星以爲一點光而天學家謂之最明甚大乃太陽之類爲無數未見之地球所繞行之中心故天學家方開發已心以自心之本力通其所至之意又盡已之意與說造譬語以明宇宙之大至末四視地球止覺一點之大也乃繞本太陽諸行星之一而行星中之大者有不能見我地球因其小也況在恆星乎

天學之諸端心中已明若心中無疑阻卽能信之已信之則固守不失所以知眞理在人心之本力故此書以爲人欲學其眞而不辨其假學今時之實事則昔時之虛說不必論有誠心信此者卽能省多少議論而爲此書之益且學亦易進自邇而行遠自卑而登高爲益甚大焉

此書之法非純言當然之理亦非純言所以然之理而並用此二理因第二理更合於學故多用之本意非辨論如勝敵亦非以假爲自未明而攷其理其意以已知而教人此書不甚繁每段必略細解說因人現已熟天學之理也故不辨而但教爲便也諸學中有新創而不甚定者常有新理混亂已有之說但天學則不然若辨駁已廢之理引學者漸知去其假而信其眞不如說明眞理而使知萬物相關之道所以非不用當然之理此書不過欲語簡而使人易明不欲因法而阻其學也

此書以歌白尼之理爲眞解說萬物之變攷明其理簡易

自然不必用辨論而使學者信為眞卽倍根所言凡理之據依其諸分與全體相合如一橋環之諸石相靠而成全體也間有指舊說之繁而比新理之簡愈發明其新理之勝

凡學者觀此書而得益應先明算學諸法又須略知幾何平弧三角法及重學之初理另略知光學以通造遠鏡與凡測天之器此上諸事皆明則更易進前所得之學更全備但大概此書各事欲全說故不必仗別書

凡學者此書之外不觀天學書則不能得天學之全其意惟引人入格致一角之門或如高立在宮外能略見其全或如助明其房基之圖卽知如何而入欲進密室得學者之心止有一法乃熟數學之理為攷究之根未有此理之人不能入博學諸技而於辨論之時不能自己造意有此智者與無此智者談之不易告明此事蓋無公說使此等人明之也智者觀二例略相同易明不智者為要而難之題其據二人見之亦大不同如此攷題不能用心理而必用譬喻或已知之事明之凡不知算理不能以公論而明之惟常欲推公論之源卽必由其萬物日常之事所發出之本理卽因事而另造一理其二法之別如新開未走路之難與行已走路之易若必欲人通此理無有別法至於

使學者不明而信之則余不用此法亦勸人不用也不用算術而用譬說論格致之理雖非常法然已略知天學者恐不厭此譬自此路可到一處或自彼路亦可到也其有眞理之據更多更好如此發明諸式各人觀之心中各不同因每二人心意之象不相同故常有人已熟之題而可用新勢明之使觀之如新式者或新明從前之不明或開疑竇或續鏈其缺環所以忽見與他理相合書中所用之各式皆余心中生出而非自別所錄者冀益於學者也

已知數學者知重學內常有之事其數已全其數理與幾何理皆顯明其諸力已算明其線已度其例已推過所得者不差而於心中實有缺非在憑據因其事已攷各理俱全非在其理因知其為堅固不搖但在其行運之法有不明此人已用有理之法推得但心中所成之象非萬物之實象若用日常之事發明其理則忽補其所缺以其多處之記號皆為實物恐有時此意亦不得成有時其日常之事不足明之但此意常須勉而為之如此勉之時余自得者行星移動最密之事比算得更明所以冀人亦如此也

按上言可知此書之天學不細論測天諸例與細論推步之諸法學者觀此書之用法恐少本意不過欲明各事各

論各法所得之理免得用多代數與幾何之號令其書帙繁而難閱即列易明之實事天學猶經線一條可穿多珠也所以人觀此珠之妙而不知其內有線之貫之也此書以示明其經線即天學之根爲主諸珠即各家推得之理有時其珠之排列非直而易於從既不直而不易從亦非穿珠者之錯其穿珠之人必用心甚廣有時其自已雖極明不得使人通此理之難亦不知何法能使人明爲最要故用心之學者常有謬誤之意而常人言此學法之不明現解學者之疑又使常人明天學難能得與不能得之二事知二等之人俱有差會處

談天卷首終

談天卷一

英國侯失勒原本　英國[illegible]譯
海寧李善蘭删述
無錫徐建寅續述

論地

欲知經緯星之大小遠近方位軌道及相屬之理必先於地面測之不明地之理則所測得之理俱誤故以論地居首

地爲球體乃行星之一也第憑目所見則地甚大行星俱只一點地無光行星俱有光地不覺動行星刻刻移動悉皆相反是以人非大智聞此說未有不駭異者然強分地與行星爲二類則推步諸曜俱扞格不通矣故天學入門當首明此理

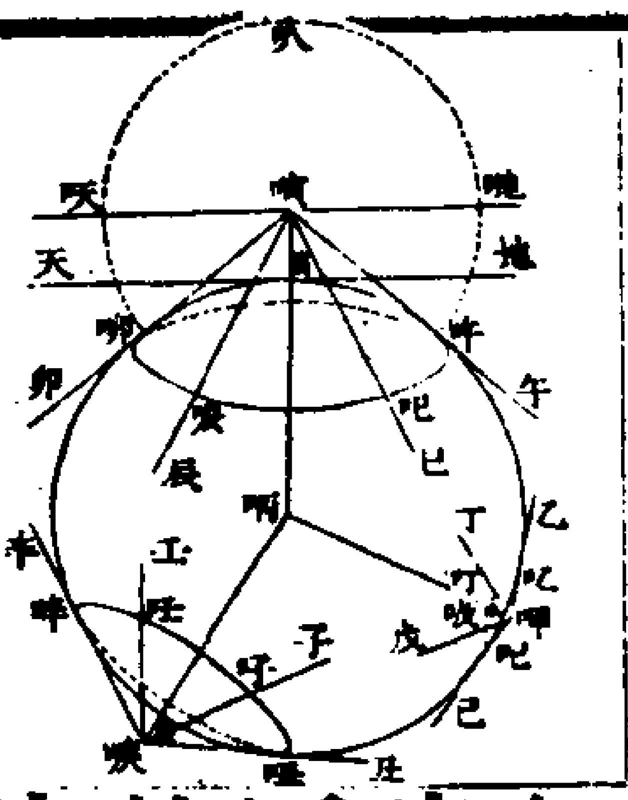
假如空中有諸物欲悉定其方位必先知我身之或動或靜若我身實動而誤爲靜則所定方位俱不合矣我身居地面動靜因乎地故欲定諸曜方位必先攷地之爲動爲靜此實天學中最要事也

地係行星故地亦動地動而所載之物如山岳河海風雲之類莫不隨之俱動故人不能覺譬如舟不遇風浪車在坦道以平速行所載什物與之俱行人坐其中如居安宅

初不覺動其理一也

以地爲不動者由於未明地之狀蓋常人之心必以地爲無限之平面面之上爲虛空面之下爲無窮深皆土也果如此日東出西沒將洞穿堅實之地底而過乎抑地中有穴自西通東爲日出入之路乎而日出入之方位日日不同且月與諸星亦每日出入將地有無數穴如蜂窠乎必不然矣故地不能無限廣且厚其體必有盡界而浮於空中四周無他物相連若然則地不難於動而返難於靜蓋無他物粘連之令不動則有力加之卽動矣故地動無疑

欲明地之形狀必于大平原或大海面無林木峯巒礙目之處測之凡陸登高塔海居艙頂升桅末所見地面水面必有一定界線四周成大平圓界線外不能見非蒙氣遮隔也登高山頂則界線之周更大亦成平圓此事無論何地皆然凡體無論何方視之其見界恆成平圓則必爲球體



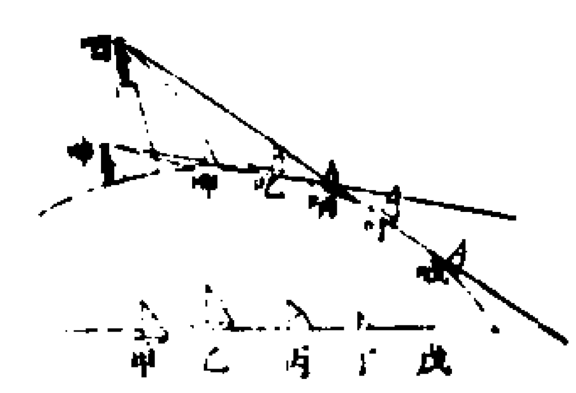
如圖丑辛卯午球爲地丙爲心甲庚寅爲高出地面之三點正距地面甲庚寅三點遠近不同從寅作地面之切線寅卯卯卯爲切點卽寅點所見地面界線內之一點以寅寅爲軸將切線旋轉一周必經過寅辰辰寅巳巳寅午午諸切線切點卯必行成卯辰巳午平圓人在寅則平圓內之地面可見其外不可見故名地面界線卯寅午爲對平圓全徑之角不論蒙氣名測深角卽地之視徑度寅距寅愈遠則卯辰巳午圓面愈大寅卯距亦愈遠而卯寅午角愈銳地之視徑度愈小寅庚甲三點高卑不同各有地面界線今但論最高者以例其餘假設以卯寅寅午爲規尺之二股寅點爲活鉸中銜一球則寅點愈近球二股愈開寅寅合爲一點則尺爲球面之切線天地

寅寅正交地面于寅點垂準線必與寅寅合于寅點作地

平線天地必正交寅寅而與寅點之切線天地平行人在寅點不僅見天地地平線上之天空并見天寅卯地寅午二角內之天空故所見天空較半球多地午天卯一段其較角地寅午名地面界深度深度四周皆同故地面界爲平圓無疑

地面必有平圓界線者此非爲平面而爲球面之證蓋界外不見非目力不能及乃目之視線直行不能如弧線之彎故不見也是以地形大略如球海陸皆在球面雖山谷有高深不過如橘皮之微不平耳

凡海舶出洋人在海岸申望之末過地面界雖漸遠漸小

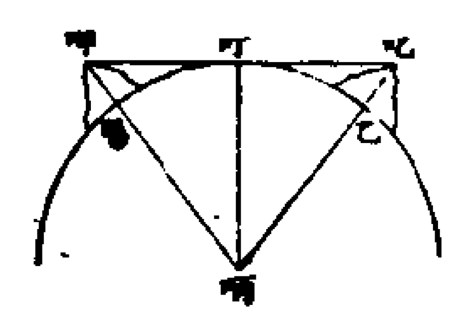


然俱見全身過界乙後則一若沉入水中而漸不見至丙一若船身全入水僅見桅至丁則并桅入水幾全不見矣若人在高處酉令地面界展遠至丁則船至丁時尚全見過丁而漸不見然則船非因漸遠而不見乃地面界遮隔而然也

昔阿爾蘭國都伯林之地有人曰煞特拉乘氣球上升風吹過海近威勒士球忽下墜將入海時日已昏黑急去藤牀中之石復上升至極高仍見太陽行至威勒士乃下墜至地再見日入

續 乾隆四十八年法國都城巴黎斯有人曰查里士乘輕氣球上升所見與此同此皆非平面之證也

設有二峯等高登此頂僅望見彼頂若無蒙氣差則測其高及相距即可推地球大小



如圖甲乙二峯其高相等爲甲甲乙乙相距爲甲丁乙丁爲中點丙丁爲地半徑設峯高與距俱甚小則乙乙與丁乙比若丁乙與倍丙丁比故測得高與距即可推地球半徑也

以數推之有二點高于地面十尺相距二十二里無蒙氣時相望與地面界參相直則得十尺爲一百八十分里之一置二十二折半得十一以一百八十乘之得一千九百八十則一與一千九百八十比爲高與半距比同于半距與地徑比故以半距十一里乘一千九百八十得二萬一千七百八十里爲地球徑然地面有蒙氣差此所推斷難密合不過得其大約耳

山之最高者不能至十五里較地徑約得一千六百分之一假如有球徑十六寸其微凸處不及百分寸之一則其高畧如一厚紙耳故諸高山不過如諸細沙而高原不過如一薄紙鑿之最深者不過一里半此如球面針芒之孔非顯微鏡不能見也而海之最深處畧如山之最高則僅若點墨之著紙矣前條以橘皮之凹凸喻地面之高山深谷猶未確切也

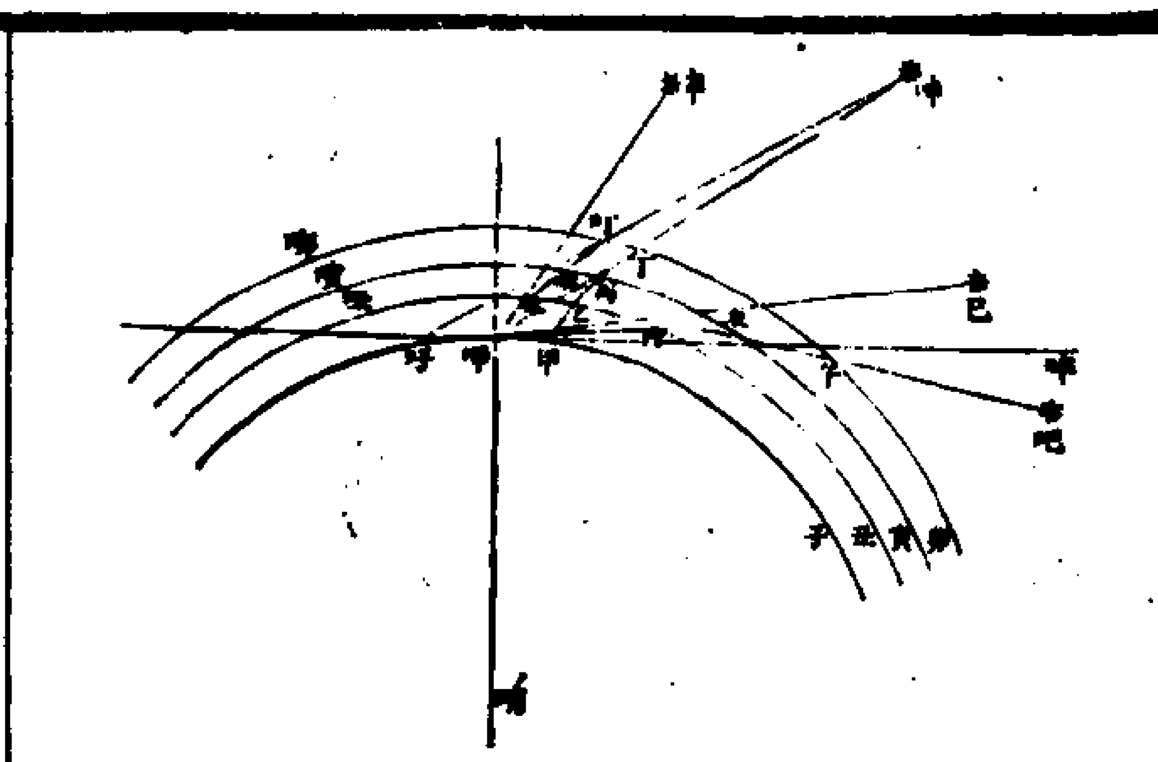
續 同治二年七月二十三日英國格類失與告水勒二人乘氣球上升二十里之高若非雲隔之則所當見之地面甚大於古今所曾見之地面也推算全地球之面與在此高所當見地面之比例準弧三角法凡球面截段與全球比若截段之厚與球半徑比按此次氣球距地面之高畧等於所見地面截段之厚故全地球面與所見地面比若八千與七比約得全地球面一千一百四十分之一挨德納德內黎非某納羅三山最高峯之巔

所見之地面約爲全地球面四千分之一

凡人或乘氣球上升或登高山去地漸遠氣漸輕而薄呼吸必漸苦用風雨表測之高一千尺氣輕三十分之一高一萬零六百尺輕三分之一高一萬八千尺輕二分之一準此推之則氣愈高愈薄而無盡界雲最高不過二十九里測其氣重爲海面氣重八分之一故氣居地球之外近地最重漸上漸輕離地稍遠已甚薄無迹矣無論地面何處離地若干則氣清若干皆同故氣全包地球可任分爲無數層逐層以漸而輕也

或云氣如水有盡界亦近理蓋高如地徑一百分之一氣已薄極不能生物故無論氣有盡界與否但高過地徑一百分之一外作無氣論可也

氣能變光道令生差角所謂蒙氣差也如圖子甲子爲地面丑丑寅寅卯卯爲氣之諸層與地子子同圜心人在甲申爲星在氣之外若無蒙氣差則人視星其視線之方向當爲申甲而準光學理申甲光線遇氣面于丁必曲向下如丁丙在上氣甚薄曲甚微漸下氣漸厚曲漸大故申甲光線變爲申丁丙乙甲曲線遇地面不在甲而在申另有申子光線無蒙氣差當遇地面子子因蒙氣變爲申丁丙乙甲曲線而遇地面于甲故人目不能由甲申直線見星



而由甲乙丙丁申曲線見星準光學理光線入目之方向即目見物之方向故人見星不在甲申方向而在甲申方向即申丁丙乙甲曲線內甲點之切線也光線恆曲而下視線方向恆差而上故視高度恆大于眞高度焉光線但有上下差而無旁差因環人目甲四周其氣皆同故也故其差角恆在星地心人目三點所居之申呥甲平面內

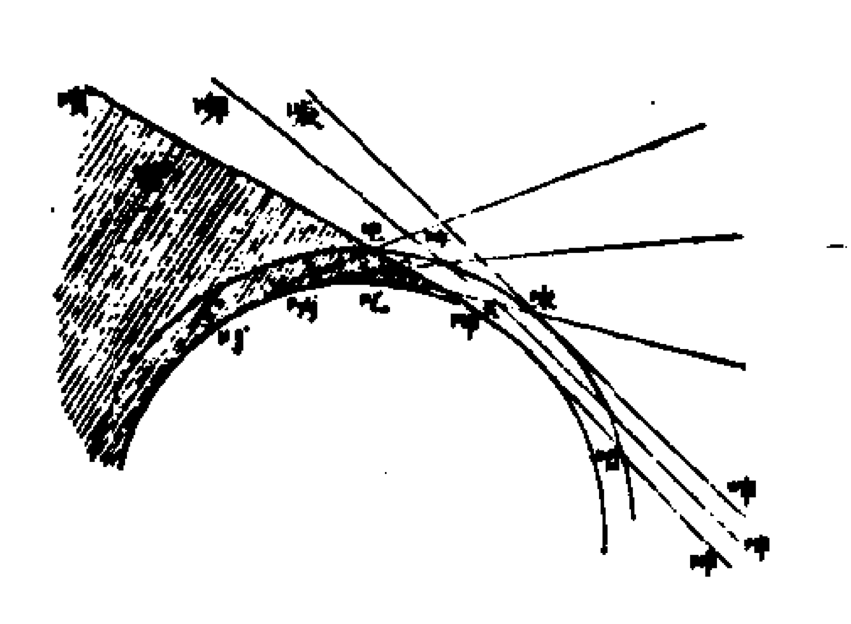
蒙氣恆映卑爲高故諸曜在地平線時視之亦有高度不第此即在地平下視之反在地平上如日在地平下巳點光線戌巳午未酉甲曲線故人見在地平上巳點即甲點切線之方向也

曜在申見在申故必測定其差角申甲申以減視高度申甲辛方得眞高度申甲辛然測差角最難其故有三氣漸高漸薄而漸薄之率未能定一也氣之厚薄每因寒暖而變二也燥溼亦能變差角而氣之逐層燥溼未有測法三也因此三端差角未能測定故天文有數事亦未能定以近時推步之精言之雖未定其差亦甚微但精益求精則

必思求定耳列蒙氣差角諸例于左
一凡天頂點無差角諸曜至此點與無蒙氣同
一漸遠天頂差角漸大至地平為最大
一差角漸大之比略如視點距天頂度切線漸大之比此例近天頂則合近地平則不合蓋切線驟增大且有氣變諸事故也
一視點高四十五度差角約一分而在地平面差角得三十三分大于日月視徑故人見日月全體初出地平其眞體尚俱在地平下也
一凡風雨針以五十五度為中數升則差角變大降則差

角變小升降十分寸之一差角變三百分之一
一凡寒暑針降則差角變大升則差角變小升降一度差角變四百二十分之一
蒙氣差角表詳列各處自地平至天頂諸高度之差角再用風雨寒暑二針隨時校正之以加減諸視度可畧得諸眞度
準蒙氣差角之理則視日月在地平上之時刻必大于眞時刻而夜之時刻小于眞時刻不特此也日之視體入地平後尚有朦朧影成晨昏分此其故由蒙氣回太陽之光返照地面而然也蓋光線遇物即返射氣中有無數細質

點能令光返照試于暗室中開微隙日光僅漏入一線而滿室皆明此其證也如圖甲乙丙丁為地面甲點見日在地平申寅光線恰切甲點而過申卯申辰二光線在甲點



之上三線出蒙氣在巳午未三點二線入蒙氣皆微曲向下故出蒙氣成折勢申巳寅折勢最大申午卯畧小至申辰切蒙氣界未點而過不復折甲寅線為暗界乙丙丁諸點遞遠于甲入暗遞深甲點尚有日之一線眞光又有巳未酉甲

一段蒙氣回光乙點日已入地不能得眞光回光亦少僅有地平乙未上巳午未天一段蒙氣返射而已未點回光最盛漸近巳漸微至巳面而無丙點則僅有地平丙午上巳午人一段回光更小于乙點至丁點則無回光而為夜矣

續
太陽在地平之上其光照於空氣與雲之諸點此諸點將光返照而四面散射至地面各處故晝時所有返照之光與朦朧影時返照之光其理無異若空氣無此返照散射之性則不在正日光之下不能有所見雲下之影及房中無日光之處黑暗如夜晝能見星也空氣返

照之光差另有能增加之性卽以空氣之受日光各處熱度不勻而常成浪動其不同熱度諸段之公界亦稍有返照與光差光乃不行直線路而散至四面爲各物所受故在丁點之後尙有副曚曨影卽正曚曨影返照四散於空氣而重返照所生也阿非利加洲努比阿國之曠野空氣極淸日落之後仍有光名曰夜光卽此理也

凡光線斜入氣中無論自上至下自下至上不能直射必曲向下故或測星或測高山皆有差角但蒙氣差逐層不同地面之物僅有下諸層差而無上諸層差與諸曜異故

名地蒙氣差以別之

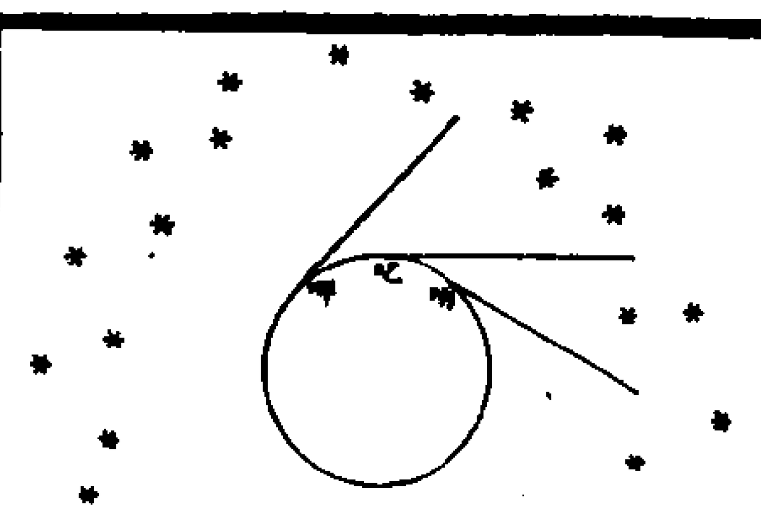
蒙氣差不獨變物之高度且能變物之形狀如太陽近天頂時則見爲平圓近地平則橫徑大于直徑而見爲撱圜最近地平則下半更匾于上半既非平圓亦不成正撱圜蓋漸近地平差角漸變大下差角大于上差角故直徑變小而橫徑不變也人視日月近地平時覺大于近天頂時此非由蒙氣差亦非目誤乃意會之誤蓋近地平有遠樹相襯而覺大近天頂無物相襯而覺小用器測之則近地平時日之視徑與近天頂時畧同月之視徑非特不變大且反變小離人目更遠故也

準上諸條蒙氣界與地面相距線較之地半徑爲甚小天空諸曜距地俱甚遠不在蒙氣內與地不相涉也

諸曜距地遠近不一近則見大遠則見小人視月大小無異于日者因遠近相懸而然視日月俱大于恆星亦然實則日與恆星大小畧同而甚大于月也

設人不附地立于空中盡見上下四周天空諸曜一若爲一大球諸曜皆在球殼而已在球心也人居地面則不能見地平下諸曜升最高處有地面界深度加蒙氣差所見亦不過二度且不能了了蒙氣昏濁故也故若人不遠行星不自移地球不自轉則地平下半諸曜永不能見矣人

在地面畧移其處則所見天空界亦必畧移譬人背大樹而立樹後諸物俱不能見環樹而轉則盡見四周之物故人每日向南行則每夜必見南方新出地平之星地平界漸移而南反若天星漸移而北也觀圖中甲乙丙三點之地平界理自明



地球自轉人居地面亦隨之而轉然不覺者因地平上諸物與之俱轉一切山河林木房屋俱不變狀大塊全動極安穩故也而天空諸曜不與地連反若刻刻移動與人繞地球行無異焉故前圖或人不動而地轉人隨之自甲至

乙至丙或地不動而人行自甲至乙至丙見天空界移換同也譬人或繞樹轉或倚樹樹轉而人隨之轉理無異所異者一則能見樹全體一則僅見樹之一面也

地自轉故地平界之東半向下行而西半向上行然其行人不能覺故反疑諸曜漸移見地平界吐星而曰星出地平焉見地平界掩星而曰星入地平焉嗚呼亦傎矣

準重學理地自轉必有定則二一其轉不變方向恆用平速一轉必有軸軸之兩端不變方位或曰物旣自轉則軸未始不可變方位曰正體行於空中不遇他物亦無他力加之其軸斷無變方位之理也

設自轉不用平速或軸變方位則視天星必有變行而自古測諸星周時載於典籍者俱與今同故云地球之轉必依二定則焉

欲知地球自轉之說于理合否當先攷天體左旋與地球自轉目所見盡同與否

一設居赤道北夜觀天則見諸星皆行平圓線圓之大小各不同在地平界上之度多少亦不同正當地平圈午點之星纔出卽入其度最少自午點迤東地平所出諸星其度漸增平圓漸大自出至入歷時亦漸久出地點在午點東若干度則入地點在午點西亦若干度而出卯點者必入酉點自出至入恰得六時在地平界上之度恰得半周其平圓爲最大自卯點迤北地平所出諸星其時遞增于六時其度遞增于半周而平圓漸小至子點之星則漸降切地平而過又漸升不復入地子點上面諸星則常在地平界之上平圓俱全見而漸小至于一點卽北極也北極無星而有相近之星名極星極星之平圓最小非細測幾疑不動焉諸星每日皆于本平圓行一匝而其相距之方位不變聯一切星爲諸星座諸座向地平界之體勢刻刻不同最甚者北方諸星座常見不隱者其向地平界體勢有時相反然各星座距極之體勢永不變故無論何時無

論離地平若干度測各座之形狀亦永不變然則聯周天爲一大座必如一星圖畫于球殼地爲球心球之軸貫北極斜交地平

一冬時澈夜觀天則昏所見沒于西方之星旦必見其復出東方昏所見初出東方之星旦必見其已沒西方故昏所見半球諸星旦已全沒而旦所見半球諸星乃昏所不見者然則一夜中已盡見全球之星故上所云聯周天星爲一大星座者此大星座布滿全球也是則地平上之半天球恆有星晝不見者爲日光所奪耳若用最精遠鏡當正午能見最小星而坐深井或煤洞中雖無遠鏡亦見金

木二星若知其經緯度不須遠鏡亦不必坐深井但竭目力察之亦能見也又日食既大星俱見此尤明證焉

一全球之星雖依次遞隱遞見然地平上近北極一段常見不隱地平下近南極一段常隱不見其常隱段界上之星每漸升切地平界而過復漸降猶之常見段界上之星每漸降切地平界而過復漸升也蓋球面每點必有正相對之點地平界既中分球面則有出地之北極點即有入地之南極點繞北極既有常見界中諸點則繞南極即有常隱界中諸點一一相對也

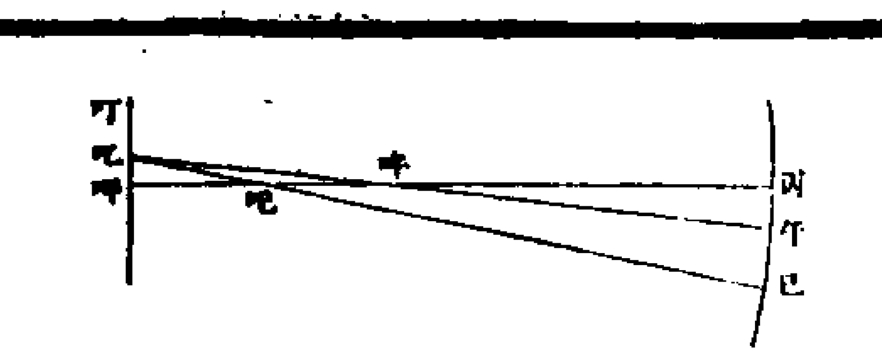
欲觀常隱界中之星必向南行向南行則前所見北方諸

星或切地界而過或并不切地平者今俱見其入地矣其初入地即出漸南則入地漸久然繞北極如故北極漸低故也北極低若干度則南極于地平下升若干度故愈南則見常隱界中之星愈多直至赤道則二極俱在地平界而全見天球諸星此即前繞樹而轉之理也

準上諸條則謂諸星不動而地球每日自轉一周于理亦合也

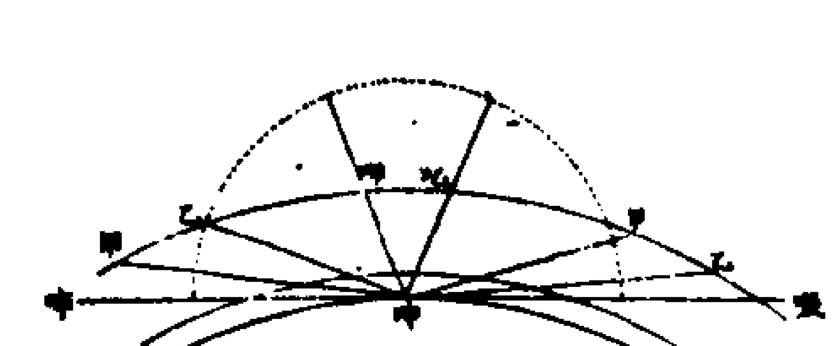
假如人定立一處四望峯巒林屋遠近不一畧移數武則諸物之近者方位各大變如向北行則初見在正東西者俱漸退後一若物之向南行也初見一線上之物若相合

者今見其相離初見其相離者今適在一線而見其相合而遠物則但覺微變如初見在正東者行三四里仍見在正東也此何故蓋由人心有一虛空之平圓周以己目爲



圓心人行則此平圓隨之而行設行于甲丁線在甲時見巳午二物同在一半徑線甲丙內行至乙則甲己丙變爲乙己巳甲午丙變爲乙午午此二視線以巳午爲心而旋而二線遇虛空圓周之點向後而移巳物近巳點之移速午物遠午點之移遲故甲己乙角大于甲午乙角即丙巳巳角大于丙午午角凡視線漸移所生視

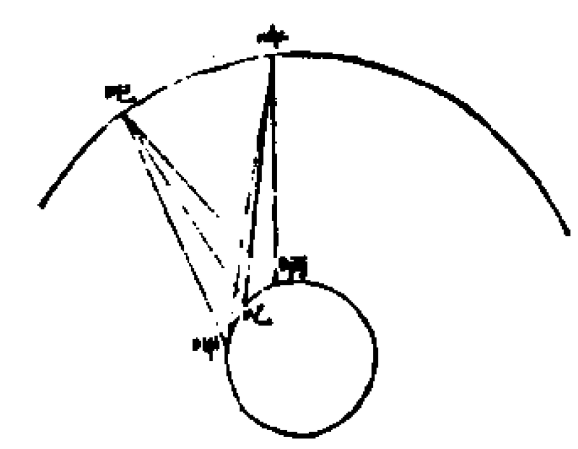
差角即今視線與原視線之交角也如人于甲乙二點望己物其視差角爲丁乙己丁甲己二角之較夫丁乙己爲



乙甲己三角形乙角之外角依三角例必等于甲己二角之和故丁乙己丁甲己二角之較等于甲己乙角也準此理則視差角之大小由于物距人目之遠近若物甚遠則視差角甚小而不覺人視之若不變方位也

星之距地必甚遠否則在天頂時其視徑及星座所占之度必大于在地平時以圓

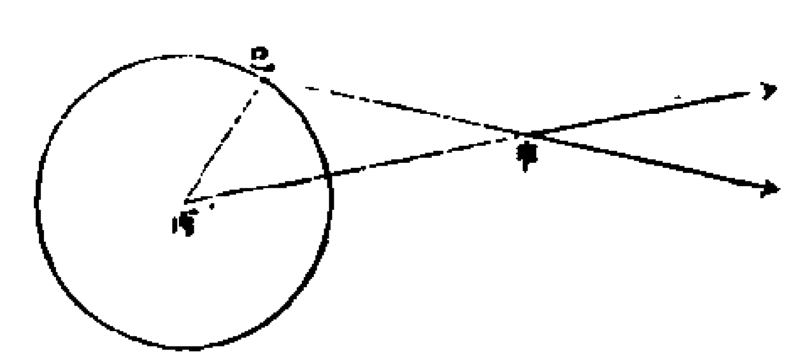
明之如申乙甲乙申乙三弧俱等人在申望之則甲申乙角必大于申申乙角而星則無論在甲乙在申乙用最精之器測之不見有差角任于地面何處測之皆然故星距地必甚遠以視地半徑蓋甚微矣



于高平之地以數百步為徑作大平圜任取其周甲乙丙三點用象限儀測地面界上巳午二物成巳甲午巳乙午巳丙午三角目中雖不覺有視差然察儀器實有微差物之距目縱十萬倍于平圜徑用最精儀器測之亦能得其差而于地球赤道上用最精器測星畧無微差故星距地球必遠于十萬倍地徑也

假若有人居恆星上用我所用之儀器以望我地球必不能見又當恆星處設有體大若地球我用器望之亦不能見故若自我目至恆星作一平面又于地心作一平面與之平行此二面雖永不相遇然自地望至恆星處則二面若合為一不能分也命地心之平面為眞地平我目之平面為視地平至極遠若合為一處為天空地平界則或居地心依眞地平界望星或居地面依視地平界望星俱見在天空地平界上無纖毫異也

觀上諸說則或人居一處而星環行或星不動而人依正東西線繞地球行所見無少異也又或地不動而諸星西轉繞地或諸星不動而地球東轉所見無少異也



談天卷一終

談天卷二

英國侯失勒原本

英國　偉烈亞力　口譯
海寧　李善蘭　刪述
無錫　徐建寅　續述

命名

古有諸曆玻璃天載星而轉之說此于恆星環繞之理未始不可通而于日月及諸行星之理則殊不合然即以恆星天言之如此大玻璃球每日自轉一匝亦大不易或古人力大故作此想耳近已廢此說不用而以歌白尼地球自轉之說爲定論既除舊法必立新名故此卷專主命名

地球以平速向東自轉所繞中心直線爲地軸見某星在地平上某度某分明日復見其在某度某分爲自轉一周地軸之兩端爲二極終古不變近中國者爲北極遠中國者爲南極

平分地爲南北二半球之大圜爲赤道赤道每點距南北二極俱等故赤道所居之平面必過地心且正交地軸

凡地面任一點作過兩極之大圜爲地子午圈子午圈所居面爲子午面

凡地平有眞地平視地平詳前卷

各地子午面交地平面之線名午線所以定地平圈正南北二點

各地子午圈上距赤道之度爲各地緯度最小爲○最大爲九十度在赤道南爲南緯在北爲北緯如順天府爲北緯四十度是也按緯度之名初學暫用之若地之狀及天文之理益明此名當改也

凡地球面與赤道平行之諸小圈爲赤緯圈圈之各點緯度皆同如順天府在四十度緯圈上是也

歷家恆以本國都城之觀星臺爲原點各地子午圈與原點子午圈交赤道二點之距度爲各地經度即二經圈之交角度分也以後凡經度皆以順天爲原點

緯度分南北則經度自當分東西如法蘭西都城巴黎斯或爲東經二百四十五度五十一分五十二秒或爲西經一百十四度八分八秒是也然不若從原點○度起至三百六十度俱向西推更便故以後但用西經度經度亦可以時分秒計之法以一小時代十五度以一分代十五分以一秒代十五秒如巴黎斯爲十六時二十三分二十七秒九是也

知各處之經緯度即可準之作地球儀及地球全圖若作各國圖不過地球面之一段可以法改球面爲平面蓋但欲知本地之經緯度不必拘定作球形也餘詳四卷

赤道南北各約二十三度二十八分之緯度圈爲晝長晝短圈二圈上諸點當春秋分時俱見太陽過天頂

距南北極各約二十三度二十八分之緯度圈爲南北二寒帶圈其緯度約六十六度三十二分此二圈及晝長晝短圈在地面恆變故曰約其詳後

虛擬一無窮大之球以定諸星之方位爲天空球其半徑無窮長地心及人目俱可作球心

地軸所指天空球之點爲天空南北極

地赤道所居面割天球之線爲天赤道乃天球之大圈也

展廣地平面所割天球之線爲天空地平界視眞二地平面無異

所居地平面正中點作垂線上遇天球之點爲天頂點下遇天球之點爲天底點

凡遇天頂天底二點之大圈爲垂圈必正交地平亦名地平經圈諸曜在地平上依此諸線測其高度高度之餘度爲距天頂度

地子午圈所居面割天空球之線爲本處天子午圈凡書凡言每處子午圈者皆指天子午圈乃過天空兩極之垂圈也正交地平界于子午二點

正交子午圈之垂圈爲卯酉圈必過地平界正東西二點諸曜所居垂圈交地平圈之點距正南北二點爲地平經度乃過極過曜二垂圈之交角也地平經度舊從正南北二點向東向西計之例不過一百八十度今從距極最遠點向西計之自〇至三百六十度爲正度向東計之爲負度以免淆亂便于用代數也

諸曜在地平上之度爲高度卽爲距天頂之餘度知高度及地平經度卽知其所居之點

凡諸曜距天赤道度名赤緯度其餘度名距極度赤緯度以北爲正南爲負距極度從北極起至一百八十度無正負較便于用

過極正交赤道之圈爲赤經圈亦名時圈時圈交赤道之點一如垂圈交地圈之點也

凡過某曜及本處天頂二時圈之較度爲本曜之時度恆從子午圈正向西度之從〇至三百六十度與曜之每日視行合也

凡從春分點至某曜經圈交赤道點爲本曜之赤經度卽春分及本曜時圈之交度也攷定春分點法詳後

凡諸曜之赤經度從春分點起以度分秒計之與地赤經度同例自〇至三百六十度或以時分秒計之自〇至二十四小時諸曜之視行與地自轉相反故亦向西度之

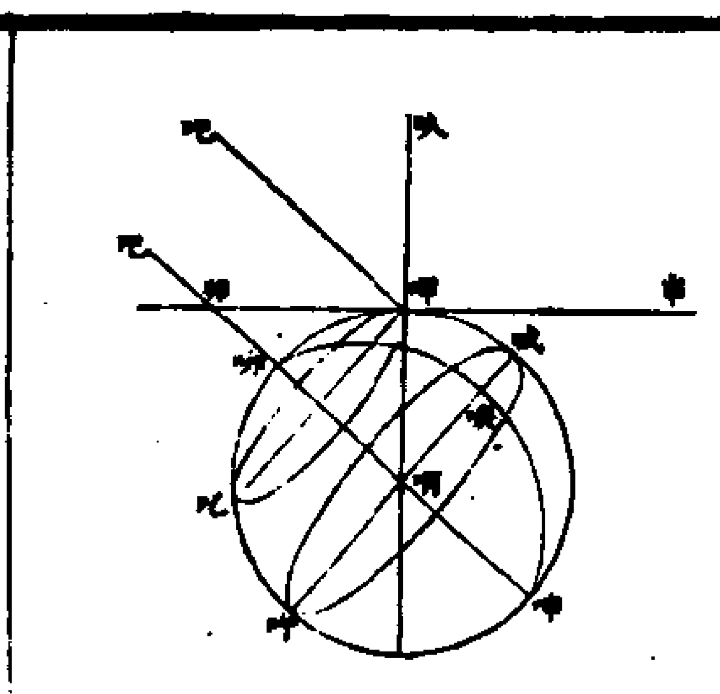
用恆星每日向西行計時，名恆星時，從春分點起，春分點雖有變，然甚微，在一周時中不覺，苟不論，一周名恆星日，亦分爲二十四小時及分秒。凡星臺中必用恆星鐘表，以分點在午線爲針之始，即〇時〇分〇秒也。諸曜之時度以十五度爲一小時，即指距午線若干時也。在午線後爲正，在前爲負。諸赤經時度，即本曜及分點距午線時之和較也。在前後同，則爲較；異，則爲和。

凡渾天球及全天圖，或一段天圖，亦仿地球地圖法作之，則位置諸星，一一與天合。觀其圖如在地心觀天也，故不論在地面何處，用之皆與天合。蓋此圖無天頂、天底二點，

亦無地平界及東西方位，而過兩極之大圈，與地諸子午圈合。然與地面各處之定子午圈不同，蓋地面各點每日必盡經過天之各子午圈也。

歷家欲天地二圖通爲一理，以天球之赤道與地球之赤道合，而地之諸子午圈在天球名時圈，諸圈於極成角度名時度。此法甚便于用。又有黃道經緯圈，地球所無，惟天球有之，以地與諸行星繞日之軌道爲主。二者歷家兼用之。

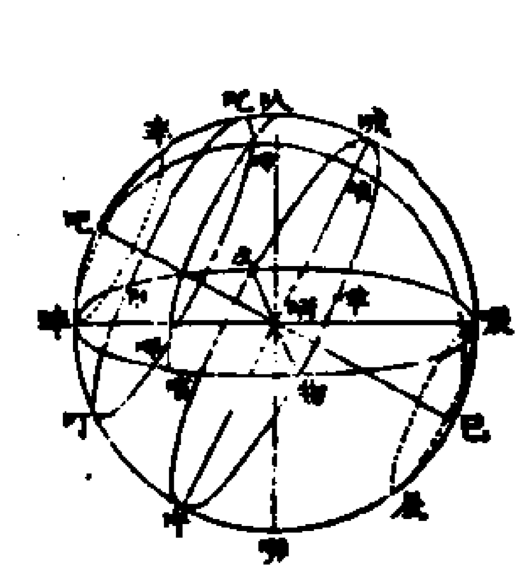
如圖，丙爲地心，卯丙申爲軸，卯申爲二極，戊午爲赤道，甲乙爲地面甲點上赤緯圈，甲巳與申丙卯平行，乃人在甲點望天極之視線。甲人由地半徑丙甲引長，乃天頂之垂線。卯甲戌申爲甲點之子午圈，卯庚申爲原點之子午圈，如中國即順天之子午圈也。庚戌即庚卯戌之弧角，爲甲點之經度。戌甲即緯度。卯申爲地面之切面，即



視地平面，面之正南北二點爲卯申，故卯甲申線爲甲點之午線。

作天球圖法，地之大小不論，一若人居地心，準眞地平面作之。如圖，丙爲人目，人爲天頂，卯爲天底，辛甲辰爲天空

地平界，以人卯爲二極，巳巳爲南北二極，辛巳爲極出地度，辛巳人戌辰爲子午圈，戌酉午大圈正交巳巳，爲天赤道。設星在申，準赤道推之，則巳申酉巳爲本星之時圈，羊爲春分點，羊酉爲申點之赤經度，酉申爲赤緯度，巳申爲距極度，乙申丁爲每日視繞極之圈。若準人申寅垂圈推之，則辰寅爲申點之地平經度，寅甲爲高度，人申爲距天頂度，辰辛爲地平正南北點，戌物爲正東西點，辛辛辰長爲南北點上二赤緯圈，故辛辛爲恆見圈，其內



之星永不入地辰辰爲恆隱圈其內之星永不出地二圈之閒任何星如申每日視繞極之度甲乙甲一分在地平上甲丁申一分在地平下餘仿此

天視學爲視學之一門知諸曜體線角動等事之實象郎能知其視象或先測得其視象亦可推得實象僅論天之一小分與地面同若測天之大分或測全天球則與地面不同地面視法只有一個視點乃作畫之心畫心至人目之線正交畫面爲一點餘直線顯于畫面仍爲直線天之視法各點皆爲畫心畫心至人目之線爲球之半徑餘直線引長之皆爲球之半周任作若干平行線方向不論皆

視合于球之相對二點常視學只用其一點名曰合點餘一點不用天球上無論何點從地望之皆爲本點上半徑平行諸線之合點對面之點爲餘一合點而凡球之大圈爲本圈平行諸面之合線

凡雲開微隙日光漏入成直線數條此諸線從天之最遠處來可作平行線論成天球之大圈有二合點一在日一在日對面之點在日之點平地可見而對面之點必登高山當日初出或將入時見此諸線發于東漸歛于西或發于西漸歛于東成對面合點也又北曉俗名天開眼或云是電氣光其光成諸直線皆與指南針平行視之向地平漸歛若合于針所指之點其上皆如天球之大圈而合于對面之點又立冬後四五兩夜諸奔星之方向詳十七卷若引長之可彙于一點故諸奔星大約方向平行觀此諸事前條之理自明

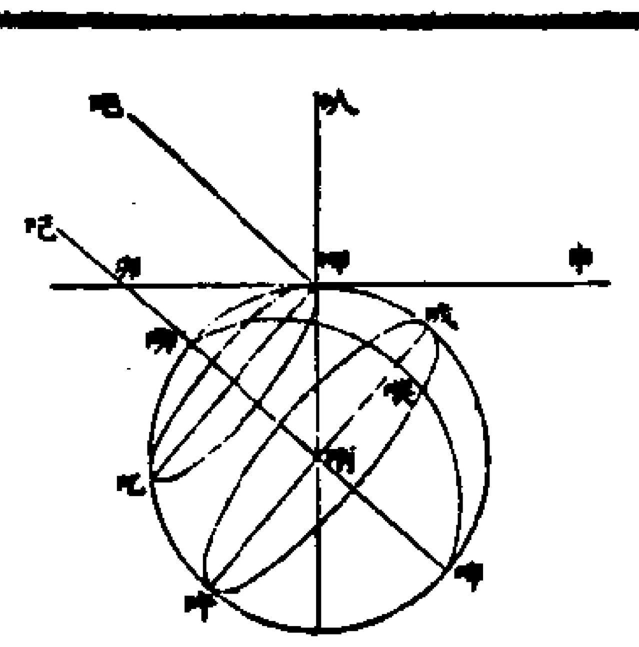
準天視學則南北二極爲地軸諸平行線之合點頂底二點爲地平面垂線諸平行線之合點也

天赤道爲地赤道諸平行面之合線天球之地平界爲眞地平面諸平行面之合線

測地面物能知遠近故目之視差易攷測天空諸曜不能預知其實體大小故視差不易知欲知其方向遠近之眞

非精心攷察不能然必先測其實象方能得其視差此天學之最要事也

用弧三角以推諸曜乃天學之一門今畧論之爲學者入門之法



凡各處極出地度郎各處赤道之緯度如圖極距天頂之角度巳甲人郎卯丙甲而人甲卯與卯丙戊皆爲直角則極出地度巳甲卯必等于赤道緯度甲丙戊也故居地之北極則以天之北極爲頂點向南行則北極出地度漸小至赤道則

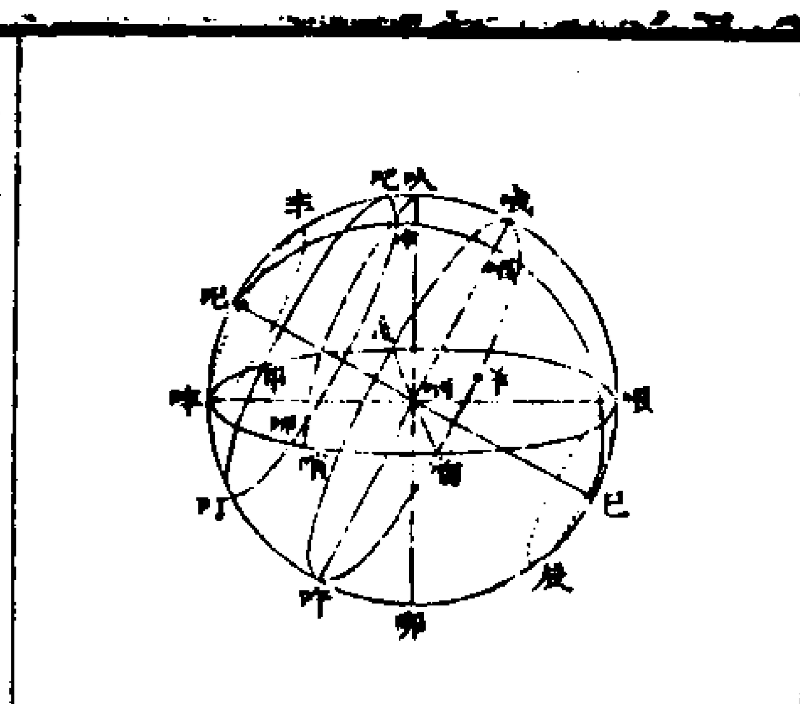
二極皆在地平面再南行則北極入地南極出地至南極則天之南極爲頂點

諸星每日繞地復至本所爲十二恆星時其繞地用平速故至本處之時同星過二子午圈之時較爲二地經度較率二星過子午圈之時較爲二星經度較率

赤道交地平面在正東西二點其交子午圈點之高度爲極出地度之餘度天之南北極爲赤道之二極各處地平東西二點爲子午圈之二極南北二點爲卯酉圈之二極天頂天底二點爲地平圈之二極諸曜皆以至子午圈爲最高度蒙氣最小最便于測

諸曜在恆見圈中日兩次至子午圈一在極上一在極下

凡推天星諸題皆用弧三角推其鈍正銳形而弧三角依大圈之二極布算較便故用距極度便于赤緯度用距天頂度便于高度知此則推星較易矣



若但求一星之位置可仿下推之如圖人已申三角形人爲天頂已爲出地之極申爲星此形有極出地已辛之餘度已人即天頂赤緯之餘度有星赤緯之餘度已申即星距極度有星距天頂度人申即星餘高度若已申大于九十度則星必赤道下若人申大于九十度則星必在地平下又有人已申角爲距午度有已人申角爲地平經度申人辰之餘度有已人申角因無大用不立名故有五事一天頂赤緯餘度　一星距極度　一星距天頂度　一距午度　一地平經餘度不論何題任有五事之三則餘二事亦可推假如有赤道經度有距極度求其出入時凡見星初出地平實尚在地平下三十四分此由于蒙氣差故有人申邊爲九十度三十四分又有距極度已申天頂赤緯餘度人已則已有三角形之三邊求得人已申距午角以減赤經度得出時以加赤經度得入時此係恆星時欲知太陽時依表變之

凡星在子午圈兩邊其高度相等之時測其距時若干即知其地之恆星時及赤道緯度凡高度等其距午亦等故測其兩邊相距度半之即本時距午度也此三角形有距午時度人已申角有星距極度已申有高餘度人申故可求赤緯餘度已人又若已知距午度赤經度即知此時之分點距地平度故亦知此時之本地恆星時是爲求新地緯度之要術

談天卷二終

談天卷三

英國侯失勒原本

英國　偉烈亞力　口譯
海寧　李善蘭　刪述
無錫　徐建寅　續述

測量之理

前二卷論地球之大凡諸曜之相屬測量所憑諸事及諸名目今以天學之實事及諸法詳論之其要每法之立必攷求其測量之理蓋不明測量之理不能深信其法故特詳論之俾學者確知古法之誤而今有法以攺其誤然後歎立法之精密無可疑焉

造測天器爲工之最精細者非精通幾何之理不能充此工如作銅環分爲三百六十等分置其中心于軸端令其面恰平似甚易事而不知此事極難蓋測角度用遠鏡設遠鏡力爲一千則測天差一分一若差一千分矣設一尺爲半徑則一分角度爲周線三百五十分寸之一非顯微鏡不能察矣然此尚爲測天麤器今西國觀星臺之器能分一秒之角度夫一秒之弧不滿二十萬分半徑之一故以六尺爲徑則一秒之弧不滿六千八百分寸之一非大力顯微鏡不能分也于銅環周分三百六十度令無微差已非易事況度既成再作分分既成再作秒世未有能作如此細分而無差也即曰能之而寒暑及質重俱能生差蓋寒暑能令銅長縮不能令環通體同變故生差而四周所憑不能如一故質重亦生差又安環于架時必微有震動亦能生差故近法先安環于架然後分爲度分再用諸巧法分爲極細分然亦不能無差也要之天學家所願得之器良工不能造不得已精心設法補救良工之差故測量必當擇時又必當知器之差又必當知器之質性攷之既詳乃用其正者去其差者此爲天學家之妙用然理甚深曲此特言其大略耳

用有差之器能令測得之數不差爲天學家之要事其法

必精心勤求其差或攺正器或攺正所得之數攷器生差之故其大端有三一曰自然之差人力不能爲氣之變化是也所以蒙氣差雖有表與實測恆不合其理人不能知故大小不能定又器之大小方向亦因寒暑而生差其餘不能備述二曰測量之差乃人不巧便或目力不精或測量略先略後不得眞時之度或天氣不淸或器之力不足或器微動如是者亦難枚舉三曰器之諸差分爲二端其一器不精或軸笴不正圜或環心不在正中或非的係正圜或非眞平面或度分不停勻其他亦難盡言此非心目之過測天者每恨之其一置器不審或配合未能恰好或

動分相屬未能恰好此不能免者如地面或房屋不十分堅實雖生差甚微在他事可不論而于測天則不能不論也又如工匠安器時非極穩固久而生差此諸差最難知蓋非用本器不能知器之地平子午卯酉地軸等諸要線有差與否而用本器測本差則甚難也

設所差有定數則能用法改正之而自然及測量諸差參差不齊故必累次測望約取其中數則出入相消而得數畧近也至于工匠及安器諸差須恆防之凡人之手器之體必不能成正圜及直線垂線但其差甚微目不能見手不能揣而測望時必能覺之蓋人所造之器與造所生之

物以大力鏡勘之而知人所造者其差甚大可立見也故先測望以所得之數造法即以其法攷測望之器求其誤而改正之循環察驗其差易去也攷天地自然之法必由漸而精先用疎器測得數亦疎命名亦疎以所得數細攷之而知其不合或仍其名而釋其理或立新名如此攷察必至其名與測量之實合而止當攷求時大法之中又生小法故初所立名及數皆當改易而用新法時其中又有分支之法必再攷之凡初得之法其理往往誤會心以為如此與所測恆不合初以為偶然再四推之皆然然後知器必有差乃推其差之最大當得若干若最大之差大于測望當得之差則器為無用或棄之或改正之改正非能消其差但令差益明而知前所立法俱當改故幾次測望新理乃明

凡攷天覺有不合理處必思有未知之理隱而未顯則以測望之數列表見表有級數之理則再改正器復測之而不合之數與前不同則或係器差用幾何之理推其差之根凡器必有差若不知其差之例恆誤謂天地之理蓋天地之理與器之差恆雜而難分也此差非同測量之差生于偶然由于器之病器不改差不滅所以或造器或安器必俱有一定法推其差此差既明方知其中有一級數之

差與此不合理之事合昔所難分者一旦忽分故測望能正器之差也

天學家最要者當先明器之理此理明則造器安器差俱能知而有法以消其差測天乃密也假如器之環與活軸當同心而人所造不能一定同心則攷其不同心當得差若干乃準幾何理環軸不同心一邊之角必較小一邊之角必較大又兩心相去無論若干于環之相對二分各測其角取所得之中數必無差蓋此大彼小恰相消也又器之理其軸當與地軸平行而人所安不能恰平行則當攷其不平行之差凡此攷器差之理乃最要事若一一明

之則器雖不精用以測天仍精密也此準幾何理攷之不難後凡言器俱作精器論也

上所論凡欲從事天學者必應知之天學必由疎漸密今畧舉數條言之古未有測天之器有俱大智慧者仰觀而知各星每晝夜繞極一匝後用疎器測之覺諸星繞極之道非平圜而近橢圜愈近地平愈橢攷知非器之差推求其故忽悟濛氣之理與前論太陽同則知測望所得星道有濛氣差以法推之而得眞星也

未有器時覺諸曜一晝夜俱繞地心一匝後用器測諸曜過午以鐘表測時知有不同且亦非測量之差細測諸恆

星至子午圈時俱同而一匝非同太陽二十四小時乃爲二十三小時五十六分四秒〇九故有恆星日有太陽日二日不同若以太陰言之所得之日更長爲二十四小時五十四分也

以太陽每至子午圈爲日之本攷諸恆星之日爲二十三小時五十六分四秒〇九俱同故知此係地球自轉一周無疑

太陽太陰之周時與公法不合故二物自有動法無論或眞或視與地之動法無涉欲測證之不必用器任取一牆之界線用銅板中開小穴安定一處令不動人立于牆之北方以鐘表攷各星過穴之時太陽過時用煤薰玻璃測其東西二邊至界線之時取其中數卽太陽心至界線之時依此測之卽知日至子午圈每日不同或早于鐘或遲于鐘故太陽周時長短不同冬至大于平周時半分秋分小于平周時半分相連二周時長短不同故太陽之視動不獨與恆星異且每日不同其遲速可以法測之測此理必用精器非徒仗目力所能也既有子午儀再細攷鐘表之差如此攷之至器之理極精細則知太陽周時差中又恆生諸細差昔未知者因與器差相雜故也海中之平面可比太陽之平周時一月之潮差可比一年中太陽之差

太陽日與恆星日之別爲西歷諸法大綱之一恆用者太陽平日中術起于子正至明日子正爲一晝夜西術起于午正至明日午正爲一晝夜惟民事間常用者自子正至子正與中術無異如正月初二午初歷家謂一日二十三小時初二未初歷家謂二日一時此法有便有不便

二地推時必不同此自然之理爲地球相對二地此方日中彼方夜半此方日出彼方日沒甚或差至一日是甚不便也近立新法徧地球同用一時不以本地晷影中星爲主而以太陽躔度爲主名之爲分點時其詳見後

以天文言時其要有二一顯動角地球平轉一匝各星用

平時繞地故以各星過子午圈時計之爲星之赤經度一用歷法之時恆爲自變數天文之大綱在求諸曜之動法及其故而星視動之法及攷其過去見在未來之方位用此法與測量比較必先有古測望之簿及測之時

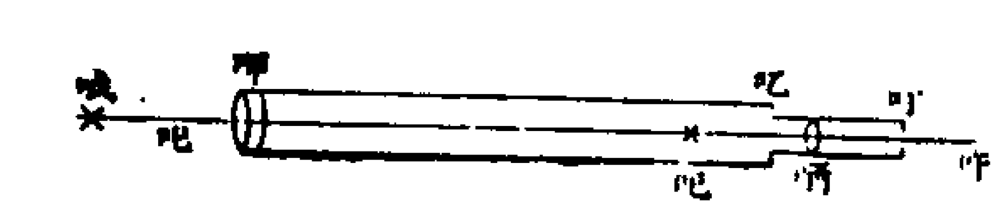
古測時用水漏沙漏沙漏最疎而未有鐘表時水漏製造亦甚精今因不及鐘表故廢之獨用鐘表近代武弁迦得以法令水銀恆滿器中下開微穴恆漏而不淺測時承以斜溝令注他器測畢去其溝秤他器水銀之輕重即得二時中間之分秒此法甚妙可用也

擺鐘及度時表（表之別一種乃最精者）歷家恆憑以測時近日二器

造法益精密一晝夜差至一秒即以爲無用故所用者十二時以內其差不過十分秒之二三然積時愈多其差必大故相連數日欲全憑鐘表必不能須逐日察其差而改之則積時雖久與暫無異焉

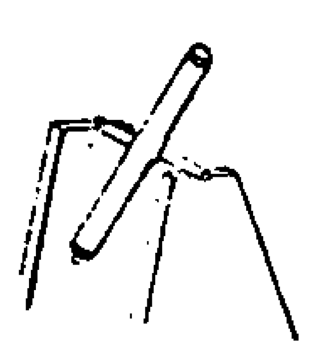
測中星得時最準確故歷家取最明便測之星定時以察鐘表之差

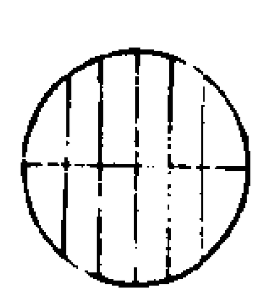
用光差遠鏡測中星法如圖甲乙爲筒以螺旋定于架甲爲象鏡用二種玻璃相合而成令無紅藍暈色鑲以銅圈圈周作螺旋旋入筒口令不動丙爲目鏡或用數鏡依光學令視力增大視物更明目鏡亦須旋定令象鏡目鏡筒



三者合爲一體則不生變巳午線過象目二鏡之心此線之方向與筒合名曰視軸戊爲所測物巳爲戊之倒象在象鏡聚光點從目鏡窺之如眞形目鏡力增大如眞形增大焉此象在筒之空際無實體故當象處作二正交徑或用銅絲或畫于平面玻璃俱可窺之見二徑交點與物點戊合爲一設微不合目鏡增大力能覺之即知視軸非正射戊則微轉螺旋令恰合乃止用此法而置鏡又極平則縱有差角不過十分秒之二三測物每患不恰當視軸有此法可免

此患如此用遠鏡能分微角如顯微鏡之能察微物焉再用變大理推其微度能知其形狀所得與幾何所推幾無別焉



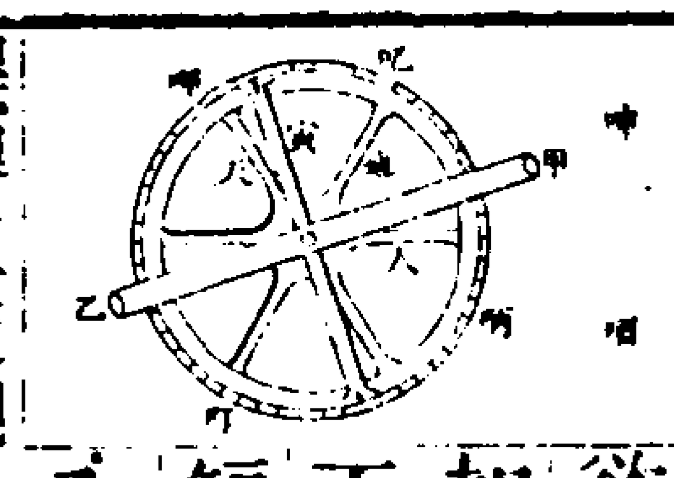


測中星之鏡名子午儀其鏡連一橫軸鏡與軸必正交則測望所得皆眞軸之兩端其徑必等以銅爲圈轂兩半合而固之轂之下半堅定于石安軸時必正其高低及卯酉二方向高低憑視軸準卯酉憑測望皆用螺旋正之當目鏡聚光點處作一地平線正交視軸又作垂線若干相距俱等

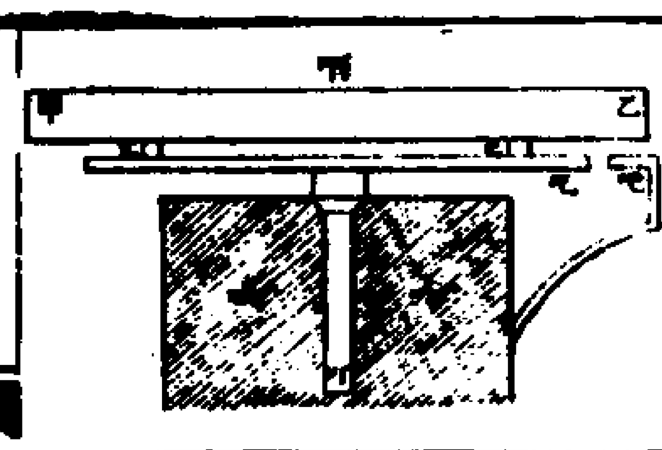
皆以細銅絲爲之測時須令諸線全見晝則映以日光夜則用法映以燈光線之外圈用螺旋正之令中垂線正交視軸則星過中線卽過子午圈驗表記其時再以所測星過左右諸線之時較其誤否若恐器不平則易置橫軸之東西而測之所得仍不異則筒與橫軸果正交而筒旋轉恰在天空大圜面內也最精子午儀測中星除鐘表差外所差不過十分秒之二三

視軸旋轉之面當合本地之子午面攷察法取恆見界中一星測其二次過鏡中線若在中線兩邊之時相等俱得半周時則其面爲眞子午面蓋子午面必正交星所行圈于相對二點也

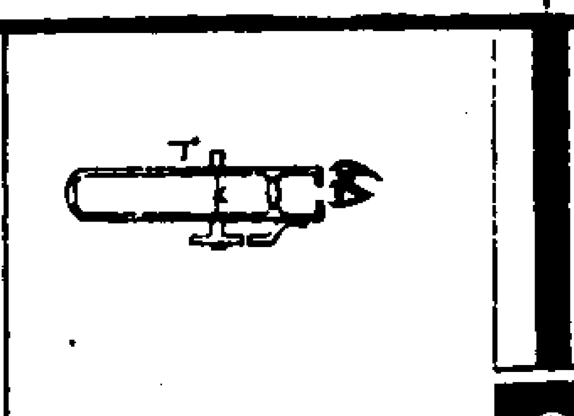
用子午儀及鐘表測度分所得卽赤極之角度也此法卽以地球自轉之時刻爲準不必用銅環之度分蓋若干時有一定若干弧分過去也其率一時十五度若非赤道經

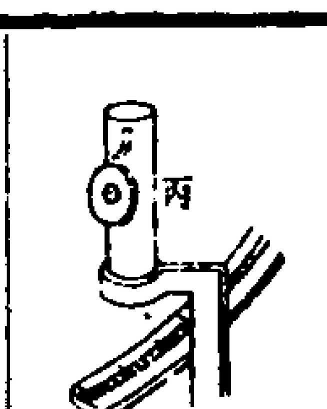


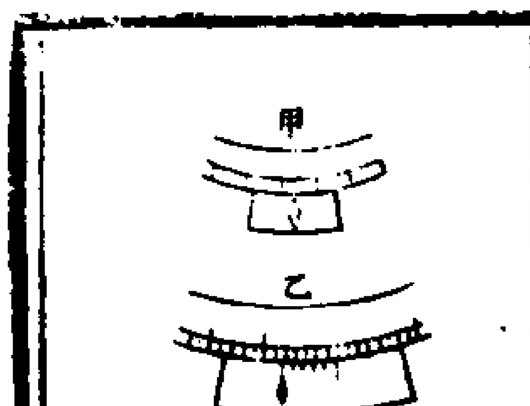
欲知其度分須作銅環細分度分秒以測之如圖甲乙丙丁爲銅環分爲三百六十度用天地人諸輻連于中心心開圜孔孔中鑲以短活軸可旋轉軸上裝一遠鏡鏡之視軸甲乙與環面平行而正交短軸鏡之腰連一橫桿桿正交視軸短軸轉動則鏡與桿循環而轉假使欲知申酉二物之距度先令環合于申酉及人目所居之面而以法定環令不動乃轉鏡令視軸正射申復定鏡令不動而視桿端小針所指察其度或恰滿一度但察其度或在二度之間須細察分秒（詳法後）復移鏡令視軸正射酉定鏡察其度二度之較卽環中心之角申酉之距度也



一法遠鏡筒與環合爲一體不動而活軸另連一銅墩理亦同如圖酉爲遠鏡筒以巳巳二柱連于甲乙環丁爲環之活軸轉于戊戊銅墩墩裝一曲尺巳其端有針近環乙以指環之度鏡與環轉時過針之度分卽角度也







針若鐘表之針如甲或用佛逆如乙最妙者用叠顯微鏡如丙法于目鏡象鏡公聚光點處作正交二線用細螺旋轉之如丁先令交點與所察點之最近度合乃轉螺旋復令與所察點合螺旋若干轉卽知距視軸所指點若干分秒鏡力須極深螺旋須極佳此法能辨度分之極微與遠鏡之細測相輔而行也

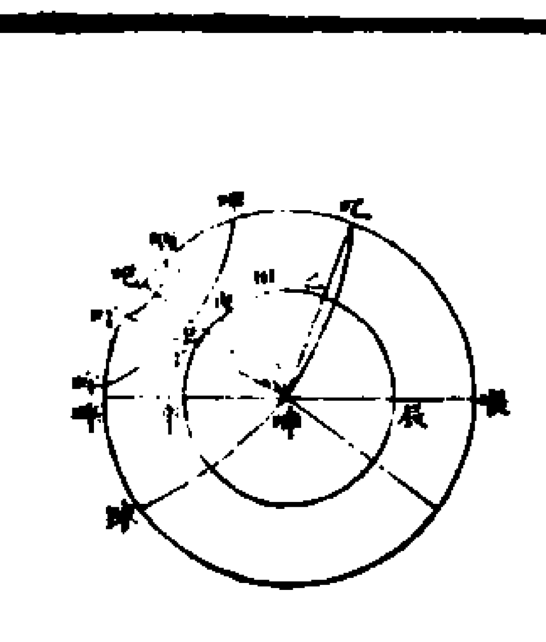
用此法測量全憑三事甲乙筒向物須的準一也環之度分須極勻二也二分中間須細辨其秒微三也察筒之方向甲乙兩端或用

交線或開小穴或一端用交線一端開穴俱可皆全憑目力若易以遠鏡象鏡在乙目鏡在甲而于公聚光點置交線則遠勝目力之細測也

前條爲測度分之最簡法但僅能測不動之角度如地平界之類若天星則刻刻漸移此法不能合惟測二恆星視道相距則亦合諸星每日周行天空所成之道若有迹可見隨時可測其相距今無迹可見然鏡之交點與星合卽與其道合故候星過時以交點合之而定其鏡察其度分乃轉遠鏡候他星過復以交點合之而定其鏡察其度分二度分之較卽二星道之距也連測之以攷其誤否此乃

牆環之理牆環者卽前條之環而與子午面合法令環連一地長軸堅固不動軸深入石牆用螺旋正其高卑及東西方向令環與子午面合凡恆星道皆正交子午圈牆環測得二星過子午圈點中間之角度去蒙氣差爲二星道之距卽二星赤緯之較亦卽子午圈高度之較

凡曜之赤緯度爲距極之餘度極在子午圈內設極點有星以環測定其度則餘星之距極及赤緯度俱可測今極點無星故取一近極之最明星測其上下過子午圈之較度折半以加下高度或減上高度卽極之高度如圖辛巳辰爲天空子午圈巳爲極乙未甲午丙丁爲三星道上過子圈在乙甲丙三點下過子午圈在未午丁三點辛巳辰爲牆環申爲心其邊乙申丙巳丁諸度分與天空乙甲丙巳丁諸星相合既測得乙申乙丙乙丁丙丁四度分則各星距極俱可知蓋丙巳等于巳丁故丙巳等于巳丁俱爲丙丁之半則環之極點巳知而巳乙巳申巳丙三星距極度分亦可知矣



極星爲最近極之明星距極約一度半過子午圈上下二點甚相近極出地度多則二點距地平俱遠蒙氣甚微又

甚明晝亦可測故天學家恆用之以正諸器之差如子午儀測此星以驗其合子午圈與否法見前是也

環上極點既測定永爲原點諸星距極度皆準之設環上度分或有不勻可旋轉其環再測三測比勘以定之移動遠鏡有螺旋能定之故環可任意旋轉也

牆環上更有最要者爲地平點一切子午圈高度皆準之測定之法與極點同天空地平交子午圈點無星法于夜中測一星過子午圈明夜測水銀中此星之影過子午圈環上二測中間之度去蒙氣差爲星之倍高度折半得地平點準視學理光射平面之倚度與回光之倚度等水銀

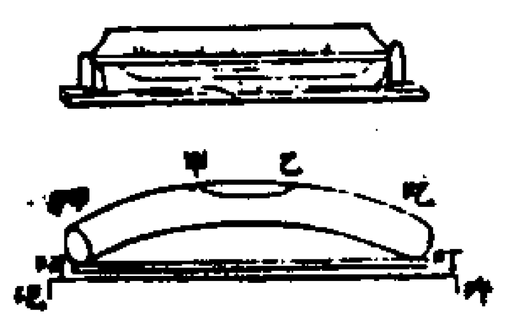
之面恆平。星在地平上。影在地平下。其度恆相等也。故水銀面名曰借地平。

牆環之軸。惟一端着于牆。力不甚固。亦不能如子午儀兩端可易置以正其差。故其用不若子午儀。然其環可連于子午儀之軸。與鏡同轉。定顯微鏡于銅墩。以測其分秒。名曰子午環。可并測赤道經度及距極度。測時用鐘表定其過午時。用顯微鏡察其分秒。欲造恆星表用此法。經緯度一時同得。甚便也。子午環上之遠鏡。其力無論若干大俱可。牆環鏡太大。則重力不能勝也。

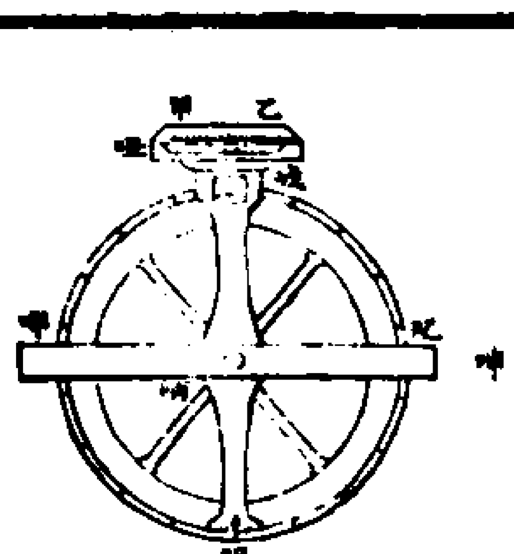
環上定地平點。爲天學最要事。其法不一。曰借地平。曰垂

線準。曰酒準。曰視軸準。借地平已見前。垂線準用極細鐵絲或銅絲或蔴線。下懸硾。硾浸入水中。則不擺動。線之方向即地心力方向。此法非精心細察最易差。故今不用。

酒準用玻璃管貯燒酒等物。微不滿。令中有小空。著于直板上邊微凸。準平則小空恆在中。如圖甲乙爲管。定于直板丙丁。先置板令底極平。于小空之界甲乙二點各作識。後凡置準令小空與甲乙合。則丙丁必與地平合。若稍不平。小空必偏向高邊也。如欲驗已午



合地平否。置丙丁板于上。視小空二界合甲乙。反置之。視小空仍合甲乙。則巳午必合地平。若不然。則小空所向一邊必偏高也。天學家所用酒準。皆有細分。視小空二界所在。能辨一秒之角差。此準必用法細磨管內。非易造也。用



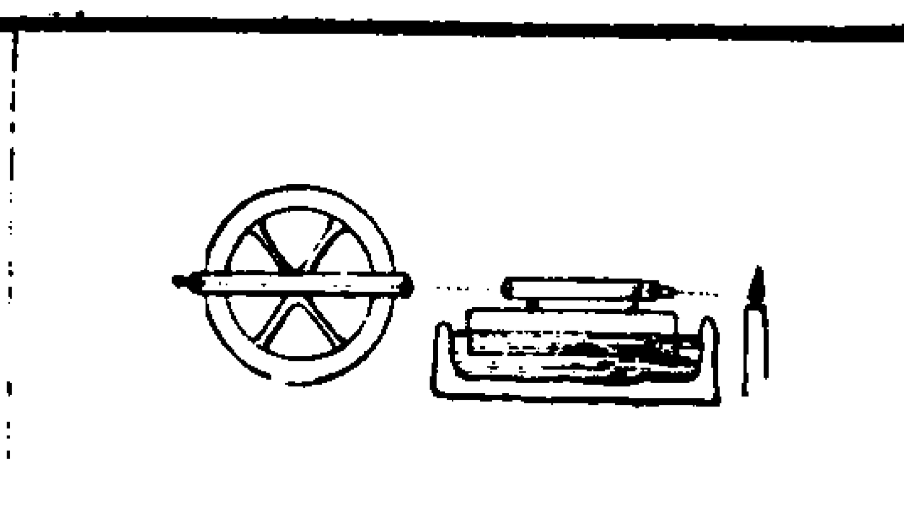
酒準定環之地平點法。如圖甲乙爲遠鏡。與戊巳環相附。而轉于橫軸丙。其軸亦可東西易置前見。而環固定于軸。丑爲酒準。正交戊巳桿。而于巳或戊用顯微鏡或佛逆察其分秒。巳戊桿與丙軸連。

或令易轉而軸不轉。或與軸俱轉。將遠鏡正對物申。乃定之。令酒準之小空合甲乙二點。亦定其桿。則桿與鏡成一

定角度。乃察巳點之度。而以橫軸東西易位。令環南北易位。復將環與鏡同轉于軸。令鏡仍對申。定之。如前定酒準。再察巳點之度。二測中間之度折半。得申距天頂度。其餘弧爲高度。知申之高度。即可定環之地平點。此法雖繁。然用酒準必如此。不能簡也。

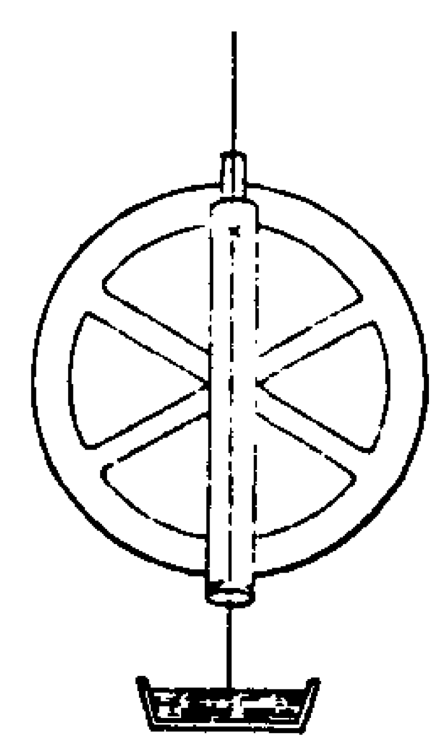
視軸準者。迦得所創。乾隆五十年。立敦厚始依光學之理用之。此器佳者。用遠鏡當聚光點有交線。其鏡之筒連以二柱。橫立于厚鐵板上。而鐵板浮于水銀面。故與地平成角恆同。用燈映鏡中之交線。交線在象鏡聚光點。令光線出鏡平行。復聚于他鏡之聚光點。與同方向天空之星無

異鏡之倚度卽星之高度故測二線之交點如測星焉法置視軸準于環之兩邊距環遠近不論以環之鏡二次窺之俱令二鏡交線之點相合則環上半之度卽倍距頂點度故天頂及地平點俱可知準鏡二交線一正交地平一與地平平行環鏡二交線俱交地平四十五度故測時交角之



度互相平分焉後便孫伯又變化其法卽以環鏡正對水銀面而以燈傍映鏡中之交線交線之光出象鏡平行遇水銀面而回復入象鏡聚于聚光點成交線之象故轉動

其鏡令象與線合卽知鏡之視軸正對天底點



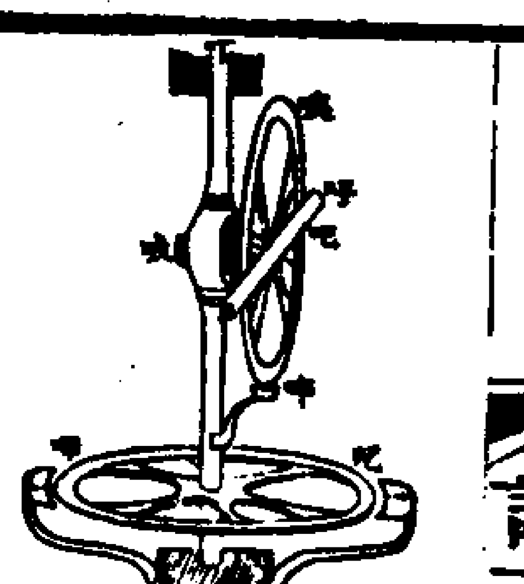
子午儀與牆環皆所以測諸星過子午圈之時刻測星過子午圈時刻以正遠鏡方向最易蓋星視道與鏡中交線之橫者平行而用螺旋能細移至密合少有未合有餘暇改正他處不能也凡測角務得眞確若角有變者則當于最大最小時測之蓋此時不驟變有餘暇可安徐細測也

星之高度亦然其變之最大最小皆在子午圈上

星任在何處皆當測之不定在子午圈也其法天球上無論何點以正交二大圈定之幾何所謂點之縱橫線是也如知地面之經緯度卽知本地之點知赤道之經緯度卽知本星之點知地平經度及高度卽知出地之點是也

欲任測星道上何點先當置遠鏡令有上下及四周二旋動法用二環令所居之面恆正交亦與遠鏡旋動之二面平行二環之軸亦正交一爲本軸其兩端裝入銅竅可旋轉餘一軸卽裝入本軸之腰二環或用二佛逆或用二顯微鏡一着于石墩一着于本軸察其度二環俱可任意定

於軸其定之之物亦連於墩及軸此器測天之大用在置本軸丙丁有二方向一與地軸平行直指天空之極則甲乙環與赤道面合測其時角卽赤經度之



較丙丁軸旋轉則庚辛環恆與天空之諸時圈合其環之度分爲赤緯度或距極度此置法名赤道儀欲久測一星此器最便蓋遠鏡已正對其星則遠鏡與極軸交角等于星距極度乃定遠鏡于庚辛環隨極軸而轉如此鏡所指不出星道也正赤道儀最不易其法先隨極星轉一周則知極軸偏于何方向而改正之極軸已定乃以緯度環依

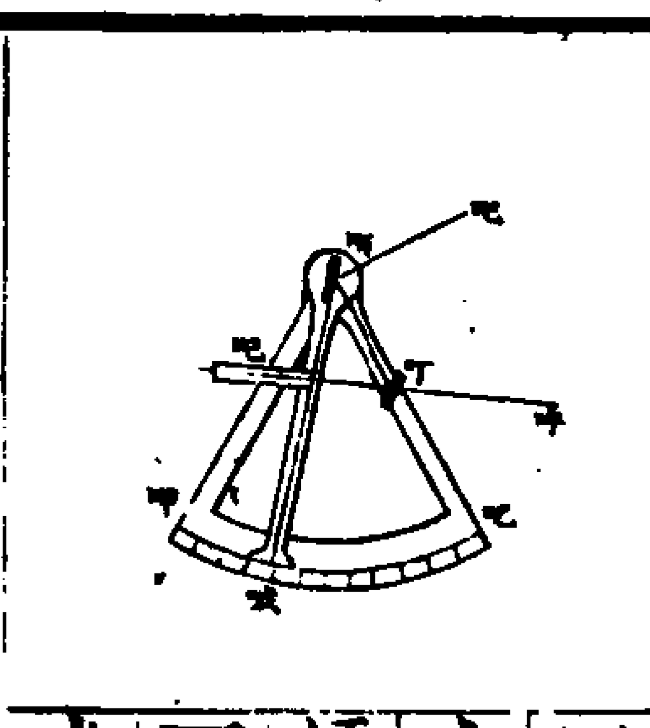
子午圈定于極軸任取數星緯度大不同者各測其過子午圈若其過午之時較俱與表合則鏡正對子午圈而環之軸恆正交極軸或與表有不合則視其差而改正之近時赤道儀用輪法測時能自轉于極軸以隨星測者但專心候星無煩手轉也法用懸錘轉諸輪以轉極軸錘力極準恰二十四小時極軸一轉二令本軸爲地平垂線而甲乙環與天空地平面合庚辛環恆與天空垂大圈合甲乙環上之度爲地平經度庚辛環上之度從頂點起則爲距天頂度從地平起則爲高度此置法名地平經儀用垂線準正本軸或用酒準置器上而轉之視小空不變卽正矣

定平環上南北二點則以垂環正向子午用攷子午儀合子午面法定之見前又法取子午圈東邊一星令與遠鏡內之交點合察地平環上之度分乃定鏡于垂環俟此星過午後轉器隨之至星復與交點合再察平環之度分乃以二度分之較折半卽得地平之南北點蓋前後所測二高度等凡星在子午圈兩邊之高度等則兩點距午之地平經度亦必等故也此名等高度法歷家恆用鐘表測二高點之時較折半得午正此法亦可正鐘表之差

地平環上南北點已定以垂環正對之卽與子午面合乃轉鏡正對地平環上之北點視交線所合之點識之南點亦然過此二點之線爲午線地平經儀之妙用莫大于測蒙氣差法先取一過天頂之星再取一切地平而過之星俱測其視道攷每點與平圜差若干卽知蒙氣大小

天頂尺地平尺製與地平經儀皆畧同天頂尺細測近天頂諸星垂環惟用下面之一分餘俱不用故垂軸極長環之半徑極大令弧度寬大便于細分也地平尺用以測地面諸物遠鏡俯仰無幾度故不用垂環或用小者亦不必細分也遠鏡連一橫軸着于二柱與子午儀同二柱堅定于平環之輻與環同轉

又有紀限儀用以測二物之距度或測一物之高度如圖



甲乙爲全圜之六十度分爲一百二十等分丙乙半徑上有鏡半回光半透光正交儀面而與甲丙半徑平行丙戊爲活半徑可移動其末有佛逆戊可細測度分其端有回光鏡丙亦正交儀面而與本半徑平行甲丙半徑上有遠鏡視軸與乙丙半徑成已丁丙六十度角如欲測已午二物先以遠鏡從丁之透光鏡正對午乃移動活半徑令已光線從丙回至丁從丁回入遠鏡筒至遠鏡內二物之象合于一卽定其活半徑則丙已已午二線之交角必倍于戊丙甲角

卽二物之距度也故此儀倍其分數以三十分爲一度蓋光與二次回光三線在一面內則首末二線之交角必倍于二回光鏡面之交角也此器或云哈得烈所造實則作于奈端可手握而測航海者測星距太陰及高度非此器不能蓋海面高度洒準垂線準借地平俱不可用故必用此器令所測之星與海中地面界合卽得星距地面界之高度見前減地面界深度卽得眞高度陸地可用借地平無地面界深度也

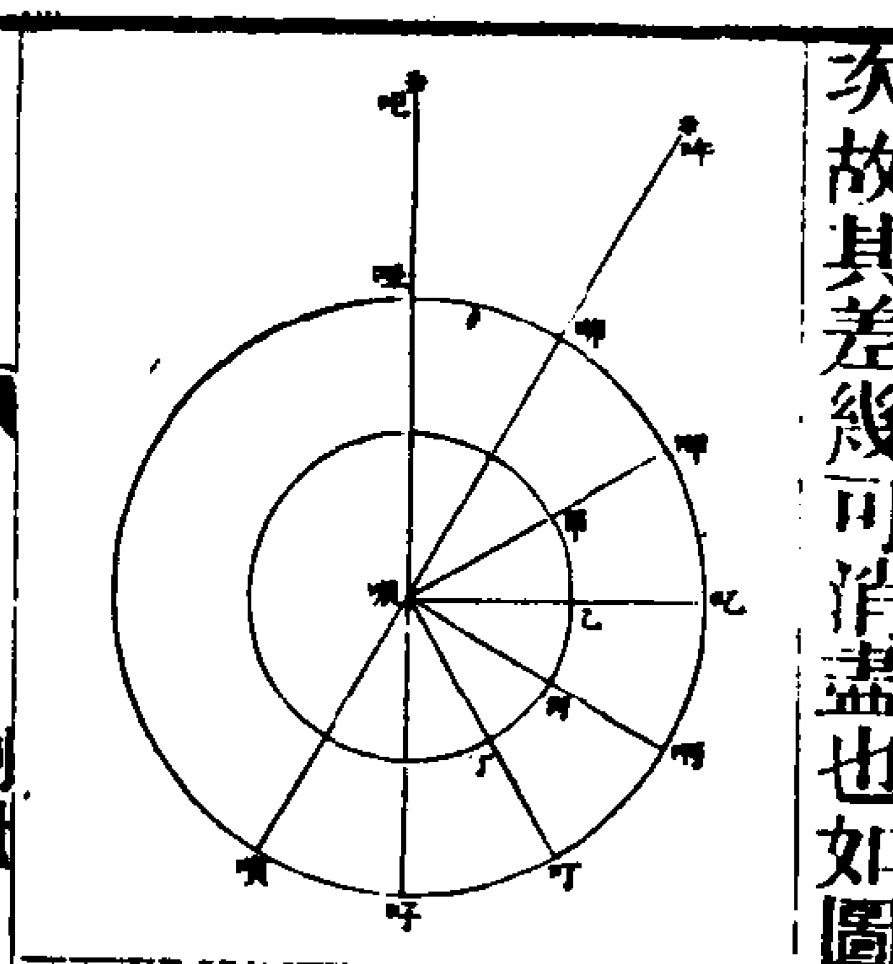
正紀限儀之差法最簡令活半徑所指之度爲○則二回光鏡當平行若不平行則任測一星令遠鏡見丁透光回

光鏡中星之二象合爲一卽知其差數蓋象合時其度當爲○若不爲○所得度分卽差數每測去其差數卽得眞度分焉若回光鏡不正交儀面則鏡傍有小螺旋可旋動正之大率活半徑上之回光鏡造儀者已詳細定之無須正惟丁鏡當正其差而遠鏡之視軸亦必詳審令與儀面平行其正差法用一地平線一垂線相交而以儀面合地平之垂面以遠鏡正對交線移動活半徑令地平線與回光之影相合又轉小螺旋令垂線與回光之影相合視地平線仍與影合卽正矣

回光環之用與紀限儀同而圜周皆有度分此器有三佛

逆每測俱察其度分以三度分相并約之三差相消畧得眞度分故此器稱最精妙

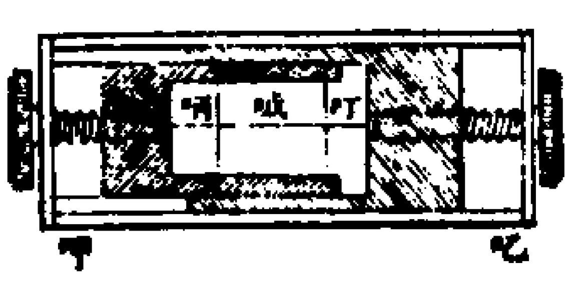
疊測之例實大所造有大小二環遞次疊測可任至若干次故其差幾可消盡也如圖甲寅丑爲定環子丑爲遠鏡



定于甲乙丙環與甲辰活桿其轉于定環之心辰活桿之端有針或佛逆設欲測巳午二物之距度先以遠鏡正對巳察其度乃定桿于內環旋鏡正對午桿隨之俱轉過環

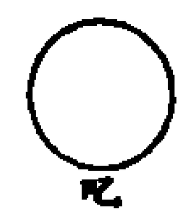
甲乙弧與巳辰午角度等再察其度二度之較必等于巳辰午角然必有二差一分度差二測量差乃定桿于定環脫于內環轉遠鏡向巳復定桿于內環脫于定環轉遠鏡向午桿同轉至丙所過乙丙弧亦等于巳辰午角再察其度二次察得度之較弧甲辰丙倍于巳辰午角亦有二差如此累測至十次得十倍所求之角以十約之則其差幾可消盡此法甚妙然依此測之仍有差未知其故俟測者攷之

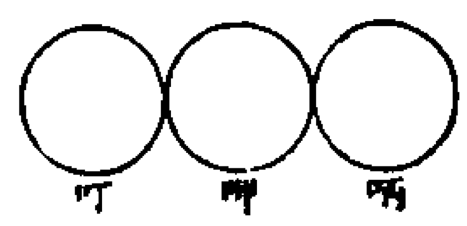
分微尺能細分角度之秒微可測諸曜視徑之角度其妙全憑螺旋法于遠鏡內象目二鏡公聚光點置二平行線



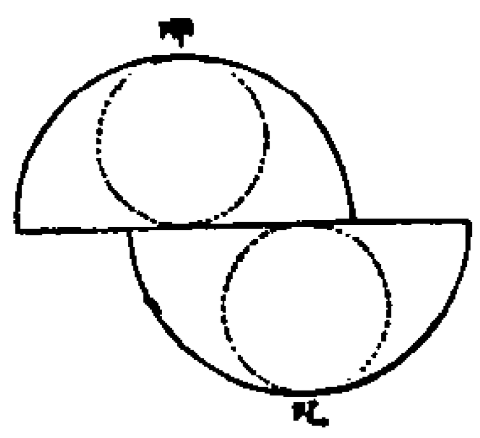
以細銅絲爲之定于二活架用二螺旋移其架其動之方向俱正交平行線令二線恰至星之二界再轉至二線相合視螺旋轉幾周幾分知在星界時二線之相距以轉數化爲度分秒即得或僅用一螺旋移一界之線亦可

分微術或用光學法能變其象爲雙象如圖甲爲本象變爲相等相似甲乙二象其相距若干及方向一任測望者令之故可令二象相切如甲丙復令移于又一邊相切如甲丁自此切移成彼切所過之分秒即象之倍徑也





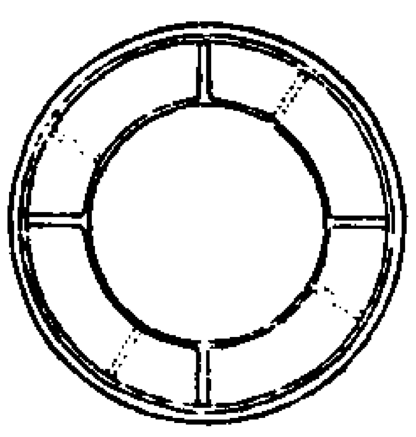
變一象爲雙象法甚多一法平分象鏡即能變其象爲二以象鏡之兩半分置二架而參差移動之此名量日鏡用以量日之徑最便也如圖甲乙爲象鏡之兩半準光學理二半鏡之象俱在本軸上故目鏡窺聚光點處有二



相似之象並列轉螺旋能令相近相遠也一法用水晶之一種視物成雙象者此水晶中有一線名光軸二象之相距準此線有定限最近至相合最遠至限而止用此水晶作球代目鏡轉其球則球之光軸與目之視線角度漸變當光軸與象鏡之視軸合則象爲一轉之至光軸正交視軸則見本象分爲二漸離而遠視晶球所轉度分而知二象相距度分也

又一法最簡易凡三稜體二種玻璃（一名冕號玻璃　一名火石玻璃）相併能消去光之彩暈而視物形狀不變但有光線差法令二稜體彼此相對各面畧近平行光線差甚小約五分平剖

之兩半各裁爲正圜鑲以銅架而以尋常平面玻璃隔之



如圖虛線爲一半玻璃架之輻實線爲又一半玻璃架之輻令在後之架能轉動亦可察其轉之度若二半相合其差角爲十分則相逆必無差角而自相逆至相合俱有差角自〇至于十分皆以圜架之轉若干計之凡光自象鏡至聚光點成尖錐形置此兩半玻璃于尖錐之腰恰占截面之半則象鏡之光一半有差一半無差故成雙象其分合之度可測也若象鏡不大則置于象鏡之外貼近象鏡其徑較象鏡之徑比例

當爲七百零七與一千又輻畧礙光約爲七與十
方位分微尺只一線轉于目象二鏡之公聚光點恆正交
遠鏡之視軸取視界中一線爲準線依準線以定二物聯
線之方向法轉分微線令與二物相合或與二物聯線平
行遠鏡外有度分小環察其度分若干即聯線與本線之
交角也此尺若用于赤道遠鏡上則本線方向合于赤緯
其方位角恆從原點一邊計之自北而後而南而前原點
之方向正北也九十度之方向正東即後也一百八十度
之方向正南也二百七十度之方向正西即前也
續二星相近而能並見欲定其聯線之方向則不用單線

而平行雙線若二星大小不等此法更便用法使二星
在雙線之間而相配則易知其聯線之方向若人立之
勢頭正直立則更易準
凡在夜中窺測必用燈光使視界亮而線暗或視界暗
而線亮否則分微尺中之交線難見使視界亮之法以
燈光自遠鏡筩邊之孔映入筩內不亮之白面使光四
散不礙成象之尖錐形光也惟所用燈光之色爲要試
知用紅色之光見線甚明於別色之光使交線亮之法
以燈光映入筩內交線向目之面燈光之餘者或至筩
內之黑面或自對面之孔入黑箱中皆能滅也

窺測太陽必用暗玻璃隔之紅玻璃易透太陽之熱而
傷目不可用若用深紅玻璃而久觀之則目眩而不能
見惟用青綠二色之上品玻璃相疊最佳此二色相疊
透純黃之色而略無熱焉日之光熱遇玻璃面亦能返
照而甚減小其返照者約爲正光千分之二十五故造
窺測太陽之回光遠鏡可用玻璃作回光象鏡二面俱
凹前面合拋物線與聚光點之距相合後面合大曲率
之球體使其餘光由玻璃透出而折射散入空中故或
正或斜或粗或細俱無妨也前面所回之光已能顯甚
清之象矣若第一次回光光尙太多則或多用數平行

玻璃回光以減之或用三稜玻璃以一面回光一面放
餘光則所回得之光約爲正光九百分之一因依光差
之理使面與光線成正角可稍得回光而減小甚多也
若用大力之鏡欲細察太陽面之小處可用金類板作
小孔安於聚光點以透所欲察太陽面小處之光則光
熱多爲所阻而至目鏡者已甚少可不害目矣導斯栩
設此法能見太陽面最奇之狀別法所不能也後詳論
之
天學家多用回光大遠鏡其體重大難於安置使鏡面
不改方位故必有便易之法可時時試較其視軸設鏡

面有改方位可改正其視軸故用視軸準之法見本卷視軸準條外以燈光映之視軸準象鏡之端向回光鏡自回光鏡筩之目鏡窺見視軸準內之銅絲對燈火則與窺同方向之星無異視軸準之倚度即星之高度也因使此銅絲正對一星則回光鏡或平動或立動其銅絲仍必對其星而星之光線與視軸準之視軸仍平行故可用視軸準之視軸為回光鏡之實視軸而回光鏡筩之軸非為回光鏡之實視軸也惟欲測微差或所窺之物不明及視界不明而不能用此法則必時時試較回光鏡之改動而有機稍動回光鏡以改正之使分微之銅絲與回光鏡之視軸相合

談天卷三終

談天卷四

英國侯失勒原本

英國　偉烈亞力　譯
海寧　李善蘭　述
無錫　徐建寅　述

地理

地理乃天文之一事而實為最要蓋地球為測天之公方位如兩地測星得數不同而生角差即可據之推星之遠近然必先知地面諸方位之不同推之方不誤故此卷詳論測天以定地理之事

地理家所論之大槪為洲島海洋山河之形以及地質地

氣物產人民諸事地質物產人民無與于天文故不論今僅論地之形狀及大小地球之面為海洋為洲島洲島之形狀有山谷有原隰而海底與洲島土面相連其形狀亦當攷之今未能悉知若悉知之實有裨于天學

地之狀大約近圜球見一卷而細測之知非正球乃微扁狀若橘其南北軸短于赤道徑然所差甚小不過三百分之一設以木仿此作徑十五寸之球其差不過二十分寸之一雖目力甚精者亦難辨故恒以球稱之必細度始知非正球也

地之狀若此故若非依赤道平剖之其面皆非正圜而為

揹圜人居地面舍二極外所見地面界亦非正圜但所差甚微目既不能覺深度尺亦不能辨苟不知測地球大小法則地非正球永不能知也

圜之周徑率爲三一四一五九二六與一之比例故若地爲正球則測得其大圜爲幾里幾尺即知其徑若干而但測大圜之一分即可知全周如測一度即知三百六十度也故若依子午圈細測一度之里數即全周可知然地面無表亦無準繩指南針不能無小差亦無用則何以能知度分何以能不離子午圈故法當用地外之表恆星是也恆星距極度可查故測其高度即知本地極出地度乃依

子午圈向南或向北至極出地差一度計其所過里數即三百六十分地球大圜之一也

用子午儀則逐秒知子午圈之方向雖地面有諸阻礙不能盡依子午圈行然其差可知即能算而除去之

用上法量子午圈度分之里數最簡要但不能步步築星臺故二測處相去不能恰得一度然此亦無須可任意築星臺相去或一度或二三度或度下帶奇零俱可測星之高度須精心細察不可令有差蓋在一度爲小差在全周則三百六十倍在全徑則一百十五倍即積成大差也故二測處須取一星近本處天頂者測之則蒙氣小生差甚微幾若無也見一百二十八條之圖設一處測此星過天頂一處測此星過子午圈時距天頂或南一度或北一度則知二處地面緯度差一度二度之二界已知即有法量其里數尺數定地面一度之二界有微差必不能大于測星距天頂度之微差而精心細測所差不能過半秒設二處相去五度而地面每度之差爲一丈用此差并二處之測差各半秒以推地之全徑其差僅約二里耳

右測地球大小法蓋以地爲正球子午圈上每度長短俱相等也乃如法依子午圈逐度量其距則其差大于上所言且逐度不同故知地非正球今取各國天文名家用最

精器測得之數列表于左

圖名	弧線中點之緯 度	分	秒	弧線之度 度	分	秒	弧線之尺	弧線一度中尺數率
[illegible]	上六六	二〇	一〇	一	三七	一九·六	五八五一四九	三六〇七三三
[illegible]	上六六	一九	三七		五七	三〇·四	三四七〇一二	三六二〇五七
[illegible]	上五八	一七	三七	三	三五	五·二	一二九一七九九	三六〇三六二
[illegible]	上五六	三	五五·五	八	二	二八·九	二八九七一九六	三六〇二八七
[illegible]	上五四	五八	二六	一	三〇	二九	五四三五二三	三六〇四一四
[illegible]	上五四	八	一三·七	一	三一	五三·三	五五一四六一	三六〇〇八五
[illegible]	上五二	三二	一六·六	二	〇	五七·四	七二六三三六	三六〇二九五
[illegible]	上五二	三五	四五	三	五七	一三·一	一四二三一八五	三五九九七一
[illegible]	上五二	二	一九·四	二	五〇	二三·四	一〇二二二一〇	三五九九五一
[illegible]	上四六	五二	二	八	二〇	〇·三	二九九八九四九	三五九八七三
[illegible]	上四四	五一	二·五	一二	二二	一二·七	四四四八〇四五	三五九五七七
[illegible]	上四二	五八		二	九	四七	七七七一二五	三五九二七二
[illegible]	上三九	一二		一	二八	四五	五三〇七二八	三五八八〇二
[illegible]	上一六	八	二一·五	一五	五七	四〇·七	五七一五二一一	三五八〇七〇
[illegible]	上一二	三二	二〇·八	一	三四	五六·四	五六六四五〇	三五七八八四
[illegible]	下一	三一	〇·四	三	七	三·五	一一一五五五五	三五七八二〇
[illegible]	下三三	一八	三〇	一	一三	一七·五	四三九四〇三	三五九七一六
[illegible]	下三五	四三	二〇	三	三四	三四·七	一二八四一五六	三五八〇七二

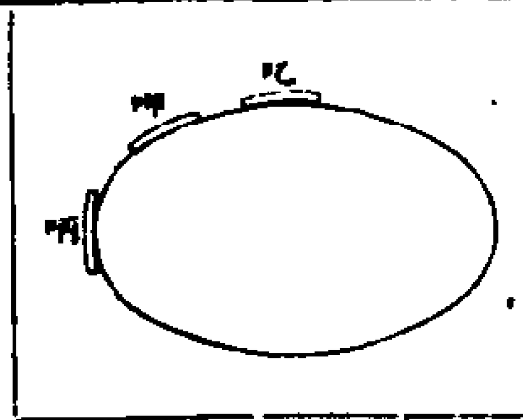
表中費白二字者指費白西勒推算之所用或同里或異也

測地球弧線諸家表

瑞顛一思凡白二摩伯多、俄羅斯一斯得路佛二斯得路佛敦納、普魯士白西勒借爾、嗹[illegible]瑪割、阿諾威高斯、英羅衣迦得、法蘭西一拉蘇勒葛西尼二特派勒墨商、羅馬瀆思各雜、米利堅梅森迭格孫、印度一蘭敦二蘭敦良佛勒斯、秘魯拉工大民部額、岌朴數一拉該勒二馬格爾

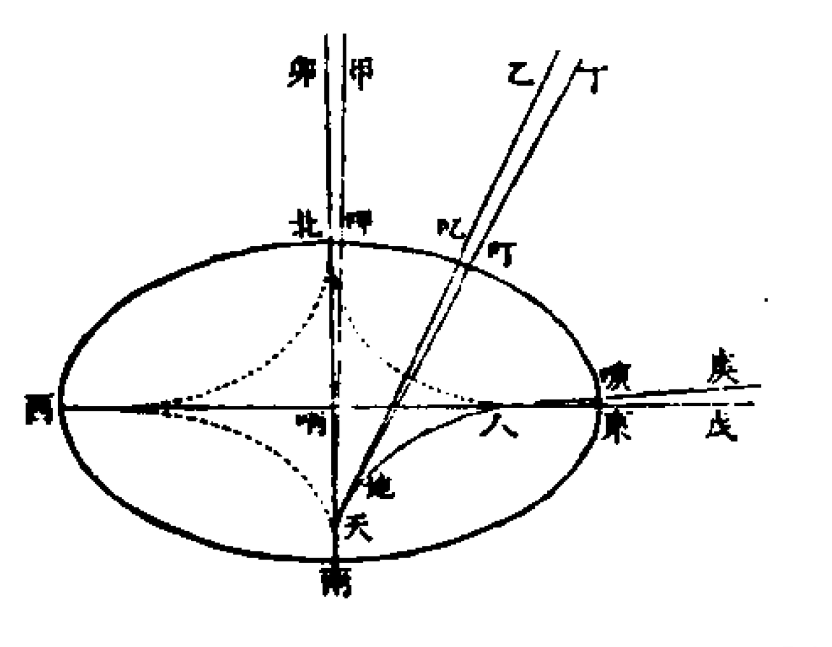
末行數以前二行數比例而得此法若弧線太大則不甚密觀表中二五兩行知緯度愈大度之尺數亦愈大故近極最大近赤道最小準此推之得地之形狀

假如以木作一地球象不許以規尺度球之各相對二點



而欲知其是正球否則當別用法測之法製一薄銅板其底微凹置于甲密合無縫乃移于球之各處試之若俱密合則爲正球設有時其下中空如乙有時兩端空如丙是乙平于甲丙凸于甲則非正球也木球面以銅板測之猶之地球面逐度測之也蓋曲面逐點之切線方向俱不同地若

爲正球則向前行所過里數同地面之切線變方向其角度亦同今測地或前後所行二里數同則所變方向二角度不同又或前後變方向其角度同則二次所行里數不



同故知地球于子午圈赤道凸于二極而地非正球乃扁橢球也如圖卯甲乙丁戊巳爲依子午圈割地球之面丙爲心卯甲乙丁庚戊爲子午圈內三段皆容緯一度卽人行子午圈測極高弧各差一度也卯爲極戊爲赤道卯卯甲甲乙乙子丁丁庚庚戊戊爲卯甲乙丁庚戊地面六點之垂線六點之切線必正交諸垂線諸垂線引長之兩兩相交于天地人三點卯天甲乙地丁庚人戊俱爲一度之角故甲卯丁乙戊庚皆可當作平圜一度之弧其心卽天地人以幾何言之此三點爲曲率之心天卯等于天甲地乙等于地丁人庚等于人戊皆爲曲率半徑故諸點之曲率可測而知凡大小正圜其等角弧之比若半徑之比今卯甲弧長于乙丁弧乙丁弧長于庚戊弧故卯天半徑大于乙地半徑乙地半徑大于戊人半徑故諸垂線之交點不能在圜心丙而在天地人三點此三點同在一曲線內此曲線爲卯甲乙丁庚戊曲線

之母曲線乃諸曲率心點之聯線

凡圜面一徑略短而其正交之徑略長則爲橢圜故子午圈非正圜而微橢其短徑卯申卽地軸長徑戊巳卽赤道徑蓋因地球自轉于卯申軸而成此形也此與從極至赤道逐度漸大之里數密合凡橢圜長徑端之曲率半徑最小短徑端之曲率半徑最大準幾何凡橢圜可因曲率變之比例而定長短二徑之比例亦可任取一處之度度其長若干而定其二徑之長若干今不細論但本此攷幾何家用所度緯度之里數推地球二徑近有二家一爲白西勒取十一弧推之一爲愛里取十三弧推之其數如

赤道徑四千一百二十五萬二千九百六十一尺卽二萬二千九百十八里三一

二極徑四千一百十一萬五千零八十尺卽二萬二千八百四十一里七一

二徑之較十三萬七千七百八十三尺卽七十六里四六

二徑比例率二百九十九○一五二百九十八○一五

右白西勒推得之數

赤道徑四千一百二十五萬三千一百九十三尺卽二萬二千九百十八里四四

二極徑四千一百十一萬五千三百七十二尺卽二萬二千八百四十一里八七

二徑之較十三萬七千八百二十一尺卽七十六里五六

二徑比例率二百九十九○三三二百九十八○三三

右愛里推得之數

前卷約言地球徑二萬一千七百八十里以今測較之實略小其較爲一千一百三十八里約差二十分之一也大略一度得二百里共三十六萬尺一秒得一千五百尺地赤道之周爲七萬二千里其扁率約三百分赤道徑之一依軸線割地球意其面必爲撱圜以前所列諸數攷之而信雖間有不合處大于測量之差然較之正球差甚小矣

其不合處或因地勢所生或更有他故耳

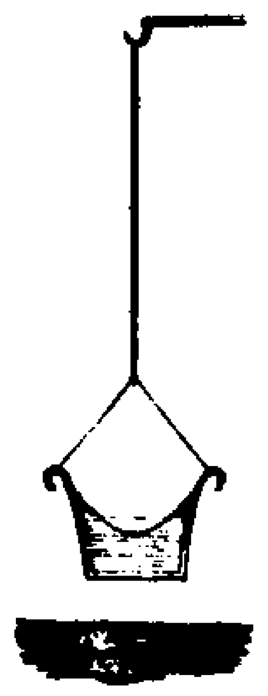
續作前表之數後至今疇人攷得地球之眞形與大小益明取大弧線二以測量地球之面一弧線過俄羅斯國長二十五度二十分一弧線過印度國長二十一度二十分近時武官格拉格將各處所測地面之度數以推算法合成一帙其說曰地球非是正扁撱圓體而當赤道亦略撱其長徑四千一百二十五萬八千五百五十三尺其短徑四千一百二十四萬八千九百二十四尺赤道周之撱率爲四千二百八十三分之一長徑約大於短徑五里有半長徑之兩端一在西經二百零二度

五分一在東經七十七度五十五分短徑之兩端一在西經十二度五分一在東經一百六十七度五十五分地球南北極相對之徑四千一百一十一萬五千五百四十五尺故經圈之撱最多者撱率爲二千八百七十五分之十經圈之撱最少者撱率爲三千零八十三之十書白得將軍另用別法推之所得略同惟赤道圈之橢率爲八千八百八十五分之一長徑之兩端則在格拉格所得者之東二十六度四十一分依俄國印度國法國三處大弧線推得地球之南北極相對之徑一爲四千一百一十一萬八千七百二十三尺一爲四千一

百一十二萬零二百一十六尺一為四千一百一十萬五千三百九十一尺取此三數之中數畧得四千一百一十一萬六千四百四十六尺再取此數與格拉格所得數之中數為四千一百一十一萬五千九百九十六尺略近於四千一百一十一萬六千尺

攷地球自轉所當生之形與測得之數相符故定地為扁球無可疑議設云地為正球不動各處之質俱相同統地面之海等深如此輕重相抵定水不流若移二極多質于赤道令極與赤道之徑差七十六里令赤道上成山與洲然水必流向二極此理易明蓋定質隨所置而定而流質則一若在高山必流向下也如此二極必成大海而赤道為高地以環之乃今赤道與二極皆有海而海面距地心赤道多于二極三十八里未嘗背赤道向極流此必有力攝之若正球不動不當有此力故地球必動此與地形扁圜及地自轉之說俱合其理詳下

凡重物旋行每欲離心名曰離心力試以繩一端繫石手執一端旋舞空中其理自見又試懸桶水于繩旋轉其桶水面必中凹蓋水之諸點皆欲離軸向外行故積于桶之四邊而漸高至離心力與抵力相等而止若



轉漸緩則四邊之水漸降中心之水漸升而凹漸小其水面恆如玻璃無波至轉定而平故設地為正球靜而不動四周有海其深俱等忽令自轉由緩而速至十二時行一周水之諸點生離心力皆欲離軸勢必四面散飛試于雨中轉其繖繖上之水皆四面散飛此其證也然有重力阻之水恆欲離軸而又不能故常離兩極向赤道成凸勢與趨桶邊之理同焉水恆趨赤道令兩極生夾力而當赤道有地心攝力二力相等故水之凸勢不變如此二極必有大地而無水故地形若為扁球而不自轉則水必向二極赤道必有大地若為正球而轉則水必向赤道二極必有大地

海水衝激堤岸漸被消蝕成泥沙石子沉海底察地家攷今所有大洲皆如此蓋陸地被海水蝕盡成泥復積成大洲非一次矣地面陸地無一定之處今所有高地久必壞故地之形狀依等重之理屢變設地球不動則赤道所有大洲必漸壞其質移至二極成正球設地球復動則極上之高地必漸壞其質移至赤道成扁球與今之形同

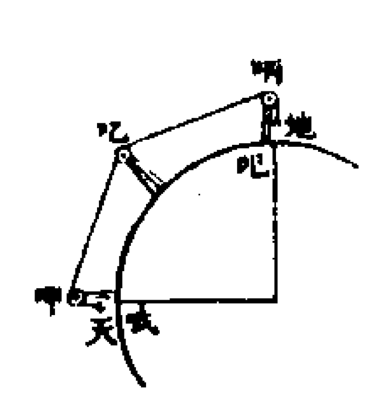
已知地球大小及自轉時分則離心力亦可知赤道上無論何物其離心力為向心力二百八十九分之一赤道上之海水必依此而輕故所居之面高于極上極上無離心

力海水必依此而重故所居之面低于赤道上幾何家曾準此理推之謂地體若各處等重或有一分水或全體皆水自轉二十四小時一周當成此形算數所得與測驗所得約略相近故若能明知地中之質則算與測當無絲毫差也

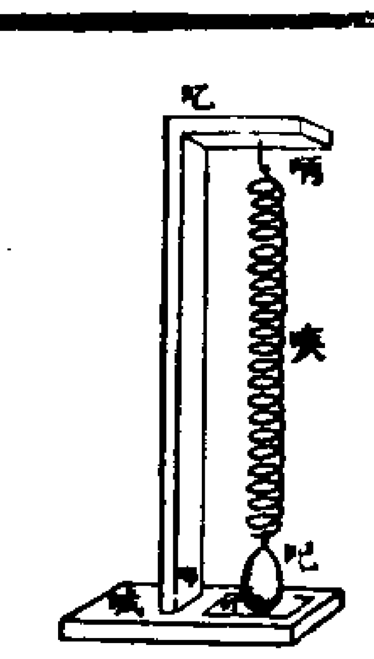
地形扁圓乃地球自轉之明證昔人言地球自轉但用以解每日恆星繞地耳未嘗及此理然已知自轉即可爲扁球之證自轉與球扁理相關如此初奈端用自轉之理推地之形謂當爲扁球時尚未測量也今旣測量而知奈氏之說果不謬

離心力必減地面諸物之重力當赤道上所減最大漸遠赤道漸小至二極而無故凡物南北移置緯度變重力亦變曾于各緯度測其輕重故能定其級數物至二極增重最大比赤道重一百九十四分之一從赤道行至極加重之比若各地緯度正弦冪之比

各緯度測物之輕重不能用天平及秤蓋二器皆用此重測彼重彼重變此重亦變故不能用也假如有物在赤道重一百九十四觔移至極重一百九十五觔若用天平于赤道平之移至極加法碼一觔必偏重不能平矣設有重物懸于赤道如天其索過滑車甲又過滑車乙至北極過滑車丙亦懸以重物如地設此二重在赤道或在北極用天平平之輕重相等則如圖懸之必不能相定地重必向下行若于天重加一百九十四分之一則定矣



故各緯度測物之輕重必用別器一用簧簧力不隨地面而變也如圖甲乙丙爲銅曲尺與底板戊丁連爲一體板內鑲以光面白瑪瑙如丁置板用酒準令極平庚爲螺線簧懸于尺之鈎丙己爲圓體重



物底下須極光先于緯度最大之地懸簧及重物令己丁相距僅一絲復以微重物遞加于己令丁己相切而止乃去微重及己重又輕輕去簧裝于匣內于路須謹愼防護勿令生鏽亦勿動搖至緯度漸小之地再懸簧懸己重并前所加諸微重必不能復切瑪瑙再遞加微重令復切瑪瑙而止則後加微重爲己重前所加微重并簧三重和二地重力之較設螺線簧之力連本體能懸一萬分伸縮一寸不壞則加一分重能加長一萬分寸之一其數易測故不論何處測其重力其差不能過一萬分寸之一此靜重學之理也

一用鐘擺凡同一鐘擺用大小二力擺動之則同時分中擺動之次數不同置于緯度大小二地擺動之亦然因重力有大小也其二力之比若二次數平方之比假如用一擺置赤道上一太陽平日擺動八萬六千四百次移置倫敦擺動八萬六千五百三十五次則赤道與倫敦二處重力之比若八萬六千四百自乘數與八萬六千五百三十五自乘數之比約之若一與一〇〇三一五之比故倫敦有體質十萬觔與赤道上體質十萬零三百十五觔二重力相等此動重學之理也

各緯度用上法細測知赤道與二極重力較數爲一百九十四分之一此與赤道離心力數二百八十九分之一不合二數之較爲重力五百九十分之一蓋地球自轉生離心力離心力令地成扁球扁球變地面之攝力而生此較數攝力雖一而分爲二一直加一傳遞而加直加易推傳加須用幾何精理解之別有專書今略言其理凡物不論離心力但論其重即地之攝力奈端論攝力云諸質點非其向一心乃各點爲餘諸點所攝故地攝地面之物非用一力而用地球中各點所生之諸力也若地爲正球則物不論在地面何處所得攝力皆等因所有諸質點之方向皆相似故也今地爲扁球則地面各點所有諸質點之方

向各不相似則所得攝力亦各不同故設有二等體一在赤道一在極則二體與扁球相關之理大不同球攝此二體其力亦不同測而推其數與說合此乃數學中理之最深者奈端麥祿林格來老諸家俱詳推之從赤道至北極若無離心力當加重五百九十分之一依其數再加離心力則爲一百九十四分之一

地面有恆風爲航海者所必需西人名之曰貿易風此風之生其故有二一地面赤緯度不同受太陽之熱氣亦不同二流質之公理熱則漲大而輕冷則縮小而重準此二故合地球東西自轉即能明此風之理蓋二至圈中間之地太陽恆正照故地面恆熱于他處傳入氣中氣得熱則漲大輕而上升二至圈外南北之冷氣重輒來補之已升之氣高出氣面即分流向二極漸遠赤道漸冷漸降以補前氣向赤道之空如此上下循環流轉不息

續　自二至圈向赤道其空氣之壓力遞減在赤道上風雨表之水銀恆低于温帶五分寸之一乃實據也

地球自轉當赤道之地面最速漸遠赤道漸遲各緯度地面之速率比若各距等圈比當無風時非氣停也乃隨地而轉似氣不動耳近極之氣行至赤道其向東本速遲于近赤道之地面必一若風逆行自東而西故地球若不自

轉則赤道北恆北風其南恆南風今因自轉故北恆東北風南恆東南風也二至圈外之氣若忽移至赤道兩地之速率不同必激成颶風然恆徐徐行沿路爲地面所攝速率漸增若畧停不行則速率驟增必與所停之地面同速蓋包地之氣甚薄見卷一凡人乘輕氣球上升條其積較地球積約僅一億分之一故地面攝之東行甚易其原動力若非恆有新生則易消盡也近赤道距等圈大小之差甚微故風西行之方向漸消至赤道而消盡而南北二風相遇若無他故其方向亦必互相消盡故赤道上應無風左右有二大帶在北者恆東北風在南者恆東南風驗之悉合

或問曰此二大帶之風恆與地面逆行則必磨地面而令地轉漸遲以至于停今地轉不變何也曰赤道上面之氣流向二極其向東速于各緯度地面故降至地面在北爲西南風在南爲西北風則必磨地面令地轉漸速與前恰相消故地轉不變溫帶中多西風西南風大西洋之北恆有西風皆其證也

續大緯度帶內緯較不甚多之兩緯圈已大不同設有故而使北半球數方度內之空氣自北極移向赤道而行人在近赤道之帶內必初覺有風正自北極來繼必漸改至自東來此因初來之風自相近處所來其轉速與人所在處相同故略無向西行後來之風自漸北之緯度所來其轉速小於人所在之處故漸後於人所在處地面之東行而人漸覺爲東風也因此初有北風不能久存必漸改而東其方向由子而丑而寅也風若自赤道向極則方向之漸變相反初爲南風漸變向西其方向由午而未而申也南半球之空氣與此同理而各相反故在二至圈內之帶其風之方向漸變恆有一定而同於太陽繞行之方向以測候學之據推之亦確合故可無疑也

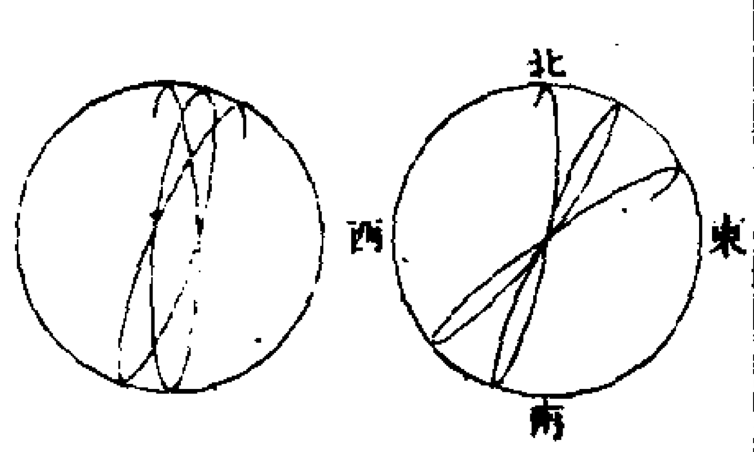
最大之颶風吹掃地面海面有絕大之力幾與地震相

埒亦爲此之大據蓋颶風之發也緣北半球之某處或陸或海受日熱獨多于周圍故空氣甚熱而成柱上升風雨表即降周圍之空氣速即衝來以補其虛其自東自西所來者同得地面自轉之動各至中心即相遇而直上升其自北來者漸近力即漸小其自東北來者向西之力必漸加其自西北來者向東之力必漸減故其自北來者略總得自東向西之動其自南來者略總得自西向東之動故南北兩風相遇必成圜形繞立軸旋轉而上升其旋轉之方向自北而西而南而東此因地球自轉之故也若地球靜而不自轉則周圍之氣衝來

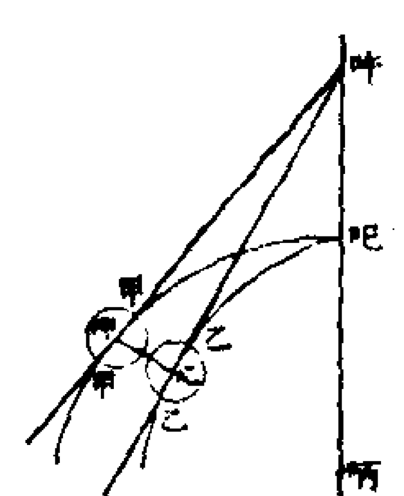
之力相平而同直至中心相遇上升必不能成圈形也其圈形上升而旋轉之方向在北半球者與時辰表針之行相反在南半球者與時辰表針之行相同其圈形所現之風力與所有成其圈形之風力有比遠赤道之處日熱小而所成空氣柱上升之力不能大近赤道之處日熱雖大而地面轉動之較不多所成空氣柱旋轉之力不能大難成圈形故圈形旋轉之力最大者必在遠近之中處攷大西洋中及米利堅國西印度島之西邊印度洋中國南海颶風羊角風之故其廣大而暴猛在兩半球恆相同赤道無此風與上理悉合來特非爾

黎特畢丁登三人攷得此理爲地球自轉之大據也

近時富告得亦攷得與此相似者非地球自轉不能解釋也法以長細鐵線掛重鉛球於屋梁之下球下置平面鐵線下端連棉線合子午線橫引而繫定之將火燒斷棉線則鉛球合子午線移過絕無東西之動細察其動在其下平面之上作多點記其相對之行跡初時專向東西數分時後則行跡已變若在北半球行跡之北端漸向東南端漸向西在南半球則反是其行跡之變數動之後已然惟微而難見耳依動重學之理平面若不動則鉛球之行跡在平面必成直線今乃漸變而行曲線如甲圖其各次行跡之曲線俱相交於中心知平面必有動也設鉛球初動時微有東西動必與此甲圖不合而成諸長橢圓線或橢螺線不交於中心而環繞中心如乙圖其初動偶偏於何方向則行跡之方向隨



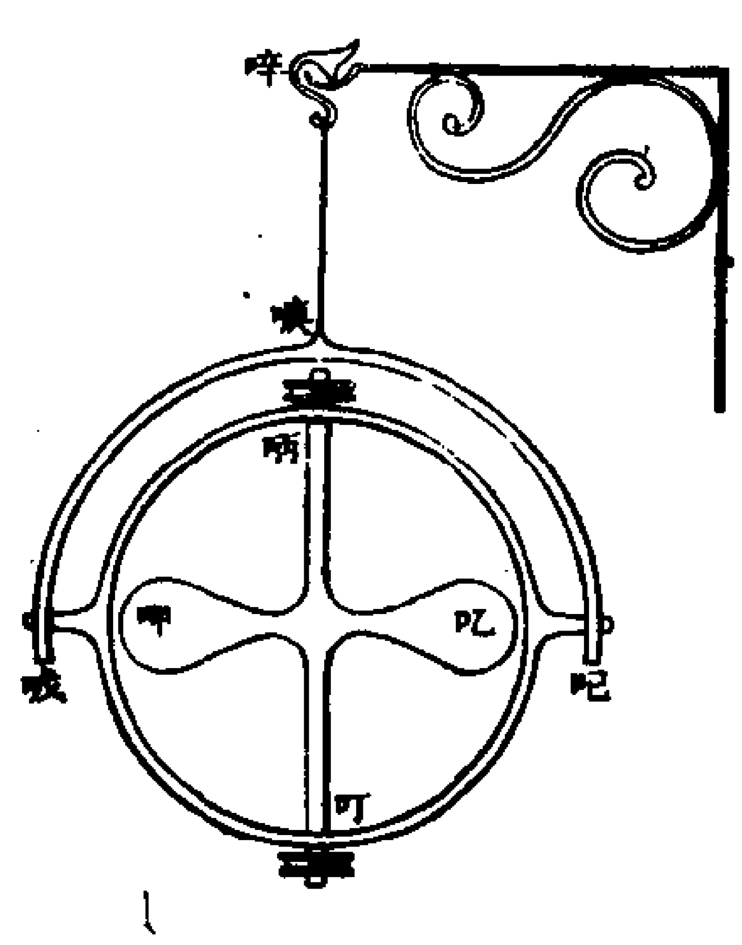
之反之若球之行跡絕不變而球下之平面自北而西逆行則球之行跡在平面上必與甲圖合地球自轉則平面實有如此之動而目不見也蓋地球向東自轉故全平面隨之行過南北兩邊不能平行



同在某時中南邊向東之動必多於北邊其所旋轉之角度與南北二邊移動之較相配也平面適在地球之極則二邊之較最大僅在本處旋轉而不移動平面適在赤道則二邊之較無而絕不旋轉故甲圖之理在緯度大之處更易見也以圖之吧爲北極呐爲地心呐吧吽爲引長之地軸呷叱爲平面在歷一分時所在之二處此時中子午線呷吧已繞吧點過十五分之角而至叱吧其呷叱與地面既爲切面則或在

呷點或在叱點引長其面必遇軸線於吘假設一圓錐形以吘爲頂點以呷叱爲底則一分時中所過之呷吘叱面爲圓錐面之一分而呷叱平面又爲此面內之一分其平面自呷以吘點爲樞環繞而至叱則其經線甲甲必移至乙乙成呷吘叱角也故在地球之兩極則其角最大因原平面以中心旋轉也在赤道則其角小至無因圓錐形之頂點無窮遠也

富告得剏造之環繞器亦可徵地球之自轉凡體環繞其軸而自轉有不肯改其自轉面之性如無外力强動之則可久存其方位而不改如圖呷叱爲銅圓板之剖



面內心薄而外邊甚厚呐叮爲軸定於板之中心而正交兩端在銅環之小孔內能旋轉銅環外又有二樞與軸孔之方向正交此二樞在半環戒嘆吧兩端之二孔內半環中點嘆繫以不能絞之絲線上繫活鉤鉤於鋼架端之碼磁小杯內造此器之工宜極精必面阻力極小且能眞相定乃使其圓板速旋轉而任其自轉板重而旋轉極速則可久轉不停而方向久不改故可徵地球之自轉也蓋其樞與掛點絕無面阻力不能改其旋轉之平面故轉軸呐叮之方向可久不改而久平行假如在某時呐叮軸指某恆星若以地爲不自轉而恆星繞地行動則少頃之後其星必已在軸所指之點之前而軸與地之方向則絕不改若以地爲自轉而恆星不動則星必久對軸所指之點而軸與地面之方向則少頃之後而已覺其改圓板之旋轉若能一日夜不停則軸能指定恆星在地平之上下行成一周以此徵地球之自轉更無疑義矣

若能使其圓板之軸不離與地平有定度之平面如正

合地面或合經線之面則依動重學之理得圓板旋轉與地球自轉之幷力此理詳於卜爲勒所撰咸豐五年四月英國天學公會之月册兹姑不論惟此器速轉之時其轉軸有不肯改方向之性甚大可用簡法明之將二尺徑之地球自其架取出雙手執其銅環使銅環與地面平行另使人速轉其球若不改其軸之方向則手中覺其重與不轉之時同若改其軸之方向無論依地平面或立平面或斜平面皆覺其球現不肯動之大力與球不轉時大異似球爲活物欲自手中躍出者又似有小牲在球內現力者又似球不以重心而掛者也又

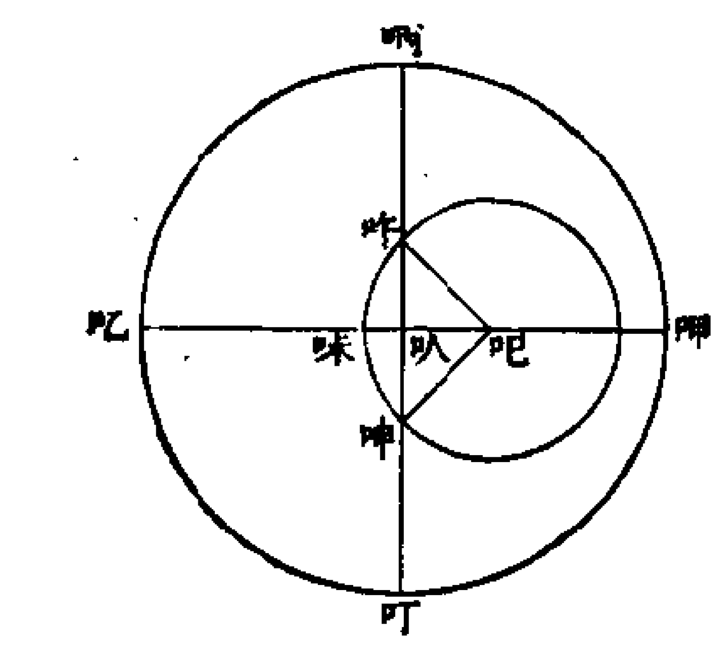
將球速轉而用手扶其銅環使直立而輥於地面則覺其球不肯直行必扶之始能循直線而行也若將環直立而合地球之子午線軸合地平使球旋轉合視天繞行之方向以二指輕夾環之頂使輥向北則必覺球漸向東而環在地面行之跡與時辰表針之轉相合使輥向南則其跡與時辰針之轉相反在上向下視之似球之軸上升之端隨地球自轉而動者

欲作地球或地圖當詳攷陸海之界限大洲羣島之位置山脈河流之方向城郭部落之形勢而尤當知各處之經緯度知緯度則知各處之距極與赤道知經度則知各處

所居之午線

定球上每處之位置其緯度乃本處午線上距赤道之度分亦即極出地之度分然地爲扁球故緯度不過用以測量與地之形像不合作地圖無論全體或一段當知緯度之較同里數未必同也

用三角法測地面之形狀先當細定各地之緯度舊法用天頂尺測過子午圈時近天頂之星其星之赤緯可檢表而知故名測量之基星近法用一器略如子午儀而鏡之轉面不與子午圈合而與卯酉圈合如圖甲丙乙丁爲地平上天空半球已爲極人爲天頂甲乙爲子午圈丙丁爲卯酉圈午未申爲星一日之道過子午圈時星在未距極巳未略大于天頂距極度巳人星過卯酉圈在午申二點若器極準則恰當遠鏡中間之界線上詳前卷子午儀條二次至界線中間之時分即過午未申度之時分故知



時分即知極上午巳申角即午未申弧度也巳知午巳申角或午巳未半角及星距極巳午用午人巳正弧三角推之可得天頂距極度巳人即本地餘緯也此法之妙有三

緯度之弧不須測可免察度細分之差一也午未申弧較其矢未人甚大未人即本地天頂與星二緯度之較是測大而知小故午未申即有大差未人之差必甚小二也此器測天有器差可不論反鏡測之即相消三也

定各地之緯度易定各地之經度難假如二地同在一子午圈內則所見各星道交地面之角與地面割星道所分上下二分及高度兩地俱不同若二地同在一距等圈內則所見各星道交地面之角與地面割星道所分上下二分及高度兩地俱同故曰定緯度易定經度難也然二地緯度同同時測天所見半天球必不能相同假如二地同

在赤道上相去一象限同時中在東之地見一星在天頂則在西之地必見此星初出地平歷六小時方至天頂也故若能知此地星過子午圈與彼地星過子午圈二時之較即知二地之經度較假如星過甲地子午圈後歷一小時過乙地子午圈一小時當弧線十五度即知乙地在甲地西十五度也

欲明測定經度法當先知統地球之公時及各地之星時取黃道之一點為時之元點推日平行距元點若干度分得若干日時名分點時乃地球之公時也春分在子午圈為○刻○分○秒乃各地之星時也西國有恆星鐘表春

分在子午圈為針之始各星距分點俱有一定度分歷家時測大星以攷恆星鐘表有微差即改之故各地之恆星時無纖毫差也設有二人于甲乙二地各測大星以正恆星表令二分至子午圈時表針正指○刻○分○秒乃取二表並置一處視其二時之較即星自甲子午圈至乙子午圈之時分化為度分即兩地經度較也

鐘表有擺遷移震動必生差而海船所用之度時表獨不生差故莫如以度時表與甲地恆星表較其時攜至乙地復與乙地恆星表較其時即得二恆星表之時較測經度之法無妙于此者

假如在甲地分點至子午圈時令度時表針指○刻○分○秒西行歷二十四恆星小時過十五度至乙則度時表之針仍行至○時而分點仍在甲地子午圈上必再歷一小時方至乙地子午圈然表之針已不指○時而指一時矣是度時表之時必先天也若東行則必後天

設人向西行繞地一周復至本處則計月日必少一日如至日實初二必誤為初一也蓋所謂晝夜者因日出入而生實則因地球自轉而生也地自轉人隨之而轉歷明暗二界而成一晝夜轉若干周即有若干晝夜若人繞地一周與地自轉方向同則較地必多轉一周與地自轉方向

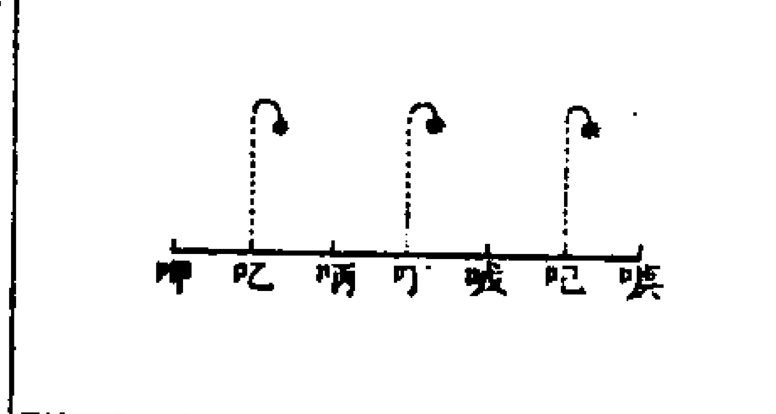
逆則較地必少轉一周多轉一周必多一日少轉一周必少一日又方向與地轉同所得晝夜必短于眞晝夜與地轉逆所得晝夜必長于眞晝夜所以二地同在一子午圈上緯度遠者其歷書或差一日蓋其民古時一自東而來一自西而來二地之民偶相會見始知也若統地面用黃道時即無此差矣

度時表雖極精然遠行日久或偶有差不能知則亦未足憑或用數表比勘可令差畧小然貲太費且亦不能消盡故測定經度用通標更妙于度時表何謂通標甲乙二地俱建星臺可互相望見各以法測定本處之時正其鐘表

甲地驗鐘表至某時即發標以報乙地乙地即驗鐘表察二地之時差即知二地之經度較如甲地之針指極星時五小時乙地之針指極星時五小時四分則兩地之時較爲四分化爲度分得一度即兩地之經度較或累次測時連發標以相比勘則鐘表之差可消盡更妙也標或用花爆當憑地勢而異令彼此可望見海面距四百三四十里放花爆能見有山之地以瓢貯火藥發于山頂望見之地更遠有時火光上照雲則望見之地更遠今用電氣通標無論遠近俱能比勘鐘表之時則更精矣

續咸豐四年用此法測固林爲志與巴黎斯經度之較二十九次其最差之一次所差者約四分秒之一

無電氣通標之處兩地中間另取一地發標令兩地皆見之或兩地中間取相連數地相間發標則兩地相去任何遠任有何阻隔俱能比勘鐘表時亦妙法也如圖甲人爲最遠二地中間取乙丙丁戊已五地



乙地于某時放花爆甲丙二地各驗度時表丁地于某時又放花爆丙戊二地各驗度時表已地于某時又放花爆戊人二地各驗度時表則甲丙二地之時差望乙標而定丙戊二地之時差望丁標而定戊人二地之時差望已標而定并三時差即得甲人二地之時差乙丁已三地以次發標每次遲早相去不及一刻表差不大又累次連發則得數之差可消去

用奔星代發標最妙奔星自發至隱歷時無幾二地雖極遠可同見立秋後二三兩夜立冬後五六兩夜奔星最多二地可預期約同測之

指南針有時忽自動偏而復正數萬里內皆同時而動或統地球皆同亦未可知今諸國常觀針候之若果同用以測經度差法無妙于此者

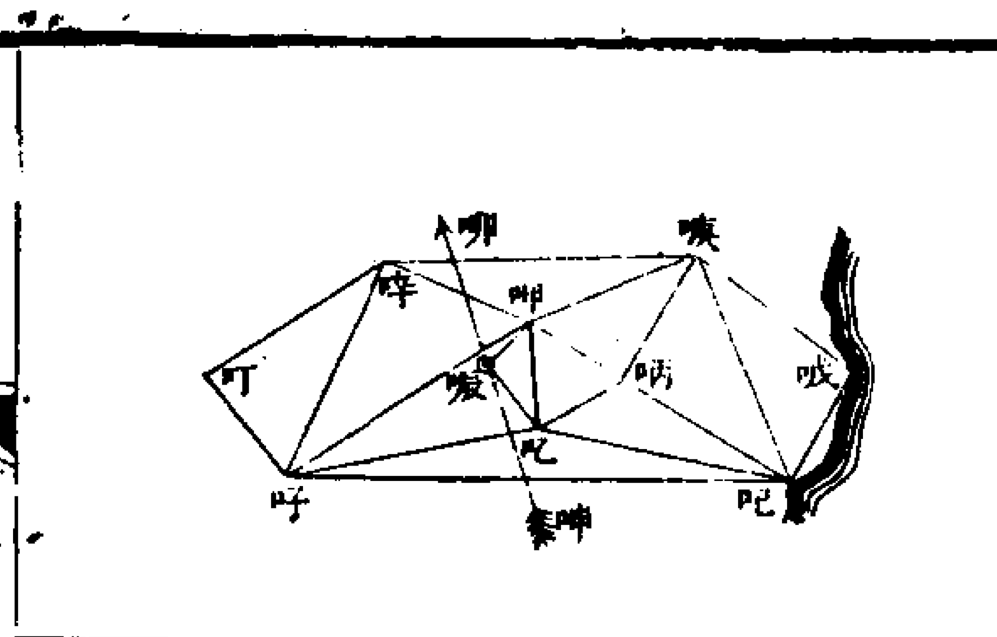
木星月蝕半地球同見之乃自然之標也此事臺官已預推得一定之時故不必多地多人但一人于一地測之即能知本地之經度也然此法非最密又海船搖盪測亦不便

測月離亦可以定各地經度月之動法甚繁今不細論略以其理淺言之譬如有時表其針恆指京師之時則無論何處已測知本地之時與此表之時相較即可知本地經度又設此表面其周記分秒之刻識非勻分且表針之軸又不在中心而針之轉又非平速則欲知表之時當先知三事一表周時分當先測定造立成以記之二針軸距中心若干三表內之巧機以定逐時速率知何時何分當轉

若干度知此三事方能知此表所指之時夫天空界時表之面也諸恆星表面分秒之刻識也月表之針也月繞橢員之一心是針軸不在中心也月行有遲速是針不以平速轉也月行之差甚繁其根之理極深妙卽表中之機巧也月一月約行一周行時或掩星或出二星之間不論何時可用紀限儀測之如用規尺量表面之針也又月甚近地星甚遠地人在地面見月行于星中之道各處不同所謂里差當以地心所見月道爲準各地須推其差角而加減之此譬針不貼表面相離甚遠人立于旁側視則見針所指必生大差須知已目視線之方向而推正之方得[illegible]

時也有表如此用之甚難然憑此表能知至難知之事則實爲至寶當殫心竭力以攷察上所言諸事矣猶之月離可憑之定經度故不憚詳攷其行法列爲表細載某月某日某時某分某秒月離何處經緯度各若干又詳攷各處月道之里差以近月道諸星距月各地之角差列爲表從此無論或居陸地或在海中但測月距表中諸星之度又知本處之時卽知各處星臺距本地之經度

準上諸法則一切要地之經緯度可定中間之地可細測量以作圖令量地之法最便捷法分大地面爲諸三角形令諸角俱可彼此相望用地平尺測其角先用法測定一邊爲三角底底約以六十里爲率不可太長底之二端爲測量處須擇極平之地用金版鑲于太平石內而精測其

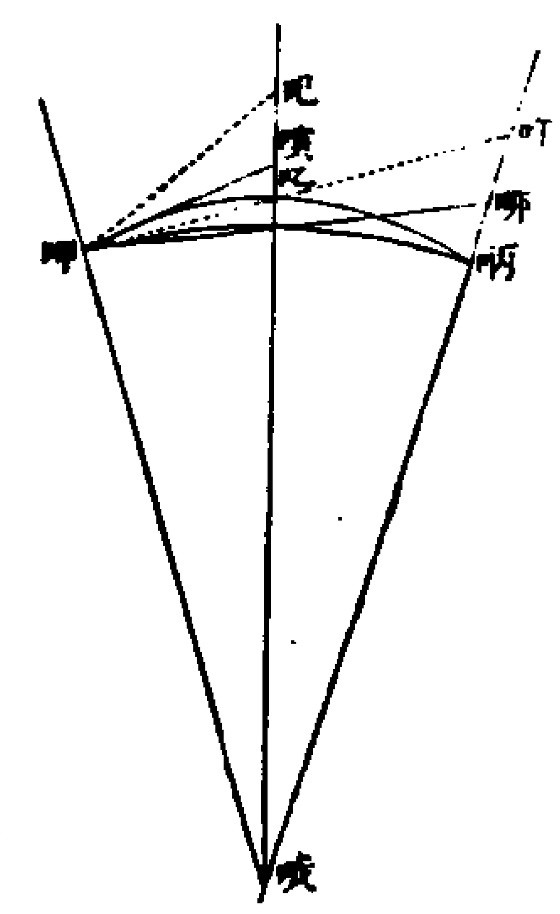


底長既確準乃各作點于金版上次測其底交午線之角度次測二端之經緯度依此連作三角形如圖甲乙爲底辰丙爲地面二點甲乙俱能望見之辰點最近底有星臺便測也丁戊已庚辛子爲地面附近各點已測定甲乙丙三角形之底甲乙及其三角則甲丙乙丙二邊亦可知復以二邊爲甲丙庚乙丙已

二三角形之二底各測定其角則二形之餘邊甲庚丙庚丙已乙已皆可知復以丙庚丙已爲庚丙已三角形之二邊測定庚丙已角則餘邊庚已亦可知餘倣此可推無數三角形以作一國或一洲全地圖

右法有二要須知一當擇地令三角略相等如子乙巳形從乙子二點測定巳點大不便因巳角太鋭故測子角之度若小差則乙巳線上之巳點必大差所以三角若大不等不適于用也能免此病則測與量無大異故愈遠第一三角形可愈用大邊爲底如庚已庚辛辛子三邊是也後測所得地面漸大于初測所得地面則分一國之地爲諸

三角形亦不甚繁大約其邊自三百里至九百里俱可諸大邊已測定可更分爲諸小形而細測之若欲作圖極細可分至最小形令一人可測則作圖最密矣二諸三角形非平面皆弧三角也小形之邊四十五至六十里不甚覺

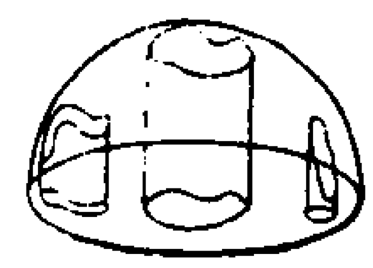


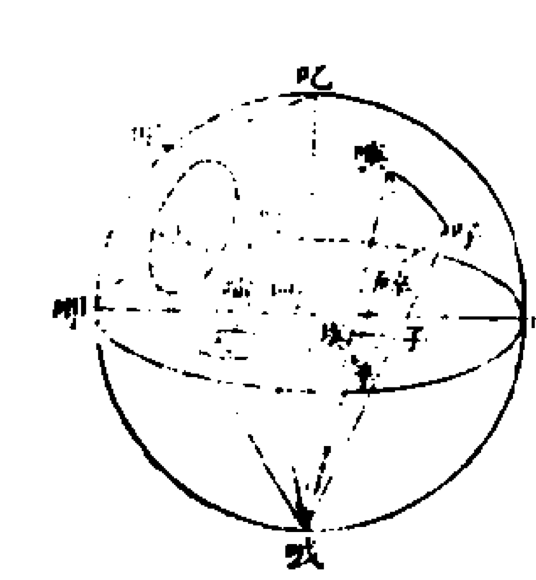
若大形不能作平算也如圖戊爲地心甲乙丙爲球面三點甲巳午爲戊甲戊乙巳戊丙午引長三半徑之三點若于甲點置地平尺極正無差則地平環之

軸必指戊而其面與甲點之切線合割戊乙巳戊丙午二半徑引長線于寅卯二點轉遠鏡先對巳後對午視地平環上之度不得巳甲午角而得地平經寅甲卯角即弧三角形之乙甲丙角故凡測地面所得三角之和必大于一百八十度若平三角則止一百八十度不當有餘度也此地形爲球之證地面高卑不一各處以海面爲準

作地圖乃于平面畫球面悉依視法有處當大有處當小與地面之眞大小比例俱不合作圖有三法一曰簡平儀法如圖以球腰之平面爲準于半球面各點作線正交此平面憑之作圖此如遠見球之半近中心則與眞形合漸近地則漸變狹而不合故此法可作地面小分圖若作大分圖不甚妙也

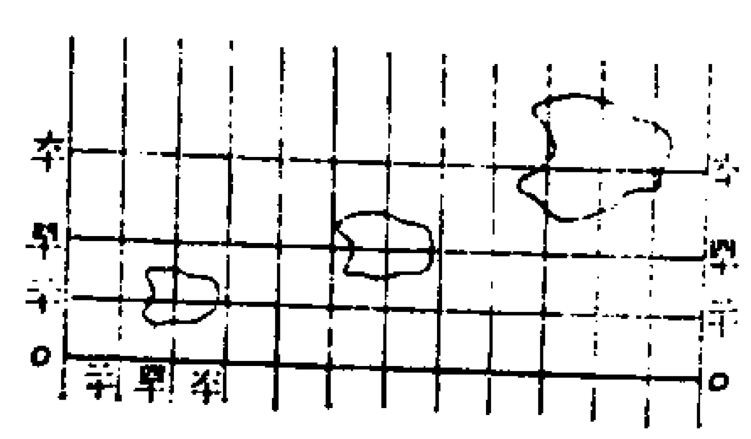
二曰渾蓋通憲法如圖亦以球腰之





平面甲丁巳爲準甲乙巳半球面之物各點俱作線至對半球之中點戊取過平面諸點憑之作圖如庚辛子三角形爲庚辛子三角形天員面爲天員面而甲乙巳半圓線爲甲丙巳直線此法如人目在戊點窺半球之凹面球面

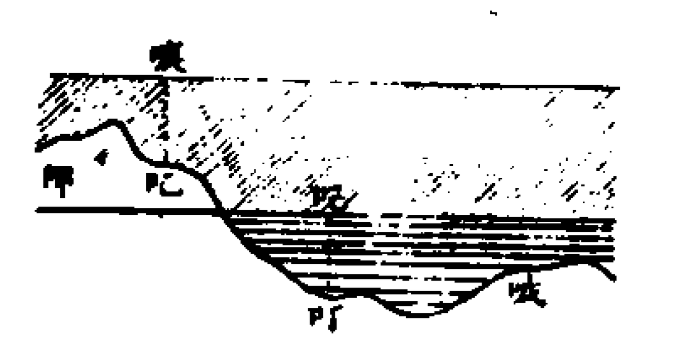
之形在平面俱略相似無大差勝于簡平儀法三曰墨加禱人名法乃以意造之以赤道爲直線諸經線正交赤道皆爲直線經緯度大小俱同此法亦可作地面小分圖而大分不合愈近極愈不合也



又法其理甚簡知某地面或某星之經緯度則易畫於

圖內或覲圖內之某地面或某星亦易知其經緯度法以半徑平分九十分每分各爲距極之度作同心諸圈過其各分爲緯度圈作各半徑爲經度圈此法作地圖則不同處而等面積者在圖內之比例畧合且較諸册法更近于眞形雖作多于半球之圖其差亦不過大也哲密司設新法可作三分球之二之圖亦能如此又法圖面各相等之面積與球面各相等之面積相配有時用此爲便（侯失勒在好望角測天記內第十一圖用此法顯星圖之位置）法依任何比例取正弦之三十分與一度與一度三十分至於四十五度爲半徑同以一點爲心作圓線可爲一度與二度與三度距於九十度之各緯度圈也

于球面畫大圈及海可平分全地球爲二諸大洲在半球諸洋在其半球英京倫敦約居諸大洲半球之中如是分球爲天學中之要事蓋準此知地兩半球之質輕重不等也土質重于水則大洲半球當重于洋面半球今仍相定與常例若不合然此必別有理須深思之後卷論地與擠圓球應得之輕重不合可與此事互相證明欲詳知地球土面當細測陸地各處高于海面若干海底各處低于海面若干海底之深淺于海船沉錘測之陸地之高卑用三角法測之或用風雨針測之視水銀升降即知氣厚薄此與沉錘之理同蓋一用實繩測海底距海面若干一用虛繩測地面距氣面若干也假使地球四周非氣包之而有油包之如甲乙丙丁戊爲積土甲乙丙一段出水面成洲島丙丁戊一段在水下爲海底已丙爲水面庚爲油面設欲測海底任一點丁之深淺法于已沉錘至丁量其繩即知距海面若干也設欲測陸地乙點之高卑則用繩繫一物上浮油面如庚復于丙點上浮一物二繩之較即乙距海面也今地外所包者爲氣無



從測其面亦不能浮物然凡兩地距海面等則氣之輕重亦等是無面而有面之理設任取地面一點乙欲知其高卑視風雨針水銀高若干則知乙之上面有若干氣壓之依重學之理即知乙距海面若干高也

上法二地相去不甚遠則可用之若太遠則不合蓋地面有常風令氣層不平與地之高卑相似故有地水銀高于常度而南北海水銀低于常度一寸蓋各處氣俱輕故此處獨重也

續

在急流小河之底有凸出之石水面必成常浪故知流質之面常有高低之狀非奇事也

既測定各地高卑分爲數層各作虛線聯之以海灘爲最下一層最高山頂爲上一層設海盡包陸地極高山頂亦在水中則于水面用垂線測之最高山頂爲最短之線最深壑底爲最長之線是原陸山嶺爲水淺諸層而江湖川瀆爲水深諸層也

近察地家言各大洲若平其山谷改爲大平原則亞西亞高于海面一千一百二十一尺歐羅巴高于海面六百六十一尺北亞墨利加七百三十七尺南亞墨利加一千一百三十五尺

談天卷四終

談天卷五

英國侯失勒原本
英國　偉烈亞力　口譯
海寧　李善蘭　刪述
無錫　徐建寅　續述

天圖

測定天空諸曜相距之方向并遠近作圖或球顯其象作表詳其度分較作地球圖表尤易

天空諸星俱可取爲本點而用三角形求他星相距之度與地面之理同推蒙氣差求得眞度方可著于圖表又與地面之山嶺城郭同而安坐一處可盡測半球則較測地面更易也又有簡法因地球自轉測各星過本地子午圈而準赤道推其經緯度即能一一定某星在天球某點甚密也蓋天球每一點之經緯度與地球每一處之經緯度理無異知星之經緯度能定其星于天球面猶之知某城之經緯度即能定其城于地球面也而用子午圈測星較弧三角法其便有四各星至子午圈高弧最大蒙氣最輕一也測器爲子午儀子午環器差最微二也無論角之銳鈍俱甚便三也用此法測得之數即可著于表不似三角法須推算四也故今天文家恆用此法

欲知星之經度但用子午儀測其過子午圈驗恆星鐘表

之時刻即得地面可任取一處爲經度所起則作天圖亦可任取一星爲原點不必從春分起也準原點以測時角有時之較即知他星之經度測諸較有微差當正之方得眞經度法詳後

欲知星之緯度有二法一用牆環或子午環測星過子午圈時之高弧準本地緯度即知星之緯度一用牆環測星之距極數見卷三與九十度相減即星之緯度去其蒙氣差方得眞緯度既得諸曜之經緯度即可作圖與球

天空諸曜有時時變其處者月之變最速其次爲日其次爲諸行星而恆星則相與之方位恆不變然詳攷歷代測望簿亦有數星小變其處是謂恆星之自動然其動甚遲作不動論亦可故諸曜分爲二類恆星類不變日月行星其餘皆歸行星類時時變作天圖者于圖或球識天空諸曜之處又識天球之極爲天之不動處即地軸諸平行線之合點又識二分點及赤道之處極點分點及赤道爲虛點虛圈非有星顯之也地軸變則亦隨之變憑之測最便故作球與圖恆識之最妙者造同心大小數天球最外者識諸心于上餘識便測望之諸點與圈當知此諸球任相磨而轉因地軸或他故緩緩變則此諸點及圈與歷代所測之星簿皆合而星之小變不足異其故可攷矣

談天五　天圖　二

天空中人人能知者爲天河天河約略成天空大圈一帶中分爲二道後復合爲一自古至今其形狀不變近代用遠鏡測之見爲無數小星相聚而成

黃道十二宮之星爲日月諸行星之所經故當論列之設欲于諸星中測日月與諸行星之道當屢測各曜與諸星相近之度作線聯之即成本星道一似航海者日作海中所行之路圖也日道爲球上一大圈即黃道也與赤道相交于二點即春秋分點其交角爲二十三度二十八分太陽自南向北之點爲春分自北向南之點爲秋分也諸行星之道亦周于天球但不若日道之爲大圈而成螺線之一種又易其處即易其速率與日同者惟皆自西而東也諸行星道恆在黃道兩邊最遠不過八九度火木二道間有數小星不在此例然其體甚微故不論又恆變自古至今黃道相近一帶中各點俱曾經過故其道不能著于圖行星之動法最繁因我所居之地亦動故也設居日面觀諸行星則不若是之繁矣蓋居日面觀諸行星動與居地面觀日動無異也是以測日躔爲最要其益非一事而已也攷定其行法準之即可攷諸星之行法

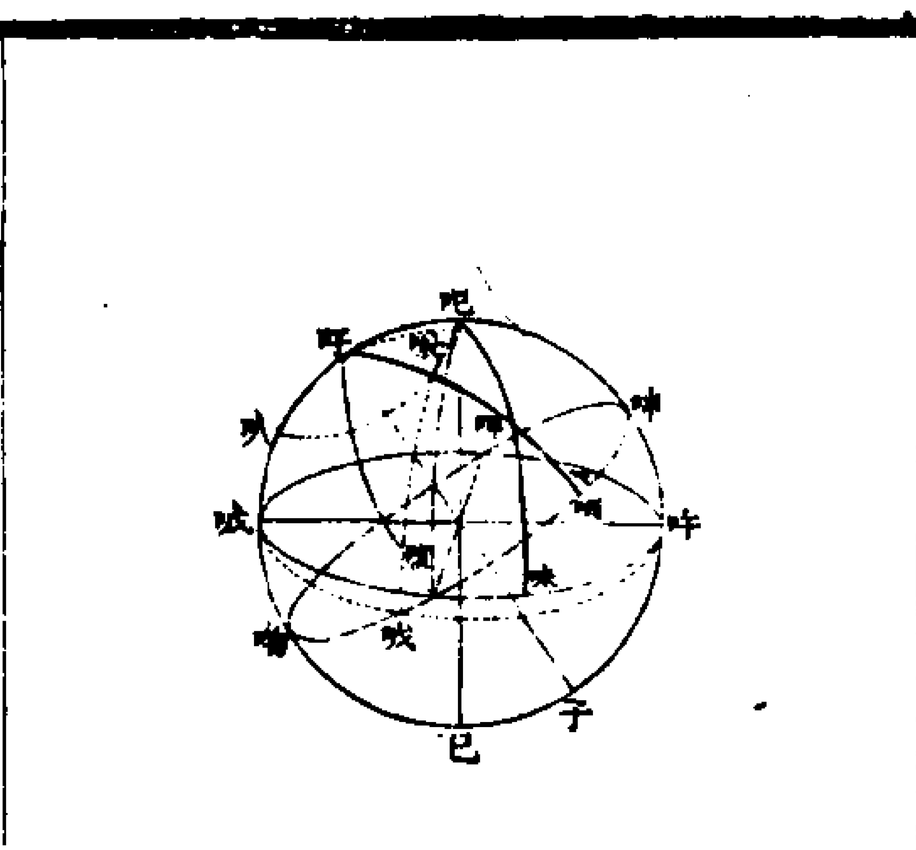
黃道爲日之視道見日行黃道一周爲一歲歲實三百六十五日六小時九分九秒六此太陽時之數若恆星時則

談天五　天圖　三

爲三百六十六日六小時九分九秒六之二時之異蓋由每日見太陽與星皆向西行而一年見太陽于黃道則向東行卽如太陽西行遲于諸星每日約一度歷一年則見太陽繞地較諸星少一周而太陽時較恆星時少一日也故恆星時與太陽時之比若一〇〇二七三七九一與一之比以此二數測時猶之以二國之尺度物既有定率則便于用也

攷古今測望簿知黃道有小變其故詳後卷但其變甚緩若數百年中作不變論可也

黃道之二極爲球上相對二點距黃道四面俱九十度黃赤二極相距如黃赤交角亦二十三度二十八分名曰黃



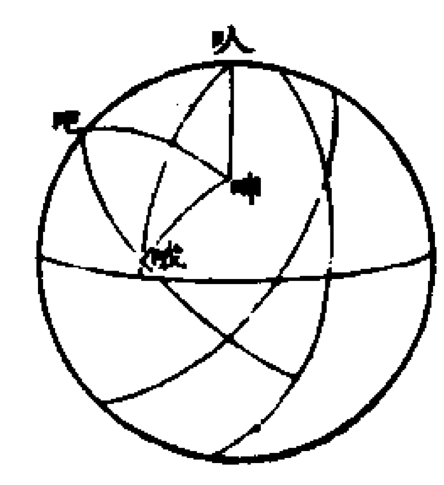
斜度如圖巳己爲南北二極凡單言極皆指赤極後倣此戊甲午亥爲赤道子予爲二黃極亥申甲物爲黃道午亥申角與巳子申午二弧度俱相等爲黃斜度亥爲春分點甲爲秋分點申物俱爲黃道距赤道最遠點名二至點申在黃道最北爲夏至物在最南爲冬至也過黃赤兩極之大圈戊子巳午子巳名二至經圈過二分之子午圈巳亥己甲名二分經圈準從黃極過諸星之線亦可推諸星之方位理與赤道同此諸線名曰黃經圈黃經圈上星距黃道度分名黃緯度本經圈距春分度分名黃經度如前圖天爲星巳天未爲過星之赤經圈子天酉爲過星之黃經圈亥未爲星之赤經度未天爲赤緯度亥酉爲星之黃經度酉天爲黃緯度黃道在天球如赤道在地球黃道在諸星中間方位永不變如赤道在地面方位永不變也詳見後卷

知星之赤道經緯度卽可推得黃道經緯度反之亦然如上圖戊子巳午爲二至經圈距春分亥俱九十度亥點卽爲二至圈之極故若知赤經度亥未則亦知戊未卽戊巳

未角亦卽子巳天角今設有弧三角形子巳天已知巳子弧卽黃斜度亦知巳天弧卽星距極亦卽赤緯未天之餘度又知子巳天角依三角法可推得餘邊子天及子天二角夫子天弧卽黃緯酉天之餘度而巳子天角卽申子酉角爲黃經酉亥之餘度是知赤經緯卽可推黃經緯也若先知黃經緯亦可反推之此題在天文中其用最廣

設欲知某時黃道交地平之二點及黃平象限卽高弧最大之點也及此點距分點之度當準天頂及黃赤二極所成之弧三角形推之如圖人爲天頂卽地平之極巳爲赤極戊爲黃極設有恆星時又有黃極赤經度十八時卽亦

知人巳戌時角推黃道所在取人巳戌三角形有巳人弧即天頂赤緯餘度有巳戌弧即黃赤二極距度二十三度



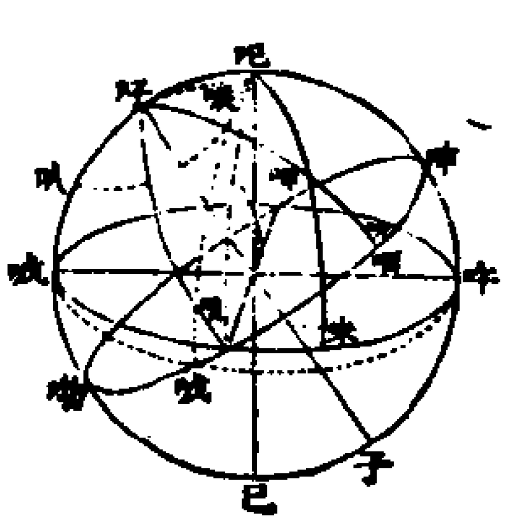
二十八分有人巳戌角即黃極距午度也依三角法推得人戌弧等于黃平象限之高弧又得巳人戌角為黃極地平經度以加減九十度即得黃道交地平二點之地平經度又推得巳戌人角其餘度即黃平象限之黃經度設欲知星之黃赤二經交角以申為星用巳申戌三角形推之巳有巳申巳戌二弧亦有申巳戌角為星之赤經與二至經線之交角依法可推得巳申戌角即所求之角也

既測得諸星中間之黃道亦可知此時春分點亥見黃道之二極條之圖所在此點為赤道經度所起為最要點攷歷代測簿知此點時時移動以平速行于黃道自東至西以諸曜每日西行言之則分點恆速于星以東行言之則分點每歲退行五十秒一名歲差雖甚微然積久則大亦天學中一不便事因星表恆須改造故也最古之星表與今星表相較二分點退至三十度今推得二萬五千八百六十八年

行于黃道一周

因有歲差故恆星行星經度俱以平速漸變蓋春分點為黃赤經度所起此點退後則無論恆星行星經度必俱變也一若天球自轉于黃道極其一周與每日繞赤道極一周相似諸星經度之變非星自動由原點即春分點退行而然也若任取一恆星為原點則無此變矣置分點不論但觀赤極屢變其處其故自明無論何時用子午環或牆環任測三星用三角形推之能知赤極所在黃道及他圈俱不論細攷之雖二時甚相近其變不能覺然據理一定有變赤極之變法有多端其一略近平速歲差所由生又有諸

不平速章動詳後所由生此二事本于一根俱因地球自轉而生也歲差之動以平速繞行黃極所行平員之半徑為二十三度二十八分自東而西一年行五十秒一歷二萬五千八百六十八年而一周觀極有如是行法即明歲差之故矣如圖赤極已繞黃極子行于小圈巳辰人赤極至辰則赤道戌亥午變成戌戌午距新極辰皆九十度而黃赤交點即春分自亥西行至戌是歲差之理由于赤極繞黃極行于諸星



閒成小圈故天球之轉日日生變而古今所見天球之極恆易其處夫極為地軸諸平行線之合點極既見有如是之行則地軸必有尖錐形動法其端恆指極所行之小圈地軸變全地球與之同變蓋地軸一如鐵條貫地球其兩端在地面永不變方位故從太古至今地面之緯度永不變而海潮升降亦略無少異此軸與球同變之明證也

準歲差理諸恆星與極有漸近者有漸遠者今之極星昔非恆近于極後亦非恆近于極攷最古之星表此星距極十二度今一度二十四分後必近至半度再後必復漸遠而他星為極星後一萬二千年織女大星必為極星最近時距極五度

埃及客塞之地有石築四方大尖堆九其築時迄今約四千年爾時諸星之經度較今少五十五度四十五分推赤極當近右樞相距三度四十四分二十五秒爾時近極諸星中此為最明則必為極星攷客塞地北極出地三十度故此星下過客塞子午圈其高度為二十六度十五分三十五秒近有西士外仕者開此諸尖堆驗之其大者六俱有隧道斜下與地平交角略同一為二十六度四十一分一為二十五度五十五分一為二十六度二分一為二十七度一為二十七度十二分一為二十八度約得中數為二十六度四十七分又阿婆媳地二尖堆其隧道與地平交角一為二十七度五分一為二十六度當時坐諸隧道底能見極星下過子午圈則此諸尖堆蓋為測極星而設非漫然築之也

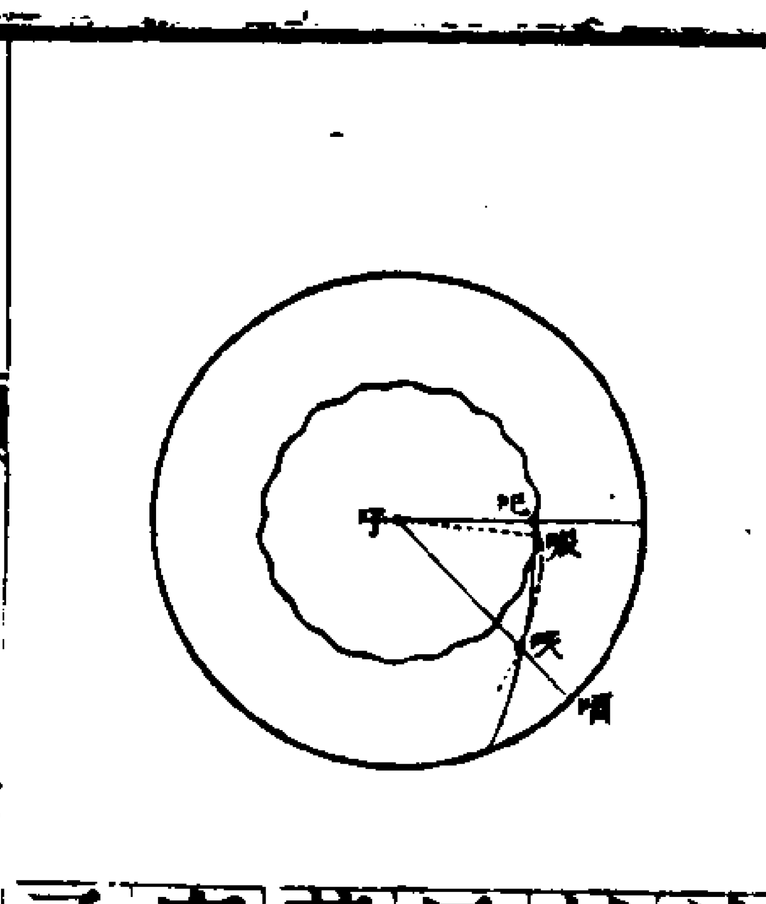
地軸除歲差外別有搖旋之動十九年一周名章動若無歲差則十九年中赤極必行成一小橢圜長徑十八秒五短徑十三秒七四長徑恆向黃極地軸有此動故天空諸星十九年中與赤極必乍近乍遠而分點在黃道必乍進乍退諸星之黃赤二經度必乍加乍減

地軸兼有此二動章動橢圜之長徑一章中依歲差之動

繞黃極行于小圈過若干分此若干分與圈之比若一章與歲差周時之比乃十九倍五十秒一以真數計之設小圈徑為二十三度二十八分則得六分二十秒赤極依此二動而行故其道非正圓亦非橢圜而成浪紋之圈圖見後天空諸曜無論或動或定皆有此二差故不能不云地軸之動蓋若惟恆星有此二差則可云恆星天如硬殼以黃極為心而轉二萬五千八百六十八年而一周又有小動十九年而一終今日月行星俱有此二差則其故舍地軸之動不能解之矣

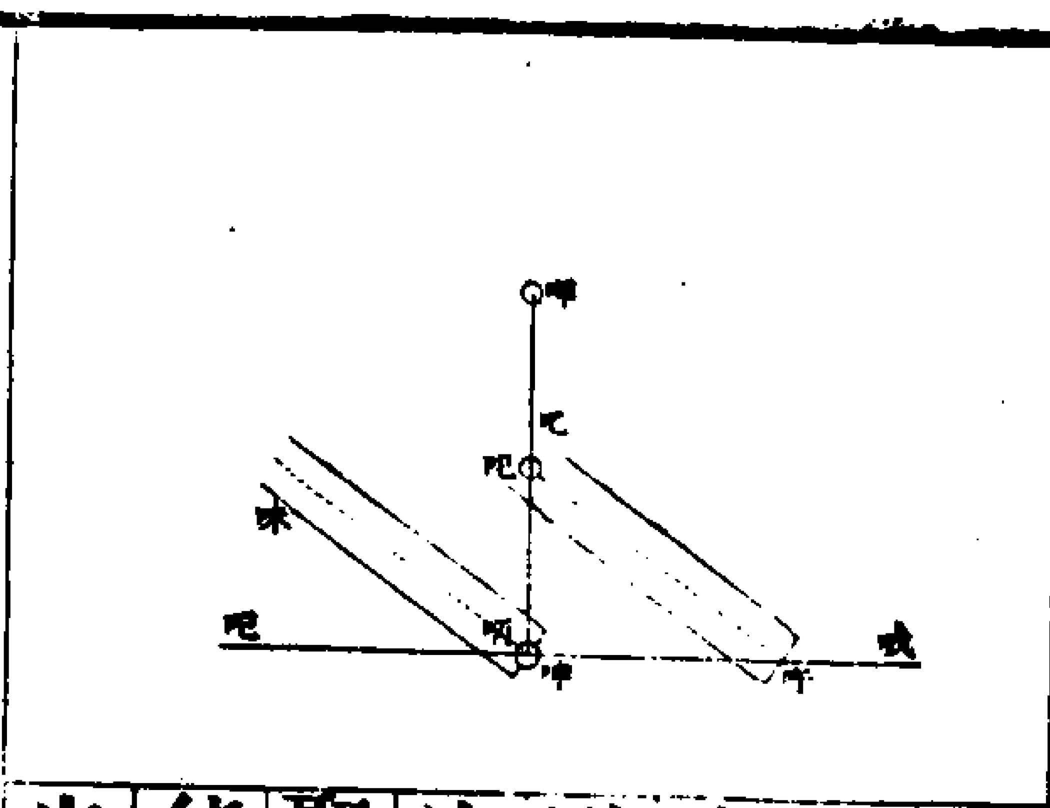
天空諸曜因上二動其方位時時生變故凡言諸曜之經

緯度必當云在某年又當分別平赤經度眞赤經度眞赤
經度者從春分實在之點起算也凡推步皆用一定之元
或用正月初一日或用每十年之第一年或用每百年之
第一年皆推其時之歲差及章動而定其赤經緯度其推



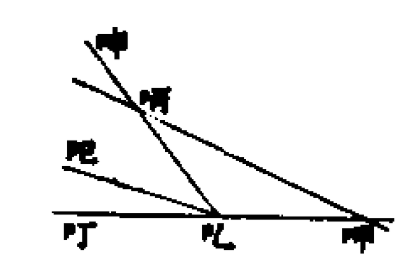
法即前用黃經緯求赤經緯也
試依簡平儀法作圖子爲黃極
巳爲赤極天爲星巳有子巳爲
黃赤大距子天爲星之黃緯餘
度巳子天角爲星之黃經餘度
子天不變餘二數俱因歲差章
動而微變用所變弧角求巳天邊及子巳天角即可定赤
經緯度蓋巳天即赤緯餘度而子巳天角乃赤經加象限
也
歲差之經度與積時比若五十秒一與一年比而無緯度
差故黃赤大距不變章動則兼有經緯度差其數即地軸
所行小橢圜之諸縱橫線也
天算家所用之恆星時以春分點過子午圈爲時之始而
春分點因章動而變則時有加減不平矣章動之差已推
得除去之而時仍不平蓋太陽一年中向西之行比恆星
少一日而分點因逆行二萬五千八百六十八年中多一

日故有平恆星時眞恆星時平太陽時眞太陽時
歲差章動令諸曜同變而相與之方位不變譬若舟在中
流搖動視岸上物俱生變而相與之方位如故也
諸曜又有光行差因地球繞日行甚速而諸曜之光亦有
行法故人視之俱生微差譬如無風時人立雨中雨俱直
下僅着笠而不溼身若疾行向前則必着面一若雨斜入
笠下也又譬如有球從甲下墜斜置巳午筒筒口在乙承
之若筒不動則着巳邊若球至乙時筒向申行筒底自午
至申與球自乙至丙其速率恰相合則球雖直下人視之
一若斜行于筒之軸線也遠鏡與人目亦然無論光或如



浪之來或爲無數細點相聯直射
過物鏡未至聚光點時若鏡中之
交線橫移而聚光點不變則與交
點不能合又過目明角罩未至聚
光點時若目中之腦筋衣橫移而
聚光點不變則與目底之中點不
能合故視物之處不眞即光行差
也今地球繞日行于橢圜道每秒
約五十五里其方向刻刻不同而光行每秒約五十五萬
五千里此二速率之比例雖甚大然非無窮乃若二十秒

五之正切與半徑比也如前圖甲爲星甲巳申爲星之光線巳午爲遠鏡筒斜置之令物鏡之聚光點恰遇銅線交點則巳申與申午比必若光速率與地速率比卽若半徑與二十秒五正切之比也故申巳午角（卽巳申未角）爲遠鏡視軸方向與星眞方向之交角必爲二十秒五若地行方向



與星眞方向非正交理亦合如圖申乙爲星之眞方向甲丙爲遠鏡斜置方向則乙丙與乙甲比若光速率與地速率比亦若半徑與二十秒五正切比準三角理乙丙與乙甲比若乙甲丙之正弦與甲丙乙（卽丙乙巳）之正弦比夫甲丙乙卽光行差角也光行差之正弦與地道及視線交角之正弦有比例故視線與地道正交則光行差最大此事本當詳于後卷因與天圖之理有關故先論之

光行差令諸曜之度俱微移共向天空一點卽本時地行方向諸平行線之合點也地球行于黃道則此點必居黃道面在地球所在經度前九十度卽太陽後九十度故此點刻刻變一年周于黃道若每星論其差則一年必成一小橢圜設地不動必見星在橢圜之中心

諸星之視赤經緯歲差章動外又有此光行差西士白西

勒已造表故求赤道之眞經緯甚便也

凡物發光入我目我方見物然我所見之光非我見時所發之光乃未見前所發之光其光自物至我目中間所行之時卽我見物距物發光之時準地球速率推得光行差而改正之得恆星之眞方向然此方向非發光時地球至星之一直線乃光到時地球至星之一直線也故凡步行星當以星地之距推光行若干時始至地此若干時中地當行若干路星當行若干路乃能得星視行度之全差此差令星行之方向與視行之方向不符其故有二一爲光行差卽上條地行與光行相合而生一爲光道差乃因光行之時星亦行而生（光道差恆并入光行差而合推之）

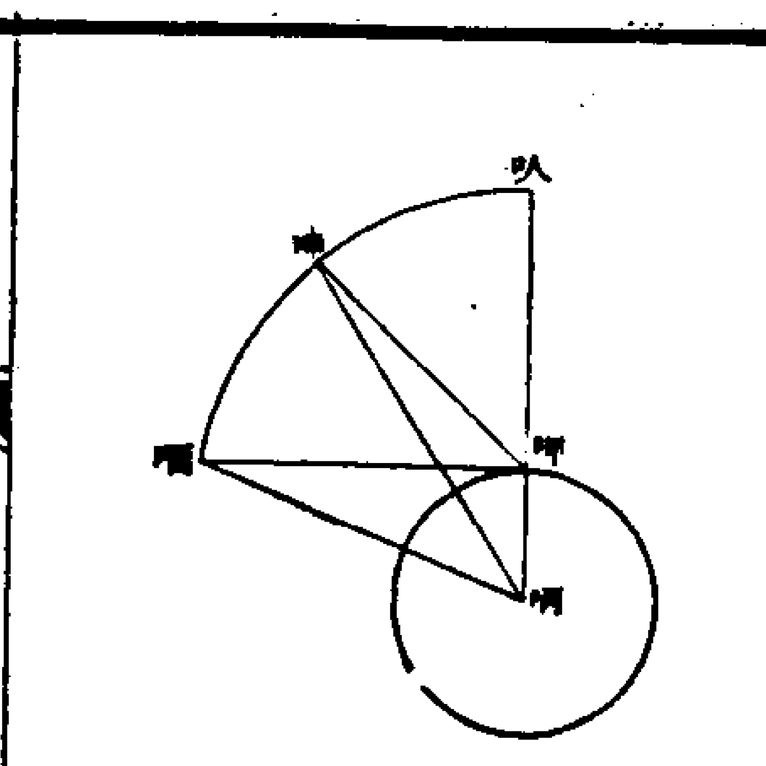
凡用器測天所得之數有五差須改正之方可著于圖或球一蒙氣差二視差三光行差四歲差五章動差以蒙氣差改之則知無蒙氣時星當在何處以視差改之則知從地心視星當在何處以光行差改之則知地不動視星當在何處以歲差章動差改之令天空屢變之赤道改爲一定之赤道凡測天所得無此五改則不能作圖與球故今一一論之

蒙氣差已詳前（卷一）今不論

視差之理如本當從地心視之今乃從地面視之則有地

半徑差又如本當從日心視之今乃從地視之則有黃道半徑差用視差推之卽得從地心或日心所見諸曜之方位

凡已知星地相距卽可知地半徑差若已知地半徑差亦可知星地相距



如申為星丙為地心甲為地面測星處人甲丙為地面甲點之垂線從甲視星之方向為甲申距天頂為人甲申角從丙視星之方向為丙申距天頂為人丙申角二角之較為甲申丙卽地半徑差也準三角法丙申與丙甲比若丙甲申正弦卽人甲申正弦與甲申丙正弦比故地半徑丙甲乘星距天頂度人甲申正弦以星地距丙申約之卽得視差角之正弦是地半徑差與星距天頂度有正比例故諸曜在地平時視差最大欲知諸曜在各高度時之視差以其距天頂正弦乘地平視差卽得甲丙申恆小于人甲申故以視差改正之距天頂度恆變小與蒙氣差之改相反

地半徑差起于天頂點黃道半徑差起于衡日點其差角在過星日地三心之面內改後星距此點之角恆變小卽距日之角變大其推法星日距與地日距比若所見星日距度正弦與黃道半徑差正弦比

諸改法分為二類其一令諸曜相與之方位俱變為實改其一相與之方位不變為法改蒙氣差光行差視差之改皆實改也歲差章動差之改皆法改也

凡實改者諸曜之差皆其向一點如蒙氣差令諸曜皆向天頂點地半徑差令皆向天底點黃道半徑差令皆向太陽心點光行差令皆向地行方向諸平行線之合點改之皆令向對面一點

地半徑差黃道半徑差光行差大小之比皆若距所向點度分正弦之比蒙氣差之理較繁重其比例略近于正切而距所向點九十度其差最大則三者皆同

其改依理之次序一蒙氣差二光行差三地半徑差四黃道半徑差五章動差六歲差然光行差章動差俱甚小幷入歲差而最後改之為便

談天卷五終

談天卷六

英國侯失勒原本

英國 偉烈亞力 口譯
海寧 李善蘭 删述
無錫 徐建寅 續述

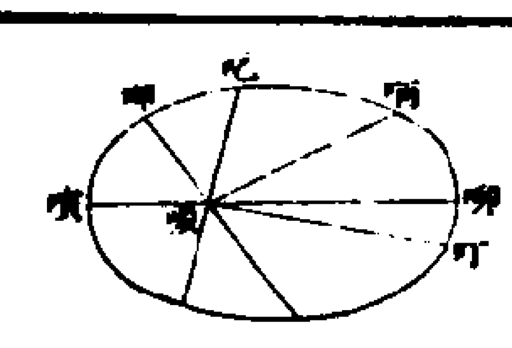
日躔

前論日之視道爲天球面一大圈一歲日行一周準此則地心至日心諸線恆在一面內此面卽名黃道面視黃道日所在爲日躔某宮某度

攷日躔于赤經度其行不平厥故有二一因黃赤斜交故黃經度與赤經度不合一太陽行黃道亦非平速蓋太陽平速每日當行五十九分八秒三三而逐日遲速不等冬至後十日行一度一分九秒九爲最速夏至後十日行五十七分十一秒五爲最遲不獨遲速不等也用量日鏡測太陽大小亦逐日不等冬至後十日視徑最大爲三十二分三十五秒六夏至後十日視徑最小爲三十一分三十一秒日體不能變大小必因距地遠近不同而然是太陽距地遠近逐日不等也凡視物大小與相距遠近有反比例故冬至後十日日距地最近夏至後十日日距地最遠也其比例最遠爲一。〇一六七九中距爲一。〇〇〇〇〇最近爲〇。九八三二一凡距地變小速變大距地變大速變

小

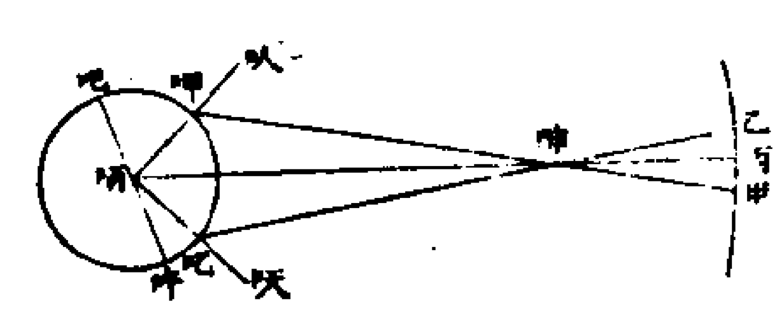
準上條之理設地不動則日道非平圜地亦不在日道中心地心距日道心數名兩心差兩心差與日地中距比若〇。〇一六七九與一。〇〇〇〇〇比今依此試作日道卽顯爲撱圜法取辰點爲地任取一日地距辰甲爲本線次取一年中日地諸距依其方向作辰乙辰丙辰卯辰丁諸線於線端甲乙丙丁諸點作線聯之卽日繞地之道也其道之面長大于廣故不爲平圜而爲撱圜又辰卯大于辰寅故地不居中點而居撱圜之一心定爲撱圜者以法推辰乙辰丙諸距皆與撱圜諸帶徑相合也



日地距以一。〇〇〇〇〇爲中數則最大爲一。〇一六七九最小爲〇。九八三二一日行遲速以一。〇〇〇〇〇爲中數則最大爲一。〇三三八六最小爲〇。九六六七〇故日行遲速最大最小之較倍于距地最大最小之較累測之凡距數大於中數若干則速數小於中數恆倍之距數小於中數若干則速數大於中數亦倍之故知速數與距數之平方有反比例如太陽前日在甲點次日在乙點則辰乙之平方與辰甲之平方比若甲點速率與乙點速率比也餘仿此若太陽以平速行于撱圜則視速率與距地

數必有反比例蓋所行之度分雖同然遠則見小而覺遲近則見大而覺速也今太陽之遲速更大於此比例則其故非獨由於遠近而實另有遲速也其遲速之理刻白爾苦思積久始得之謂日若依橢圜繞地球則日地相連之帶徑必盡經過橢圜之面太陽之行法歷時同帶徑經過之面積亦同時分與所過面積恆有比例如前圖太陽自甲至乙之時與自丙至乙之時比若甲辰乙面積與丁辰丙面積之比也約言之自北極俯視太陽之繞行自西而東與時辰表之針相反黃道非平圜而爲橢圜地不居中點而居橢圜之一心若中距爲一〇〇〇〇〇則兩心差

爲〇〇一六七九中距卽半長徑也故兩心差約爲六十分半長徑之一太陽行法帶徑所過面積與時分比例恆同欲知太陽距地之里數體之大小當用地半徑視差推



之如圖巳甲乙午爲地面丙爲地心申爲日甲乙爲同時二測處甲處見日之方向爲甲申甲如在天空甲點乙處見日之方向爲乙申乙如在天空乙點此二方向之交角爲天空甲乙弧度卽甲申乙角之度甲申丙爲甲點測日之視差乙申丙爲乙點測日之視差故甲申乙爲二視差之和設二人測天一在南半球一在北半球同一子午圈于太陽過子午圈時同測其距天頂度去蒙氣差若太陽之遠與恆星等則二距天頂度之和必等于二赤緯之和如人丙天角卽赤緯之和其較卽二視差之和甲申乙角也既得甲申乙角以二緯度正弦[illegible]加約之得地平視差若二測處子午圈不同亦可但必以太陽至二子午圈中間若干時中距天頂之差改正之求其差或用日躔表或前後數日連測太陽之高度俱可推得之然二處經線愈近則歷時愈小改亦愈小較便也如法測得地平視差八秒六依其數推得日地中距爲二萬三千九百八十四個地半徑約二億七千餘

萬里

已知太陽距地數又測得視徑爲三十二分三秒推其實徑必爲二百五十五萬里故太陽與地球二徑比若一百十一半與一比太陽與地球二體積比若一百三十八萬四千四百七十二與一比

續近時火星衝日近於地球便定其視差末尼格預議使數人屆期測火星與相近諸恆星視赤緯之較由所測求得火星之視差大于舊所設諸行星道當得之視差二十七分之一按此則舊所設諸行星與地道之數俱過大也日之地平視差舊略謂八秒六詳之爲八秒五

七六六今推之當爲八秒九五三日地中距舊謂二億七千餘萬里今推之當爲二億六千餘萬里近時富告測光行速率所得之數與此略合故知格致各學彼此相需而顯明也此所謂之數不特小于費皂所得之數亦小于常用之數（卷十光行之理條）五萬五千里依光行地道全徑之路歷時一刻一分二十六秒八因歷時同而速率減小則地道全徑亦必減小故用減小速率與測得時差之歷時求日距地之數則所得之數必以同比例減小按此可知舊定太陽行星之數俱過大當減小約二十八分之一也

乾隆三十四年曾測金星過日之諸事近時英國斯多尼將其所得重詳推之天學公會贈以同治八年之金牌斯氏云舊時推算此事之誤因測者之說內金星體之內外切日推算者未明故也此事與光學之理相關爲推算之最要若測者之說與光學之理已明而實推之必得日視差八秒九一所差不過○秒○三而已此與斯氏推算同治元年在固林爲志岌朴敦及新南維里斯之維多里三地所測火星衝日諸數密合前言當減小二十八分之一又可依此爲確據也諸行星距數依比例減小則其體積必依距數立方之比例減小因諸行星之距數依新得之數故諸行星之月道全徑亦必重推又因行一周諸歷時之平方既與體積有正比例亦與距數之立方有反比例故若歷時不變則體積必減小與其立方有比例諸行星元數減小之實倍數今究不能詳定必待同治十三年二十一年二次測金星過日乃能詳定之惟未定此之時則按前數諸行星之相距約當減二十八分之一而體積減小若二十七之立方與二十八之立方比卽○八九六六四與一比推算太陽之遠差至一億餘里常人有以此譏格致之學者然而當知測太陽視差所失之數僅○秒三二此

比諸一髮在一百二十五尺之遠或一銅錢在二十四里遠之角度也其所失之微如此且今格致之徒已改正之矣譏者毋以此爲譏焉

以遠鏡窺太陽知是實質非虛體也面有諸黑斑其位置及形狀時時變動久測之知太陽亦自轉與地球同其軸約略正交黃道面其轉亦自西而東約二十五日而一周以體大故轉遲也以輕重之理論之則太陽大體繞地球小體恐無是理譬如有二球以鐵條相連令旋于空中則二球必俱繞重心而重心不動若二球輕重大小不等則重心必近大球或在大球體中故小球必繞大球而大球

不甚易其處準重學之理凡二體在空中相環繞雖無鐵條相連亦必共繞公重心公重心距二體心遠近之比若二體質輕重之比準此推得太陽與地球二體質之比若三十五萬四千九百三十六與一之比則其公重心距太陽心當得七百七十二里爲三千三百分日徑之一故太陽與地球俱繞重心而太陽一若不動地球一若繞太陽焉然而一年中測恆星無視差故知恆星距太陽俱極遠最近之恆星視地球繞太陽之道若一點耳

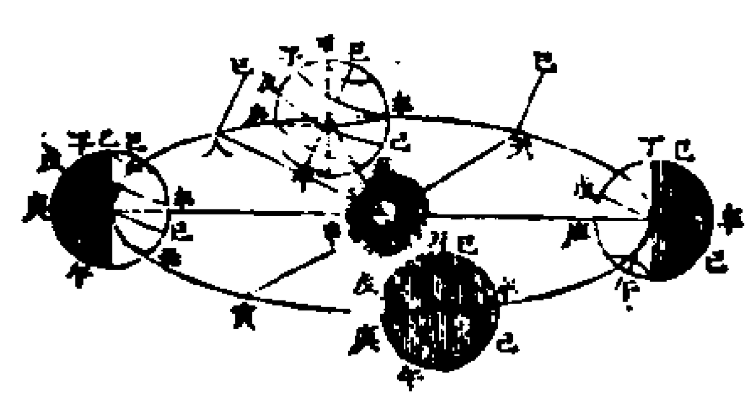
此後諸條以太陽爲不動居橢圜之一心地球繞太陽行於橢圜道每年一周其道之大小兩心差速率俱與前同

地球向太陽之半面一年中日日不同一日中刻刻不同其行道自西而東本卷日距地條故有寒暑晝夜

地球繞太陽一年一周而地球自轉之軸方向不變恆指天空之一點此四時所由生也

續解四時之理設以地道爲正圜而不爲橢圜太陽爲圜心地球行過四象限之時各等因行正圜即以平速故也

如圖申爲日甲乙丙丁爲地球在軌道上之四處相距各九十度甲爲春分點乙爲夏至點丙爲秋分點丁爲冬至點其自轉皆以巳午方向爲軸日照地球不過半面圖中



白者乃受日光之半面黑者乃背日光之半面也地球在甲點日正照赤道故巳午二極恰在受光半面之界上而繞地面晝夜之時平分故名春分地球在丙點爲秋分亦然地球在乙點爲夏至北寒帶巳乙恆在日照半面內爲恆晝相對南寒帶恆在背日半面內爲恆夜北寒帶中愈近北極恆晝愈久南寒帶中愈近南極恆夜亦愈久而赤道北至寒帶界雖無

恆晝然俱晝長於夜赤道南至寒帶界雖無恆夜然俱夜長於晝地球在丁點爲冬至與乙點一一相反

凡太陽在地平上地面受熱氣太陽在地平下地面散熱氣各處皆然晝長夜短則太陽地平上之時多於在地平下熱氣必大於平率反之則小於平率地球自甲至乙北半球之晝漸長夜漸短南半球之晝漸短夜漸長故自春分至夏至北半球之熱氣日盈南半球之熱氣日朒地球自乙至丙晝夜漸近相等故自夏至後北半球熱氣之盈率南半球熱氣之朒率俱漸小至秋分而各得平率地球自丙至丁復至甲則與上一一相反故各處一年所受之

熱氣恆與所散相等也

地道上任取一點天作地軸天巳又至日心作天申線則巳天申角爲日距北極之度地球在丁點此角最大爲九十度加二十三度二十八分即一百十三度二十八分在乙點此角最小爲九十度減二十三度二十八分即六十六度三十二分至此二點見太陽在最南最北故謂之至

續前以地道爲正圓茲將地道之橢圓及長徑與二至徑交角所有改變詳細致之地道之橢圓率(本卷日地距條)略爲六十分日地距中數之一故日地距最大與最小之較略爲三十分中距之一所以同若干時中對日之半地

球最近之時所受光熱必多於最遠之時十五分之一也蓋熱氣如光散於日之四周愈遠日則所散之面愈廣而熱力愈薄力之厚薄與面積有反比例即與距日線之平方有反比例以算式明之

$$\left(\frac{五九}{六一}\right)^{二}略=\left(\frac{六〇}{六二}\right)^{二}$$

$$\left(\frac{六〇}{六二}\right)^{二}=\left(\frac{三〇}{三一}\right)^{二}$$

$$=\frac{九〇〇}{九六一}略=\frac{九〇}{九六}$$

$$\frac{九〇}{九六}=\frac{一五}{一六}$$

今時太陽最近地球之時太陽在黃經二百八十度二十八分爲太陽之最卑點亦即地球之最卑點在北半球冬至後十一日亦在南半球夏至後十一日也(本卷地球續太陽條)今時太陽最遠地球之時太陽在黃經一百度二十八分爲太陽之最高點亦即地球之最高點在北半球夏至後十一日亦在南半球冬至後十一日也茲設爲最卑最高二點合於二至以便易明故當南半球夏至之時地球近太陽而全地球每日受熱氣最多而南半球又受大半此時南極與寒帶恆向日而北極與寒帶恆背日故也反之當北半球夏至之時地球遠日而全地球每日受熱氣較少而南半球仍受其大半故地球若以平速行於其道而四時皆相等則南半球每年受熱必較多於北半球其天氣必更暖

按前論(本卷日距地條)地球不以平速行於其道而其速率之變比若日距地之平方反比即受熱率之正比因地球行道各點在一剎那中所受熱氣之多少正如一剎那中所行經度之多少無論在行道之何點所行之經度與所受之熱氣有比設任意過日作直線分其道爲二分則線二邊之角度必合爲一百八十度而相等其所受之熱氣亦必相等所自一分點行至又一分點全地球所受熱氣皆相等因受太陽熱氣之力雖不等而受熱氣之時亦不等兩不等恰相消而成相等以時長適補其力少也北半球之春夏多於南半球約七日半之

比如春秋二分徑分地道撱圓面積所得二分相較之
比本卷日地距條
人與諸植物所覺天氣之適宜常以夏令之最熱時與冬令之最冷時而論然冬夏所受熱氣之總數則相等也設地道橢率甚大於當今之數而最卑點與當今之數等則兩半球之四時必大不同北半球之秋冬必更短而受一年總熱氣之半故必溫春夏時必更長而亦受一年總熱氣之半故必涼而四時各極如長春南半球之春夏時必更短而受一年總熱氣之半則必酷暑秋冬時必更長而亦受一年熱氣之半則必嚴寒惟今時冬夏天氣寒暑之別多因後條之故而非前說之故也

凡太陽近天頂過其光正射地面同緯度之地晴天正午時必較熱而南半球更熱於北半球其熱率約加十五分之一故曠野無水處上無庇蔭人必大苦凡游行探地者暑月在澳大利較在阿非利加之北煩暍尤甚甚苦之近時西士陀拂于各地各時比驗寒暑針之度言凡球面相對二地測各時氣之平率知統地面仲夏之平率較仲冬之平率更大此與仲冬日地距最近之理不合陀氏云其故由於北半球陸地多於南半球仲夏太陽正照北半球故也蓋太陽之熱氣遇土則回入氣中而散於普地面遇水則深入爲水所收回入氣中者少故仲冬太陽雖正照南半球而赤道之南海面無大熱也

續推算地面受太陽熱氣所加若干分之一如十五分之一不可以寒暑表之任一元點起至夏令最熱時計之必設爲無太陽時所當得之度起至夏令最熱時之度計之無太陽時所當得之度在法倫海得表元點之下二百三十九度夏令太陽過天頂之最熱時在陰處常有一百度以此加二百三十九度得三百三十九度其十五分之一卽二十三度爲日地距之差熱度最小之

變數

前以地道長徑與二至線相合乃是略數實則尙有十一日之差然此數亦非極如此依歲差之理卷五測得諸星條二分二至兩線每年在黃道行過五十秒一以地道長徑爲不動則二分二至兩線必二萬五千八百六十八年行成一周二分二至兩線必逐合最卑點惟長徑亦動每年十一秒八較歲差動更慢而與歲差動相逆故若無歲差則長徑亦必十萬九千八百三十年行成一周今合二動之和故每年爲六十一秒九而五十八年一六行過一度所以最卑點與春分點必在二萬九百

八十四年相合一次按此推之約六千年之前最卑點必合於春分點殷祖甲時最卑點在黃經九十度同治元年後約四千六百年必至一百八十度同治元年後約九千八百年至二百七十度至此時前說諸事本卷前以地道為平圜等條悉相反南半球之酷暑嚴寒移至北半球矣察地家考究地球荒古之來歷知南北兩半球天氣寒暑之相反必已有數千次矣但即以地殼內所見諸事徵古今天氣之大異則前言之故恐稍有相因而實不足全釋之也

凡天文家於諸曜之動必取一中點以為測望推算之本

地球既繞太陽而太陽不動則地心不可為中點而太陽心為中點夫地因自轉地面測得之數不足用故以地半徑視差推得地心測得之數用之則地行於本道地上測得諸行星之行法亦不足用故以黃道半徑視差推得日心測得之數或推得諸行星之公重心測得之數用之如此則簡便而不繁亂凡言日心球上諸曜之經緯度一若人居日星測之也人居日心測地心其方向心在地心所見日心方向之對面地心測日心無緯度則日心視地心亦無緯度其經度必為地心所測日心經度加半周故日心所見二至二分與地心所見二至二分相反而適合欲明此理心中當設一過日心而與地赤道平行之面此面與黃道面交線為二分線距二至各九十度也

設地道為平圜太陽居中心地球以平速繞之則從春分起無論何時欲推地球之方位或經度俱甚易但以歲實為一率已過之時分為二率三百六十度為三率求得四率即已過之經度也是為地球之平經度今地之道非平圜其繞日亦非用平速故必撿表取本時均數加減平經度方得眞經度蓋表所列均數即逐時眞經度與平經度之較也如前圖地球從最卑甲起行於甲巳寅半周眞經度恆大於平經度至最高寅而眞度與平度合行於寅午

甲半周眞經度恆小於平經度至甲點而眞度與平度復合故甲巳寅半周中均數為加在甲點之均數為○後漸大至甲寅中一點而最大過此漸小至寅點而復為○寅午甲半周中均數為減初起亦甚小後漸大至寅甲中一點而最大過此漸小至甲點而復為○均數之最大為一度五十五分三十三秒三或加或減皆同

最大均數生於地道之兩心差故有兩心差可推均數有均數亦可推兩心差蓋凡兩數有相關之理則知其一餘一亦可推也細測太陽過子午圈得每日赤經眞度以推得每日黃經眞度與黃經平度相減即得每日之均數亦

得一年中之最大均數準之推地道之兩心差較以日之視徑推日地距更易更密設黃道與赤道合而地行有均數加減則每日測太陽過子午圈時必不等有均數故也設地無均數以平速行而黃赤道斜交則每日測太陽過子午圈時亦不等蓋黃赤二經度與赤緯度成正弧三角形黃經度爲對直角之一邊此邊平變大餘二邊隨之變大而其率必不能平也今地行既有均數而黃赤道又斜交故每日太陽過子午圈時兼有二差最大至半小時強其眞午正或在平午正前十六分十五秒或在平午正後十四分三十秒歷家每日記午正平眞二時之較名時差率或記太陽過子午圈之眞時

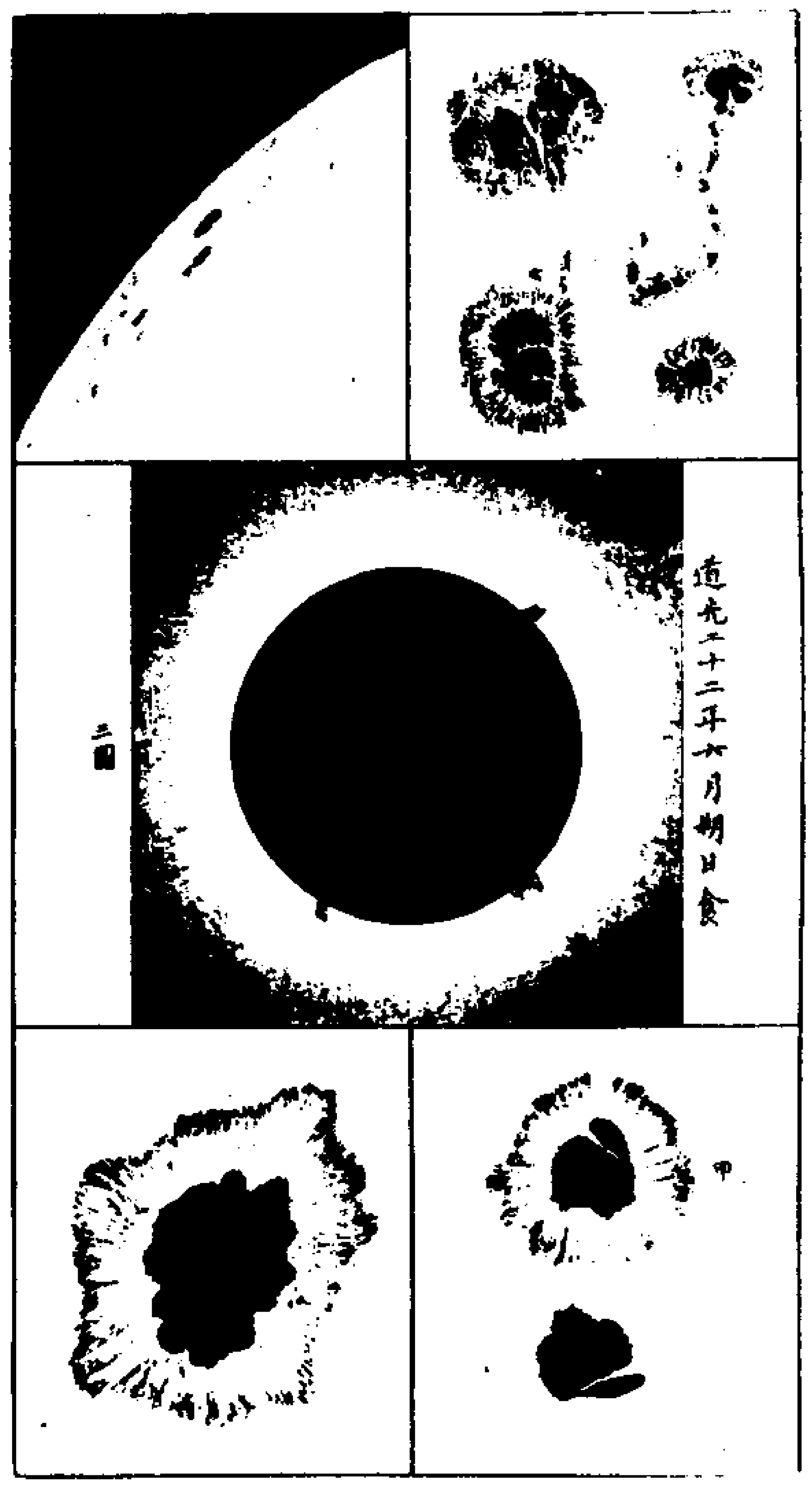
地球上每日見太陽西行之道其赤緯日日不同以二至圈爲南北二限其緯度俱二十三度二十七分三十秒地圖名此二圈爲晝長晝短圈二圈之間日地之距線恆正交地面

古分黃道爲星紀元枵等十二次西歷分爲白羊金牛等十二宮亦皆以星象命名今因歲差十二宮次所在較當時俱約差三十度而仍係以星紀白羊等名與天象不合矣竊謂但以十二支名之始通耳蓋黃道十二宮爲推步所用起於春分春分退行故此十二宮亦退行也當漢孝武元朔元年依巴谷測角宿第一星在秋分西六度順治七年在秋分東二十度二十一分是分點已退行二十六度二十一分也因有此差故近時但言度分而宮不常用

凡日在晝長晝短圈上則其光過本半球之極二十三度二十七分三十秒依此度分繞極作一小圈名寒帶圈南爲南寒帶圈北爲北寒帶圈寒帶圈之內爲寒帶晝長晝短圈之間爲熱帶而寒帶圈與晝長晝短圈之間爲溫帶然此不過記日及日光所至之界耳其實地之寒暑與緯度圈不相應因二半球水陸之位置參錯不齊故也

凡地上見日在某宿幾度東行一周復至某宿幾度名恆星年見日在春分點復至春分點名太陽年若春分點不動則太陽年必與恆星年合今因地軸有尖錐動令春分點退行於黃道故太陽未及恆星一周已復至春分點春分點每年退行五十秒一太陽於黃道過五十秒一歷時二十分十九秒九卽太陽年與恆星年之較故太陽年爲三百六十五日五小時四十八分四十九秒七而恆星年爲三百六十五日六小時九分九秒六也又地道橢圜之長徑有微動每年順行於黃道十一秒八故地球從最卑點起行恆星一周必再過十一秒八方復至最卑點行十一秒八必歷時四分三十九秒七以加恆星年得三百六

一版



十五日六小時十三分四十九秒三名最卑年此諸年天算家俱用之而民間惟用太陽年四時憑之定故也太陽年合二故而成一因地球繞日一因地軸尖錐動故生歲差也

用最精遠鏡隔黑色玻璃窺太陽見其面時見大黑斑斑之中深黑其邊略淡如一版二圖卽此斑也此斑累日累時測之則見或變大或變小或變形狀久而舊斑消滅他處復見新斑其滅時中之深黑者先滅四周之淡者遲滅時或一斑分爲二三斑卽此太陽面爲流質之證又其變動甚速此爲氣之證所見最小之斑其徑一秒地球測日

面一秒之角爲一千三百三十三里而大斑有徑十三萬餘里者自初見至消滅久者約一月有半故斑之邊每日約縮近三千里又無斑之處光非純一其中有無數細點若人身之毫孔細測之其點時時變動極似水中沙泥欲澄時向底之狀因意日面必有發光之質雜於透光之質中而然也而近大斑或諸斑羣聚之地時見一線或曲或歧其光較日面之常光愈明相近處時有斑發出或意此線乃光氣浪之頂相近處必大動盪故發斑也此事多在近日邊處其狀如一版一圖

續太陽面之無數小點似毫孔者近時柰斯密攷察而釋

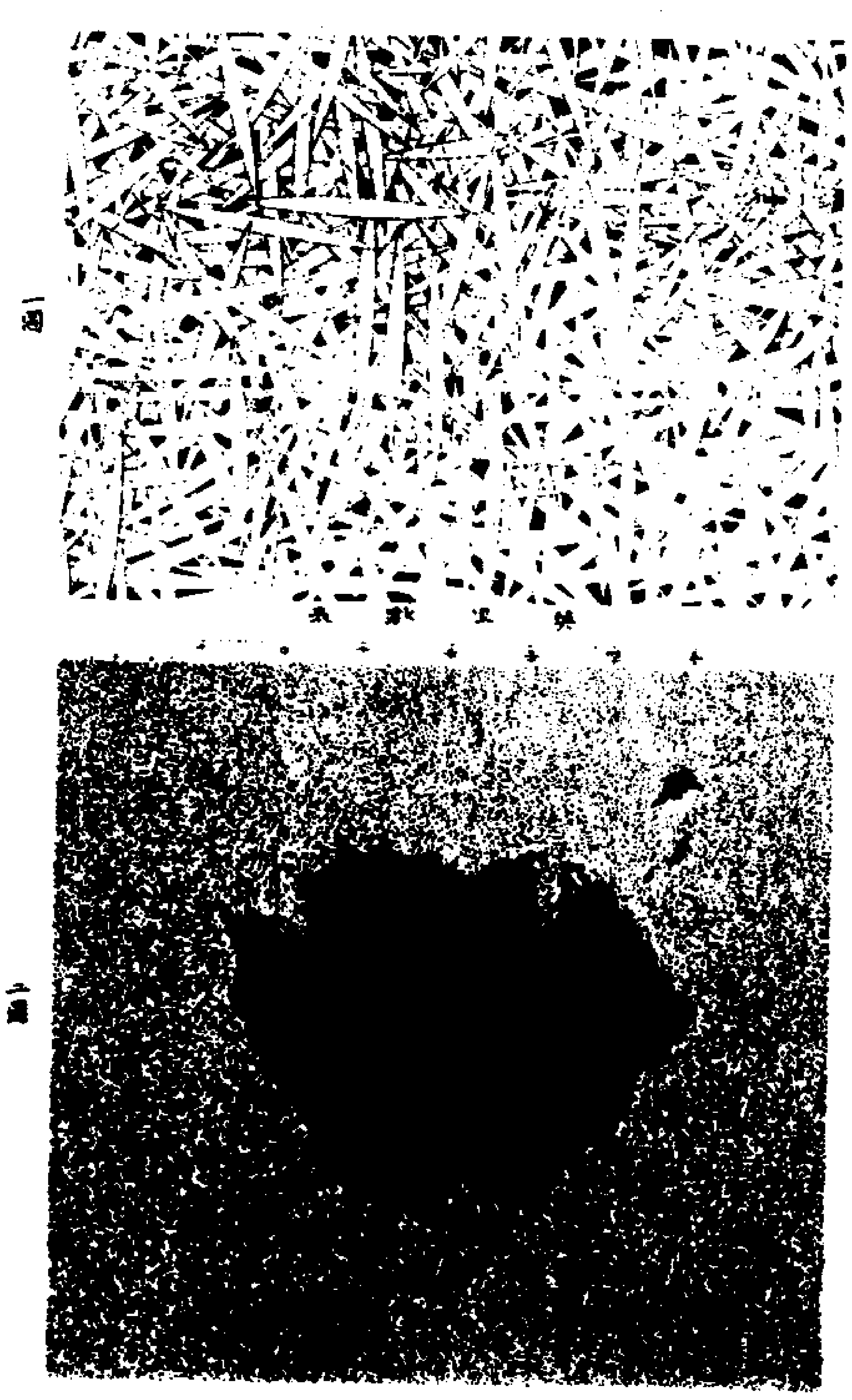
之同治元年曼識特格致會歲册載柰氏之說謂白造大回光遠鏡常時窺測太陽之面知此諸毫孔皆係同式光物相交而毫孔乃其相交間所成之角形也其光物之形如楊柳之葉在無黑斑之處充滿太陽之面位置無定乙版卽柰氏說中之圖也第一圖爲太陽無斑處之式第二圖爲黑斑之中與邊及無斑處之式英國之特拉路不立推斯多尼三人羅馬之色幾俱攷此事與柰氏所攷大同小異斯多尼比此物如米粒之狀或謂如條草之狀按此物大似諸定質浮於透光之氣中而此氣最薄因流質受大熱與上面所壓之重漸變而

成也此物有光可爲定質之徵蓋流質若透光而無色則熱雖極大皆不能發光也

咸豐九年八月初四賈令敦好者孫二人各在家中忽見無法形大斑之相近處發二光雲較諸無斑之處甚亮約歷五分時而忽滅見時行過大斑之面十萬餘里並見指南針有大搖動古今所記磁氣諸大搖動中此爲最奇

近時賈令敦著書論詳測太陽黑斑最多最少之時謂黑斑一周之時依在太陽面之緯度在近太陽之赤道所行一周之時必短於在遠赤道所行一周之時也黑

乙板



斑在丑太陽緯度一日所行度之公式爲八六五[illegible]）·七五所以太陽赤道處之斑在二十四日二〇二南北十五緯度處之斑在二十五日四四南北三十度處之斑在二十六日二四皆行全恆星周

太陽赤道左右各二十五度之內黑斑最多三十度之外黑斑甚少常成行列（本卷太陽赤道左右條）故可知太陽面外常有氣質旋轉與地球之貿易風相似或云太陽面外之氣質是扁球形故赤道處厚於兩極處厚者多阻日

體之發熱而致赤道與兩極之熱不同即使其氣質生動與地球之貿易風同理果如此則在赤道處亦當靜而不動蓋地球外若包黑雲而人在外觀之則但見黑雲轉動而不見地球之體亦可想見地球亦必旋轉測黑雲外層在赤道及近極旋轉之速可求得地球自轉一周之時第見赤道與兩極間雲之動而即以爲地球之動則必差於太速因其間雲之上層常略向西而動也自兩極起向赤道其轉漸速至距赤道南北二帶而最速過此再向赤道轉又漸慢與賈令敦之例不合必設別理解之而可解者僅有一理即太陽外之力加於雲上使動之理也外力者即行星之未成者繞太陽而轉漸低而漸濃其繞轉甚速於太陽之自轉以星氣之理（卷十七星氣條）論之中體皆爲四面之物相聚而成各物之原轉力彼此相消而稍有餘轉力故所餘之轉速比原時甚慢依此又可明中體極熱之理

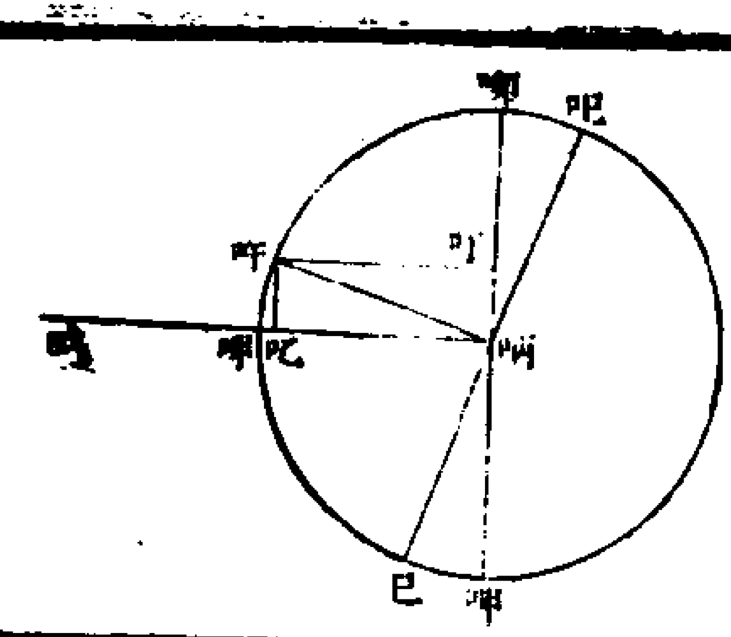
問黑斑係何物曰其說不一或言是太陽實體乃上面之光氣開裂而顯露者也此說似可信問開裂之故曰其說亦不一拉浪謂黑斑乃太陽中突起之地如地面之山其頂高出光氣面故見深黑其下斜入光氣底光氣不厚故見淡黑準此說則四邊淡黑自內至外必由深漸淺以至

於無今深淺不分且外有定界於理不合侯失勒維廉謂太陽實體外四周有氣包之氣之外有光氣一層浮於上距實體甚遠光氣下有雲一層受此光返照地球二層俱裂開則見黑斑中之深黑者太陽實體也四邊淡黑者雲也光氣之裂口必大於雲之裂口者因氣旋動成風愈遠實體愈大或別有他故不得而知也如圖甲爲實體乙爲雲丙爲光氣

續初著此書時知黑斑之事如此咸豐元年導斯用前所論之器卷三凡在黑夜中窺測條之末攷察黑斑之異者淡色邊中之黑處昔測之人謂日體透過光氣而見者導斯以此器之大力測之知為另一層小光之質名之為雲層此雲層亦有時見有小圓孔更黑想是太陽之體質一板四五兩圖為咸豐元年十一月初四日與二十九日二次所見之黑斑也導斯逐日測其斑之變而思之謂皆自轉其心惟二十九日所見如此自此日至十月初五日已轉過九十餘度其雲層之原形如五圖甲至初五日則如乙形俱略同

細測日面諸斑其方位俱漸變自東向西至邊而不見另有斑出於東邊過日面復沒於西邊凡他曜過日面俱平速而斑之行在中間則速在兩邊則遲又其過日面之道皆如橢圜此必附於日面與日同轉其道與日之赤道平行而然也其最大之橢圜以日徑為長徑餘各以日面諸通弦為長徑諸長徑俱平行夏至前約十七日冬至前約十六日見諸斑之道皆如直線則此二日地球所居之處即日之赤道斜交黃道之二點而黃赤二面之交線必經過地球此二日從太陽視地之經度依賈林登於道光元年測得一為七十三度四十分一為二百五十三度四十分即相對之兩點也

欲知日軸斜交黃道面之角度取一最明晰之斑測其過日面橢圜之長短二徑即可推得之此事當用分微尺自初出至沒刻刻細測之又測時地在黃道距太陽赤道交黃道點之度亦當推之假如驚蟄後四日地球在太陽黃赤交線之垂線上其日心經度一百七十度二十一分太陽之軸在過地球正交黃道之面內設地球定於此則最易測如圖丙為日心巳丙



巳為日軸戊丙為地球之視線卯甲申面引廣之必過地球午為太陽赤道上之一斑地球望之如在丁點在日心北其距為丙丁即視橢圜之小半徑也既測得丙丁則以日之視半徑與丙丁比若一與午丙卯角之餘弦比午丙卯角即日軸與黃道面之交角也

續此時見黑斑在北半行成圜其在南半者為太陽體所隔而太陽之南極已在所見之面內此乃自冬至前約十六日至夏至前十七日之間所正見太陽赤道之南邊也自夏至前十七日至冬至前十六日則所見相反太陽赤道之正交點在太陽在黃經七十三度四十分

即此時太陽赤道上之一點自黃道之南半至北半也若餘時則推算甚繁今不載案太陽赤道與黃道交角依賈令敦爲七度十五分太陽自轉一周爲二十七日六小時二刻六分

太陽赤道左右各二十五度之內斑最多三十度之外甚少近二極則無近赤道一帶少於南北二帶又北半球大而多南半球小而少赤道北自十一度至十五度最大最多亦最久又斑多時恆列爲一帶與赤道平行故知日體上必有一故最易生此斑其故今尚未知又因日自轉令斑成列可見光氣爲流質其動有若地面之貿易風也(卷四地面有恆風等條)

斑自生至滅歷時不久最小者僅見一次過日面其次或一二周有歷數周者則甚少乾隆四十四年有一大斑閱六月而滅道光二十年有衆斑羣聚歷八周而滅凡測斑必記其距赤道方位及其形狀又有出沒之時可推故沒而復出誠能識之也或言有數次所見斑在日面之處略同或本即一斑滅而復發也然未有證未敢定其是否

續　日耳曼德騷人失瓦白自道光六年至三十年記太陽面上斑之多少而比較之得知斑之多少及其時之變均有定例其最少至最少周時恆略同而最多至最多周時亦同按所記之事推之知自第一次最少至第二次最少約歷十年嗣有瑞士國伯爾尼人胡而弗以自萬歷三十八年初用遠鏡窺測之時以來所記一切窺測太陽之事會集商議知最多至最多之周時十一年一一而一百年之中有最多之時九次與失氏之說合如康熙三十九年嘉慶五年皆最少之時也此時黑斑或甚少或無最多之時或見五十斑或見一百斑此時不在二最少時間之正中而約在一最少時後之第五年也又未造遠鏡之前史中屢記日面有黑斑如唐憲宗元和二年文宗開成五年宋哲宗紹聖三年明萬歷

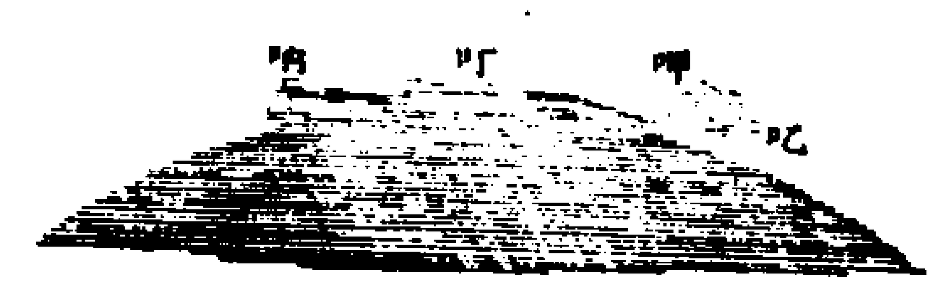
三十五年是也又梁武帝大同二年日光大減至十四日而復明(梁書數次日老人星見)唐高祖武德九年七月至貞觀元年五月日光減至半(唐書數次日太白晝見)明嘉靖二十六年日光甚小晝見恆星約皆因黑斑之多或大也此可爲胡而弗所定周時之徵惟元和二年萬歷三十五年二次與定時所差者多其餘與定時所差不及二年也

侯失勒維廉謂日面之多斑因日體之氣包亂動而成又發光與熱因各雜料彼此有愛力化合極緊而成故據此諸說而謂當日面之斑甚多之年地球之熱度大而五穀豐日面之斑甚少之年地球之熱度小而五穀

歎但稽之史中不足爲全據嗣有告爺以歐羅巴三十三處米利堅二十九處十一年內所測之天氣會集而取其中數與侯失勒之說相反而謂斑多之年地球之熱度小斑少之年地球之熱度大其差約○度一一胡而弗又攷蘇黎之史自宋眞宗咸平三年至嘉慶五年間確知多斑之年略旱而多穀少斑之年陰溼而有暴風與侯氏說合又日面多斑之年指南針必搖且斑之多少與搖之多少亦相合其針之搖遍地球同時故知此二者必有相因格致中之要事也現在天學與吸鐵學皆未能解其理焉

用遠鏡隔黑玻璃望太陽面見其中間之光最盛四邊之光略微或用映日鏡照於白紙上驗之亦然此必太陽光體之外另有最清之氣包之四邊之光所過氣厚故然也嘗以日食證之月掩日則見食月之視體大於日之視體則見食既若日外無氣受日之本光則食既時天空必黑仍當食既時恆有光帶溢出月外漸遠漸暗其光帶與日同心非與月同心則知非出於月此日外有氣之證也道光二十二年六月朔日食見食既之地測其光最詳而巴末亞米蘭維也納諸地俱見月體外發出三峰其色若玫瑰如一板三圖或云如火燄或云如山其形甚大而甚小此必日之光體外有雲浮於所包之氣中也

續咸豐元年七月朔日蝕既見玫瑰色峰自日面直發出如圖是賜密特在日耳曼國之拉丁堡所見之狀甲峰忽曲略成直角如煙支在無風時上升至高處而被風所吹過者另乙塊亦是玫瑰色稍距甲峰而不相連又有兩峰以紅色帶連於甲峰此皆是有雲狀之據也

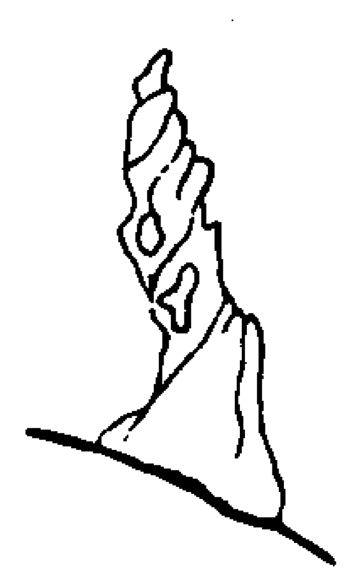


太陽光包之外設有空氣則可明光條爲光球之內大浪也遠鏡條本卷最精 凡空氣漸高漸輕下層若成浪則上層必舉起更高故比諸流

質所生之浪甚大此因空氣不全受向心力而永動性能使之更高也試將水一盆上面浮油易知其徵

同治七年七月朔日蝕既自紅海邊之亞丁起印度全地又自馬瓦過摩魯隅與大利亞之境皆見之皆最便測望其邊所發出之峰及四周之光帶此光帶在日蝕影之中線能見故不可謂是地球之空氣所成因地面上之影闊約三百四十里故也有測望之數人預知其蝕既甚久儘可詳測並照相故先以最精之器擇影中線之數處待日蝕時測之在印度之根都與亞喇伯之亞丁皆有照得之相甚佳其所測得者有四要其一在

影內之暗不及人意所料者略因光帶與高出之峰所發之光也又知光帶所發之光能成光圖有全色而甚有歧光之性光帶之各處見於所測之點及太陽中心之平面內由此知必因光球外所包最闊最輕之氣所發之光也若是在地球所發之光則大不合理蓋地球近太陽之空氣所發之光絕無歧光之性也其二高出之峰甚多皆絕無歧光之性必其自能發光也其最顯



之一峰似牛角自光球之邊高出三分十秒約高出光球之面二十六萬零八百里根都而照相所得

者如圖有螺絲之形似上升時旋轉之狀意自光球內發燃燒之大氣支至不發光之氣內而旋轉也其三用光圖鏡攷諸峰之光與此意合其光圖之色不全而俱爲單色之光線如燒氣質者然根都而之然孫在光圖之紅黃綠青淡青諸分見六條與弗路好拂光圖之二線內已相合而指峰體有輕氣相合同地有南德僅見四條弗氏之圖在紅色之呞指有輕氣在火黃色有叮指有鈉在綠色有吧指有輕氣在青色難見而近於咦在儀千氏有多雲之處武官侯失勒見紅色火黃色青巳三條甚明其餘不見光圖無全色量之知火黃線與

弗氏之叮密合餘二條與呞吧相近因難於窺測未定其確不相合也於摩魯隅之瓦屯有來亦測得光亮之線九條與黑線叱叮戕乙吧合兩條近咦一條在乙與叱之間恐是鋇以此知其峰必是氣質焚燒甚猛而在光球外之氣內上升有大力其四此明形物之外又有如連山而無定形想是雲或氣質因其熱稍小而形不清也黑京陸甲二人謂氣燒而發光是單色又謂其峰是亂發之燒氣故意爲峰連於太陽之外或在光球所不照之黑斑中果如此則不在日既蝕之時亦可用光圖鏡測之也同治七年七月之前黑京用光圖鏡及他

器精心窺測二年不能見陸甲請英國大公會造精器測之至日蝕之時器尚未成當時然因孫其光爲單色而其諸線與光球之光圖內光少之處正合思用光圖鏡可以測此數光線武官侯失勒亦思用數層有色之玻璃相疊而測之至日食之明日然孫用其法所得不差以光圖鏡之槽使鏡之半爲光球之邊所照而又半爲光球外之光所照見光球之光圖在近呞光線之處爲此黑線所交過初見太陽光球邊之處其外不見他物惟漸循光球之邊忽見紅光一點直連於黑線之外漸移鏡循其邊則紅光漸變長後又變短如此顯峰發

紅色之光所以能測其外形又攷黑線吧所見相同光色與彼處相合其中有處見峰之光線進光球所合之黑線九月初五日陸甲之器成測之始見峰之光圖其一段有三光線一與吶正合一近可一與吧略合八年正月初六日黑京用妙法使進光圖鏡之諸光線略獨有吶之折光又開闊其槽使峰能全見其餘有他折光諸線皆以紅玻璃消盡之故能一見峰之形稍後陸甲但開其槽不消其光而使光球及空氣皆遮蔽在槽內能見峰之全形漸移其槽在影內見有奇形飛過或似細雲形又似花園外之籬笆及高挺之榆樹或似茂林其枝相交如網發出之處向外漸闊其形漸變而不覺三月二十三二十四二十五三日之間武官侯失勒得太陽外包之光圖獨用光圖鏡連遠鏡易見之略能畫太陽四面光帶之形特攷二峰成景雲之狀浮於面上高一二分之處此時初見第四光線近唊又有一光線在吧與唊之間末一次循太陽之全周觀之不見有異至原處見其線甚明於常細察之知所見者乃發氣甚猛也其歷時僅數分因屢次移動遠鏡而能見日面之雲形且人目內腦筋本能存所受之形少頃故前見者與後見者能相連而成全形侯氏云太陽之雲與地球之雲相似光亮而成無法之形似棉花與羊毛之狀日食時能見之此載於太陽之格致新聞後能深太陽之體質或以此為始基也黑京亦用光圖之法攷測彗星之鬚與尾謂是炭質

太陽面熱最大何以知之凡熱與光離所發處漸遠則其力漸小其力漸小之比例若距線平方之反比例假如有大小相等二面一在地面一在日面其受熱大小之比若太陽視面與半天球面之比即一與三十萬之比今地面些子熱以陽燧聚之尚能銷諸金令化為氣則日面之熱當如何耶凡化學中之熱愈猛則愈易透玻璃而太陽之熱已遠行至地球透玻璃尚甚易則日面之熱當何如耶最大火燄在日光中即不見燒物至通赤移置日光中但見黑色則日面之熱當如何耶觀通赤燒物變黑色則黑斑為日之體可信日體必最熱恐亦猛火也然此不敢遽定日體或冷亦未可知蓋光熱在外日體在內中間有雲隔之令光照日體不太猛而元氣漸近日體漸緊令外之熱氣不得入則云日非熱體亦未始不可也

曾有人地上測若干面積若干熱以測得太陽全體若干時中當發若干熱謂設有大圜冰柱其徑一百三十里其長無窮插入日中與光行同速隨入隨消化水氣四散則

日所發之熱盡用以消冰而面上之熱如故

續唐孫云太陽發熱之數可以一言喻之用太陽面三尺方之熱加於汽機能得六萬三千馬力即等於每小時燒煤九千觔於此可見天地功力之大也太陽常發之熱如是之多則其面上流質變動之故不待解自明矣地面諸物無日之光與熱則不能生動氣非熱則永靜而不成風雷電亦由熱氣所感動吸鐵力北曉皆由日氣所發也植物資水土動物食植物亦互相食然無太陽之熱則俱不生草木成煤以資火化海水化爲氣散入空際凝爲雨露以潤地脈湧而爲泉匯而爲澤流而爲江河皆熱

之力也因熱之力化學中諸元質之變化生焉或合而分或分而合以成諸新物而地質或爲風雨所消耗或因寒暑而變化瀕海濱河之地浪激波衝日受侵蝕沙泥石屑隨流遷移運入大海日積月累海底壓力增大相對之地壓力減小地中之火受壓不均則從力小處湧出而爲火山推其源皆日氣所爲也日之功用大矣哉

日果爲火耶其火何以能久存不滅化學中諸理皆不能推其故可見天下習見者其理最深難明也或言其熱因磨而生或電氣永永常發而非氣與實質所能生也

續近倫敦之地有特拉以照日鏡照得日之黑斑甚佳衣來地有敦師色而涅亦能照得日斑之形

談天卷六終

談天卷七

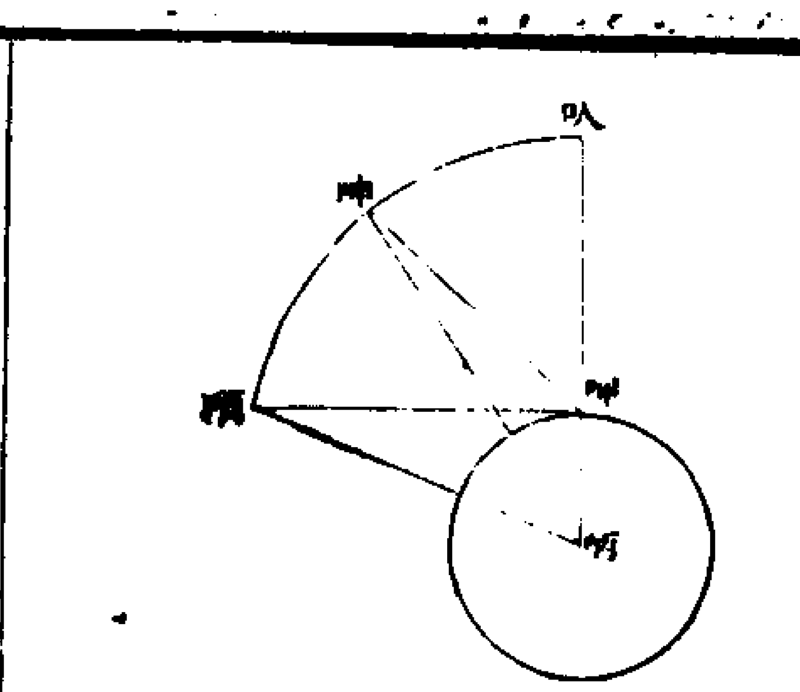
英國侯失勒原本

英國偉烈亞力口譯
海寧李善蘭刪述
無錫徐建寅續述

月離

月行于諸恆星之間與天球每日向西之行相反亦如日而甚速于日故一夜中歷視數時即能覺之其行有遲有速而不留不逆約二十七日七小時四十三分十一秒五而繞地一周然所離之宿度與前微不同其故卷中詳論之

月繞地之道略近平圜故月之視徑大小略同如前卷（見三百五十五條）測太陽地半徑差法于地面二處測得月之地半徑差即可推月地二心距此事于月掩星之時測之更便如法推得月之地半徑差中率為五十七分二秒三二五其月地二心距與地赤道半徑比若六十二〇五五與一比約為六十九萬四千五百六十里當太陽徑四分之一強故太陽之體幾能容並列二月道于此可見太陽體之大知地面測處與月心之距即可推月之實徑而月地二心距已知則但知測處月距天頂度即知測處與月心之距如圖甲丙申三角形中為月甲為測處丙為地心已知申丙邊為月地二心距又知丙甲邊為地半徑又知丙甲申角為距天頂角乙甲申之外角故測處與月心之距甲申亦可知而月之實徑不難推矣如法推得月之實徑為六千二百五十里設地徑為一〇〇〇〇則月徑約為〇二七二九又地體積為一〇〇〇〇〇則月體積為〇〇二〇四約為四十九分之一凡

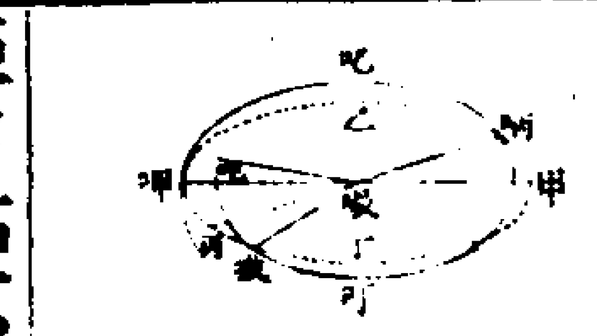


地面月之視徑必大于地心月之視徑月在天頂時二視徑之較最大地心月之視徑亦時大時小中數為三十一

分七秒其大小恆為〇〇五四五乘地平視差之數（地平視差亦時大時小）頻測月地二心距至月繞地數周則知月道之各點距地心數亦知所過諸角度即可依前卷作日道圖法作月道圖蓋月道亦為橢圓與日道同而兩心差更大且時時不同其中數與半長徑比若〇〇五四八四與一比地居橢圓之一心此外尚有諸小差今不論月道與黃道不同面二道之交角五度八分四十八秒為月道之斜度二交點相距一百八十度月自南至北為正交自北至南為中交

按月道名曰白道

地繞日之撱圜道方位及大小其變甚微必細測乃知之月繞地之撱圜道月行一周中其變略測即覺一周終不至原處蓋其道之面刻刻變方位連月測之知其交點刻



刻退行于黃道如圖申爲地甲乙申丁爲月道面甲乙丙丁戊己爲月行一恆星周所過之軌跡設月道不變則月從正交甲點起行過中交必在相對之點申而一周終復至甲點今其行不過甲點乃從甲乙丙曲線而交黃道于丙點距甲點不滿一百八十度其行黃道南成丙丁戊曲線亦不過丙所對之丙點而交黃道于戊點距丙點亦不滿一

百八十度故二次過正交中間所行不滿三百六十度其較爲甲申戊角度即正交退行于黃道之數必再行曲線之戊己一段而成一恆星周然月不復至甲點而在甲點之北己點也

黃白交點退行于黃道每日約三分十秒六四積六千七百九十三日三九約十八年六而一周是謂正交行當半周時月道之方向必與初相反故月行每周必變其道而成螺線行而黃道左右各五度九分二緯圈內之一帶天空于交點一周之中月必盡經過星遇之被掩

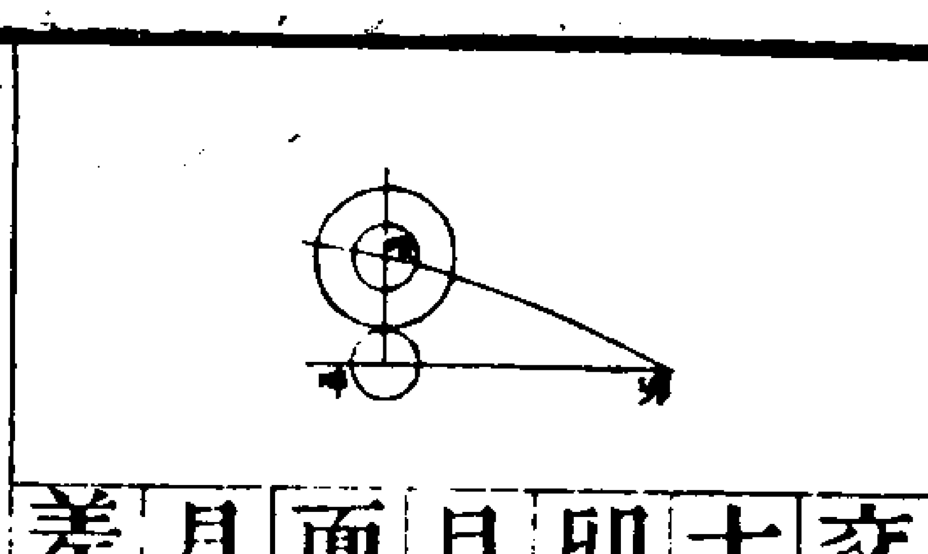
月道撱圜之長徑亦刻刻變方向與地道同而更速順行凡三千二百三十二日五七五三約九年而一周每月行一周差約三度約歷四年半其長徑高卑二點之方向正相反因此事月地二心距在撱圜法之外又別生差

上諸條約言之月繞地之道爲撱圜地居其一心而此撱圜有二動法一其長徑順行于本面二其面之方位恆變如地之赤道因軸之尖堆動而漸移但更速耳

諸曜中月甚近地太陽及諸星較之俱甚遠故前所云黃道左右各五度九分內一帶之星時被掩者以地心言之耳若地面望之則必過此界左右各一度設遇日即掩日而爲日食食分深淺不一或食既則昏黑如夜星俱見有

時月視徑小于日則全食時月在日中四邊日光溢出如環名金錢食

凡日食必在朔因日月同經度也然非每朔有食蓋黃白二道斜交其大緯五度八分四十八秒故合朔遠交點雖同經度不食也若合朔近交點則當推日之視半徑及月之最大視半徑蓋地面月之視半徑各處不同俱大于地心之視半徑也又當推月之地平視差若日月兩心距小于二半徑和加月地平視差則地面必有見食之處此數最大爲一度三十四分二十六秒如圖申卯寅弧三角形申爲日心寅爲月心申卯爲黃道寅卯爲白道卯爲黃白

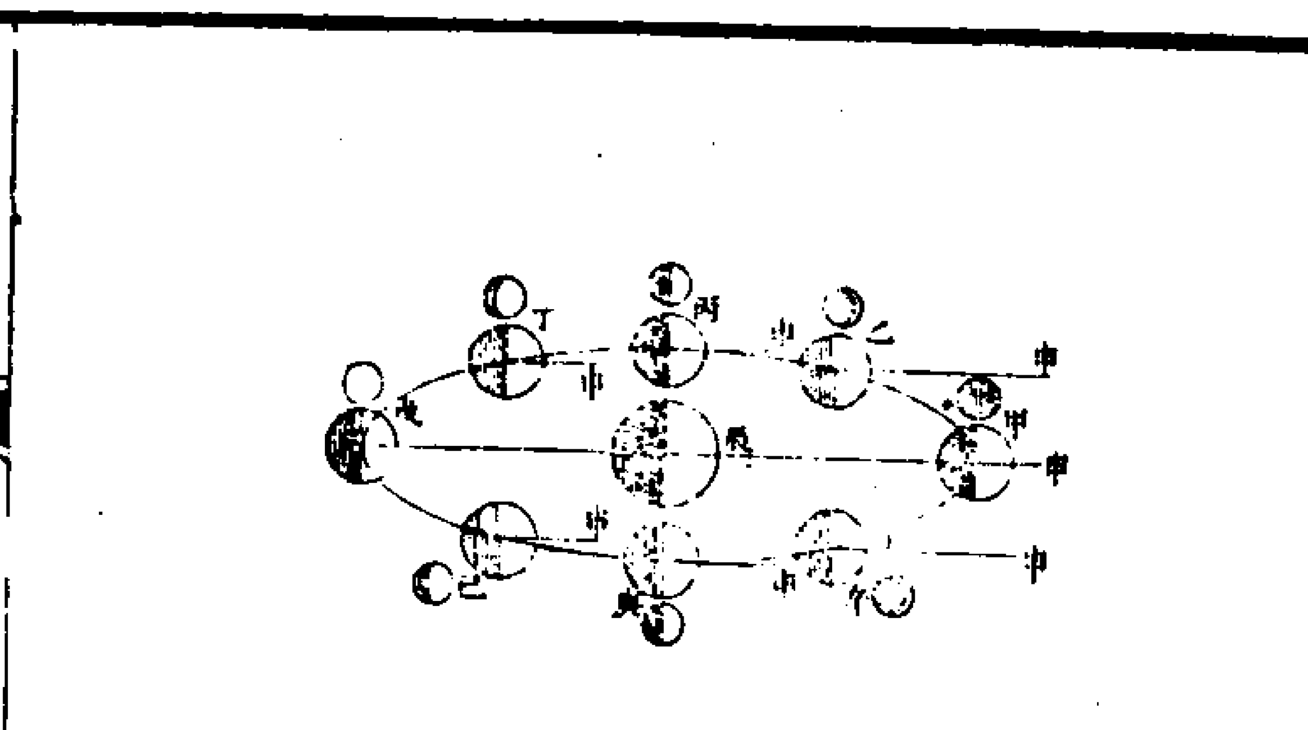


交點申爲直角設申寅爲一度三十四分二十六秒卯角爲五度八分四十八秒推得申卯爲十六度五十八分爲最大食限合朔時日距交點大于食限則不食小于食限則地面必有見食處欲推某地食分若干當檢日月表查交點所在及日月二半徑本地之視差地面地心月視半徑之較乃可推也推月掩星亦如上法凡月距星之數小于月視半徑地平視差之和則能掩星其細推法俱詳別書

觀日食掩星而知月爲不透光之實體故掩星時不見有

星光透出也又知有時月雖不見然恆在天空有時月光雖僅爲半體或如眉然其體恆圜未嘗鈌也故掩星時星之出入月體或在光邊或在暗邊也朔前後二三日月體暗處亦有微光能全見之月光初生僅一線漸增至半又漸增至滿一若有球半黑半白先以黑向人目而漸轉其球令白漸見月爲球體亦如此其半爲日光所照而明朔時其明面背地而向日行漸遠日見明面漸多漸近日漸少

日地距二萬三千九百八十四倍地半徑月地距僅六十倍地半徑日地距約四百倍月地距故從日至白道各點



作線必略同平行線如圖辰爲地球甲乙丙丁等爲月在白道諸處申爲日之方向月任在何處向日之半明背日之半暗月在甲爲朔明面背地故俱暗而不見在丙則向地之面半暗半明在庚亦然是謂上下弦在戊則明面正向地故見光滿而爲望而朔弦望之間在乙在丁則見明面由少漸多在巳在辛則見明面由多漸少問月係

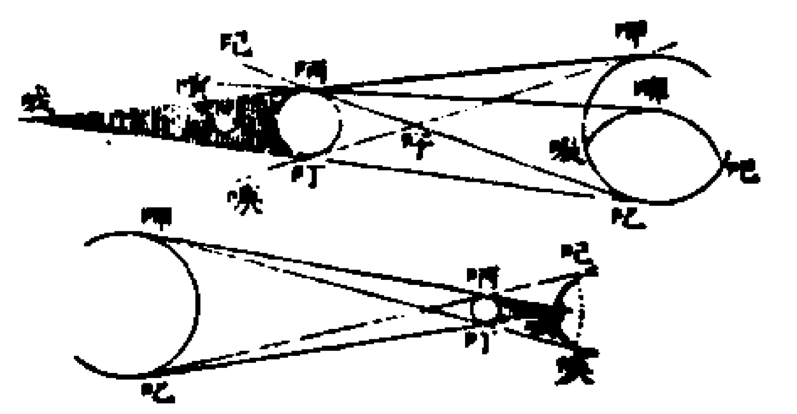
實質何以能回光照地曰不足異也試以白雲證之晝時月色與白雲無異落日返照白雲發光亦與夜中月同是實體俱能回光也故不獨月照地地亦照月初三夕月之暗面微明職是故也蓋近朔時地以明面向月月受地光復回照地故見暗處有微光焉距朔漸遠則月照地之光漸增地照月之光漸減故月之暗面漸不見

補部額以測光之比例推算月光爲日光三十萬分之一

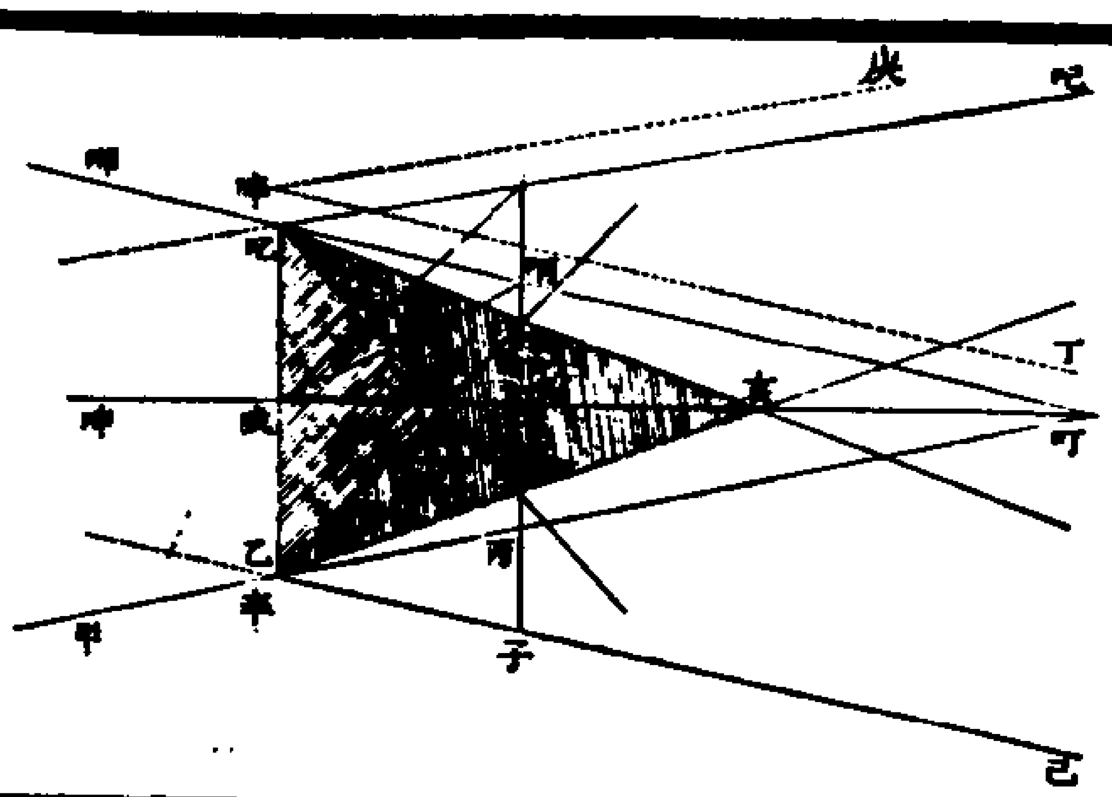
從前朔至後朔爲一月卽月二次會中間所歷之時也若地視日如恆星不變方位則二會相距與恆星月卽月行周天之時等今見日亦行于天空但較月甚遲故月行一

周時日已前行若干度分更追及于日而再會歷時必大于一周是謂朔望月按每日日行爲〇度九八五六五月行爲十三度一七六四〇推恆星月與朔望月之較以代數入之命一日月行度爲亥日行度爲亥二月之弧度較爲天則亥與亥比若三百六十度加天與天比又亥亥之較與亥比若三百六十度與天比既得天以亥約之即得二月之較弧而朔望月爲三百六十度以亥亥之較約之得數化之爲二十九日十二小時四十四分二秒八七

前圖中月在甲時若近交點則必掩日之光而爲日食在戊時若近交點則地影必侵月而爲月食故日食必朔月食必望也又地影入月恆作圜狀亦地爲球體之一證蓋凡影任在何方向恆圜其體必爲球也



凡日月食皆由一體之影掩一體而發光之體大于相掩之二體如圖甲乙爲日丙丁上爲地下爲月甲乙大于丙丁故甲丙乙丁二線引長之必遇于戊點成丙戊丁尖錐形錐形中必黑暗名闇虛在闇虛中不能見日在闇虛外已丙戊界中如寅則僅能見日之甲辰卯已一分故得光少名外虛在外虛外界丙已外始全見日持小木球于日光中以紙乍遠乍近承取其影驗之即信此上一圖爲月食辛爲月月先入外虛望之如隔煙色甚昏黃次入闇虛其初入雖已黯然光盛目不能察用遠鏡乃能察之如灰色焉入漸深光漸損不能侵其食界始易察在闇虛中月體亦非全黑似有微光自月周至心色不同近周四五分色藍微帶綠內一層作玫瑰色又內一層紅銅色或作熱鐵退紅色大闇虛最深則最內一層之色偏于月面此乃透過地氣之日光生蒙氣差故然也如圖甲丁申爲闇虛尖錐已乙辛已爲外虛界



皆以過日地二心之丁戊申線爲軸子寅子爲闇虛及外虛之截面戊寅爲白道半徑戊申爲日地二心距若地面無氣則月在子丙丙子之間日光爲地球所侵色必黯淡在丙丙之間則全爲地球所隱必全黑無微光今地全徑乙乙之外有乙辛乙辛之氣理如凸鏡故日光透過此氣必生蒙氣差而從日上邊甲所出之光其外界必爲

辛子其內界必爲乙地從日下邊申所出之光其外界必爲辛庚其內界必爲乙亥二內界交戊丁軸于人亥二點乙辛之光仿此戊亥大于白道半徑戊人小于白道半徑距地面約十三里內氣甚厚月入闇虛在天丙地丙之間其光從薄氣來故見藍綠色在天地之間其光從厚氣來故見紅紫色也然每月食所見微光不同蓋地之四周或有雲或晴明異也微光最多時能令物生影測以遠鏡亦能辨月面之各地也

續 其乙點所折之光必散蓋亥乙地其辛點所折之光亦散蓋庚辛子其中間各點亦必似之故月在影時僅成

諸外虛而終不成實闇今不詳論所折之光線而略謂月在影界內所受折進之光與地球所隔之光比如地球外空氣中圜剖面與地球中圜剖面比故甚小也又在月面若見地球外空氣內有雲則折進之光更減小若有多雲則折進之光至月者極少若地球周圍半有暗雲而半晴則對晴之處必有紅光進月面闇虛而有變散之光若地球周圍全晴則月面闇虛必甚淸

細推上條諸數命地球半徑戊乙爲一則日地距戊申爲二萬三千九百八十四日半徑爲一百十一推闇虛尖距地丁戊爲二百十八而距月丁寅爲一百五十八推戊丁乙角爲十五分四十六秒而丁乙戊角爲八十九度四十四分十四秒即得闇虛半徑寅丙爲〇。七二五即八千二百九十三里在戊點之視半徑丙戊寅角爲四十一分三十二秒又推得外虛半徑寅子爲一。二八即一萬四千六百四十三里其視半徑子戊寅角爲一度十三分二十秒月心用平速過闇虛全徑當歷二小時四十六分過外虛全徑當歷四小時五十六分丁乙地已乙亥二蒙氣差角俱倍地平蒙氣差各一度六分丁乙戊角爲八十九度四十四分十四秒已乙戊角爲丁乙戊加日視徑故得九十度十六分十七秒而戊乙地角爲八十八度三十八分十

四秒戊乙亥角爲八十九度十分十七秒以地半徑爲一則得戊人爲四十二。〇四小于白道半徑十七。九六戊亥爲六十九。一四大于白道半徑九。一四

地體大闇虛尖錐長月道在尖錐之腰故月食月必入闇虛月體小尖錐短日食時其尖或侵地或僅及地或不及地尖侵地則如前圖見凡日月食條第二圖地面有黑斑繞斑有淡影在黑斑中全食在淡影中見食幾分淡影外不見食尖僅及地則尖所過處見食既即生光尖不及地則統地面不見食既尖所指處見月全體入日而不能全掩日所謂金錢食也

續金錢食外環初缺時倍里測見其奇狀如光珠與黑條在月之外邊相錯者名曰倍里珠

月行一章與交點一周之時略合一章二百二十三月爲六千五百八十五日三三交點一周十九交終爲六千五百八十五日七八故每二百二十三月卽十八年又十日中間有若干日月食食之時食分之深淺次第略相同也在古昔迦勒底天算家已有此說蓋未明其理先得其時也大率一章中共有七十食月食二十九日食四十一一年日月食最多七次最少二次

月食時刻及食分較日食易推蓋地面所見與地心同無

視差也闇虛與外虛恆在黃道上其心與日心恰相對望時白道闇虛卽見食而每日每時白道之方位月離表皆可查但察月與闇虛兩心距等于月外虛二半徑之和卽月入外虛之時等于月闇虛二半徑之和卽月入闇虛之時凡望時日距黃白交點在十一度二十一分內則月入闇虛而有食

日食距地俱有遠近之變則闇虛尖錐有長短月入尖錐之處有高卑而闇虛之截面有大小之不同矣故月食時日月距地各若干皆當推之日地距依橢圜推之亦易月地距則略難因長徑屢變故也

續其日地距在歷表中可以檢得其數月地距在歷表中可檢得月之視徑而推得其數二者表內俱逐日有數也本卷月道橢圜之長理條

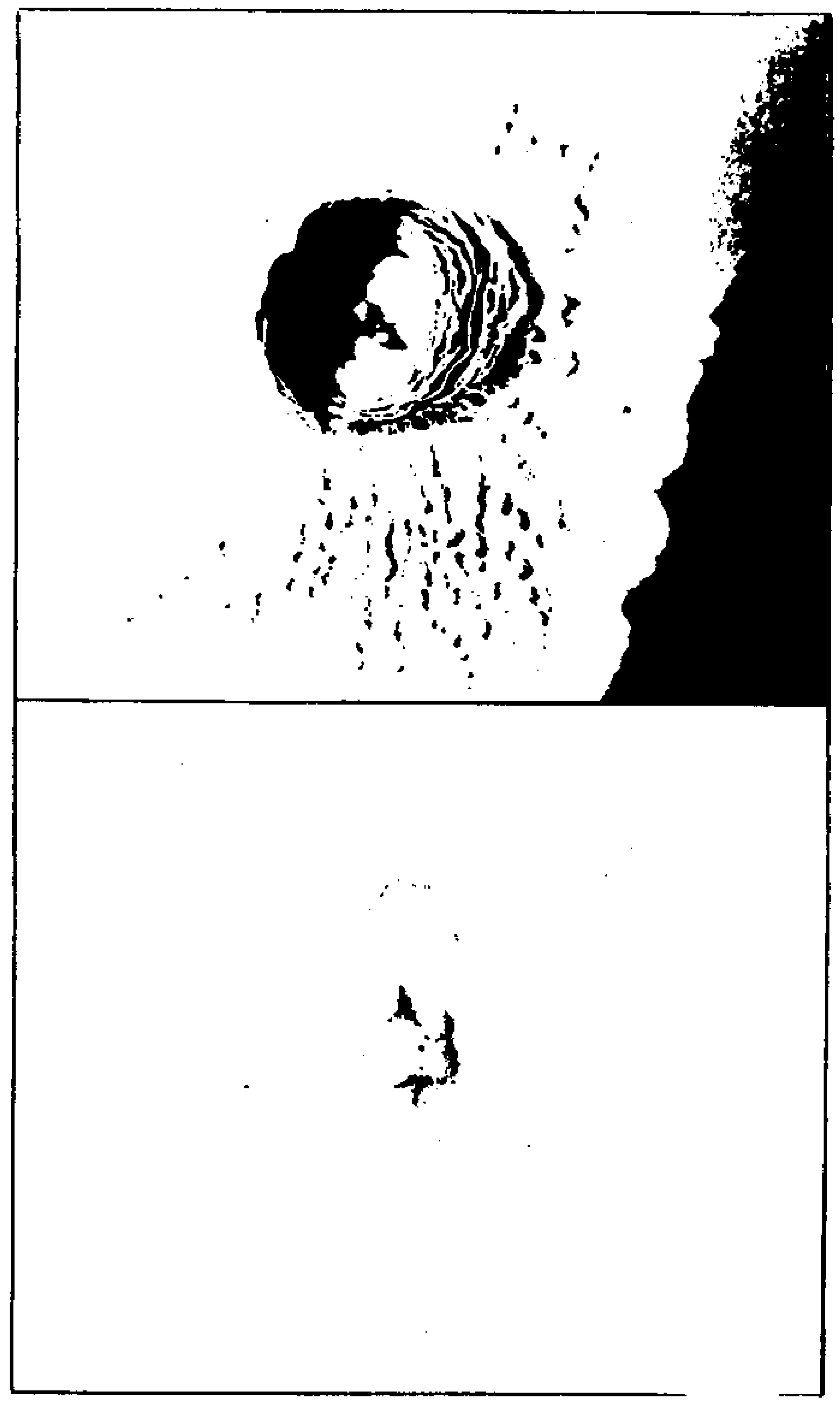
有時日尙未沒能見月食因蒙氣差角大於日之視徑故雖見日月同在地平之上而實則已在地平之下也卷一準蒙氣差角之理條康熙七年巴黎斯諸博物士曾見此事

望日最近秋分之月西國名之爲穡月因此月望後日入至月出之時較諸他月更近而便於收穫也設秋分適在望日卽日在翼宿而正西入月在室宿而正東出黃道南半周盡在地平上北半周盡在地平下故黃道

與地平之交角最小每日月行白道十二度則降在地平之度亦最小故秋分後一日日入時至月出時行之時角小於他月所以望在秋分而月在正交時爲穡月之最便也

以遠鏡窺月面見有山有谷其對日方向山俱生影影有長短之變比例悉合又光暗之界線參差不齊近此線山影甚長蓋此線上之地見日出或日入故也入光面漸深則其地見日漸高故影漸短望時光面正向地故不見有影用分微尺測其影可推諸山之高近有二人曰比爾曰梅特勒以此法測得月中一千零九十五山之高著于册

五板



最高者約二萬二千五百尺較南亞墨利加安的斯之最高山戍波拉鎖更多一千三百八十尺此山近光界時其頂先見小光點亦如地面最高山先得日光也

月中多山而南半尤多徧月面幾盡山也山形皆中窪若碗口俱正圜在月邊者視之若橢圜而山之大者內有小峯矗起其狀酷肖地面火山試觀以大利那不勒維蘇威火山及更比勿龕奇與法蘭西卑得陀墨二地諸火山之圖則信矣其不同者山中之火壑甚深更在月面之下大率壑之深較山之高恆二三倍用最精之遠鏡窺最明晰之火山能分温石之層次且見石汁四面下流如五板二

圖而用羅斯所造最精回光鏡能見亞白得紐山月中火山壑底之大石塊又亞里梯路山月中火山之四周凸邊俱有裂縫向裏又月中不見有海而有大平原其壤皆類沙土

續又有連山散列其狀爲無火山

月面多火山之壑大而深較地面之火山甚偉壯初似奇異然依已知月面之事推之無不合理蓋火山噴火之力不依球之大小而攝力則全依球之大小按月體爲地球六分之一故月面攝力爲六分地球面攝力之一又月地二球之火山內噴出石質之力與速率相同故月面之石質散開必遠是以不能再落於壑中而必

散於壑外又月面無氣故噴出之物不若地面有空氣之阻力故更遠也

人常疑月面之形必有改變然自古至今遠鏡愈精屢觀月向日向地諸勢未見其形有改變之證惟昔時陸爾鑾月圖內之甲壑梅特勒名爲立內者徑約十六里而甚深同治五年九月初八日雅典星臺官賜密特見此壑現成平面無形跡又十月十一日間最便之時數次測望影俱不見而相近之數小壑乃易見其不見之故或謂自下噴出之鎔流質滿壑內而溢出流散塞其粗毛而成平滑之斜坡故無影也

窺月面不見有雲亦似無氣蓋有氣則掩星時以星出入月體時所推得之月徑與分微尺測得之徑當有差其數倍月面蒙氣差今不覺有差卽有氣亦甚薄所生之差不能至一秒卽其重不能及一千九百八十分地氣之一也又若有氣則日食時月邊外當有一光線今亦未嘗見焉小星近月未至掩時先不見者乃爲天空中月光所奪雖在暗邊亦然不足爲證日食既時雖十一等小星切月邊尚見也

月面無氣故受日光處其熱最猛更甚于地面赤道之午正而暗處必極冷更甚于地面之二極故月面各地每半月酷暑半月嚴寒若有溼氣則向日半面必散而移于背日半面而半月炎荒半月積霜惟當光暗之界疑有水流也其或一面水蒸化汽一面汽凝爲水因各得氣之平不至盛暑盛寒然如此則汽乍生乍滅亦甚微不能測也

月向日之面甚熱然當月滿時地面不能覺用回光鏡映聚其熱亦不能變寒暑針之度是月中之熱較日中之熱力甚薄疑入地氣上層已消盡故不能至下層當月滿時雲每不多意其熱能消之也

自地推月徑一秒之圜面約方三里故今之遠鏡雖精尚未能證其有人與否因未能察及房屋田畝也且質輕于

地攝力亦小設有力在地面能舉若干質在月面必能舉六倍之質故若有動物必與地面動物異否則體性不宜也又月面不見有四時變化故有植物否亦未能知

月亦自轉其一周與繞地球一恆星周之時等其赤道與黃道之交角爲一度三十分十一秒而正交點與白道之中交點合故白道交點退行于黃道一周月自轉之軸搖動成一尖錐形環黃道軸一周此二周之時相合

月自轉一周與繞地一恆星周等故月向地之面略不變然自轉用平速而行于白道有遲疾故月向地半赤道之東西兩邊能多見二三度蓋月地二心之聯線時進退于

月赤道也又月自轉之軸不正交白道面故月之二極遞次側向地而亦可見二動俱名天平動因此二動故月向地之面無一定之中點而半球外二三度一帶遞次能見之

設月向地之面有人則彼視地如地視月其徑二度其朔弦望之時與月恰相反又見地定于天空略不動諸星在地之前後左右徐徐而過又見地面有斑點變化不定而因貿易風則見赤道及晝長晝短圈諸帶上其斑屢變又見大洲與海歷代改變則月中人必久測不能定地面之形狀又月食時月中爲日食則見地面之氣如細光環近

地邊色紅稍遠爲淡藍中包黑地面其周有雲必見不平狀

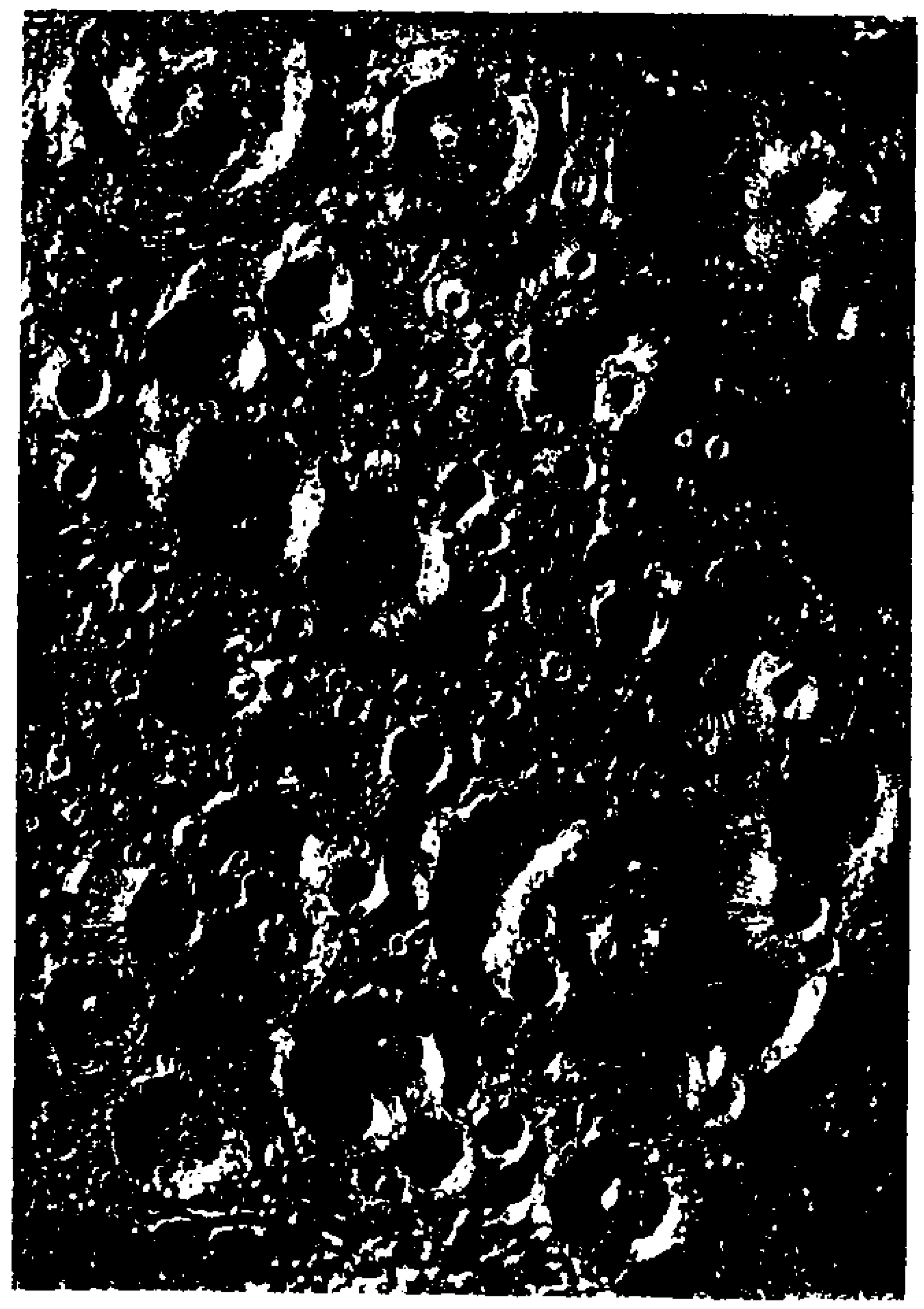
續

前言月面無氣（本卷窺月面不見有氣條）然未必全月面如此故亦可有生物近時韓孫云月常一面向地恐因月體之形非正球而一面略凸其凸者與地月二球之聯線相合而月球之重心與月形之中心不合果如此則背地之面未必不能有生物也試將木條一端連重物一端連輕物當中繫線執線而旋舞之則重物必遠人手輕物必近人手月之繞地爲地攝力所牽而行於其道如手牽線相同設月體之質兩面輕重不同使月形之中心不合于重心則繞行時重面必背地球若月面有氣或水或別流質而不足滿全面則其散流非以形之中心爲心而必以重心爲心故必流向重心之面最低之處而在此處或成湖海其大小依流質之多少其定質之輕者在重心之對面成大州其重心形心二點之相距即陸地高于海面之數也設月之重心形心相距約一百里則其陸地高于海面亦必一百里所以在地球見之月面俱必高于背面之海面而爲有山之陸矣

水必成平面氣亦相同月面上之氣必蓋于月面之水上而成大氣故向地之面雖有氣亦必極薄況月面之

氣少于地面更當如此所以月向地之面雖無水迹而背地之面未必無生物也地球亦略有如此之狀地之半球面略盡爲陸地餘半球面略盡爲海（卷四子球面大洲及海條）可知太平洋正中之下必有重質甚多故其略對面有印度之高地及崑崙也此山頂氣之疏密率僅三分海面氣疏密率之一動物不能生焉

葛西尼伯作月面圖最著名而羅色力用七尺回光遠鏡察月狀作之更精此外有陸爾蠻比爾梅特勒諸人所作阿諾威有女士曰維德用梅特勒圖參以已測精心造半月球象又與奈斯密各造月中火山象甚大至咸豐元年



米利堅獲䁀勒子堪比日星臺用大赤道鏡及影畫器作之

續奈斯密窺測月面極粗毛而似出火之處作其像照其相而刻之如哂板韋思敦思得妙理能使照得月體之圓觀之不似平面而似球面山俱凸出如實體因月之天平動（本卷月自轉一周條）故月面之一處有時在中心之一邊有時在中心之又一邊此同于月定而人目移動與天平動相等之角而一次在右一次在左觀之也照相而見爲眞形即按此理故擇月之天平動至二邊之時各作一月圖以二圖同在鏡內觀之能相合而成月體之

眞形矣此如月球在極大人之二目間而見之也拉路以所造大力回光鏡所得之圖可爲格致內最妙之物能顯月體之眞形無以加焉又近時白德亦詳攷月面之數小處

又英國哈德努在里味不星臺用赤道鏡作之又特拉路用奈端十尺聚光點之赤道回光鏡其目鏡孔徑十三寸所作者最精焉

談天卷七終

談天卷八

英國侯失勒原本
英國偉烈亞力口譯
海寧李善蘭删述
無錫徐建寅續述

動理

地繞日月繞地已知之無可疑矣而地何以繞日月何以繞地且俱終古不停也今特推闡其理

凡物在空中必依地面之垂線下墜其下墜必有力使之名曰攝力一名地心力攝力之方向恆對地心若物斜拋空中則下墜時不正對地心然地心之方向仍寓于中不滅也

詳動理重學若正向上拋則拋力與攝力相消消至相等則下墜至地面而拋力消盡凡斜拋物其方向本直攝力令漸變方向故下彎成曲線名曰拋物線拋物線有最高點如月道焉此曲線至地面時其方向斜交地平與發時方向交地平之角等物在其線無一處向地心者烏知其向地心烏知此線非極長撱圜道地心為其一心若無地質隔礙烏知物不回至本處果爾則拋物行曲線與月繞地乃一理也

以索之一端繫石手持一端而旋舞之石必生離心力拉索令緊而索力必有限旋太急拉索力大過其限則索絕而石飛恰如限則不絕知索力之限即能推當用若干速率設以索聯地心與地面之重物而旋之令速率所離心力恰如索力則物必繞地心行而有攝力令物恆向地心與索力等用以代索則物仍繞地心行不變月之繞地亦此理也而攝力小何以知之準動重學法以地半徑推得地面重物欲令繞地心行不停其速率當為一小時二十三分二十二秒繞地一周若攝力加于月體與地面同則推其速率當十小時四十五分三十秒而繞地一周今月繞地一周為二十七日七小時四十三分故知地心攝力加于月較加于地面物小也推其比例若一與三千六百

設二物一在月道一在地面同下墜地面物當速于月道物三千六百倍也月距地心約六十倍地半徑三千六百與一比即六十與一之二乘方數比蓋攝力漸遠地心則漸殺其比例若距地心線平方之反比例也此與光熱漸殺之理同與噏鐵電氣二力雖證據未多然其理亦必同也

奈端言天空諸有質物各點俱互相攝引其力與質之多少有正比例而與相距之平方有反比例凡一體中各點相攝所受攝力各不等當推體之形狀法甚繁而地與月俱為球體奈端云球體之攝力與球質俱收聚于心點而

發攝力無異故凡球皆如一點也地雖非正球然其差甚微可不論

奈端又言徧虛空界攝力無不到設有二球體本各行直線道因攝力互相引必成曲線道或彼體繞此體或二體共繞一公重心其道必爲圜錐諸曲線之一視其速率方向及相距遠近而異所繞之心乃曲線一心除平圜外不在中點又距心線及速率刻刻不同恆成反比例而距心線所過之面積同則歷時亦同觀地繞日月繞地皆與此理合其道皆爲撱圜而兩心差不同則其說信而有徵也

以日地兩心距及地繞日一周之時推得地之離心

力又設一與地等質積之物距地如日地距推得其恰當地球攝力之離心力則地繞日之離心力大于所設物離心力三十五萬四千九百三十六倍卽知日之攝力大于地之攝力三十五萬四千九百三十六倍蓋日之質與三十五萬四千九百三十六箇地球質相等故也而日之體積大于地一百三十八萬四千四百七十二倍則日質較地質疎而輕設取等大之積衡其輕重則地爲一日爲〇二五四三夫日之攝力甚大則四面之壓力甚重而質反如此輕疑日中有猛火或大熱故受甚大壓力而不被擠小也

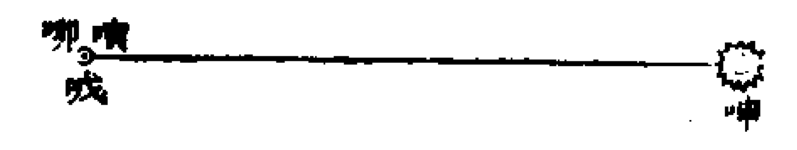
凡球通體之攝力與全質收聚于心點而發攝力無異而攝力與球質積有正比例與距心之平方有反比例若論球面之攝力則距心數乃球之半徑也如法推得日地二球面之攝力如二十七九與一之比地面一斤重移至日面當重二十七斤九也故日面當用地面抵力約二十八倍方與攝力相當也地面之人若至日面必不能行動因攝力大而增重不能自勝其體也

觀上諸條益知地球率月繞日而日不動蓋日質甚大地月之攝力甚微加之不覺也與前所云公重心甚近日心非地面所能測之說合故地或繞日心或繞重心無須分

別也

地與月共繞其公重心而又同行于黃道以繞太陽此如大小二球聯于桿以索繫于重心而旋舞空中而二球又共繞其重心是行于繞日之撱圜道者非地非月乃地月之公重心也準此則地上視日又有小差每月一周凡推日度當加減此差又月繞日之道似十二曲線合成其曲線俱凹向日名次擺線每月二次交地道一由內出外一由外入內然月地二心距不能過四百分地道半徑之一則出入于地道亦甚微設畫于紙非用至精之規度之不能覺也

月若僅依地球之攝力繞地行則必爲眞撱圜道行一周仍至本處且在一面內今又受日之攝力故有交點逆行撱圜長徑順行及撱圜變形諸差也譬如以二石相並于高處同下墜攝力相等而漸增二石之速亦必同增而相偕至地設一石受攝力微大則增速亦更大必先至地而生相屬之動日地距大于月地距約四百倍故朔望月距日差二百分之一如圖申爲日戊爲地寅卯爲白道朔時月在寅受日之攝力大于地望時月在卯受日之攝力小于地在白



道各點受日之攝力比地各不同攝力之方向亦不同設地與月受日之攝力大小與方向俱不變則月繞地之行亦不變今既俱變故生差力其方向斜交地月之聯線令月或速于撱圜行或遲于撱圜行且或令地離月或令月離地又白道斜交黃道面而日之攝月力非與黃道平行故恆令月欲離白道面則生交點行等差也此名攝動差其詳見後卷恐人因此疑攝力之公理有時不合故先略言于此以釋其疑

談天卷八終

談天卷九

英國侯失勒原本

英國[illegible]口譯
海甯李善蘭删述
無錫徐建寅續述

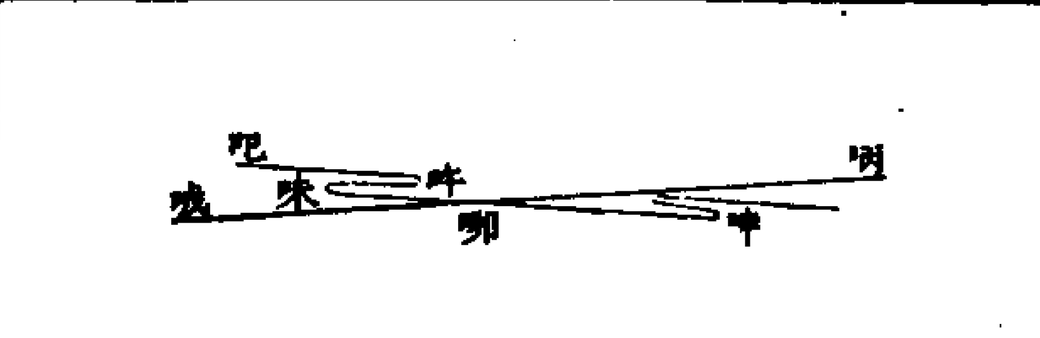
諸行星

於地面仰測諸曜見其時時行動異于恆星者不獨日月已也又有諸星其近且大者曰水曰金曰火曰木曰土古所謂五緯星也其遠而難見非遠鏡不能察者曰天王曰海王其微而難見亦必窺以遠鏡續所已測見者約有百十餘恐未測見者尚多與小

恆星難別也每夜窺測見其移動者即知是小行星俱自嘉慶以來所測得內有四小星在道光二十四年之前所得也書末附表有小行星之名與測得之人名及測得之時

諸行星之道亦自西而東除穀女武女天后諸小星外其道俱近黃道見三百零三條在地望之不能正見各道之面僅能側見其邊其各面相交角及遠近俱不能了了惟星距黃道面之度能明見之

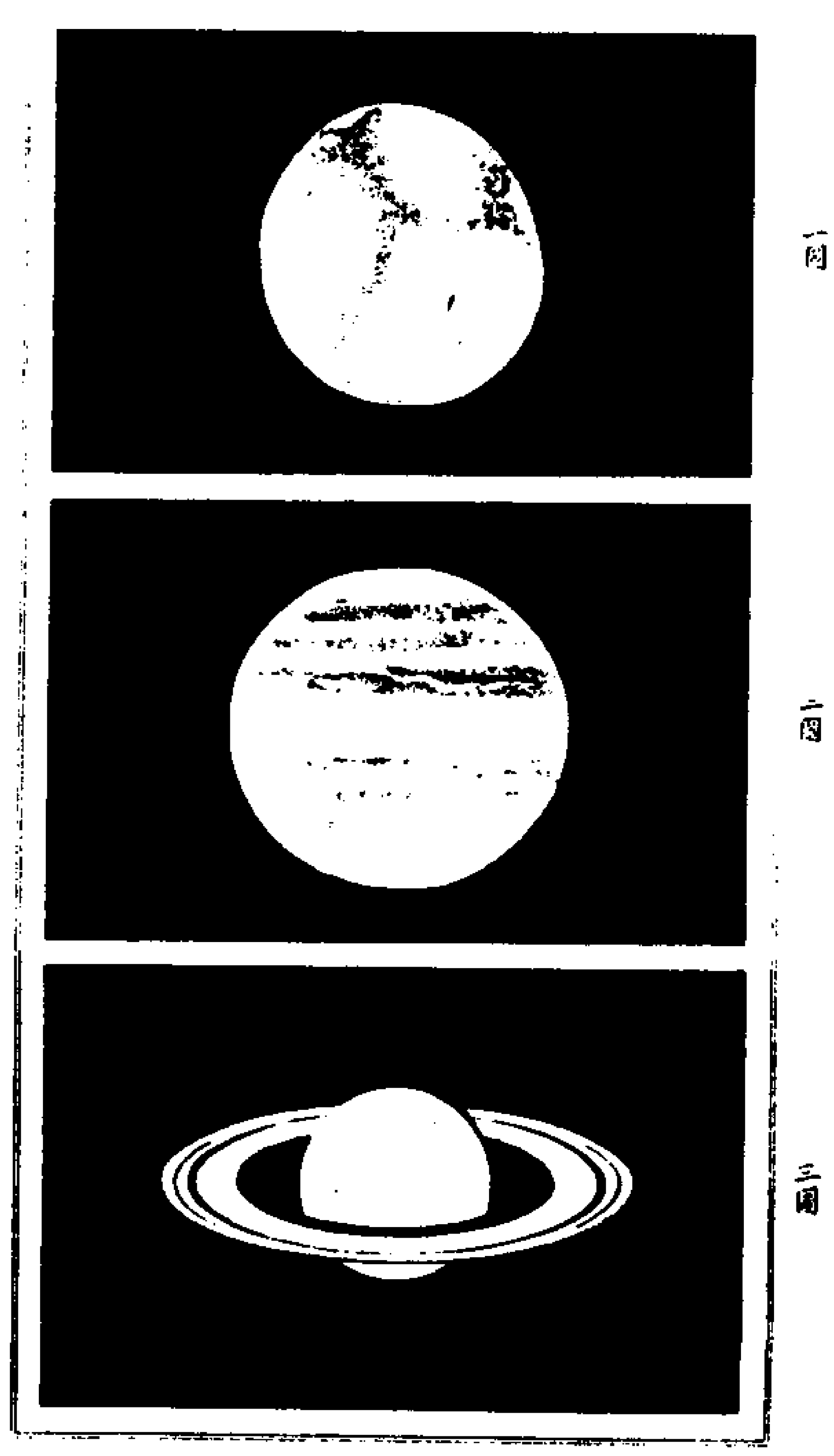
地上視日月之行略有遲速由于撱圜而行星則大異于日月有順逆行順行由速而遲而留而逆行逆行亦由速



而遲而留而復順行總計之順行多于逆行順逆二行之較爲星東行之度試以黃道相近一帶所見之星道展爲平面而圖之戊丙爲黃道已午未申爲星道已至午順行午爲留午至未逆行未爲復留未至申順行餘可類推卯爲二道之交點地在黃道面內交點亦在黃道面內故見星至卯必無視差欲知星過交點時刻取相連二日一在黃道南一在黃道北各測其緯度用比例推之卽得屢推之知凡星二次過中交或正交中間之積時恆等無論順逆遲速皆然然則星之行皆有

定法我見其忽順忽逆忽留若無法者因我所居之地不在星道之心而地又行于本道生視差故也蓋諸行星道皆以日爲心故若居于日面覩之必見其行有定法而無順逆留諸變矣行星皆爲球體與地同類本皆無光日照之而生光此以遠鏡測而知之又皆爲實質面之狀各不同見三版圖卽火木土三星之圖諸星距地較月甚遠故月能掩之有更遠于日者故距地球最近之星地半徑視差甚小不過數秒而其遠者視差更微難測也推行星大小以本星之地半徑視差與星之視半徑比若地徑與星實徑比蓋視差卽在星上所測地之視半徑而同用一星

三版



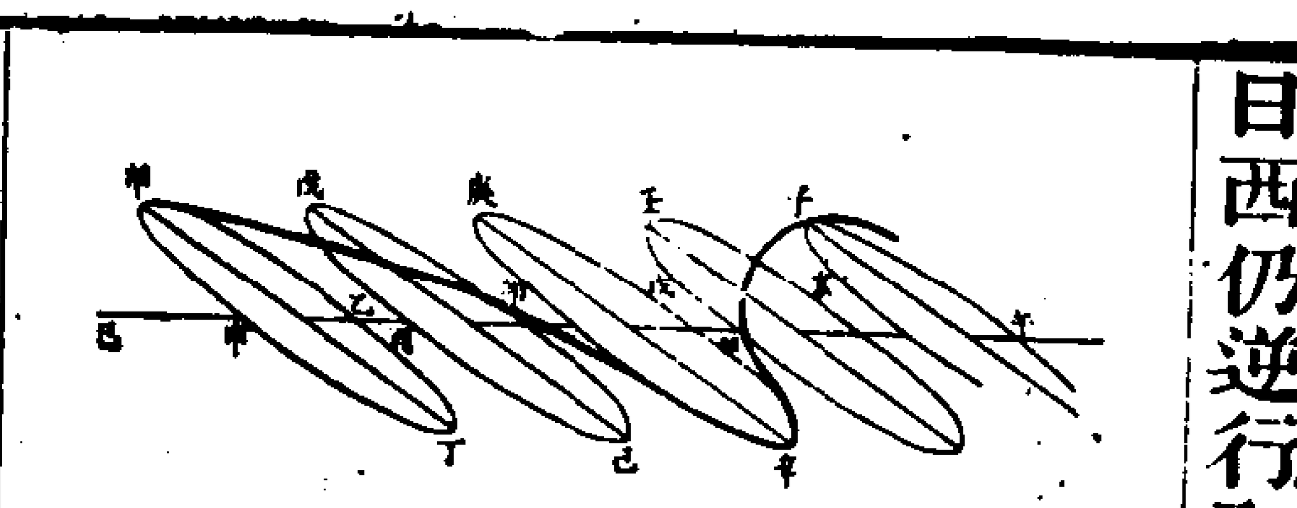
地距故比例同也凡行星皆小于日然有大如地或大于地者

行星視徑有時變大有時變小以三角法推得距地諸數則知若以地爲心無論行正圓行橢圓其數俱不合而于日則大有相屬之理如火星衝日之時視徑最大爲十八秒衝後漸變小至合日時最小僅四秒他行星亦然故知俱繞日又金水火三星以遠鏡測之見有弦望與月同其明面恆正對日故知諸行星無光皆借日之光也

以日爲諸行星道之心則地上所見諸參錯行之故盡明而一切行星并地球之動法皆歸一公理蓋行星皆繞日

其道斜交黃道交角甚小而交點不移聯二交點爲二道面之交線交線平分黃道行星自正交或中交起復至本點爲繞日一周其時可測而推也

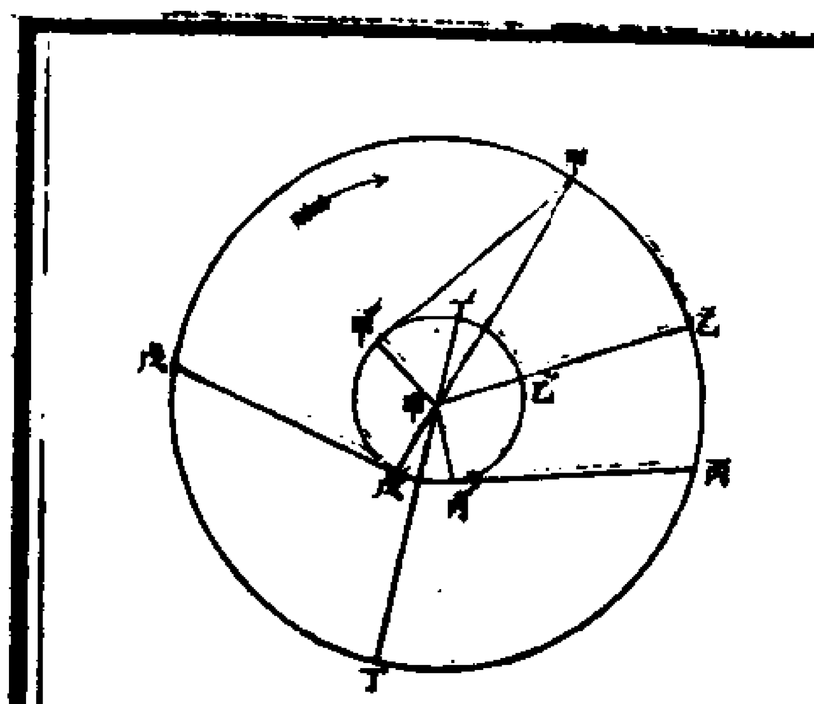
諸行星繞日一周在地望之各不同金水二星如借日而行離日之度有定界或在日東或在日西在日東則日入後見于西方名昏見在日西則日出前見于東方名晨見離日最遠水星不過二十九度而金星四十七度在日東最遠與日同速既而留而逆行初遲後速與日漸近而伏伏時或見其過日面如小黑圓班此必行星過交線而地球亦在交線乃有之與日月食理同伏若干日而復見在日西仍逆行初速後遲遲極復留而順行復離日最遠而



與日同速既而速漸增追及于日而又伏伏數日復見在日東焉順逆伏留之時有增損如圖巳午爲黃道甲乙丁爲行星道日居星道心乙申爲二交點若日定居黃道無視動則必見行星進退于日之前後設地在交線則在日下必見星過日面在日上必見日掩星今日與黃道巳午有視行設過申酉酉戌戌亥諸分每分中行星在本道過一象限則其視道必成甲卯辛

子曲線在甲卯辛分內必見順行在辛卯子分內必見逆行而在辛點必見留也此惟金水二星爲然二星在地道內名內星伏時星在日地間名下合日在星地間名上合

又圖正視星地二道申爲日申子乙丙爲水星道甲乙丙

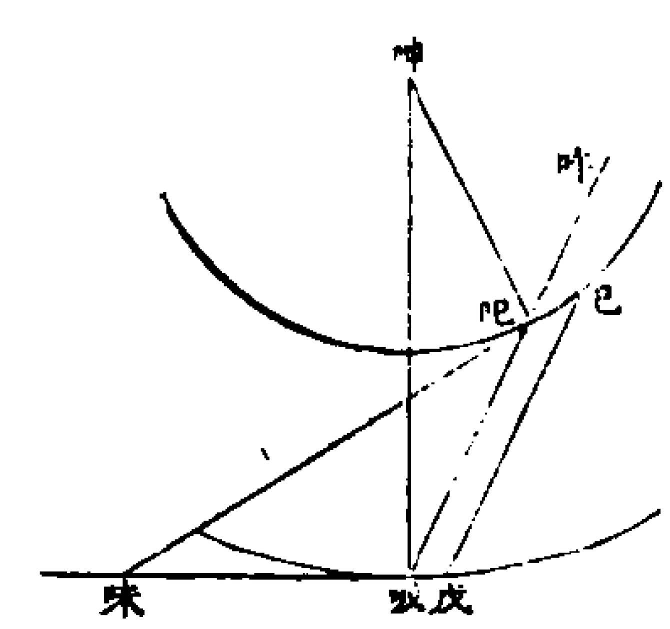


丁爲地道矢表星地所行之方向星在甲時設地在甲其方向爲星道之切線申甲則必見其離日最遠其角度申甲申爲最大甲申申爲直角則半徑與申甲申角正弦比若地道半徑申申與星道半徑申申比故測得

申甲申角即能知星道之半徑然屢測其半徑不等故知星道非正圜而爲橢圜用連次測數推得水星距日中數約一億零四百萬里金星距日中數約一億九千七百里地道半徑爲二億七千五百萬里又以高卑二點正交點之微差推得水星一周之恆星時爲八十七日二十三小時一刻零四十三秒九金星一周之時爲二百二十四日十六小時三刻四分八秒而晨昏見一周之時水星爲一百十五日八七七金星爲五百八十三日九二此恆星周太陽周之别設地定居于甲則行星在申爲晨見離日最遠行一周復至申仍得晨見離日最遠今地自甲向乙行

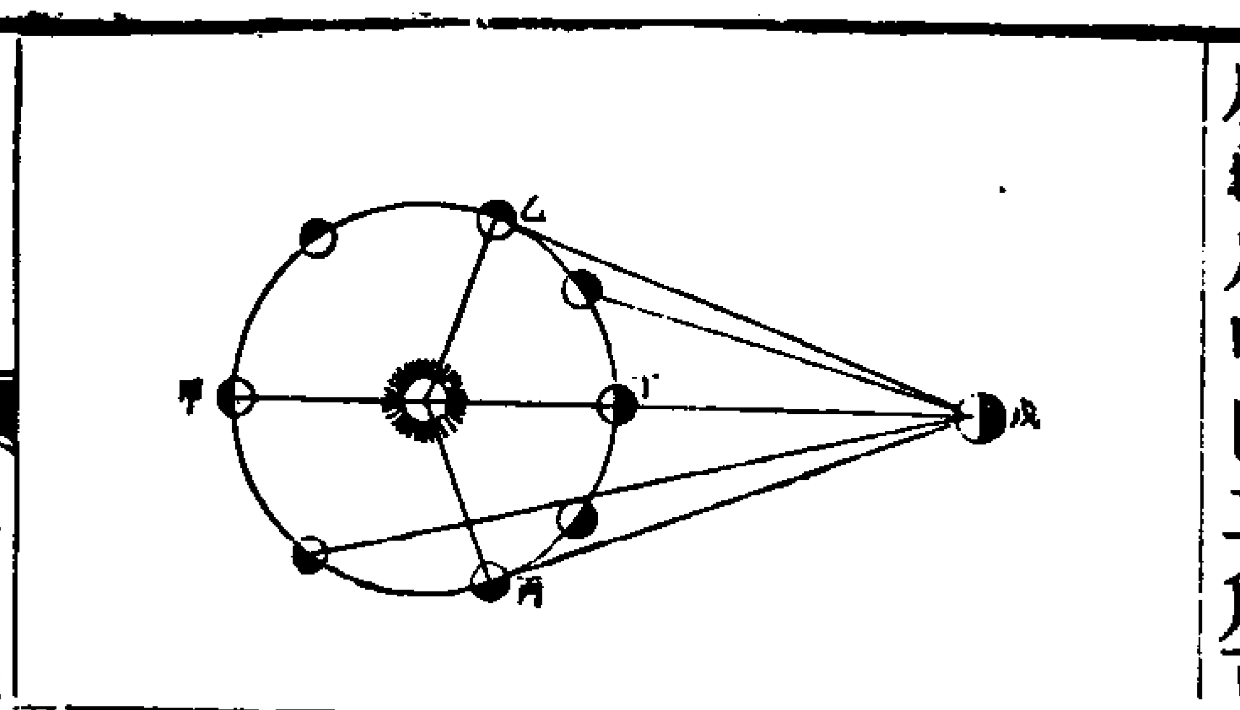
于本道故星復至申時地已前行追至戊遇地在戊始同在切線上而復得星晨見離日最遠也中間星至乙時地至乙則見星下合日星至丙時地至丙則得星昏見離日最遠星復過申至子時地至丁則見星上合日星自申起復至申是謂恆星周一周後更行至戊是謂太陽周也

以金水二星地球三道之半徑推得三道里數各以一周之時約之得一小時中水星約行三十一萬六千二百三十里金星約行二十三萬一千三百三十里地球約行十九萬六千七百五十里故星在下合日乙點左右時星地之行方向同而星速于地從地視之見星行之方向與日視行逆故爲逆行在上合日子點左右時星地之行方向逆而從地視之見星行之方向與日視行順更速于日故爲順行二留點不在離日最遠申丙二點而在甲乙與丙乙之間又圖戊戊爲地道上之微弧巳巳爲星道上之微弧若二微弧與二速率比恰令地過戊戊星過巳巳其距線巳戊至巳戊方向不變則地視星或背地上行或向地下行而不見有順



逆行故曰留也若離日最遠時則見其與日同速而爲順行矣欲推留點所在引長巳巳戊戊爲巳戊二點之切線會于未點任引長戊巳至午巳戊與巳戊平行則準平三角例巳巳與戊戊比若巳未與未戊比命星地之二速率爲亥亥則巳巳與戊戊比若亥與亥比故亥與亥比若巳未與未戊比亦若巳戊未與未巳戊二角之正弦比亦若申戊巳與申巳午二角之餘弦比因申巳未申戊未俱爲直角故也亦若申戊巳角餘弦與申戊巳戊申巳二角和之餘弦比又命星地二道之半徑爲未未則未與未比若申戊巳角正弦與申戊巳戊申巳二角和之正弦比而申

戊己戊申巳二角可推一為行星留時離日之角一為日

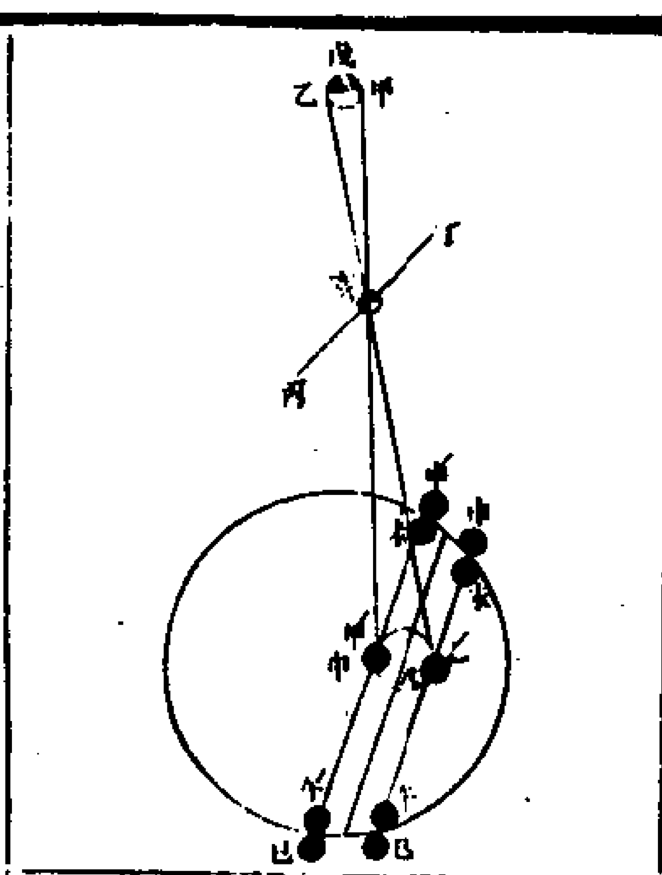


視行星與地二經度之較角也然星地二道俱非平圜故推算更繁今不詳論而著其已推得之數水星之留點離日最小約十五度最大約二十度金星恆在二十九度左右其逆行水星約二十二日金星約四十二日

金水二星有弦望如圖申為日戊為地乙甲丙丁為星道星因日照向日半面明背日半面暗故當上合星在

甲戊視之見光滿如望星在乙甲甲丙之間光必多于弦在乙丙二點則如弦在丙丁丁乙之間光必少于弦漸近下合丁點則見其如線或全無光如朔或見其過日面如黑斑焉凡金星之光見其時明時微者有二故焉一因弦望一因距地遠近星之視體大小不同如自離日最遠至下合日之時光面漸變少然漸近地視體漸大每相補焉依此推之離日四十度時光最明焉

金星過日面有一定時而二次相距之年不等率初八年次一百二十二年次八年次一百零五年如是周而更始恆近冬夏二至測此以推地日距及日之地半徑視差法



最妙如圖酉為日戊為地亥為金星丙丁為過日面時之道甲乙為二測處在地球面相對二點其徑甲乙正交黃道面若地不轉星過日面時甲乙徑不動則甲點見星在日面甲乙點見星在日面乙甲亥申乙亥乙皆為直線則亥點之相對二角必等故申乙與甲乙比若星之距日與距地比即若六十八與二十七比約為五與二比則日面之申乙必五倍地半徑其視度必五倍地平視差是以測申乙設有差推得地平視差其差減小不

過五分之一故曰法最妙也巳午未申巳午未申二線為金星視道之二界從日之西邊入東邊出甲乙測者必細測出入二點以定界線所在若細測過日面之時更妙蓋查金星未能知其行度速率而視道約同直線知其時即知過日面線之長用作通弦以日徑求其矢甲乙所得二矢之較即申乙也此必測星心過日面故先測入日時一星日外切之時如巳一星日內切之時如午次測出日時與前同如未如申取外切內切之中時以日周之弧效之則得星心出入之時然地球自轉而二測處又不能恰在相對二點故推步甚曲折與日食月掩星同而更細密今

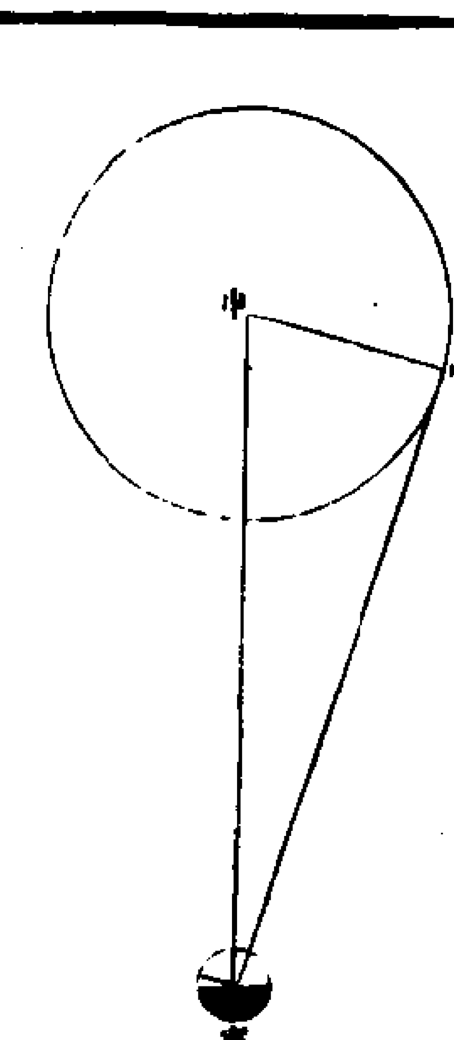
不詳論但論測金星過日面爲最要事云乾隆三十四年星過日面英法蘭西俄羅斯等國俱分遣疇人至遠方測之合各國測數推得太陽之地平視差爲八秒五七七六此後過日面當在同治十三年二十一年見三百五十七條乙

水星道之兩心差最大約爲四分半長徑之一故其離日最遠度相差甚多小則十六度十二分大則二十八度四十八分金星道亦爲橢圜而兩心差不甚大

水星過日面在正交點近小雪在中交點近小滿分計之在正交點約十三年或七年一次率三次相距俱十三年一次相距七年在中交點亦然然此約言之耳水星道與

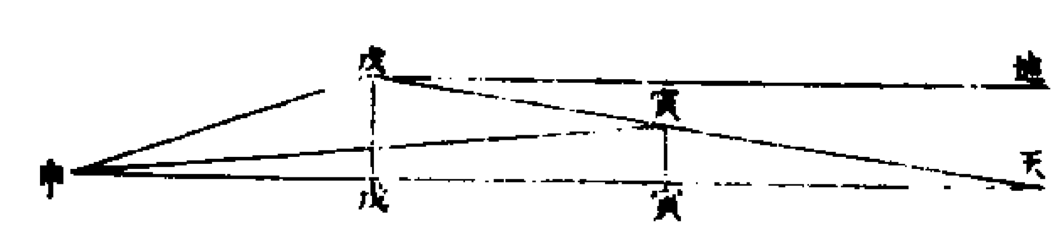
黃道之交角大故時或不合當以二百十七年一交之終計之其次周而復始也水星近日用以攷日之視差不便故非若金星之當詳測焉道光二十八年咸豐十一年水星過日面

凡星道包地道者名曰外行星何以知其包地道其證有二內行星離日度有限遠至限而復近外行星則無限衝日時遠至半周地不在星日中間不能如是一也星之光常滿不見有弦缺其遠者爲木土天王海王恆爲圜體其近者爲火星雖或小虧亦不能過八分之一故知在地視星與日照星之方向略同非地道在星道內不能如此二



也以火星論之如圖申爲日戊爲地寅爲火星地在戊時火星上見地離日度最大地上視火星見暗面亦最多準星之光分能推申寅戊角及星日二心距申寅與日地二心距申戊之比例故知火星道半徑爲一箇半地道半徑强而木土天王海王之虧不能見則其道必包地與火二道

外行星于衝日前後皆逆行逆行之時及所過度分及速率各不同俱火大于木木大于土土大于天王天王大于



海王若知星之周時則測其逆行能推星道大小如圖申爲日衝日時地在戊星在寅同在申天直線內歷若干時地行至戊星行至寅作戊寅聯線引長之交申天線于天成申戊天申寅天二三角形先用申戊天形已有申戊邊卽日地距亦有天申戊角卽地所過之弧度亦有申天戊角卽地戊天角爲星逆行之度則可推得申天邊次用申寅天形已有申天寅角亦有天申寅角卽星所過之弧度以星周時與今所歷時比例而得又有申天邊則可推得申寅邊卽星日距也

然星道非平圜必累測而推之取其中數爲星道半徑也

前論測星道交黃道點能知周時然其交角有甚小者交點非易測若于衝日前後數日連測之以定衝時二次衝日中間積時卽星之太陽周時也然因橢圜有微差必屢測取其中數方得太陽平周時知太陽周卽知恆星周測次愈多得數愈密五緯星已歷測二千年推得其周可云密之至矣

凡二行星周時之平方比若二距日線之立方比如地與火星二周時之率爲三百六十五萬二千五百六十四與六百八十六萬九千七百九十六二距日之率爲十萬與十五萬二千三百六十九上二率各自乘下二率各再乘其比例同也此爲古今來天學中第一至妙無上之理刻白爾精思苦索而得之是時未有對數推三角頗不易諸行星之根數未能若今時之精密而刻白爾乃能探得此理則又難之難已苟非大智何以能之自明此理而知地球與諸行星不獨形體相似顯然一類無可疑矣

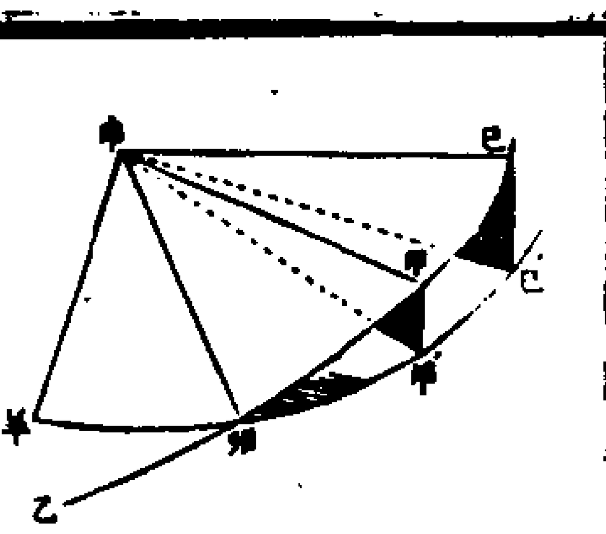
刻白爾攷火星行法悟得火星之道爲橢圜日居橢圜之一心星日距線所過面積等則歷時亦等驗之火星旣密合以其法推諸行星皆合因立三例一曰歷時同則星日距所過面積亦同二曰諸行星皆行橢圜道以日爲橢圜

之一心三曰諸行星距日中數與周時有公比例此三例以奈端動重學之理攷之俱合其第一例歷時同距線所過面積亦同者蓋諸行星本欲以平速行于直線其行于曲線者必有力恆加之令曲也其力之方向恆指日心奈端論此理甚明其大略云凡力恆加于一動體力之方向恆指一點則體必行曲線道歷時同體距點之線所過面積亦同此可以淺近事顯之譬如以繩懸一小鐵球手執一端依地平面旋轉之一指向下令繩纏指則球必漸近所繞之心而速率漸大周時變小同時過同面積目驗卽知無煩細論也若反旋令繩展于指必由速漸遲與前相反其第二例行星皆行橢圜道以日爲橢圜之一心者蓋諸行星皆依日之攝力而行曲線與他星無涉以動重學言之凡動體無他力加之必行直線恆加以他力則行曲線動體行平圜周者動體之本速率與所加他力令本道各點之曲率恰相等也若力更大則曲率亦更大力更小曲率亦更小此皆不合平圜而動力必時大時小曲率亦時大時小凡動體行曲線道若先知其本動之方向與本曲線之理則亦可推其令方向變之力令物行橢圜道用力之法不一設作鐵線橢圜圜穿一珠令行其上則令方向變之力恆正交鐵線而不向橢圜心其行必爲平速此

與同時同面積之理不合必如前論用繩懸小鐵球乃合也欲攷橢圜之力有三理一準同時同面積能知體在各點之速率二準曲率能知各點離切線而向心之數三準速率變大小能知各點力之大小令體向心而離直線之率任在何點皆可推算欲驗體行橢圜之理最妙以蠶絲懸一細鋼球下置一大力噏鐵圜柱噏鐵之極與懸點正相對乃動其球令繞噏鐵則球必行橢圜而不行平圜也其第三例諸行星距日與周時有公比例者蓋諸行星各行本道皆由于日之攝力凡化學中質點愛攝力及噏鐵力僅能攝數質而日之攝力凡所屬諸星無論何質皆攝

之攝力有大小由于諸星距日有遠近蓋攝力與質多少有正比例而與相距遠近有反比例也準奈端之理凡二體互相繞其周時必如橢圜道半長徑立方之平方根以二體質和約之之數準此若諸星之質較日質相去非俱甚懸絕則刻白爾之例不能合今諸星質雖有大小而較諸日則俱甚小故皆略合其差甚微不能覺也

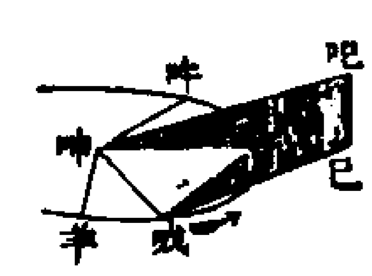
欲明各行星橢圜道之根數有三要一爲橢圜形及大小以長短二徑定之或以半長徑及兩心差定之如橢圜之長徑十短徑八則半長徑爲五兩心差爲三其橢率爲五分之三二爲橢圜之方位以黃道面及分點線爲準此有三事星道與黃道二面之交角一也二面交線之方向二也長徑之方向三也交線必過日心故知交點經度卽知其方向星過交點自南至北爲正交此時星之經度卽交點經度也而知最卑點經度卽知長徑方向最卑點長徑之一端也三爲星于某時當在本道某點但知最卑點或



橢圜上一定之點及周時則依同時同面積之理卽能知之也三要已知則無論何時能知行星所在之處而從日心與地心之二視方位俱可推得也先論從日心之視方位如圖申爲日巳甲卯爲行星橢圜

道以申爲心甲爲最卑點巳申卯羊爲依星道作柱面正交黃道面所成形申羊爲分點線爲經度所起申卯爲星道黃道二面交線設乙在黃道南甲在黃道北星自乙向甲則卯爲正交點羊申卯角爲交點經度若星在巳從甲巳二點俱作線正交黃道面于申己二點則羊申己角爲行星經度羊申甲角爲最卑點經度巳申己角爲行星緯度已知周時及橢率橢圜面積故但知星過最卑點之時則準同時同面積之理能知甲申巳面積而用幾何法能推得甲申巳角卽星距最卑度乃取甲卯申正弧三角形推之已知卯申弧卽最卑與交點二經度之較卯申申角

亦知卯角卽二面之交角故卯甲弧卽卯申甲角亦可知以卯申甲加甲申己得卯申己角爲星距交度乃用己卯巳正弧三角形已知卯角及卯己邊卽星距交度推得己巳邊卽己申巳角乃星之緯度也又推得卯巳卽卯申巳角加交點經度卯申羊角得羊申巳角乃星之經度也



再論從地心之視方位地心視行星方位異于日心者因地球距日而生故必先求行星距地距日之數次求地距日之數乃可推也如圖申爲日戊爲地己爲行星申羊爲分點線羊戊爲地道己巳爲行星心至黃道面之垂線申己戊爲星之地道半徑差角戊己爲從地視星之方向戊巳爲地至星垂線底之方向作申午線與戊巳平行則羊申午角爲星之地心經度而己戊巳角爲地心緯度夫羊申戊爲地之日心經度有日表可查羊申巳爲星之日心經度己申巳爲日心緯度依上法可推前條而申己爲星道之帶徑名本代徵積拾級申戊爲地道之帶徑各準道之大小及體所在度可推既有此諸數則星之地心經緯度俱可推法先用申己巳直角三角形已知申己邊及己申巳角求得申己巳二邊次用申戊巳三角形已知申巳申戊二邊及戊申巳角乃星地二日心經度之較求得申巳戊角及戊巳邊申巳戊與巳申午二角等故申巳戊巳申戊羊申戊三角和等于羊申午角卽星之地心經度又用己戊巳直角三角形已知戊己巳二邊求得己戊巳角卽星之地心緯度也

五緯星上古以來人皆知之天王星乃侯失勒維廉于乾隆四十六年二月十九夜以遠鏡細測諸恆星始知爲行星前此因遠鏡未精每誤列于恆星表也火木二道間諸小星嘉慶時先得其四一爲穀女得于六年測地爲以大利之西西里巴勒摩城人爲必亞齊一爲天后得于九年測地爲日耳曼之阿諾威高丁近人爲哈爾定一爲武女一爲火女得于七年十二年測地爲日耳曼之不來梅人爲阿爾白士初有波特者普魯士伯靈之天文士也言火木二道之間必有行星但未測得耳蓋各行星道距水星道約俱遞倍如地水二道距約倍金水二道距火水二道距約倍地水二道距推之土天王莫不皆然惟火木二道間太遠與例不合故也後測得此四星其道大小略等俱在火木中間距火木二道之數與上例合歷家咸異之或謂此四小星本一大星破碎而成果爾其數當不止于四後人因細測近黃道一帶小星盡著于圖以核其中有行星否于是道光二十五年十一月初十夜亨該得嚴女二

十七年五月十九夜又得穉女

續得此二小行星後天學家咸喜精心再測更得多小行星見書末附表

大行星中海王最後得初測望家見天王星有無法之小動英亞但史法蘭西力佛理亞驗其動法皆以爲別有一行星其攝力加于天王而生此動其說不謀而符二人各以法推未見之行星謂今當在某經度某緯度其推又略相近力佛理亞以所推送伯靈星臺是夜臺官嘉勒用遠鏡依所推之處測諸小星核以星圖果得一行星距力佛理亞所定之經緯其差不至一度距亞史所定之經緯其

差不至二度半名之曰海王時道光二十六年八月四日也

前條言諸星道相距有定例其數雖不能如刻白爾諸例之密合然甚相近求其所以然之理未能得及得海王其道距水星道非倍于天王距水星而僅加半與例不合然後知此例乃偶合不足憑而凡說之無證者俱當細攷之不可遽信矣

諸行星上設有動植諸物其性與質必較地面諸物大不同蓋諸行星異于地球者三受日之光熱多少不同一也攝力大小不同二也體質疎密不同三也受日光熱水星多于地約七倍地多于海王約九百倍其二界之比若五十六與一之比試思我地面之光熱若多七倍何以堪之若少九百倍又何以堪之

攝力大小木星視地約若五與二火星約半于地月較地若六分之一小行星約二十分之一質疎密以重率言之則土星重率爲八分地重率之一意土星質當略如乾松木此三者既如是不同則動植諸物若性質無異地面必不能生活也

續諸行星所受太陽之熱氣雖多少大不同然行星外所包之密雲或能透熱氣而易射至行星之面又能阻之

使不易發散故遠日之行星所受太陽之熱氣雖不多而所受者能多存于其面也如藏植物之玻璃房受太陽之熱氣雖至有雲之時房內寒暑度仍大也按此理行星距太陽甚遠者未必是甚冷矣

以遠鏡測諸行星所得諸事條列于左

水星略如球體光如月有盈虧因最近日而小不能細測其質實徑約九千二百里視徑五秒至十二秒金星亦有盈虧其實徑二萬二千六百里視徑最大六十一秒大于他行星然其面但見有光而不能見有山與影雖有光暗之異而非能一定故或言金水二星自轉之時晷與地同

或言多于地二十四倍因其面無斑未能測定也或星之體我人不能見但見包星之雲雲所以蔽日光以護星也

火星之面甚明晰道光十年六月二十九日用二丈回光鏡測之見有大洲與海狀如三板一圖大洲作紅色意其紅土也海作綠色有時不淸晰或狀改變意包星之氣中有雲故耳而當淸晰時有一定形狀星自轉其面以次而見已有好事者細測著于圖其二極有白斑最明見本圖或云是積雪故向日久則小背日久則大最大時約距極六度細測此白斑知火星自轉其赤道面與黃道交角三十度十八分歷二十四小時二刻七分二十三秒而一周其

轉亦自西而東與地同其實徑約一萬三千一百里視徑最小四秒最大十八秒

木星在行星中爲最大實徑二十六萬六千里其體積大于地球一千三百倍視徑最小三十秒最大四十六秒其面有帶數道道光十二年八月二十九日用二丈回光鏡測之如三版二圖其帶之廣狹位置屢變非一定間或散于星之全面

續 星面或見白斑其帶或見分枝而諸帶之最奇者有時見其內有明晰之正圓小斑如其月體卷十地球之月食條過于木星地球之間有時見其位置與數有變咸豐七年九月十一日見有十而已見者俱在星之南半球道光二十九年春導斯初見之三十年二月十五日拉斯拉初作圖以解之

近時導斯見之更明次第解之記于天學會之歲册此必在包星之氣中因風而成如地之貿易風也而星之轉其面行速于地故其風愈有一定其黑者爲星之體然不至星之邊其邊氣愈厚故也

續 其白斑或是本處發出之㬁雲如地球空氣中雲柱上之有㬁雲也

細測之知木星自轉依愛力歷恆星時九小時三刻十分

二十一秒三而一周其軸與帶正交木星體非正圜而微匾與地同用分微尺測得赤道徑與二極徑之比若一百零六與一百之比依算理推木星之體質幷繞日之時與測得數合故知此法可推最遠行星無不合也

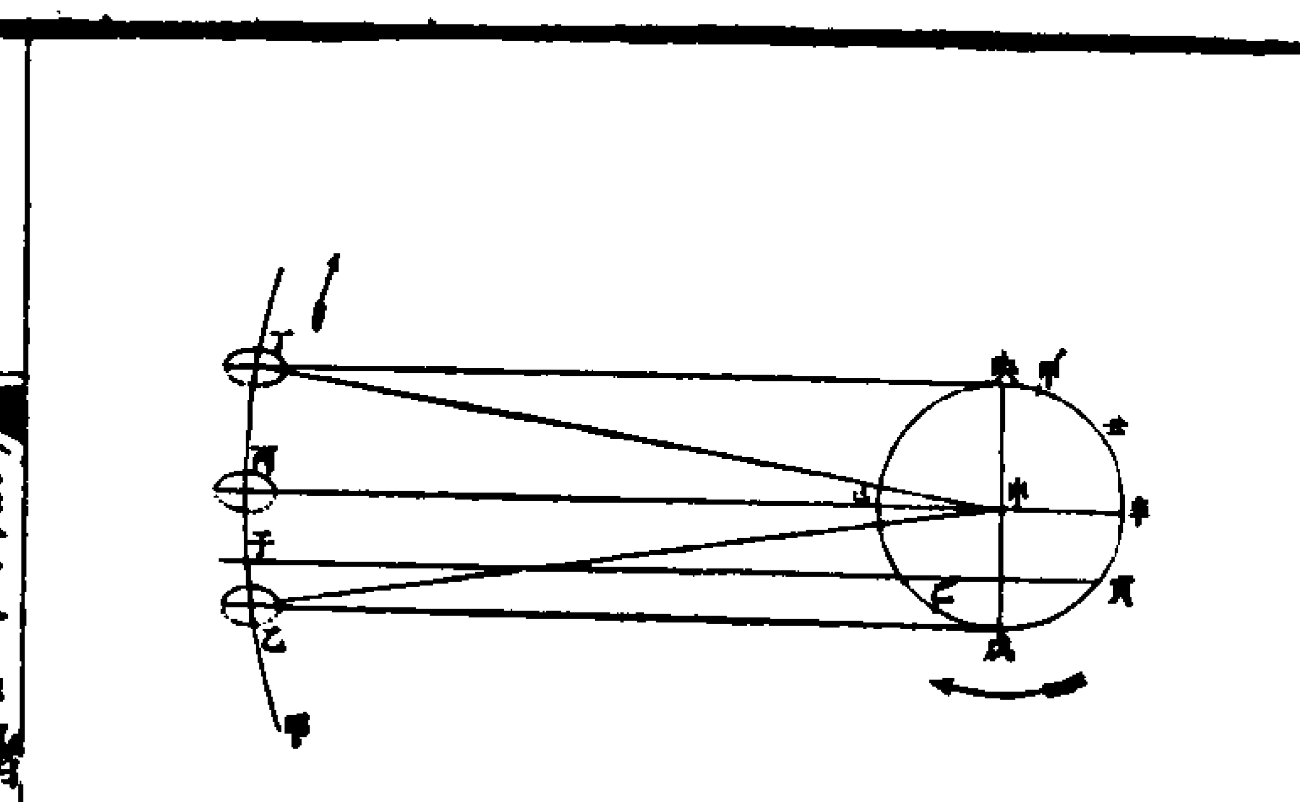
木星有四月繞之如地之有一月也其繞法自西而東亦同諸月繞木星與諸行星繞日理與法俱合

土星實徑約二十二萬五千里體積大于地球約一千倍距地遠近適中時視徑十八秒其面亦有帶數道不及木星之淸晳理與木星同間或見大斑即星之體侯失勒維廉據以測自轉得十小時一刻一分〇秒四四而一周土

星有八月繞之最異者體外有光環分三層與星同心而共在一平面內外環之外徑五十一萬零一百四十四里視徑四十秒〇九五內徑四十四萬八千九百九十七里視徑三十五秒二八九內環之外徑四十三萬八千六百三十九里視徑三十四秒四七五內徑三十三萬九千三百零七里視徑二十六秒六六八環之厚難測然必不能過七百里星之赤道徑二十二萬八千九百零五里視徑十七秒九九一赤道距內環內周五萬五千二百零二里視距四秒三三九兩環之間五千一百七十九里視距〇秒四〇八此二空處望之若二黑環焉環之前半對日生

影影在星面環之後半有星體之影故知環爲實體非虛象也星面諸帶與環平行故知星自轉之軸正交環面也見三版三圖

續或謂其環非是實體有理可證惟無論爲實體爲虛象地球在便當之時能見其環影在土星向日之面亦見土星影在環向日之面而在土星之後曾用遠鏡細測之矣或意其外環之外邊略有橢圓之形又意其二環不在一箇平面內土星繞日行其自轉軸與光環方向不變故光環面交黃道面之角亦不變恆爲二十八度十一分其二面交線與分點線成角一百六十七度三



十一分而光環二交點之經度一爲一百六十七度三十一分一爲三百四十七度三十一分土星至此二點光環之邊正對日若適當衝日時地上視光環如一細長光線非最精遠鏡不能見謂之光環隱土星約十五年一過交點過交點時光環或隱一次或隱二次三次如圖申爲日甲丁爲土星道戊已庚辛

爲地道矢所指爲星地行道方向丙爲交點丙申爲交點距日線作戊乙庚丁與丙申平行切地道于庚戊二點光環之方向恆不變故土星在乙丁之間若與地球會于丙申平行線如子寅戊乙等線光環必隱土日距申乙與地日距申戊之比若九五四與一之比推得丙申乙角爲六度一分倍之卽乙申丁角爲十二度二分卽乙丁度土星過此約三百五十九日四六較地繞日一周僅少五日八地或在戊已庚或在庚辛戊二半周俱可與土星會于丙申平行線會則光環必隱設地從庚行五日八至申之時土星初至乙則必一會于辛戊象限內再會于庚點計其

隱有二次若地在中辛戊弧內土星至乙則必一會于辛戊象限內再會于戊已庚半周內三會于庚辛象限內計其隱有三次若地在戊乙弧內土星至乙則其初地斜行而遲星追及地而一會後地行近正而速追及星而再會俱在戊已庚半周內而星未至丁地已過庚又會于庚辛象限內計其隱亦三次地在乙時土星至乙其初地斜行星速于地追及地與會會後地行漸正即速于星而前行再會于庚辛象限內計其隱只二次若地在乙已甲半周內則僅一會于庚辛戊半周內而其隱不過一次光環向日之面明背日之面暗若丙為光環之正交點圖之面為

黃道北其背為黃道南則地會星在辛戊象限內為從明至暗在戊已象限內地追及星為從暗至明星追及地為從明至暗在已庚象限內為從明至暗在庚辛象限內為從暗至明地入暗面時望星見面上有帶數道而赤道上有細黑線若星在乙丁弧外則無此狀凡土星之日心經度自一百七十三度三十二分至三百四十一度三十分見環之北面恆受日光自三百五十三度三十二分至一百六十一度三十分見環之南面恆受日光在七十七度三十一分及二百五十七度三十一分時見光環之面最廣其短徑約為長徑之半或疑光環如此大而係實體何以能懸居空中而不落于星面曰光環亦依本面自轉環上之光有不同處據以測得歷十小時二刻二分十五秒而一周準土星攝力推之如物在環半繞星應得之速故能懸居空中不落也

續或言其環如此之薄若為實質恐外邊內邊所加二離心力之較必將環撕碎若為流質則無此事或疑環為氣質又謂气與氣質交和如雲之類也以分微尺細測知光環之重心行于一小圜周以繞星之重心非與星共一重心也如此環之攝力加于星之四面不同令星恆欲向環之最近點而最近點繞星而行頻移其處故

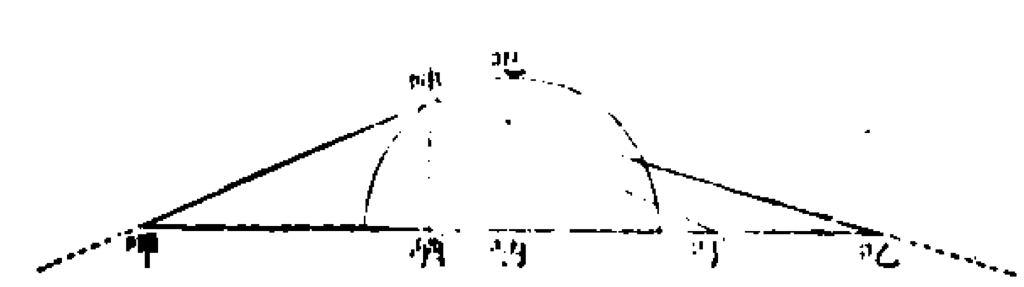
環甚穩不致搖動亦不致與星附着也又環與星繞日遲速如一故永不變若速率微不同環亦必落于星面也或言外環之光小于內環而內環內半之光亦小于外半道光三十年十月初八夜米利堅堪比日星臺官本特用大赤道儀測之見內環之半有暗帶界之其內半較闊覺別有一環其闊若五分舊二環和之一後二十二二十六兩夜英國根德天文士導斯用精遠鏡徑六寸者測之亦見暗帶更明晳與本特不謀而合故定為三環暗帶乃新環舊環間之空處也而新環半亦見有黑線界之界已內光更小

道光二十八年閏四月十八日伯靈星臺官嘉勒初測見內環之內邊又加闊以分微尺測之約爲星與環間之半此加闊者畧能透光故隔此能見星體嘉勒測得雖在先而其頒行已在本特與導斯測得之後又有多人測得亦謂其能透光又見光環之面有數黑線與環間之黑帶平行屢有屢無按此及前說前條可信土星之光環爲氣質也

斯得路佛謂光環之內餘環昔時未見之者蓋自海更士初測得光環之後用分微尺測得光環與星間之漸減小乃知始有內餘環而漸闊也然固林爲志星臺官

美以納用分微尺測得者與該撒議之知斯氏之意不合也

人若居土星光環之邊而觀光環必如大光弧橫亘天空而兩端至土星之地平界甚奇妙也人若居土星之軸則見光環之內外邊必合其赤道之距等圈而恆掩距等圈間之多星人若居土星面使星體能透光則因視法之理見光環之內外邊必成不同心之橢圜且近邊闊而遠邊狹其橢圜不合其赤道之距等圈必向高之一極而偏以圖明之于土星面之某點申作申酉與光環甲乙正交以甲丁爲其赤道距等圈之徑以此爲底旋成正圜錐形甲申丁則圜錐形之底爲赤道距等圈又以甲乙爲光環之徑以此爲底成斜圜錐形甲申乙則圜錐形之底爲光環此圖惟在甲點與前圖相合其餘則俱在前圈之外至對面之乙點而相距最遠如乙申丁角卽二尖錐角之較也環邊之曲線旣在合點與其赤道距等圈漸近星之極而漸離故使人居土星見諸星與日之出有時先在環下能見後爲環所掩後在環上



再能見也土星旣有多面久不受太陽之光且所缺之光小月所難補故意其難居生物然此乃依地球之事論之耳是否尚未可必信或地球之人以爲極苦而在土星實爲最適亦未可知也

天王僅見爲一小光面無環無帶斑亦難見實徑若十萬三千里視徑四秒此星之道甚大故視徑之變不甚覺其體積較地大八十二倍其月或四或五或六未測定月道異于他星詳後卷

海王最後測得其道最近黃道面不能審視故其狀不能言

續昔人疑其有光環未有確據惟拉斯拉斯得路佛本特三人測見有一月可無疑

火星外諸小星俱甚微不能詳視武女狀似星氣想係厚氣星之攝力小不能令聚也又惟武女火女用最精遠鏡能測其視徑他俱不能也設人居諸小星上能躍高六丈如在地面躍高三尺也地上水族之大者移于諸小星可陸居也

續近時力佛理亞攷知諸小行星體質之和亦不足計也

欲顯繞日諸星大小及相距之率當擇一極平地面置一球徑二尺爲日距球一百六十四尺置一芥子爲水星距

球二百八十四尺置一疏豆爲金星距球四百三十尺又置一疏豆爲地距球六百五十四尺置一菉豆爲火星距球一千尺至一千二百尺置五十餘沙粒爲穀女等諸小星距球一里餘置一橘爲木星距球二里半置一小橘爲土星距球四里半置一大櫻桃爲天王距球七里置一大李爲海王若作圖于紙不能得眞比例也

續諸行星可分內外二類在木星道之內者爲內類如水星金星地球火星與諸小行星是也在木星道之外者爲外類如木星土星天王海王是也諸小行星亦可另爲一類其體之小于內星比如內星之小于外星比又諸內星自轉其軸每周之時皆略二十四小時外類之木星土星已知自轉其軸每周之時不及此數之半疑天王海王亦然諸內星體質之疏密率與地質略同諸外星體質之疏密率僅四分地質之一木星天王與太陽體質疏密率皆畧同

談天卷九終

談天卷十

英國侯失勒原本
英國偉烈亞力口譯
海寧李善蘭刪述
無錫徐建寅續述

諸月

諸行星除水金火及諸小星外皆有月少者一多者至六七月之繞行星猶行星之繞日焉

地有一月月非繞地乃地與月共繞二體之公重心而公重心行于橢圜道以繞日故地與月皆行浪紋橢圜道見圖卷五以繞日一周約有十三浪然浪之出入于橢圜甚微故

地二道向日之邊恆爲凹也地月之公重心在地體中故地心繞公重心之道小于地球之大圜然測日之經度有微差名曰月差亦視差理也月差之最大不能至八秒六八秒六者日之地平視差也

水星距日最近爲八十四日半徑天王距日至二千零二十六日半徑而月距地心只六十地半徑月地如此相近故月恆隨地若相距甚遠則月地必相離各獨行繞日而因道之大小令周時不同當如刻白爾所定之例也雖地有攝月之力然甚小月不能因之生遞遲遞速之率惟在本道生不平動所謂攝動也詳後卷

月地雖甚近然月受地之攝力小于受日之攝力若欲推其比例法以地球繞日與月繞地二道之大小用相等時分推地月所過弧分之二矢卽日攝力引地地攝力引月令向心之數依法推得二矢之比若二〇二三三與一之比卽月受日地二攝力之比例也又攝力近則大而遠則小其大小之比若相距平方之反比而日地距大于地月距約四百倍以四百自乘得十六萬以乘二〇二三三得三十五萬七千二百八十是日與地二攝力之比畧若三十五萬七千與一之比故地質僅爲日質三十五萬七千分之一凡行星帶月者已測得行星繞日月繞行星二道之大

小及二周時卽可推行星之質積若干也卷十以日地兩心距條

木星有四月土星有八月天王已測得四月或云六月海王已測得一月疑不止一月此諸月之于各本星猶諸行星之于日其攝力及動法皆與刻白爾所定之例合細測之尚微有不合處乃諸月互相攝動又本星非正球攝力時有微變故生此小差也諸月繞本星之道非平圜實微橢本星居其一心同星之諸月其各周時平方之比若各道半長徑立方之比周時及半長徑之數見末卷附表中

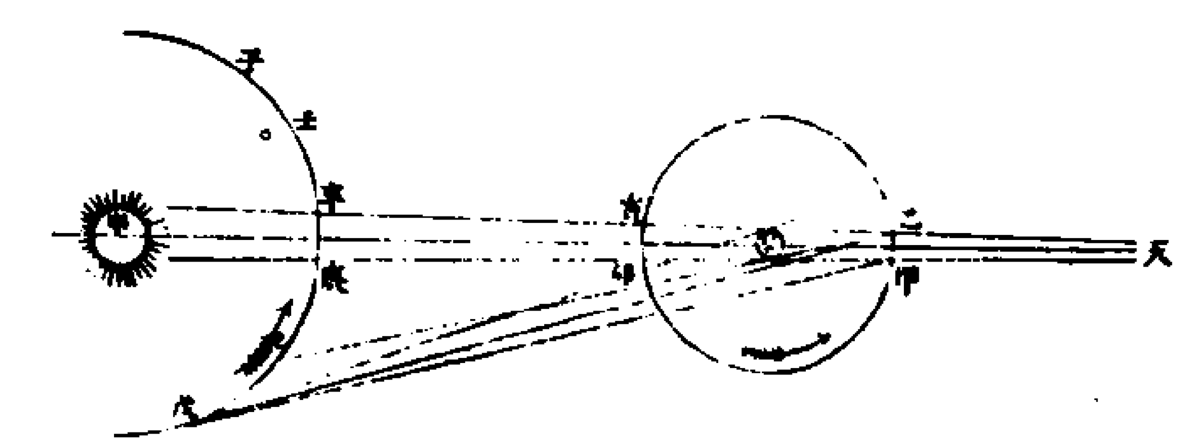
帶月諸行星中惟木星歷代曾經細測蓋其四月甚明了用最精遠鏡能測其月之視徑又月食多而易測可準之

定地面經度詳卷四木星月蝕條前代測地球之月未能如今時密合故恆測木星月食以定各地經度及時差

木星諸月繞木星亦自西至東各道之面畧近本星之赤道與星面諸帶略平行攷木星赤道面與星道面之交角為三度五分三十秒二面甚相近故地上望諸月之道俱略于直線而諸月有時過星面有時過星背為星所掩有時入其影光為所奪卽月食也造諸月表甚精密各處測其月食之時可定本地面經度也

木星月食大略與地球之月食同但木星距日較地甚遠星體較地甚大故其闇虛較地更長且廣詳卷十凡日月食條 又星與諸月大小之比例較地球與月大小之比例甚大而諸月道與星道之交角俱甚小又諸月道徑與木星徑之比例視地之月道徑與地徑之比例較小故四月中有三月每周必過闇虛必食既餘一月其道交星道之角畧大則非每周食既時或切闇虛邊而過見微食然亦食既時為多也

地球之月食人在月道之中望之木星之月食人在月道之外望之視線與其闇虛之方向交角時時不同準此見食之方向及月與本星之視方位不能一定而食時不變如圖申為日戊為地戊已庚子為地道癸為木星甲乙寅卯為星之月道闇虛之尖在天空中如天距諸月之道甚遠因日距木星甚遠故也木星見日之視徑甚小約六分故當諸月之道其外虛甚微可不著于圖月自西至東其方向如矢行至甲入闇虛必見食自初虧至食既月行之弧必如木星心所見月之視徑分秒自生光至復圓亦然然遠鏡及目不能無小差則初虧食既生光至圓之時刻不能密合無訛故但測星之隱見二時相較折半得食甚時用之此時月在申癸天線內卽木星見月衝日時也測此時可定地面經度有二食中間之積時卽其月之太陽周時而月之恆星周時亦可推詳卷七從前朔至後朔為一月條



觀此圖知地在申癸線之西則見月食必在木星之西其時在木星衝日前地在申癸線之東則反是地漸近申癸線則視線與闇虛之方向漸相近見月食處必漸近木星之體自乙作線切木星而過至地道已點設地在已則月出闇虛在木星背不能見自已至木星衝日皆然又自甲作線切星至地道壬點地自木星衝日至壬則月入闇虛在木星背不能見地在庚則月入闇虛在星邊地在辛則

月出闇虛在星邊地在庚辛間則月出入闇虛俱在星背面俱不能見若月至寅點其影必入星面望之若黑斑月自寅至卯見黑斑過星面月離卯見黑斑出星面又從戊作二線切木星之二邊地在戊月至二切線之間則見月體過星面故木星衝日前月過星面必影先于體衝日後反是諸月體過星面時用最精遠鏡測之有時若光斑在黑帶上有時若黑斑小于影理當大于影今反小意非月之全面必面上或包月氣中之大黑斑也諸月之表列于左

木星諸月表

	地之視徑 秒	木星中心之視徑 分秒	實徑 里	體積
木星	三九.九一		二六六一五〇	一.〇〇〇〇〇〇〇〇
一月	一.一〇五	三三　一一	七二五二	.〇〇〇〇一七三
二月	.九一一	一七　三五	六九七九	.〇〇〇〇二三二
三月	一.四八八	一八	九七六五	.〇〇〇〇八八五
四月	一.二七三	八　四六	八〇六八	.〇〇〇〇四二七

觀此表知木星上視第一月如我地球上視我月視第二第三月大小畧等其視徑若第一月視徑之大半第四月之視徑若四分第一月視徑之一諸月必恆相食亦令日食然木星上見食之處不多也

地上見諸月過木星背則月爲星掩月過木星視徑分秒之時即掩時月行有遲速故掩時不同第一月二小時一刻五分第二月二小時三刻十一分第三月三小時二刻十三分第四月四小時三刻十一分地距木星較諸月甚遠故雖有軌道差而掩時略同推諸月所見木星之視徑第一月十九度四十九分第二月十二度二十五分第三月七度四十七分第四月四度二十五分木星衝日前月之掩在食後衝日後月之掩在食前第一第二月最近木星故掩食出入星及出入闇虛不能全見在衝日前入星在食時出闇虛在掩時在衝日後出星在食時入闇虛在掩時俱不能見也觀前圖自明地在庚辛弧居日與木星之間則掩之出入俱能見之而食不能見木星之第一第二第三月平速之率最奇假如同時中第一月平速度內加兩箇第三月平速度等于三箇第二月平速度故第一月之平經度內加兩箇第三月之平經度減三箇第二月之平經度恆得一百八十度故知兩月所在度餘一月之度亦可知準此三月不能同時食蓋第二第三月同經度則第一月相去必半周故第一月食則第二第三月必合日也反之亦然此事或以攝力相聯之理釋之

木星諸月雖不能同食然四月同時中或食或掩或過星面則未嘗無也此時必四月俱不見蓋月在星面非最精遠鏡不能測見也此事康熙二十年十月初三日摩利牛始記于測簿嘉慶七年四月二十三日侯失勒維廉又記之其後瓦麗士記道光六年三月初九日歴二小時不見又道光二十三年八月初五日葛列斯巴記之

昔人測木星之月因悟光行之理爲格致學中最大事蓋地道在木星道之內見前圖中而二道同心故星地距恆不同最大爲二道半徑和最小爲二道半徑較大小之較爲地道全徑康熙十四年嗹國天文士勒墨爾取歷年木星諸月食測簿較勘之覺木星近衝日測得時必略早于推得時近合日測得時必略遲于推得時詳攷諸時差及諸遠近差與最大時差一刻一分二十六秒六及最大遠近差地道全徑比例皆同因悟光自遠而近行若干路必歷若干時徧推之悉合每歷時一秒光行五十五萬五千里人初疑速率太大不甚信其欲求其證後以白拉里所得

光行差理證之五卷光行差條則光行差所得光行速率與木星月食所得光行速率其較不及八十分之一後細測之恐適相等也

木星諸月道之兩心差俱甚小其內二道不甚覺難測也其相攝動生小差與諸行星無異拉白拉瑟諸天學家已細測詳推之又屢測覺諸月之光準與星之方向而變其變有定處且有定時意諸月必自轉其自轉一周與繞木星一周之時等與我月同例

土星之諸月距地更遠較木星更難測故不能詳細如木星諸月距土星最遠之月其道與光環面之交角最大爲十二度十四分其距土星之心六十四倍土星半徑餘月之道俱略與光環面平行其距星最遠者僅得此月距三分之一惟我地之月距地六十地半徑差堪與比他星之月俱不能及也康熙十年葛西尼伯初測得此月然在土星東半道幾不能見今用最精遠鏡始見全周但在東半道光變小難測因思此月必自轉其一周與繞土星一周之時等與我月同想諸星之各月皆同此例也自外至內舊時所謂之第二月爲順治十二年二月二十八日海更士所測得乃土星諸月之最大而明者其實體略與水星等第三第四第五月俱甚小非精遠鏡不能見葛西尼

于康熙十一年及二十三年中測得之第六第七月侯失勒維廉于乾隆五十四年測得之此二月甚近光環外周于清朗夜用最精遠鏡方能測之見光環如線時二月若珠附于線而行久而各離線端旣而各退行過線端而爲星所掩

續道光二十八年八月二十一日之夜導斯拉斯拉二人在拉斯拉之星臺測得第八月在第一第二月之間暗而難見本特在堪比日星臺同時亦測見之

土星之光環及諸月道與星道交角大故月食過面諸事惟內二月爲多外諸月非近光環如線時不能有也且測

其食甚難故非若木星之月可用以定地面之經度也

天文家定土星諸月之次不一或以最近土星之月爲七其次爲六其次至最遠爲一二三四五或自一至七俱自內至外順數因各家之次不同恐易淆亂故今以古神之名名之自內至外一密麻二安起拉三特堤四弟渥泥五利亞六低單七雅比都特堤之周時倍于密麻之周時弟渥泥之周時倍于安起拉之周時雖有微不合不能過八百分大周時之一

天王諸月非最大力遠鏡不能測之已確知者有四月以古仙之名名之曰阿白倫曰底旦雅曰翁白利曰亞利而

阿白倫底旦雅皆是侯失勒維廉在乾隆五十二年所測見以十八寸回光遠鏡測之所見略明約翰亦見之其後拉斯拉斯得路佛拉門三人又見之翁白利甚暗恐亦是侯失勒維廉始測見而以爲內月但見時不多亦不甚詳未能定知是月與否後斯得路佛于道光二十七年九月初一日亦測見之更後拉斯拉亦測見數次亞利而是拉斯拉于道光二十七年八月初六日所測得又在里味不星臺及咸豐二三年間在馬達島用分微尺詳測此四月在測天之事此爲甚要此四月之周時與距數見附表侯失勒維廉疑阿白倫與底旦雅之間或再有三月而未之見恐竟無之也

天王諸月大異于他星之月其道面與星道交角最大者至七十八度五十八分其繞本星皆自東而西非自西而東其道俱畧近平圜其交點不見或移測本星繞日至今已半周月道之交角未見有變地與其月道面相近視月道如直線或如長撱圜時月之光爲本星光所奪未切本星已隱不見故用今之最大力遠鏡尚未能測其食與掩也

海王之月較天王更遠更難測惟拉斯拉于道光二十七年五月二十六夜測得一月可無疑蓋是年歐羅巴米利

堅諸疇人俱覆測相合也斯得路佛于八月初三日至十一月十三日測得其道與本星道交角三十五度其繞星或左旋或右旋尚未知須後人測定之拉斯拉于道光三十年七月初七日又測得第二月

談天卷十終

談天卷十一

英國侯失勒原本　英國 偉烈亞力 口譯
海寧 李善蘭 刪述
無錫 徐建寅 續述

彗星

古人以彗星之行速率甚大而無法恆隱而忽見光或甚巨異于常星故恆目爲災異人皆畏之雖智者不免焉今始知其行與繞日諸星同理未嘗無法然其狀及功用亦未能深悉又有難解者數事如尾其一也凡此俱俟後賢深致之

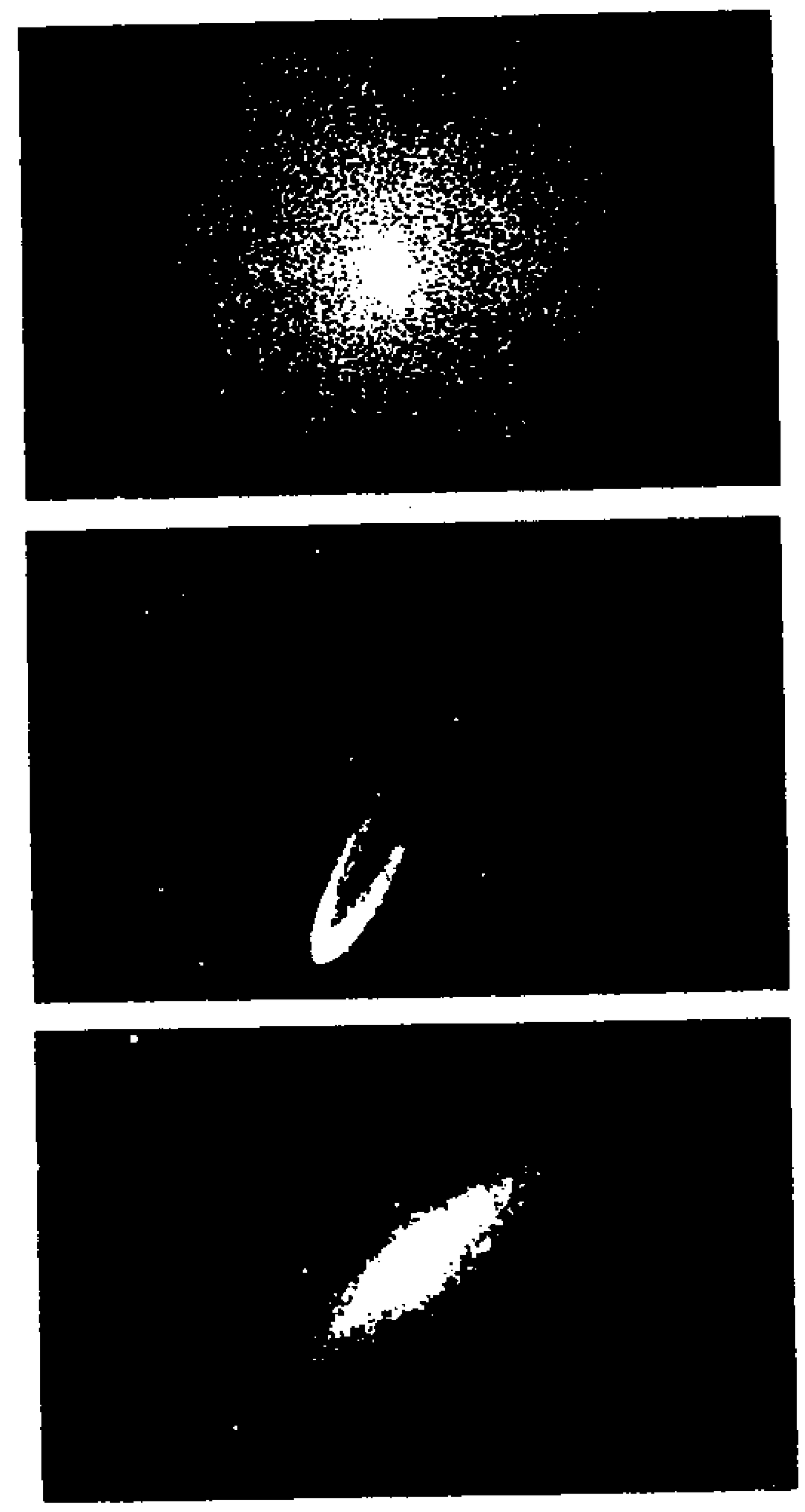
彗之見于史者多至數百次意古時未有遠鏡所見者彗之大者耳近代遠鏡日精大率每年必見一二彗甚或二彗三彗並見于一時故知彗之數必多至數千有彗晝在地平上則不能見惟日食既方見之漢宣帝元康四年日食見大彗在日旁事載賽乃加所著書又有數彗光最大正午亦能見載于史者明建文五年嘉靖十一年近道光二十三年諸彗皆是也而前古漢初元五年羅馬國主該撒亞古士督新嗣位大會臣民陳百戲賽祀鬼神彗忽晝見時前主該撒儒略死未逾時國人皆謂彗卽儒略之神也至作詩歌詠其事

凡彗之頭大率爲大光體其狀不一定中心一點最明如一行星或如一恆星背日之面發長光二道近頭合爲一或不合漸遠頭漸闊漸散其本末略似流星後之光或似火箭後之光是謂尾亞利斯多託周威烈王五年之彗尾長六十度而近代萬歷四十六年之彗尾長一百零四度康熙十九年之彗尾長七十度或云九十度乾隆三十四年之彗尾長九十七度道光二十三年之彗尾長六十五度二版圖乃嘉慶二十四年之彗也此彗不甚大然不難目見之

彗非恆有尾有光甚明而尾短不顯者有體甚大而絕無

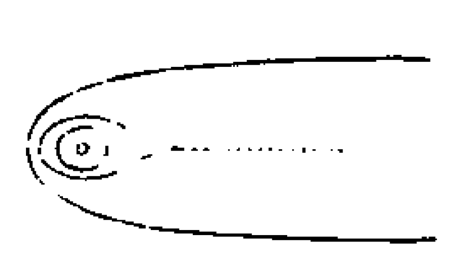
尾者萬歷十三年乾隆二十八年二次所見彗是也葛西尼言康熙三年二十一年二次之彗爲正圓形甚清晳若木星然彗或有數尾者乾隆九年之彗有六尾如摺扇狀長三十度道光三年見一小彗二尾其交角約一百六十度一尾背日光更明一尾幾向日稍淡凡彗之尾恆微曲向後若有力撓之

凡小彗非遠鏡不能見者甚多或無尾望之若正圓或橢圜之星氣漸近中心漸厚疑無實體女士密哲勒于道光二十七年八月二十七日用一百倍力之遠鏡測一彗正過五等恆星不能言其質何邊爲厚此恆星地面霧氣高



十餘尺尚能掩之而隔彗望之甚明皙此彗非實體之證。彗雖大不見有朔弦望之象然借日光而明無可疑者盖彗乃薄氣積成能透日光故内外通明也竊意彗體甚小而包體之氣甚大體與氣俱受日光而明則上三事俱非難解矣譬如日落時天半之霞通體光明以彗之薄比之此霞猶是實體也故以目視彗疑爲實體用遠鏡察之知非實體或中心有一點更明者意是實體耳此實體甚小其攝力不能收束所包之氣故氣漲甚大甚薄也假如地球之質積變小僅賸千分之一則攝外氣之力亦變小僅得千分之一其氣必漲大多一千倍或不止一千倍盖氣距中心愈遠攝力愈小故也然氣雖大必仍包其中體此理僅能解彗氣之薄至其尾當別有理也

彗之頭其外體或似煙或似霧或似雲可以上條理解之尾之本包頭而與頭不相連望之若雲二層中有空處其狀如水滙其曲勢合拋物線頭在内近滙之頂如圖此可明尾分爲二之故人于地斜望其滙故愈近邊光愈深



彗之行一若無法有數日内連次見者有歷數月見者有行甚緩有行甚速亦有于本道之二處一甚緩一甚速者明成化八年之彗其最速時一日中過四十度有順有逆

有曲折又諸彗之道徧天空皆有之不似諸行星道俱近黃道一帶也有初見光甚淡而小行甚緩尾甚微旣而漸速光漸明大尾出漸大甚長且甚明至近日而隱復見出對邊大率過卑點後光最大尾亦最長故疑彗之尾生于日光也又過卑點後其行先速後遲久之尾漸短光亦漸淡而小以至不見

若不知攝力之理則彗之行無法能解之奈端已攷明繞日諸體皆依圜錐諸曲線而行因悟彗星道亦必依此理康熙十九年之彗尾長且近日用以驗其理最便因測之果合其道爲撱圜而極長與拋物線幾無別日居其一心

彗之行道所過面積與時有比例與行星無異此後人皆信之無復疑者

凡有彗星見大率三次測其赤道經緯度以推其撱圜道或拋物道之大小及方向卽可定其諸根數曰最卑點之經度曰正交點之經度曰與黃道交角度曰半長徑曰兩心差曰過最卑之時及繞日順逆行大略皆與行星同諸根旣定卽可依法推其全道詳卷九再論從地心之視方位條而更測驗以攷其合否攷驗之法此爲最嚴

拋物線爲圜錐上撱圜與雙曲線二線分界處之一線卽長徑大至無窮之撱圜彗所行撱圜道大率極長故見時其所行道依拋物線推之不覺其不合然彗有再見者若其道爲拋物線則已過最卑後不能復回而或入于恆星中或滅于天空安能再見耶今測得彗星行撱圜道者居多此等彗若不因行星攝動令道大變必永爲太陽之屬星或疑有彗行雙線道者但未有二人詳推其道而得實證

彗星道之根數已知則無論何時距地球數及尾之實方向亦可知故其頭之實徑尾之實長實廣俱不難推今取已推得者錄數則于此以廣見聞康熙十九年之彗過最卑點後僅二日奈端測其尾已長一億七千萬里推其最

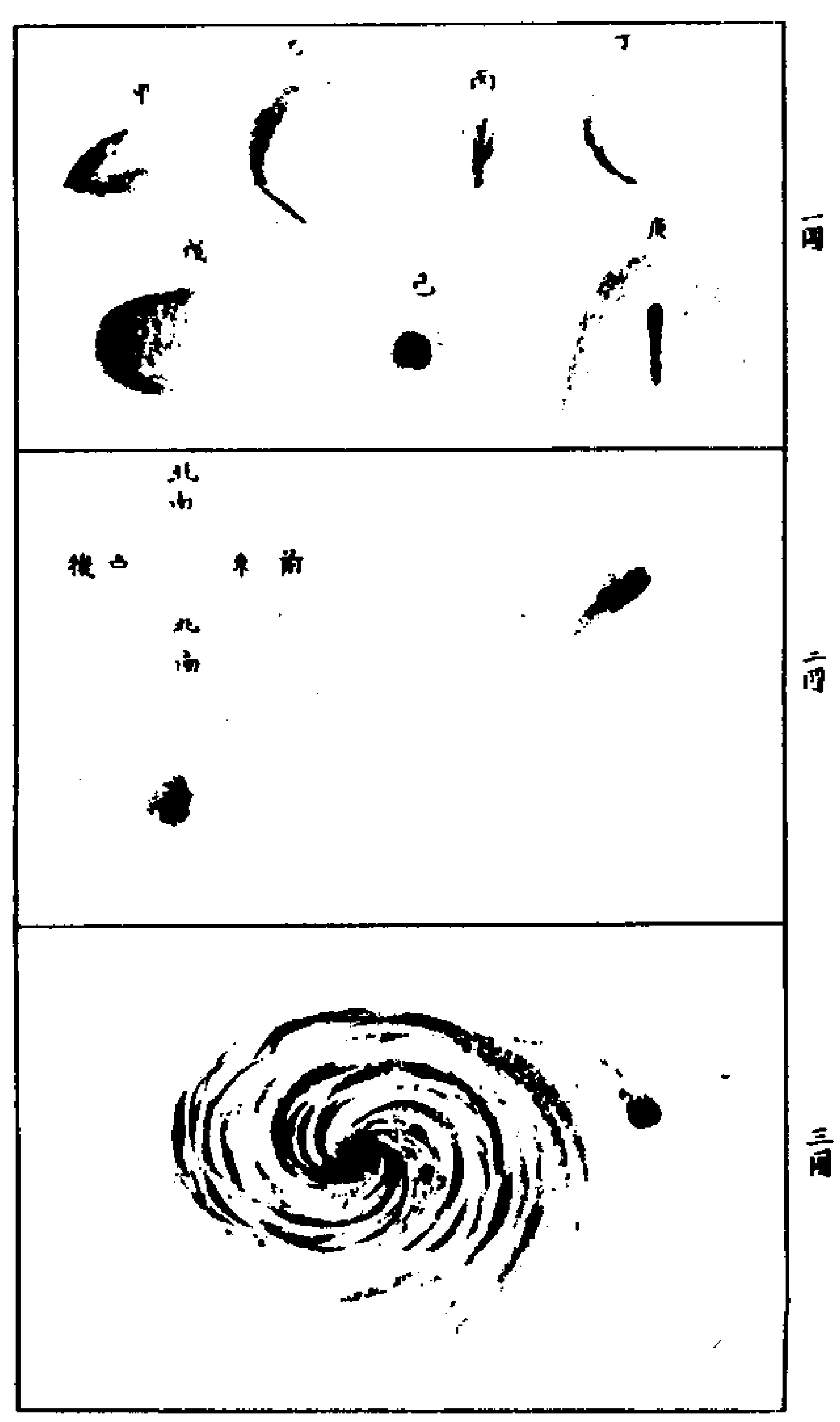
長時必至三億六千萬里乾隆三十四年之彗其尾長一億四千萬里嘉慶十六年之彗其尾長三億一千萬里其頭在透光氣中了了可見與尾不連實徑一百六十萬里其質漲大至此以意度之必不能復歛其中心質積微攝力甚小故也凡彗數次復見其尾漸小或亦因此也

康熙二十一年有彗見尾長三十度好里測其過最卑得諸根數與嘉靖十年萬歷三十五年二次之彗根數略同意必一彗也其再見約計七十五或七十六年因言乾隆二十四年必再見及期將至天學家俱欲驗其言或恐因大行星攝動必生差格來羅依奈端攝力之理推得因土

星攝動當退後五百十八日并之得六百十八日乃依根數預推其時內減此日數謂見時當在乾隆二十四年清明前後二月之中旣而二月十四日彗星果見在清明前二十四日其後精歷算者復預推其再見過最卑之時大蔡鎖推得道光十五年九月十四日邦的古浪推得九月十七日陸孫白推得九月二十一日立曼推得十月初七日而陸孫白立曼二家細攷康熙二十一年乾隆二十四年測簿又細推諸行星之攝動故人更信之六月三十日立曼以所推刊板傳送閏六月十一日羅馬天氣清朗最先見之若淡星氣然與陸孫白所推是日當在之處不差一度二十六日人共見之所過之道略與所推合九月二十六日過最卑後其行向南北半球不能見十六年正月至三月俱見于南半球至三月二十日而隱此彗因好里所測定即名好里彗云

好里彗道光間見時遠鏡較乾隆時力更大而統地球皆測之故攷察最詳初見時距日甚遠僅若小圜星氣微擠無尾有一點較明不在中心八月十一日尾初發逐日漸大至十四日長四五度二十四日至二十度爲最長旣而漸小至九月初八日僅長三度十五日二度半意未至最卑點其尾已隱過最卑點日俄羅斯之波羅咯有人測之

六板



不言有尾也當八月十一日尾初發時其中體忽明向日之面發光一道未幾即隱既而復發至十七日其勢更猛旣而時隱時發以至不見其光之狀及方向變化不定連二夜無時或同有時爲一道距中體不遠有時爲扇形有時或二道或三道或多道發于各方向如六板一圖甲爲八月十七乙爲十八丙爲十九丁爲二十一四夜內中體發光之狀也向上即向日之面因頭太大不能作戊圖亦十八夜之狀兼中體與頭作之乃縮本也此時見光道擺動于向日線之左右一若指南針擺動于午線之左右其光之本甚明距中體稍遠即暗散入空中而不見其形曲

向後若煙或水氣出小孔遇風不能當之狀天學家據此立彗星例若干條如左

一凡彗之中體受日之熱必發氣其氣于彗體包力小處洩出條條直射意此氣洩時必有令彗倒退力而彗行之方向必因之微變

一中體發氣必在向日之面故洩出之方向恆對日

一氣洩出日有力推之令退至中體之後行甚遠而成尾之質

一彗之質有不變氣者有變氣而包中體以成頭及鬚者

一日推氣成尾之力與攝力異而較攝力更大何則此氣洩時有中體漲力又有彗之本行力而退後甚速故令推力甚大蓋推力能銷盡此二力尚有餘力推氣令急向後也

一若彗之攝力不大于一切萬物之攝力尾必離彗而去竊意尾離彗中體如是之遠中體如是之小其攝力必不能攝定之然則彗每近日一次必稍減體中成尾之質久之能令洩出之氣漸少而其狀漸似行星

一續彗尾發至甚遠意必散于天空而不能回聚至中體故每過最卑點一次必稍減中體成尾之質因成尾之質不受日之攝力而受日之推力則減餘之質受日之

攝力必益大與體質之多少爲反比行道爲橢圓每過最卑點一次其周時必減小于前一次之周時至受日推力之質盡去而止

好里彗過最卑後二月不見至十二月初八夜始復見其狀大異于前尾已無以目望之大如四五等星而薄若星氣用大力遠鏡窺之爲小光面徑二分強外有氣包之鬚甚多其面內近心處有中體略明背日發一短光線如六版一圖中之巳彗離日稍遠鬚速滅若面食之而其面驟變大初九及十六二日依彗距地以分微尺測而推之其光面變大之比若一與四十比從此漸大漸薄以至不見

其不見由于無光可測非關遠也變大時其面背日之半略變長其全形作拋物線狀如六版一圖中之庚向日之半恆有明晢之界而底變淡難辨意此時若光未滅亦能見其發尾但其面漸大漸暗故惟見其後有若尾之根者目與小力遠鏡俱能察之而彗已極遠數夜遂不見拋物包漸大漸暗時其中體無大變但所發之光線漸變長而明其方向合拋物體之軸亦不似前向日發光時變化無定也竊意若前日之向日發光爲養尾之用則今日之背日發光必爲收尾之用久之此光亦漸變暗又末一夜所見之狀如始一夜所見之狀一若小圓星氣近中心有光

點也

彗之見于史者中有若干次或疑即一彗一爲康熙十九年之彗推得其周時爲五百七十五年其前一次北宋崇甯五年正月時君士但丁及猶太亦見之故中西史中俱載焉又前一次陳太建七年四月史載正午見彗近日又前一次前漢初元五年彗晝見意即一彗也又前有二次一載古希臘書一載和馬詩此時之歷不甚明今推之一當在周頃王元年一當在殷時也英士韋思敦謂此彗昔行近地時成挪亞之洪水云

此類之彗所見者罕前所記者可爲典要因格細辨所記康熙十九年彗星之理其內有諸行星攝動之力依所推得者言其周時既爲五百七十五年則無有橢圓道能合之故憶度其周時當爲八千八百十四年也另有所記北宋崇甯五年之彗與康熙十九年之彗不能合一道故以此二彗爲一彗必不能也

一爲明嘉靖三十五年之彗甚大近或推得約于咸豐十年當復見而至今未見也此彗或疑即南宋景定五年七月之彗欣特會取當時測簿細推之根數悉合無可疑也又宋開寶八年六月之彗其光日出後尚能見尾長四十度又晉太元二十年所見漢永元十六年所見恐皆即此

彗其周時約二百九十二年弱又順治十八年明嘉靖十一年建文五年南宋紹興十五年唐大順二年四月蜀漢延熙六年俱有大彗或云是一彗其周時一百二十九年果爾則乾隆五十四五十五二年之間當再見而竟不見意其過最卑或在夏至後一月則以其道之方向推之法當恆隱也嘉靖十一年順治十八年二次測簿墨商曾細推之謂根數不同恐非一彗阿爾白士覆推所得嘉靖年根數與墨商大異而順治年根數與墨商合故此一彗尚未能定

彗之周時有甚小者一曰因格彗初推得其根而預定其

再見時者爲白靈之因格即以人之名名之也亦行撱圜道兩心差甚大其道與黃道交角約十三度二十二分其周時爲一千二百十一日嘉慶二十四年用四次測簿參攷得之因格推得其撱圜道謂道光二年當復見至期果見龍格于新南維立斯巴拉馬大測之時歐羅巴州不見此後天下星臺皆預推而測之以因格彗逐次過最卑之時細攷之除諸行星之攝動外尚有差覺其周漸小每周減一百分日之十一如此距日之中數及長徑亦必略變小因格言此必天空中有薄氣阻其行令速率變小故離心力亦變小而日之攝力拉之令近也此說若確則彗之

體若非自消盡久之必與日相併惟因其體質之輕故無所不可依前言本卷彗星例條能有別理解說之彗體可不必減也又測因格彗之體積漸近日漸小漸遠日漸大與好里彗同乏勒思謂徧天空有薄氣漸近日漸厚故擠彗之體令變小也果爾則將謂彗體之外如一皮令內氣與天空氣不通耶恐未必然竊意因距日遠近冷熱不同令彗之體或變爲雲或變爲不能見之薄氣故覺有大小耳善蘭案此恐乏氏之說不誤此彗無尾有小中體不在中心恆偏于向日之一邊其形狀未能測定二曰比乙拉彗乃道光六年比乙拉在奧地利所測得者意即乾隆三十七年及嘉慶十年之彗也所行道甚撱其周時爲二千四百十日其道與黃道交角十二度三十四分道光十二年二十六年咸豐二年俱爲再見之期其交點最近地道道光十二年設地行速一月必遇彗于交點恐亦一大危事也比乙拉彗甚小最明時尚不能以目見而道光二十五年乃獨顯一大異事忽分爲二彗並行七十度遠鏡能合觀之十一月二十一日初覺有異望之如一梨至十二月十六日米利堅華盛頓初見分爲二十八日統歐羅巴州皆見爲雙彗初分時見小彗之中體距本中體之心二分其距心線之方向與經圈交角約三百二十八度小彗在本彗之北從此漸

分爲二至二十六年正月初四日小彗距本彗心三分十二日距心四分十八日距心五分二月初八日距心九分十九秒而距心線之方向略不變其分後二彗各有變狀且各有中體及短尾尾之方向平行與距心線略近正交十二月十六日新彗較舊彗小而暗其後大小明暗互相消長正月十四日新彗爲月所奪而舊彗仍見十五日二彗大小明暗略同十九至二十一日新彗明于舊彗中體清晳若恆星二十三日舊彗倍明于新彗中體最明若恆星從此新彗漸暗直至二月十八日後二彗並見至二月二十七日而僅見一彗至三月二十七日而俱隱二彗互

爲明暗時新彗于尾之外另發光一條作弧形與舊彗相聯若橋然舊彗復明時亦另發光一條故正月二十七二十八二夜視舊彗若有三小尾其一聯于新彗三尾之角約一百二十度時瑞士日內瓦星臺官扳蘭大木詳攷測簿分推得二彗之根數謂正月十五夜至二月二十五夜所見二體相距之大小乃視距非眞距也準地距二彗線及此距線與二彗聯線之交角推其眞距約三十九倍地半徑幾及月地距三分之二彗之質甚微相距如是遠其相與之攝動必幾若無

續此事甚奇也因其根數知此雙彗在咸豐二年必復見

測天家咸詳測之至六七月間英國堪比日星臺查里司羅馬之色幾與斯得路佛三人皆測此二彗其方向相與之勢相同所以當時見太陽又加一屬星也見第六版二圖參弟尼以根數推之言其二彗當于同治四年十二月十一日與十三日各復過最卑點然而諸測天家雖勤測之皆未見之也

又有一彗道光二十三年十月初一日巴黎斯飛測得之其道爲橢圜呢谷來推其根數力佛理亞復改正之其周時爲二千七百十七日六八兩心差爲〇五五五九六其道與黃道交角十一度二十二分三十一秒依諸根及諸行星攝動力推得再見過最卑約在咸豐元年三月初二日其後于道光三十年十一月二十三夜查里斯測見之斯得路佛亦測之至明年二月初三日而隱在三十日過最卑點與推得之數略合咸豐八年復過最卑

諸彗之道俱爲極長橢圜與黃道交角又大小不一則其出入諸行星道必有時與星最近甚者或相遇如比乙拉彗道與地道甚近恐數百萬年後與地球必有相遇之時又乾隆三十五年之彗閏五月初八日距地最近時約七倍月地距又三十二年此彗與木星最近時爲五十八分木星道半徑之一或謂此時爲木星所攝動而其道愈近

地勒石力推此彗之兩心差爲〇七八五八其周時約五年半其道與黃道交角一度三十四分乾隆三十五年六月二十二日過最卑四十一年復過最卑近日不能見四十四年七月十一日距木星最近爲四百九十一分木星道半徑之一卽木星第四月道半徑五分之四此時受木星攝動更大其道大變測算諸根與勒石力前所推大異而木星及諸月不見有攝動故知彗體之質甚微也

道光二十四年七月初九日羅馬星臺官迪未谷測得一彗知其道爲橢圜與拋物線大不合自二十日過最卑直至十月二十八日每夜俱可測之各家推其根數大畧相

同其周時約一千九百九十日若無攝動再過最卑當在道光二十九年十二月此時彗恆近日不能見凡小彗測其體恆不清晳故最難推今以諸家所推根數列爲表令讀者知測算之精密也推者六家曰呢谷來曰欣特曰哥勒斯迷曰飛曰書白曰白倫諾此彗最明時目亦能見有小尾力佛理亞細推謂與康熙十七年所見同一彗而樂竭與毛費二人謂與萬歷十三年第谷所測者同一

道光二十四年七月各家所推迪未谷彗諸根數表

	過最卑時 日	最卑黃經 度 分 秒	正交黃經 度 分 秒	交黃道角 度 分 秒	半長徑	兩心差	周日
尼	二 二九九四八	三四二 三一 五五	六三 四八 四六八	二 五四 四五八	三〇九八五三	〇六一七一六	一九九二
欣	二 二二七六六	三四二 三二 四〇一	六三 五二 二四一	二 五四 二七一	三〇八五八二	〇六一五六六	一九八〇
哥	二 一二七七八四	三四二 二九 四三九	六三 四八 五五	二 五五 一九	三一一一一一	〇六一八六一	二四〇〇
飛	二 一三一〇九九	三四二 三一 五五	六三 四九 三〇六	二 五四 五	三〇九九四六	〇六一七二六	一九九三
衛	二 一三八七〇二	三四二 三四 三一五	六三 五四 一〇八	二 五二 五一八	三〇二六一二	〇六〇八六六	一九二三
白	二 一二九七五六	三四二 一〇 四九六	六三 四九	二 五四 五〇三	三一〇二九五	〇六一七八八	一九九六

彗又乾隆八年三十一年嘉慶二十四年三次所見恐俱即此彗也凡半長徑以地道半徑爲一兩心差以半長徑爲一

道光二十六年各家所推勃陸孫彗諸根數表

	過最卑時 月 日	最卑黃經 度 分 秒	正交黃經 度 分 秒	交黃道角 度 分 秒	半長徑	兩心差	周日
白	二 一二〇一四八	一一六 二八 三四	一〇二 二九 二六五	三〇 五五 六五	三一五〇二一	七九三六三	二〇四二
欣	二 一一五四六三	一一六 二八 一七八	一〇二 四五 二〇七	三〇 四九 三六	三一二二九二	七九七七一	一〇一六
威特	一三〇八四五八一	一一六 二三 五三九	一〇二 三一 二五七	三〇 三〇 三〇二	三三八七〇五二	七七三一三	一七七六

道光二十六年二月初一日勃陸孫測得一彗言其道非拋物線今以諸家推得橢圜諸根數列爲表推者四家曰白倫諾曰欣特曰威令根曰特漢此彗甚暗形狀無大異其根數與嘉靖十一年之彗大略相近

道光二十六年閏五月初三夜彼得測得一彗達唲詳推其根數得周時五千八百零四日三兩心差〇七五六七二半長徑六〇三二〇六六交黃道角三十一度二分十四秒是年五月初八日過最卑

道光二十三年有大彗見未過最卑時統地球俱不見正月二十九日過最卑二月初一日始見于萬地曼蘭初三日北半球熱帶內初見其尾而赤道南日落後見其頭在西地平上用遠鏡察之其面若行星尾分爲二交角甚小有黑氣一道隔之長約二十五度尾根有光射出與尾同方向其北又發光一道引長其尾與尾交角五六度其長距頭六十五度其南亦有光一道但暗于北者中體甚明

若一二等恆星至十一日若三等恆星光驟暗十九日目不能見而尾仍極明愈遠中體愈明若以目視不能見其與頭連初三日後尾成一長光帶覺微彎十一日加爾各搭草勒里休測見尾之南又發一尾與本尾交角十八度而長幾倍本尾約一百度前後日俱不見于一日中發之能令如是遠可想見中體發力之大若所發爲實質則其力更强于攝力此彗過最卑後一日印度貿易公局有船曰阿文格論頭爾過好望角日將落時共見此彗狀若小佩刀是日米利堅波德蘭格拉格午後三小時六分用紀限儀測見其中體距日心僅三度五十分四十三秒中體

諸家所推道光二十三年正月大彗星諸根數表

推步家	過最卑時 日 秒 分 / 最卑黃經度 度 秒 分 / 交黃道經度 度 秒 分 / 交黃道角 度（表中數字依原版自左至右）	順逆行
丙格	〇〇〇五二二三五 一二 三八四一五 五二九九 [illegible] 三〇三〇二七四五〇	逆行
拔蘭大木	〇〇〇五八一三五 八五六 五一 四七八 一八 三三〇二五二八七	逆行
腦爾	〇〇〇五七九三五 三五 二九一 四八 三二七八 二八 二五三〇二 九九二	逆行
呢谷來	〇〇〇五五八三五 三六 二九一 三七 五五 二七八 二六 三三〇二五三七七	逆行
彼得	〇〇〇四二八三五 一五 四二三 五五 一七 二七九 五九 七 三〇二三六七三	逆行

與尾俱甚明晳如月在清天近頭處色略異格氏謂中體如此厚設過日面亦能見也又測尾長五十九分約倍日視徑此日彗距地與日畧同推其實長約五百萬里此爲古今最異之彗故其根數歷算家多推之今擇其尤密者列爲表（凡最卑距日以地道半徑爲一）此彗之異者最卑距日甚近古今所見之彗未有若是近日者試以日地距之中數爲半徑命爲一則日半徑爲十六分一秒五之正弦〇

〇〇四六六取上表中諸距日之中數爲〇〇〇〇五三四大于日半徑僅〇〇〇〇六八約爲七分之一是彗在最卑時距日面數如七分日半徑之一凡日所發光與熱距日愈遠則愈分而愈薄其比例如半天球與日視面之比地球所見日之視面其徑爲三十二分三秒此彗在最卑時所見日之視面其徑爲一百二十一度三十二分準幾何凡球截面之比若四分截弧之一之正弦平方比依法推得地與彗所見日二視面之比若一與四萬七千零四十二之比卽地與彗所受日光熱之比試思若四萬七千零四十二箇太陽合以照我其光與熱當若何耶巴格所造陽隧徑二十七寸聚光點距鏡六尺半用時光熱盡彙于聚光點必與見日視徑二十三度二十六分處同比球所受光熱大一千九百十五倍與彗所受光熱比若二與四十九比而此鏡已能鎔瑪瑙與水晶或再用一歛光鏡增其力至七倍則比地所受光熱爲一萬三千四百零五倍卽此聚光點之光熱與彗所受光熱比若二與七比然則此彗所受光熱眞不可思議也此彗在最卑時其速率一秒中行一千零五十八里自正交至中交不過二小時強在中交距日倍最卑時所受光熱少四分之三按康熙十九年之彗最卑距日心爲〇〇〇〇六二其距日面如三

分日半徑之一弱較此彗一倍強奈端推其受熱已多于赤鐵二千倍云此彗之道雖未能細推然測知其非拋物線而爲橢圜康熙七年里斯本薄羅那及巴西等地俱見大彗之尾與此時所見之尾畧同自正月二十一日後數日間其方向亦畧同光甚大照海面生影其後頭出地平亦如此彗不甚清晳當時雖未細測但諸事俱相似人多意其爲一彗其周時約一百七十五年後細攷舊彗測簿而益信又攷史而知晉泰始四年正月劉宋元嘉十九年九月唐貞元七年宋開寶元年南宋紹興十三年元延祐四年明弘治七年諸次所見必皆卽此彗也盖準所推當

見于泰始四年劉宋元嘉二十年唐武德元年貞元九年開寶元年紹興十三年延祐五年弘治六年與史所見或同年或先後一二年因有諸行星攝動故不能一定也或疑康熙二十八年十月二十六日至十一月十一日所見之彗與此彗同爾時粗測其方位冰立取測簿細推其根數最卑甚近日又最卑及交點之經度俱畧同但交黃道角六十九度大不合庇爾思復推之僅三十度四分則非甚不合然則一百七十五年中當見八次其周時爲二十一年八七五自道光二十三年正月二十九日上推見于史者不獨如上所云又有雍正十一年康熙二十八年明嘉靖三十八年及十六年正德十年成化七年宣德元年永樂三年洪武十六年元至正二十一年後至元六年二月元貞二年宋咸淳十年紹定三年嘉定元年元符元年嘉祐元年七月景祐元年大中祥符五年淳化元年後唐同光三年唐大中十一年九月嗣聖元年梁永壽元年中大通二年劉宋永和二年蜀漢延熙八年或十年漢光和三年冬延熹元年諸彗疑皆是也果爾則同治三年冬過最卑前後俱當見于南半球後格勞孫合各次測簿統攷其根數謂其周時僅六年三八或云二十一年八七五以三分之當爲七年二九二方與諸史合此說恐未必合理

然用如此小周時其行法尚能合則二十一年之周時更可信矣

近代天算家所最究心者莫如彗推彗之法曰精一曰攷諸行星攝動之力曰密一曰徧查古史所記及測簿以新法盡推其根數一有彗見輒用新法攷之三四日後即能得其根數之大畧復細測而推之遂愈密人人樂此不疲略覺有不合拋物線處則大喜輒徧查舊彗根數相合否以證其爲橢圜道若干年復見也又悉推諸行星之攝動以證其見之期或差而前或差而後嗹國昔王下令徧地球能測得一彗者旌以金牌由是測彗者益衆亦益精而得彗亦益多每得一彗即郵告嗹國嗹國即以金牌郵寄之而以其測單徧送各國星臺令詳測之故彗一出即能盡得其根數也

續

測天諸家所得彗星之多者有木斯得二十九梅西爾得十四墨商得十迪未谷得八女士侯失勒加羅林得八又米利堅女士密哲勒與旱堡女士龍格于道光二十七年異處同時得一彗而密哲勒稍先

因測彗又得旁通諸理濕周時差而知徧天空有薄氣能阻動其一也又彗近行星時測其攝動力可推行星質積多少如水星之質積古昔未知道光十八年有彗近之始

大略能推定二十八年十二月二十六日是彗復過水星較前更近僅十五倍月地距而推得其質積益密彗之尾若係實質則當其過最卑時疾行旋轉而尾不曲與攝力理不合與重學中動理亦不合康熙十九年道光二十三年二次之彗其尾幾與地道半徑等旋過最卑皆不壞而道光之彗其尾之方向旋過一百八十度僅二小時畧強如是之速恐未必是實質也或云彗能于薄氣中作負影似有理此須俟後世格致家精思密察方能定也有多彗測其道似與拋物線合或謂彗本非日所屬因入我日屬界而暫遵日法此說是否難定若果爾則諸橢圜

道之彗昔時必因近行星爲所攝動而變拋物線爲橢圜也恐又有彗近行星或變拋物線爲雙線者然變爲橢圜必行無數周變爲雙線則永不再見故測得彗道雙線少而橢圜多也

諸行星諸月大率皆順行而彗則有逆行者嘉慶時所見諸彗之道拉白拉瑟推其與黃道交角之中數畧近九十度則皆可云順行因交角鈍似逆行耳近代彗之橢圜根數已推定者凡三十六其交黃道角大小不等逆行者只有五彗其二已有確證一即好里彗一乃道光二十三年之大彗也而交角十七度以內無一逆行者此外書瑪割與阿爾白士所推得道光三年以前諸彗之根數其交角小于十度者九彗逆行者二小于二十度者二十三彗逆行者七凡道近于黃道而周時有一定者大率皆順行與行星同欣特言周時一定之彗當分爲二類一周時約七十五年畧與天王等好里彗周時七十六年阿爾白士測得一彗七十四年迪未谷所測得第四彗七十三年勃陸孫所測得第三彗七十五年共四彗一周時畧如小行星與木星周時之中率詳末卷附表中又言小行星中有一二畧如彗之狀

凡有定時之彗其道之長徑畧在一方向向北在天球

黃經七十度北緯三十度乃近天河內積水星也其向南亦在天河相對之一點

近代嘉慶十六年道光三年二大彗之外咸豐八年杜捺底測得第三大彗自四月二十一日至十二月間其頭甚明尾似羽帚最長至三十度曲向彗已離之處似留于後者其曲非因有所阻也乃因尾自彗發出彗向日而行與其本速率而行之和而然也米利堅測者云有長狹而直之淡光線二條爲羽帚連其頭內外曲線之二切線用大力遠鏡覰其頭形繁而奇咸豐十一年見一大彗其尾甚長而一邊直六月二十三日地球雖

未通過其尾亦已甚近同治元年又見一大彗其頭結成定質噴氣之光獨有一條

談天卷十一終

談天卷十二

英國侯失勒原本
英國偉烈亞力口譯
海寧李善蘭刪述
無錫徐建寅續述

攝動

前數卷屢言月與行星于刻白爾所定三例外尚有小差名曰攝動在行星則因他行星之攝力加之令繞日之道小變在月則有二故一因本星之他月攝力加之令繞星之道小變二因日與他行星之攝力加于本星及月時時不同又生小變攝動之差雖甚微然積久則成大差故古昔所定橢圜之根數今不合也

設天空只有一日一行星則或行星繞日或日與行星共繞一公重心其所行之道必永久不變設空中又增一體則新體必攝二舊體令其道生微差蓋攝力加于二體不等則二體相連屬之例必變而生差也故差非生于攝二體之全力而生于攝二體力之較也

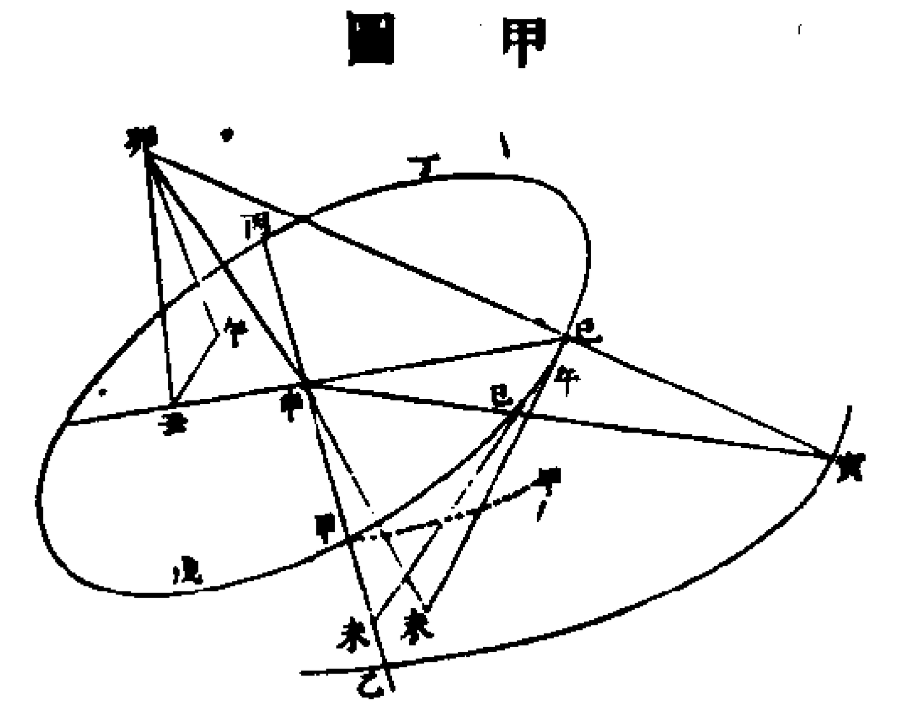
諸行星之質積較日皆甚微最大者爲木星亦僅得一千一百分日質積之一故其攝力較日亦甚微而攝動他星之力甚小也諸月所受攝動力最大者莫如日但月距本

星甚近而距日甚遠故星月二體受日攝力之較甚微全攝力令星與月同繞日而其較令月星攝動奈端推我月受日攝動力之中數爲六十三萬八千分地面攝力（卽重力）之一而爲地令月行撱圜力一百七十九分之一日之攝動力尚如此小他行星攝動力之微更可知矣故諸體攝動力之和所生差甚微然積久而著則令所行之道亦變其變之源從刹那時中起故當以法推刹那時中諸體攝動之和力所生微差以爲根設欲密之又密當推諸體互相攝動以求本體之差然若歷時非甚遠亦不必如是但分推各體攝動本體所生差并之卽得其法恆推三體之

力一中體二發攝動力體一受攝動力體發力受力二體可交互相易中體恆作不動論設二星相攝動則日爲中體設二月相攝動或月爲日所攝動則以本星爲中體將日當作最遠之大月其繞本星之道如本星繞日之道凡相攝動之二體恆稱內行星外行星日攝動月月卽內行星日卽外行星也乃命發力體爲寅中體爲申受力體爲巳設寅加攝力于申巳二體等且平行則巳或繞申行或巳申共繞公重心其行俱不變此如二球在空中受地攝力下墜其方位不變攝力等故也然攝力之理近則大而遠則小故寅加于巳申二體之力必不能恆等又方向恆

不同則亦不能平行故不能不生攝動今細論之加于巳體者有四力一申攝巳之力一巳攝申之力巳引申猶申引巳也此二力俱爲巳申方向并爲一力巳依此力繞申成撱圜一寅之攝力在寅巳方向令巳向寅一寅加申之攝力令巳于寅申平行線上退行（善蘭案此力加申不加巳申依此力進行若巳依此力退行而申不動也）如圖丙巳甲爲受攝動體之道寅乙爲發攝動體之道二道面之交線爲丙申甲乙

甲圖



其交角爲巳甲申引長寅巳成寅卯令寅卯與寅申比若寅申之平方與寅巳之平方比則申寅線顯寅加申之攝力大小方向寅申線卽顯令巳退行力之大小方向卯寅線顯寅加于巳之攝力大小方向準重學理卯寅寅申二力之并力線爲卯申卽顯巳所受攝動力之大小方向也自巳點與卯申平行作一相等線理卽明蓋攝動力寅加于巳也設欲知卯申力若干有比例如左

一率	申寅	申積	申寅平方
二率	卯申	寅積	申巳平方
三率	寅攝申力	申攝寅力	申攝巳力

四率　攝動力　寅攝申力　申攝寅力

以合理推之如左

一率　申寅立方乘申積

二率　申巳平方及卯申及寅積連乘數

三率　申攝巳力

四率　攝動力

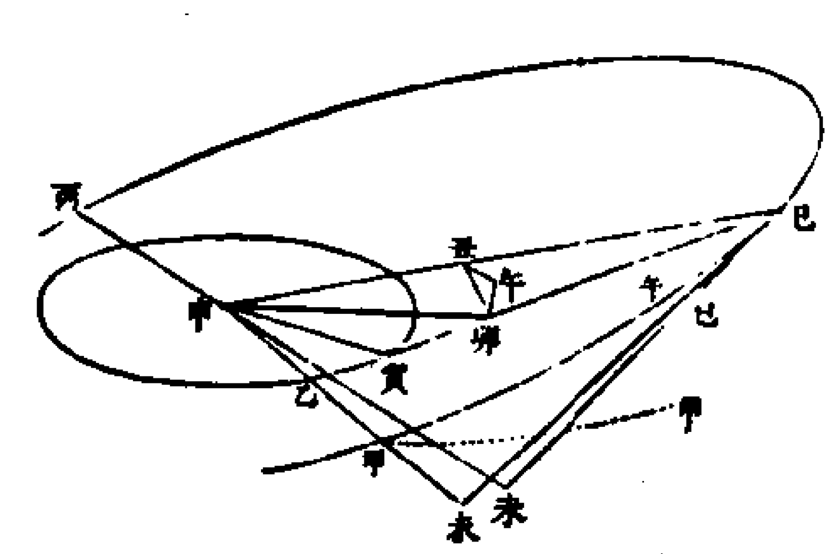
諸數皆已知故攝動力易推也設發攝動體之道爲平圜則申寅不變而攝動力之比例恆如卯申之比例道爲微撱理亦略同凡卷中或不言撱圜卽作平圜論也令略取受攝動發攝動二體相距最遠最近適中三處其攝動力與中體攝力之比例列爲表中體力恆爲一以表中諸數約之得攝動力

諸體攝動表

發攝動體	受攝動體	最遠	中距	最近
日	月	九〇	一七九	八九
木星	土星	三五四	二一二	一二八
木星	地	九五六八三	一四七五七五	五三二六八
金星	地	二五五二〇八	一〇二四五	二六八三三二
海王	天王	五七四二〇	五六五九二	五五一九
木星	海王	八四五	八四五	八四五
木星	穀女	六四三三	六九三七	一〇三三
土星	木星	二〇二四八	二一五七九	三〇六五

設巳距寅小于申距寅如甲圖則寅卯大于寅巳卯必居寅巳引長之線內在巳道面之上而寅在巳道面之下故卯申力推巳向寅道面內申寅線中之天點設巳距寅等于申距寅則寅卯寅申寅巳三線俱等且卯與巳合天與申合故卯申力推巳向中體設巳距寅大于申距寅如乙圖則寅卯小于寅巳卯必居寅巳之間與寅同在巳道面之下故卯申力推巳向寅道餘半面內寅申引長線中之天點甲圖爲近體受遠體之攝動如地受木星攝月受日攝是也乙圖爲遠體受近體攝動如火星受地球攝是也凡攝動力之方向恆在寅巳申三體之面內以此力當作獨力則攷論諸行星之力互相加心中不亂又設以寅爲定點而巳行于撱圜道繞申則卯點亦必行成撱圜道

乙圖

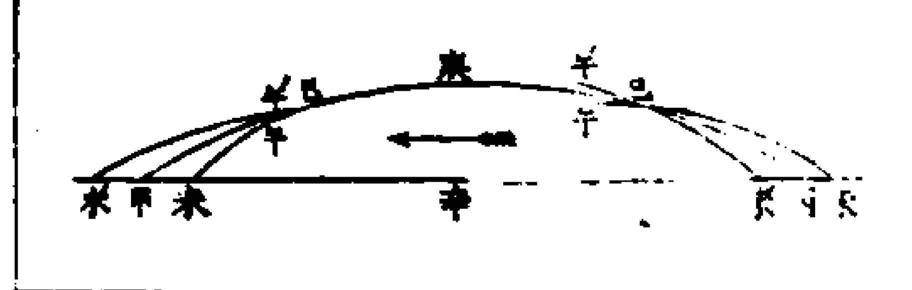


攝力之方向卽卯申之方向而卯申之方向因申寅申巳二半徑及巳寅之距及巳行之方向而變僅以攝力爲獨力則歷久所生星道之變不能瞭然故當依重學理復論其分力有數法一分爲三力在天空有一定方向相與俱成直角推每力之數其合力卽獨力之數論攝動之公理此法最便近代諸家俱用之以攷攝動之深理二亦分爲三力相與俱成直角而方向不一定如圖中卯午午丑丑申三線是也丑申與帶徑申巳同方向名帶徑率午丑正交丑申而在巳道面內名橫率卯午正交巳道面名垂率此三率力其方向相與皆正交故不相憑藉而加于巳令生動差各不同帶徑力或向中

體或背中體故不能變巳道面之方位亦不能變同時同面積之比例僅能變撱圜各點之曲率及速率蓋撱圜道視巳申相距之遠近而異此力向中體則令巳申變近此力背中體則令巳申變遠故也而同時同面積之理不關中體之攝力凡帶徑上之力皆然此力方向恆在帶徑上故不變面積也橫力既正交帶徑力則不能變巳申距又在巳道面內則不能變巳道面之方位而能變巳之遲速令同時同面積之例不合蓋巳繞申每剎那中所成面積即巳申線所過之積巳行增速則面積亦增巳行減速則面積亦減故也垂力正交巳道面故不能變巳申距亦不

能變巳之遲速但或拉巳令近寅道面或推巳令遠寅道面而令巳道變方位也此爲奈端以後諸歷家同用之法三亦分爲三力相與亦俱成直角而方向時變不一定前法帶徑率今改用巳點之法線前法橫率今改用巳點之切線（二線詳代微積拾級）名法切二力設巳道爲正圜或微撱則此法與前法畧無異若撱率甚大則法切二方向與帶徑率橫率之方向不同帶徑之力令巳申之距變遠近橫力令巳行變遲速法力能變曲率此力向內則曲率增向外則曲率損切力能變速率此力順則速率增逆則速率損設欲知攝動力所變角度及距中體遠近則第二法較顯明易推設欲知攝動力所變撱圜道之根數則第三法爲妙而第二法垂率今不改垂力之用令巳出于巳道原面而行于重曲線此重曲線以申爲心而逐點之方向不同面因此巳道之根數恆變令其面之方位刻刻移動設空中有一定面則巳道面與定面之交線刻刻旋移也今以前圖詳解之設巳體自丙行至巳無攝動力則在巳點時其行必向㠯而有卯午平行之垂力加于巳則巳必因之斜行故不行于巳㠯曲線而行于巳午曲線甲圖巳午線在巳㠯線之下乙圖在巳㠯線之上是巳道面因垂力變其方位原面巳申㠯一分變爲新面巳申午一分也引長巳

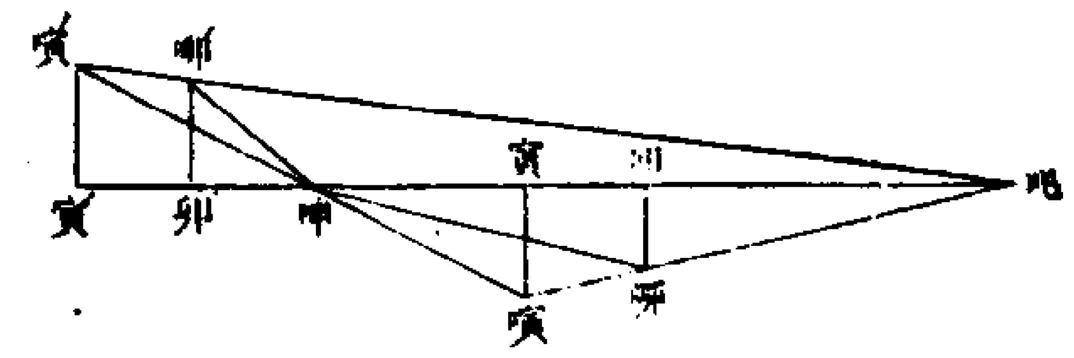
㠯爲巳未切線遇寅道面于未點作申未即原面之交線引長巳午爲巳未切線遇寅道面于未點作申未即新面之交線故準甲圖必令寅道面內之交線退後準乙圖必令寅道面內之交線進前法切二力于此事無涉不能令巳離原面亦不能阻其離原面僅能令切線遇交線之點稍移令未申及未申之距或變近或變遠而二交線不動再申論之假如前圖寅在巳原道面之上天在寅申之間則亦在原道面上而卯必在原道面之下則垂力卯午必向上故推巳向上而巳午曲線必在巳㠯曲線之上引長之遇寅道面未點必在未點之前故若寅道面不動則交



點必進前即動而不消盡進前之理仍如故

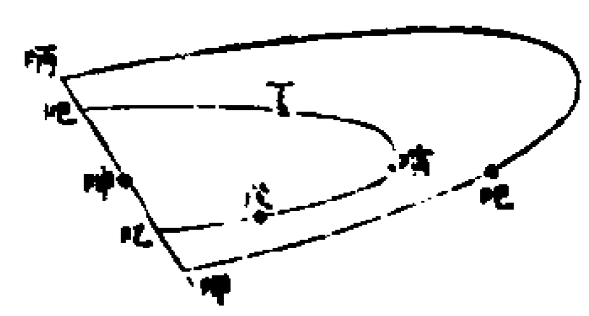
設以寅道面爲定面而垂力拉已體令向寅道面則寅道上之交點必退後若推已體令遠寅道面則交點必進前

如圖丙辛甲爲從申點平視寅道半周丙庚甲爲未攝動時已道半周已行自丙至甲垂力拉已令行于已午在丙庚甲丙辛甲之間引長已午成已未爲已新道之一分是二交點俱退行一自丙至未一自甲至未也若垂力推已令行于已午在丙庚甲之外引長已午成已未爲已新道之一分是二次點俱進行一自丙至未一自甲至未也



前乙圖已道大于寅道設二道相距大于寅道半徑又寅已二星同在交線之一邊則垂力必推已令遠故無論已寅各在半周何點寅道上交點必進前若二星在交線之兩邊則垂力必拉已令近亦無論已寅各在半周何點寅道上交點必退後故寅已繞申無論各若干周但二星在交線一邊交點必進行若二星在交線兩邊交點必退行若二道俱略近正圜則進退之時等而每次退行必大于進行

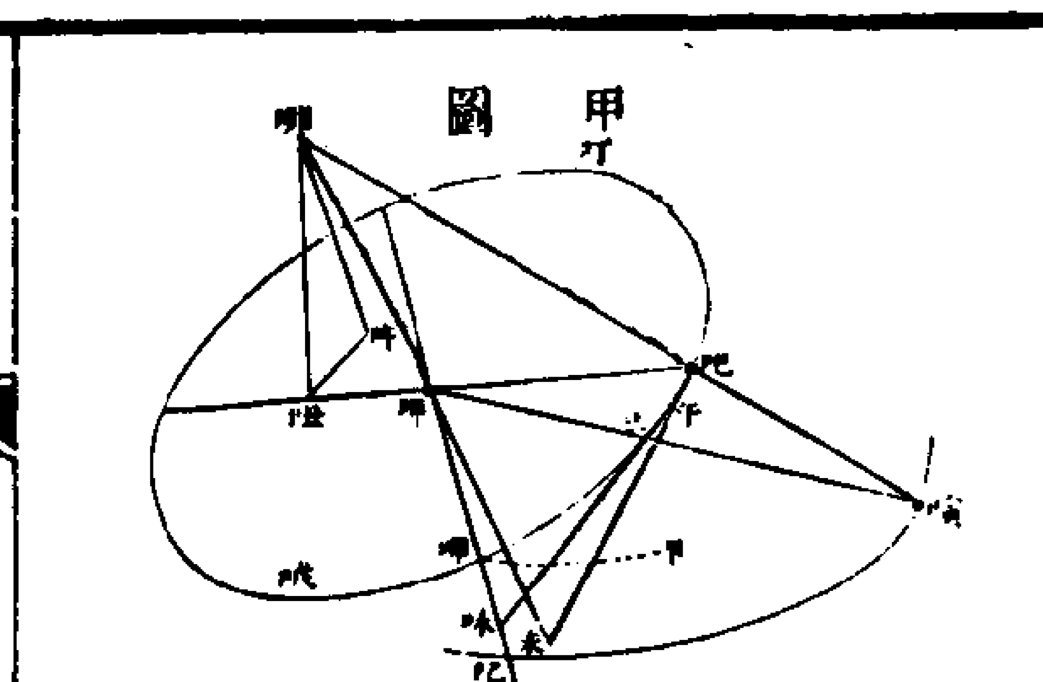
取相對之二方向以圖明之二星在交線一邊時內星爲⿰口寅在交線兩邊時內星爲⿰口寅其方向恰相對引長已申作⿰口寅寅⿰口寅寅二垂線星道略近正圜則⿰口寅申等于⿰口寅申故⿰口寅寅等于⿰口寅寅準前⿰口寅⿰口卯與⿰口寅申比若⿰口寅申與⿰口寅已之二平方比又⿰口寅⿰口卯與⿰口寅申比若⿰口寅申與⿰口寅已之二平方比⿰口寅申等于⿰口寅申而已⿰口寅大于已⿰口寅則⿰口寅⿰口卯必小于⿰口寅⿰口卯故已⿰口卯與已⿰口寅比大于已⿰口卯與已⿰口寅比作⿰口卯卯⿰口卯卯爲已申之二垂線準相似三角形理⿰口卯卯與⿰口寅寅比大于⿰口卯卯與⿰口寅寅比故⿰口卯卯大于⿰口卯卯攷已⿰口寅⿰口寅三點之公面與已道面之交線爲已寅故若從⿰口卯⿰口卯作已道面二垂線其比例必若



⿰口卯卯與⿰口卯卯比是⿰口卯點之垂線大于⿰口卯點之垂線夫⿰口卯申與⿰口卯申顯⿰口寅⿰口寅攝動已之二全力則此二垂線必顯二垂力令交點退行⿰口卯點垂力令交點進行二力有大小故退行大于進行也

設工道相距小于寅道半徑無論已在何處于交線一邊取寅道丁戊二點相距不滿一百二十度令距已申俱等設寅行全周已仍在原處不動則寅自丁

至戊時交點亦退行是退行愈多若丁寅戊弧大半在交線此邊如丁乙小半在交線彼邊如乙戊則寅在丁乙分

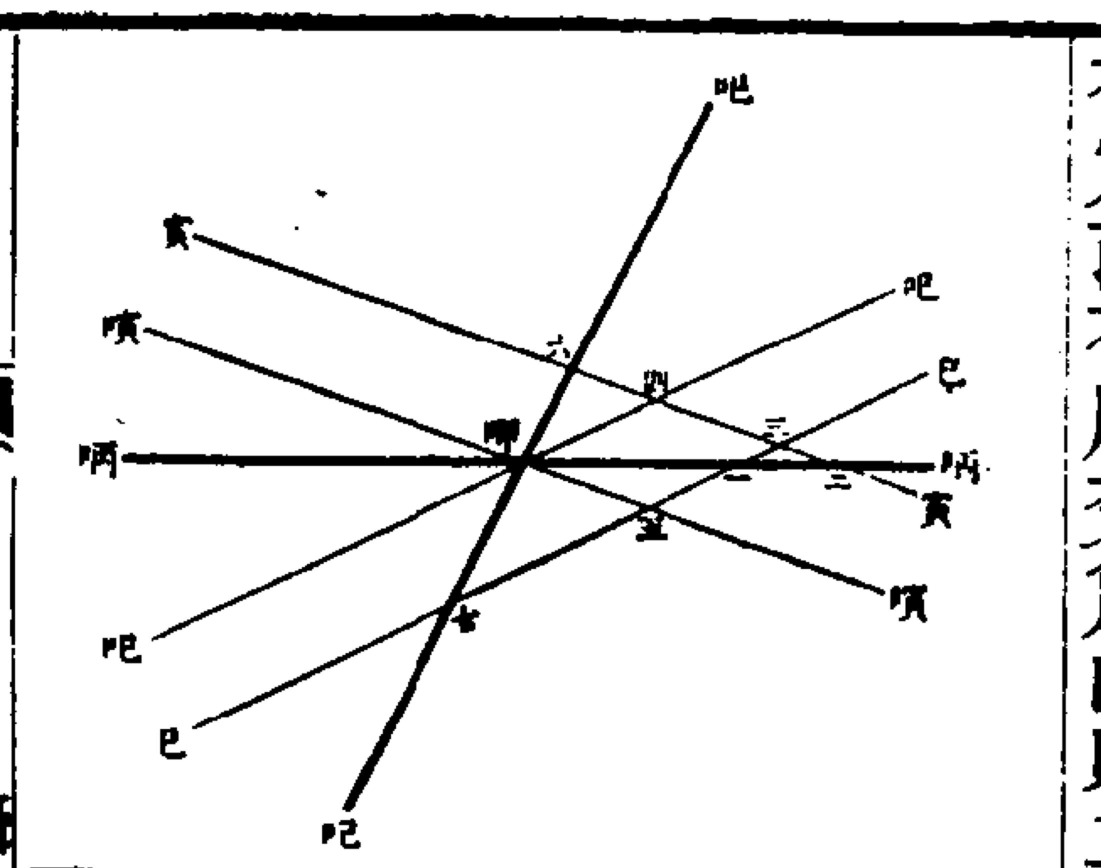


內交點退行在乙戊分內交點進行而寅道距已最近點在丁乙分內退行力最大則丁乙分內之退行大于乙戊分內之進行不能消盡故寅在乙戊分內計交點之度仍爲退行是以總全周論之視前條退行更大也

又設內星爲外星攝動寅道大于已道取寅丁寅戊皆等于寅申設已行

一周寅在原處不動則已自丁至甲自戊至丙交點必退行自丙至丁自甲至戊交點必進行凡寅在交線則無垂力交點不動寅不在交線則丁甲與戊丙和恆大于半周寅愈近交線申點之垂線則其和愈大垂力亦愈大交點之進退愈速已愈近于丁或戊垂力愈小在此二點則無而交點不動已在交點交點亦不動蓋垂力雖非消盡方向亦不變然此時交點退行變進行則必留也統論之交點退行之時長進行之時短又退行之力更大其行更速故已每周其退行必多于進行也此以平圜言之若微橢理亦合

今立公款凡二道此道交彼道之點退行于彼道上設別有定面在原交角內則二道交定面之點亦必退行于定



面在原交角外則一道之交點退行于定面一道之交點反進行于定面如圖已已寅寅爲二道原方位已已寅寅爲二道各退行後新方位已交點退行于寅道自甲至五寅交點退行于已道自甲至四丙丙定面在原交角內則已交點退行于定面

自甲至一寅交點退行于定面自甲至二已已定面在原交角外則寅交點退行自甲至六已交點反進行自甲至七若非共交于一點依三面方位推之理同

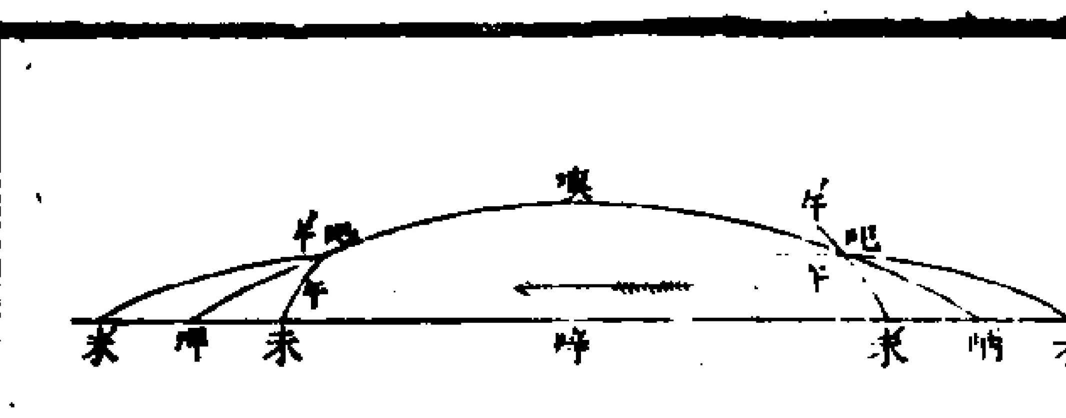
諸行星道交黃道點俱退行于黃道此以黃道爲本而推諸行星之攝動若于諸行星中另虛設一定面以爲本則當并推黃道被諸星之攝動而準上條諸行星交定面之點或進行或退行不一定也

諸行星相距甚遠質積又俱甚微故其交點之行甚緩大率百年中最速者不滿一度其遲者不滿半度而月獨不然約十八年六已退行一周其故有二一太陽所發攝動

力與地攝力之比甚大于諸行星所發攝動力與太陽攝力之比。因月之周時僅二十九日半較諸行星之周時甚小也。準上條理用垂力推其退行度分與測望所得合故知攝動之理確無可疑也。

各行星交點之移所關尚輕而各星道交角之變所關甚大以黃道言之黃道交定面之角變則黃道交赤道之角亦變而各地之四時俱變假如黃道與赤道合則統地球恆如春時設黃道過二極則冬夏二時寒暑極盛萬物不能生故各星道交角之變爲最要事今詳攷之前諸圖中已申午面爲受攝動體纔離已點後一刹那中所過之面

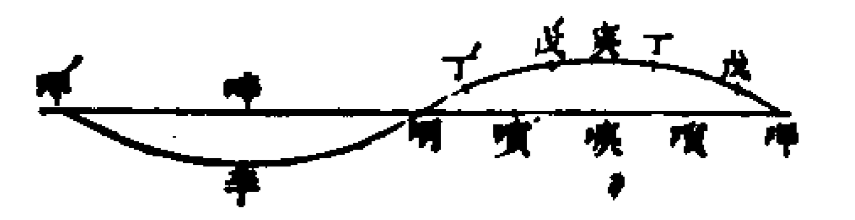
此面交寅道面或定面之角與未攝動時之巳申巳面不同而巳申巳巳申午二面之交角卽巳申未巳申未二面之交角既知此角亦知寅道面二交線之角未申未卽可依弧三角法推其與寅道面之二交角然則一刹那中交角之變與交點之移理相聯屬欲攷此亦必攷彼也此一若巳道爲鐵線圈巳體爲一珠行其上巳道之方位變巳行之方向亦必變然則巳行之方向變巳道之方位亦必變所以交角與交點必同變也諸行星及我月之道相與成角俱甚小故雖交角與交點同變而交角之變較交點變甚小蓋巳申未未申未之交角卽二道之交角既甚小則未巳未角必甚小于未申未角若二道面之交角甚微幾近于合則巳巳午角變雖甚微未點移至未點必甚大也。



準前說一刹那中因攝動所成之微曲線若在丙辛甲丙庚甲二道面之中間如巳午交點必退行若在丙庚甲面之外如巳午交點必進行而交角之變大變小不與交點相應微曲線爲巳午交角必變爲巳未辛微曲線爲巳午交角必變爲巳未辛在丙庚象限內巳未辛小于巳丙辛巳未辛大于巳丙辛在

庚甲象限內巳未辛大于巳甲辛巳未辛小于巳甲辛故凡攝動力拉巳向寅面前甲乙二圖巳之本動亦漸近寅面或攝動力推巳遠寅面巳之本動亦漸遠寅面則交角變大凡攝動力拉巳向寅面巳之本動卻漸遠寅面或攝動力推巳遠寅面巳之本動卻漸近寅面則交角變小約言之巳本動與攝動其向寅面背寅面同則交角變大異則交角變小。

角之變一刹那中甚微積久則大欲推其數非積分術不能今不言數但依上條之理論其由小漸變大復由大漸變小有一定時分一其道之面擺動于中面之兩邊設外



行星爲內行星所攝動內星道之半徑不及外星道半徑之半如圖甲丙申爲從申望寅全道在天空如一直線甲庚丙辛申爲已道設寅體在甲丙半周內則已行第一象限甲庚爲漸遠寅面垂力亦令遠寅面故交角變大行第二象限庚丙爲漸近寅面垂力却令遠寅面故交角變小行第三象限丙辛爲漸遠寅面垂力却令近寅面故交角變小行第四象限辛申爲漸近寅面垂力亦令近寅面故交角變大是已行一周其道面擺動二次

若寅定于庚點不動兩邊之攝力等則已行一周其道面必復至原處若寅在他點兩邊攝力不等則已行一周其角變大變小不能適相補但寅體在寅與在寅距庚相等所生之變必恰相反而二處所得中數二似寅體平分爲二二在寅二一在寅所生之變必適相補以遍寅道各點所得中數推之二似寅體勻分于全道成一圈故在交線左右所生各變二一相對相補也若外星爲內星攝動而內星道之半徑大于外星道半徑之半又或內星爲外星所攝動則已道內丁戊一段其變必與本象限相反任設寅體在寅乃取庚寅等于庚寅又取子戊與丁戊相似則寅體在寅寅已在丁戊子戊其相關之理亦正相反而恰相補仍同也寅偕已及交線相與之方位莫不周徧則其變盡相補足而其道復如故假如我月爲受攝動力之體已其周二十七日三二二日爲發攝動力之體寅其周三百六十五日二五六交線之周六千七百九十三日三九一其比例約如一十三二百四十九故已行十三周寅行一周設無交線動則已與寅之方位必略如故但此時交線所行度分已過二百四十九分周天之十三約如十九分之一爲退行故已與寅之原方位差于交點前十九分周天之一必更十九倍之已行二百四十九周寅行十九周

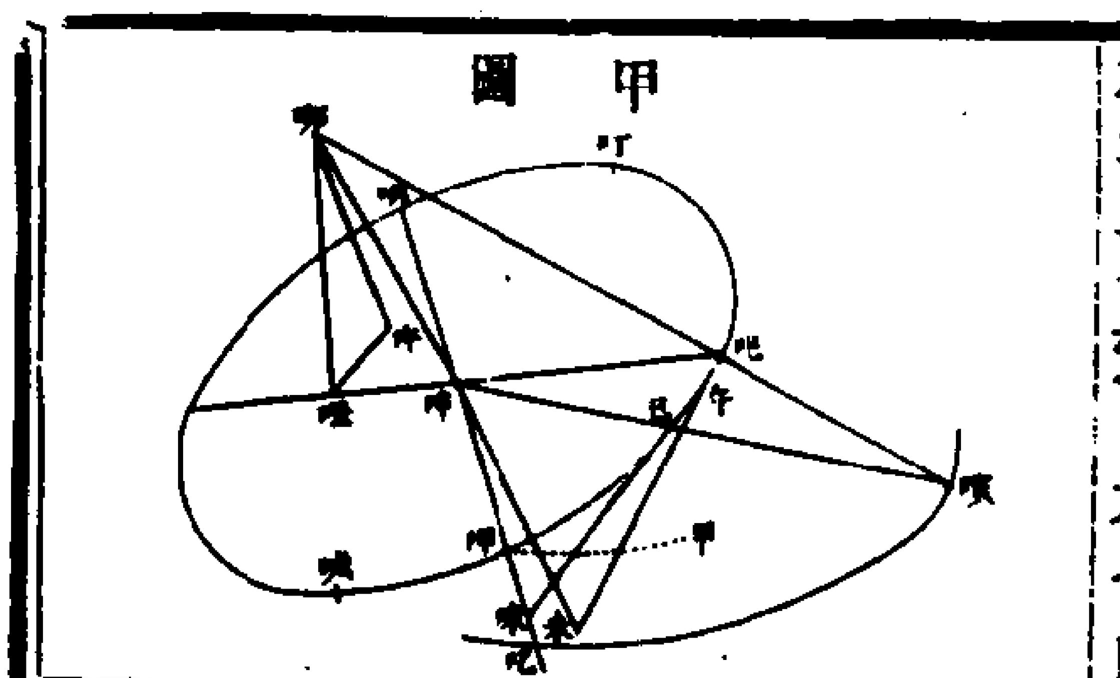
然後方位復如初古歷所謂一章也然數末尙有小分去之不用故其方位仍微不合欲令此微不合亦消去當用會數卽章數之若干倍也此設二體之道皆爲平圜則然若皆爲橢圜則統計諸方位令交角增之力恆大于令交角損之力設交點與長徑俱不動則交角必有增無減令不然者一因交點有行分過半周時諸方位令交角增損之力相反一因長徑亦以不平速行則令交角增損之方位恆移易于道中故也又交角因兩心差所生變亦有一定時而兩心差甚小所生變甚微則所生交角差大小之限亦必甚微幾何家言諸道相與之交角令諸行星之力

相定于空中拉格㴱細推其理謂各行星之質積乘本道長徑之平方根又以交定面角之正切平方乘之所得諸數其和恆等試以今黃道面爲定面依法推得其和數果恆等而甚小然則諸大行星之道永無大變而諸行星互相補其差此幷小行星亦在內

黃道面恆因諸行星之攝動力而變令黃赤大距漸小百年約四十八秒測諸星之緯度或增或損而知之準上條理則其變小必有限至限必復變大也其最大最小在中數之左右各一度二十一分

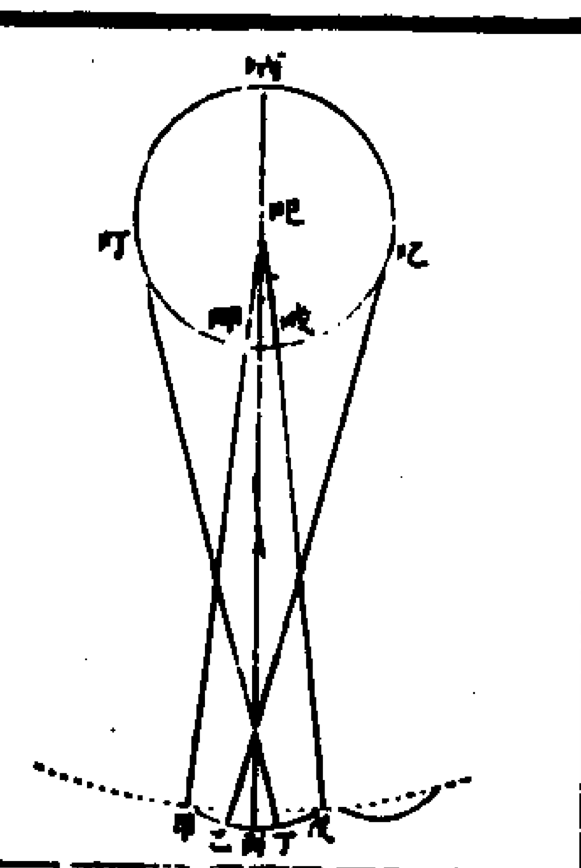
黃道面變方位交定面之點必退行此事與歲差雜糅難

分此當詳攷歲差之理以辨別之歲差者黃赤交點恆退行于黃道面是也此與諸行星道交點退行之理同亦生



于攝動其攝動力非發于諸行星而發于日與月蓋日較諸行星甚大月較諸行星甚近故此二體之攝力同攝地球赤道上之凸積地又自轉而歲差生焉今細論之如甲圖外星寅攝內星巳假如巳之質積平散于全道成一流質圈寅之攝力加之令繞申行于本面則必生二事一道之面必變如㴱紋形丁甲與戊丙二段交寅面角必愈大甲戊與丙丁二段交角必愈小一交點必退行于寅道面此二事各不相涉若不爲流質圈而爲定質成一堅圈則圈中有若干分欲令交角變大有若干分欲令交角變小此必相消每時刻依圈行用其相消之餘成角之變又圈中諸質點有若干分欲交點順行有若干分欲交點退行亦必相消以其餘成進退行夫赤道即定質圈也發攝動力者爲日爲月俱不與赤道同面則其交點必恆退行蓋堅圈與質體周行于圈理同也此圈若不帶他物交點之退行當甚速今赤道圈與地球合爲一體交點行之理惟赤道

及諸距等圈有之與全地球無涉諸圈體質之和即地殼較全地球甚小則諸圈退行力爲地球質阻力所消甚多故交點行速率變甚小以日力言之即歲差也然赤道之交點又因月攝退行于白道夫白道既退行于黃道交角略不變故白極依交點行之速繞黃極而赤道既退行于



黃道又退行于白道則赤極依二退行必行成次擺線道如圖巳爲黃極甲乙丙丁爲白極所行之小圈十九年一周申丙戊爲赤極所行之次擺線其時大

于十九年若僅有日攝力赤道當行于甲戊虛線今又有月攝力則赤極所行方向恆正交赤白二極距如白極在甲赤極行在甲其方向正交甲白極至乙赤極行至乙其方向正交乙白極自甲行一周餘至戊赤極行成一次擺線甲丙戊其速率時大時小每次皆然是謂歲差合尖錐動所生之行法依此理攷諸力之率即得歲差及尖錐動之數與測望密合日月所生二差之比若二與五之比既得此二差則黃道交定面點因諸行星攝動退行之數亦得與理所應得亦密合也

此諸外攝動之全力成此變動而不使赤黃二道之交角改變或疑不合例但觀前言見本卷角之變條知不論發攝動力之體在何方向其繞圈之各點不同而使圈之交角有改變必有相反之改變以消故無不合例

諸動外又有一動名曰感動先言其公理凡諸體或以實質相聯或以攝力相聯中有一體以一定之周時旋行必感動各體令其各分生一定時之動其周時俱與原動相應而其最速最遲時不盡相應各體有易感者有不易感者有一分易感一分不易感者故其感動有時不覺有時可推有時較本動更易見故地軸因日月旋行所感又生二小尖錐動其周時一為半歲一為半月感動中事之最大者為潮汐乃水之感動也理詳別卷

談天卷十二終

談天卷十三

英國侯失勒原本
英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　删述
無錫　徐建寅　續述

橢圜諸根之變

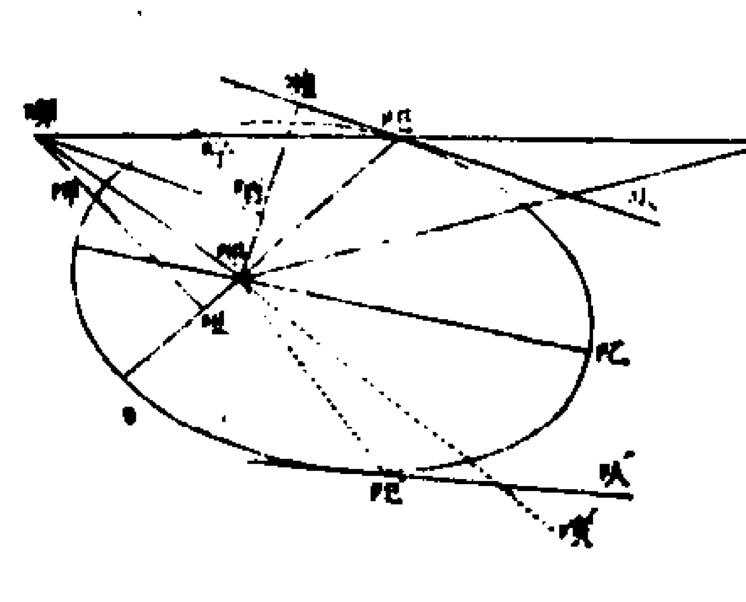
上卷論垂力令受攝動之面變方位故交點有進退交角有增損此卷論法切二力令橢圜道變狀及星行橢圜周變速率之理

行星道因攝動不復成橢圜亦無他曲線可比擬而歷家恆用橢圜者取其便于推步也其法謂橢圜道之方位形

狀大小兩心差依攝動徐變而本星一若未嘗受攝動力但隨星道之變而依常法行于其周是則諸攝動力皆加于星道而星與道相屬之理不變此法出于自然非假設也各星道根數之變甚緩如地道百年中兩心差之增損不過○·○○○四最卑點之行不過十九分三十九秒若一周時中微細之變雖畫其道于徑六尺之板用最精顯微鏡亦難察也則雖有變不可不謂之橢圜但其變積久必著是又不能不推也

凡橢圜道之變分爲二一曰長差其復時遠一曰短差其復時近如上卷論交角之變寅巳周數相會略相補者卽短差也相補後尚餘微差積久而本此必俟寅巳及交點三者之周俱相會然後消盡卽長差也二差中短差尤要長差不過短差之小餘大率行星于刹那中微離其道漸離漸遠既而復漸近漸歸本道再漸離于對面亦然兩面自離至復皆相似終古恆如是本道乃兩面軌跡之中數是謂短差在所必推長差理亦畧同但久而後復中間積數甚大則亦不可不推也

此後詳論本面內諸長短差不及交角故設諸道在一面內令其理更易明也如圖甲巳乙爲巳未被攝動之橢圜道寅爲發攝動力體作寅巳聯線任引長之申爲中體取



寅子等于寅申又取寅卯令寅卯與寅子比若寅子與寅巳之二乘方比乃作卯申線表巳所受之攝動力及方向次作巳點之切線人地次作人地之垂線申地又作申地之垂線卯酉又引長巳申線而作卯丑爲垂線乃分卯申攝動力爲卯酉切力酉申法力或分爲卯丑橫力丑申帶

徑力設其道爲正圜或微橢則巳申丑與地申合而切法二力與横帶徑二力略等乃以公理攷二力所生橢圜諸根每刻之變先論長徑行星受日攝力幷他星攝動力行成無法之曲線分此曲線爲無數小分則每分有一定曲率及方向與橢圜合故可恆以橢圜推之但每刻中橢圜之根數與前一刻後一刻橢圜之根數不同因曲率能變距日之遠近方向能變橢圜之方位也然長徑不因之而增減距日之遠近生于長徑不能變長徑而橢圜之方位與長徑無涉也準刻白爾測定之例凡橢圜道皆憑中心攝力而成星任在道中何點若知其速率及距日數長徑

亦可知而星行之方向不論蓋方向變僅能令兩心差及橢圜之方位變而不能令長徑變也然則長徑因何而變乎曰長徑之刻刻增減其故因速率之變而生速率之變因切力而生切力與星行方向同則速率增而長徑亦增方向異則速率減而長徑亦減如上圖甲乙爲長徑作申巳申寅二虛線其交長徑角與申巳申寅二線等設外星在寅內星在巳則寅加攝力于巳申二體與寅加攝力于巳申二體等而已巳所受之切力亦等故巳所增之速等于巳所減之速而長徑必一增一減其所增必等于所減設寅道爲正圜寅巳二周時無等數則二星行至多周必

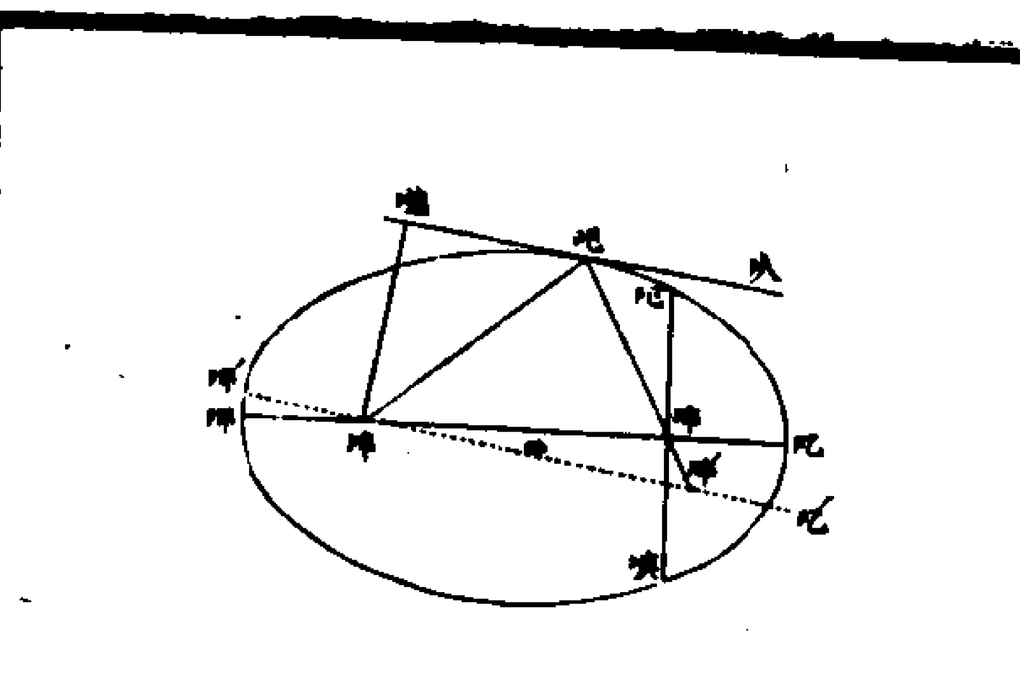
有時寅與巳在長徑此邊之方位與前在彼邊之方位相似此方位長徑之變與彼方位長徑之變必恰相反至無窮周歷盡一切方位則所生長徑之變必恰補盡設寅巳二道俱爲正圜則寅行一周長徑必復如初蓋四象限之切力兩兩相等而相反故恰相補也設巳道爲正圜寅道爲橢圜則寅從最卑至最高半周漸遠于申其攝動力必漸衰從最高至最卑半周漸近于申其攝動力必漸加巳不能定居于寅道之長徑上故寅行一周其切力雖相反而不相等不能恰相補必行多周歷盡巳寅申相與之各方位然後長徑之變盡補

設巳寅二道俱爲橢圜而二長徑之方向不同則與上條所論之理不合當以動重學之公理論之凡物動時有向心力恆加之令刻刻變速率名曰長加力其力之大小與距心遠近之平方有反比例物在空中從此點至彼點其速率之變憑二點空中之方位不憑二點中間所過之曲線諸長加力中之平行力可當作無窮遠定心所發如此若物行從巳起仍至巳時其速率必仍如初上條諸理俱不論準此設寅有定處不動巳恆受三力一申之攝力方向爲巳申二寅之攝力方向爲巳寅三寅加申之攝力方向爲寅申恆在寅申平行線上巳行一周復至原處其速

率與長徑必略如初尚有小差爲攝動力變其道所生然甚小可不論設寅雖不繞申而漸遠于申則已至原處速率之差不能補足必已行多周俟寅復漸近申然後消盡則寅無論定于何方位已行多周必得各點相對俱如上圖已己令寅所加之力相反然則寅雖不定行無數周時必盡得寅在道中各方位已行若干周中之相對各點其力兩兩相反故歷年甚久後所生之差必消盡也又設令已定于一處寅行若干周理亦同夫攝動力令兩心差生短差又令長徑移方位則已與寅至原方位時其距申遠近及速率必各不同然長徑行一周其距申遠近必復原

兩心差之變一終其速率必復原故已寅至原方位長徑周兩心差變終三者會于一時則一切如初此必多歷年所久之又久之始一遇也此乃動重學之理其力之方向或在平面內或無論從何處來皆同故寅已二道雖有交角理亦合但有交角變及交點行則已行一周不能至一定之原方位然交角變大小其面恆在中面之二邊相去不遠而每次交點行一周時已至原經度必不在原處或在中面上或在中面下其距必有時彼此相等故歷無數周其差必消盡如上所論既爲公理則無論有若干定心無論何方位且無論有若干發攝動力之體其理俱同不過推其相消法更繁耳有此奇理故知諸行星道之長徑其差必復其平速周時亦然如歲實雖有消長統計之實無增損也故諸行星距日之數不能增至無窮亦不至漸近日而合爲一統計之其道大小不變也此事拉格浪攷得之實推步家至要之理也地日距若加十分之一則一切動植諸物俱難生活然長徑變長變短離中數不遠依理推測諸行星長徑之增損除火木間諸小星外未有過中數千分之一也

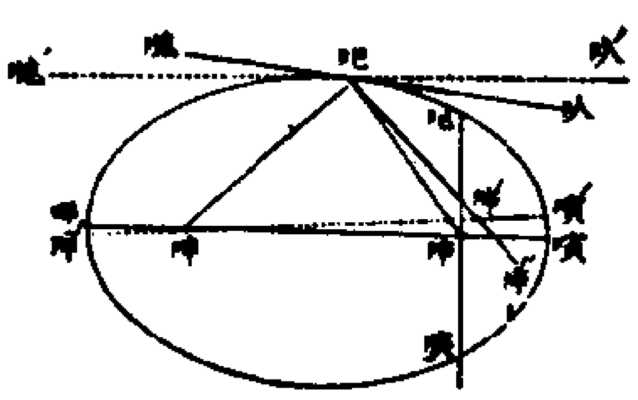
長徑之增損憑切力而兩心差及長徑方向二根之變則兼憑法切二力今分攷之先論切力如圖已爲受攝動力



之體甲已乙爲已之道甲申乙爲長徑申爲本心地已人爲已點之切線命甲乙爲二甲取人已辛角與地已申角等而地已辛角等于一百八十度少人已辛角則申已辛角等于一百八十度少二地已申角又取已辛等于二甲少申已而橢圓之餘心辛可推蓋橢圓理凡從二心作二線會于橢圜周一點則二線交切線之角必等又二線之和必等于長徑故也設切力加于已令其速率大則長徑亦必

變大(理見上條)命爲二申然切力不能變地已申八已辛二角故新餘心辛必在引長已辛線內取已辛等于二甲少申已卽得乃作申辛線兩端引長之成申乙爲長徑之新方位申辛折半爲新兩心差故切力令已增速則有諸例一最卑新方位申與已俱在原長徑甲乙之一邊無論已從最高至最卑或從最卑至最高皆然二于餘心辛點上作長徑之垂線已庚已在庚甲已之間兩心差增在已乙庚之間兩心差損三已在已庚二點一剎那中卑點之變爲最大已漸近最高卑其變漸小已在甲乙二點則不變兩心差則反是已在甲乙二點其變最大在已庚二點則不

變也若切力令已減速則此諸例俱恰相反若已道略近



正圜則已行甲已已乙乙庚庚甲四分其時相等俱爲周時四分之一再論法力法力加于已已行速率不變故長徑亦不變惟能令曲率變法力向內則曲率增而已行自高點至卑點則申已地角必損若自卑點至高點則申已地角必增今設已自高點至卑點因申已地角損故切線已地必變爲已地而餘心辛必移其處欲知在何點取申已辛角等于一百八十度少二申已地角或取辛已辛角等于二地已地角又取已辛與已辛等則辛卽餘心所移之處也乃作申辛線引長成申寅爲長徑之新方位申爲新卑點半申辛爲新兩心差故法力向內已自高點至卑點則有諸例一若已在已甲之間則長徑順行辛與已在原徑一邊已恰在已則長徑不行已在已寅之間則長徑逆行辛與已在原徑兩邊二兩心差增已在已點其增最大在高卑二點不增若已自卑點向高點則諸例俱相反又若法力向外則一切相反又兩心差卑點距一事之變互爲消長此變速則彼變遲此極速則彼爲

無也又餘心之移憑切法二力此二力恆正交亦互爲消長此力愈大則彼力愈小也欲推剎那中攝動之差必準動重學分推剎那中切法二力所得之速率各令二根所生之差視其同號則相加異號則相減或先取辛已辛角倍于法力所生地已地角又取已辛等于已辛加減切力所生長徑差得辛爲餘心之處其他俱可推矣欲知地已地角以此時已行速率約法力所生之速率卽得今列二表已行全道切法二力生差之例一覽可了然矣

切力生差表

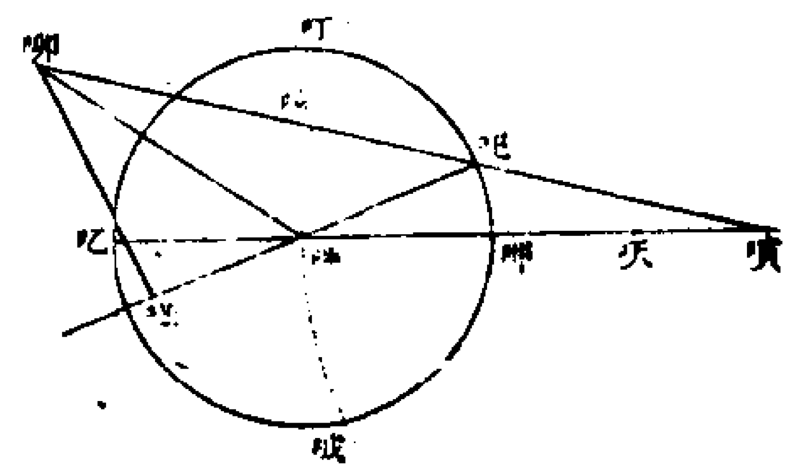
卯行	卯所在	切力所生	根之差
高至卑	無論	速率增	長徑退
高至卑	無論	速率損	長徑進
卑至高	無論	速率增	長徑進
卑至高	無論	速率損	長徑退
無論	近高點	速率增	兩心差損
無論	近高點	速率損	兩心差增
無論	近卑點	速率增	兩心差增
無論	近卑點	速率損	兩心差損

法力生差表

卯行	卯所在	法力所向	根之差
無論	近高點	向內	長徑退
無論	近高點	向外	長徑進
無論	近卑點	向內	長徑進
無論	近卑點	向外	長徑退
高至卑	無論	向內	兩心差增
高至卑	無論	向外	兩心差損
卑至高	無論	向內	兩心差損
卑至高	無論	向外	兩心差增

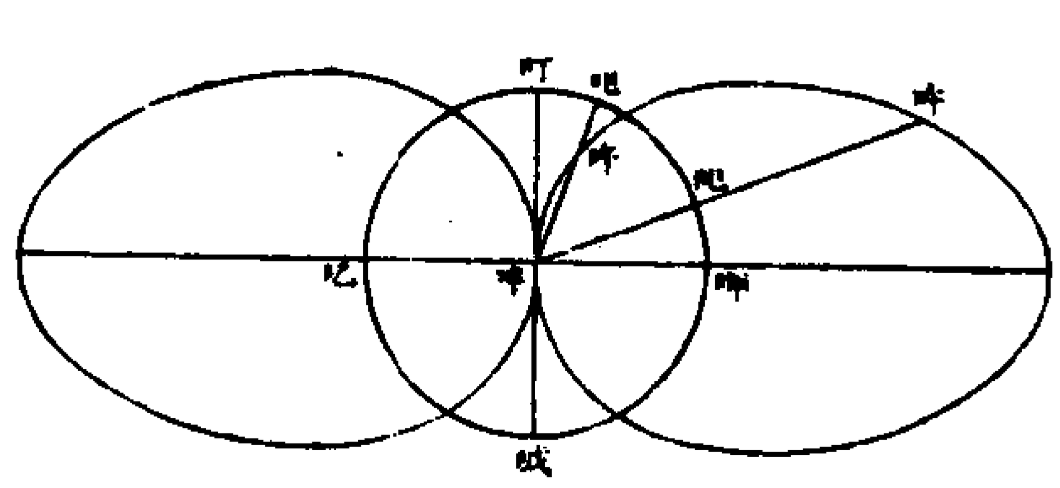
設巳寅二星各從某處起積若干時欲推諸根之積差當用積分法其法極精深今不細述

長徑之行兩心差之變本一理試設其道爲正圜論之簡而易明也道爲正圜則切法二力與橫帶徑二力合故推橫力帶徑力如推切法二力也如圖寅巳與寅申之二平方比若寅申與寅卯比卯巳爲寅卯少寅巳卯丑等于卯



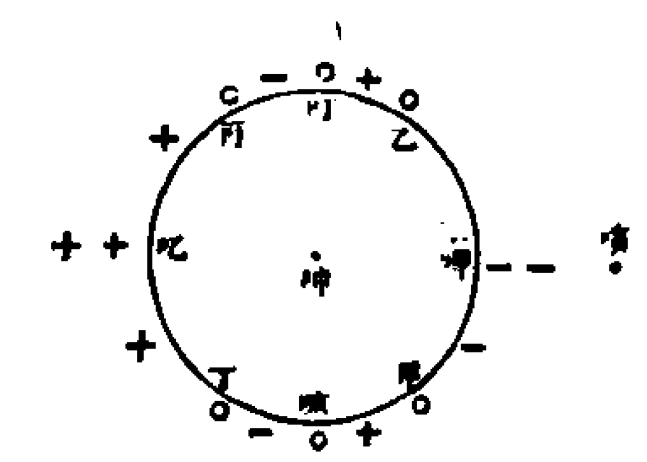
巳乘卯巳申正弦亦等于卯巳乘甲申巳申寅巳二角和之正弦又丑申爲巳丑少巳申卽等于卯巳乘卯巳申餘弦少巳申亦等于卯巳乘甲申巳申寅巳二角和之餘弦少申巳卯丑卽顯切力丑申卽顯法力也凡巳從戊至甲從丁至乙切力令其速增從甲至丁從乙至戊切力令其速減在甲丁乙戊四點切力消盡在甲丁乙戊戊甲四分之中則最大又巳近甲乙二點法力向外近丁戊二點法力向內在甲丁乙戊四點法力最大在甲丁丁乙乙戊戊甲四分之中則消盡試設巳在各處一一作圖玩之自明也若寅最遠則法力消盡之點略近丁戊而遠甲乙

依上條之理推月道法更簡蓋寅爲日距地月甚遠月道半徑日視之不過八分故卯巳與甲乙一若平行線而丁申戊一若直線正交甲乙以申巳爲半徑則巳亥爲甲申巳之餘弦故卯丑等于卯巳乘甲申巳正弦丑巳等于卯巳乘甲申巳餘弦又卯巳等于三箇巳亥卽等于三箇申巳乘甲申巳餘弦是以卯丑等于三箇申巳乘甲申巳正餘弦相乘積亦等于二分申巳之三乘甲申巳倍角之正



弦丑申等于三倍甲申巳餘弦之平方以一減之又以申巳乘之亦等于三倍甲申巳倍角之餘弦以一加之又以二分申巳之一乘之若甲申巳餘弦之平方等于三分半徑之一則丑申消盡蓋卯巳線割巳道二點距甲乙二點各六十四度十四分也試向巳道全周諸點作申午線等于三箇申巳乘甲申巳餘弦平方數聯諸午點必成二卵形之揣圓出入巳道

四交點距中乙二點各六十四度十四分巳午恆顯加于已點之法力大小方向也



準上條凡甲乙線兩邊甲申已角等攝動力恆與申已有比例申已即月地距故月在橢圜高點攝動力增大在卑點攝動力減小其最大最小之比例約如二十八與二十五準此論法力變長徑方位設長徑向日卑點在甲高點在乙取甲申甲乙乙丙乙子四分各六十四度十四分已在申乙之間法力向外而近卑點則長徑必退後理見前下同在丙子之間法力向外而近高點則長徑必進前在甲乙二點其行最速漸遠二點漸遲在申乙丙子四點則遲極而定自乙至丁法力向內而近卑點則長徑必進前但行甚遲蓋初離乙法力小漸近丁法力雖漸大然其方位不易動長徑故也過丁至橢圜長徑餘心上垂線界而復定自此界至丙法力向內而近高點則長徑必退後而亦甚遲已在丁戊及戊申之間理同圖中⊥⊥爲速進丅丅爲速退⊥爲遲進丅爲遲退○爲定若兩邊⊥丅之力相等則一周中遲速之數必相消然高點之力恆大于卑點其比例若二

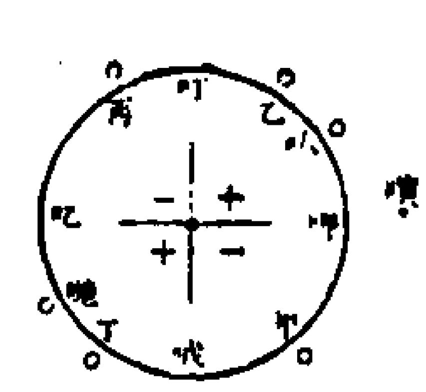
十八與二十五惟丁戊左右二象限之力相等故近丁戊二點⊥丅二行略消盡而近甲乙二點⊥丅二行不能消盡進必多于退若高點在甲卑點在乙則理俱相反圖中⊥丅之號必皆易位而最大之力在甲仍爲進故一周中長徑之進亦多于退又設長徑正交向日之線高點在戊卑點在丁已在乙丙之間法力向內而近卑點則長徑必進而不速因法力不大也在甲乙及丙乙之間法力向外而近卑點則長徑必退亦不速在申甲及乙子之間法力向外而近高點則長徑必進亦不速在子申之間法力向內而近高點則長徑必退高點法力大于卑點故一周中長徑之退多于進若高點在丁卑點在戊理同總論之最高在甲乙二點法力向外全周中長徑進多于退在丁戊二點法力向內退多于進然月近甲乙二點法力大近丁戊二點法力小又乙丙子申二弧甚小于申乙丙子二弧又長徑在全周各方位中有定而不行時其方位亦較近丁戊二點故一歲中日繞地一周長徑盡歷諸方位統計其行進必多于退也更論切力變長徑方位設卑點在甲月行甲丁象限切力必令速率損而月自卑至高故長徑退行丁乙象限切力必令速率增月仍自卑至高故長徑進行乙戊象限切力必令速率損而月自高至卑故長徑

進行戊甲象限切力必令速率增月仍自高至卑故長徑退是在戊甲丁半周長徑恆退在丁乙戊半周長徑恆進然近高點之切力強于近卑點故全周中進必多于退若卑點在乙則俱相反在戊甲丁半周長徑恆進在丁乙戊半周長徑恆退而進仍近高點則全周中亦進多于退又設卑點在丁月行甲丁象限速率損而自高至卑故長徑進行丁乙象限速率增而自卑至高故長徑進行乙戊象限速率損而自卑至高故長徑退行戊甲象限速率增而自高至卑故長徑退是在甲丁乙半周恆進在乙戊甲半周恆退高點在戊力更強故全周中退多于進若卑點在

戊理同總論之最高在甲乙二點進多于退在丁戊二點退多於進其數畧相等而相消也故日繞地一周長徑盡歷諸方位其近朔望點時法力必令進前近二弦點時法力必令退後但進速而退遲故總計之為進切力亦然而進退之遲速等故總計之無進退是一歲中切力不能變法力所生長徑之總差然逐時能令法力所生差增大何則日行與月同方向長徑近朔望點其進隨日故切力之加比日不動更久長徑近二弦點其退逆日故切力之加比日不動更暫夫準法力進本有餘今因切力加久而更有餘退本不足今因切力加暫而更不足是謂以攝動加于攝動天算家言長徑之動大畧若攝動力平方之比理本此也

上諸條論月道長徑攝動之法最為繁重初奈端用帶徑力推長徑之行所得較實測數僅得半後歷算諸家細測詳推終不能密合遂謂奈端攝力之理未足盡憑格來老始亦云然既而忽得其解乃知攝力之理精深神妙不能改也案月道長徑順行三千二百三十二日五七五三四三而一周約九年弱

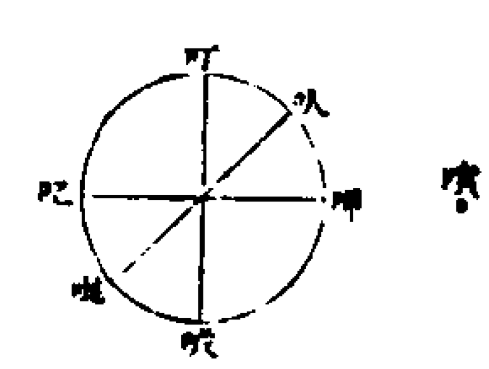
論法力變月道兩心差任設卑點在人高點在地月行方向自甲至丁準前論已在申乙丙子四點及地人高卑點



兩心差皆不變則在人乙地子二弧其變甚小因向外法力甚小又其方位不能大變也而在人乙為自卑至高在地子為自高至卑正相反則一令增一令損略相消雖近高點力稍強必損多于增然統全周計之甚小也乙丁丙及子戊申二弧較象限甚小法力俱向內已在此二弧不能令兩心差大變而令增損正相反子申弧近高點力稍強增多于損與前人乙地子二弧之損多于增正相消也已在

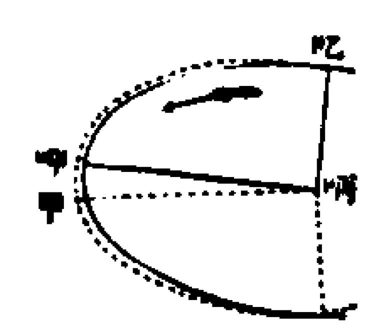
申人丙地二弧法力向外力最大而丙地近高點力尤強已自卑向高則必增多于損此較不能消爲全周兩心差之變設卑點在地高點在人全周兩心差之變亦增多于損蓋法力最強在申人弧仍向外已仍自卑至高也凡長徑在甲丁乙戊二象限內兩心差恆增多于損在丁乙戊甲二象限內則反是圖中丄指增多丅指損多也

論切力變月道兩心差已行甲丁乙戊二象限切力令速率減行丁乙戊甲二象限切力令速率增故已在甲丁象限距卑點不滿九十度恆令兩心差損在乙戊象限距高點不滿九十度恆令兩心差增乙戊之增多于甲丁之損



若高點在甲丁間卑點在乙戊間則甲丁增而乙戊損亦增多于損又已在丁乙象限距卑點不滿九十度恆令兩心差增在戊甲象限距高點不滿九十度恆令兩心差損戊甲之損多于乙丁之增若高點在丁乙間卑點在戊甲間則戊甲增而丁乙損亦損多于增統計之日行一周切力所生差適消盡但逐時與法力合令其差增大與變長徑方位之理同至日與長徑之周相會而復初設日與長徑同起程于一點日一年一周長徑九年一周則歷四分年之一又加三十二分年之一共三十二分年之九長徑一若退行一象限先自甲至戊兩心差恆損至戊爲最小次自戊至乙兩心差恆增至乙爲最大而復與日會餘倣此兩心差最大最小比若三與二比

月道長徑行之理可以器顯之法用鐵線或銅線任長十餘尺懸一鉛球下承以平板球板相去甚微取球略偏向旁推放之令旋轉必行成小橢圜原垂線在其中點若于球底中心安一鉛筆必畫橢圜圈于板此長徑之方向不甚變爲風氣所阻橢圜必漸變小而定若取球大偏與垂線成角約十五度至二十度旁推之則所行橢圜大其長



徑之方向每周必以漸增速移與球行之方向同久之長徑必至短徑之處既而還至原方向即如月道長徑之行也曰此橢圜道之長徑何以能進前行曰取球偏而放之令旋轉必常有力加之其方向恆正交鐵線此力恆變其大小之比若鐵線交原垂線角正弦之比弧甚小則正弦之比略如弧之比取球小偏弧與正弦無別其行一周球受中心之攝力與距數比例恆合故長徑不移若球大偏鐵線與垂線成大角則受中心之攝力恆如正弦之比例而距數恆如弧之比例

弧變大正弦亦變大而正弦之變不能若弧之速故球向中心之力較行撱圜之力略小則近長徑界曲率必損故至原長徑界甲不能復正交距心線必行至申方正交是長徑進前也觀圖是明此不過借以明月道實與月道之理不全合蓋其攝動僅有帶徑力無橫力也

推諸行星道長徑之行兩心差之變有簡于月道者有繁于月道者其簡者何一周中長徑之變甚微則體與長徑逐周所成各方位略不變又發攝動體或進或退受攝動體之長徑雖隨之進退亦甚小俱可不論又月道之長徑進退甚大故其行有倍數須重推而得諸行星之長徑進

退微皆無倍數也其繁者何受攝動發攝動二體周時之比甚小于十三與一之比則已行一周寅與已道長徑變方位之度甚大前論月已一周設寅爲不動以便算其差不甚大若行星則已一周寅已行多度設爲不動其差甚大故不能也如木受土攝動木一周土已行一百四十度設爲不動則攝動諸力盡不合矣又若外星受內星攝動則寅與已道長徑方位之變速于寅與中體方位之變更不能設寅爲不動矣又寅道兩心差變爲最要事其故甚繁不能以言喻必用代數式及微分法方能推之又水金及地球爲木土諸星所攝動與常理不甚合各道之長徑因土木諸星所攝而進前常也乃有時憑已寅二體相距二兩心差之大小二長徑相與之方位令長徑退後與常理相反如金星道之長徑受地球水星攝動力之和而退後受木土諸星之力而進前而退更速于進故其長徑恆退行是也

推諸行星道長徑行兩心差之變設其道略近正圜則攝動諸力無大變故長徑進退兩心差大小行若干周後盡歷諸方位必相消而復初觀前切法二力生差表理易明蓋寅任在本道恰相對二點一與已之高點成方位一與已之卑點成方位相似而相反二道旣略近正圜則切法

二力距合點線同即俱相似故已之卑點前後半周與寅道此點諸力相關一如已之高點前後半周與相對點諸力相關又已自高至卑半周與寅道此點諸力相關一如自卑至高半周與相對點諸力相關而長徑進退兩心差增損俱恰相反故寅任在何點加于已之力與寅已俱在對面所加之力必恰相消而長徑兩心差之變亦必恰相消設二道俱非正圜則諸力不能恰相消然兩心差非甚大則其大分仍如上相消所謂短差也而餘小分積久不消以成長差推長差法甚繁今不暇細論但論生差之大凡亦必分法切二力法力所生在二星合點爲最大蓋在

合點法力最强故也雖合點距高卑點各九十度時長徑不移合點合高卑二點時兩心差不生變而距此二方位各九十度則法力所生之差最大也切力最强時每因方位之故相消叉無論合點距高卑二點若干二星合時無切力故長差生于法力者爲多生于合點之法力爲最多也設合點在二道最近點則所生差尤多今試論之夫同心二撱圜各有卑點其方位刻刻不同則二道最近點在已道之卑點可在已道之高點可在道中無論何點俱可設在卑點已道在內寅道在外則法力向外故長徑退已道在外寅道在內則法力向內故長徑進設在高點則俱

相反然兩心差俱不變在高卑中間諸點則長徑之進退小而兩心差之增損大準此若僅有二行星久之最近點必因長徑兩心差之變而亦漸變而長徑之行又因最近點變而或增或損或相反兩心差亦因之或增或損俱有定時與長徑相應然又有諸行星皆相攝動則亦當推諸道兩心之最近點故其法雜糅而甚繁也

統觀卷中諸條之理知交點行與交角變相應長徑行與兩心差變相應二者彼此相似卑點進退行成大弧其較餘歷久而一周兩心差微增微損以應之歷久而復初交點行亦歷久而一周交角亦增損以應之歷久而復初如月道交點行甚速交角變速而不能積爲長差則卑點行愈速兩心差亦變速而不能積爲長差蓋月受日及衆行星及地赤道上凸質諸攝動力生諸小變其變甚速故不能久積以令撱率大變測月之兩心差中數古今同也

諸行星相攝動最卑之行兩心差之變二道互爲消長交點交角亦然舉土木二星以例其餘設土木外無他行星則土道兩心差最大必爲〇·〇八四〇九最小必爲〇·〇一三四五木道兩心差最大必爲〇·〇六〇三六最小必〇·〇二六〇六木之兩心差最大時土之兩心差最小木最小時土最大歷七萬四百十四年而一終若諸星道之

兩心差俱復初必歷幾萬萬年也

卑點之行于本星無甚關係而兩心差之變則關係甚大蓋本星而寒暑之中率實憑之增損焉各行星每周受日之光熱與撱圜道之短徑恆有比例兩心差變則短徑變而寒暑之中率必變然則幾萬萬年中所生之差必有行星兩心差之變甚大令附面諸物俱不能生活設我地球當之則人物必俱死即不死亦必大苦矣解者曰無慮也天算家已詳推之而知其必無是事拉格浪謂諸行星之質積各乘其道之長徑平方根又以其兩心差之平方乘之其得數之和恆等此乘數中一爲長徑之平方根一爲

兩心差之平方而各道之長徑增損無長差則兩心差之增損必不至懸絕也

續 乾隆四十七年拉格浪推諸行星道兩心差變之限依諸相與之攝動而計之惟因其所爲根數之金星體質有誤故得數不確道光二十三年力佛理亞以確切之根數推之得當時七行星道之最大兩心差爲水星道○·二二五六四六金星道○·○八六七一六地道○·○七七四七火星道○·一四二二四三木星道○·○六一五四八土星道○·○八四九一九天王星道○·○六四六四六雖拉格浪之數因其根數有數差而得兩心

差之常變差不合但所得變之最大界限則與力佛理亞所得者大同而小異耳力佛理亞得地道之最小兩心差○·○○三三一四在嘉慶五年以此年爲元漸變大大極而又漸小再至最小之時歷二萬三千九百八十年適在同治元年後二萬三千九百十九年也木星土星天王星道之兩心差自最小至最小之時約九十萬年而多少四千年不定土星道之兩心差最小○·○一三六自最小至最小之時約三萬四千六百四十七年而多少一百十七年不定下次最小當在同治元年後一萬六千零五十三年附表載有力佛理亞所推地道之根數自元之前十萬年至後十萬年每萬年之數另有克羅爾所推得地道兩心差在元之前後各一百萬年之數

談天卷十三終

談天卷十四

英國侯失勒原書

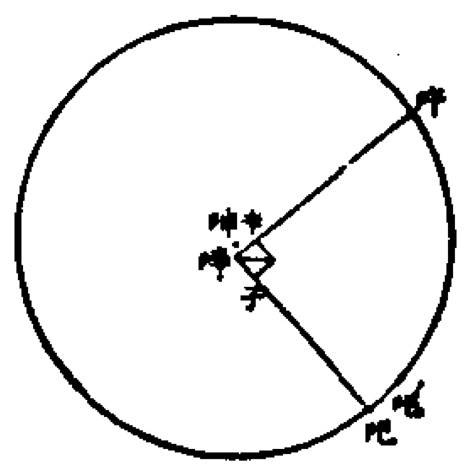
英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　删述
無錫　徐建寅　續述

逐時經緯度之差

欲知行星與月逐時經緯度之差不特當知長差亦不特當知短差必當知短差令撱圜行變遲速而經度變令星月道之面與定面變交角而緯度變經緯度諸變法其中有因久測而得前人但知其當然未知其所以然後人用攝力遞解遞明初若與攝力不

合細攷之知亦本于攝力而攝力之理愈確不可易已

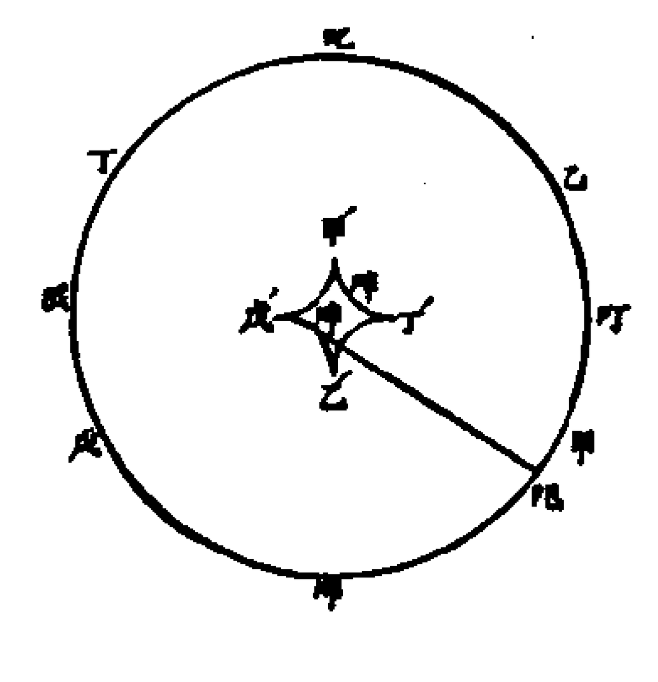
發攝動受攝動二體之周相會所生之差或自相消而復初此差因受攝動道之本心繞中心點行成曲線道而生



設道爲正圜則中心點卽圜心若微撱則中心點卽本心所繞之心本心繞中心點兼用法切二力如圜哷爲本心己爲受攝動體己己爲一刹那中所過之道若無攝動力則己己爲撱圜之一分哷不動因有攝動力故哷移至辛求辛點所在準前卷法力變己哷線爲己辛線哷己辛角倍于法力所變切線角而已哷之距不變故辛必行于哷午線午距已九十度若法力向外則哷行向午法力向內則哷行背午哷所至恆爲辛又切力能增損己哷若切力令已行增速則己哷亦增令己行損速則己哷亦損哷所至恆爲子作辛辛與哷己平行作子辛與哷午平行交于辛卽得受攝動體本心所在月受日攝此差最顯名曰二均差一月而復宋開寶八年亞喇伯歷家阿波維法所測得其限約一度四分奈端以攝動力明其故設月道爲正圜理更易明道既正圜則恆當

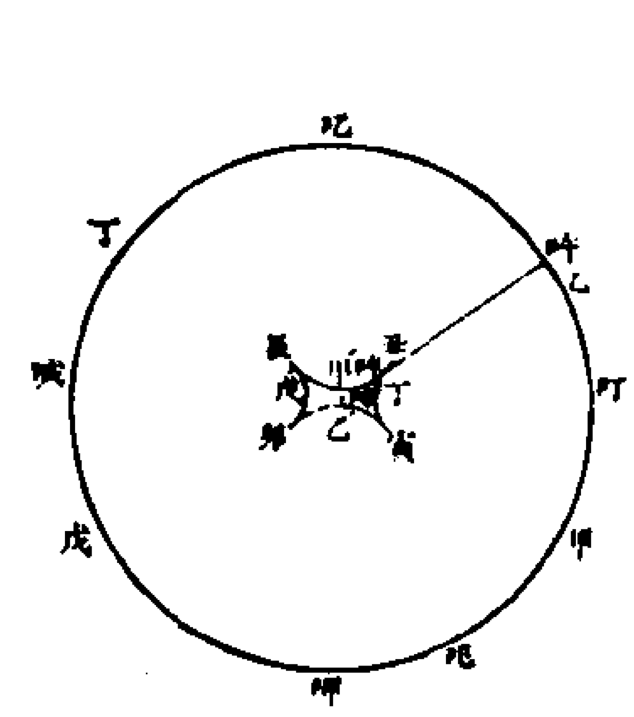
以平速行乃朔望前二象限切力恆令速率增後二象限恆令速率損故其速率在朔望二點爲最大在上下弦二點爲最小近朔望必大于平速近二弦必小于平速故其道在朔望必較正圜微扁在二弦必較正圜微凸又朔望點左右各六十四度十四分法力向外令道之曲率略小二弦點左右各二十五度四十六分法力向內令道之曲率略大是切法二力其變正圜爲撱圜其長徑二界卽二弦點其短徑二界卽朔望點也故在朔望點月最近地且速于平速在二弦點月最遠地且遲于平速故從地望月當朔望時其行度最速而當二弦時其行度最遲朔弦弦

望之間有點恰得平速然其前或積速或積遲俱未消故在此點眞經度平經度之較最大在朔望二弦點其變遲速最大而積差却消盡正得平經度依理推其數與測望密合案切力在朔望二弦點爲無而在朔弦弦望間之點爲最大在戊甲丁乙二象限令速率增在甲丁乙戊二象限令速率損速率增則長徑變長速率損則長徑變短法力在申乙子戊四點距朔望點各六十四度十四分爲無在戊甲申及乙乙子二弧向外在申丁乙子戊戊二弧向內乃先論切力令辛點行法已行甲丁乙戊二象限辛漸近已已行丁乙戊甲二象限辛漸遠已已在戊甲丁乙四

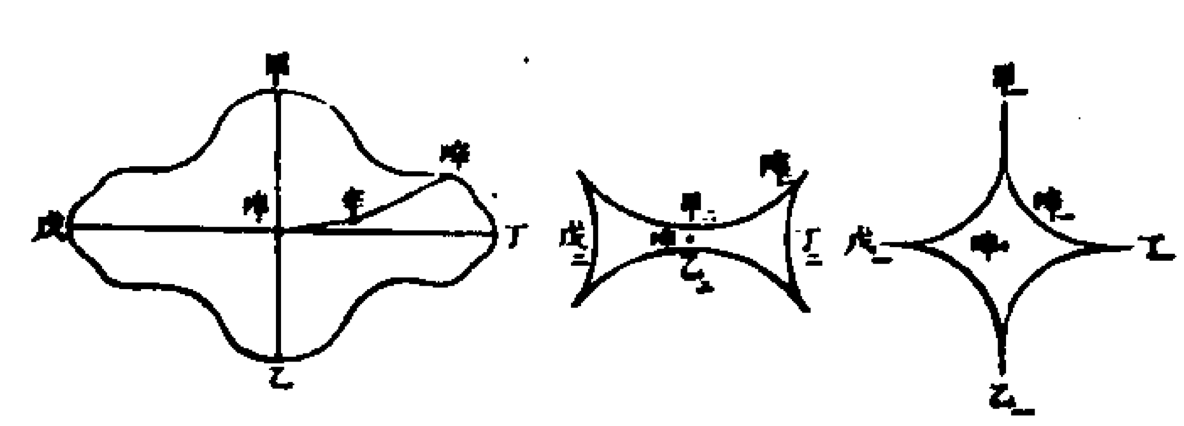


點辛不動故已在甲一剎那中辛在申不動已離甲向丁則辛恆向已行而成甲丁線辛已恆爲申子之切線已至甲丁之中則辛距已得中與已申距等此時辛向已行最速已自此至丁辛向已漸遲至丁而定已自丁至乙辛背已而行成子乙線速率之變與前同已自乙至戊自戊至甲辛行成乙戊戊申二線理同故依切力辛必繞申行成申子乙戊四岐點曲

線道與已行相逆再論法力令辛點行法已在甲乙二點辛向午行爲最速已在丁戊二點辛背午行爲最速已在



申乙子戊四點辛不動故已在甲午在丁辛在申向午行最速已離甲向丁午離丁向乙辛向午行漸遲已行六十四度十四分至申午行亦同而辛行至丑成申丑線辛午線恆爲曲線之切線辛至丑不復向午而定已至丁午至乙辛背午行至子在



子背午最速已行全周復至甲則辛行丑寅卯辰四歧點曲線道而復至申亦繞申與已行相逆乃取此二行并之命二辛點爲辛辛申子乙戊亦依類作識法作申辛與申辛等且平行又作辛辛與申辛等且平行二曲線相對無數諸點皆依此作申辛辛辛諸線乃聯諸辛點成申子乙戊橢曲線形爲月道本心所行之眞道其半短徑申申等子申甲加申甲其半長徑申丁等子申丁加申

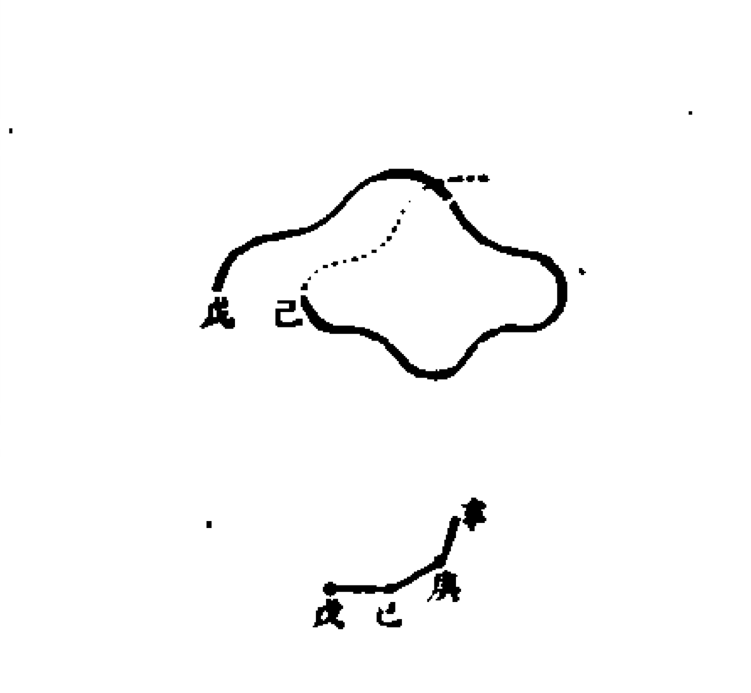
丁申子乙戊四點與巳道甲丁乙戊四點相對故朔望月在本道甲乙點其距餘心較近于本心二弦月在本道丁戊點其距餘心較遠于本心辛行申子乙戊撱曲道一周月行甲丁乙戊亦一周其行相逆朔望月所在為一剎那中撱圜之卑點二弦月所在為一剎那中撱圜之高點設月距地之中數為一命申甲為二甲命申甲為二乙命申丁為二丙則撱曲道之半短徑申申為二甲上二乙半長徑申丁為二甲上二丙故月在甲其一剎那之兩心差必為甲上乙月在丁其一剎那之兩心差必為甲上丙月自甲至丁切力令長徑漸損所損全分等于甲丁曲線必小于申甲加申丁即小于四甲

故半長徑之全較小于二甲其中數申甲與最長最短之較必皆小于甲命此較為角設月在甲或乙為一剎那之卑點其半長徑為一上角兩心差為甲上乙故距地數為乙丅甲丅角上一角本小于甲則此數小于一丅乙月在丁或戊為一剎那之高點其半長徑為一丅角兩心差為甲上丙故距地數為丙上甲上角丅一甲本大于角則此數大于一上丙二距地數較為丙上乙上角二丅甲二凡撱圜略近于正圜則其撱圜周各點速率之比若合各半徑平方根之正比及各點

距申數平方之反比今在甲在丁二半徑為一上角一丅角即若一與一丅二角之比則其二平方根之比若一與一丅角之比又二距申數之比若乙上甲丅角上一與丙上甲上角丅一之比其二平方之反比與丙丅甲二上角二丅一之比即若一與丙二丅乙二丅甲四丅角四上一之比兩比例并之若一與丙二丅乙二丅甲四丅角三丅一之比玩此率知此差憑法力大于憑切力諸式之例詳代數學

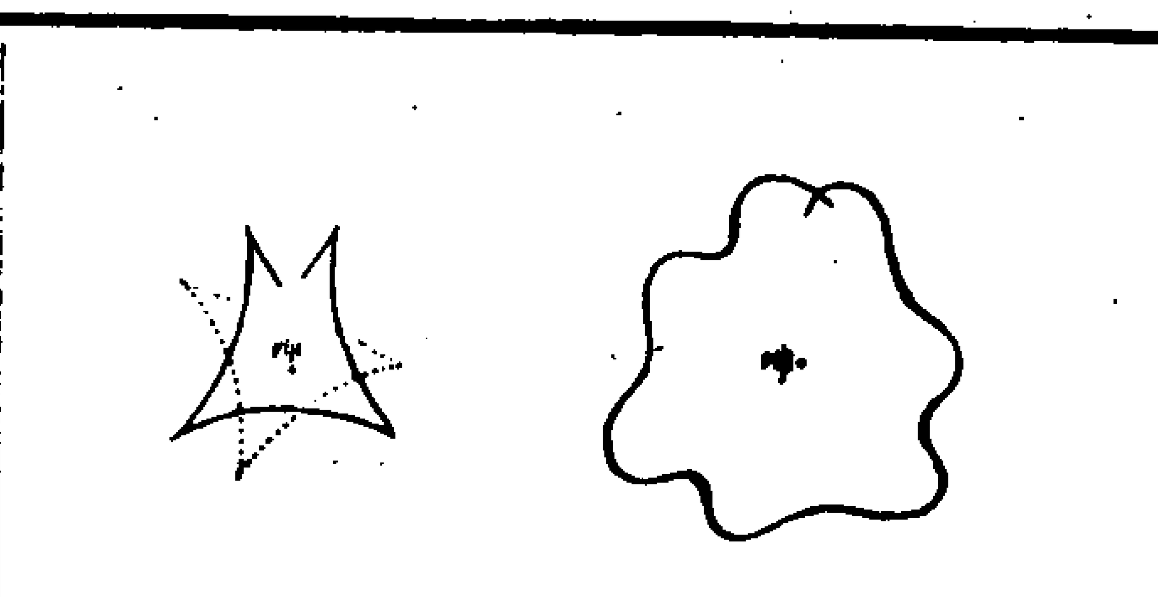
上條所論設日為定今設日行于略近正圜之道則申所見巳寅之距度等切法二力亦等惟朔望二弦四點及無法力四點不定于月道而隨日進行其逐時所過度與日行等故甲丁乙戊及甲丁乙戊二曲線形辛行一周後不能復至原處而曲線必更彎令歧點進行與日行同方向故已與辛行之度必變大其比若月之恆星周與太陽周比見七卷而二曲線形并之仍略如撱曲道但辛一周後不能復至原處必繞申成撱曲螺線其最近申恆在朔望點最遠申恆在二弦點四點相距各大于九十度此例亦如上而月隨之亦成撱曲螺線其曲線隨切法二力變大變小變大則二歧點中間之曲線必漸長而歧點距申漸遠撱曲道亦漸大比例仍同月行之差亦漸大變小理同行

星因發攝動體之行而變與此無異
上論以月距日爲甚遠故近日半道與遠日半道所受攝動力大略相同然朔時月距日近望時距日遠其較約二百分之一因此生一月行差名月角差月行一周經度約差二分此差雖附于大差然諸行星互相攝動所生諸差中此亦爲要事故細論之此差生辛行曲線之差及所成橢曲道之差如前切法二力圖設月己從戊起行本道自甲至丁本心辛從戊起行曲線形在切力圖行戊申丁在法力圖行戊辰丑丁因切法力更大故此二半面線形大于丁乙戊及丁寅卯戊餘二半曲線形則辛不能復至原



處戊每周皆然合二行如圖辛從戊起行橢曲道一周不至戊而至己戊己之聯線與二弦點之聯線平行復從己起行一周所成曲道與前一周曲道同例以後每周皆然是謂重橢曲道辛行一周日亦行黃道若干度二弦點之方位隨日而變故辛從己起行一周至庚庚點不在聯戊己引長之直線內而在二弦點聯線新方位平行線己庚內故一歲中所得戊己等點環繞一中點申一若重橢曲道中心點亦繞此中點成一小

道故兩心差無長差若日不行即地不行則兩心差必生長差久之必變成極大也二行星相攝動亦生二差理與月差及月角差同然道之大小不同則其差亦異觀前二體攝動表見十二卷自明如海王攝動天王在下合點之力較上合點大十餘倍故重橢曲道中心點繞申之道與橢曲道之比例較月甚大又設外星受內星攝動則發攝動體之行度速于受攝動體故雖順行而道上切法諸無力點順行甚速恆追及己則己一若退行而己遇此諸點則道之本心辛適至曲線之歧點故無論寅在何處己行過諸無力點辛行過諸歧點中間之度必變小其比例若太陽周與

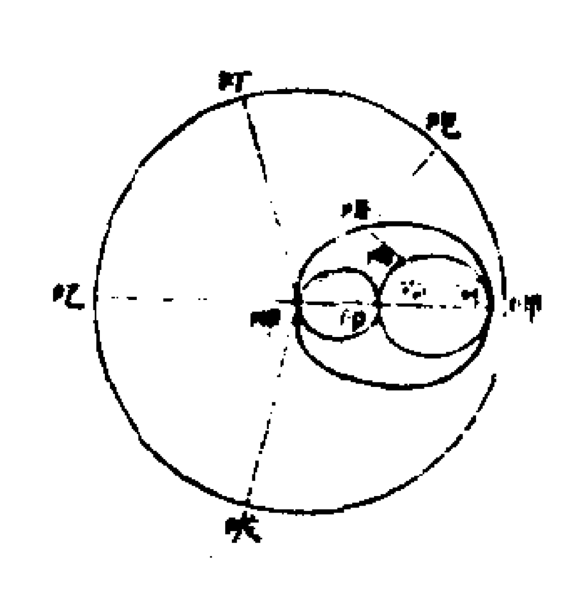


恆星周之比凡己行每太陽周辛依切法二力在二曲線形上次第過諸歧點其相距之度皆同距合點度又彼此相同故合切法二力之曲線形成一曲線道每周中相當諸點亦同二曲線之歧點必令合曲線道生凸處每二歧點間之曲線必令合曲線道生凹處故辛所行之眞道若寅不動則一周後必仍至原處若寅亦動則不能復至原處而成曲螺線道設己寅二周有等數則二合中間辛所過恆星

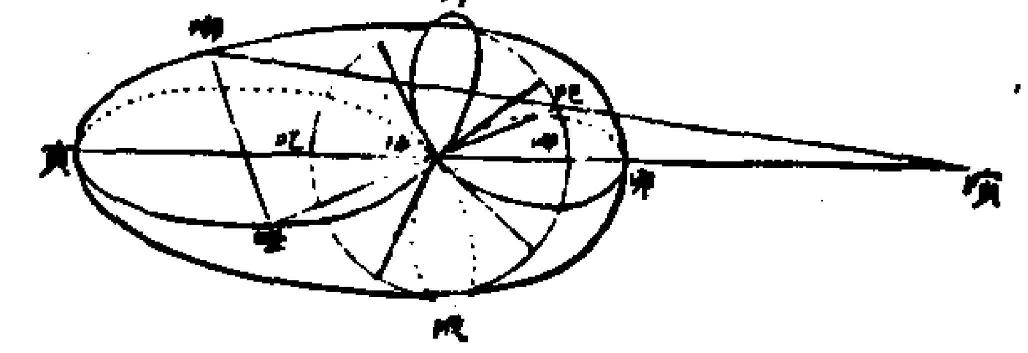
經度與三百六十度有比例若無等數則亦無比例而一太陽周中依所行二曲線若干歧點及方位以成合曲線道道上之向內向外及或速或遲每次仍同

準上論則凡二星之攝動法當分三種第一發攝動體寅在外則切法二力在己道上各有四無力點切力之四點一爲下合點一爲上合點餘二點在下合點左右其距發攝動體與日同名曰等距點法力之四點俱在合點與等距點之中間若寅體甚遠則法力四無力點遠于合點近于二弦點與月道同寅體漸近則下合等距中間二無法力點更近下合點若寅己二道等則二無法力點俱與下合點合爲一第二發攝動體寅在內而寅道徑大于己道半徑則切力有四無力點法力只有二無力點切力之四點二在合衝二點二在兩等距點與上同寅道愈大等距點愈遠于衝點愈小愈近于衝點二道相等距衝點六十度己道徑倍寅道徑則與衝點合爲一如土星受木星攝動等距點離衝點二十三度三十三分己自衝後行一象限速率恆損再行至合速率恆增自合至衝亦然法力二點距合點近于距衝點寅道變大小此二點方位不甚變第三亦寅在內而寅道徑小于己道半徑則切法二力各有二無力點切力之二點在合衝二點己自衝至合半道

速率恆增自合至衝半道速率恆損距合點約九十度增損最大法力二點與第二種略同學者當依此三種作若干圖令寅道自極大至極小設寅爲不動如前卷作卯丑二點十三卷長徑之行條使各在一橢圜上玩之理自明也如圖申丑卯爲直角丑卯爲切力率申丑爲法力率卯恆行于寅卯橢圜丑恆行于丑申及申卯二橢圜此爲第三種圖若



第二種二橢圜之公頂點寅在己道外若第一種則寅丑申卯二橢圜變爲四橢圜圈其二圈之頂點切寅卯橢圜餘二圈割己道于二等距點及二切點己至切點則寅己申爲直角



詳玩此二圖則本心辛所成螺曲線之圖亦易作有三事當論之一己與寅二合之中間辛所行成小曲線其諸小淚紋及末一點變方位大略同二寅爲外星辛行曲線道恆逆故每歷刹那橢圜

之長徑恆微退若辛非屈曲行則每合長徑與合點方位恆同三若但長徑恆退而辛非屈曲行則已行一周必兩次在剎那中擶圜之卑點兩次在高點與月繞地之理同今辛又屈曲行則必生差亦與月之差相似所異者所生大差中又有諸微差附之諸差之積用以加減角差

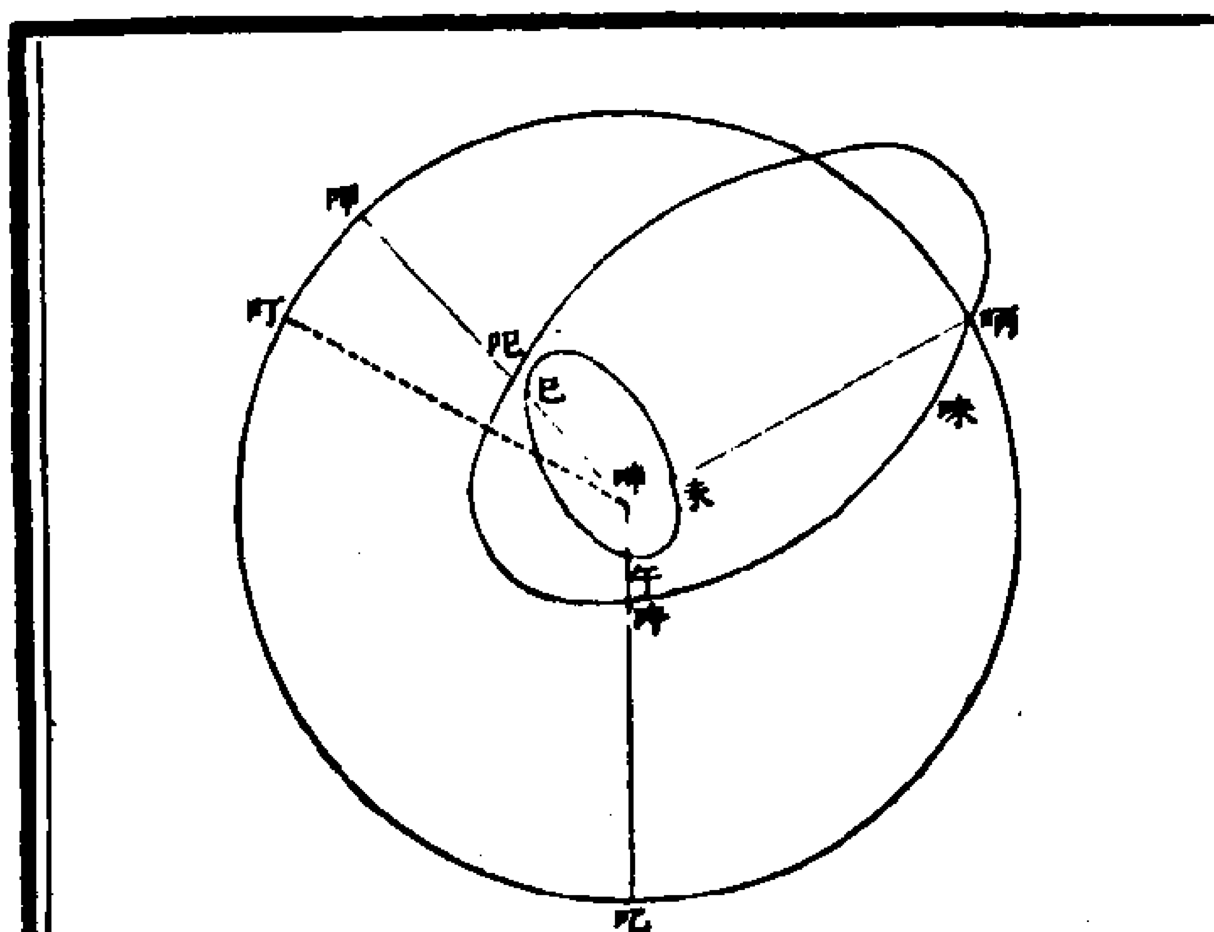
諸差外又有一種差或因已道或因寅道之兩心差消不盡餘變所生或兼因已寅二道之兩心差變而生令每合二星之距太陽及相距俱不等故前後二合其兩心差不能如一長徑亦不能如一但其差不過一周中未消之微餘故其本心離當至處甚微長徑大小之差亦甚微此二差皆因切力而生若非久積可不論設諸行星之周有等數則諸合點之徑度有一定卽能久積是諸合點散列本道其中必有一點加力于根數較强故歷盡諸合成一會終其每周之餘差已補因此一點力更强必尚留微差未補再一會終其差漸大如此遞推必待長徑變高卑點移令行星之周無等數而最有力之合點移其差方漸消

故諸行星之平速相與有等絕無然有略近于有等者如木五周土二周其時略相近故方位略如初木五周得二萬一千六百六十三日土二周得二萬一千五百十八日其較一百四十六日一百四十六日中木約行十二度土

約行五度故木五周至原合點土已過原合點五度細推之二星每合爲七千二百五十三日四三合得二萬一千七百六十日在土星行爲較二恆星周多八度六分在木星行爲較五恆星周多八度六分故每三合較前三合必進前八度六分雖非盡密合然大略相近是以每合經度必增多而生一最長差名曰木土差置三百六十度以八度六分約之得四十四又九分之四用以乘二萬一千七百六十日得九十六萬七千一百十一日約二千六百四十八年爲合點一周然此乃三合點之一餘二合點距此點一約一百二十三度一約二百四十六度俱每合進八度六分故此點復至原處餘二點俱復至原處是以每八百八十三年卽三分二千六百四十八年之一當有一合在此原點然其長差因積久而大故增至九百十八年而始有一合也初歷家用古今土木二星之測數相比較覺二星平速隨時不同如萬歷至康熙時土之周時變長木之周時變短蓋土之速率損木之速率增也康熙至嘉慶時則反是其速率增損雖甚微但積久而大則推算與測望不合歷代天文諸士不能解其故幾欲廢奈端攝力之說至拉白拉瑟發明之上所論列卽拉白氏之說也此差遞增遞損最大土星經度約四十九分木星經度約二十

一分淺言之一星變速則一星變遲蓋木令土自已向寅則土必令木自寅向已故一星退後一星必進前然其理尙未全何則凡論攝動恆以日爲定兩星相聯屬而行攝動力令聯屬之行變其力非加于二星之聯線也詳十二卷若云日與二星俱繞一公重心而二星加攝力于日各令行一小橢圜日兼用此二橢圜行成一小道如是則寅已互相攝動之力謂全加于聯線上于理方無虧缺也準此凡已因寅而生進行寅必因已而生退行二者相等又以其繞公重心之橢圜行言之一星之速率變則餘一星之速率亦必變而恆相反故長差之一終中函二星之多周案

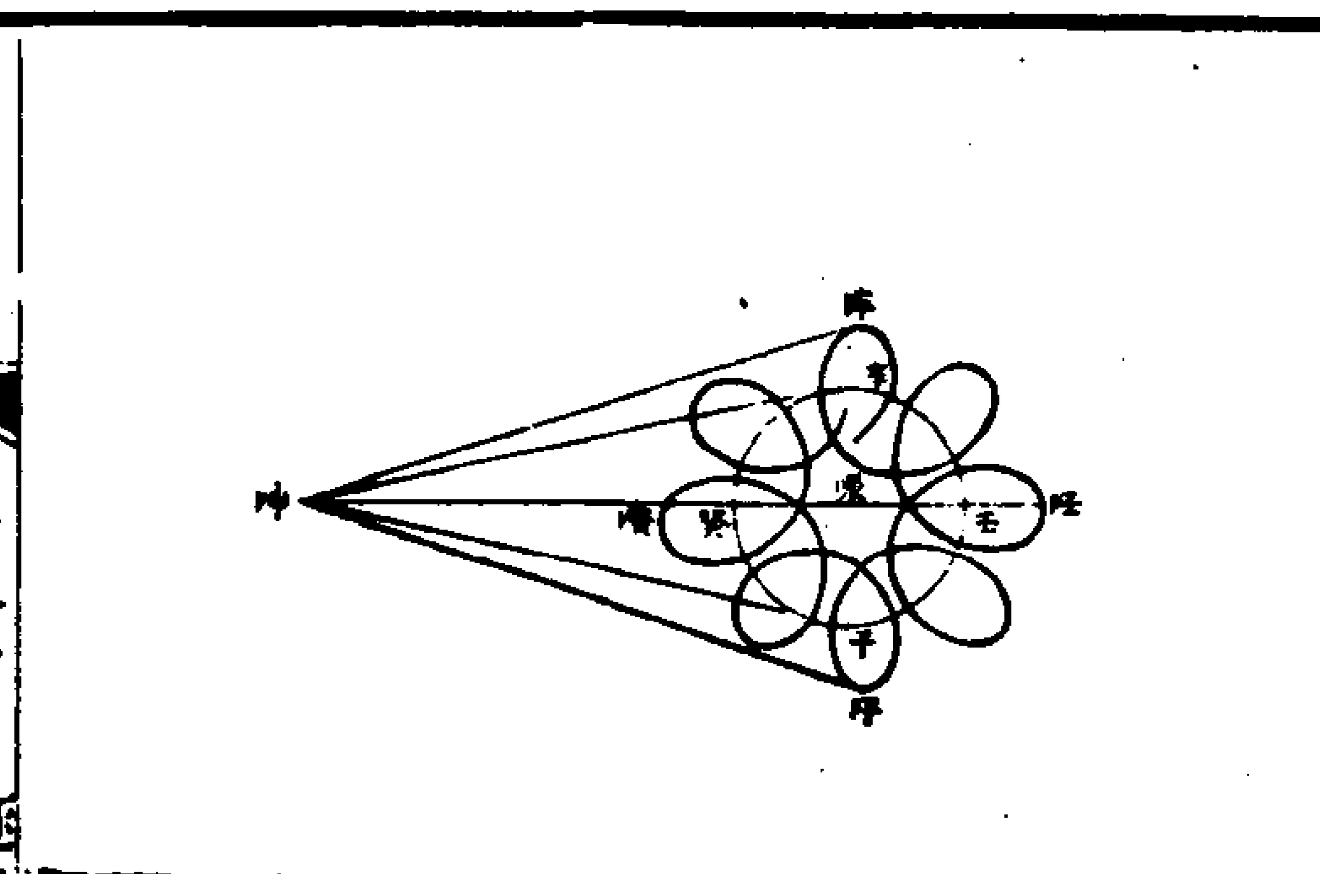
公重心在日體中距日心甚微故或以日爲心或以公重



心爲心推平速之度無異也凡二星相與攝動其長徑于最長時分中變大變小有一定之時長差因之而生幾何家定其率謂二星經度變之比若二星體積各以本道長徑平方根乘之之反比驗諸測望相合今論其理如圖已午未爲土道已午未爲木道

已已爲二星先合于申甲線次合于申乙線距申甲一百二十三度又次合于申丙線距申甲二百四十六度又次合于申丁線距申甲三百六十八度申乙申丙俱甚遠于申甲準二道之最高點所生變必與申甲大不同而申丁略近于申甲則必略如初故每三合必大消其差所以長差乃各合點之差每三合相消未盡之餘積久而成也幾何家以代數術推其差用三次式乃有立方及三元項之式也則隨兩心差及交角俱可知若干時中之積分亦可知積分者逐時之微分久積而成大分也

凡二行星之平速略近于等數者理皆如土木二星如金十三周與地八周之時略相近故每五合方位略如初其差不滿二百四十分周之一故相消之餘甚微愛里會細推之最大不過數秒其周時約二百四十年也經度之增減有長差本心移動亦有長差與之相應蓋本心移動生于兩心差之增減及長徑之易方位也詳前卷凡正圜道本心辛所繞之中心點與日心申合橢圜道則不合而用一周中本心所歷諸方位可推中心點所在若體每在合點時曲線之岐點指切力令本心所行之曲線也距中心點俱等則中心點不動然在諸合點中必有一合令其岐點距中心點獨遠則中心點必移遞合遞移故本心繞其中心點而中心點



又繞一定中心定中心者長差一終時中中心點所戌道之中心也如圖申爲日若無差則辰爲本心今有差故本心行于辛壬子癸曲線道以繞辰而一終中兩心差最小爲申癸最大爲申壬長徑方位變之二限爲申辛申子又中心點所行之道爲辛壬子癸則壬癸爲兩心差中數差辛申子爲最卑點之經度

大差本心移動一終與經度差一終之時等但移動差之最大與經度差之最大非必同時蓋長徑之增損憑切力切力最大不在二合點而遠在他點兩心差之增損兼憑切法二力法力最大在下合點是以諸合點中令長徑增損最大之合點非必令兩心差增損最大之合點故長徑最大非必與兩心差或最大或最小合亦非必與高卑點進退最大合然此星道之長徑及兩心差變彼星道之長徑及兩心差必有相反之變此理之必然也

無論行星與月所變之根數皆有六曰交點經度曰交角曰長徑曰兩心差曰卑點經度曰元點卑點經度以上五根之變前已詳論今特解元點之變元點者歷元星所在之點也前卷曾已平經度推橢圓之實經度詳九卷今反其法測得實經度并知諸根用以推其時之平經度則元點亦可知蓋平經度與時正相應歷若干平經度當有若干時也故此根名平經元點設星道之諸根數不變則任用何時實經度推得其元點皆同也

準上條其元點憑上推而得非昔時測望所得故難保其無二變二變惟何一憑他事而變一自然而變今試攷論之推算必用諸根而諸根恆變如測得星之日心經度用前後二種根數各上推其元所得必不同是憑他事之變

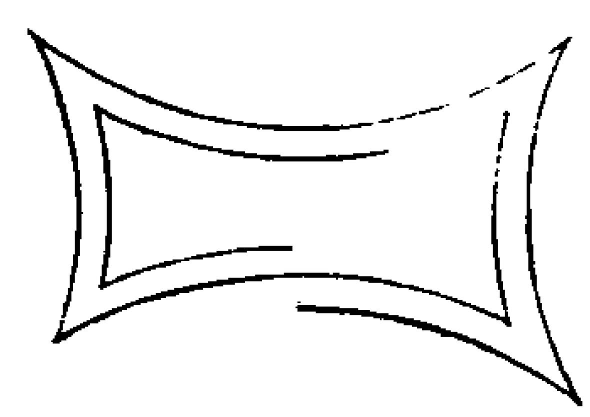
實有之推元不能用別法二數皆依常法推得其不同者因所設根數不同是自然之變實無也又無論何時星道之變與星在道上方位之變皆因攝動力變星之速率及方向而生可以本心逐時之行及道面方位逐時之變發明之故元點不能自變但憑他根數而變也然經度之差若非因長徑令周時變而生而因他根數變而生可當作元點之自然變攷此種差因受攝動體距中體之中數刻刻變不生于半長徑之變蓋半長徑爲虛數此刻刻變之中數爲眞數此種攝動差與月略同不因已道之變而生故可設已道本無兩心差長差而以本心辛繞中心點與

餘心相應又設寅甚遠與月同以便論算準前論及圖（本卷一條）先論切力切力逐時令長徑增損故其周時亦有增損此事之外已之每周切力又令本心辛繞辛行四歧點之曲線如甲丁乙戊每二歧點間之曲線相似亦相等設寅為不動則已在二合點必居一刹那中撱圜之最卑點已在距合點一象限之二點必居一刹那中撱圜之最高點故于眞撱圜長徑增損所生差之外已在二合點距申必小于原正圜道之半徑已在二象限點距申必大于原正圜道之半徑然全周中諸距之中數不變因甲丁乙戊四點距申皆等而四曲邊皆相似則近甲乙漸損之數與近丁戊漸增之數相等故一周中長徑變大變小恰相消也則此種差非生于切力次論法力法力每周亦令本心辛行于四歧點之曲線如丑寅卯辰而每二歧點間之曲線不相等二長二短因法力向外之時多且強于向內之時故也雖已在二合點居最卑點在二象限點居最高點與切力同然申丁甚大于申甲故近丁戊距數之增甚大于近甲乙距數之損則統全周諸距數計之增必有餘故每周已申距之中數必漸大此變不由于眞撱圜長徑之增損蓋法力不能變長徑也然法力能變已申距而不能變已之速率故已申距增已行度率必變小已申距損已行

度率必變大是已申距增損已行速率之大小必有相反之變且行度率變其比例必更大蓋行撱圜法等時得等面積而行度率之比恆若距數平方之反比法力不能變此例故每周行度率之中數必變小而每周之時必變大此與長徑之增損及所生之周時俱無涉若寅甚近理無異或在內道則行度變大周時變小餘亦同

上條之理一若寅體散為等積之圈與申同心其力與法力向內向外之較等恆加于已申申在中心已繞申故此加已之力為圈加于申已二攝力之較凡圈之攝力恆向心故統計申所受四面恰消盡無餘而統計已所受則恆有餘已在圖內餘力恆向外令已離心已在圈外餘力恆向內令已向心故寅在已道外能減申之中攝力在已道內能助申之中攝力助中攝力則已寅行多周中攝力漸變大其周時及已申距必俱變小減中攝力則已寅行多周中攝力漸變小其周時及已申距必俱變大故凡諸內星之行度率恆變小而諸外星之行度率恆變大凡外星道之內有諸內星其攝力和令中攝力增大然此事究不能測舍推算外無別法可證之蓋可測者星之平速平速生于中力而中力兼日與諸內星之攝力雜糅難分也但已知諸星之質分甚微雖難分亦無害也

日攝動月二體行多周令月地距及周時恆變大但亦有小差此小差久則消盡星亦有之月尤易覺其最顯者爲月之年差蓋月之經度準地行橢圜道最高至最卑最至最高而變小變大故一歲一終欲明此理設日行橢圜



繞地自最高至最卑距地漸近則攝動力漸大其比例若距數立方之反比例故月道之本心辛依法力所行甲子乙戊曲線必漸大而遠于申每周不能回至原處而成歧點螺曲線觀圖自明準此則寅近高點漸離申寅近卑點漸向

申其寅在高卑二距之較必漸增而每周中寅中距之中數及周時俱變大設日自最卑至最高則一切相反故日地距漸小之時月之平度率必變小漸大之時平度率必變大設月道爲正圜則日之行僅令月受攝動力之諸分較日不行歷時更久詳見前故所得無異但歷時久而更大其比若月之恆星周與太陽周之比此理與測望所得合故其差最大在十與十一分之間而月行有時大于平度有時小于平度此種差所關有甚要者其積時最久名曰月平速長差好里取迦勒底人所記最古之月食與近代月食相校勘知月之周時令小古大又以唐時亞喇伯測

望之數合攷之知月之平速古小今大約百年積速十一秒數雖甚微但久久積之則漸著此事及木土差本卷攷諸行星條其理幾何家久攷不能知或謂攝力之理有時窮或謂古表不足憑至拉白拉瑟始發其秘假如日月同從合點起歷十二合日未至原處而所差無幾至十三合則日已過原處故十二合前半周經度所生差未消盡十三合消盡而生反差則度必微增由是二十六合日離原處略倍三十九合日離原處略三倍如此累加十三合累倍而每次增度之比例必漸小至日離原處半周而不增餘半周理同而度微損日離原處一周名曰大周其度之增損略

消盡然其合視原處尚有小餘則度尚有小差然較十三合之差甚微也以此小餘之弧分約三百六十度所得用乘大周之時名曰廣周尚有小差則更微矣如此累推之若地道不變可數百年而得恰盡然諸行星之攝力加于地令地橢圜道之兩心差徐徐而變細攷之自上古以來恆變小如是久之又久必至兩心差消盡而地道變成正圜後復變橢圜其兩心差徐徐變大至限而復徐徐變小此變一終之時極久非言語譬喻所能明視開闢至今若一剎那耳月之平速長差因此而生故雖歷大周廣周之久時終不能消盡蓋地道兩心差恆變小則反力較正力

更大故所補數與變數不相同亦不相等猶之上山力不足下山力有餘也必俟地道兩心差復變大正力較反力大始能消盡其差也故日月及日道之卑點三者相與之方位每一次復原月之諸差略消盡必餘甚微之增速久積之成經度之大差也

觀上所論知諸行星及諸月若一體有一定時之變亦令諸體相應而生一定時之變月與地球相屬之動惟日能令月生變諸行星之質微距地月遠除金星外其攝力不能令生大差然能令地道變即如令日道變月道因之而亦變而月道差較地道差更易見也

若日于橢圜理之外別有他故令距地數有一定時變大變小則必令月生同時差與月之年差理同故凡行星令地道生最小變其變即顯于月之行度人在地但測月之經度行星之力易見即前所云感動之理也凡月之經度變大一周中所增甚微乃速率漸增微分所積然每周輒得一倍又其速漸增之率恆增則經度變大之數亦必恆增久之相反速率恆變小則經度亦恆變小稍稍消其前所增之度分故月橢圜未受行星攝動力一若靜體迫此力加之令遞增速率一若靜體受長加力而動其速率刻刻增也

地日距與月地距之理同有二長差法一因動之切力變速率令橢圜之長徑有增損則準刻白爾之例必生周時之變蓋周時與中距之比恆若立方與平方之比也二因兩心差之變及卑點之移令一周中二體之距有增損橢圜之面積隨之變而平速亦變蓋平速與距數之平方根恆有反比例故以公理論之凡平速之變與距數之變恆相應也

前論金星攝動地球其經度之變二百四十年而復此亦平速差也故地速率損時日地中距變大增時日地中距變小平速差甚微所得日地距增損更微而月度率之變

為微之又微然積之至一千四百八十四月經度增至二十三秒為最大又歷一千四百八十四月亦損至二十三秒此事漢孫攷得之然金星之攝力不獨加于地令月生變亦直加于月所生之差漢孫亦推得之而推法不傳今略論其理凡金星攝動月之力可用諸分力代顯之其諸分力各于一定時中有一方向最大漸變小至無于對面方向相反至最大復變小至無又于原方向相反至最大如此遞變不已諸分力一終之時各不同凡三體以一體平速時之倍數減他體平速時之倍數以其較與餘一體之平速時相減視其較即知所推力一終之時此諸定時

之力可各推其攝動一若別無他力也設其力之一終時與受攝動體之周時不相涉而力最大之時于道中無一定方位則若干周所生差必自相消僅有短差無長差也若力之一終與月之轉終略同力最大之方位每次略相近則必有長差也假如力最大初在月道最高點所生之差若力一終不能相消必累次積之直至力最大與最卑點會始能消盡力之一終與月之轉終較愈小則長差消盡之時愈遠也

月受金星之攝動力依金星距地遠近而異其距數憑金地日三者依橢圜道內之方位而得由其距數所生之較

數有最繁者其中有一甚微率推其一終時法以地球平速時之十六倍減金星平速時之十八倍其餘略近月之平速時月轉終為二十七日十三小時十八分三十二秒三分之一終為二十七日十三小時七分三十五秒六差十分五十六秒七約為三千六百二十五分月轉終之一此二時齊等約二百七十三年其半為一百三十六年五所生之差恆積而大又歷一百三十六年五而漸消盡漢孫推得經度積差最大時為二十七秒四近時測月經度有諸小差依上所論切法二種小差推之皆合按用表推月尚有小差甚多俱有表今不細論其中有大于此差者前所論角差（本卷上論以月距日條）因近日遠日月之二半道而生其攝動力不等愈近日愈大已知日月二道之比例則其差俱可推若已知其差即可依諸差比例而得諸距數然其差甚小用以推日之距數恐不密若其差稍大則可耳

月因攝動而生之諸差最大者名曰出差因兩心差增損又因日與長徑移方位令長徑進退而生蓋長徑進退則月在本道之方位亦進退前後各約一度二十分三十秒昔多祿某攷上古所傳測望簿始知此差以上諸差并而成一公率詳月離專書今不論

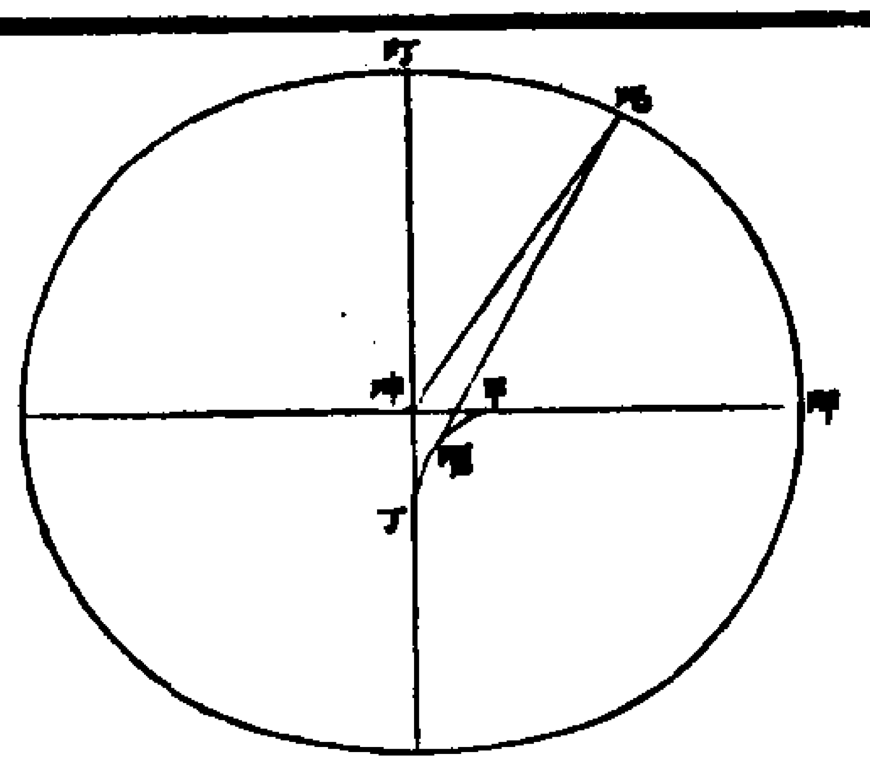
月道又有小攝動生于地球赤道凸質之力凡正圜球諸

質點所生攝力皆如發于球心而扁圜球諸質點所生攝力其方向不能盡對球心亦不能盡合距心平方之反比例故其力加于月必生最小攝動令月道之交點最高點生差最奇妙者令月道軸成小尖錐動猶月力加于赤道凸質而令地軸成小尖錐動凡行星成扁球狀恆攝所屬諸月道令漸近本星赤道面木星之扁率最大土星有光環助其凸質力故此二星之扁力較他星更強是以土木諸月之道與本星之赤道面幾相合最近之月則最近赤道稍遠則稍離力漸小也蓋距數增攝力之率驟變小則正球與扁球之較漸不覺也故土星諸內月之道幾與赤

道面合最遠之月距星心約如土星全徑六七十倍其道與赤道面之交角亦不小也然其遠月之攝力必不能攝動光環與赤道令生大差設有攝動令星軸成尖錐動則較地球必甚緩蓋土星與其月之比甚大于地與我月之比也故其歲差之周歷時甚久不能覺也

潮汐一事與日月之攝動相關或云日月之力攝正面之海水上升是矣而相對背面之水亦上升何也曰子但知攝力引動地面之水而不知并引動地體也設水受攝而地不受攝則惟正面之水上升矣今水地俱受攝正面之水受攝力較地體多故上升對面之水受攝力較地體少

地去而水留故亦上升也此與月地同受日攝力朔望時月地距大二弦時月地距小同一理也設前圖十三卷長徑之行條



甲丁乙戊不爲月道而爲地球大圈上之水面寅不爲日而爲月已爲水面之任一點卯申顯已點所受攝動力之大小方向申寅顯月攝地之全力加于申點卯申力加于已必引已向天其方向與卯申平行而地之攝力必引已向申此二力之并力爲已酉引長之必與丁申線相遇去申無幾因月之攝動力甚小于地之攝力故也設于甲丁象限各點俱作并力線已酉必恆爲申子小曲線之切線而海面恆正交已酉線此流質重學理也故丁已甲一象限各點依二力而成定面必恆以已酉爲曲率半徑在丁點曲率最小在甲點曲率最大而成一橢圜申爲中點子申爲漸伸線曲率漸伸線俱詳代微積拾級申甲爲半長徑申丁爲半短徑故海面成長橢圜體其長徑恆向發攝動體準月之攝力推之長短二半徑之較約當得五十八寸準日之攝力推之長短二半徑之較約當得二十三寸設惟有月力而月不動地球亦不自轉則海面成橢圜體

勢甚安穩既成而定永不變今此橢圜體剛欲成水面未定月已進前則橢圜體之頂點亦移刻刻如此故海面必依此勢成最廣而扁之浪此浪之頂恆隨月月有視行則必依感動之理與月之諸差相合此浪之最高卑行至海岸即爲潮之長落日之攝力亦成如此最廣之浪浪頂恆隨日之視行亦與日之諸差相合日月二浪有時合而相加有時離而相消朔望爲二潮之和兩弦爲二潮之較潮之定數今雖未能密推然若能推得其定面則無定何地其比例與橢圜體所應得之數俱可無大誤大率日月二潮之高約爲二尺與五尺故朔望兩弦潮之高卑若七與

三之比

潮繞地一周為潮日設止有月而月行于赤道面則潮日卽太陰日為月周時及地一日自轉相合而成又設止有日而日行于赤道面則潮日卽平太陽日今皆不然乃憑二浪頂點相合之公共最高點繞地一周而成一潮日此點在二浪中間依二浪或漸相合或漸相離而生進退故潮日之變有大小在朔望時其變最大也無論何海口水之長落必與日月過午線初應若水不因他故而動亦無阻力如為海底所滯或過長峽等事則本海口所當得橢圓體之最高應時而至與上條潮日之候必相合設有此

諸故則必生差諸海口之差各不同察統地球一切海口潮汐最高之候亦一要事蓋準此能知統地球潮候之差也攷此事當細心勿以平潮誤為最高之時雖有時平潮與長水落水合然其故大不同此若誤必不能攷定潮之理蓋一切俱紊也

凡日月之赤緯度異潮亦因之而異蓋潮之頂點亦近對發攝動之體其體之方位變則潮亦隨之而變也故每月每年潮必漸增而大復漸減而小當以黃白交點之周時推之一周中月在赤道南北之緯度最大為二十九度最小為十七度

以幾何理言之日月攝水成潮之力與距地之立方有反比例日月之道俱為橢圜其距地乍遠乍近故日力變大小在一十九與二十一之間其中數為二十月力變大小在四十三與五十九之間其中數為五十一故潮之最高與最卑之比若五十九二十一兩數和為四十三一十九兩數較之比卽若八十與二十四之比約為十與三之比也凡分別潮高卑之故最要者莫如地勢或地有峽口潮入必驟漲而高如北亞墨利加芬地灣阿那波里之潮高出平水十二丈英國孛力斯波漲水落水相去或至五丈中國海甯之潮高于平水或四五丈

攷行星之質積多少有月者可測其月但星推周時以推得星之攝力卽知星之質積無月者則不能攝而用攝動力則無論有月無月俱能推之蓋凡行星依其質積及方位加攝動力于他行星準方位可推其力之率測得其攝動力若干卽可以力之率比例而得其質積也用此法推得木星之質積知舊時半特測木月所定木星之質積大不合因所用之器不精故也又用木星攝動因格彗推定之數亦知半特所得不合大率含太陽外攝力之最大無過木星近賴愛里攷定之知舊所用分微尺不甚精推月離木最遠度甚疎因改用精器細測前人之謬訛一一糾

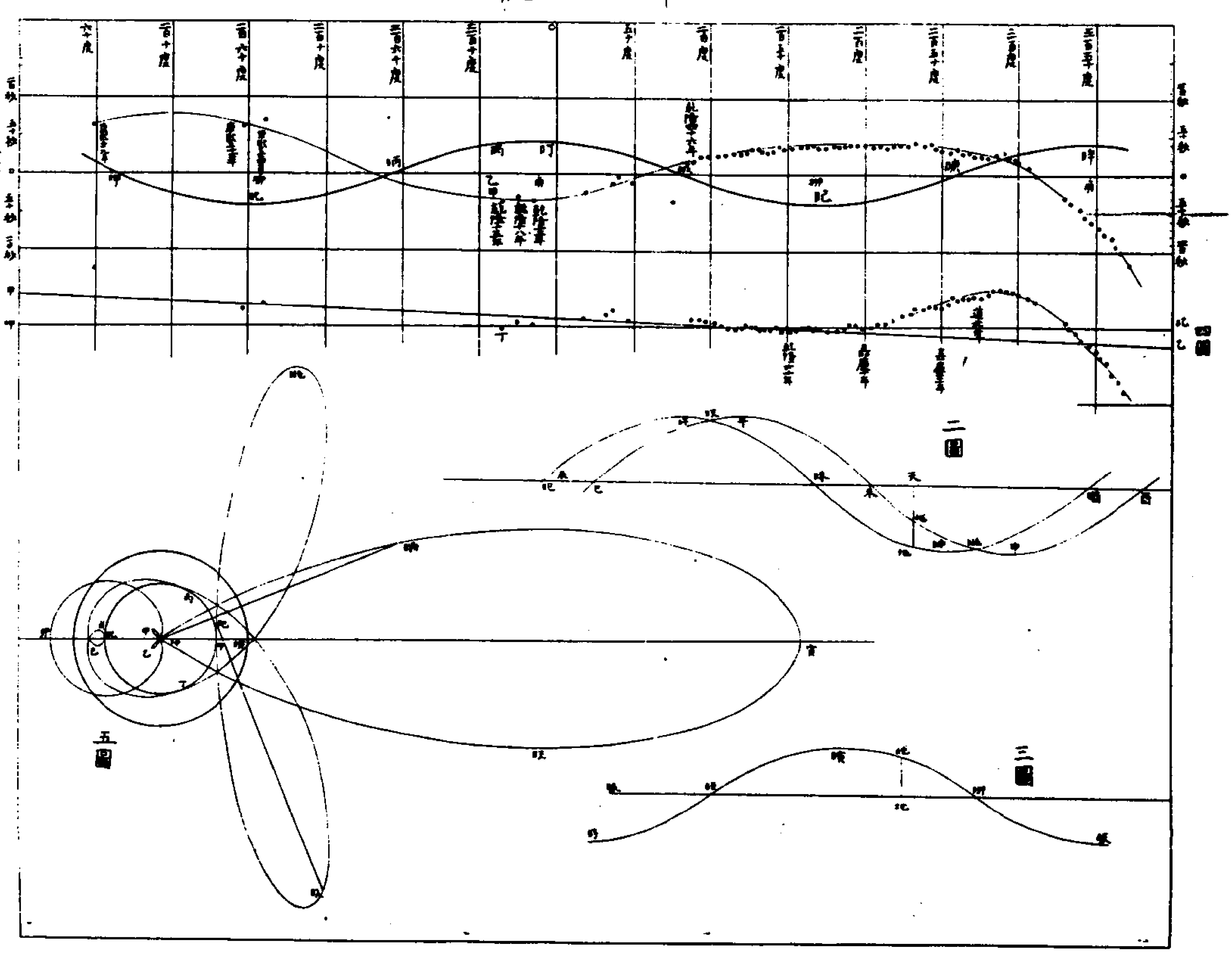
正厥功甚大。

測諸行星相攝動而知各星與日之質積之比例率測木星諸月相攝動亦知各月與星之質積之比例率巽日細測土星諸月亦可知其比例率拉白拉瑟細推木星諸月并攷木月食時諸測望簿以定諸月之質積其最少者與太陽比若一與六千五百萬之比此大小二體一若用天平衡之法之精密至此嗚呼奇矣

定我月之質積有二法一攷日月之二潮精測其最大最小以分二體之攝力即可推其質積之比例率也二攷地軸之尖錐動此動止屬月之攝力與日無涉既得其攝力即知其質積也二法所得同月之質約為七十五分地質之一

天算家攷天王攝動能推未見之海王定其方位用遠鏡試測果得之前已略言其事九卷五緯經條此事為攝動之奇證故復詳言之乾隆四十六年初測得天王星後屢測略得其道之諸根據以上攷疑佛蘭德于康熙二十九五十一五十四諸年六次所測得相等諸恆星後復不見者恐俱即此星又乾隆十八年白拉里二十一年梅爾所測得之星及乾隆十五二十九三十三三十四三十六諸年勒未爾十二次所測得諸星亦皆即此星也此諸人俱用精器

甲板



測亦細密故其測簿可信據以改正諸根數蓋橢圜之分愈大則根數愈易推定也又以土木諸行星所發之攝動加減之意其能密合矣步伐爾既作木土二表即今所用者又欲作天王表乃準乾隆四十六年至嘉慶二十五年所測用一橢圜道及諸攝動上推不能悉合因謂舊測不足信然用其所作表下推與測望亦不能密合所測經度恆多于表中經度自乾隆六十年其差漸大至道光二年而止此後漸小至道光十年所測與表合過此復不合所測經度恆少于表中經度則此表不能定星之行法也乃攷其不合之故如呷板一圖其橫線爲所推天王日心經

度每分五十度其縱線爲經度差每分一百秒每年測天王經度或與所推合或大于所推或小于所推于橫線或上或下俱用黑點識之如康熙二十九年佛蘭德所測大于所推六十五秒九識于橫線之上是也餘仿此若作線聯諸黑點則成浪紋狀橫線之上有二彎其下有一彎又略依其狀作呷吃呐叮吠吧咦啐線令交橫線之點相距各一百八十度乃依此線各點距橫線之度移相對諸黑點向橫線如乾隆十五年之點甲移向乙與乙距丙等則與交點吠略合一橫線準此則知其差大半由于天王根數之誤蓋經度遞大遞小恰距一百八十度此兩心差或

卑點有誤所生差皆應如是也攷兩心差或誤則所推較所測每隔一百八十度其經度必遞大遞小而在最高最卑二點必恰合無差今步伐爾所推最卑點之經度約一百六十八度最高點約三百四十八度略在圖中呷呐呐吠吠咦等字之中物甲諸點而不在呷呐吠等點則非兩心差之誤而必爲最卑點之誤矣如呷板二圖任取辰天爲星之平經度天人爲所推橢圜眞經度與平經度之差味爲最卑點之經度吧或哂爲最高點之經度各人點恆在吧咋味呻哂浪紋曲線內哂至味在吧哂線之下味至吧在其上設最卑點實在未全曲線當爲巳午未申酉則

辰天平經度與眞經度之差爲天人而人𠆢爲所推所測二眞經度之差乃取吧咋味呻哂曲線伸爲辰咖直線依二眞經度之人𠆢諸差作吁呸嗊咖哌曲線如呷板三圖則曲線與直線之距即最卑點誤置之證也此圖之曲線必成上下二浪其交直線呸咖二點相距必一百八十度即二圖之吠叺二點在二眞經度最大差咋午及呻申之間距最卑最高點各九十度既知其差大半因最卑點誤置則必將最卑點移前若干度以改正之法取一圖之橫線并二浪紋曲線于橫線各點作諸縱線與二曲線相遇視諸縱線在上下兩邊則取其較在一邊則取其和依之

作線必如四圖諸點聯成之曲線又作甲乙線少斜于呷𠮙線以代之則自康熙五十一年至嘉慶五年所測與改正推法所得略無差而康熙二十九年所測尚差三十五秒此測本未精可不論夫以呷𠮙橫線爲天王經度周時有小差以甲乙斜線代之其差消盡是其逐度小差之比若距二線交點之比交點在乾隆五十四年準此則依呷𠮙所推天王之度恆在所測度之前是表中所用平速稍強周時稍弱必減其平速增其周時依法推至嘉慶九年與測望略無差而此後又生一差其行增速愈久愈大較所推橢圓行恆進前直至道光二年積差最大自此至今

速率復漸減天算家論此事謂必有他力加之此力或前所無或雖有甚微不能覺至道光二年力之方向相反且反力更強于原力論此力者紛紛不一或謂必有未見之外行星此乃其攝動力也其說最合理于是英亞但史法蘭西力佛理亞用攝動之法反推之求未見星所在之方位二人所得略同力佛理亞推得道光二十六年八月四日未見星之日心經度爲三百二十六度亞但史推得是日日心經度爲三百二十九度十九分其較不過三度十九分又推其星之道面略與黃道面合力佛理亞寓書于伯靈星臺官嘉勒請依所推試測之是夜嘉勒與因格同測果得之爲八等星明夜復測之見其經度已變知確係行星非恆星也後復細測依奈端攝力之理推之知天王諸差果皆生于此星也嘉勒推得本日之地心經度爲三百二十五度五十三分化作日心經度得三百二十六度五十二分較力佛理亞所推差五十二分較亞但史所推差二度二十七分而較二人所推得之中數僅差四十七分

今略言其推法海王之質積與諸根俱爲未知之數惟波特曾言半長徑略倍天王半長徑約大于地道半徑三十八倍三六四而天王諸根亦爲未知之數蓋發攝動體之

談天十四　逐時經緯度之差

諸根俱未知則受攝動體之諸根亦難定也故推步之法甚繁惟略知一道之長徑則可設餘一道之長徑而半用代數號半用實數依拉白拉瑟天重學款中之公式寫其諸項無論何時可顯其攝動力之率以此諸式及所改天王之根數用表中經度推得其數以測望之數校勘之乃改正式中海王之諸根與質積及天王未定之根俱能得其眞數次減小海王之距數再推之蓋據前推所得知先所設距數太大也而得諸數更密列表于後

推書	
力佛理亞	亞但史

力佛理亞依測望彌推至道光二十五年亞但史推至二十年亞但史又另推五年知半長徑不合當更減小定爲三十三〇三三與測望略合後人益復精測覺亞但史後所定半長徑尚失之大須再減既測得其數據以上推知拉浿子乾隆六十年三月二十日及二十二日所測得之恆星因前後測不合自疑初測誤者蓋即海王也米利堅瓦克據此諸測推得諸根數如後

海王諸根表

道光二十五年		平黃經		半長徑	兩心差	卑點黃經		質積
月	日	度	分			度	分	以日質爲一
一一	一五	三一八	四七·四	三六·一五三九	〇·一〇七六一〇	二八四	四五·八	〇·〇〇〇一〇七二七
八	一七	三二三	二	三七·二四七四	〇·一二〇六一五	二九九	一一	〇·〇〇〇一五〇〇三

元時　道光二十六年十一月十五日倫敦午正

平經度　三百二十八度三十二分四十四秒二

半長徑　三十〇三六七

兩心差　〇〇〇八七一九四六

最卑經度　四十七度十二分六秒五〇

正交經度　一百三十度四分二十秒八一

交角　一度四十六分五十八秒九七

周時　一百六十四太陽年六一八一

每年平速行　二度一八六八八

右根較力佛理亞及亞但史所推差甚大然所得海王之方位甚相近蓋用二種根數推海王此日所在與測望所見之處俱相近也又其距日亦與二種根所得距日中數甚相近蓋用力佛理亞根數推得本日之帶徑爲三十三而卑點距日爲三十二〇二六三四又推得嘉慶十一年至道光二十七年海王最卑點不過四十二度則本日海王距日必在三十二〇六與三十三之間後有表兼列海王之眞度及二人推得之度觀之知其數之相近所列之度皆日心經度也

圖中諸黑點乃識天王星每年之經度及推與測之差其年皆記以英字今釋之　康熙二十九　五十一　五十四　乾隆十五　十八　二十一　四十六　六十　嘉慶十　二十一　道光二

天王海王二星諸黃經度帶徑表

年	天王	海王		力佛理亞		亞但史	
	黃經	黃經	帶徑	黃經	帶徑	黃經	帶徑
	度	度		度		度	
嘉慶十	一九七八	二三五九	三〇三	二四一二	三三一	二四六五	三四二
十五	二二〇九	二四七〇	三〇三	二五一一	三二八	二五五九	三三七
二十	二四三二	二五八〇	三〇三	二六一二	三二七	二六五五	三三三
二十五	二六四七	二六八八	三〇二	二七一四	三二四	二七五四	三三一
道光元	二六九〇	二七一〇	三〇二	二七三五	三二三	二七七四	三三〇
二	二七三三	二七三三	三〇二	二七五六	三三三	二七九五	三三〇
三	二七七六	二七五三	三〇二	二七七六	三三三	二八一五	三二九
四	二八一八	二七七四	三〇二	二七九七	三三三	二八三六	三二九
五	二八五八	二七九六	三〇二	二八一六	三三三	二八五六	三二八
十	三〇六一	二九〇五	三〇一	二九三一	三三三	二九六〇	三二八
十五	三二六〇	三〇一四	三〇一	三〇三五	三三四	三〇六三	三二八
二十	三四五七	三一三二	三〇一	三一三六	三三六	三一六三	三二九
二十五	五三	三三三一	三〇〇	三三三六	三三九	三二六〇	三三一
二十七	七三三	三三七六	三〇〇	三三六五	三三一	三二九三	三三二

觀此表知天王與海王合在道光元年之末力佛理亞所推在三年之首阿但史所推在四年之末故二人所推海王之攝力方向與眞略同也凡攝力在合時最大

今列諸家所推嘉慶十年道光二十五年及合時海王之攝力并質積列于後凖前卷理十二卷諸數皆已知條日攝天王之力恆爲一以所得各母數約之得全攝動力也

推海王攝動力之比例表

推者	質積	嘉慶十年力	合時力	道光二十五年力
庇爾思	一九八四〇 一	二七五四〇	七五〇八	三三三九〇
斯得路佛	一四四九八 一	二〇二四四	五五一九	二三八一〇
力佛理亞	九三二二 一	二〇八三六	五一九三	一九九三五

按庇爾思在米利堅比日星臺斯得路佛在波羅咯星臺用弗鑿斛拂所造之遠鏡測拉斯拉所得之海王月以推海王之質積然二得數大不同蓋用分微尺其細數最難確故不能決其誰得誰失也海王之質積既未能定故但憑力佛理亞所推嘉慶十年至道光二十五年四十年中之攝動爲最有力之時依前理（本卷準上論條）作圖以顯法切二力之大小率如甲板五圖巳爲天王嚝爲海王二平圜爲二星之道巳吻爲法力率其方向恆正交巳道卽前圖之申丑吧叺爲切力率其方向恆切吧道

卽前圖之丑卯呻吻寅呹呻甲呻卯呻乙呻四圜曲線爲吻點所行之道呷叺丙巳叱戊丁吔呷四圜曲線爲叺點所行之道在上下二合點之左右法力向外餘處皆向內近下合點法力最大遠勝于近上合點下合點左右各三十五度五分之點無法力故天王在下合點所受法力最大行八年三六漸變小而無此後法力向內自小而大然吻點在甲或乙小圜內則向內力最大時亦甚微歷時最少故也後吻點行呻卯圜向內力復漸小而無乃復向外至上合點而最大餘可類推天王在丙丁呷叱四點皆無切力乙呷呷丙二弧各七十一度二十分天王自乙至呷

行十七年其速率因切力而增自呷至丙亦行十七年其速率因切力而損自丙至叱至丁切力不大觀圖自明準此則四圖嘉慶五年後經度漸變大至道光二年而止者乃切力順加漸變大令速之增率漸大後切力復變小增率漸小至合點而切力爲無速率得平所生也道光二年後經度漸變小者乃切力逆加漸變大令速之損率漸大所生也故其曲線前高而後卑皆生于切力無可疑焉曰此與法力無關乎曰切力能直令速率變（十三卷此後詳論條）法力令距日數變準同時同面積之理而速率亦變（本卷準上條其元點條）然自嘉慶五年至道光二十五年法力所生經度差甚

小與測望數不相關也細論之切力所變速率合前合後恰相反而相消故平速仍不變又所變最卑點兩心差亦相反而相消故雖變如不變也法力不能直令速率變然自無力點至無力點其向外之力積久而大令星距日數變大而速率變小其向內之力甚小不能消盡故僅有切力則其差每周必消盡而有法力則恆有餘差自初測至今歷時未久未能得其確證然觀四圖黑點漸向下速于漸向上可知因法力令兩心差卑點生變而然也然則天王之經度差必恆如浪紋曲線直至後下合前二十年二根略變而浪之方向相反上合亦然但其變視下合甚小

也。
力佛理亞亞但史二家推海王所在用心甚精而苦故嘉
勒依其方位一測即得而論者或謂其推法無理其星之
測得乃偶合耳嗚呼偵矣夫天王之周爲八十四年〇一
四〇海王之周爲一百六十四年六一八一每一百七十
一年五八而一下合近時之下合在道光二年前下合必
在順治六年其時尚未知有天王至康熙二十九年始測
得之後屢測未覺有差至嘉慶五年始覺有微差至十年
而其差顯著至二十五年差益大而人人論此事未能解
其故也後雖知爲未見之星所攝動然欲推未見星之方

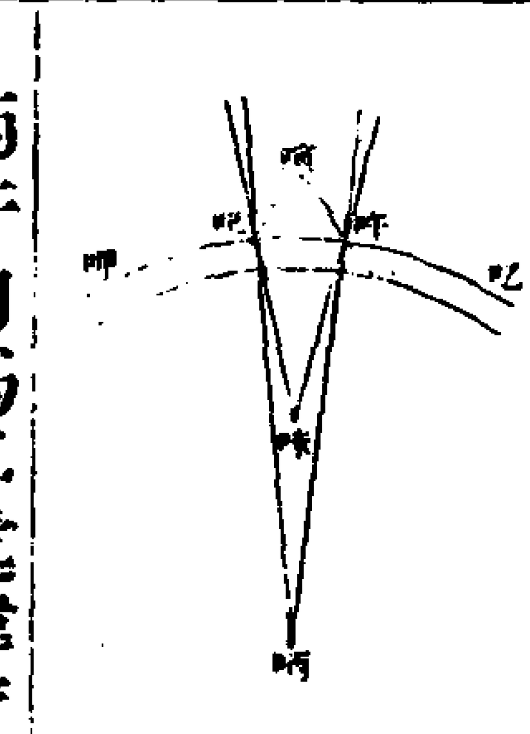
位則甚難凡二星合時其攝動力最大必先推定其時則
合之前後攝動漸大漸小之率始可知然欲憑測望而定
其攝動最大其事非易測望不能無差也故至道光二年
後又若干年尚不能定最大之時至二人出始略能推定
之烏得云偶然耶夫樹作花時人見而候其果果熟而采
之乃云此果得自偶然智乎愚乎

續前數條所論推定屬太陽諸體之相距及相與之行動
及體質與太陽體質之比以地球體質爲一而謂之元
此元與地面體質或輕重之比尚未論及也能知地球
體質之全重爲鉛或他物一觔重之若干倍則知此元

矣已知地球之大小再求其疏密率即可知其全重之
數惟其疏密率終未有定數茲能定之則天學能與重
學相合矣詳論如左求地球疏密率之法將已知大小
之體並知其與任何別體之相距數而試得其在此體
所有之攝力即可得地球之疏密率準地心力之例凡
各球體質之疏密率相等而有大小不等則各球面每
質點攝力相與之比如球半徑之比設有徑一尺之球
而其體質之疏密率等于地球之體質則球面之上一
質點之攝力僅爲四億一百八十四萬九千二百八十
分此質點本重之一故此一尺徑之球與別一尺徑之

球相切之攝力僅爲十六億七百三十九萬七千一百
二十分球體之一也如此極微之數尋常權重之法所
不能測必用精妙之法方能測得而再可詳推也若用
大攝力之物則能令其微數變大而易見法用地面上
所有最大之物而不必造作一球因凡物無論大小形
狀知其體質可用積分法推算此物面之上一質點之
攝力故擇形狀合宜之大山一座依奈端之例用線懸
重物于大山之旁則必受山之攝動而不能合原垂線
惟山雖甚大與原垂線所差者甚微且用懸線或水準
于山旁皆不能合原垂線必用精妙測天之器在山相

對之兩邊各測定天星得其準線之交角再與用三角法測此二處當有之原角比較而得受山旁攝力之偏



度也如圖嗊為山呷叱為赤經圈交于山旁之吧吽二點此二點之聯線經過山之最大攝力處哂為地球之中心見卷四假如以木作一地球象條吧哂午角為二處緯度之較可用三角法測地面而得吧吽之實相距再由地球之徑與扁率而變之為緯較之秒數用天頂尺于吧吽兩處測天頂之恆星因天頂尺之酒準必受旁攝力向山而偏故所得之準線必與地

球之半徑線不合而成吧味吽角大于吧哂吽角二角相減即得山之南北兩邊攝力偏度之和次乃測量此山而作小樣又取山內各處之質而求得其重率依此法推算雖覺繁重而得數極確惟其旁攝力必依命為一之元數定之如以一觔重之球其心相距一尺之點為元是也將諸元之和變為合地平方向之力即為山之旁攝力之全數此數與地球合垂線方向之攝力比如兩處攝力偏度和之切線與半徑比分其兩處偏度之法使兩處偏度和與兩處偏度比如攝力全數與兩處推得之攝力比惟用以上之法繁難之至必有精妙

之器及能精測之名人乾隆三年法蘭西博物士部顙與拉工大民在秘魯國測量地球之子午線時見卷四量子午圖度里數條用此法測成波拉索山得準線兩處偏度之和約十一秒惜測量之器非極精所得不足甚信乾隆三十九年馬斯奇林測蘇格蘭之失哈連山得準線偏度之和十六秒六其山雖僅高三千尺而形勢甚便所得可信

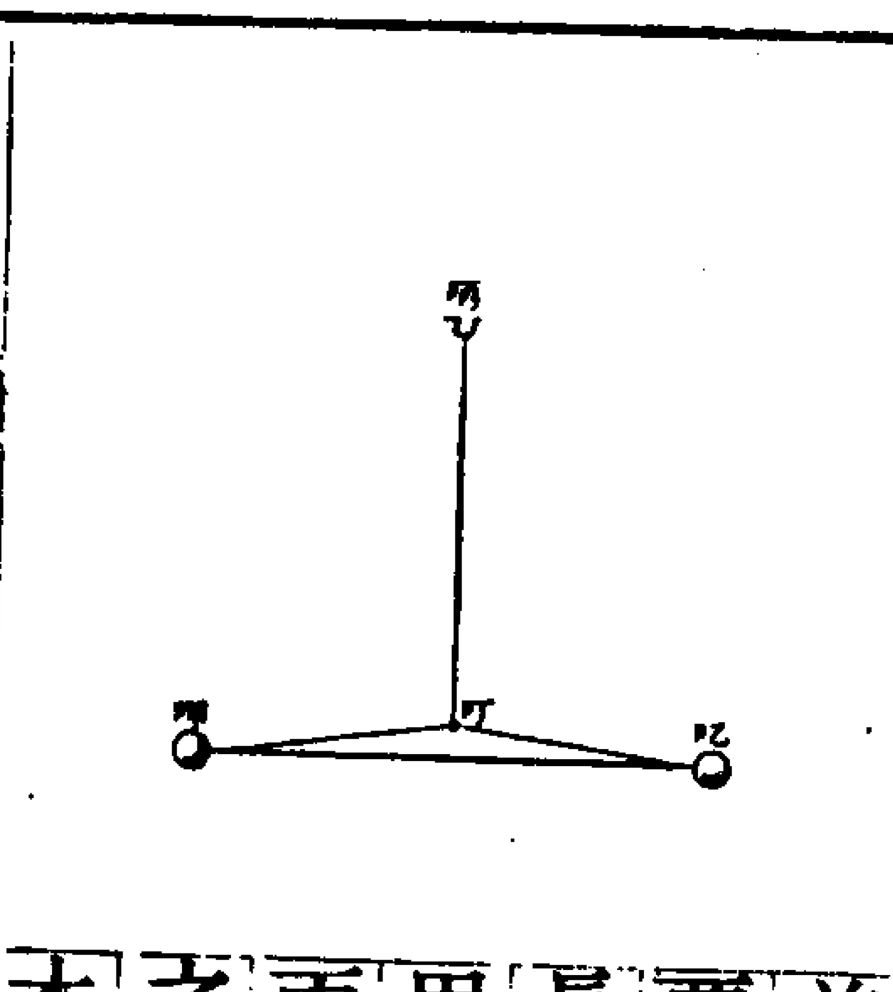
黑頓白來非二人先後各依此推算之得地球之疏密率中數與地面水之疏密率比若四〇七一三與一比近時用三角法測量英國全地之官哲末士在蘇格蘭之

壹丁不測一山得北邊偏度二秒二一南邊偏度二秒依此推算之得地球疏密中數為五〇三一六又法以鐘擺測山峰之攝力與地球之攝力而比較之亦可得地球疏密率之中數因地心力之減小與距地心之平方有比而依鐘擺每動之歷時可知鐘擺所受之地心力見卷四用鐘擺條一設將已知在地面處每動歷時之鐘擺置于空中距海面若干高之處其每動之歷時可詳推而得若將此擺置于與前等高之山峰之巔則有山質之攝力與地心力相合其每動之歷時較前次之在空中必少也白拉納買利尼在亞卑斯山之一峰名色尼依此

法測量而推算之得地球疏密率中數爲四。九五又法將鐘擺置于深礦之內亦可測得地球之疏密率按奈端之例凡勻質之空球殼以一點任置殼內之何處皆無偏向一邊之力因其四面之攝力皆相同也又例一點受同質大小二球之攝力與二球之徑有比準此二例則物若降至地球面之下入於深礦之內若干尺其所受地球攝力必等于全攝力內減去此若干深地球殼所有攝力是以全地球之內外質若疏密率相同者則在礦內之攝力必小于全地心力矣二全地球內質之疏密率若大于外殼之疏密率者則在礦內之攝力

或較全地攝力不但不減小而反有加大者地球外殼之疏密率既易推測而得則依此可得地球疏密率之中數矣英國天文官愛里曾試此法數次第一次在哥奴瓦銅錫礦內深一千二百尺將鐘擺之器自下取上至半途而礦內自燃因致礫開落下未得試成第二次仍在此礦內適有大磬石漸漸低下致多水滿礦底亦皆試未成第三次在達罕府之南特爾字煤礦內深一千二百尺用電氣線連上下二鐘擺以比較動數絕不參差得礦口之秒擺此擺每秒動一次較礦底之秒擺一日中少二秒又四分秒之一依此推算得地球之疏密率中

數爲六。五六五以上諸法所得之數參差頗多而末一次與前各次參差更多皆難取信有密者勒刎思一法依前言用鉛球之攝力與地心攝力相比將其得數與



前數相消而得可信之數後賈分第依此法試之如圖用長木桿兩端各連小球甲乙用細鐵絲一條橫繫木桿之兩端又用細鐵絲繫于橫鐵之中點丁而上掛于丙鉤則木桿不受折力若有外力使

木桿平轉則直鐵絲受絞力而其質生相等之簧力去其外力則簧力使木桿退回而仍平轉至原處再以永動性轉過至不勝絲質之簧力而再退回如此往復轉動成合地平面之弧線而每次成弧線所歷之時相同已知二球與木桿之重則依每次成弧線所歷之時可按靜重學之理定鐵絲加于球之動力即爲絞力之率加外力之法以大鉛球近于甲乙二球一在左一在右則甲乙二球同受攝力而移動即使鐵絲受絞力移至絞力與攝力相定而再移過則攝力不勝絞力球必自回後則自行擺動必多次而始停木桿之末有針指其

平轉之弧度另用時辰表表其每動所歷之時則將每動之歷時與弧度可與鐵絲之較力比較而知其攝力然人若近此球則另加人之攝力而不準故弧度宜用遠鏡窺之且其桿與球爲空氣所阻弧度必漸短又二大鉛球以地平方向現攝力而攝力與相距之平方有反比合于絞力而成幷力因此幷力故其時其速其弧度與獨有鐵絲之絞力者大不同若欲詳攷各事推算甚繁幸其攝力極微可不必詳推而用簡便之略數得數亦無大差矣惟此外能混亂其數之故尚多不可不防皆因寒暑不同而空氣流動也茲不盡言買分第用

此法得地球之疏密率中數爲五○四八嗣後來迄用此法得五○四三八再後倍里弗用此法精心詳攷得五○六六此二數爲更可信玆將所得諸數臚列之馬斯奇林測于失哈連之地白拉非推算之得四○七一三買利尼以鐘擺測于色尼山如晷攺定得四○九五哲末士以攝力測于壹丁不山得五○三一六來迄用買分第法得五四三八買分第測得五○四八倍里弗重推之得五○四四八倍里弗再用買分第法測得五○六六愛里用鐘擺測于南恃爾字碟礦得六○五六五此諸數之中數爲五○四四一若取最大最小二數之中數則爲五○六三九故五五可爲略近數而易記憶以地爲正圓球徑二萬二千八百八十里則得地球體積爲六兆三千三百三十九億一千五百九十七萬立方里以水一立方尺之重爲四十八觔八則地球之重爲九秭八千一百四十五垓六千京觔也

談天卷十四終

談天卷十五

英國侯失勒原本

英國 偉烈亞力口譯
海甯 李善蘭刪述
無錫 徐建寅續述

恆星

天空除日行星彗月之外尚有無數光體大小明暗不等而相與成方位有一定永不變亂故名之曰恆星然其中亦多有遲遲行者非精測久測不能覺也

天文家測恆星之明暗分爲若干等光最大者爲一等其次爲二等又次爲三等四等又次爲五六七等光雖漸微

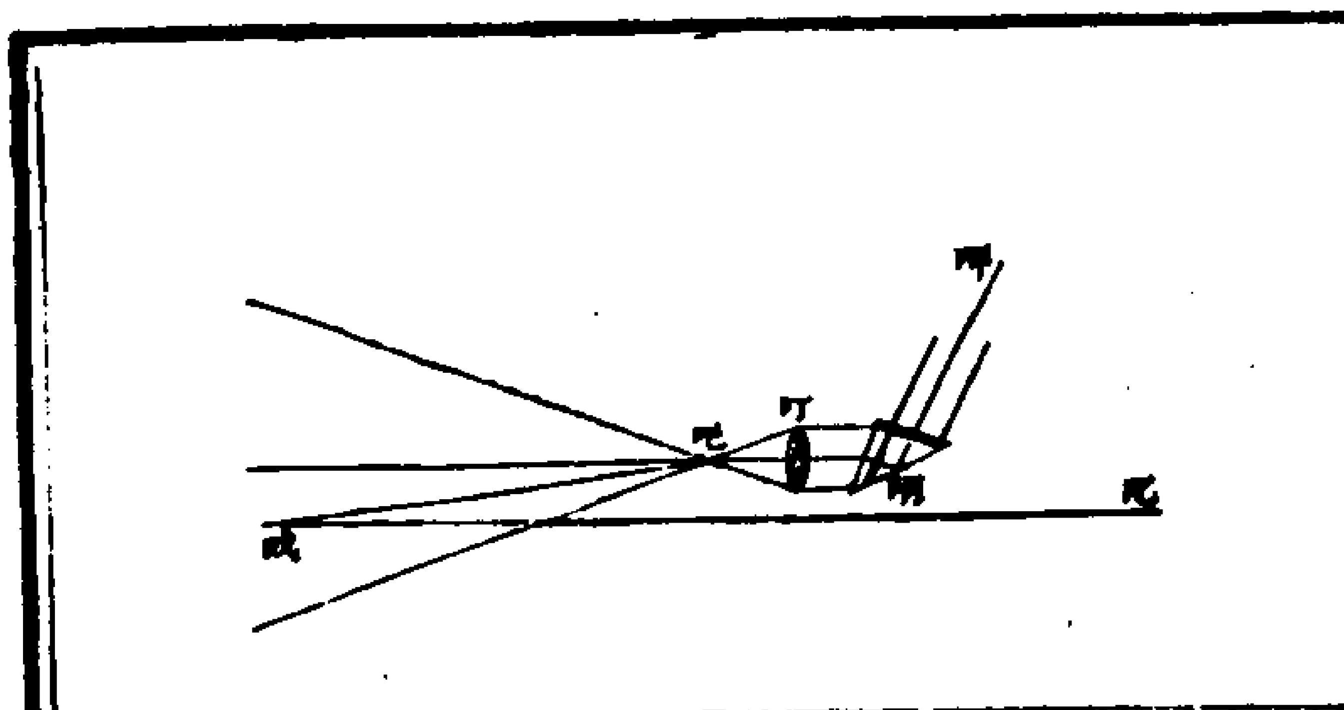
然清朗之夜目能見之自八等至十六等則非遠鏡不能見矣然遞次造遠鏡力愈大所見星亦愈多故恐不止十六等十六等以下必尚有無數星今未能見也各人所測定之等不盡同然大略一等星或二十三或二十四二等約五六十三等約二百愈小愈多總計一等至七等見于各家表者自一萬二千至一萬五千未定

恆星之體不能見不過憑其入目之光分以定其等夫光分大小之故有三一星距我遠近二星之實光面大小三星之光力强弱準此則星之光分參差不等其最大最小必如數萬萬與一之比今光分之三故既不能略知則所分之等亦不足憑且天文家測光分大小亦非定用一法有用連比例者如下一等之光分恆半于上一等或恆爲三分之一或任用他比例有用逐數平方之反比例者如一等爲一二等爲四分之一三等爲九分之一四等爲十六分之一以下類推今案前法與光理合蓋逐等之光有一定比例也然依視學理測光之比例人目所不能則亦有病也後法與體積等齊之理合其意蓋謂星之實光本相等但距我有遠近一等最近我二等以下其距我或倍于一等或二倍三倍于一等餘類推準此七等與六等比若三十六與四十九比十等與九等比若八十一與一百

比而一等與二等比若四與一比此法無病蓋目之辨別小光較易于大光察六七等之差爲四十九分之三十六與察一二等之差爲四分之一初無異故後法勝于前法也近代所用之等數理與第二法略同設一等星如南門第二星距我爲〇。四一四乃移此星漸遠令其距我爲一四一四又爲二。四一四又爲三。四一四則其光分遞變小必與二三四諸等之星同也餘仿此

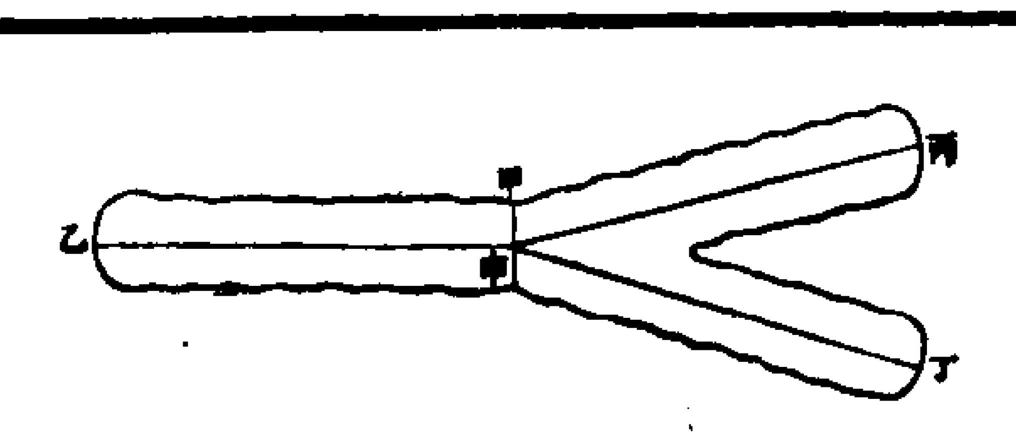
凡相連二等諸星其光分不齊中間尚可分爲若干等而一等與二等尤不齊或分爲一二等二三等餘類推或于一二兩等間增兩等曰一等一二等二一等二等一二等

者謂其等在一二等之間而近于一等也二一等者亦謂在一二等之間而近于二等也然不如用整數小數以整數表其等以小數表其分爲較密如井宿第三星在二三兩等之間其光分與一等星中參宿第四星比若一之平方與二·五一之平方比則爲二·五一等又與南門第二星比若一之平方與二·九二四之平方比則爲二·九二四等末卷附恆星表俱依此法列之測星光分大小其難有多端星之色不同一也無一定大小之光爲本二也人目僅能辨光之等不等而不能定大小之比例三也法之最善者取木星之光爲本率盖木星之光明于諸大恆星無弦



望之變不過準距目遠近而小變亦易推也法依視學令其光變小與所測之恆星光相等乃推其比例而知所測星之光分也如圖乙爲所測星甲爲木星丙爲三稜玻璨丁爲凸鏡巳爲聚光點甲光入丙而回透過丁而聚于巳巳必有小光點熒熒若星置丙法必令甲之回光與乙之視線平行戊爲人目見巳并見乙乃進退戊令巳變大小至巳乙二光分相等而止夫巳光之大小與戊巳距平方有反比例乃如法累測二星定戊巳之二距即得二星光分之比例也先選取數星用此法測其光分以定其等其餘諸星暗于上一等明于下一等者即用測定之星相較以推其小分則可成星等之全表自最明天狼星起至最小僅能見之星俱能推定其光分也天學中此一門今初濫觴若能精益求精用以測諸變星後詳有大用也

觀最明諸星之方位覺其散布天空疎密略同而參宿第二星十字架第四星所居之大圈左右一帶最多又南半球多于北半球若并目所能見諸小星統論之則覺近天



河最多而遠鏡測之則近天河一帶多至不可數計目所見天河之白光實無數小星之光也由是觀之恆星非散滿太虛中乃聚居一處其聚處之界如圖乙申丙或乙申丁爲其長倍甲申申爲其厚申甲面之垂線爲其廣厚較長與廣甚小日爲恆星之一與諸行星及地居于申約在厚之中點近申處分爲申丙申丁二股二股之交角不甚大人在地望天空四周申甲方向爲界之厚厚之徑最小故見星最少申乙申丙申丁三方向爲界之長長之徑最大故見星最

多侯失勒維廉以最大遠鏡測天河悟得恆星之理如此以遠鏡窺天河最明處闊二度一帶一小時中所過之星約五萬又當赤經一百五十七度三十分距極一百四十七至一百五十度之處方一度中數之得五千餘星小星如是多而大星甚少蓋距申最遠也

用目視天河最明之一道大率為天球之大圈與赤道交角約六十三度其二交點之赤經一為十一度四十五分一為一百九十一度四十五分故天河圈之北極其赤經一百九十一度四十五分距極六十三度其南極之赤經十一度四十五分距極一百十七度此大圈當分股處在二股之間略近尤明之股依赤經度細測之初過閣道為其最明處約在閣道第三星北二度即距極二十八度再過策星與閣道第二星之間發一分支向西南近天船第三星最明近卷舌第二星漸淡過此幾不可見約略近畢昴二宿為分支盡界其中幹最淡過柱第一第二第三星出五車第二星之西又過諸王司怪而交黃道畧近二至經圈過水府四瀆而交赤道其經一百零三度三十分光淡而難辨過此漸明自四瀆過天狼之北至弧矢漸闊而益明色白直至近日短圈又分一支細而曲至天社第一星而盡其中幹向南行至距極一百二十三度散為數支

狀若摺扇闊約二十度錯雜相交至天記及天社第一星之聯線而數支忽俱隱歷若千度而再見仍為數支至南船第三星而合狀亦如摺扇約至海山成小洞狀半圜次作小頸狀最明闊約三四度而至十字架為最狹處過此忽變闊而明中間函十字架第三第四星及馬腹第三星將及南門第二星白光之中忽函黑洞作棃狀甚清晰入人能見海船中指名曰煤袋此洞長八度闊五度用目察之中惟一微星測以遠鏡則有多星所有黑暗者因四周皆白光故也此即最近南極處其光較北半球甚明因思天河必作扁環或別回原之形其闊與厚不等我地與日所處四面皆遠天河而非恰居中心略近南也當南門第二星又分一支其初甚闊約如本幹之半驟削而狹其削邊與本方向交角約二十度西至積卒第一星漸淡不可見其本幹變闊過尾宿成曲肘形又分為二支其東支闊狹明暗參差不等其西支發諸小支相交過神宮漸闊漸淡近天籥而隱距北極一百零三度與北邊大支相隔其空處十四度無光本幹成曲肘形處彎向東過杵又過尾宿第五第六星至箕宿第一星忽聚為撱圜狀約長六度闊四度光極明測其星至少當有十萬過此而北與黃道交其經度二百七十六過斗宿至于天弁其狀有極凹處

三與驟凸處相間其凸最甚而明者一近河鼓乃中國所見天河最明之處當赤經二百八十五度過赤道此處屈曲無定過右旗河鼓左旗至天津第九星作亂續之狀不甚相連在天津第九第三第一星之間有廣黑洞略如南方之煤袋是爲三大支之源三大支者一即本支其餘二支一自黑洞處起從天津第三星向北過騰蛇造父而復至閣道一自天津第一星起光甚明向南行過輦道第四星入天市垣約至赤道當星點希疏處而隱此支若過赤道可與天箭所隱之支相連而本幹又分一支從造父直向北極大約函天鉤第四第九星及造父第一星中間一

段焉

上條論天河如此詳細者因他書未嘗論及且天河實爲攷恆星理之要事故也我地亦在天河中故欲測此無法之形較測雲之狀更難蓋雲之高不能過一定之限且雲之動其方向俱可見而我恆在其下故作雲之圖尚非甚難而天河并無此諸端可憑大率不過知其爲扁形其厚較長闊俱甚小而已此外諸事不能憑視學理而測所可意度者如忽遇空處其中無星若煤袋類則知非如管之長空洞透見界之外乃遠方扁處有空洞耳又如觀諸分支則知或爲薄層我從側視或爲團凸面我從切線視而非柱形也又或數支交錯如網若尾宿內須知諸支或遠或近相去懸絕非在一面內相交相遇也當大風時或有雲數層上下移動觀之可明此理若欲實知天河之形狀大小不能虛揣而得也侯失勒維廉用徑十八寸之遠鏡其聚光點距鏡二十尺其力一百八十倍目力測天空徑十五分一界細數諸等之星若干如此察天數百處則知在天河大圈之極星光之和分最少距極漸遠漸多至天河爲最多從極至天河其光變多之比例初甚小漸近大圈漸大斯得路佛詳攷其數如左

星數比例表

距天河北極度	每十五分界內星數
○	四·一五
一五	四·六八
三○	六·五二
四五	一○·三六
六○	一七·六八
七五	三○·三○
九○	一二二·○○

觀此知天河內星數之密多于極若三十與一比較交其圈十五度角一帶之諸星若四與一比強前所論天河之狀（本卷觀最明諸星條）憑此數而得細攷此數覺前說甚有理譬如人在霧中向天頂視覺霧甚薄視線漸近地平則漸厚且其變厚之比例漸增至地平而最厚蓋不獨視線過霧界由短而長亦由霧之質漸近地漸濃也天河之星亦然斯得路佛攷其比例知諸星愈近天河大圈愈密列表如下此表右一行以纔能見中等星遠鏡力之限爲一名本距數漸離天河大圈面恆星之密率驟變小離面如二十分本距數之一其密已減小一半離面○·八六

星疏密比例表

距天河圈	諸星疏密率
○·○○	一·○○○○○
○·○五	○·四八五六八
○·一○	○·三三二八八
○·二○	○·二三八九五
○·三○	○·一七九八○
○·四○	○·一三○二一
○·五○	○·○八六四六
○·六○	○·○五五一○
○·七○	○·○三○七九
○·八○	○·○一四一四
○·八六六	○·○○五三二

六幾若二百分之一致此理欲令無病當先設二事一逐層各爲平面而每面各處疏密相等一取遠鏡之力有定限限之外雖有星不能見與無星同

天河之南半星之方位略與北半同嘗用遠鏡與侯失勒維廉之鏡同力者測繞天河南極諸帶內每界星數界各十五分每帶相距十五度列表如左

星數比例表

距天河北極度	每界星數
○至一五	六〇五
一五至三〇	六六二
三〇至四五	九〇八
四五至六〇	一三四九
六〇至七五	二六二九
七五至九〇	五九〇六

前斯得路佛之表不能與此表相比絜蓋前表乃距天河北極限度若干處之數此表乃每帶中之約數也而斯得路佛別有一表列距天河北極每度之約數準之可推每帶之約數如下觀此表則

星數比例表

距天河北極度	每界星數
○至一五	四三二
一五至三〇	五四二
三〇至四五	八二一
四五至六〇	一三六一
六〇至七五	二四〇九
七五至九〇	五三四三

南北二半球疏密之比例略同而南半略密于北半故意我日及地所居非恰當厚之中而偏于北半也

用最有力遠鏡察天河一帶知其質分大不同諸星有疏密停勻處有亂列無法處或爲諸小星座俱相近或爲空處星甚稀或爲黑暗處欲覓得星甚難有十五分界內得四五十星有十五分界內得四五百星各處星之等數不同亦然各界大等與小等星之比例不等亦然有黑暗處不見有微星故知今遠鏡之力已望至星界之外不然遠鏡力加大微星何以不加多也又若其外尚有無數小星

不當如此黑暗也又有處諸星之光分略相等散布天空若在平面且疏密有理無甚大甚小之星或有亦甚少則知此諸星在一層中其層之厚小于距我數或云其中或有最遠之星乃最大故雖遠而光不甚小也此說恐非是蓋他處又有一層星俱大等後襯一層星俱小等無中間諸等星相雜知二層相去甚遠其懸隔處無星也

天河南北兩半球用最精遠鏡周徧察之見天面黑處甚多可知遠鏡之力能望及恆星之外而諸恆星非散滿太虛無盡界焉否則諸小星聚而發光無論若何遠必能見之不至天面黑暗也或曰不然準阿爾白士之說星漸遠光漸變小其光衰較因距數變小之衰甚大蓋光衰爲按分之比例而距數爲遞加之比例依此理推之遠鏡力必有定限故最遠處雖有星不能見而天面黑暗也曰此理雖若甚奧然半依性理非全格致家言今姑不論但此理果精確則凡最遠處之光皆當不見何以遠方之星氣却能見也又在尾宿處一大段見空洞之外有星極繁散布無法遠之又遠至遠鏡不能分而成白氣此必爲天河最遠處若遠鏡力有定限不能過何以又能見也故所見黑面實星界外無星之證所見最小星尚在星界內乃體實小非因遠極而小也設有人問最近之恆星距我若干遠

又所見恆星之天球幾何大又恆星天與諸行星天之比若何能答否曰天文若今日之精不難答也以地道徑爲三角形之底測恆星一歲視差視差若得則距數亦可知然用各種精密之法測之甚久最近恆星之視差終未能定也蓋視差與測望諸差雜糅不可分其和不至一秒故不能辨別諸差而得眞數雖諸差亦不甚大而中有乍大乍小無定之差故分別最難也近時測器歲精一歲改正測差之法歲密一歲至嘉慶間于北半球測諸星始知其視差無有過一秒者凡半徑與一秒正弦之比若二十萬六千二百六十五與一之比又日地距與地半徑之比若

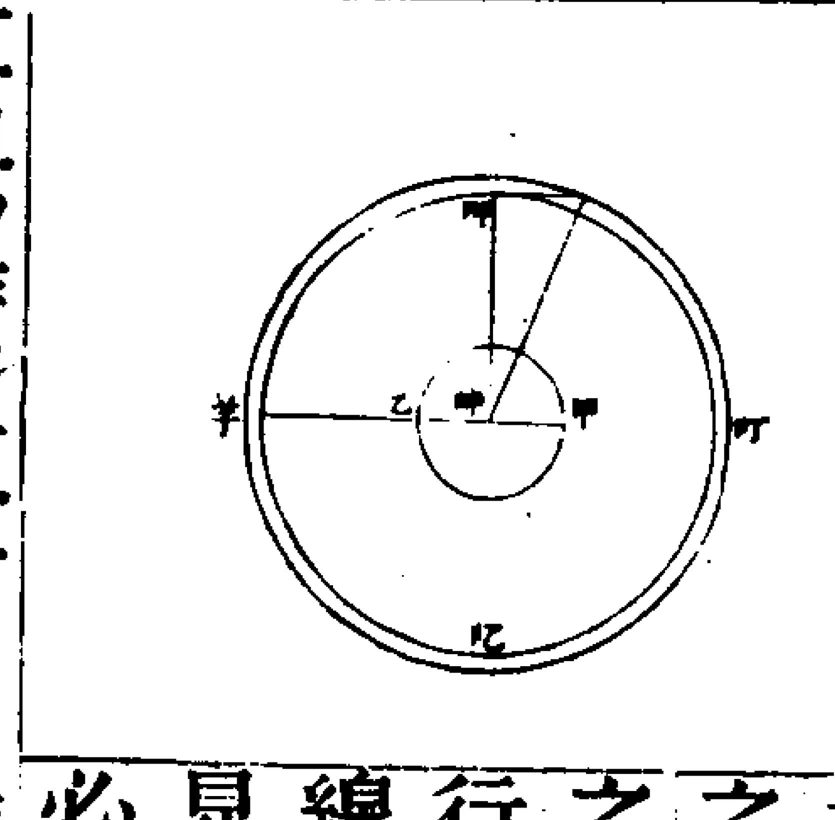
二萬三千九百八十四與一之比則有一秒視差之星其距日爲四十九億四千七百零五萬九千七百六十倍地半徑地半徑約一萬一千五百里故星距日約五十六兆八千九百十一億八千七百二十四萬里卽最近恆星之遠也光行最速歷時一秒行五十五萬五千里過地道半徑當歷八分十三秒三以二十萬六千二百六十五乘之得一千一百七十七日十六小時二分四秒五卽三年八十三日爲最近恆星光行至日之時分然則遠鏡所見無數最遠小星其遠當何如耶又天河最遠之星望若白氣者其遠又當何如耶

以遠鏡之徑與目瞳徑比又以其回光透光之力與目力比卽得遠鏡望遠之力如前條所論遠鏡其力爲七十五設移六等星更遠日至七十五倍原距日數此鏡能見之又六等星光爲一等星光百分之一設移一等星遠日至七百五十倍原距日數此鏡望之如目視六等星故天河遠處必有無數大星與近處之一等星相等此諸星之光到我地大率必二千年故測望此等星非觀今日之天文乃觀二千年前之天文也

與視差相雜糅者有歲差有恆星自行差詳後有地球十九年一周之尖錐動差此諸變俱詳細知之故推而去之不

難卽根數尚有小差亦甚微不覺也而又有光行差則異是此差一年一終與視差之時合二年中逐時變之理亦相似視差之頂點爲日心點光行差之頂點爲地行方向諸平行線之合點故推二差同用一術惟置日之經度彼此九十度餘法盡同蓋視差之理一若從星出綫聯地球地球繞日一周則此線必行成極銳之斜圜錐其軸卽星日之聯線其底周卽地道此線過星引長之必行成相似倒錐準視差理每年見星行于小橢圜一周此小橢圜乃天球所割倒錐之面也視線與其周恆正交又若其星實行一道其道與地道等亦平行人居太陽心望之光行差

之理亦然而橢圜周之大小不同又視線交周點之方位亦不同恆星九十度今以視差之最大一秒光行差之最大二十秒五俱設為正圜作圖明之



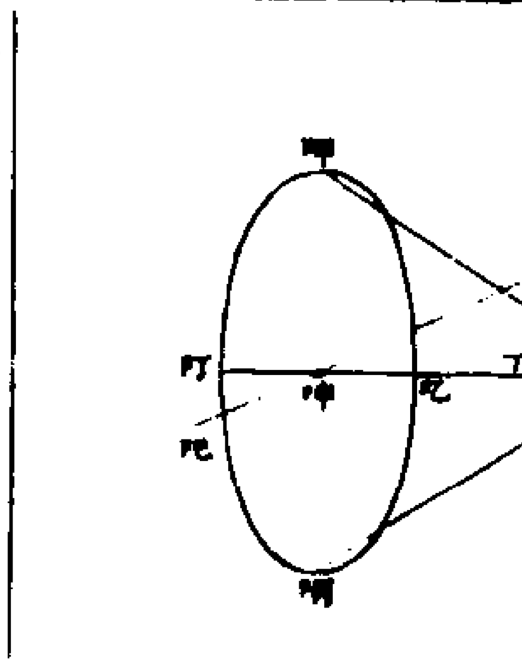
如甲乙為因光行差所見星行之小圜道申乙為因視差所見星行之小圜道同繞一中點申申羊線與二分線平行若僅有視差必見星在內道甲點若僅有光行差必見星在外道甲點甲申申必為直角乃作甲丙與申甲等且平行作申丙聯線則丙必為

因視差光行差二故見星所在之點且見星行于丙丁羊圜道申丙為二十秒五二四即道之半徑星恆在甲點之前其度如甲申丙角為二度四十七分三十五秒申甲與甲丙比若二〇•五與一比故欲推視差申甲必先測得甲申丙角即二差所生角羊申丙與光行差所獨生角羊申甲之較也此角度在徑數十秒之圜周故甚微而測之甚難焉此外又有測器差器之質暑則漲大寒則縮小器所憑依之石墩及地亦因寒暑而變生極微之側動垂線準及諸平準俱不能覺凡此諸差皆與測望之差相雜糅然久測用其中數自能消去而又有蒙氣差每夜不同蓋逐層之地氣四時冷熱異蒙氣差亦隨之而變測恆星視差如此其難焉

南門第二星為南半球諸星中之最明者好望角星臺官恆特孫于道光十二十三兩年中用墻環累測此星推得視差一秒測相近諸星無此差故知此差非因寒暑而生焉後馬格蘿于道光十九二十年用牆環之最精者復測而推之所得略小為〇秒九一二八約近十一分秒之十然較一秒所差甚微不可謂一定故大略仍可言一秒也此星視差數未流傳之前哥白堡星臺官白西勒言赤經三百十五度十分十五秒赤緯三十八度四分十七秒星

名鶴翼者視差可推係六等星然覺其有自行詳後每年五秒強較他星一年之小差甚大則距我地必較近故曰視差易測也前南門第二星亦有自行每年四秒恆特孫亦因此而測其視差云道光十七年秋哥白堡星臺最精之量日鏡成乃日耳曼慕尼克人弗蠻斛拂所造也白西勒即以此鏡測鶴翼星用新測法其命意極精故測較易而得數更密凡二星之視線略相近而距日遠近大不同名視雙星非實雙星也詳下卷此二星所有光行差歲差尖錐動差蒙氣差及測器諸差俱略同可不必細推惟地道半徑視差不同因視差與距日數有反比例故也故一歲中

因視差所成之小橢圜亦大小不同若逐時測二星之相距及聯線方位卽可得其視差不必用赤經及距極數但



以雙星之遠者爲主而測近者之遠近方位卽得上諸差俱不相涉也二星與日之方位旣略同則二小橢圜必相似且等勢如申串爲從日所見二星之方位甲乙丙丁申乙丙亍爲因視差所成之二橢圜二星在其周其方位恆同如近星在甲遠星必在申地行一象限二星必在乙乙又行一象限二星在丙丙又行一象限二星在

丁亍二星距日不等甲申丙丙二線不能平行乙乙丁亍二線不能相等故二星距分之大小及方向逐時不同用分微尺細測之可得其一定之變此須用最精雙象分微尺量日鏡詳三卷則測時雖或因光差或因器動二星之視體刻刻移然二星同移與相與之方位無關也又量日鏡之界大于尋常分微尺故可取一大星與相近數小星比較白西勒測鶴翼星用相近二星一爲申距本星七分四十二秒一爲串距本星十一分四十六秒本星與二星之聯線畧成直角故申串申串二距變大變小不同時當此距不變時彼距之變最速每隔三月

彼此適相反測其距之變推得本星與餘一星二視差之較約三分秒之一累測所得恆同可不疑因推得此星之視差爲○秒三四八其距我地約三倍一秒視差之星近時波羅哈星臺官彼得復測之得數與前合則益可信矣織女第一星相近有微星其距四十三秒斯得路佛自道光十五年後用雙象分微尺屢測之攷覈甚嚴知大星之視差僅四分秒之一雖小于鶴翼星然測器甚精妙測法又巧故十五十六兩年中纔測五夜卽得之後累測盡十八年俱合彼得復測之得數亦同初乾隆四十六年侯失勒維廉定此測法謂于天學必有裨益然此時分微尺未

精又有他故久測未合近時善用此法始于斯得路佛云設申串見前條之圖一星相距甚近則其方位之差角必甚大卽甲申丙丙二線之交角也如二星相距十五秒視差之較八分秒之一方位之差角必半度又如二星相距五秒視差之較一秒方位之差角十一度二星相距愈近則方差角愈大此法陸得色利測多星用之大有裨益冀他日更用之也

已推得有

星	視差	測者
南門第二	○秒九一八	[illegible]
天津增第二十九	○秒三四八	白勒
織女第一	○秒二五五	[illegible]
天狼	○秒二三○	[illegible]

上所列末四星視差甚小不敢深信然因此知視差大小與等數無涉焉此外又有天津第四

視差諸星表

天大[illegible]	○秒二六	[illegible]
上台第一	○秒一三三	彼得
大角	○秒一二七	彼得
勾陳第一	○秒○六七	彼得
五車第二	○秒○四六	彼得

星彼得亦曾測之絕無視差焉

既得地道半徑視差星之遠近已知次當測其實體之大小然遠鏡所見星之體乃光線相交所成之假體非眞體也故用大小不等數遠鏡測星之體不同鏡愈大星體愈小最明之星其體爲最小之點故月掩恆星霎時而隱無初虧食既次第也若遠鏡所見爲眞體不當如是設太陽移遠至地道徑視差一秒之處則令所見三十二分三秒之視徑必變小爲○秒○○九三不滿一百分秒之一則遠鏡雖極精必不能察其眞體矣故星體大小無從測僅能測

其光分而以其遠近推得其實光測光用三稜玻璨法本卷測星光分條太陽光太大不能與星比較故用月之光爲本率曾以南門第二星與月光比較十一次取其中數推得望時月與本星之二光分比若二萬七千四百零八與一比而武喇斯頓用精法測得日月二光分比若八十萬一千零七十二與一比合二比例得日與本星二光分比若二百十九億五千五百七十八萬强與一比乃以本星之視差推得其實光與太陽實光比若二·三二四七與一比又測得天狼之光四倍南門第二星其視差不過○秒一五○推其實光與太陽實光比若三百九十三·七與一比與南門第二星實光比若一百六十九·三五與一比

談天卷十五終

談天卷十六

英國侯失勒原本　英國　偉烈亞力　口譯
海寧　李善蘭　删述
無錫　徐建寅　續述

恆星新理

恆星散布天空何用耶或云用以照夜與月同功則但更生一小月若今月一千分之一已遠勝諸星矣或云裝嚴天空以爲美觀或云令測天者易定方位說雖近是然謂造物主之大旨不過爾爾恐未必然夫天空如是其大也諸星如是其多也安知非別有

動植諸物生于其中耶行星俱受日光恆星不藉日而自發光安知非各自爲日而別有諸行星繞之耶凡此雖不能懸斷而要不可云無是理焉

恆星雖甚遠然亦有攝力之理與我諸行星相同此非臆說也諸恆星中或有光變明變暗有一定周時甚者其光消盡而復生此類星名曰變星如天囷第十三星萬歷二十四年法必修覺其爲變星大率十一年中明暗十二次其周時三百三十一日十五小時七分其最明之時約半月時或與二等大星相若乃漸暗約三月而目不能見約五月而復見乃漸明約三月而復最明但每次最明光分非恆同其變大變小亦無一定次第每二次最明相距之時亦無定近代阿及蘭特詳攷測簿知一切有定期八十八周而復初周時之最長最短差至二十五日最明時之光分變大變小意亦有一定又赫佛流言此星自康熙十一至十五年俱不見道光十九年八月二十八日爲最明大于天囷第一星與五車第三星等近最小之時其色白後變爲深紅又大陵第五星最明時若二等星歷二日十三小時二刻忽漸暗約三小時半而僅若四等星歷一刻乃漸明歷三小時半復如初其周時爲二日二十小時三刻三分五十八秒五乾隆四十七年歌特歷格初測得其

數自此至今屢有人測之覺其周時漸小阿及蘭特亥師賜密特三人俱言其變無一定比例而其比例恆變速意後當復變遲若干周而復初必有一定也今未能測定又造父第一星亦有明暗自暗變明一日十四小時自明變暗三日十九小時其周時爲五日八小時三刻二分三十九秒五最明時爲三四等最暗時爲五等歌特歷格于乾隆四十九年始測之自此至今屢測俱同又漸臺第二星歌特歷格亦于乾隆四十九年始測之其周時六日九小時至十一小時言人人殊其光自明至暗有大變阿及蘭特復細測之謂其周時實十二日二十一小時三刻八分

十秒每周之變有二次最明二次最暗二最明俱爲三四等而二最暗一爲四三等一爲四五等其周時每次不等亦須久而復初自乾隆四十九年後其周時恆變大而變大之比例漸小至道光二十年而止自此至今恆變小準阿及蘭所推此星最暗之限在道光二十五年十二月初五日戌時三刻十分五十三秒又天桴第一星必哥得于乾隆四十九年測知爲變星其周時爲七日四小時十三分五十三秒其漸變明歷五十七小時漸變暗歷一百十五小時最明爲四三等最暗爲五等上諸星俱已細測確知其周時及光分之變此外有略知其周時及光分變而未細測者列于後

星	周時	變等	測者	測年
大陵第五	二日八六七三	二至四	歌特歷格	乾隆四十七
畢宿第八	四日確約未定	四至五四	伯生特利	道光二十八
造父第一	五日三六六四	三四至五	歌特歷格	乾隆四十九
天桴第一	七日一七六三	三四至四五	必哥得	乾隆四十九
鬼宿變星道光五年表赤經一百二十八度七分三十秒距極七十度十五分	九日〇一五	七八至十	欣特	道光二十八
井宿第七	十日二	四至四五	賜密特	道光二十七
漸臺第二	十二日九一一九	三四至四五	歌特歷格	乾隆四十九
帝座	六十三日確約未定	三至四	侯失勒維廉	嘉慶元年
天弁變星道光六年表赤經二百七十九度十五分距極九十五度十七分	七十一日二〇〇	五至〇	必哥得	乾隆六十
柱第一	二百五十日確約未定	三至四	亥師	道光二十六
天囷第十三	三百三十一日六三	二至〇	法必修	萬歷二十四
市垣鄭變星道光八年表赤經二百三十六度四十一分十五秒距極七十四度二十分三十秒	三百三十五日確約未定	七至〇	哈爾定	道光六
箕宿變星	三百九十六日八七五	六至十一	格戰	康熙二十六
張宿變星	四百九十四日確約未定	四至十	馬拉題	康熙四十三
螣蛇變星	五六年	三至六	侯失勒維廉	乾隆四十七
天津變星	十八年確約未定	六至〇	然孫	萬歷二十八
軒轅變星	多年	六至〇	高黑	乾隆四十七
狗西二	多年	三至六	好甲	康熙十五
靈臺第一	多年	六至〇	門他那力	康熙六
輦道第四	多年	四五至五六	侯失勒	道光二十二
麻變星道光二十年表赤經一百八十度十五分距極八十二度八分	一百四十五日	六七至〇	哈爾定	嘉慶十九
貫索變星	十月半	六至〇	必哥得	乾隆六十
婁宿變星	五年	六至八	必亞齊	嘉慶三
海山第二	不等	一至四	不直勒	道光七
參宿第四	不等	一至一二	侯失勒	道光十六
天權	數年	一二至二三	侯失勒	道光二十六
搖光	數年	一二至二三	侯失勒	道光二十六
帝	二三年	二至二三	斯得路佛	道光十八
王良第四	二百二十五日	二至二三	侯失勒	道光十八
星宿第一	二十九三十日	二三至三三	侯夫勒	道光十七
雷電變星[illegible]	未知	八至〇	欣特	道光二十八
積薪第一[illegible]	未知	九至〇	欣特	道光二十八
積薪第二[illegible]	未知	九至〇	欣特	道光二十八
虛梁變星[illegible]	未知	七八至〇	龍格	
氐宿變星[illegible]	未知	八至九十	書馬赫	
天權	多年	二至二三	衆云	

道光三十年所記已知諸變星列表如左

星名	赤經時	北極距	變等	周時	測者	測年
近壁增第十三星	二十四分	七十六度二十三分	九·五至十一	三百四十二丄丅	路得	咸豐五年
王良第四星	三十二分	三十四度十七分	二至二·五	七十九·一	白德	道光十一年
近外屏第三星	一小時十分	八十一度五十一分	九至十三		欣特	咸豐十一年
近外屏增五星	一小時二十三分	八十七度五十四分	七·五至九·五	三百四十三	欣特	道光十年
蔚葉增第二星	二小時十二分	九十三度四十分	二至十二	三百三十一·三三六	法必修	萬歷二十四年
大陵第五星	二小時五十八分	四十九度三十八分	二·三至四·五	二·八六七三	歌特歷格	乾隆四十七年
畢宿第八星	三小時五十二分	七十七度五十六分	四至五·四	四丄丅	伯生特利	道光二十八年
近天節第七星	四小時二十分	八十度十分	八至十三·五		欣特	道光二十九年

更近天節	四小時二	八十度二	八至十二·五	二百五十		
第七星	十二分	十二分		七		
近參旗增	四小時五	八十二度	九至十二·五	二百三十	欣特	道光二
第十星	十一分	六分		七　未定		十八年
	四小時五	四十六度	三至四	二百五十	亥師	道光二
柱第一星	十一分	二十四分		丄丅		十六年
近九旌第	四小時五	一百零五	七		賜密特	咸豐五
五星	十三分	度二分				年
參宿第四	五小時四	八十二度	一至一·五		侯失勒	道光二
星	十七分	三十八分			約翰	六年
井宿第七	六小時二	六十九度	三·七至四·五	十·一五	賜密特	道光二
星	十五分	十三分				十七年
近天鐏增	六小時五	六十七度	七至十一	三百七十	欣特	道光二
第六星	十八分	四分		日		十八年
近四瀆第	七小時	七十九度	八		阿及蘭	咸豐四
一星		四十四分			特	年
近南河第	七小時二	八十一度	八·一		欣特	咸豐六
二星	十五分	二十二分				年
	七小時三	六十六度	九至十三·五	二百九十	欣特	道光二
近積薪	十四分	十二分		五日		十八年

近積新	七小時四	六十五度	九至十三·五	二百八十	欣特	道光二
	十分	五十四分		七		十八年
近積薪增	七小時四	六十七度	九至十三·五	未定	欣特	咸豐五
第三星	十六分	三十七分				年
近柳宿增	八小時八	七十七度	六至十	三百八十	衰而特	道光九
第九星	分	五十一分				年
近鬼宿第	八小時三	七十度二	八至十·五	九·四八四	欣特	道光二
四星	十五分	十五分				十八年
近柳宿第	八小時四	八十六度	八·五至十三·五	二百六十	欣特	道光二
六星	十六分	二十二分				十八年
近鬼宿增	八小時四	六十九度	八·五至十二		欣特	道光三
第十二星	十八分	三十五分				十年
近外廚增	八小時四	九十八度	八·五至十·五	二百四十	欣特	咸豐元
第七星	十九分	三十九分		丄丅		年
星宿第一	九小時二	九十八度	二·五至三	五十五	侯失勒	道光十
星	十分				約翰	七年
酒旗增第	九小時二	八十一度	六	七十八	斯密式	不定
五星	十一分	十分				
酒旗第一	九小時三	七十五度	六	多年	門他那	康熙六
星	十六分	十八分			力	年

近軒轅增	九小時三	七十七度	五至十	三百十三	高黑	乾隆四
第四十四星	十九分	五十三分		未定		十七年
近天樞增	十小時三	二十度二	七·五至十三	三百零一	包克孫	咸豐三
第三星	十四分	十六分		三五		年
海山第二	十小時三	一百四十八	一至四	四十六年	不直勒	道光三
星	十九分	度五十四分		未定		年
天樞	十小時五	二十七度	一·五至二	多年	拉浪	乾隆五
	十四分	二十六分				十一年
近幸臣	十一小時	七十度二	八·			
	五十七分	十三分				
天權	十二小時	三十二度	二至二·五	多年		
	八分	八分				
軫宿增第	十二小時	九十八度				
一星	二十六分	二十八分				
近三公第	十二小時	八十二度	六·五至十一	一百四十	哈爾定	嘉慶十
一星	三十一分	十一分		五·七二四		四年
近內廚增	十二小時	二十八度	七至十二	二百二十	包克孫	咸豐三
第二星	三十七分	五分		一·七五		年
近三公第	十二小時	八十三度	七·八			
五星	四十三分	三十八分				

張宿第一	十三小時	一百十二	四至十	四百九十	馬拉題	康熙四
星	二十二分	度二十分		五		十三年
近角宿增	十三小時	九十六度	五·五至十一	三百七十	欣特	咸豐三
第二星	二十五分	二十五分		七　未定		年
搖光	十三小時	三十九度	一·五至二	多年	拉浪	乾隆五
	四十二分	五十六分				十一年
近氐增第	十四小時	一百零一度	八至九·五		書馬剳	不定
四星	四十五分	四十五分				
帝	十四小時	十五度十	二至二·五	多年	斯得路	道光十
	五十一分	四分			佛	八年
氐宿增第	十四小時	九十七度				
一星	五十三分	五十五分				
近周增第	十五小時	七十五度	八至十	三百六十	哈爾定	道光八
一星	十五分	九分		七		年
近貫索第	十五小時	六十一度	六	三百二十	必哥得	乾隆六
六星	五十二分	二十三分		三		十年
近周增第	十五小時	七十四度	六·五至十	三百五十	哈爾定	道光六
十三星	四十四分	二十四分		九		年
近心宿增	十六小時	一百十二	九		沙哥納	不定
第三星	九分	度二十分				

近心宿增第三星	十六小時九分	一百十二度二十分	九至十二		沙哥納	咸豐五年
近心宿增第一星	十六小時九分	一百十二度二十六分			包克孫	咸豐十年
近東咸第一星	十六小時二十六分	一百零六度五十二分	九·三至十三·五	二百二十未定	包克孫	咸豐四年
近宋增第一星	十六小時五十一分	一百零二度三十九分	四·五至十三·五		欣特	道光二十八年
近宋	十六小時五十九分	一百零五度五十三分	八至十三	三百九十六未定	包克孫	咸豐三年
帝座	十七小時八分	七十五度二十六分	三·一至三·七	六十六·三三未定	侯失勒維廉	乾隆六十年
鼈第十星	十八小時二十三分	一百二十八度五十分	三至六	多年	好里	康熙十五年
近天弁第四星	十八小時三十九分	九十五度五十一分	五至九	六十一	必哥得	乾隆六十年
漸臺第二星	十八小時四十五分	五十六度四十九分	三·五至四·五	十二·九一四	歌特歷格	乾隆四十九年
輦道第一星	十八小時五十一分	四十六度十五分	四·三至四·六	四十八	伯生特利	咸豐六年
近徐增第三星	十八小時五十九分	八十二度	六·五			
近奚仲第三星	十九小時三十三分	四十度八分	八至十四	四百十五·五	包克孫	嘉慶十七年
輦道第五星	十九小時四十一分	五十六度三十七分	五至十一	四百零○六·○六	格而吸	康熙二十六年
天桴第四星	十九小時四十五分	八十九度二十二分	三·三至四·七	七·一七六三	必哥得	乾隆四十九年
輦道增第五星	十九小時五十一分	五十五度十九分	四·五至五·五	多年	侯失勒約翰	道光二十二年
近牛宿第三星	二十小時三分	一百零四度四十二分	九·五至十三·五		欣特	道光二十八年
天津增第九星	二十小時十二分	五十二度二十六分	三至六	十八年未定	然孫	萬歷二十八年
近敗瓜第三星	二十小時三十三分	七十七度四十九分	八至八有奇	二百七十四未定	斯得路佛	道光三年
近勾陳增第五星	二十小時三十八分	一度二十分	五至十一		包克孫	咸豐三年
近女宿增第一星	二十小時四十二分	九十五度四十二分			哥勒斯迷	

近代第一星	二十一小時十五分	一百零五度四十七分	九	二百七十四		
造父第四星	二十一小時三十九分	三十一度五十四分	三至六	多年	侯失勒維廉	乾隆四十七年
近土公吏第二星	二十二小時二十五分	八十二度四十四分	八·五至十三·五		欣特	道光二十八年
造父第一星	二十二小時二十四分	三十二度二十一分	三·七至四·七	五·三六六四	歌特歷格	乾隆四十九年
室宿第二星	二十二小時五十七分	六十二度四十四分	二至二·五	四十一	賜密特	道光二十八年
近雷電增第五星	二十二小時五十九分	八十度十六分	八·五至十三·五	三百五十	欣特	道光二十八年
近羽林軍第四十五星	二十三小時三十七分	一百零六度六分	六·五至十	三百八十八·五	哈爾定	嘉慶十五年
近騰蛇增第十二星	二十三小時五十一分	三十九度二十六分	六至十四	四百三十四未定	包克孫	咸豐三年

表中有星光分最明最暗時其等不定或周時不等與前所論天囷第十三星相似葛西尼言輦道變星康熙三十八年至四十年當最明時亦不易見又天弁變星當最暗時或目能見之或不見其最明時等亦不定又必哥得所測貫索變星阿及蘭特言其明暗相去甚微目不能辨而每隔數年忽大變暗至不見又參宿第四星于道光十六至二十年其變顯然二十至二十八年不甚可辨續至二十八年終時其變又起至咸豐二年十月二十四日弗賴出觀參宿第四星比五車第二星更明當時爲北半球諸星之最大者右表內近積薪增第三星之變星包克生云變大變小自九等至十三等變時九秒至十五秒其光如螢而相近處等明諸星不變

古今史志所載客星亦變星類也但其見時甚暫而不見之時甚久意其復見必有一定之時古今測望僅一見而未再見故未能知蓋其周時甚長也漢元朔四年有客星見日中不隱依巴谷因此創作恆星表又晉太元十四年近河鼓第二星有客星見歷二旬明如金星而隱又石晉開運二年元至元元年明隆慶六年皆有客星俱在王良造父之間攷其年數相距略同恐即一星也約三百十二年或一百五十六年而一見在隆慶時其見驟非由小漸大其見之夜第谷由化學館歸路見村人羣聚望一星第谷亦望之見明如天狼半時前尚未有也于是逐夜測之

其光分漸大過于木星正午不隱歷一月漸小至萬歷二年春始隱而萬歷三十二年亦有客星見于天市垣明于前星同至明秋始隱又康熙九年安得林見近漸臺有一三等星隱而復見歷二年其光數次大變後隱不復見又道光二十八年三月二十五日欣特見近天市垣宋有一五等星其赤經二百五十二度四十五分二十二秒五距極一百零二度三十九分十四秒此處星俱最小欣特所常測知初二日以前無大如九十等之星攷古表此處亦無星此星見後光漸減未幾而隱其色紅或因高度少蒙氣厚故耳

南半球海山第二星其光分之變見于測簿者可異焉康熙十六年好里測爲四等星乾隆十六年拉該勒測爲二等星嘉慶十六至二十年俱爲四等星道光二年至六年又爲二等星七年正月初六日卜直勒見其變大爲一等星與十字架第四星等明復漸暗爲二等星盡十七年冬至十八年春復變大爲一等大星略與南門第二星等明惟不及天狼老人後復漸小然仍爲一等至二十三年春又變大明過老人惟少遜于天狼耳凡變星俱有一定周時其漸明漸暗俱有法而此星若任意變大小歷測數百年未有一定之次第其忽明忽暗究屬何理設有動植諸

物藉其光熱而生必甚不便也此非妄論蓋意諸恆星皆爲太陽俱有行星繞之而行星上必生諸物也證以察地家言知亘古以前我地球有大變化非海陸變遷所可比蓋日之光熱若有變地質必隨之而變故知此星所屬諸行星上之物必大不安也

續阿波得云此星在同治二年三月僅爲六等星羅密士以爲其變有一定之周時其二次最小之間約七十年

馬端臨文獻通攷所載客星意大半是彗然其中亦有眞客星如云漢熹平二年十月癸亥客星在南門中五色至後年六月消此必客星也又宋大中祥符四年正月丁丑

客星見南斗魁前意即西史五年所見者西史言在南半球歷三月最明其經緯度與馬氏所載合又漢元光元年六月客星見于房或即依巴谷所見之星也

續 同治五年三月二十八日罕忽在阿爾蘭之都安新見近貫索第七星有二等星速變小黑京于是年四月初一日見此如三六等初二日見如四二等初三日見如四九等初四日見如五三等初五日見如五七等初六日見如六二等小至十等則又變大八月二十七日賜密特見為七等依是年之星表赤經十六小時三刻九分距北極六十三度四十二分其成之光圖有二式顯

明正負二質之線指有火炎及收他物之質

攷歷代恆星表參以新測則知有多星古有今無其故或由表誤或誤以行星為恆星亦有恆星實隱者蓋變星也變星之理雖未能全知然此事無須諸器人人可以目驗之侯失勒維廉作恆星表詳每星光分若干為攷變星者之助云

恆星中多雙星尤可為攝力之證何謂雙星目視之為一星以遠鏡測之則為甚相近之二星若統天空止有二三星如是則或偶然耳今甚多且或二星大小略等此必有相聯屬之理焉如北河第二星以大力遠鏡測之為兩三等星相距五秒三等星不多故相距甚近非偶然況有多星皆如是則更非偶然矣乾隆三十二年有密者勒者曾推昴宿六星甚近合偶然與否以相等之一千五百星推得當如是相近與不當之比若一與五十萬之比斯得路佛設雙星相距四秒以本國所見七等以上諸星推其當如是與不當之比若一與九千五百七十八之比此時已得雙星九十一後測得更多且有三合者再推當三合與不當之比若一與十七萬三千五百二十四之比而三合星已得其四相距最遠三十二秒一為伐第二星一參旗第九星一近四瀆一水位第四星故知諸星必有相聯屬

之理非偶然矣又南門第二星及鶴翼皆為雙星相距十五秒而鶴翼為兩七等星其當不當之比為一與九千五百七十八南門第二星為兩二等星統天空二等星不過五六十則其當不當之比例當更大又此二星各有自行若非相屬則久必相離矣古測不知其為雙星乾隆十六年拉該勒用約九倍力之遠鏡測之始知設一星行一星不行此時當相離六分而仍如故故知其相聯屬也

侯失勒維廉作雙星表其五百相距最遠不滿三十二秒斯得路佛用精器測所得之數五倍之後人屢測所得益多然必尚有未測得者斯得路佛依其相距遠近分為八

類第一類不過一秒第二類一秒至二秒第三類二秒至四秒第四類四秒至八秒第五類八秒至十二秒第六類十二秒至十六秒第七類十六秒至二十四秒第八類二十四秒至三十二秒又依其光分大小分爲二大類以八二五等已上諸星爲顯雙星中等遠鏡能見之以下諸星爲微雙星非最精遠鏡不能見也欲測第幾類星當用若干力遠鏡今每類取數顯星爲例列于後依其例測之可攷遠鏡之力

第一類　〇至一秒
貫索第五　庫樓第七　騎官第三　左更增第七
天紀第一　天大將軍第一　貫索增第三　天紀增第一　王良第五
列肆第二　騎官第八　天津增第三十　市樓第六

柱史　文昌第三　河鼓增第三　酒旗第三
軍南門　昴宿第八　女宿第三　女宿增第一　上將
胃宿增第四　婁宿增第六
第二類　一秒至二秒
南門第一　天津第二　小斗第一　左攝提第三
閣道第一　下台第二　河鼓增第四　貫索增第七
天船增第八　參宿增第十三　參宿增第十七
第三類　二秒至四秒
外屏第七　觜宿第十六　天囷第八　軒轅第十二
織第七　左垣上相　天市垣秦　梗河第一
天厨第三　柳宿第五　墳墓第一　參宿第一
右垣次將　參宿增第十二　軍井第二　天棓增第九
天狼增第三　文床第三　螣蛇第十　槍增第四
第四類　四秒至八秒
十字架第二　帝座　北河第二　天弁第二
七公增第七　火鳥對第一　天柱　觜宿第一
左攝提增第一　天鈎第六　左攝提第二　牛宿第六
海石第五　五車增第六　九斿第二　宗人第四
天苑增第四　九州殊口增第二　帛度第一
第五類　八秒至十二秒
參宿第七　婁宿第二　匏瓜第二　天紀增第三　王良第三
天囷增第六　伐第三　天囷第八　常陳第六
第六類　十二秒至十六秒
南門第二　上衛增第一　房宿第四　飛魚第二　積卒第一
開陽　天棓第一　四瀆第四　闕邱　天津增第十九
第七類　十六秒至二十四秒
常陳第一　尾宿增第二　外屏第三　天市垣徐　織第十
礪石第三　五諸侯第五　宗正增第一
第八類　二十四秒至三十二秒
天市垣魏　輦道增第二　天市垣晉　女史　輦道第五
參宿增第十

恆星又有合三星四星多星者略列數星于左
天大將軍第一　織女第二　水位第四　伐第二　騎官第七
七公第六　八穀增第三四

右天大將軍第一星七公第六星騎官第七星用尋常大力遠鏡測之見爲雙星用最精大力遠鏡測之見其副星

又分爲二星其三星又織女第二星爲雙雙星蓋用尋常鏡測見爲雙星用精鏡測之見其二星又各分爲二星其一相距二秒半其一相距三秒又水位第四星心宿三合星闕邱三合星內階三合星測見其正星爲密雙星略遠有一小副星而伐第二星有四明星其等爲四爲六爲八作四不等邊形其對角線之最長爲二十一秒四又有副星二甚微而近非極精遠鏡不能見也其狀如圖

雙星中有正星明大而副星極微者略列數星于左

柳宿增第四　牛宿第二　波斯第二　織文第一　勾陳第一　心宿第二
虛宿第一　平第一　上台第一　積薪　天船第七　右攝提第二
六宿第三　天園第二　天潢垣第一

侯失勒維廉欲密測諸雙星相與之方位，細驗其視差，恐其有一定變法也。乾隆四十四年至四十九年，所用遠鏡力益大于前，乃作雙星表。蓋有此表，知每星方位可據以測視差也。然維廉亦因此測得每星相距有一定變法，且又得一事，為古人所未發者。蓋測得雙星有相距變，有方位變，同趨一方向而動，因知恆星必有本行，否則太陽與諸恆星俱直行，故測得視差大于黃道視差，可據為法。假如日與雙星俱行，而日星不相屬，則視其道必直，而用平速行，故但取雙星之一星為本點，觀餘一星必行于直線，測之即知所行之方向矣。又得一事，凡雙星不相聯屬，則有如上文所言，而有相聯屬者，則二星以攝力相加，必相環繞，或共繞其公重心，則取一星為本點，餘一星必行于曲線以繞本星。星之行甚緩，非久測不能知，故歷二十五年至嘉慶八年，始能辨其非直線而實為曲線也。自此至明年，維廉著書二通以寄公會，大略言諸星中有相與環繞者，名曰聯星，與他雙星異。他雙星視之雖甚近，其距地遠近實懸絕也，而聯星距地略等，其較不能大于相繞道之半徑。書中所舉聯星約五六十，其聯線易位所過之度

大小不等，其中有甚明晰，其相環繞可不疑者若干星，曰北河第二星，左垣上相，三台第六星，宦者第一雙星，貫索第一雙星，貫索西八星，左攝提西四星，王良第三星，軒轅第十二星，天紀第一星，天津第二星，七公第六星，織女第二之四星，第二之五星，列肆第一星，天棓第一雙星，墳墓第一星。此諸星中已有略推定其環繞周時者，如北河第二星為三百三十四年，左垣上相為七百零八年，軒轅第十二星為一千二百年云云。準此則奈端所悟得攝力之理，不獨日與行星為然，且推之恆星無不然矣。其後薩瓦理始推得三台第六星之環繞行橢圜道五十八年二五而一周，測其行法一一相合。而因格用新術推得宦者第一雙星之環繞亦行橢圜道七十四年而一周。又梅特勒所推得者最多，欣特、師密、雅各包、維勒、維拉鎖、米尼、格格林、格府及約翰亦各推得數星，今俱列于後、

星名	視半長徑	兩心差	交點方位	
	秒		分	度
帝座雙星	一.一八九	〇.四四四五四	二六	三九
貫索西八	一.〇八八	〇.三三七六〇	一八	二四
水位第四	一.二九二	〇.二三四八六	二八	一
三台第六	三.八五七	〇.四一六四〇	二二	九五
三台第六	三.二七八	〇.三七七七	四七	九七
三台第六	二.四一七	〇.四一三五〇	五二	九八
三台第六	二.四三九	〇.四三一四八	五〇	九五
酒旗第三	〇.八五七	〇.六四三三八	一一	一三五
天讒聯星	四.三二八	〇.四三〇〇七	一二	一四七
天籥聯星	四.三九二	〇.四六六七〇	二	一三七
天籥聯星	四.一九二	〇.四四三八〇	五五	一二六
斯氏孜聯星	一.二五五	〇.四四九五八	三	一五
左攝提西四	一二.五六〇	〇.五九三七四	五九	三五九
天津第二	一.八一一	〇.六〇六六七	五四	二四
左垣上相	三.五八〇	〇.八七九五二	三三	五
北河第二	八.〇八六	〇.七五八二〇	一六	五八
北河第二	七.〇〇八	〇.七九七二五	五	二三
北河第二雙星	六.三〇〇	〇.二四〇五〇	二四	一一
貫索第一雙星	三.九一八	〇.六九九七八	七	二五
貫索第一雙星	五.一九四	〇.七二五六〇	三	二一
七公第六之大	三.二一八	〇.八四〇一〇	二一	一一七
南門第二	一五.五〇〇	〇.九五〇〇〇	七	八六
天紀第一	一.二五四	〇.四四八二一	二一	三四

表中第四行指雙星道面交天殼點之方向，自正北轉東計之；第六行指此二面之交角；第五行指雙星道交點距卑點之度。其酒旗第三星、左攝提西四星、南門第二星諸根數俱倘有可疑。七公第六之次星亦未審定，因此諸星用本道之最小弧線所推，不能詳細也。

推算家	時	週畢點時 年	周時 年	交角 度	分	距交畢 度	分
勒特梅	光道	九五五	二三一四六八	五〇	五三	六二	四
勒特梅	慶嘉	二〇二六	四三二四六	七一	八	二六一	二一
勒特梅	習成	三四〇	五八九一〇	六三	一七	二六六	
理之薩	慶嘉	二二〇八	五八二六二	五〇	四〇	一三一	三八
勒夫侯		二一七六	六二七二〇	五六	六	一四	二二
勒特梅		二一四七	六一四六四	五四	五六	一〇	四八
勒拉維		二一八九	六一五七六	五二	四九	二八	五七
勒拉維	光道	二九七九	八二五三三	四六	三三	八五	二七
格因	慶嘉	一一九一	七三八六二	四六	二五	一五	二二
勒夫侯		一二〇九	八〇三四〇	四八	五	一四五	四六
勒特梅		一七七六	九二八七〇	六四	五	一四二	五二
勒特梅	光道	一七四四	九四七六五	三五	二一	一三七	二七
勒夫侯	隆乾	三四九一	一一七一四〇	八〇	五	一〇二	五九
特欣	豐咸	一二九〇	一七八七〇〇	四六	三	二四二	二四
勒夫侯	光道	一六四六	一八二一二〇	二三	三六	三一三	四五
勒夫侯	豐咸	五八六	二五二六六〇	七二	三	九七	二九
勒特梅		六三九三	二三二一一四	七〇	五八	八七	三七
特欣	熙康	三八二九	六三二二七〇	四三	一四	三五六	二二
勒特梅	光道	六六三八	六〇六四五〇	二九	二九	六四	三八
特欣		六五一七	三六八八二	二五	三九	六九	二四
特欣	豐咸	二五三	六四九七二二	四六	五七	一〇三	一七
各雅		一五三	七七	四七	五六	二九一	二二
鐵拉維	光道	一〇五一	三六三五七	四三	四三	一〇四	五五

第八行年之小餘從天正冬至後計之

右諸星俱經精測其中左垣上相係三等星其二星大小略等而有微變斯得路佛言有時此星大于彼星有時相等有時彼星大于此星康熙間已知其爲二星時相距約六七秒乾隆四十五年侯失勒維廉測得五秒六六漸相近至道光十六年而合爲一雖最精遠鏡測之亦然惟波羅咯一千倍力之遠鏡覺兩頭有大小之狀斯得路佛測其長闊之比推得兩心距○秒二二其後復分爲二至今明分爲二星此聯星之距數變聯線之行度亦變乾隆四十八年一年行半度弱道光十年增至五度十四年二十度十五年四十度十六年最大其率至七十餘度乃每五日行一度也準動重學理凡二體以攝力相環繞無論行何曲線亦無論或眞道或視道其速率與距在二道各恆有反比例攷此星測簿俱與此理合初康熙五十七年自

拉里以子午儀測此星聯之方向記于簿與角宿第一左垣次相二星之聯線平行今憑此推得其繞行之道係橢圜依其道推至道光二十六年冬與所測一一密合三台第六星依梅特勒之根數推之亦然又天紀第一星自測知爲聯星後見其相繞行已二周見大星掩小星二次貫索西八星水位第四星三台第六星各見其行一周餘宦者第一雙星左垣上相見其行大半周然則恆星亦有攝力更無可疑矣

梅特勒自言所測諸聯星之相繞其天篇聯星之道不合橢圜亦非誤測不知何故余意此其正星亦係聯星故副星之行別有攝動耳蓋凡正星爲聯星副星因攝動其道必生變有長差短差也

恆星各爲日則聯星之相繞是二日相繞也恐其日所屬亦有行星及月但其體小而遠故我不能見然意必甚近本星否則爲餘一星所攝必離本道矣

南門第二星鶴翼星俱爲第六類顯雙星已測得其地道半徑視差又測得鶴翼二星之相距其中數爲十六秒五自乾隆四十六年測至今其距之差一秒弱其聯線方向之變約五十度故其道必略近平圜道之面約正交視線其周時約近五百年而其地道半徑視差爲○秒三四八

卽星中所見地道之視半徑也故二星相距中數與地道半徑比若十五秒五與○秒三四八比卽四十四五四與一比是二星相繞之道甚大于海王道設其周時恰爲五百年依奈端所設公題及刻白爾第三例推之我太陽積與二星之共積比若一與○三五三比二積相去不甚懸絕也南門第二星自道光二年後二星相距數以平速變小每年約半秒而其聯線之方向至近時略不變然則其道之面展廣之約當過地又咸豐九年二星最近幾相掩然未能定其橢圜之根數但知其半長徑必大于十二秒或甚大未可知而地道半徑視差爲○秒九一三設其半

長徑僅爲十二秒亦必爲十三一五倍地道半徑故其橢圜道必不小于土星道或恐大于天王道也諸聯星中此兩星距地最近相繞之視弧亦最大其雙星之光俱略等其色俱近橘黃而副星之色更深天空諸曜之質各不同此兩星恐或一類焉

諸聯星之正星其色恆或紅或橘黃而副星之色恆或青或綠準光學理凡目爲有色之光所眩則視無色之光必成本色之餘色如鬼宿雙星正星之色黃副星之色青又如天大將軍第一星正星之色紅副星之色微綠是也若有色之星光微而無色之星光大則不變如王良第三星大者白小者紫則不可云二星之色恆爲正餘也設有行星附此種聯星則日日見光必不同如一日爲紅一日爲綠或一日爲白一日爲暗是也獨星之色有紅如血者從未見爲青爲綠惟小星與大星俱方有此種色也

恆星俱有自行初好里于康熙五十六年測恆星方位上攷多祿某依漢元光五年依巴谷測數所作表其中天狼大角畢宿第五星較已測俱差而北一爲二十分一爲二十二分一爲三十三分古今相距一千八百四十七年以黃赤道交角之變論之設諸星不動今當差而南一爲十分一爲十四分一無差故知此三星自行向南一爲三十

七分一爲四十二分一爲三十三分其差皆合理則非表之誤矣又攷梁天監八年正月三十日希臘國雅典所測畢宿第五星爲月掩復見之時知其方位在月道上亦與自行之理合設當時星之緯度與今時同其掩不當如此也況星體甚大居空中無力令常靜能不生動乎蓋諸星互相攝其力雖甚遠而小且相敵而相消然歷久其敵力之較必積而大則不能不動矣近代天文家以聯星證之如鶴翼星二星相距約十五秒五十年來略不變其方位移四分二十三秒每年自行五秒三是此二星恆行其道之狀未知數百年視之恆如以平速行直線也又以獨星

證之如波斯第七星其方位每年移七秒七四閣道第四旁星每年移三秒七四也又有多星其移之數小于此俱確然無可疑焉恆星既自行則亦有變不可云恆矣然行分甚微非數百年積之不能見故不易名仍曰恆星也

天文家或言太陽係恆星之一以公理論之恆星既自行則太陽亦當自行此說甚是設太陽與諸恆星之行同一方向而遲速各不等則凡遲于太陽者在太陽前必見其背此方向諸平行線之合點而行在太陽後必見其向此諸平行線之餘一合點而行速于太陽者則反是若詳知諸星之自行準上理可測太陽之自行法諸星同方向行

而遲速不等者此如微塵浮行氣中因風而移知此方能測太陽行

乾隆四十八年侯失勒維廉依上條理測得諸平行線之合點近天市垣趙星其赤經二百六十度三十四分距極六十三度四十三分乾隆五十五年表是年百勒伏亦推得平行線之合點距極度分略與前合而赤經差二十七度此後天算日精測得恆星每年有行分者更多知恆星之自行益眞天學最精深者凡四家俱推明此事一曰阿及蘭特取二十一星每年行一秒強者推日與諸星平行線之合點赤經二百五十六度二十五分距極五十一度二十三分又取五十星每年行〇秒五至一秒者推得合點之赤經二百五十五度十分距極五十一度二十六分又取三百十九星每年行〇秒一至〇秒五者推得合點之赤經二百六十一度十一分距極五十九度二分二曰倫大勒取一百四十七星之行推得合點之赤經二百五十二度五十三分距極七十五度三十四分三曰斯得路佛細攷三百九十二星推得合點之赤經二百六十一度二十二分距極六十二度二十四分三家所推俱乾隆五十五年之合點也約取其中數爲赤經二百五十九度九分距極五十五度二十二分然所測皆北半球之星四曰迦羅母

于道光二十六年作文一通宣告英國博物公會論南半球諸星平行所向合點也其大略言準拉該勒乾隆十六十七二年在好望角所測及閏孫于道光九年至十三年在三厄里那島所測又恆特孫于道光十十一兩年在好望角所測其中有八十一星前三家所未用者取以相比勘推得乾隆五十五年諸平行線之合點赤經二百六十度一分距極五十五度三十七分與北半球所測之中數相差無幾則信而有徵矣

細推日與恆星諸平行線之合點其法甚繁不能詳載今略述其理之源凡天文諸要事恆因奇零數推得蓋事之

已知者依法推之恆有小奇零不合此小奇零卽他事之端倪如推太陽每年一周有小奇零不合為歲差之端倪已詳知歲差之根如法推之仍有小奇零不合為光行差尖錐動之端倪已知光行差尖錐動之根如法推之仍有不合乃恆星與太陽自行之端倪也凡測天與所推有小奇零不合必精心思其故令此不合遞減小以至于無求至于無必更思其故也旣思得一故當攷此故能生此差否又攷生此差之最大其力若干今太陽自行之故能生前不合之差二一方向一速率也然可見者不過小奇零憑以推得太陽自行之根察其與恆星自行之數密合否若不能盡合而所餘之差更微此更微差若不可解當以偶然法推之法用幾何中最小平方術卽可得所求根數與當得之數或無大差法詳別書前條諸幾何家推日與恆星之合點亦用上法推日自行之方向與速率當準諸恆星速率之比例蓋日行必攷諸恆星距日遠近察其每年行差之不同而知也然惟二三星能知其距日確數餘俱不能不足以定公理故此必用設數之法其法有二一依諸星之大小明暗分若干類每類星之距日俱設為略等二依諸星之自行分分類以最速者為最近斯得路佛用第一法阿及蘭特用第二法攷第二法有不便事二一準視學

星之行不能知其實行但知其視行一也恆星視行生于日之自行者因距日線及距諸平行線合點之度而異蓋距合點度之正弦與此視行有比例二也每星須知此二事乃可攷而第一事無從知故不能不多用若干星取其大率冀其或消去也第二事當先設諸恆星之距地俱等推得其全行乃各以太陽行所得諸星之視行減之視其餘數用以分諸類此法測望甚費功然亦不甚可憑第一法但言星愈明愈近其分類較易也斯得路佛推得設人在第一等星望太陽一歲之行率為

○秒三三九二而其爻言此類星之地道半徑視差約為

○秒二○九然則一歲太陽行與地道半徑比若一·六二三與一比是每歲太陽率諸行星彗星在空中行四億四千五百八十五萬四千里計每日當行一百二十二萬餘里視地行速率大四分之一也

續 近時英國天文官用新法推算太陽之自行與前條所言之法大異其法不必知太陽與恆星之合點而以空中之縱橫線為準定太陽與恆星每年之自行以其屬于幾何之例推之先假設二限使所得必在此二限之中以諸自行法外之變皆非恆星之實自行而全是測量之差一限也以諸自行法外之變皆非測量之差而全

爲恒星之實自行二限也乃用美以納所作之一百十三大自行恒星表即天學會所發行者而依斯得路佛分類之例求太陽與恒星合點之方向及設人在第一等恒星太陽每年當有之行差角則依一限得合點在赤經二百五十六度五十四分北極距五十度三十一分每年行差角一秒二六九又依二限得合點在赤經二百六十一度二十九分北極距六十五度十六分每年行差角一秒九一二此假設之二限所得之合點與前推得者見卷十六測得平行線合點條略同其太陽自行之路比前條所言甚大此因不計有大自行之星而有此差也咸豐九年愛

里在天學會中講此得數其後盾斯依此法更推之而用之自行恒星更多大小諸等及各率之星在北球有八百十九在南球有三百四十八共一千一百六十七依愛里所設幾何之例推之則依一限得合點在赤經二百六十一度十四分北極距五十七度五分每年行差角○秒三三四六又依二限得合點在赤經二百六十三度四十四分北極距六十五度每年行差角○秒四一○三此與前略合而與斯得路佛所得之行差角全合

太陽實有自行天學大家算學大家均已屢用多法精

心攷之知其方向略近赤經二百五十九度北極距五十六度所言之行率亦略近而皆可無疑然若推算恒星自行之全分有若干則減歲差光行差章動各數見本卷細推日與恒星條所餘者即知恒星自行之大半如盾斯之一千一百六十七恒星諸奇零平數之和以秒角記之若不減太陽之自行數則得總數爲赤經七十八秒七五八三北極距六十三秒二六八若減太陽之自行數則得總數爲赤經七十五秒五八三一北極距六十秒九○八四不爲詫異因太陽能自行則恒星亦必自行無論用何法推算其所得之移處若緣此故則太陽自行

實不能出此全分之小分也惟此諸亂移動及諸球諸點移動之例人尚絕然未知而其中有一小分與其全分極難分別今竟能定此一小分之數而知諸恒星之動及太陽相關之故則最爲奇異矣

前條所推太陽自行其數合否其行果平速否其道或係直線或係曲線非後世天學家累代精測不能定也今但能于天空作一弧線當作日道以表諸星攝力令日所行之方向耳案舊測天狼與南河第三星俱覺不行直線疑其繞一無光之體若聯星然近世彼得攷天狼之周爲五十年○九三其橢圜道之兩心差爲○·七九九四當乾隆

五十六年四五八過最卑點俱與今測合

續 攝動天狼之體未必爲暗體而或爲副星以尋常遠鏡窺之或被星光所奪而不見以大力遠鏡窺之則能見也心宿第二星有副星相距十二秒織女第一星有副星相距四十三秒南河第三星有副星相距四十六秒凡二星不論大小環繞公重心而移動則距公重心愈大其移動亦愈大在赤經及距北極皆有定時近時格拉格亞用所造十八寸徑之無暈遠鏡見天狼星之旁有副星依路特福與本特及沙哥納三人測見副星今在天狼之略正東約距十秒必得累年連測其相距與

方位以定其是否爲副星則其攝力之例能解天狼自行不平速之實據也又哥勒斯迷言其所用遠鏡之力甚小于格氏所用者能測見天狼有六副星距天狼十秒至六十秒不等若將來有人能得此副星之實據則能於自行不平速之數內而擇其一故也奧洳彼得二人所言之自行微不平速或能先解明而後再徵各體攝動之實據也但既未得此實據則各家之說僅依測赤經所得不平速之數而已米利堅沙夫特又依測距極所得不平速之數然依行橢圜道或行前言之道或新攷之副星皆可解其自行之不平速也

近時有數天文士用光圖之理攷恆星之光及星氣之光甚得妙意累攷諸恆星有所得光圖內之諸光線各有不同而與地球內諸原質之光線相合黑京用此法攷天狼知其指輕氣三光線內之最明一線之位畧合于太陽光圖內此線之位詳言之測得天狼光圖內此最明光線在三稜玻璃折光之度數稍小于太陽光圖內此光線折光之度數依光浪之理凡光浪在折光質內之速率依光浪自初生至折光質面長短自初生至折光質面一秒中之浪數愈少則光浪愈長而折光之度數愈小設天狼內之一點定質有盪動而在光氣內

生等時之動發一光線若以星與地球爲皆不動則初生之動與後生之各動必依次序而至折光質面即三稜玻璃面至時之次序歷時與生時之次序歷時各相等若星與地球皆以平速相離則初動後之各動所行之路必依次加大所歷之時亦必依次加長故光線至折光質面折光之度數必小于星與地球各不動之度數也光浪每動歷時加多之較用精法可測得之則星與地球相離速率之比若光行速率之比亦可得矣黑京測得星與地球相距之速率每秒一百二十里當時地球行道之速率每秒三十四里七故得天狼星之速率每秒

八十五里三卽天狼星與地球相離每日七百三十四萬四千八百餘里然以光圖之定線爲輕氣所成則此數略可信若因未知之原質所成則此數不可信也意太陽或亦有如是之行而其所憑之理與前推測所定之諸法皆不相涉天學諸家有言天河與諸恆星及太陽聯爲一體而旋轉同繞天河面內之一點因諸星互相攝故不因離心力散飛空中近梅特勒定其所繞之點在昴宿中顧此點離天河平面至二十六度則未可深信蓋所繞之點疑必在天河面內也此當取天河中諸等星雖最小等不遺擇其易測者測其經度距極度卽能知天河果

自轉否惟望南北各地星臺用心測此事如是三四十年方能定也

日若果自行且與他星之行不相涉則必有日行視差日行光行差設恆星行而日不行則星但有實行日亦行則星并有視行而不知星日之距則實行視行混而爲一不可分是視差不能定日行也日行則視諸星必有光行差最大爲五秒故諸星方位皆依過星及合點之諸大圈而移其移多少之比若星距合點度正弦之比但其移往而不復若日恆以平速直行則無從知設久後日行之方向速率變則其移位之方向大小亦隨之而變雖可知然與星之實行相雜而難分是光行差亦未能定日行也

合光行及星自行二事測聯星環繞必生差假如二星相繞之面與視線成直角又設其周時爲萬日若日與聯星之重心皆定于空中則歷一周時二星必仍至原度若聯星之重心離日以平速直行退後每日過十分地道半徑之一則歷一萬日距我之數必增一千個地道半徑光行到我必遲五十七日故星雖已至原度然我視之尚不在原度再加五十七日始見其至原度是其視周時爲一萬零五十七日也若其重心進前則反是

談天卷十六終

談天卷十七

英國侯失勒原本

英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　删述
無錫　徐建寅　續述

星林

澄明之夜仰觀天星往往有簇聚而密于他處者用遠鏡窺天見簇聚之處益多有星團星氣星雲雲星之別總名之曰星林焉

恆星多簇聚處此必有一公理最易見者爲昴宿用目力察之僅見六七星測以遠鏡則見有五六十大星他星俱

距此稍遠即位亦然但散而疎星亦略大鬼宿中積尸氣望之若一點白氣測以小力遠鏡即能分爲無數星大陵閣道間亦然然非精遠鏡其星不能分焉此類皆名爲星團天空有若無尾之彗星者用遠鏡測之乃小平圓或橢圜之星氣乾隆四十九年法蘭西通書中載有梅西爾星氣表共一百零三處欲測覓彗星者須熟悉此表庶免誤視星氣皆諸星密聚其邊界略可辨愈近中心愈密光愈多如二版一圖即梅氏表中第十三星氣也星氣多有作平圓狀一若玻璨球中滿儲諸星自成一部與外星不相交涉也以其球之徑略推其星數當不下五千而球徑所占度不過十分此諸星光之和至我目小于四等星則其遠不可思議故意其每星必俱如太陽之大其相距如我距恆星也觀諸星自成一部知其有相屬之理觀其作球形知其有攝力觀其漸近心漸密之比例知其星非皆等距攝力中大于外也此諸星設無繞心行則無離心力必愈久愈密而合成一體若有繞心行則有離心力必共繞一軸不然則難保其相遇而相擊或謂準奈端理諸星互相攝因此每星必向球中心其向心力大小必與質積有正比例與距中心平方有反比例依此理各星必行于橢圜以公重心爲橢圜之本心其面與方向不論諸橢圜同

時成諸星之行周而復始永遠不變不必共繞一軸也

所測得道光十年諸星氣之方位列表于左

諸星氣經時距極表

	赤經時			距極度	
	時	分	秒	度	分
一		一六	二五	一六三	一
二	九	八	三三	一五四	一○
三	一二	四七	四七	一五八	五七
四	一三	四	三○	七○	五五
五	一三	一六	三八	一三六	三五
六	一三	三四	一○	六○	四六
七	一五	九	五六	八七	一六
八	一五	三四	五六	一二七	一三
九	一六	六	五五	一一二	三三
十	一六	二三	二	一○二	四○
十一	一六	三五	三七	五三	一一
十二	一六	五○	二四	一一九	五一
十三	一七	二六	五一	一四三	三四
十四	一七	二八	四二	九三	八
十五	一七	二六	四	一一四	二
十六	一八	五五	四八	一五○	一四
十七	二一	二一	四二	七八	三四
十八	二一	二四	四○	九一	三四

表中第五近東騎最顯目能見之狀若彗光分若四五等星測以大力遠鏡圖如球其徑二十分愈近中心愈明乃無數十三十五等星團聚而成又第十五在天紀第一星及第一雙星之間無雲之夜目亦能見此二星氣乃好里于康熙十六年及五十三年所測得者

侯失勒維廉分星林爲六類一爲星團其星皆明朗可見

有二種一成球形一作無法之形二爲星氣若遠鏡更精于今意能分爲諸星也三亦爲星氣則絕無可分爲星之證祇其光分大小區爲數種四行星氣五恆星氣六雲星維廉所用遠鏡在當時爲力最大所測得皆昔人所未見者言諸星林散列天空無一定次序而近天河之北極處最多如軒轅內平北斗三公郎位大角角宿中間一帶約爲天球八分之一星林在此者乃有三分之一婁昴畢觜四宿及五車天船八穀天棓候宗正天市垣徐吳越織女中間一帶則甚稀少約計之北半球赤經三十至七十五度二百二十五至二百七十度甚少而一百三十五至一

百八十度甚多其中一百六十五至一百八十度尤多南半球分布停勻除墨瓦臘尼雲外詳後無聚于一處者

星團作無法形者疎列天空不甚密聚大半俱近天河團中諸星或俱相等或大不等中心不甚密其界亦不明晰或即係恆星最密之處其內或有一星作深紅色甚明侯失勒維廉謂是未成球之星團蓋因諸星交互相攝從四面滙集漸漸成球然未有確證僅因諸星團之色有深淺而想當然耳有一星團中函十字架中一星拉該勒謂是星氣測其面積約四十八分方度之一中共一百十星俱七等以下最明者八星其色或紅或綠或青合觀之如七寶佩

可分之星氣乃星團之極遠者故其星光甚微非二三星相并不能見也其狀或爲平圜或爲撱圜恐實係無法形其星疎處不能見但見最密處爲有法形也凡用小力遠鏡測一切大星團皆成有法形用大力遠鏡始見爲無法形則若用力更大之遠鏡諸星必能分也近羅斯用大回光遠鏡管徑六尺能分舊遠鏡絕不能分諸星氣之星故星氣爲極遠之星團無可疑焉

不能分之星氣測以最精遠鏡仍如白氣不見有星然亦必與星團無異其星不能分乃愈遠光愈微故也而好里

諸人謂係尚未成星之氣侯失勒維廉言若果是氣此氣必能憑己之攝力凝聚成球故近中心最密其凝聚時有諸重心故成諸小體各體俱憑一公重心而凝故能成星氣久後成諸星而爲星團用己所造遠鏡測此諸星氣以證此理則見有所成之星已微能辨中有最密之重心近時所見諸星氣俱與此理合然則諸星團有星氣理有星聚理二者不相涉星氣乃無始來未成星之質星聚乃動重學之理諸星各依攝力向其公重心而成環鏡動也

諸撱圜星氣其兩心差大小不等所函諸星較平圜行者更難分其狀或微撱或幾成直線然中心星更密同也凡

最密處其光俱似平圓或星更大或因密聚視二三星如一星故中心諸星較易辨也凡自外向內漸近心漸密其漸密之比例有甚小者則中心微密而光少有甚大者則中心甚密而光多望之模糊若一極星爲星氣所隔焉有二最美觀一赤經一百八十二度三十八分十五秒距極四十一度四十六分一赤經二百零一度五十二分距極一百十九度俱道光十年之經緯度也

橢圓星氣最大而整齊者有二一在奎宿第七星旁一赤經九度四十八分距極一百十六度十三分乾隆四十八年侯失勒維廉之妹加羅林所測得者奎宿星氣如二版

三圖目能見之人恆誤謂彗星萬歷四十年馬流會測之言如燭光在玻璃燈中可謂善喻其狀用尋常遠鏡窺之爲長橢圓其光自外而內漸變大近中心變大尤速而較明然非一星而爲最密之星氣其面有他星可見用徑十八寸之回光遠鏡尚不能分所函之星用力更大者方能分之米利堅堪比日星臺官本特測得長二度半廣一度强其狀近橢圓而其東北一點有凸出于橢圓界外者中心最密略如一星不能明辨心之四周見無數微星徑二十分之界內約有二百星最異者有二黑帶細而直亘橢圜面略與長徑平行非精心細測不能見也又有一星氣道光十年其赤經一百九十八度五十二分四十五秒距極一百三十二度八分亦有一黑帶更明晰略與長徑合分橢圓爲兩半黑帶中間有一白帶色淡而細又有二星氣一赤經一百八十六度四十五分四十五秒距極六十三度五分一赤經一百八十七度四十七分四十五秒距極一百度四十分亦俱有黑帶也

星氣作環形者最少有一最顯者在漸臺第二第三星之間中力遠鏡即能見之雖小而甚清晰狀作橢圓環長短二徑比若五與四比其孔徑占徑之大半孔中非黑暗有微光淡薄如羅羅斯所造遠鏡能辨此爲最微之諸星其

邊有無數小星相聯如線

環形星氣已測得者列表如左乃道光十年之方位也

環形星氣表

	赤經 秒	赤經 分	赤經 時	距極 分	距極 度
	三九	一〇	一七	一八	一二八
二	二	一九	一七	三七	一三
三	一三	四七	一八	一	五七
四	三三	九	二〇	五七	五九

行星氣之狀與行星相似其面或平圓或微橢其界或清晰或模糊其光或通體停勻或明暗錯雜行星氣不多所測得者不過二十四五在南半球者居四分之三星氣中此類最美麗可觀今取最顯者十二列表如左乃道光十年之經緯度也

行星氣表

	赤經時秒	分	時	距極度分	度
一	三	二四	七	[illegible]	一〇四
二	三九	一六	九	三五	一四七
三	五二	五九	九	三六	一二九
四	三六	一六	〇	四七	一〇七
五	[illegible]	[illegible]	一一	[illegible]	三四
六	五六	[illegible]	一一	[illegible]	一[illegible]六
七	一八	五	一一	五	一[illegible]五
八	九	一〇	一九	[illegible]	八三
九	[illegible]	[illegible]	一九	三[illegible]	一〇[illegible]
十	一九	[illegible]〇	一九	[illegible]	[illegible]
十一	[illegible]	五[illegible]	[illegible]	[illegible]	一[illegible]
十二	[illegible]	一七	二[illegible]	二[illegible]	[illegible]八

表中第六星氣在十字架中，其光分約如六七等星，徑約十二秒，其面圜而微橢，界甚明晰，狀似行星，色深青近綠。凡恆星作青色者恆在黃星之旁，而行星氣每有青色者，如表中第四作天青色，第十一、十二俱青而更淡。又第二、第七、第九、第十二俱美觀，第三、第四、第十一俱爲長橢圜，其長徑爲三十八秒、三十秒、十五秒。第三近中心有九等星，而其面之光如絨球，如塵圜，則知亦爲無數微星聚而成也。表中第五最大，在天璇稍南偏東十二分，其視徑二分四十秒，設距日略如鶴翼星，則其實徑當七倍海王道徑。此星氣之光通體若一，設爲無數星簇聚而成，則漸近中心必漸明，不能如此停勻也。意或爲空球，或爲平面與視線成直角，俱未可知也。行星氣之光力必甚小于太陽，割太陽面徑一分之平圜，其光七百八十倍望時之月，今行星氣徑數分，而目不能見，則其光之大小，豈可同年語耶？阿拉哥意謂是胞體中心有一太陽，因遠極故不能見其光，映于胞胞大，故能見。蓋光不論遠近俱能到，其遠而不能見者，因分太小，故改作大分，即能見也。此說未確，若俱係本光，則小者不能見，大者能見。今太陽之光映于胞，必更薄，則雖變大，必仍不能見也。

近時羅斯與拉瑟拉用最大力之遠鏡精心久測，仍未解其故，且更見其中奇異之狀，益難解焉。

有雙星氣者，或二球形星氣，或二球形星圜，其相距、其方位、其光分之比例，一一與雙星相似，惟形狀及光分變大小則不同，其相與環繞未有確證，蓋其爲物甚大，則其行必甚遲，雖測之數千年，恐仍不覺也。然既甚近，若聯星，而雙行天空，與別星氣不相近，其有相屬之理無疑矣。以諸行星聲星屬之太陽聯爲一體，又聚無數太陽爲星氣，復聯爲一體，今觀星與恆星理同，則又必合無數星氣聯爲一體，如是遞推，愈大愈無窮，造物主之大智大力，眞不可思議矣。

星氣之狀，作有法形者，或與恆星之獨星、雙星有連屬之理，間有若一明星四周包氣，氣有淡光漸遠心漸薄，以至于無，間或有清晰之界，此類名曰雲星，最美麗者二：一赤經二百零九度四十七分，距極六十八度四十五分；一赤經六十一度三十九分，距極五十九度四十分。二星俱係八等，俱在明球中心，其球徑一爲十二秒，一爲二十五秒，此即侯失勒表第四類中四十六、六十九二星也。表分八類：一明星氣，二淡星氣，三最淡星氣，四行星氣，有帶星氣，有鬚星氣，短光星氣，一切異狀星氣，五甚大星氣，六殿密星圍，七

（畧密星圖八疏星團）此類最大者近奎宿及常陳皆有之。

星氣有與雙星相屬者其理最異，如赤經二百七十一度四十五分十五秒距極一百零九度五十六分有撱圜星氣長徑約五十秒有雙星近長徑兩端俱係十等星又斯得路佛測得赤經二百七十六度十五分距極二十五度七分亦有雙星大小不等居撱圜星氣長徑之二端又赤經二百零七度十五分五秒距極一百二十九度九分有撱圜星氣長徑二分近中點有密雙星皆九十等而大小略異相距不過二秒又梅西爾表中第六十四星氣人疑是密雙星更有數星氣亦如是。

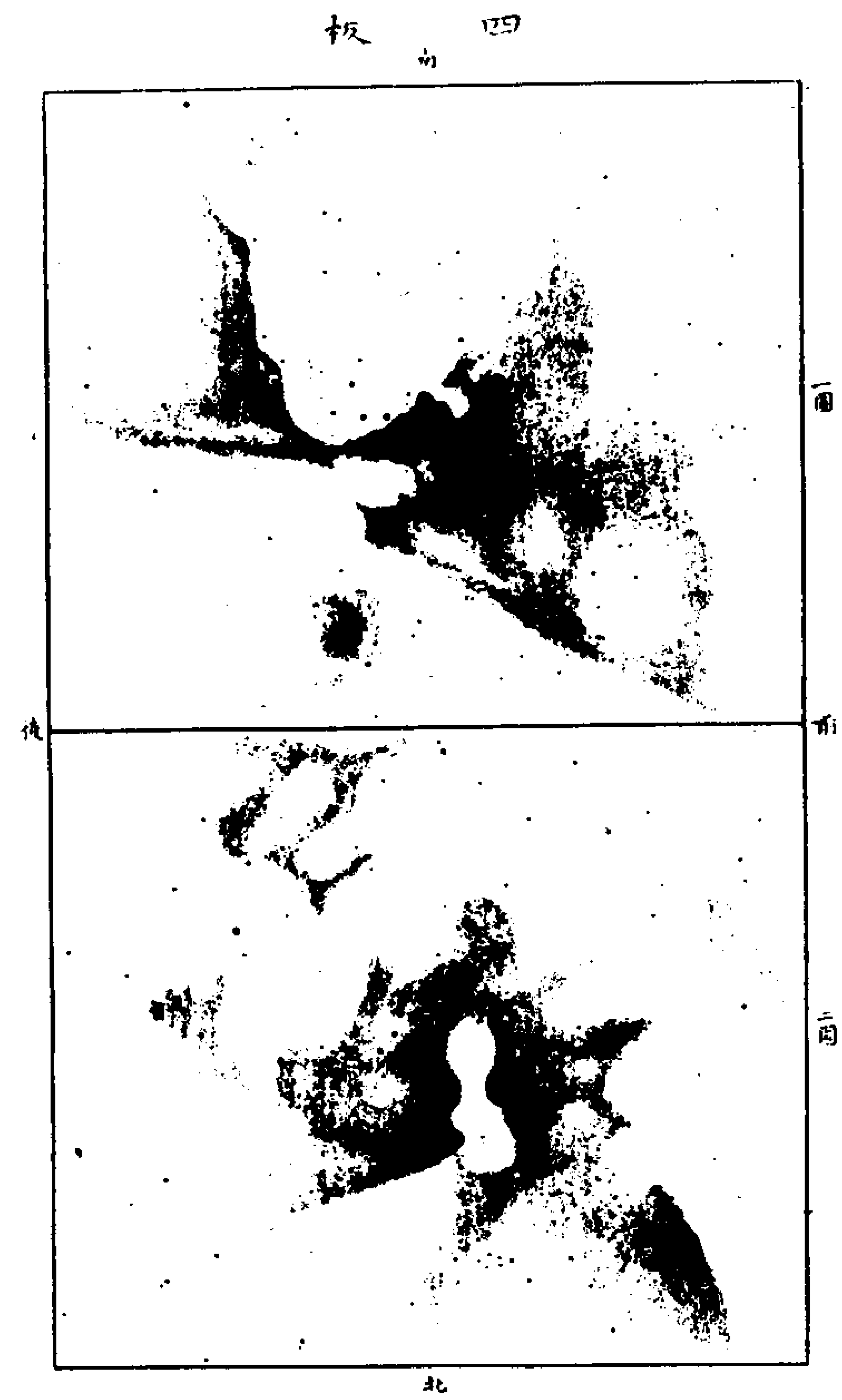
星氣之畧作有法形其最奇者爲梅西爾表第二十七道光十年赤經二百九十八度三分距極六十七度四十四分其狀作二小撱圜星氣有短頸相聯頸之疏密與二體略相等體頸四周漸外漸淡成撱圜總胞小撱圜居胞之短徑上測以徑十八寸之回光鏡見其面有星疏列而不能辨其皆爲星否羅斯用倍大回光鏡測之則見分爲無數小星中有星氣相雜而所見之狀不若小鏡之甚異也又第五十一其赤經二百度三十九分四十五秒距極四十一度五十六分測以徑十八寸之回光鏡見爲球體星氣大而且明球外有一光環環之光不停勻五分環周之二分爲二層其一層略向上與原環不同面別有小而明之圜星氣距環約如環之半徑用羅斯徑六尺之回光鏡測之則前所見向上一層今見作螺卷形又聯環與中體之諸帶亦似欲成螺卷形外之小星氣以細而曲之光線與環相聯（見六版三圖）此星氣全體俱可分爲無數微星焉。

續　羅斯與拉瑟拉見他星氣亦有此螺卷形而卷更清此種星氣頗多可爲另成一類梅西爾表中第九十九星氣爲此類內之最。

星雲爲星氣之別一種俱爲無法形其面最廣其狀與光各各不同惟其方位近天河之邊則俱同焉略遠者近參

宿距天河大圈僅二十度距天河視界十五度則仍在近天河左右一帶之內也前（十五卷用目視條）言天河有一分支從天船第三星卷舌第二星向畢昴二宿恐與此星雲相連焉故意星雲爲天河所分其方位可區爲四一參宿二老人三斗宿四天津益可信星雲爲天河之屬設我能見天河之全意必爲無法形焉。

當佽第二星處有大星雲自順治十三年海更士測得後天文士恆作圖論之其圖各不同蓋遠鏡之力不齊所見之狀各異焉（見四版一圖）乃用徑十八寸之回光鏡在好望角所測者其地之高度大于歐羅巴測較易此圖之橫得赤



經度三十分其縱得緯度二十四分圖與天相反北在下西在左也星雲之最明處若猛獸之頭張口呀呀厥鼻如野猪面上有諸星散列與雲不相連前所云伐第二星爲六合星十六卷右壁宿條近獸口最明處其六合星中乃星雲之空處稍暗處乃雲之不可分者近六合星最光明則獸之額也測以徑十八寸之回光鏡爲無數小光塊光不停勻顯在粒粒之狀知必爲諸星所合成用羅斯之回光鏡或米利堅堪比日星臺之無暈鏡測之始見爲無數星密列而成然欲獨察一星雖精鏡不能惟近而最密處見爲無數光點其爲衆星無疑焉伐第二星之北約三十三分經

度略同有二小星同爲一星氣所函其星氣明而有支狀最奇伐第三星亦爲一厚星氣所函用大力遠鏡細測之此二星氣各有光一帶與大星雲相連其光帶北行意其又聯函參宿第二星及相近數小星之星雲米利堅格致公會歲册中本特所繪之圖最精

續英國大格致公會同治七年歲册內有奥斯曼之圖更精

海山第二星在諸星雲密聚之處其星雲滿方度二見四版二圖約得諸星雲四分之一占赤經三十二分赤緯二十八分圖之右爲西上爲南在圖外者不甚明然益可見爲無法

之形測以徑十八寸之回光鏡無可分爲星之處中有撱圜洞近洞最明而濃然其光無分粒之狀不若伐之星雲可辨爲無數星也此星雲在天河星最密而明處其星在星雲面者多至一千二百然此一千二百星與星雲相去甚遠絕不相連乃天河掩遮星雲耳葢近此星雲赤經三十度之內約計天河每方度之星不下三千一百三十八俱列于天空暗處別無他星雲相雜故知此星雲在天河外遠至不可思議與我天河諸星各不相屬也

近斗宿第三星有星雲團聚處其狀甚奇難于形容中有一星雲合三星氣而成作無法形向內諸邊甚明向外光

漸薄以至不見中間有空洞無光分三支作屈曲狀其中一星氣向內邊有三合星在空洞分支處又有一星氣如摺扇亦如鳥羽從一星出其星近三星氣梅西爾表中第八星氣作展疊狀中有撱圜形暗洞若干有一最明處似其中心其面之上稍偏有甚密之星團與星雲不相連亦非若前星雲函參宿第二星也又梅氏表中第十九星氣距上諸星雲雖有數度然亦必同部此星氣作二弓相合形一明一暗合處有帶闊而明其中最明處可分爲諸微星團外有暗帶繞之其弓之背有不甚明之圜星氣與之相連

天津之星林亦爲幾箇星雲所合成其中有一星雲爲長帶狹而曲發二三支過天津第九星南之雙星餘星雲亦經三百十二度二十分距極五十八度二十七分乃侯失勒維廉及約翰所測得俱爲獨星雲而梅森謂乃繁而異狀之星雲其狀作曲狹長帶之分支又作蜂房形此星雲與星相雜而蜂房空處無星

墨瓦臘尼雲狀若二白雲又若割取天河二段二形大略俱圜而微撱然其界不整齊大者更參差似有光軸中間不甚了了兩端漸廣若撱圜線其東邊有一小斑色更明乃異星氣也詳後大雲赤經自七十度至九十度距極自一

百五十六度至一百六十二度其面積方度者約四十二小雲赤經自七度至十八度四十五分距極自一百六十二度至一百六十五度其面積方度者約十小雲之光月能奪大雲不能奪測以大力遠鏡見其狀極麗雜大雲更甚大率爲眾星林所合成其中有星氣徑十八寸之回光鏡不能分者亦有諸星明晰易分若天河者又有球體星團或疏或密者及無法形之星雲有獨具異狀他處所無者統大雲中之星林有二百七十八相近者又有五六十意必同部計每方度約得六箇半較天球各處爲最密也小雲中略少然測得者已有三十七相近者有六凡球體

星團橢圜星氣天河中甚少其最多處距天河甚遠此二雲中諸微星與天河無異而有一切星氣星團攙入其中是可異焉

大雲之視半徑爲三度當作正球則球頂底二點之距爲十分球心距日之一強故最近處之光力不太盛而最遠處之光力不太微此球內七八九十諸等星約六百餘諸種星林約三百又有無數微星散列其中自十一等以下至微極而爲星雲人或謂此雲自頂至底遠至不可思議譬從柱端望柱故不覺其甚遠耳余謂若只一雲此說亦可通然不當二雲皆如是故七八等星與難分之星氣其距我遠近必如九與十之比謂近迠而前所云凡星氣皆諸星聚而成尚未敢斷爲定論矣小雲中心偏西有一最密之球體星團目能見之作淡玫瑰色包于疎星白球中甚美觀其視徑十五分至二十分未定卽前表（本卷所測得條）中第一星氣也大雲中有異星氣狀若小彗之中體目能見之約爲五百分本雲面之一拉該勒曾細測之五版一圖卽測得之狀也

續有數星氣昔現今隱中有一者以遠鏡窺測確是彗星卽乾隆五十七年之第二彗星也上推此彗之道至明年正月初四日確是馬斯奇林所測得之星氣無疑因

彼時之表當在赤經二小時三十九分距北極四十六度十五分與所測得者相合也惟此外另有實是星氣忽隱而後又現者或初暗而後大明者或在熟知之處昔無今忽現者不可謂昔本有而未見也咸豐二年八月二十八日欣特在畢宿處測得昔所未見之星氣依咸豐十年之表赤經四小時十四分北距極七十度四十九分後又屢見之咸豐五六兩年中達味亦屢見之咸豐十一年八月二十七日又測之不見至十一月二十八日斯得路佛用波羅咯之大回光鏡測之雖能一見而甚難矣同治元年二月二十三日又變甚亮以遠鏡窺之見聚光之細線發光芒也咸豐九年八月初五日搭得勒測得昔所未見之星氣依咸豐十年之表赤經十八小時二十三分五十五秒距北極十五度二十九分四十八秒奥沕言此星氣略明而長同治元年閏八月初一日達味見其明大異常昔時維廉與約翰曾用遠鏡盡察此處之諸星若有此星氣不能不見之也同治二年三月十一日巴黎斯雲學會之報載沙哥納于近天關測得一星氣依咸豐十年之表赤經五小時二十九分四秒距北極六十八度五十二分二十秒其星氣甚亮且在此甚熟之處若昔時已有如此之亮亦

不能不見之也咸豐九年九月二十四夜但白勒在切近昴宿第五星新見一星氣甚奇初似彗星次見其位不移乃知實是星氣十年十一月二十日但白勒與波伯二人在馬塞里用十六尺回光鏡測之難見依咸豐十年之表赤經三小時三十七分五十二秒距北極六十六度四十分十三秒奧𡖖云其大十五分形爲三角想因近昴宿第一之明星故昔未見也欣特亦言常疑昴宿界內有星氣梅西爾表內第八十星團人已屢經窺測而熟知其爲扁球圜形內函無數微星包克孫于咸豐十年四月初八日見其內有七八等之小星依咸

豐十年之表赤經十六小時八分四十一秒距北極一百十二度三十七分三十四秒前次三月十九日曾用遠鏡測之不見所異三月二十一日無微星之狀惟異常明亮而縮小至四月初一日路得與奧𡖖亦見爲微星而記爲六七等星二十一日包克孫測之不見而奧𡖖仍見之知此星與星團不同一心

海山第二星中之撱圜洞四版二圖繪圖之時其界線明晰而全閉惟近時包維勒來書云撱圜南邊之界線已開此後武官侯失勒用五寸徑之無量遠鏡窺測之而與同治七年十一月初九日初十日測得而作之圖相比

知撱圜洞尚存但不及用更大力之遠鏡所見者明耳又圜內近于本星即海山第二星之四十九星內之四十八星其相與之位置未改能見也其第四十九星最小而難于認識又本星即海山第二星之光雖比昔大減然恆在撱圜洞東邊之最明處如藏入甚深者非如舊說在撱圜洞之內而在星氣外也蓋舊說以爲如此今知其誤也同治三年英國大格致公會歲冊內有星氣與星團五千七十八之總表依咸豐十年之赤經記之又有已推至後同治二十年之歲差及說皆約翰所著也

用光圖法測明星氣知雖最明者其實光亦甚淡故光

圖中不能見黑線如太陽之光圖也但所現之事異常不似太陽光與星光而更類火炎光或燒氣質光也最明之星球圜與能分星之無法形星氣所成之光圖皆有諸光度之光帶爲侯失勒維廉所測星氣之第四類名之爲行星氣及不分星之諸星氣則與前者不同此類內有伐與海山諸大星氣其光成單色光線有一定之折度合于太陽所成之淡氣光線亦合于以電氣附過淡氣之光線或爲此光線乃別單色光線或二或三相合而成又一光線合于太陽輕氣之光線此略言黑京所得之要事也武官侯失勒居印度之邦家羅耳于

無雲晴明之夜用英國大格致公會所贈光圖鏡測得與黑京者相合又有一據可解之武官侯失勒移去光圖鏡小槽之板以三稜玻璃觀遠鏡之全視界測梅西爾表中第四十六星團見此處有多明亮之星內有侯失勒第四類第三十九行星氣如淡光在諸星所發無數光條之間此星氣之光若非略單色則三稜玻璃變長不能如明辨之物此據可為極妙也

或言太陽有薄質包之故與雲星同類其證有二一曰黃道光二三四月間若天氣清朗日初入時能見之或八九十月日未出前亦能見之狀如光尖錐其軸在黃道面內

頂點距太陽之視度自四十至九十不等與軸正交之底自八度至三十度不等其尖錐角包太陽于中其頂出水星金星道之外有時頂點距太陽九十度則至地道矣愈近赤道見之愈明不可云北曉之類也或云太虛中薄氣略厚處能阻彗星此乃數萬彗星過最卑時所留尾上餘質積而成也或云是太陽之本氣然有如是氣胞當有橢率及大小而與中體同轉與動重學之理大不合也意或是無數小體與日相屬俱若小行星各有本道各有周時距我甚遠故視之甚微耳所見尖錐一若日光透門隙見光中無數微塵也此諸小體并之較日體尚甚微不可比

故擺動不能覺然其各道相交則有時必相遇而相擊而或落于日中或落于行星中各國史中所載隕石隕鐵諸事即此物也西史有四人為隕石所擊死周貞定王四年隕石于土耳其之衰可卜大摩大六七石後梁龍德元年以大利之那尼隕石于河中高出水面四尺明泰昌元年隕鐵于印度本若之斜林特其王曰杭格以鑄劍此後隕石于英國十六次一在倫敦嘉慶八年三月初六日午正法蘭西諾滿的之來格城空中有大火球裂為數千石而隕徧散于地方里者七八十王命人往觀之不誣此外不能勝載昔人謂此係地面或月中火山口飛出者非也今

人皆知是空中小體與行星同類其隕時有火光至地尚甚熱或于空中碎裂者蓋其下行速率遞增甚大與氣相磨力甚猛故發熱且生火也一曰流星與上鐵石諸小體異當別是一質每見大流星曳長光或大火球經過地氣之上層有時過後所曳光帶留于空中歷時數分始滅有時發喧鬧聲其體豁裂而隱有時無聲而自隱此必地氣外之物偶入地氣中而發光也乾隆四十八年七月二十一日有大流星經過歐羅巴州從蘇格蘭之舌蘭島至羅馬其速率一秒中約九十里距地面一百五十里其光較望時之月尤大實徑一里半其狀屢變後分為數體並行

各曳光尾爲最異焉或有時見流星多至無數如花礮亂放光滿天空歷數時之久徧大州大洋皆見之或兩半球皆見之此必在立冬後五六兩夜嘉慶四年道光十二十三十四諸年皆然其見史志者攷之亦恆在此二夜又立秋後二三兩夜亦有之然不能如是之多但常有大流星皆曳光尾徹夜不絕又有數夜略可定其時不如此諸夜之確準意地球行道每周至此處必過無數流星繞日道之面二二日始過盡其過時諸流星及地球之路皆當作直線論又諸流星俱若用同速平行而視地若定故從地望之若俱從天空一公點發出此與雲隙日光平行線之

合點同理二卷凡雲開微隙條故諸流星所行之弧線引長之俱成大圜立冬後五六兩夜所向之點近軒轅第十二星立秋後二三兩夜所發之公點恆近傳舍第七星無論此二星與地平成何方位皆然流星道非必與黃道同面但設爲擠圜且兩心差無定而各流星之速率及方向無論與地同異其所發公點之緯度雖大同未嘗不合理也若諸流星勻列于此擠圜道則地球繞日每年必一次過之若諸流星分作數隊依次相隨行于擠圜道而周時與地球不同則或閒數年一遇之所遇之隊有疏密故所見不同也近時天文家俱究心流星之理便孫伯勒蘭特二人欲知其道與地道之交角細測各流星初見至隱之時分及恆星中之方位用底線長五千丈從兩端測之知其高從四十六里至四百餘里不等速率每秒中五十二里至一百餘里不等其速如是繞日無疑也

道光二十七年七月初九日有大流星過法蘭西提揆伯及巴黎斯測如上法士魯士星臺官白底推得其繞日之道爲雙曲線半長徑〇·三二四〇〇八三負兩心差三·九五一三〇最卑點距日〇·九五六二六與地赤道面之交角十八度二十分十八秒正交點黃經十度三十四分四十八秒依此諸根推之此流星從最近恆星即視差一秒之星天

行三萬七千三百四十年而始至也

諸流星之行道設有方向速率略與地同而又近地則意必爲地攝力所留而繞地也若爲實體能借光照地則有時必于一剎那中見之即入闇虛而隱觀白底所測中有一疑其繞地如月其周時三小時一刻五分其距地心與地半徑比若二·五一三與一比其距地面爲一萬四千五百里也

續

依前言太陽之熱因摩盪而生見卷六日果爲火耶條故其體不燒毀礫裂古時倍根·棚說謂凡動者之熱皆因體內之質點常速轉而生其後細勒亦附和其說然其是否未

定近時梅爾儒勒唐生三人新論此理云凡體之動無論如何而生已生之後永不能滅若有物阻之則其動力變形而存于體內使其諸質點加速旋轉因此而成熱或成光或成光及熱而加入天空亮氣內之諸點分散于天空各處成所顯之光及熱也此說有數事不解而難信然合之則有妙論故謂熱因擊力與面阻力而生此可爲例矣瓦得孫唐孫二人因此解太陽之光熱瓦得孫云諸隕石行甚長之橢圜道如彗星相似其遇太陽之雲氣而落至太陽面者甚多而速率亦甚大太陽所發一切之大光大熱即由此而成準此太陽面每

方尺每小時必受隕石重五觔速率每秒一千一百三十里設隕石之疎密率等于花綱石則每年必蓋于太陽面高十二尺唐孫信此說而謂太虛之黃道光黃道光如星氣氣質之以螺絲道轉行漸近太陽而摩盪太陽之光氣見卷六問黑斑係何物條以成太陽所發一切之大光大熱然此不必詳辨可依前說見卷六用最精遠鏡隔黑色玻璃窺太陽條至細測太陽面諸斑條而攷遠鏡所見太陽之事以知此說之合理與否也

同治五年立冬後五夜見流星極多故後必以是年爲流星天學之元年也近時勤于測流星之人甚多故大英格致公會設白來利格類失格勒格與侯失勒亞力會合地面陸海多人如亥師及海定格等所測而用便孫伯勃爾特二人之原法詳攷獨流星顯滅之高與速率行道而知立冬立秋後之外亦有依定時而見之流星今已定流星顯滅之高及速率而得總說如左

一流星所顯之光道距地面之高至少五十八里至多三百七十六里其初顯時高之中數爲二百里滅時高之中數爲一百五十里故依北曉之證言雲氣之高過于一百三十里有據也

一流星之速率每秒五十里至二百三十里中數爲九十八里與便孫伯勃爾特之數合

一立冬立秋後之外最要之各隊流星小寒前四日所顯者合點在赤經二百三十四度北赤緯五十一度穀雨日所顯者合點在赤經二百七十七度北赤緯三十五度霜降前五日所顯者合點在赤經九十度北赤緯十六度大雪後五日所顯者合點在赤經一百零五度北赤緯三十度

立冬後甚多之流星米利堅紐赫温之奈端攷相傳之書知自唐昭宗至道光十三年共有十三次在唐昭宗天復二年後唐明宗應順元年宋眞宗咸平五年宋徽宗建中靖國元年宋甯宗嘉泰二年元順帝至正二十

六年明嘉靖十二年明萬歷三十年康熙三十七年嘉慶四年道光十二年十三年也其間之期爲三十二年三十三年三十四年中數爲三十三年又四分年之一即一百三十三年內有四次唐昭宗天復二年在霜降前七夜以後日期移易不勻至道光十三年則在立冬後六夜依歷法變此年爲日數（見卷十八設有舊歷某日條及設有新歷某日條）得二百零五萬零七百九十九日與二百三十九萬零八百六十七日之較爲三十四萬零六十八日而九百三十一太陽年爲三十四萬零四十日其較爲二十八日故發流星之日期在九百三十一年內漸移後二

十八日約每百年移後三日也按嘉慶四年道光十二年十三年人所推算者知在同治五六年當再見甚多之流星將此預傳各處使人候之至期有驗雖不及嘉慶時之亮而已爲甚亮同治六年所見者則尤多米利堅見其最大者音地亞那不路明敦人格固烏特自半夜至卯初一刻共見五百二十五流星近馬的尼島見光星如雨在特尼塔島之舟主名赤木云自丑正至天明記所見共一千六百流星巴哈馬島之那掃有武官名司多爾得與其伴自丑初至卯初二刻記所見共一千零四十流星彼時細攷此流星之合點在黃經一百四十二度三十五分黃北緯十度二十七分即在軒轅第十一第九之間也彼時自太陽觀地球之黃經爲五十一度二十八分故道光十三年因格謂合點在黃道面推之當時必略在地道內地球所在之點切線之方向故若以每流星爲細行星則必逆行環繞與地道同心之平圜或橢圜其最卑點或最高點略與合點相合在黃經五十一度二十八分而其道之長徑約在黃道之面內

設以流星爲細行星而地球與大發流星之處一百三十三年中相會四次則流星所行道之形有二法可解

之第一法謂微橢圜道周時略一恆星年第二法謂行長橢圜道周時三十三恆星年又四分恆星年之一第一法之橢圜道亦有二式第一式米利堅奈端之說其相會在橢圜之最高點周時三百五十四日五七少于恆星年十日六七半徑〇·九八一兩心差〇·〇二〇四第二式同治七年英國月錄無名氏之說其相會在橢圜之最卑點周時三百七十六日五六多于恆星年十一日三三半徑一·〇二一兩心差〇·〇一九二依第一式每恆星年必行一周多十度五十分故在三十三年內必過原點二度三十分依第二式每恆星年必行一

周而少如前數故在三十三年內必不及原點亦如前數故推算各周時得其元皆在三十一年三十二年三十三年及三十四年而流星恆必略近所會之原點也若諸流星散大至公總道闊十一度則幾必相會若散大至闊二十二度則定必相會而幾能連有兩年相會矣第二法以大利密蘭星臺官沙怕勒利之說其相會甚近橢圜道之最卑點周時三十三年又四分年之一半徑十〇·三四兩心差〇·九〇三三此法與前法其相會皆在往下時之中交點也其諸流星若散大至公總道之闊能容地球過此交點則歷時必多于一年爲一

百三十三分之四相會約可在所定之年若諸流星大之闊爲此二倍則相會必在所定之年若再濶則相會連有二三年而與古所記者相合矣每百年移後三日之故半因恆星年長于太陽年一日四尙有一日六乃因被他行星所攝動而每百年交點移前一度三十六分即每年五十七秒六地球屢近之攝力最大攝動必因此也故知必被地球攝動也

前言流星行道第一法之二式其速率必略同地球之速率而行與地球相逆可知其眞交角約倍其視交角而得二十度五十四分流星行道第二法在橢圜道之最卑點速率與地球速率比若一·三七一與一比設呷

呩爲地道吃叮爲流星道視交角吃呷叮十度二十七分吃叮邊爲一·三七一叮呷邊爲一則得叮吃呷角爲七度十三分故眞交角吃叮呩爲十八度三十一分

設諸流星爲細行星而略行正圜道與地道大小略同而逆行其道之交角不大于小行星中者之一道則與太陽所屬諸行星之例不合又因其無亂攝力能使外移而至其本道則必恆依此而行無窮之年而與地球相會無窮之次數故全圜必因地球之攝力所散亂而

使各流星行道之斜度與兩心差各不同設諸流星行長橢圜道而周時爲三十三恆星年又四分恆星年之一則似彗星之道彗星則常有逆行也彼得與沙帕勒利同時攷得但白勒于同治四年所測之彗星除過最卑點外其根數與此流星盡合列其二數如左以比較之

	流星道	但白勒彗星道
過最卑時	同治五年十月初七日	同治四年十一月二十五日
最卑點之距	〇·九八九三 即立冬後六日地道之帶徑	〇·九七六五
兩心差	〇·九〇三·三	〇·九〇五四

半長徑	一〇•三四	一〇•三三四
交角	十八度三分	十七度十八分一
中交黃經度	五十一度二十八分	五十一度二十六分一
周時	三十三年二五	三十三年一七六
行法	逆行	逆行

觀表內之半長徑一〇•三四，最卑點之距略爲一，則知最高點距日必一九•六四，稍出天王星道之外，而道面與天王星道面之交角甚小，長徑與黃道面略合，故天王星與流星同時至二道之交處略必相遇，無論長徑之方向有變，古必已有相遇之時，後亦必有相遇之時也。惟長徑之方向，未必與交點同變，尚未推算，故未能確知其變否。力佛理亞另立一說，云在漢順帝永延元年，必已相遇，彼時天王星與流星之行，俱慢于今，流星在最高點之速率，與地球速率比若〇•〇七與一，比得每秒行三里八二，故必久受天王星攝動之力，而流星道之方向，大有變移，卽與古時木星攝動勒石力彗星變之爲短時道相似也。見卷十一諸彗之道條可知流星之行古尚在外，若非天王星攝之，使行于今之道，則在地球永不能見之也。沙帕勒利又另立說，謂流星道之半短徑爲〇•四四一，其道面與地道面之交角小，故出地道面

之距，永不能過于一、五，地道半徑，又思古時必已近木星或土星，而受其攝動，使行于今之道也。按此說不合理，倘如此，則攝力必正加于道面，而行星與流星之速率，皆甚大，加力之時必甚小，所受攝動亦必甚小也。立秋後三日之流星，依同治二年侯失勒亞力測星所得，其合點在大陵中，若其道合抛物線，則遇時之速率與地行正圜當有之速率比，若二之平方根與一比，此與侯失勒亞力及同測者所定之速率略同。又沙帕勒利依此而推得其道之根數，知與同治元年大彗星道之根數略合，列其二數如左，以比較之。

	沙帕勒利推流星之根數	大彗星道之根數
過中交點	同治五年七月初二日未正	
過最卑點	同治五年六月十三日午初	同治元年七月二十九日卯正
最卑點黃經度	三百四十三度三十八分	三百四十四度四十一分
正交之黃經度	一百三十八度十六分	一百三十七度二十七分
交角	六十四度三分	六十六度二十五分
最卑點距	〇•九六四三	〇•九六二六
周時		一千二百三十七年四

設非抛物線道而是長橢圜道，周時約一百二十三年，亦是相合。惟若每年有相遇，則或正圜或橢圜，皆必全圜有流星也。立秋後流星之合點，各人各年所測者各不同，不及立冬後合點之有定，可知立秋後之流星屬太陽甚久于立冬後之流星，蓋各流星之周時，必有稍

異故久則行前留後而團聚者散開成一帶又因地球之攝動而諸交角兩心差亦各不同故合點不定也立冬後之流星不如此故合點有定也

談天卷十七終

談天卷十八

英國侯失勒原本
英國　偉烈亞力　口譯
海甯　李善蘭　删述
無錫　徐建寅　續述

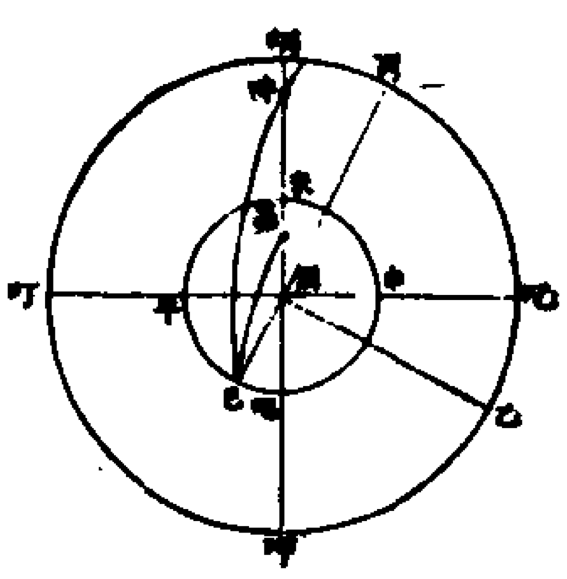
歷法

時如線可任用根度之設有時分用根度之得若干適盡則但言若干根卽得時分之全若用根度得若干尚有不盡數不滿一根則當言若干根又一根之若干分此歷法之大凡也

太陽日爲自然之根乃從日在子午圈至明日復在子午圈爲一根也統一歲計之此根每日有增損其差之最大爲半分強數甚微若非步天可不論歷代至今恆用其中數爲平太陽日

地球自轉一周謂之平恆星日準動重學理此根無增損或謂地球之熱氣漸散去地質漸冷而小則自轉漸速然準公理肇生人類至今此故生差尚甚微不覺故以今測上攷古歷無少差拉白拉斯曰自前漢至今其差不能滿一百分秒之一故以平恆星日爲根可無差雖久後行星令地道長徑變必生差然既攷正（十三卷設已眞二道條）則平恆星年仍可用

平太陽日本于恆星日，與月之太陽周恆星周相關之理同。七卷從前朔條歷法中定恆星日與太陽日之比例爲最要事，故用地球自轉一周之時爲根，蓋每星二次至子午圈之



時爲恆星日，較地球自轉一周之時有小差，而每星之恆星日又有不同，如圖，周爲黃極，已爲赤極，甲丙乙丁爲某元二至二分兩經圈，其已午未申爲赤極繞黃極之小圈，春分點行黃道一周，則黃極行此小圈亦一周，

談天十八　歷法　二

其積時爲二萬五千八百七十年，卽九百四十四萬八千三百太陽日也。假如申爲星在黃道甲乙丙丁與小圈已申未午之間，恰當子午圈，赤極已若不動，則地自轉一周，地子午圈已丙交黃道之點丙，必歷丁甲乙而復至丙，視星仍在子午圈，果如是，則星二次至子午圈與地球一周之時等。今不然，地球一周後，赤極已從已行至巳，子午圈從已丙移至巳丙，而視星不復在子午圈，少一周巳申角度。已巳弧度無論大小，理俱同。設已巳爲大弧，赤極從已行若干日至巳，則周巳申角度爲若干日中子午圈退行距星申之時角。凡星在丙未之間，此角漸大，赤極至未爲

一百八十度，極復至已，爲三百六十度，故地球自轉九百四十四萬八千三百次，赤極行一周，而小圈外諸星，過子午圈僅九百四十四萬八千二百九十九次，此二數比若一·〇〇〇〇〇一一與一比。設星在已午未申小圈之內，如昴，則子午圈距星之時角爲周巳昴極初行漸大，至午未弧中間一點爲最大，過此漸小，至未而爲〇，過未後子午圈在星之前，亦漸大，至申已中間一點爲最大，過此復漸小，至已而復爲〇，故小圈內之星赤極一周內二次過子午圈之中數，卽地球一周時，與無歲差無異焉。

任取黃道上一星，用無窮年太陽至此星之中數爲恆星

談天十八　歷法　三

年，推太陽日與各地子午圈恆星周之比例法，命平太陽日爲叮，所取星二次過子午圈之中數爲丁，恆星年爲地，則叮時中太陽與子午圈所過二度分比，若三百六十度乘地分之叮，與三百六十度乘丁分之叮比，此二率之較爲三百六十度，則三百六十度乘丁分之叮等于三百六十度乘地分之叮，加三百六十度，恆星年爲三百六十五日六小時九分九秒六，六卷凡地上條故得丁分之叮等于一加地分之叮，亦等于一·〇〇二七三七八〇，然丁非地球自轉一周數，尚有餘分，若一·〇〇〇〇〇一一與一之比，以此數增上數得一·〇〇二七三七九一與一，爲太陽日

與恆星日之比例也此根出于自然不變最便于用竊謂若古今但用此根于歷法大有益也

古挨及所行官歷之年爲三百六十五日爲最簡明之歷然發政授時之要依四時寒暑當用太陽年以太陽二次至春分爲一年也春分每年向西行故太陽年非恆星年六卷凡地上條春分行平速其差因黃道受諸行星攝動方位漸變而生十二卷黃道面條故太陽年亦有變今之太陽年較前漢時少四秒二一夫發政授時既不能不用太陽年而太陽年又未始無變故必另立一假歲實與眞歲實之數略近數百年中之積差可不論于常算便用也又太陽年與諸

小根無等數日不能度盡日帶分數亦不能度盡所度之餘爲無等數之數用時分秒收之亦不能盡故推時殊不便如每金錢當二十一銀錢并若干大錢若干小錢及錢之若干分故必詳計諸小數積之滿日乃進一覺甚繁也今西歷用格勒哥里法設二假歲實一三百六十五日一三百六十六日以哀棲球所推耶穌降世後第一箇正月初一日子正爲歷元所推之年在算內置積年以四約之不盡則爲三百六十五日若盡再以一百約之不盡則爲三百六十六日若亦盡再以四百約之不盡則爲三百六十五日若亦盡則爲三百六十六日如積年一千八百三十三以四約之不盡爲三百六十五日又一千八百三十六以四約之盡以一百約之不盡爲三百六十六日餘類推假設積一萬格勒哥里年欲知其中有若干日自一至萬逐數計之四不能約盡者有七千五百四能約一百亦能約而四百不能約盡者有七十五故一萬年中七千五百七十五年俱三百六十五日二千四百二十五年俱三百六十六日統計得三百六十五萬二千四百二十五日約得每年之中數爲三百六十五日二四二五太陽年之歲實爲三百六十五日二四二二四故用格勒哥里法歷一萬年較太陽年少二日六卽二日十四小時二十四分

則三千年所差不滿一日于發政授時已可無誤欲令更密再以四千約之不盡爲三百六十六日盡爲三百六十五日則歷十萬年爲三千六百五十二萬四千二百二十五日較今太陽年僅差一日用格勒哥里年某節約在某月某日歲歲相同故雖婦人孺子亦能記之法最便也

凡紀年耶穌降世一年之前年卽爲耶穌前一年無耶穌降世〇年也故凡以耶穌前若干年與耶穌降世若干年相并當減一數如耶穌前四千七百十三年正月初一至耶穌降世一千五百八十二年爲六千二百九十四年非六千二百九十五年推步家須謹記之

西歷起于羅馬羅馬歷自怒馬至該撒儒略一年爲十二月即三百五十五日祭司與大吏任意改定有時欲令寒暑與太陽年合變亂至不可紀極該撒儒略徵請亞力山太天算家鎖西日泥定歷始創三百六十五日與三百六十六日二歲實之法以三百六十六日爲閏年每四年一閏于耶穌前四十五年正月初一日爲始改用新歷乃冬至後第一合朔也是時歷法甚亂既用新歷令其前一年爲四百四十五日故史稱其年爲亂年也儒略既定歷下令諭民其令不傳意其中必有每間三年閏一日之語歷未行而該撒死死後祭司不明歷以本年爲第一閏年第

四年又爲閏年如是每三年一閏歷三十六年法當閏九日而誤閏十二日該撒亞古士督覺其誤下令連十二年不置閏日乃合儒略之本意後不復改至小餘積久自生差而格勒哥里改之準亞古士督所改漢儒子嬰初始元年新莽建國四年天鳳三年等俱爲閏年歷家皆依此上推

各國歷法俱古今屢改記載時日非用本歷推之不能通今歷家定一法可與各歷相較而推以耶穌前四千七百十三年正月初一日午正爲歷元名儒略元以七千九百八十儒略年爲一總二十八年爲一會禮拜與月之日復如初置耶穌降世積年加九以二十八除之餘爲入會年也十九年爲一章共二百三十五朔望與十九年每年三百六十五日四分日之一相較所差約一小時半故設章之首年正月初一合朔則每後十九年遇正月初一亦必合朔也又諸合朔在某月某日後一章俱與前章同此爲雅典天算家默冬所定故西名默冬章置耶穌降世積年加一以十九除之餘爲入章年也四章七十六年爲一蔀乃加里波所定故西名加里波蔀惟在一蔀內差六小時四蔀即三百零四年內差一日十五年爲律會乃君士但丁所定律家用之置耶穌降世積年加三以十五除之餘

爲入律會年也會章律會俱名爲會以二十八乘十九再以十五乘之得七千九百八十年即一總也則三會俱終三會俱無等數故一總中無二年相同者故任舉一年但知爲三會之各第幾年即知爲某年蓋古今史中一總未終也總之第一年即耶穌前四千七百十三年爲三會所同起以是年正月初一日亞力山太午正爲總之首即歷元也攷古史時日皆以此歷元爲本從此歷元至他歷元推其積日若干則二歷即可通也用亞力山太午正者因多祿某用此地之子午圈推定那波那耍之歷元而其書中恆用之故也

設有年已知入三會之各第幾年求入總第幾年法以四千八百四十五乘入會年數以四千二百乘入章年數以六千九百十六乘入律會年數乘畢并之滿七千九百八十去之餘爲入總之年也

儒略元至西國諸大事及諸曆元之積日列表如左

諸元	儒略曆	耶穌紀年	儒略曆	積日
儒略元	正月初一	前四千七百十三	一	〇
開闢屋實所據	正月初一	前四千零四	七百十	二十五萬八千九百六十三
洪水阿波哈三占沙所據	二月十八	前三千一百零二	一千六百十二	五十八萬八千四百六十六
洪水常用	正月初一	前二千三百四十八	二千三百六十六	八十六萬三千八百十七
亞伯拉罕元泥各拉所推	十月初一	前二千零十五	二千六百九十九	九十八萬五千七百十八
破特羅呼城泥各拉所推	七月十二	前一千一百八十四	三千五百三十	一百二十八萬九千一百六十一
陽所羅門殿	五月初一	前一千零十五	三千六百九十九	一百三十五萬零八百十五
羅馬小會常用之元	七月初一	前七百七十六	三千九百三十八	一百四十二萬八千一百七十一
築羅馬城元傳疑	四月二十二	前七百五十三	三千九百六十一	一百四十四萬六千五百零二
那波那曳元	二月二十六	前七百四十七	三千九百六十七	一百四十四萬八千六百三十八
默冬章元天文	七月十五	前四百三十二	四千二百八十二	一百五十六萬三千八百三十一
加里波部虞阿所推	六月二十八	前三百三十	四千三百八十四	一百五十九萬九千六百零八
腓立元	十一月十二	前三百二十四	四千三百九十	一百六十萬三千三百九十八
西雷古地元	十月初一	前三百十二	四千四百零二	一百六十萬七千七百三十九
安提阿元	九月初一	前四十九	四千六百六十五	一百七十萬三千七百七十
儒略改曆	正月初一	前四十五	四千六百六十九	一百七十萬四千九百八十七
士班雅元	正月初一	前三十八	四千六百七十六	一百七十萬七千五百四十四
羅馬元	正月初一	前三十	四千六百八十四	一百七十一萬零四百六十六
亞力山太元	八月二十九	前三十	四千六百八十四	一百七十一萬零七百零六
耶穌降世	正月初一	一	四千七百十四	一百七十二萬一千四百二十四
丟格列山元	八月二十九	二百八十四	四千九百九十七	一百八十二萬五千零三十
回回元天文合朔	七月十五	六百二十二	五千三百三十五	一百九十四萬八千四百三十九
波斯元	六月十六	六百三十二	五千三百四十五	一百九十五萬二千零六十三
日拉利元泥各拉所推	三月十四	一千零七十九	五千七百九十二	二百十二萬五千二百八十五
諸西國舊曆之末日	十月初四	一千五百八十二	六千二百九十五	二百二十九萬九千一百六十
英國舊曆之末日	九月初二	一千七百五十二	六千四百六十五	二百三十六萬一千二百二十一

諸元	格勒哥里曆			
諸西國行新曆	十月十五	一千五百八十二	六千二百九十五	二百二十九萬九千一百六十一
英國行新曆	九月十四	一千七百五十二	六千四百六十五	二百三十六萬一千二百二十二
一千八百零一年之首	正月初一	一千八百零一	六千五百十四	二百三十七萬八千八百六十二
天文公會星表之元	正月初一	一千八百三十	六千五百四十三	二百三十八萬九千四百五十四
英格致公會星表元	正月初一	一千八百五十	六千五百六十三	二百三十九萬六千七百五十九

右默冬章及回回元熱帶間所行官曆較天文曆遲一日蓋天文曆用眞朔而官曆以初見新月爲朔也皮阿玫加里波部之元爲冬至合朔而本日已可見新月爲求二時中間之積分爲最要事若不明法意易致誤凡云某日云某年卽所求之日與年也如云耶穌前一年正月初五非入正月已過五日乃已過四日而入第五日也又前一年乃指耶穌降世第一年前之一年耶穌降世與耶穌前相接皆無〇年故耶穌降世之年卽耶穌前一年也

設有耶穌紀年求儒略曆之積年其年爲耶穌前則以減四千七百十四爲耶穌降世則以加四千七百十三觀前表自明

設有舊曆某日求儒略曆之積日法如前以耶穌紀年變爲儒略年所得減一餘以四除之所得命爲午不盡數命爲未乃依左第一表以午變爲積日依第二表以未變爲積日二日數之和卽從儒略元至本年正月初一之日數也又依第三表求正月初一至本日之數未爲〇則用閏年一層未爲一二三則用常年一層以所得日數加于午

末日數和。即儒略元之積日。算外爲本日。

一表

四年積日之倍數	
一	一千四百六十一
二	二千九百二十二
三	四千三百八十三
四	五千八百四十四
五	七千三百零五
六	八千七百六十六
七	一萬零二百二十七
八	一萬一千六百八十八
九	一萬三千一百四十九

二表

除年之積日	
○	○
一	三百六十六
二	七百三十一
三	一千零九十六

三表

正月初一至各月初一之積日

各月初一	常年	閏年
正月	○	○
二月	三十一	三十一
三月	五十九	六十
四月	九十	九十一
五月	一百二十	一百二十一
六月	一百五十一	一百五十二
七月	一百八十一	一百八十二
八月	二百一十二	二百一十三
九月	二百四十三	二百四十四
十月	二百七十三	二百七十四
十一月	三百零四	三百零五
十二月	三百三十四	三百三十五

假如有英國舊曆。耶穌降世一千七百五十二年九月初二。求儒略曆之積日。法置一千七日五十二。加四千七百十三。得六千四百六十五爲積年。減一。餘六千四百六十四。以四除之得一千六百十六。無餘。依第一表化年爲日。得二百三十六萬零九百七十六。爲積日。算外得本年正月初一日。又依第三表求得正月初一至本日之數二百四十五。以加之得二百三十六萬一千二百二十一。即所求之積日。算外得本日。

設有新曆某日。求儒略曆積日。即以新曆當作儒略曆。如上法求得積日。減若千日。即得在耶穌降世一千七百年三月初一日之前減十日。自耶穌降世一千七百年二月二十八日之後至一千八百年三月初一日之前減十一日。自耶穌降世一千八百年二月二十八日之後至一千九百年三月初一日之前減十二日。自耶穌降世一千九百年二月二十八日之後至二千一百年三月初一日之前減十三日。餘類推。

求二時中間之積日。或一爲舊曆時。一爲新曆時。或皆爲舊曆時。或皆爲新曆時。俱不論。但以二時各求儒略之積日相減。即得。若帶時分秒。各加于日下。然後相減。按儒略法四年一閏。以歲實爲三百六十五日四分日之一。較眞

歲實略大。每九百年必差七日。故至耶穌降世一千四百十四年。覺春秋二分已不在三月二十一日。及九月二十一日。共議改曆。至一千五百八十二年十月初四日。始定用新曆。以初五日爲十五日。初歐羅巴奉天主教諸國改用新曆。而奉耶穌教之國尚用舊曆。至一千七百五十二年九月初二。英國亦改用新曆。以明日初三爲十四日。舊曆以仲春月二十五日爲歲首。新曆以季冬月初一日爲歲首。故舊曆之末一年。僅有二百八十二日。不滿九月。少三月有奇也。今統歐羅巴洲。惟俄羅斯未改。故其曆較各國差十二日。

凡攷史之年月日必用古歷推之史志中記天事其時不甚明者因今已深知月行動之法故可用法推定之如數千年之交食以今法上推不差一日史中或有他事與月食相連書者既知交食之日即知其事之日也

有典要之日食四次已如此推之記其時于右歷元表見本卷儒畧元條此四次中之一名大粟日食諸天學家辨論繁多終不相合近時愛里用喊孫印行之月表推算而得確數可無疑義古時名爲大粟日食者用合陸奪多史載大粟預言其時至期日食而米太與呂太亞兩國因而罷戰倍利云若此非日食既則軍中不見也因用

歷表推算此日食在周匡王三年九月二日其影必過哈利河口故昔人以其戰略在此處而不能確定者至此推算而始可定矣惟按喊孫之表則此日食之影不至小亞西亞之北而必在亞梭弗海之北又按喊孫之表推算此日既或在周簡王元年其影必過壹循斯因此處之形勢更合于哈利河口故人皆謂其戰在此無疑周赧王時加搭其宜國人伐地中海內西西里島屑辣古之地彼地之官阿茄都格利以多船載其民人率之逃避至薄恩角次日船中多人見日食既倍里推算之知前所推者若合則古書所載此日食在周赧王五年不合也今知前所推者不合因再推之知赧王五年之日食經過西西里之南角必掩阿茄都格利諸船無有他日食能如此也

古史任奴分載波斯人攻米太人于辣立撒城時米太人見日食而驚波斯人乘而克之辣立撒城雖已堙沒而近時攷古者攷之尚有城跡知即今之甯綠也以喊孫之表推算此日食在赧王五年七月九日其影甚小僅闊七十餘里必過今之甯綠此亦證爲即古辣立撒城也且可知月表之精矣

日既統之以年而一年中日太多令人難記故各國皆分

其年爲若干分每分繫以名而分中諸日又各有號則某分某日了然易記矣有以月分不論年之日者如猶太土爾其歷每年十二月共三百五十四日是也英國分爲十二分其日數不等亦名曰月二月最小故閏日恆在二月也中國亦以月分而有閏月故四時不亂西國步天每日從午正起而所行官歷每日從子正起故天文歷日之前半與官歷日之後半相合餘不合又各地以子午圈爲準每日之始無論用子正日入日出皆不同故測天既記日又必記地之經度各國推經度皆以福島爲準因此島無天算家免爭端也竊謂以亞力山太爲準亦可蓋多祿某

步天之處各國俱重之不相忌也然但經度不能知一定之日假如距亞力山太一百八十經度未能定知本日爲歷之第幾日設一處爲一千八百四十九年正月初一日禮拜一同時必有一處爲一千八百四十八年十二月三十一日禮拜日欲去此差必用公時或太陽過平春分時而不用春分點者蓋春分點恆變有地軸尖錐動有諸星攝動力令黃道變而歲差不等然俱有復初之時尖錐動十九年而復諸星攝動之復時甚長尚未推定故用平春分此二事俱不論一若春分以平速逆行而日以平速順行古今日表以日之平經度爲準乃日之平恆星行加分點之平恆星行也此數用二千五百年測簿推得之三百六十度爲平太陽年無論何時以日之平經度變爲日時分秒即得統地球之公時名曰分點時以本年平春分爲元

用分點時始于耶穌降世一千八百二十八年定用特浪勃之日表表中平春分倫敦平時爲三月二十二日一小時二分五十九秒〇五巴黎斯平時爲三月二十二日一小時十二分二十秒五五白靈平時爲三月二十二日一小時五十六分三十四秒五五而分點時爲〇日〇時〇分〇秒〇〇自平春分至平春分得三百六十五日二四二二六四爲一分點年準此推得道光八年平春分爲耶穌降世一千八百二十八分點年之始爲儒略歷六千五百四十一分點年之始

各地午正所得分點時積分同分點年中其小餘每日皆同異年則不同如耶穌降世一千八百二十八年三月二十三日倫敦午正所得分點時積分爲〇日九五六二六一即〇日二十二小時五十七分〇秒九五二十四日午正大餘一二十五日午正大餘二小餘俱爲九五六二六一如是至一千八百二十九年三月二十二日小餘皆同至二十三日則不同蓋二十二日午正後加小餘二八六〇〇三即六小時五十一分五十秒六六爲前分點年所終後分點年所起故置一日以此小餘減之得〇日七一三九九七爲二十三日分點時積分而後分點年每日之小餘恆爲七一三九九七也設從二十二日子正起歷十二小時即小餘五〇〇〇〇〇所得分點時積分爲三百六十四日九五六二六一再加小餘五〇〇〇〇〇則得三百六十五日四五六二六一大于分點年三百六十五日二四二二六四即知已入新分點年以此二數相減得〇日二一三九九七爲一千八百二十九年倫敦三月二十二日十二小時分點時積分無論何地但知一年中午

正分點時之小餘則後若干年以二四二二六四之若干倍減本年小餘不足減者加一日減之即得其年之小餘設前若干年以二四二二六四之若干倍加本年小餘滿日去之即得其年之小餘如法以倫敦一千八百二十七年之小餘一九八五二五遞求得後諸年小餘如左

耶穌降世年	小餘
一八二八	九五六二六一
一八二九	七一三九九七
一八三〇	四七一七三三
一八三一	二二九四六九
一八三二	九八七二〇五
一八三三	七四四九四一
一八三四	五〇二六七七
一八三五	二六〇四一三
一八三六	〇一八一四九
一八三七	七七五八八五
一八三八	五三三六二一
一八三九	二九一三五七
一八四〇	〇四九〇九三
一八四一	八〇六八二九
一八四二	五六四五六五
一八四三	三二二三〇一
一八四四	〇八〇〇三七
一八四五	八三七七七三
一八四六	五九五五〇九
一八四七	三五三二四五
一八四八	一一〇九八一
一八四九	八六八七一七
一八五〇	六二六四五三
一八五一	三八四一八九
一八五二	一四一九二五
一八五三	八九九六六一

談天卷十八終

談天附表

諸極星常例等及光理等表

北半球

星名	常例等	光理等	星名	常例等	光理等
大角	〇·七七	一·一八	五車二	一·〇	一·四
織女一	一·〇	一·四	南河三	一·〇	一·四
參宿四	一·〇	一·四三	畢宿五	一·一	一·五
河鼓二	一·二八	一·六九	北河三	一·六	二·〇
軒轅十四	一·六	二·〇	天津四	一·九〇	二·三一
北河二	一·九四	二·三五	玉衡	一·九五	二·三六
天樞	一·九六	二·三七	天船三	二·〇七	二·四八
搖光	二·一八	二·五九	參宿五	二·一八	二·五九
五車五	二·二八	二·六九	勾陳一	二·二八	二·六九
軒轅十二	二·三四	二·七五	婁宿三	二·四〇	二·八一
開陽	二·四三	二·八四	奎宿九	二·四五	二·八六
五車三	二·四八	二·八九	天大將軍一	二·五〇	二·九一
策	二·五二	二·九三	婁宿二	二·五四	二·九五
王良四	二·五七	二·九八	井宿三	二·五九	三·〇〇
大陵五	二·六二	三·〇三	危宿三	二·六二	三·〇三
天棓四	二·六二	三·〇三	五帝座一	二·六三	三·〇四
鉞	二·六三	三·〇四	王良一	二·六三	三·〇四
天津一	二·六三	三·〇四	室宿一	二·六五	三·〇六
室宿二	二·六五	三·〇六	貫索四	二·六九	三·一〇
天璣	二·七一	三·一二	天璇	二·七七	三·一八
梗河一	二·八〇	三·二一	天津九	二·八八	三·二九
天鈎五	二·九〇	三·三一	天市垣蜀	二·九二	三·三三
太微垣右上相	二·九四	三·三五	河鼓三	二·九八	三·三九
閣道三	二·九九	三·四〇	右攝提一	三·〇一	三·四二
紫微垣少宰	三·〇二	三·四三	天棓三	三·〇六	三·四七
婁宿一	三·〇九	三·五〇	壁宿一	三·一一	三·五二

太微左垣次將	三·二四	三·五五	五車四	三·一七	三·五八
天市垣河中	三·一八	三·五九	常陳一	三·二二	三·六三
宗正一	三·二三	三·六四	天津二	三·二四	三·六五
卷舌二	三·二六	三·六七	昴宿六	三·二六	三·六七
卷舌四	三·二七	三·六八	天紀二	三·二八	三·六九
五車一	三·二九	三·七○	太子	三·三○	三·七一
離宮四	三·三一	三·七二	天市垣吳越	三·三二	三·七三
輦道增七	三·三三	三·七四	天船二	三·三四	三·七五
中台二	三·三五	三·七六	天大將軍九	三·三五	三·七六
天船五	三·三六	三·七七	太尊	三·三六	三·七七
柱一	三·三七	三·七八	紫微垣上弼	三·四○	三·八一
女牀一	三·四一	三·八二	南河二	三·四一	三·八二
天關	三·四二	三·八三	天廚一	三·四二	三·八三
井宿一	三·四二	三·八三	招搖	三·四三	三·八四
井宿五	三·四三	三·八四	天市垣魏	三·四四	三·八五
天鐏二	三·四四	三·八五	上衛增一	三·四五	三·八六
文昌四	三·四五	三·八六	上台一	三·四六	三·八七
柱三	三·四六	三·八七	漸臺三	三·四七	三·八八
鉞	三·四八	三·八九	少衛增八	三·四八	三·八九
上台二	三·四九	三·九○	閣道二	三·四九	三·九○

南半球

星名	常例等	光理等	星名	常例等	光理等
天狼	○·○八	○·四九	海山二	變大小無恆等	
老人	○·二九	○·七○	南門二	○·五九	一·○○
參宿七	○·八二	一·二三	水委一	一·○九	一·五○
馬腹一	一·一七	一·五八	十字架二	一·二	一·六
心宿二	一·二	一·六	角宿	一·三八	一·七九
北落師門	一·五四	一·九五	十字架三	一·五七	一·九八
鶴一	一·六六	二·○七	十字架一	一·七三	二·一四
參宿二	一·八四	二·二五	弧矢七	一·八六	二·二七
尾宿八	一·八七	二·二八	參宿一	二·○一	二·四二

南船五	二·○三	二·四四	天社一	二·○八	二·四九
海石一	二·一八	二·五九	三角形三	二·二三	二·六四
箕宿二	二·二六	二·六七	尾宿五	二·二九	二·七○
星宿一	二·三○	二·七一	弧矢一	二·三二	二·七三
孔雀十一	二·三三	二·七四	鶴二	二·三六	二·七七
斗宿四	二·四一	二·八二	天社三	二·四二	二·八三
土司空	二·四六	二·八七	天記	二·四六	二·八七
庫樓三	二·五四	二·九五	軍市一	二·五八	二·九九
參宿六	二·五九	三·○○	參宿三	二·六一	三·○二
庫樓七	二·六八	三·○九	尾宿二	二·七一	三·一二
弧矢增二十二	二·七二	三·一三	火鳥六	二·七八	三·一九
海石二	二·八○	三·二一	騎官十	二·八二	三·二三
南門一	二·八二	三·二三	弧矢二	二·八五	三·二六
虛宿一	二·八五	三·二六	房宿三	二·八六	三·二七
天市垣宋	二·八九	三·三○	軫宿一	二·九○	三·三一
尾宿七	二·九一	三·三二	庫樓二	二·九一	三·三二
天社五	二·九四	三·三五	軫宿四	二·九五	三·三六
房宿四	二·九六	三·三七	庫樓一	二·九六	三·三七
天市垣韓	二·九七	三·三八	危宿一	二·九七	三·三八
弧矢九	二·九八	三·三九	馬尾三	二·九九	三·四○
厠一	三·○○	三·四一	天市垣梁	三·○○	三·四一
斗宿六	三·○一	三·四二	天江一	三·○五	三·四六
氐宿四	三·○七	三·四八	太微左垣上相	三·○八	三·四九
老人增五	三·○八	三·四九	箕宿二	三·一一	三·五二
氐宿一	三·一二	三·五三	斗宿二	三·一三	三·五四
騎官四	三·一四	三·五五	天八一	三·一五	三·五六
南柱十一	三·二○	三·六一	壘壁陣四	三·二○	三·六一
軫宿三	三·二二	三·六三	玉井三	三·二六	三·六七
南船三	三·二六	三·六七	蛇尾一	三·二七	三·六八
軫宿二	三·二八	三·六九	杵三	三·三一	三·七二
鳥喙一	三·三二	三·七三	牛宿一	三·三二	三·七三
弧矢增二十五	三·三二	三·七三	房宿一	三·三五	三·七六

厠二	三·三五	三·七六	騎官一	三·三六	三·七七
尾宿九	三·三七	三·七八	伐三	三·三七	三·七八
杵二	三·四〇	三·八一	建三	三·四〇	三·八一
蜜蜂三	三·四三	三·八四	蛇首一	三·四四	三·八五
心宿三	三·四四	三·八五	柳宿六	三·四五	三·八六
平一	三·四六	三·八七	三角形二	三·四六	三·八七
心宿一	三·五〇	三·九一	弧矢增十九	三·五〇	三·九一

諸行星根數表

體名	距日中數 地距日爲一	中距時周以太陽日數	兩心差 長半徑爲一
水星	〇·三八七〇九八一	八七·九六九二五八〇	〇·二〇五四九三五
金星	〇·七二三三三一六	二二四·七〇〇七八六九	〇·〇〇六八七二二
地	一·〇〇〇〇〇〇〇	三六五·二五六三六一二	〇·〇一六七九一八
火星	一·五二三六九二三	六八六·九七九六四五八	〇·〇九三一一二五
穀女	二·七六六四三一三	一六八〇·六五〇	〇·〇八〇五〇九六
武女	二·七六八六九〇六	一六八三·一〇三	〇·二四〇〇一一六
天后	二·六七〇七五四三	一五九四·二二一	〇·二五六五九四九
火女	二·三六一六六八二	一三二五·六四〇	〇·〇八九〇八七九
蘇女	二·五七七八九六〇	一五一一·八〇〇	〇·一八七二一二三
嬉女	二·四二四六二九〇	一三七九·〇〇七	〇·二〇二八八五六
虹女	二·三八六〇三六〇	一三四六·二一二	〇·二三一二一四五
花女	二·二〇一三八六〇	一一九三·〇〇四	〇·一五六七〇四〇
慧女	二·三八六〇三三三	一三四六·二一一	〇·一二三八一五六
醫女	三·一五一一九七二	二〇四三·二〇〇	〇·〇九九三九一一
寬女	二·四五二四〇六二	一四〇二·七七〇	〇·〇九九〇一九七
勝女	二·三三四四九一六	一三〇二·七五六	〇·二一七八二一四
傳女	二·五七六二九七〇	一五一〇·四〇〇	〇·〇八六七五二〇
和女	二·五八六三九六五	一五一九·二八八	〇·一六五六七二五
時女	二·六四四一三七三	一五七〇·四五二	〇·一八六八二〇八
靈女	二·九二六三八四〇	一八二八·四九三	〇·一三四一二五四
海女	二·四七三二八一一	一四二〇·七二一	〇·一二七六〇四一
歌女	二·二九五六三二一	一二七〇·四三〇	〇·二一七四四二〇
吉女	二·四四一五六六二	一二九三·四八一	〇·一五七二三二六
王女	二·四〇八九一二二	一三六五·六二一	〇·一四四二九七七
巢女	二·四三四七四四四	一三八七·六四三	〇·一六一七〇九一
詩女	二·九〇九四九八七	一八一二·六九九	〇·一〇一九六〇二
栽女	二·六二八二一五四	一五五六·二九一	〇·二三二一八一七
公女	三·一四三九四一五	二〇三六·一四七	〇·一一七〇六二七
福女	二·三九九九八二二	一三五八·〇三三	〇·二五四七九〇〇
喻女	二·六五五二一〇〇	一五八〇·三一九	〇·〇八七一五七二
篇女	二·五四六三四六〇	一三一二·七六〇	〇·一七三六二一〇
戰女	二·七七八四七〇〇	一六九一·九八六	〇·一五〇〇九六
洋女	二·五五三六六四七	一四九〇·五四二	〇·〇七三七八五〇
天女	二·三六五四一三三	一三二八·七九五	〇·一二七六一四二
麗女	三·一五七一四二一	二〇四八·九八八	〇·二一八一四九四
果女	二·五八八七一三七	一五二二·三三二	〇·〇八〇二一四四
惡女	二·八六五〇六二〇	一七七一·三二八	〇·三三八一九六〇
巫女	二·八六七〇九五〇	一六〇八·八七七	〇·一〇五六一四二
沉女	三·〇〇六〇五四八	一九〇三·六八〇	〇·二一三六三一五
雅女	二·七四七九〇〇六	一六六三·七九二	〇·二九七一三〇九
信女	二·六四二一四七三	一五六八·六七四	〇·一七四八九二七
卵女	二·七四〇一四八三	一六五六·七五八	〇·一五五四三二二

談天附表 四

本星道與黃道交角 度	分	秒	正交黃經 度	分	秒	卑點距正交黃經 度	分	秒	元時星之中黃經 度	分	秒
七	〇	九·一	四五	五七	三〇·九	七四	二一	四六·九	一六六	〇	四八·六
三	二三	二八·五	七四	五四	一二·九	一二八	四三	五三·一	一一	三三	三〇
						九九	三〇	五〇	一〇〇	三九	一〇·二
一	五一	六六二	四八	〇	一五·五	三三二	二三	五六·六	六四	二二	五五·五
一〇	三六	二七·八	八〇	四八	四七·七	一四八	二七	一四·一	二五〇	四四	五〇·六
三四	四三	六·七	一七二	四二	一五·一	一二二	四	四八·一	三五四	四四	三六·九
一三	一	九·〇	一七〇	五二	四九·一	五四	四四	九·六	二六八	一八	四六·六
七	七	五·七	一〇三	二三	一一·七	二五〇	三八	一〇·三	五二	三四	二六
五	一九	五·七	一四一	二五	四三·五	一三五	二〇	二六·三	二六二	二四	二二·五
一四	四六	三八·〇	一三八	三七	二·四	一五	二二	一二·六	二六九	八	一六·九
五	二七	五三	一五九	四八	一二·三	四一	一九	三三·五	八	九	六·五
五	五三	六·〇	一一〇	一七	四六·六	三二	五四	二八·三	六八	四八	三一·九
五	三六	七·三	六八	三一	五八·四	七一	三二	一九·〇	二四八	一	四六·七
三	四八	一七·一	二八六	四三	五五·〇	二三四	四九	五七·七	三一六	五四	一六·七
四	三七	〇·九	一二五	五	五六·一	三一七	二一	四七	三〇四	五七	四五
八	二三	一·五	二三五	三三	三四·九	三〇一	五六	三六·〇	三一二	三三	五二·四
六	三一	五五·九	四三	一九	四五·四	一一九	〇	一六·二	一一一	五一	五九·四
九	七	二七·三	八六	四二	八·八	一八〇	六	三三·九	九八	五七	三三·四
一一	四三	三五·二	二九三	五八	二·七	二七	三七	二四·七	一〇七	〇	二四·五
三	三	五八·六	二五〇	三四	一·六	一四	四四	五七·六	二二六	七	三二·六
五	五六	五·六	一二五	二一	三七·二	二六〇	四〇	八·一	二四五	五	一
一〇	八	五八·六	一五〇	四	三〇·七	一五	九	五八·〇	一六七	三九	二〇·九
一	三二	三〇·二	二一一	二七	一八·二	三〇	二九	三三·三	四一	五一	一三·五
	四一	一一·二	二〇六	四二	三〇·八	九八	二六	二二·四	三五一	二	三九·八
三	三五	二一·〇	八〇	三〇	五六·二	三二六	二七	〇·六	三四九	二一	三三·〇
一三	四五	二八·四	六六	三六	二一·八	五六	三四	一三·一	二二四	四六	二六·六
一〇	一三	一二·一	六七	三九	一二·〇	一二四	九	六·七	一四一	三	五九·三
	四八	五一·六	三六	一一	四八·一	一三九	四九	二四·二	六二	二四	三九·七
二一	三四	五四·九	二一四	三	〇·一	三〇二	五三	五八·三	一〇八	四	二七·七
三	三五	三八·〇	四五	五五	三·四	二三四	五〇	二三·九	六一	一四	三〇·〇
一	三五	三〇·三	九三	四六	二二·一	八七	四〇	八·九	三一一	五六	四五
九	二一	二六·三	一四四	四一	九·九	一二二	五五	二九·六	六六	三	五七·四
六	七	四九·八	三五六	二八	三七·九	五七	二三	一·三	二八三	四〇	五八·五
二	六	一·八	三〇八	一六	八·四	三〇	五二	四九·六	三七	五九	九·五
二六	二六	〇·〇	三一	二八	四〇·〇	九四	一五	六·四	一五五	一〇	三四·一
五	二八	五一·六	二二〇	四七	三七·三	一九四	二	三二·三	六	二九	一五
一	五六	一八·九	九	六	四四·一	三四二	二七	五三·九	二八五	三九	一二·六
五	二六	三七·三	一八四	四二	二三·〇	一五〇	一四	四五·二	一〇五	三四	二二·〇
八	一〇	八·二	三五五	五一	二〇·九	二〇一	二六	二七·一	六二	五二	二四·三
一八	四一	五一·六	三五九	一〇	四六·四	四二	三八	二〇·〇	七二	三〇	三六·六
三	七	一〇·五	八	九	三七·四	六六	四	二八·二	四二	三四	三三·二
六	五八	二五·三	二九六	二七	三四·九	一〇〇	五一	四四·三	一一二	五八	二七·六

格勒司星曆各地元時 地	年	月	
敦倫	一八〇一	一	一·〇
上同	一八〇一	一	一·〇
上同	一八〇一	一	一·〇
上同	一八〇一	一	一·〇
上同	一八六四	一〇	一二·〇
上同	一八六四	九	六·〇
上同	一八六四	六	八·〇
上同	一八六三	一一	二三·〇
上同	一八六四	六	二六·〇
漢伯	一八六二	五	三一·〇
顧盆華	一八六二	九	一二·〇
蘊伯	一八四八	一	一·〇
上同	一八六三	五	三〇·〇
敦倫	一八六二	四	二六·〇
蘊伯	一八六二	七	二一·〇
敦倫	一八五七	八	二·〇
羅傳	一八六四	一	一〇·〇
敦倫	一八六二	六	一·〇
顧盆華	一八六二	一	三〇·〇
上同	一八六三	四	二九·五
蘊伯	一八六〇	七	一二·〇
敦倫	一八五八	三	六·〇
蘊伯	一八六〇	一一	八·〇
上同	一八六三	八	二九·五
敦倫	一八六〇	一	一九·〇
蒙伯	一八六〇	一	〇·〇
顧盆華	一八六二	二	一九·〇
敦倫	一八六二	一〇	二三·〇
蘊伯	一八六三	一	一三·〇
敦倫	一八六〇	二	六·〇
蘊伯	一八六三	七	二三·〇
上同	一八六二	三	二四·〇
上同	一八六三	六	三〇·〇
上同	一八六二	一二	一七·〇
上同	一八六二	三	九·〇
顧盆華	一八六二	一〇	一·〇
上同	一八六三	五	二八·五
蘊伯	一八六三	一	三·〇
上同	一八六三	一二	一六·五
上同	一八六一	一	〇·〇
上同	一八五六	一	〇·〇
上同	一八五六	一	〇·〇

質積母數 子數爲一	體徑之里數	體徑之角度秒數
	二五五〇〇〇〇	一九二二·六四
四八六五七五一	九二〇〇	六·六九
四〇一八三九	二三四四五	一七·五五
三五九五五一	二二九一八	
一一八〇三三七	一三一四五	六·四六

談天附表 五

諸行星根數表

諸行星根數表

[illegible]		本星軸與黃道面交角為 度	分	秒	自轉時 時	分	秒	[illegible]	視徑之角度 秒數
一六八四	〇·〇三六	八六	五四	三〇	九	五五	二一·三	〇·二四	三七·九一
	〇·〇一一	六一	四九		一〇	一六	〇·四	〇·一一	一七·五〇
	〇·〇〇三							〇·二〇	三·九一
	〇·〇〇一							〇·一五	二·八八

體徑之星數	質積母數為一子數	元時地	年	月	日	元時星之中黃經 度	分	秒
		巴黎	一八六五	一	〇·〇	九四	四	四一〇
		上同	一八六六	一〇	一·五	二三九	四九	三五一
		上同	一八六五	一一	一三·〇	三五三	四八	四三六
		上同	一八六九	一	〇·〇	一〇二	六	四三六
		上同	一八六六	一	二〇·〇	三九	一二	五七一
		上同	一八六六	五	一六·四	二五一	三二	五八三
		上同	一八六六	八	四·五	三〇四	五九	二一七
		上同	一八六六	八	三一·〇	三三〇	四四	五七一
		上同	一八六六	一〇	二八·〇	三五一	四四	二九六
		上同	一八六九	六	三〇·〇	二八一	二七	一六八
		上同	一八六七	一	〇·〇	二七八	二五	五六八
		上同	一八六七	一〇	二·〇	三四二	四〇	一五四
		上同	一八七〇	一	〇·〇	一五九	四七	三二
		上同	一八六九	一	〇·〇	一二七	五九	一二
		上同	一八七〇	一	〇·〇	二七五	一一	五一
		上同	一八六八	一	〇·〇	一二六	八	五〇〇
		上同	一八六八	一	〇·〇	一五〇	二五	一六九
		[illegible]自	一八六八	七	一一·〇	三一六	七	五二七
		上同	一八六八	九	一四·〇	三四六	三八	一八一
		上同	一八六八	一	〇·〇	三〇二	二八	五四〇
		上同	一八六八	一〇	一三·〇		二	六一
		上同	一八六八	九	一四·〇	一八	二四	一四二
		上同	一八六八	一〇	一三·〇	三四八	五四	六〇
		上同	一八六八	一〇	一一·〇	二二	二五	〇二
二六六一五〇	一〇四七六七	[illegible]	一八〇一	一	一·〇	一二	一五	二三〇
二二五二五〇	三五〇一六〇	上同	一八〇一	一	一·〇	一三五	二〇	六五
一〇三五六六	二〇四七二	上同	一八〇一	一	一·〇	一七七	四八	二三〇
一一六七二〇	一八七八〇	上同	一八五〇	一	一·〇	三三五	六	〇四
	海王之質積與體徑之真數未定							

卑點距正交黃經 度	分	秒	正交點黃經 度	分	秒	本星道與黃道交角 度	分	秒	兩心差 長半徑為一
一三一	一三	四八〇	二六	五〇	三三〇	二	五〇	三四〇	〇·二二九九〇九五
一九三	四九	三二〇	二七	三三	三一二	五	〇	三〇	〇·〇八五九二五一
三三九	一一	五六一	三三七	二二	一一	九	二二	二五一	〇·二三六一五四二
三二二	三五	五二七	二〇三	五三	二七〇	一一	五三	九七	〇·一九〇八九〇七
二八	三九	六七	八七	五五	五二一	四	四七	四四六	〇·二〇四九一一三
三三六	五九	九二	七六	二四	四六	一〇	五〇	五六九	〇·〇八二三五一一
三〇八	五〇	五二四	二七七	四二	五二五	五	一四	三〇一	〇·一六五一〇九七
三五三	一七	八一	三一一	三〇	一二七	一六	一一	二五五	〇·一八〇三〇四一
三〇一	一	二八五	七一	一四	五九六	二	一六	四七八	〇·一七四七一六六
六八	五四	三三	一一	四一	三四八	二	九	三一六	〇·〇六六二〇一三
三三三	二一	五六〇	一〇二	五二	三二七	九	五七	三〇	〇·一〇三一七一〇
二七五	三八	一六三	五	四	一一四	八	三六	三一八	〇·一四〇二六七〇
四四	三七	一九五	四	三四	三六四	八	五	一八五	〇·〇八八九三一二
三〇	二二	三四四	二四四	二二	三一四	一二	五一	一五	〇·一四六五三三八
一六四	一六	五一五	三二二	五一	四三	一六	六	三二一	〇·一四〇二七六三
六五	三三	三六〇	一六〇	三六	三四八	一一	四四	五八四	〇·二五六八九四一
一四七	四三	七五三	五四	一六	四三二	一五	三二	三五一	〇·一八九一八九一
三四三	〇	四六一	一二八	一六	五九三	六	九	五〇四	〇·一六九〇四五六
三二八	四〇	五一〇	三四三	三五	〇一	一〇	四	一九五	〇·一三九四〇四〇
三五五	九	一〇二	二一一	三二	四三二	五	六	三三	〇·二五四七六六八
三二六	一五	四八	一三五	五六	五六四	五	二一	三五二	〇·〇八〇六七〇七
六二	一一	五五四	四三	四六	四二一	二	五三	二六七	〇·一六七三四〇四
二四二	三六	一七八	一八七	五四	一八	二一	三八	五九〇	〇·一七六一九七二
三五	三七	五三六	六二	四二	三八九	四	四一	三三二	〇·一九五〇二三七
一一	八	三四六	九八	二六	一八九	一	一八	五一三	〇·〇四八一六二六
八九	九	二九八	一一一	五六	三七四	二	二九	三五七	〇·〇五六一五〇二
一六七	三一	一六一	七二	五九	三五二		四六	二八四	〇·〇四六六六八三
四三	一七	三〇三	一三〇	七	三一九	一	四七	〇六	〇·〇〇八四九六二

測得諸小行星者之名與測得之日

小行星名	測得者	測得之日
穀女	必亞齊	嘉慶五年十一月十七日
武女	阿爾白士	嘉慶七年二月二十五日
天后	哈爾定	嘉慶九年七月二十八日
火女	阿爾白士	嘉慶十二年二月二十一日
啟女	亨該	道光二十五年十一月初十日
稱女	亨該	道光二十七年五月十九日
虹女	欣特	道光二十七年七月初三日
花女	欣特	道光二十七年九月初十日
慧女	格類漢	道光二十八年三月二十二日
醫女	嘉斯把力	道光二十九年三月二十日
虔女	嘉斯把力	道光三十年三月三十日
勝女	欣特	道光三十年八月初八日
傳女	嘉斯把力	道光三十年十月初九日

和女	欣特	咸豐元年四月十九日
時女	嘉斯把力	咸豐元年七月初二日
靈女	嘉斯把力	咸豐二年正月二十七日
海女	路得	咸豐二年二月二十八日
歌女	欣特	咸豐二年五月初七日
吉女	欣特	咸豐二年七月初八日
王女	嘉斯把力	咸豐二年八月初六日
琴女	哥勒斯迷	咸豐二年十月初四日
詩女	欣特	咸豐二年十月初五日
戲女	欣特	咸豐二年十一月初五日
公女	嘉斯把力	咸豐三年二月二十七日
福女	沙哥納	咸豐三年二月二十八日
陰女	路得	咸豐三年三月二十八日
簫女	欣特	咸豐三年十月初八日
戰女	路得	咸豐四年二月初三日
洋女	馬爾得及包克孫	咸豐四年二月初三日

天女	欣特	咸豐四年六月二十八日
麗女	弗舊孫	咸豐四年閏七月初九日
果女	哥勒斯迷	咸豐四年九月初五日
瑟女	沙哥納	咸豐四年九月初七日
巫女	沙哥納	咸豐五年二月二十日
沉女	路得	咸豐五年三月初四日
馳女	哥勒斯迷	咸豐五年八月二十五日
信女	路得	咸豐五年八月二十五日
卵女	沙哥納	咸豐五年十二月初五日
喜女	沙哥納	咸豐六年正月初三日
律女	哥勒斯迷	咸豐六年正月二十五日
桂女	哥勒斯迷	咸豐六年四月十九日
地女	包克孫	咸豐六年四月二十日
愛女	包克孫	咸豐七年三月二十一日
使女	哥勒斯迷	咸豐七年五月初五日
香女	哥勒斯迷	咸豐七年閏五月初七日

家女	包克孫	咸豐七年六月二十七日
仁女	路得	咸豐七年七月二十七日
溟女	哥勒斯迷	咸豐七年八月初二日
牧女	哥勒斯迷	咸豐七年八月初二日
貞女	弗舊孫	咸豐七年八月十七日
禽女	羅侖得	咸豐七年十二月初八日
廣女	哥勒斯迷	咸豐七年十二月二十一日
鳥女	路得	咸豐八年二月二十一日
哲女	哥勒斯迷	咸豐八年二月二十八日
賜女	斯爾勒	咸豐八年七月初二日
中女	哥勒斯迷	咸豐九年八月十三日
記女	路得	咸豐九年八月二十六日
合女	路得	咸豐十年三月初三日
乾女	沙哥納	咸豐十年七月二十八日
獨女	弗舊孫	咸豐十年八月初一日
囚女	哥勒斯迷	咸豐十年七月二十四日

效女	勒恩	咸豐十年七月二十九日
漢女	嘉斯把力	咸豐十一年正月初二日
神女	但白勒	咸豐十一年正月二十六日
鴉女	但白勒	咸豐十一年二月初一日
光女	搭得勒	咸豐十一年三月初二日
衫女	包克孫	咸豐十一年三月初十日
游女	路得	咸豐十一年三月二十一日
夕女	沙帕勒利	咸豐十一年三月二十一日
濤女	哥勒斯迷	咸豐十一年三月二十七日
石女	路得	咸豐十一年七月初九日
期女	彼得	咸豐十一年十二月三十日
芥女	拓得勒	同治元年三月初九日
嫻女	但白勒	同治元年八月初五日
獄女	彼得	同治元年八月二十九日
舒女	達暎	同治元年九月二十三日
寒女	彼得	同治元年九月二十一日

獵女	路得	同治二年正月二十六日
配女	瓦存	同治二年八月初二日
賦女	包克孫	同治三年三月二十八日
舞女	但白勒	同治三年八月三十日
魁女	路得	同治三年十月二十九日
欣女	蘇斯把力	同治四年四月初二日
史女	路得	同治四年七月初五日
牘女	彼得	同治四年七月三十日
化女	鐵然	同治四年十一月十八日
林女	包克孫	同治五年四月初二日
盡女	彼得	同治五年五月初三日
妖女	士提仮	同治五年六月二十六日
休女	路得	同治五年八月二十三日
呵女	士提仮	同治五年九月二十七日
波女	彼得	同治六年六月二十五日
智女	瓦存	同治六年七月二十五日

旦女	瓦存	同治六年八月初九日
鼉女	路得	同治六年十月二十八日
婬女	角迦	同治七年正月二十四日
紡女	但白勒	同治七年正月二十四日
佳女	彼得	同治七年三月二十六日
黍女	波勒立	同治七年閏四月初七日
權女	瓦存	同治七年五月二十二日
拐女	瓦存	同治七年六月二十七日
聖女	彼得	同治七年七月初六日
夫女	瓦存	同治七年七月二十一日
伴女	瓦存	同治七年七月二十七日
霍女	瓦存	同治七年八月初一日
坤女	瓦存	同治七年八月二十五日
駃女		
犬女		
祥女		

呂女		
苟女		
祭女		
羊女	路得	同治十年正月二十二日
兒女	彼得	同治十年六月初七日
	瓦存	同治十年六月二十日
細女	彼得	同治十年七月二十四日
羅女	波勒立	同治十年七月二十八日

已知諸月根數表

距數皆準本星赤道半徑元時以嘉慶五年十一月十七日為準其時皆用平太陽日

太陰根數表

距地中數	六十半徑二七三四三三〇〇	平恆星周	二十七日三二一六六一四一八
平太陽周	二十九日五三〇五八八七一五	道之兩心差	〇〇五四九〇八〇七〇
交點平周	六千七百九十三日三九一〇八〇	高點平周	三千二百三十二日五七五三四三
元時交點平黃經	十三度五十三分十七秒七	元時高點平黃經	二百六十六度十分七秒五
交角中數	五度八分三十九秒九六	元時月平黃經	一百十八度十七分八秒三

[illegible]	〇〇一一三六四	徑	六千二百五十九里
[illegible]	〇五五六五四		

木星諸月根數表

質積 以木星積為十億	交點退行於地面周 年	定面交木赤道之角 分	秒	各道交定面角 分	秒	中距數	恆星周 日	小時	分	秒	月
一七三二八			六	〇	〇	[illegible]〇四八五三	一	一八	二七	三三五〇六	一
二三二三五	二九九一四二	一	五	二七	五〇	九六二三四七	三	一三	一四	三六三五	二
八八四九七	一四一七三九〇	五	二	一二	二〇	一五三五〇二四	七	三	四二	三三三六	三
四二六五九	五三一〇〇〇〇	二四	四	一四	五八	二六九九八三五	一六	一六	三一	四九七〇二	四

第一第二兩月之兩心差不能測第三第四甚小且因相與擺動時有變也

土星諸月根數表

距土星軌點黃經 度	分	秒	兩心差	元時之平黃經 度	分	秒	根數元時 年	中距數	恆星周 日	小時	分	秒	名	月
				二五六	五八	四八	乾隆五十五	二三六〇七		二二	三七	二二九	麻密	一
				六七	四一	二六	道光十六	四二一一二五	一	八	五三	六七	拉翹安	二
五四			〇〇四	三一三	四三	四八	道光十六	五三三九六	一	二一	一八	二五七	提特	三
四二			〇〇二	三二七	四〇	四八	道光十六	六八三九八	二	一七	四一	八九	泥渫帶	四
九五			〇〇二	三五三	四四	〇	道光十六	九五九二八	四	一二	二五	一〇八	亞利	五
二五六	二八	一一	〇〇二九三一四	一三七	二一	二四	道光十	二二一四五〇	一五	二二	四一	二五二	泰低	六
			大畧					二六七八三四	二一	七	七	四〇八	廉伯希	七
				二六九	三七	四八	乾隆五十五	六四三五九〇	七九	七	五三	四〇四	都比稚	八

凡經度自光環與黃道中交點起第八月道與光環之交角約為光環與土道交角之半餘七月之道俱略近光環面低昂之長徑順行每年三十分二十八秒希伯廉乃道光二十八年八月二十一日拉斯拉在英國里味不本特在米利堅堪比日同夜所測得其距數及周時大半出於意度又迦得因格拉斯拉皆言土星之光環除尋常遠鏡所見諸黑帶外尚有諸黑線界之

天王諸月根數表

月	名	周時 日	時	分	秒	中距數
一	亞利而	二	一二	二九	二〇·六六	七·四〇
二	恩白利	四	三	二八	八·〇〇	一〇·三一
三	底日雅	八	一六	五六	三一·三〇	一六·九二
四	阿白倫	一三	一一	七	一二·六	二二·五六

交點 交角

諸月道之面交黃道角約七十八度五十八分一[illegible]年正月黃道一百六十五度三十分其[illegible]

海王諸月根數已測定者惟一月其周時五日二十一小時二分四十三秒正交點黃經一百七十五度四十分卑點之黃經一百七十七度三十分其道與黃道之交角一百五十一度兩心差〇·一〇五九七中距數約十二倍海王之半徑

諸復見彗

彗名	道光時 年	月	日	過卑點時 時	刻	分	秒	卑點之黃經 度	分	秒	正交黃經 度	分	秒
好雷	一五	九	二六	酉正	一	一二	一六	三〇四	三一	三二	五五	九	五九
恩格	二五	七	八	巳正	三	一二	五	一五七	四四	二一	三三四	一九	三三
比乙拉	二六	一	一六	戌初	三	三	四四	一〇九	二	四七	二四五	五六	五八
費	二三	八	二四	子初	一	一三	一〇	四九	三四	一九	二〇九	二九	一九
微木祕	二四	七	二一	辰初	一	七	四七	三四二	三一	一五	六三	四九	三一
[illegible]孫	二六	二	一	寅正	三	一四	二九	一一六	二八	三四	一〇二	三九	三六

道光二十年因格重訂阿爾白士所著書中有嘉勒所造彗星表全載古今所推諸彗之根共一百七十八彗攷此表可證定上六百零一條之說表中彗道之交角不滿十度者凡十五逆行者三不滿二十度者凡二十九逆行者九揣圜之軌跡易見者三十七逆行者十一其中交角不滿十七度者九無逆行者準此前說更有據蓋測彗愈多知此理愈確也又有姑伯所循行之表載一百九十八彗之諸根數及說

根數表

彗道交黃道角 度	分	秒	長半徑	兩心差	周時 日	行法
一七	四五	五	一七·九八七九六	〇·九六七三九一	二七八六五·七四	逆
一三	七	三四	二·二一六四〇	〇·八四七四三六	一二〇五·二三	順
一二	三四	一四	三·五〇一八二	〇·七五五四七一	二三九三·五二	順
一一	二二	三一	三·八一一七九	〇·五五五九六二	二七一八·二六	順
二	五四	四五	三·〇九九四六	〇·六一七二五六	一九九三·〇九	順
三〇	五五	七	三·一五〇二一	〇·七九三六二九	二〇四二·二四	順

力佛理亞所推得地道之根數自元之前十萬年至後十萬年以嘉慶五年為元

元前後之年數	兩心差	卑點之黃經 度	分	交角 度	分	秒	正交點之黃經 度	分
前 一〇〇〇〇〇	〇·〇四七三	三一六	一八	三	四五	三一	九六	二三
九〇〇〇〇	〇·〇四五二	三四〇	二	二	四二	一九	七六	一七
八〇〇〇〇	〇·〇三九八	四	一三	一	一八	五八	七三	四七
七〇〇〇〇	〇·〇三一六	二七	二二	一	一三	五八	一三六	八
六〇〇〇〇	〇·〇二一八	四六	八	二	三六	四二	一三六	二九
五〇〇〇〇	〇·〇一三一	五〇	一四	三	四〇	一一	一一六	九
四〇〇〇〇	〇·〇一〇九	二八	三六	四	三	一	九一	五九
三〇〇〇〇	〇·〇一五一	五	五〇	三	四一	五一	六六	四九
二〇〇〇〇	〇·〇一八八	四四	〇	二	四四	一二	四一	三四
一〇〇〇〇	〇·〇一八七	七八	二八	一	二四	三五	一六	三九
元	〇·〇一六八	九九	三〇	〇	〇	〇	〇	〇
後 一〇〇〇〇	〇·〇一五五	一三四	一四	一	一四	二六	一四八	一五
二〇〇〇〇	〇·〇〇四七	一九二	二二	二	七	四六	一二四	二九
三〇〇〇〇	〇·〇〇五九	三一八	四七	二	三三	一九	一〇〇	二九
四〇〇〇〇	〇·〇一二四	六	二五	二	二七	五三	七五	三一
五〇〇〇〇	〇·〇一七三	三八	三	一	五一	五四	四八	一三
六〇〇〇〇	〇·〇一九九	六四	三一	〇	五一	五二	一〇	四七
七〇〇〇〇	〇·〇二一一	七一	七	〇	三四	五五	二二〇	三八
八〇〇〇〇	〇·〇一八八	一〇一	三八	一	四五	四〇	一七〇	一五
九〇〇〇〇	〇·〇一七六	一〇九	一九	二	四〇	五六	一三九	三
一〇〇〇〇〇	〇·〇一八九	一一四	五	三	二	五七	一〇九	五七

克羅爾所推得地道之兩心差與卑點之黃經自元之前一百萬年至後一百萬年 以嘉慶五年為元

元前後之年數	兩心差	卑點之黃經 度	分
前			
一〇〇〇〇〇〇	〇·〇一五一	二四八	二三
九五〇〇〇〇	〇·〇五一七	九七	五一
九〇〇〇〇〇	〇·〇一〇二	一三五	二
八五〇〇〇〇	〇·〇七四七	二三九	二八
八〇〇〇〇〇	〇·〇一三二	三四三	四九
七五〇〇〇〇	〇·〇五七五	二七	一八
七〇〇〇〇〇	〇·〇二二〇	二〇八	一三
六五〇〇〇〇	〇·〇二二六	一四一	二九
六〇〇〇〇〇	〇·〇四一七	三二	三四
五五〇〇〇〇	〇·〇一六六	二五一	五〇
五〇〇〇〇〇	〇·〇三八八	一九三	五六
四五〇〇〇〇	〇·〇三〇八	三五六	五二
四〇〇〇〇〇	〇·〇一七〇	二九〇	七
三五〇〇〇〇	〇·〇一九五	一八二	五〇
三〇〇〇〇〇	〇·〇四二四	二三	二九
二五〇〇〇〇	〇·〇二五八	五九	三九
二〇〇〇〇〇	〇·〇五六九	一六八	一八
一五〇〇〇〇	〇·〇三三二	二四二	五六
一〇〇〇〇〇	〇·〇四七三	三一六	二
五〇〇〇〇	〇·〇一三一	五〇	三
〇	〇·〇一六八	九九	三〇
後			
五〇〇〇〇	〇·〇一七三	三八	一二
一〇〇〇〇〇	〇·〇一九一	一一四	五〇
一五〇〇〇〇	〇·〇三五三	二〇一	五七
二〇〇〇〇〇	〇·〇〇七六	三〇三	三〇
二五〇〇〇〇	〇·〇二八六	三五〇	五四
三〇〇〇〇〇	〇·〇一五八	一七九	二九
三五〇〇〇〇	〇·〇〇九八	二〇一	四〇
四〇〇〇〇〇	〇·〇四二九	六	九
四五〇〇〇〇	〇·〇二三一	九八	三七
五〇〇〇〇〇	〇·〇五三四	一五七	二六
五五〇〇〇〇	〇·〇二五九	二八七	三一
六〇〇〇〇〇	〇·〇三九五	二八五	四三
六五〇〇〇〇	〇·〇一六九	一四四	三
七〇〇〇〇〇	〇·〇三五七	一七	一二
七五〇〇〇〇	〇·〇一九五	〇	五三
八〇〇〇〇〇	〇·〇六三九	一四〇	三八
八五〇〇〇〇	〇·〇一四四	一七六	四一
九〇〇〇〇〇	〇·〇六五九	二九一	一六
九五〇〇〇〇	〇·〇〇八六	一一五	一三
一〇〇〇〇〇〇	〇·〇五二八	五七	三一

天學家常用之數

天學家常用之諸率	倍數	對數	餘對數
圜周之率 以徑為一	三·一四一五九二七	〇·四九七一四九九	九·五〇二八五〇一
等半徑之弧度數	五十七·二九五七七九五	一·七五八一二二五	八·二四一八七七五
等半徑之弧秒數	廿萬六千二百六十四·八	五·三一四四二五一	四·六八五五七四九
圜周之秒數	一百二十九萬六千	六·一一二六〇五〇	三·八八七三九五〇
一分正弦之數 以半徑為一	〇·〇〇〇二九〇九	六·四六三七二六一	三·五三六二七三九
納白爾對數一之真數	二·七一八二八一八	〇·四三四二九四五	九·五六五七〇五五
以常對數化納白爾對數之倍數	二·三〇二五八五一	〇·三六二二一四九	九·六三七七八五一
偶似一半偶似曲線之矢	〇·四七六九四	九·六八六三〇四〇	〇·三〇三六九六〇
以法國之法尺化英尺數	三·二八〇九〇	〇·五一五九九二九	九·四八四〇〇七一
以法國之法寸化英寸數	三十九·三七〇七九	一·五九五一七四一	八·四〇四八二五九
以法國[illegible]化英尺數	六·三九四五九三	〇·八〇五八一二九	九·一九四一八七一
以法國[illegible]化英[illegible]數	十五·四三四六〇	一·一八八四三五一	八·八一一五六四九
以法國升化英立方寸數	六十一·〇二七〇四三	一·七八五五二二三	八·二一四四七七七

倫敦海面空中秒擺長之寸數	三十九·一三九二九	一·五九二六一二九	八·四〇七三八七一
重力一秒中所生速率一秒之尺數 緯三十五度十六分	三十二·一八一六九	一·五〇七六〇八八	八·四九二三九一二
地球中徑之英里數	七千九百十四·一〇	三·八九八三〇八八	六·一〇一六九一二
海面一方寸上風雨表壓力之英斤數	十四·七三〇四	一·一六八二一四五	八·八三一七八五五
寒暑表六十二度風雨表三十寸時一英立方寸蒸水之釐數	二百五十二·四五八	二·四〇二一八九二	七·五九七八一〇八
寒暑表三十二度水銀之重	十三·五九六	一·一三三四一一二	八·八六六五八八八
寒暑表三十二度乾氣中音之速率一秒之尺數	一千〇八十九·四二	三·〇三七一九六四	六·九六二八〇三六
空中光之速率一秒之英里數	十九萬一千五百十五	五·二八二二〇二九	四·七一七七九七一
以恆星月化中太陽日之數	〇·九九七二六九六	九·九九八八一二六	〇·〇〇一一八七四
以恆星年化中太陽日之數	三百六十五·二五六三八	二·五六二五九七七	七·四三七四〇二三
以太陽年化中太陽日之數	三百六十五·二四二二四	二·五六二五八〇九	七·四三七四一九一
以中朔望月化中太陽日數	廿九·五三〇五八七	一·四七〇二七二六	八·五二九七二七四
太陽中赤道地平視差	八秒·五七七六	〇·九三三三六五八	九·〇六六六三四二
太陰中赤道地平視差	三千四百廿二秒·三三五	三·五三四三三二二	六·四六五六六七八
太陽中視半徑	九百六十一秒·八二〇	二·九八三〇九三八	七·〇一六九〇六二
太陰中視半徑	九百卅四秒·六八五	二·九七〇六六五二	七·〇二九三三四八
光行差之常數	二十秒·四四五二	一·三一〇五九一四	八·六八九四〇八六
黃道交角章動之最大數	九秒·二三六	〇·九六四九〇〇五	九·〇三五〇九九五
章動經度之最大	十七秒·二五二四	一·二三六八四九五	八·七六三一五〇五
歲差之中數 乾隆五十五年為準	五十秒·二三四九二	一·七〇一〇〇五七	八·二九八九九四三
四十五度高蒙氣差之常數 風雨表廿九寸六寒暑表五十度	五十七秒·五二四	一·七五九八四九一	八·二四〇一五〇九
中地平蒙氣差	一千九百八十秒	三·二九六六六五二	六·七〇三三三四八
咸豐九年十二月初九黃道中交角	廿三度廿七分廿七秒·三八		

談天附表終

耶穌降世一千八百九十七年

天文揭要

登郡文會館譔

光緒二十三年丁酉第三次印

上海美華書館鉛板

益智書會校訂藏版

序

夫地球以上、建國實繁、而其最古者、蓋有四焉、曰中華、曰伊及、曰印度、曰革勒底是也、閱甞攷其典墳、稽其圖籍、知其自開創以來、各有天文諸說、輯爲成書、即各以天文星躔鴻其功用、則天文之不可少也彰彰矣、即如分野者賴以定國、航海者借以計程、以至憑經緯書軫與歷象以授人事、隨時以代天工、天之垂象以登人、豈徒能躔肇歲、鳳紀書元之用哉、況乎天文賴算學而獲實用、算學賴天文而創新理、天文與算學更有相生相依之功焉、余來中華、助理文會館事、因取泰西諸天文書、采其粹精、揭其體要、輯成一編、分上下兩卷、共一十八章、按書中綱領旨趣、歸類而列爲三、假諸器以步諸曜之經緯、爲天文用學、証諸曜之吸力與行向、爲天文力學、論諸曜之形勢體質、爲天文體學、末復列雜問、及星圖與表、是編之作、雖非本自一人、然從路密司者、則過半焉、夫以海內宿刋、皆載往迹陳辭、而於天文近來事蹟、杳無所攷、且將推算要式、大都删除、致使天文之實理、虛而難憑、故余不揣固陋、條分縷析、補闕拾遺、表而出之、以授館內諸生、使諸生因書而求習題、因題而究書理、由淺入深、庶不泥紙上之空談也、夫是編本爲課諸生而設、非敢問諸世也、因同人之請、不獲已而付之梓刋、豈余之本願乎、辛卯秋

赫士於登萊文會館謹識、

例

一〇天文學、原與吉凶災祥之事無涉、學者不可執泥屬僞謬說、妄解天文至理、

二〇天文學所論者、乃天空之諸曜、卽日月、行星、彗星、流星、隕石、恒星、星氣也、而其昭然可考者、惟地與隕石、餘須多年測望、始可準定、不然則錯失易生、如侯失勒窮廿年之力、始測定聯星、又如日面黑斑、初以爲高山、追於日邊仔細測之、始知黑斑、非爲高山、而爲深坑、故學者遇書中未言定之事、不可專憑書理、亦當兼憑測望定之、如日出入之點、爲何恆有變更、月合朔之牙、爲何必向東指之類是也、

三〇天文學、與算學形學八線學重學光學、各有關切、故學者須畧知諸學、於天文學始可尋緒而進、

四〇學者每遇一圖、須思此圖若展至眞處、其式必當如何、方可推知其理、不然恐終費勤勞、而無甚裨也、如夏日距天頂近、冬日距天頂遠、欲知其故、若不將黃赤二道之交圖、懸揣在天球之形勢、斷難明透也、

五〇地球與他曜之距、俱以里論、他曜彼此之距、皆以度論、學者雖知自天頂至天地平界爲九十度、而欲畧攷他曜相距幾何度、則無甚準、玆舉數端、取以爲準、如北斗星之第一星、距第二星、即大熊甲乙二星距爲五度、月之全徑、畧爲半度、自北斗第六星、即大熊之己星至其上小星爲十分半、天琴第五星之二曜、相距三分半、金星最明時、其全徑不過一分、

六〇西國天文書、其里數與尺寸數、皆以英里英尺寸爲準、按談天所載、知每英里爲華里之二零萬分之八千九百一十六、每英尺爲華尺之十萬分之九萬八千五百七十七、每英寸爲華寸之萬分之八千二百一十五、

七〇論經度、向日各國、皆以其本國京城爲經線之原點、殊有不便、近來歷家議定、以英國哥爾尼城爲原點、某處之經度、卽哥爾尼之子午線、及某處之子午線、於地極之交角、

八〇天空旣覩若一大空球、故天文恆論及大小諸圈、與本球同心之圈爲大圈、如赤道黃道子午圈、與天地平界諸圈是也、不與本球同心之圈爲小圈、如諸緯度圈是也、

九〇本書雖不多用天文諸號、而歷書及航海書、則多用之、故本書亦載之、如 ☉ 卽爲日、☾ 卽爲月、☿ 卽爲水星、♀ 卽爲金星、⊕ 卽爲地球、♂ 卽爲火星、♃ 卽爲木星、♄ 卽爲土星、♅ 卽爲天王星、♆ 卽爲海王星、☌ 卽爲合號、乃兩星度之號 □ 卽距日九十度也、☍ 卽距日一百八十度也、如 ♀□☉ 卽金星距日九十度也、

十〇本書所論之年數、皆自耶穌降世時、或前或後算起、而所

論之月則皆按西曆之月因其有定時也

年表

耶穌降世後一年卽漢平帝元年
一百年卽東漢和帝十二年
二百年卽東漢獻帝十一年
三百年卽晉惠帝十一年
四百年卽晉安帝四年
五百年卽齊東昏后二年
六百年卽隋文帝十二年
七百年卽唐武后十七年
八百年卽唐德宗二十一年
九百年卽唐昭宗十二年
一千年卽宋眞宗三年
一千一百年卽宋哲宗十五年
一千二百年卽南宋寧宗六年
一千三百年卽元成宗六年
一千四百年卽明惠帝二年
一千五百年卽明孝宗十三年
一千六百年卽明神宗二十八年
一千七百年卽康熙三十九年
一千八百年卽嘉慶五年
一千八百五十年卽道光末年

天文揭要目錄

天文揭要序

PREFACE.

A NEW edition of the present work being called for, opportunity has been afforded to effect a careful revision. No change has been made in the general treatment, but it is hoped that the style will be found both clearer and more concise.

Descriptions of obsolete methods and apparatus have been discarded, while some new matter, giving briefly the more important results of recent investigations, has been inserted.

Those who wish to consult the originals will find that almost all the mathematical sections and those pertaining to the general principles of the science, are from Loomis's Treatise on Astronomy. The method for computing Solar Eclipses, together with a few problems, are from his Practical Astronomy. Prof. Young's new work has been used in treating of the sun, planets and fixed stars, while at intervals through the work use has been made of Herschell, Newcomb and Holden, Proctor, Webb, Chambers and a few others.

W. M. HAYES.

Tengchow College, March 1st, 1897.

美國教士赫士口譯
蓬萊瀛橋周文源筆述

第一章　論地

第一節　何先論地○欲求經緯星之大小、遠近、軌道、輕重等事、必須先知地之大小、軌道、輕重、如欲測量日之遠近、必須先知地半徑之長短、而以為底線、方能測定日之遠近也、

第二節　地之形式○吾人所居之地、略似一大球形、其據有四、一無論自地面何處起程、順大圈往某向直行、必回至原處、且無論東西南北、任往何向、其所行之里數、亦幾適相等、若地非圓形、必不能回至原處、若地非甚為球形、里數亦必有大差矣、

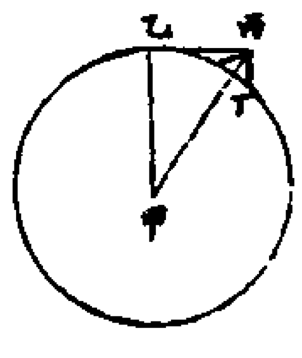
二各物之影、必如各物之式、據月之有蝕、實為地之影所蔽、而入月面之影常為圓形、故知地必為球形矣、

三凡自平面視遠處之物、理當見其大者、不能見其小者、今自平地或海面、視距地面遠

之小者、尚能見之、而距地面近之大者、反不能見之、何也、以目之視線直行、不能如弧之彎也、如自平地只見遠山之頂、而不見其根、自海岸只遙見船桅、而不見全身、皆可為證焉、

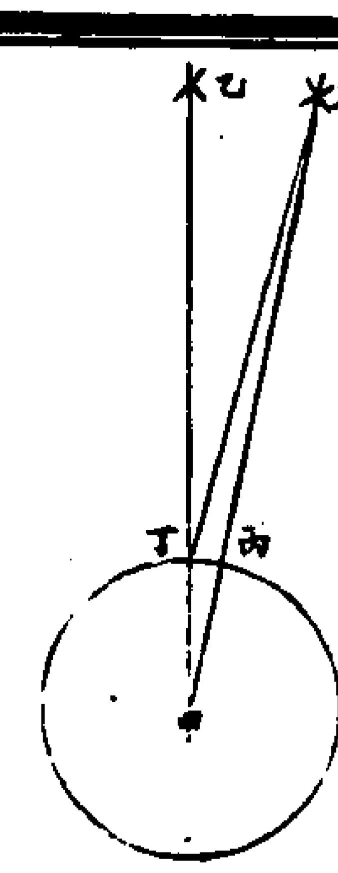
四自地面任何高處、看天地平界、恒似為一大圈、若地非球形、各處之天地平界、何以皆如是也

第三節　地之大小○地既為球形、欲知其大小、必先求其全徑、法有二焉、一先取某高山、一見第一圖如眞北拉所峯、稍測其高幾丙丁、即十一里半、又自海面僅見其巔之處乙、求山巔之遠近乙丙、即五百一十八里、甲乙為地之半徑、即所求者、既以甲乙為地之半徑、則依勾股形理、(甲丁十丁丙)等甲乙十乙丙、故甲乙等一萬一千六百里、即移地而求、所得之數、與此數亦無甚差池、此亦地為球形之一證也、二每圈既為三百六十度、若能量定地面大圈一度之里數、即可知地全周之里數矣、二見第二圖試取相近之二星乙戊、其經度若同、此法愈宜、可



第一圖

於乙星過丁處之天頂、即設戊過丙處之天頂、如是二處之垂線引長、上必過乙戊二星、下必相交於地心甲、夫自丁測二星之距為乙丁戊角、然星既距地甚遠、則乙丁戊與乙甲戊二角相等、故乙戊丁丙二弧之度亦等、後量丁丙之里數、以其度數除之、即知地面之一度、為二百里、亦可知地之全徑、略為二萬二千九百里也、



第二圖

附天云　地球全徑、既如是之大、可知至高之山、至深之海、自遠處視之、無非地球至小之一點也、山之至高者、不過十五里、較地徑約得一千六百分之一、假如有球徑十六寸、其微凸處、不及百分寸之一、則其高略如一紙厚耳、故諸高山、不過如諸細沙、而高原不過如一薄紙、堅之最深者、不過一里半、此如球面針芒之孔、非顯微鏡不能見也、而海之最深者、略如山之最高、則僅如墨點之著紙耳、若以橘皮凹凸、喻地面之高山深谷、猶未確

也、

第四節　地面方向隨處而變○夫地既為球形、吾人所謂之東西南北者、則不可拘為定向、乃隨在而異也、如居美視歐為東向者、而至中則視歐為西向矣、據此書之理、擴而充之、更可知天空之上下、原亦無定向也、

第五節　名目○地既自轉、一見下第十節必有其所繞之軸、此軸之兩端、為地之二極、亘古不易、近中國者為北極、遠中國者為南極、

平分地球為南北二半之大圈者、赤道也、而赤道每點、距南北二極各九十度、且其平面正交地軸○赤道南北、各約二十三度二十七分之緯度圈、為南北二溫道圈、至夏至北溫道之諸點、至冬至南溫道之諸點、各見太陽過天頂○距南北二極各約二十三度二十七分之緯度圈、為南北二寒道圈、其緯度約六十六度三十三分、

將一直線縣其上端、而下垂俟靜、即為豎線、此線兩端所指之點、上為天頂、下為天底○若平面上下之各線、皆為豎線、此面即為豎面○凡過二極之平面、為子午面、若子午面

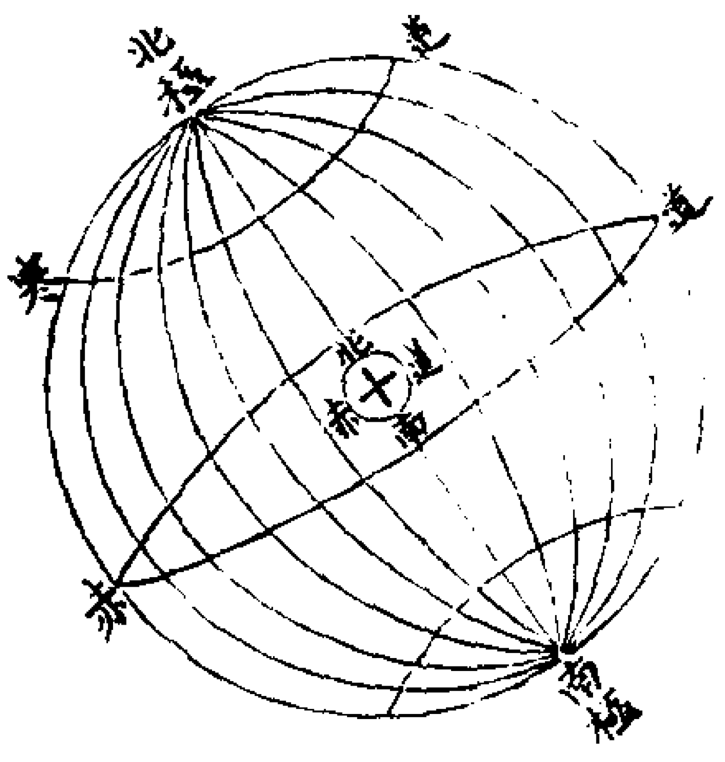
割某處之地即為某處之子午圈○當一千八百八十五年時泰西諸國公議以哥爾尼城之觀星台為原點各地子午圈與原點子午圈交赤道二點之距度為各地之經度即二經圈之交角也地面上之經度可自原點向東向西各以一百八十度計之○正交某處之豎線並切地面而過之平面為某處之視地平於地心作一平面與此面平行即為真地平若將此兩平面展廣至恒星處各必割天空球而成大圈因恒星既距地甚遠則二圈若合為一大圈即名為天地平界

設各地之子午線量其距赤道之度即各地之緯度在赤道南為南緯在赤道北為北緯如登郡為北緯三十七度五十分是也○緯度圈皆為小圈而與赤道平行

將地球之諸圈展廣至天空球即為天空球之諸圈如將地赤道展廣至天空球即為天赤道是也○將地南北軸引長至天空球即為天視軸而其兩端即天之南北二極也○

凡過天頂天底二點而正交天地平界之大圈為豎圈

將地各子午圈展廣至天空球即為天子午圈乃過天球二極且正交天赤道之諸大圈也



第三圖

過天球兩極且正交天地平界於南北二點之豎圈為本處之子午圈○正交本處子午圈之豎圈其與天地平界相交處且在正東正西二點為卯酉圈○本處子午圈與過某曜之豎圈在天頂所交之角為此曜之地平經度皆自正南或正北二點向東向西計之例不過九十度如時當夏至日初出時之地平經度為東北若千至十一點鐘時為東南若干至一點鐘時為西南若干將入時為西北若干然總不過九十度

諸曜在天地平界上之度為其高度高度之餘度即為距天頂度知某曜之高度及地平經度即知其所居為何點矣

第六圖

凡曜距天赤道之度名赤緯度以北為正南為負○凡曜距北極之度名距極度如是凡居北緯之諸曜其距極度即其餘緯度而居南緯之諸曜其距極度即九十度加其緯度是也

凡過南北二極之大圈皆名赤經圈亦名時圈某曜與本處二經圈之較度為某曜之時度恒自午點向西度之若自午點向東度之為餘時度如日於午後四點鐘時其時角為六十度則其餘時角為三百度於午前十點鐘時其時角為三百三十度其餘時角為三十度矣

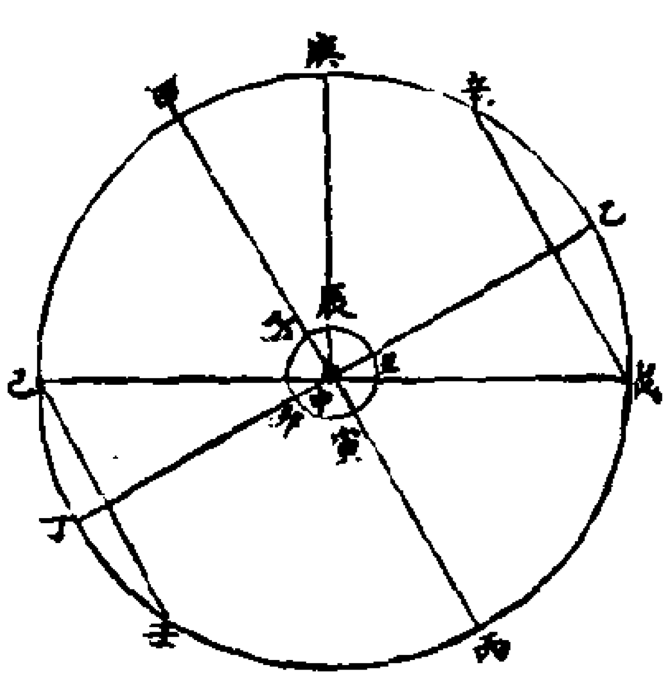
過地日二心而於赤道交二十三度二十七分角之平面為黃道平面此平面割天球所作之大圈為黃道乃日之視道也○黃道交赤道之二角名黃赤角其二交點名春秋二分點

過春分點且過某曜二經圈之交角為某曜之赤經度恒自春分點向東以時分秒計之自○點至二十四點鐘或以度分秒計之自○度至三百六十度

凡曜距黃道之度名黃緯度○凡過黃道南北二極之大圈為黃經圈

過春分點與某曜二黃經圈所交之角為某曜之黃經度亦恒自春分點向東惟以度分秒計之後凡言經緯度處皆指赤經緯言也若黃經緯度必明言之

地面各處緯度○地面各處之緯度恒等近極之高度如第四圖子丑寅卯為地球甲乙丙丁為天空球辰為某處而乙戊為近極之高度夫子辰與甲庚二弧皆為一角所同乘故度數同而甲庚亦與乙戊等如是可見某處之緯度與近極之高度適等○若正當天球之北極點有星此星之高度即北半地球某處之緯度然人所謂之北極星非居北極真所乃距極一度十七分之一星也北極星繞極轉一周必上過午線下過子線將其二次過子午圈之高度相加折半即得北極之高度亦即某處之緯度也



第四圖

第七圖

天球視形〇天球之視形，必隨各地之緯度而變，如於赤道觀天，天球之南北二極，正在天地平界，與本處之南北二點相合，天之赤道，與卯酉圈亦相合，而正交天地平界，如此，各緯度圈，亦必與卯酉圈平行，故天空之諸曜，皆能見而隱現之時亦相等，於北極觀天，天北極與天頂點相合，而赤道與天地平界成一大圈，故凡能見之諸恒星，其視行之道，與天地平界平行，則北半球之星永不入，而南半球之星永不出，若於南極觀天，可反觀而類推之，

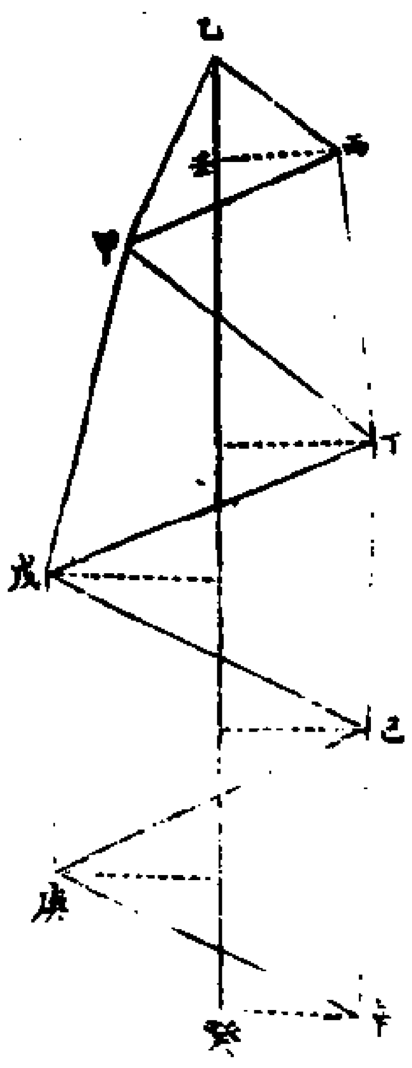
除此三處之外，各地觀天，天赤道所交卯酉之角，俱為斜角，其度數等於近極之高度，如是與赤道平行諸緯度圈，亦斜交天地平界，而被分之弧則不等，夫近極之高度，既等本處之緯度，則凡距近極度，小於本處緯度之諸曜，必常現而不隱，如上圖辛戊緯度圈內之諸曜是也，至辰處所以不見者，以遠極所降於天地平界下之度，亦等於本處之緯度也，其餘諸曜隱現時之長短，各隨其距近極度之大小而異，總之天赤道與天地平界，既皆為大圈，則赤道無論正交斜交天地平界，總必平分，而其各點，既距兩極各九十度，則居赤道之諸曜，必出卯入酉，而隱現之時相等焉，

問　一日之內，在登州所不能見者，係天球之何分，

答千分之一百零五，略為十分之一，

第八圖

測地面每度之里數〇既宜深知地球之大小與形式，必取各緯度子午圈之一弧，而細測其里數，第五圖下先擇一平原，量準乙丙為底線，此線至短十五里，再擇甲處，令與乙丙略為平邊三角形，用至精地平尺，測定其角，可算其餘兩邊，如此，依近一子午線乙癸，遞算各三角形之餘兩邊，復以地平尺於乙處測定丙點之地平經度，即知丙乙底線與子午線乙癸所作之丙乙壬角，並能算乙壬邊，即乙點在丙點之北若干里，如此遞算，乙點在甲戊庚辛諸點之北，各若干里，又按前六節，可算乙辛二處緯度之較，既知自乙至癸為若干里，



第五圖

第九圖

即可知子午圈之弧，每度為若干里矣，

如疑所算者有差，可量癸辛底線，視所得與所算者同否，昔美國有測境者，自紐約城測至美印省東界，後復量定底線，便知離原點雖千有餘里，而其所量與所測者，多差不過六寸，少差不過三寸，可見此法甚為精細矣，故侯失勒曰，據此法測算地之全徑，雖或有差，亦不逾二里也，

按以上之法，歐洲各國，皆有所已測子午線之弧，若將此諸弧相接，即自北緯七十度四十分，南至北緯三十八度四十分，成一連三角形，在印度所已測者，即自北緯二十九度二十六分，至北緯八度五分，於南亞美利加自赤道至南緯三度，亦有所測之弧，又於亞非利加南境，亦測有四度之弧，自所測之諸弧，可由赤道至北極，計算緯度每度之里數，如在

赤道	一度等一百九十八里零千分里之六百五十八
四十五緯度處	一度等一百九十九里零千分里之六百五十九
北極	一度等二百里零千分里之六百六十五

如是北極之一度，較赤道之一度，長二里零千分里之七，

地非正球形〇一度之長短既有如此之差，可知地非為正球，乃係撱圓之形，且赤道凸於二極〇地面各處之緯度，既正等於自各處視近極之高度，且在赤道之一度，等於一百九十八里，如是自赤道北行，每一百九十八里，北極星當上升一度，地若為正球，則向前之里數同，北極星上升之度數亦宜同，然每北行一百九十八里，而北極星上升，漸不足一度，是每次所行之里數同，而北極星上升之度數不同矣，故知地球之子午圈，其赤道凸於二極，則地非正球，乃扁撱球也明矣，

若取地球各處測量子午圈之中數，可知子午圈皆係撱圓，其短徑即地球之南北軸，長為二萬二千八百四十三里，其長徑即赤道之徑，長為二萬二千九百二十一里，故二徑相差七十八里，即長徑較短徑多二百九十四分之一，此率名地球之撱率，每子午圈之一周，係七萬一千八百七十八里，天文家已測算正交子午圈之諸圈，即赤道與各緯圈，

幾爲正圜、總或不然、差亦甚小、故地球之形式、實爲扁球、乃半橢圜繞其短軸一周所成之式也、

第十節 論地球自轉○嘎利利漚（生於耶穌後一千五百六十四年）以前之歷家、皆以地球爲天球之中心、而天球左旋、非視行、乃眞行也、但今之歷家、皆以天球之左旋、非其眞行、乃因地球右轉而致也、

天球視爲左旋、乃顯然易見者、設有人居赤道北、取一常現不隱之星、徹夜視之、便知此星所行之道、約爲半圜、若以最精遠鏡、雖當日出、可窺其星、直至日沒、仍必見其歸至原處、其餘諸星、雖不能常見、然於能見之時、各見其行一大弧、且晨出自東者、必暮沒於西、以是知天空之各曜、視之似有左旋、

第十一節 天球左旋一周所歷之時○欲知天球左旋一周所歷之時、可取一星、無論轉圜之大小、用至精地平尺、令其諸線之交點、正遮此星、卽定地平尺之橫竪二圈、至此星被交點復遮之時、視其中歷點鐘若干、卽知天球左旋一周所歷之時、爲二十三點鐘五十六分四

秒也、

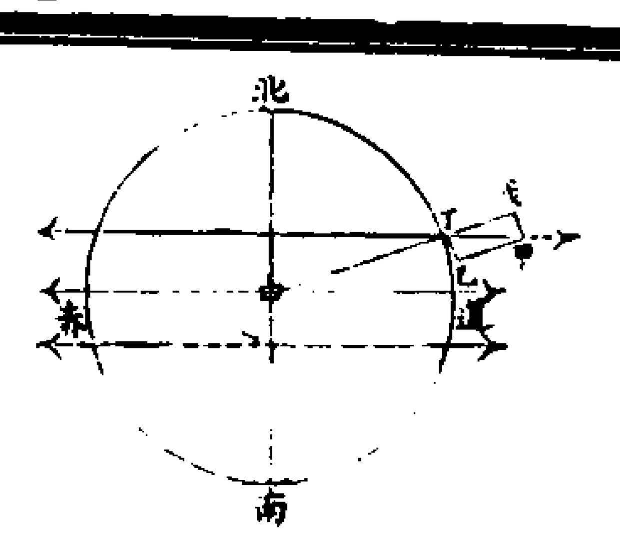
第十二節 天球左旋、乃因地球右轉而致○天球有此左旋、不必爲眞、乃地球若右轉所可致者、蓋地球右轉、而吾人不覺、則必視天球後退而左旋、如乘船者、不覺船前行、反見岸之樹木房宅等物後退是也、

第十三節 地球右旋第一據○天球左旋、不特爲地球右轉所能致、且實爲地球右轉所致、蓋天空之諸曜、如不論其大小遠近、與所行圜之大小、而謂皆以相等之角率繞地球而轉、實與理不合也、

第十四節 第二據○地球赤道之徑、既較二極之徑長七十八里、則赤道宜爲地面之高處、而二極爲地面之矮處、水既從上而下流、赤道宜成爲陸地、而二極皆爲海、但今之赤道多爲水、蓋因地球自轉之撑力、以致如是、倘地球不自轉、反不可解矣、

第十五節 第三據○地球之吸力隨地而變○據牛頓之題、若一球之橢率爲二百九十四分之一、而其內層之微點、較外層者密一倍、則此球赤道之吸力、較二極之吸力、必少五百九十分之一、然以鐘擺試之、赤道與二極之吸力、則差一百九十四分之一、二者之差、爲二百八十九分之一、無非地球自轉而生也、證詳下節、

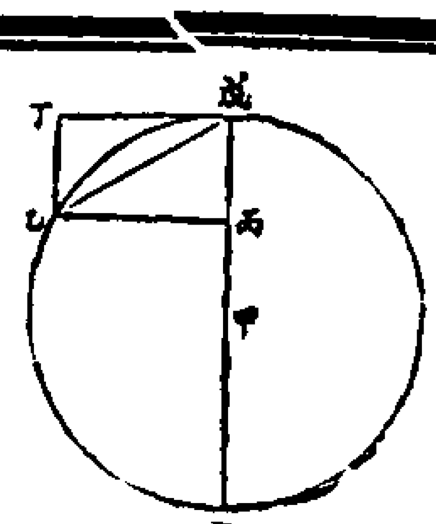
第十六節 離心力之大旨○設以與地球等大之球、令其二十三點鐘五十六分四秒時轉一周、則其赤道之離心力、較二極卽多二百八十九分之一、而赤道每點所受之吸力、較二極每點所受者、卽少二百八十九分之一、（如第六圖）令北赤南道爲此球、北南爲此球所繞之軸、則除二極之外、其各處如丁、必生離心力、而此離心力之方向丁甲、與地之南北軸正交、地吸丁點之力、可設丁申代之、而丁甲可分爲二力、一爲丁戊、與吸力相逆、故必使丁點各物較輕、二爲丁乙、乃使凡能離本處之物向赤道而行、視圖、可知離心力之大小、隨緯度圈之半徑而變、故赤道之離心力則大、而二極之離心力則亡、且離心力所分之二力、愈近赤道、其逆乎吸力者愈大也、



第六圖

第十七節 赤道離心力爲吸力之何分○欲推地球離心力之大小、（如第七圖）可

以甲爲恒點、戊乙己爲小球戊繞甲所轉之道、戊乙爲其一秒中所行之弧、小球轉至戊點、其離心力、卽有戊丁向、但球在戊點、亦受甲點之吸力、如是、必隨二力之合力、卽其對角線戊乙而轉也、戊乙既爲球一秒中所行之弧、戊丁卽爲其一秒中若專受離心力所外行之道、戊丙爲其一秒中若不受離心力、向中心所行之道、夫此球循戊乙弧而不外行者、乃因受中心之吸力、卽戊丙也、若戊丙不足抵其離心力、則球必離中心而外行、且其所行之圜必大、若戊丙大於其離心力、則球必向中心、而所行之圜自小、如是凡球繞中心轉而不易道者、必因其所受之吸力、與所生之離心力適等、故可以其所受之吸力、代其離心力、據形學理、戊丙：戊乙：：戊乙：戊己、卽 戊丙＝$\frac{戊乙^2}{2甲戊}$、設庚爲球一秒中所行之尺數、卽其速率、未爲半徑之尺數、則球一秒中若不受離心力、所向中心之尺數等於$\frac{庚^2}{2未}$、此數既與球隨離心力而外行者等、卽可代於下式、而求離心力與輕重之比、設壬爲球之輕重、丁爲其所



第七圖

生之離心力、乙爲其第一秒下墜之尺數、即１６.０７８３８英尺也、如是、壬：丁::乙：$\frac{2庚^2}{未}$、即　丁＝$\frac{2壬庚^2}{未乙}$○求庚之同數、可以球一秒中所轉之次數推之、設丙等次數、則一秒中所行者、即(2乃未)丙、代上方程內、即得　丁＝$\frac{壬(2乃未丙)^2}{2未乙}$＝$\frac{2}{乙}乃^2$(未丙壬)＝１.２２７５×未丙壬、欲知離心力在赤道爲輕重之何分、可以丙與未之同數代之、即　地半徑等於２０９２３６００英尺、　地自轉一周所歷之秒數、即８６１６４秒、故　丙等於一日之$\frac{1}{86164}$、如是、　丁＝１.２２７５×２０９２３６００×$\left(\frac{1}{86164}\right)^2$×壬＝$\frac{壬}{289}$、按前說、每點於赤道、較每點於二極輕$\frac{1}{194}$、而據牛頓之題、祇宜差$\frac{1}{590}$、此二數相差、適如地球自轉所應有之差、如謂地非自轉、此差終無以解也、

既知赤道之離心力爲$\frac{壬}{289}$、即可求他緯度之離心力、設　子爲赤道之離心力、　丑爲某緯度、而寅爲其離心力、則子：寅::地半徑：餘弦丑、故寅＝$\frac{壬}{289}$×餘弦丑、又寅：正逆吸力之離心力::未：餘弦丑、則正逆吸力之離心力＝$\frac{壬}{289}$×(餘弦丑)、故各處之物、因受離心力、必減其輕重之$\frac{1}{289}$×緯度餘弦、也、

問　○今有人於登郡稱重一百四十斤、若地非自轉、宜稱若干斤、

答一百四十斤零十分斤之三

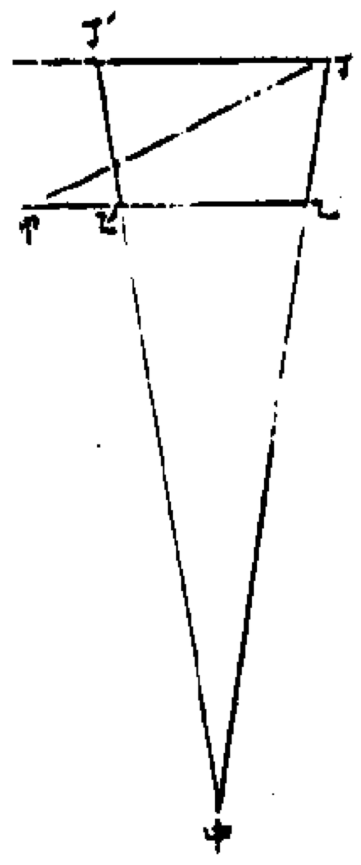
問　○地球繞本軸而轉、須速幾倍、使赤道之物始失其重、

答十七倍

前言地球之離心力、猶有丁乙一段、爲向赤道之力、觀於此力之所能成、即令地成爲扁攜形、然非謂地球所以爲扁攜、皆因此力、乃謂既有此力、即可成此形耳、

第四據○地球自轉、亦可以下墜之物偏東證之、(如第八圖)若地不自轉、重物自高處丁下墜、必依丁乙豎線而落、然地若自轉則不然、設丁丁´爲丁點於物落時所向東行者、物下落既有丁點向東之速率、則扯東甲乙之尺數、略等於丁丁´之尺數、但乙點一日所轉之圈、

第十八圖



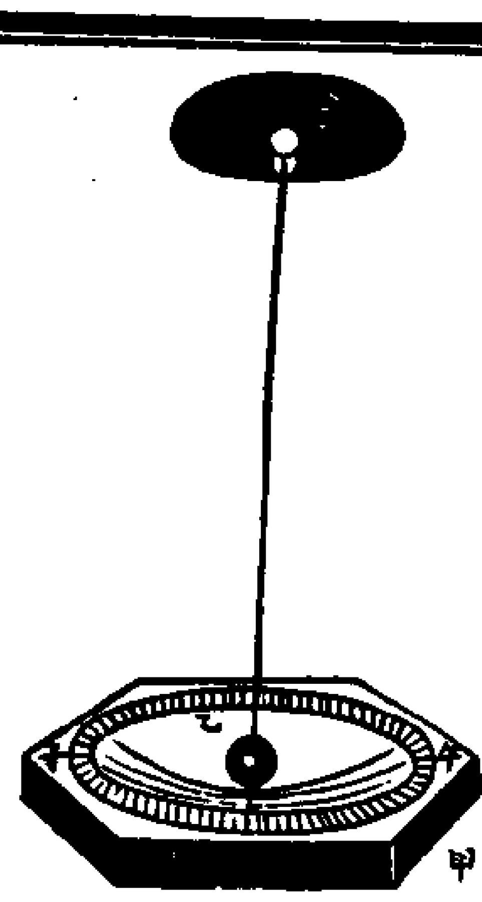
第八圖

小於丁點一日所轉之圈、則物稍偏東而落地於甲點、其偏東之小弧甲乙´、略等於丁´丁乙乙´二弧之較也、當一千八百零二年時、於德之汗布革城、自二百四十六尺高之塔試之、見小球著地偏東之數、較所算當偏東之數、差有千分寸之八、一千八百零四年時、於突斯勒弗城外、二百七十五尺深之礦坑試之、見所偏東之數、較所算者差有千分寸之三十二、一千八百三十二年時、於撒可森國五百一十二尺深之礦坑、又詳細試之、折取百零六次之均數、見所偏東之數、爲千分寸之八百九十六、較所算者、差有千分寸之三十二、並驗其中有偏南之勢、爲千分寸之一百三十六、其所以偏南之故、諸格物家、尚難解其理、然此諸證中、雖不必毫無所差、亦足徵地球自轉之據、不然、諸小球何以皆向東哉、

第五據○凡懸一物、使之隨一平面擺動、若無他力牽制、其往來之道、必與原平面平行、近有富告得者、據此理創造一器、以證地球之自轉、其式(如第九圖)以長細鐵絲下繫重鉛球、上懸於梁、球之下、置一木板、如甲、木板之上、備圓凹槽、爲鉛球擺動之道、如乙、槽周分列

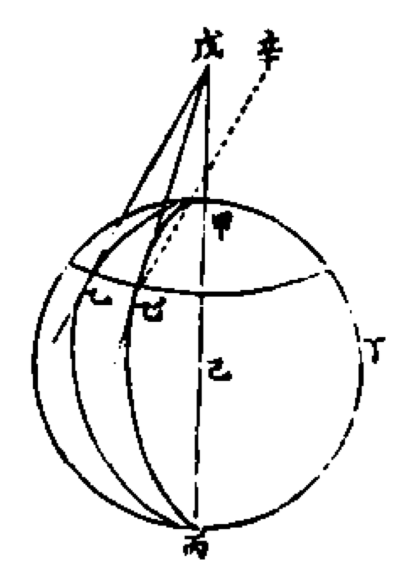
度數、於球邊著一棉線、曳至凹槽之子點繫定、復以火燭斷棉線、則球初擺動、必正合子午、歷數分時、視其所行之道、則不正合子午、若試於北半球、其北端漸偏東、南端漸偏西、若在南半球則反是、此事若謂地球不自轉、即不可解、若地球自轉、則確有可解、而理亦極合、蓋地球向東自轉、球下木板之諸點、亦隨向東、而非平行、因南端午、每日所轉之圈、大於北端子、每日所轉之圈、故子午兩端所歷之時雖同、而南端向東之尺數、必多於北端、是以子午線之平面、必離此球擺動之道、而相與作角也、球擺動之諸線、所以全交凹槽之中者、乃因此中點、與球靜時距北極同遠故也、故一日所轉之圈亦同、而東行之速率相等、(人所見乃球擺動之道、離子午線之平面、視上說如是、因地球自轉、而吾人不覺也、)如將此器移於北極、則此法更爲顯明、因地球每點鐘、旣向東自轉十五度、而人不之覺、

第十九圖



第九圖

反見擺道之平面每點鐘向西十五度矣而於赤道試之則不足爲證蓋地球自向東自轉而擺線所過之豎面其兩端向東之速率同而恒與子午線合一若於他處試之則其南端偏西之速率與緯度之正弦有正比例如第十圖甲乙丙丁爲地之子午圈戊乙爲此圈乙點之切線丙甲爲地軸將戊乙與丙甲二線引長必相遇於戊假如乙點有擺球依子午圈之豎面而動則乙轉至乙時球所依之豎面仍與乙戊己豎面平行但乙點子午圈之豎面乃乙戊己故擺球所依之豎面與乙點之子午面必作戊乙辛角即等於乙戊乙角也若此角最小則乙戊乙可作爲一平面三角形而乙戊乙角之正弦＝乙乙/戊乙乙乙弧乃隨乙點緯度之餘弦而變而戊乙即乙處緯度餘切故乙戊乙角＝緯度餘弦/緯度餘切＝緯度之正弦如於北京試之其南端之速率等於十五度乘四十度之正弦即每點鐘偏西十度也



第十圖

第二十節

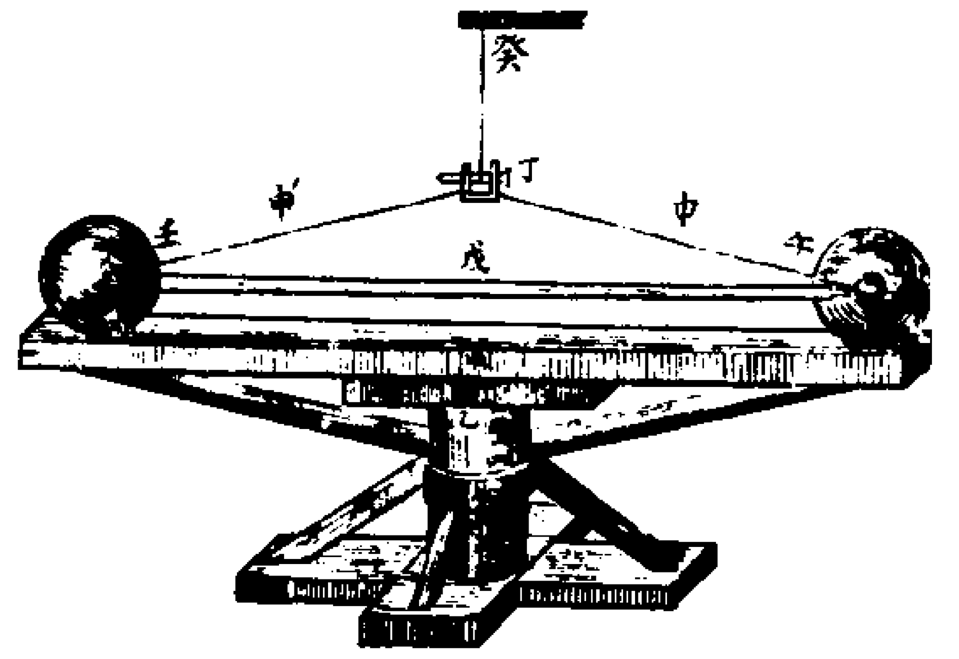
第六據○據上公理不獨能以擺動之球證地自轉並能用旋轉之環證其自轉法用一中薄外厚之鐵環環以周外厚處取其摩力大也令其繞軸速轉旁無牽制移動之力則必在原方位循環不移環之安法不一而皆以免其阻力爲重當旋轉時使其平面指定某恒星及歷多時雖星已西行而環之平面仍指此星然知使指地上南方之某物歷數分時所指之物已東去矣夫恒星雖視之西行而恒不離環行之平面若地面之物雖視之不動實恒離環行之平面而東行則知非恒星西行乃地球向東自轉也此係就北半球而言若南半球則反是

第二十一節

求地球密率之公理○地球之密率亦以水之密率爲準如欲求之可設甲代某物而考其體積密率及吸力各若干由此可算甲物若與地球同體宜有吸力若干夫地球之吸力悉顯於各物之輕重如此若甲物與地球同體而其吸力不等必其密率不等也故以與地球同體甲物之吸力除地球之吸力即知地球之吸力爲甲物吸力之幾倍亦即地球之密率大於甲物之密率幾倍也

第二十二節

求密率之法○前之天文士以大山吸垂線之力爲準即按公理求地之密率若干而今之法較妙如第十一圖即以厚板如甲釘於圓木柱如乙柱外有鐵環如丙僅容木柱旋轉板可隨之左右而其兩端各置等大之鉛球如午如壬其密率與體積爲已知又用輕木作橫杆如戊以二細絲如申與申擇其力足勝任者於公重心之上丁處分而繫之下繫杆之兩端兩端各著輕重已知之小鉛球復將一長絲下端繫於丁上端懸於癸製器之法如此如用之可轉木板甲至二大球各離二小球九十度則各小球受二大球之吸力正相等而實相反故如無受然遂用遠鏡測定木板之方位此方位即顯於遠鏡之地平環後又轉木板甲至大球午距一小球不過幾分許則大球壬所距彼小球之分數必相等而方向相反如是二小球爲大者所吸因而木杆右



第十一圖

轉俟其靜時復以遠鏡測定其方位依此反覆測定每次改向之秒數後將所得者取其均數而折半之即一大球吸一小球之力也然地球吸小球之力即小球之輕重而大球之密率與體積皆爲已知如是按公理求地之密率無難矣

第二十三節

首用此法者佉分第也故格物家名爲佉分第法已用之而得地之密率爲五零百分之四十五後有德之來喜亦以此法試之而所得之數爲五零百分之四十八前四十餘年有公爵名貝利者取橫杆變其位二千次之平數爲準所得之數爲五零百分之六十六一千八百七十二年有郭晨者用此法得數爲五零百分之五十六而云貝利所得之數若棄其微差非爲五零百分之六十六乃爲五零百分之五十五一千八百八十八年有布之魏禮生者復細測之得均數爲五零百分之五十九上三數之均數爲五零十分之六此數或有微差亦甚小矣

第二章　論天文家所需之要器

第一節

天文要器〇天文家所需之要器、卽恆星表、子午儀、子午環、赤道儀也、外則有地平經儀、與紀限儀焉、

第二節

午線之便有三〇此諸器之大用、非特爲覩諸曜之形勢大小等事、乃亦爲測諸曜之各度也、然必俟合宜之時、卽某曜過午線之時也、一　蓋子午圈、卽監圈、而監圈與天地平界作直角、二　天文家論諸曜之所在、皆言其經緯度若干、然經度皆自午線而計、即此線為極下緯度亦皆在午線而量也、三　各曜於午線時所受之視差、與蒙氣差較少、且所受之二差、祇能變其緯度、與經度無干、而於他處則不然、

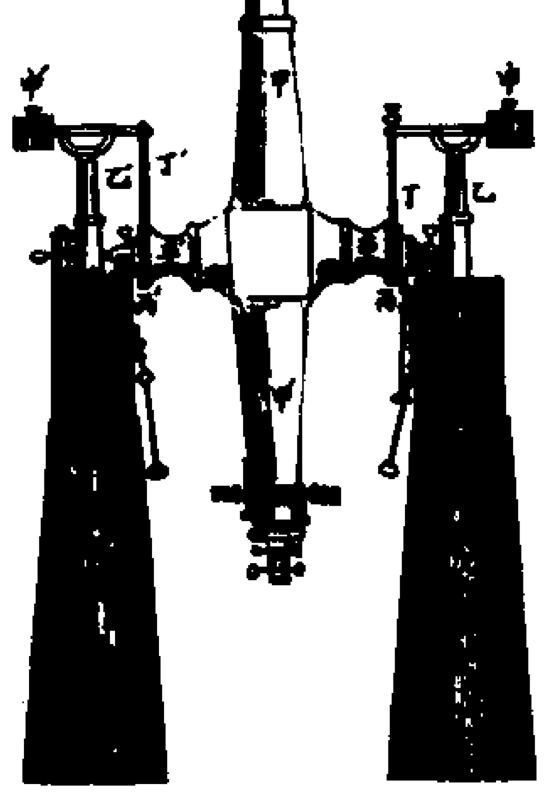
第三節

恆星表〇凡觀星台之諸器、恆星表、乃其中之一要者、而與他表有別、蓋他表皆以日過午線時爲準、而恆星表、乃以春分點過午線時爲準也、春分點過午線時、恆星表之兩針、宜指０點鐘０分０秒、自春分點過午線、至其再過時爲恆星日、恆星日與恆星表、皆分二十四點鐘、而各曜之恆星時與經度、卽其過午線較春分點過午線所遲之時也、若製

造鐘表者、能造無差之恆星表、則自某曜過午線、至其再過時、其擺應動八萬六千四百次、但此等無差之表、非人手所能造、故表雖至精、亦必時常對準、如此必知其日差與總差各若干、日差者、卽表每日遲速之分秒也、總差者、卽表數日共差之分秒也、譬如織女星之經度、爲十八點鐘三十三分、則其過午線時、恆星表之針、卽應適指此時、但織女星若於第一日過午時、表遲三十零百分秒之八十四、且第二日、表遲三十一零百分秒之六十六、可知此表之日差爲負百分秒之八十二、其第二日之總差、爲負三十一零百分秒之六十六也、恆星表雖不能無差、然差必甚小、因日差若有大於一秒者、製造者卽置而不用矣、

第四節

子午儀〇欲詳測諸曜之經度、必於其過午線時測之、故歷家有子午儀、職此故也、如十二圖之辛辛爲橫軸、正交橫軸之甲甲爲遠鏡、此遠鏡切勿令自動、只隨橫軸而轉、而橫軸必與地面平行、其兩端亦須有東西之正向、如是則遠鏡必指正南北、令轉一周、其視軸所指而過之諸點、皆居本處之子午面矣、凡置是器之處、必基址穩固、否則因寒暑之漲縮、必致有微差、不能歷久而不變也、基址既固、東西立石柱二、如戊戊、二柱之上、各有丫形之銅柱、如丙丙、爲函橫軸兩端之依槽、横軸左端有螺絲一、能令左邊依槽可上可下、使橫軸得其平、橫軸右端、亦有螺絲一、能令此端可南可北、使遠鏡得正南北、若此器之大者、雖其初對整無差、而只歷橫軸兩端之依槽、歷久亦難不爽、故於二依槽外、又有乙與乙二銅柱、柱上各有橫槓、橫槓之內端各繫一鈎、下垂而鈎定橫軸、如丁丁、橫槓之外端、有原力申與申、可隨意內外移動、使遠鏡少壓二依槽、似此對整無差、則橫軸必平、

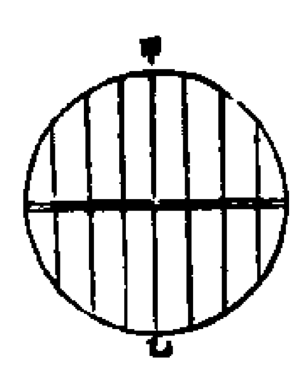


第十二圖

且有東西正向、然橫軸之平否、全憑一酒平而定、法將酒平著於橫軸之上、視氣泡正中否、如不正中、則轉左邊依槽之螺絲、令氣泡止於正中、再將酒平顛倒移視、設氣泡離其正中、可再用螺絲對整、令復止於正中、似此反復對整、直至氣泡常不離正中而止、

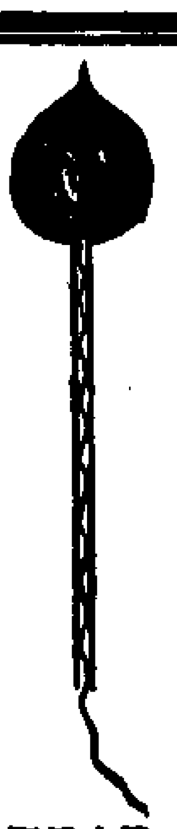
第五節

測星過午線法〇過子午儀目件之光心、而正交其視軸、作一直線、與地平行、如圖、又作相距等遠數線、或五條、或七條、皆與所作之平線正交、假如是儀已對整極準、則甲乙監線、必與子午監面相合、而某星過甲乙線時、卽其過午線時也、於星將入目件視界、測者可記爲何時、遂卽傾聽鐘之擺數、則視星過第一條線、卽知其時若干、星過每線、依次記之、視畢、以線之條數、除諸時之總數、卽得星過甲乙線之時、亦卽其過午線之時也、然此法不無微差、一或因所記之時、或因所聽之秒、難免有差、二星過某線、若非整秒、測者祇可約計爲一秒之何分、有此二故、則差易生矣、今又創一法、擺下置一銅杯、內貯水銀、令擺尖每動一次、必過水銀、旁置電池一具、一極連於水銀杯內、一極連於擺之繫處、由是擺入杯、則電路通、出杯則電路斷、電池之外、又連一馬斯之機、電路通機卽畫等長之直畫如｜者、不通直畫中



第十三圖

如第十四圖



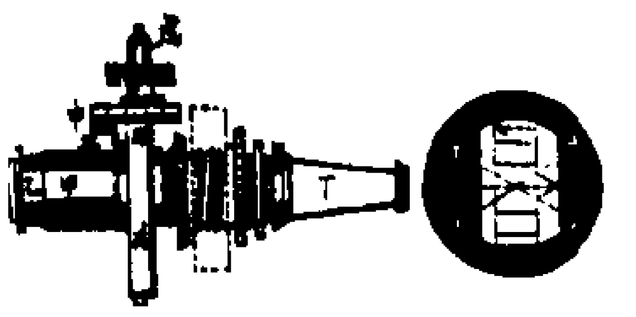
第十四圖

界以相等之小空、此外又連一隔電機、可隨意使電路隔斷、於星過每線時、可斷其路、則所畫之直畫內、必有小空、之甲乙二點如第十五圖視此小空之所在、則星過某線之時、可詳而知矣○欲測日與凡有視徑之諸曜、過午線時必以其中心爲準、法乃測某曜極西邊至每豎線、及其極東邊離每豎線之時、取其均數、即某曜中心過午線之時也、若所測之星不甚顯明則需轉由目件不易見故微轉必

第十五圖 轉視鏡之方可見也

第六節 子午環○子午儀之用、乃對表與求諸曜之經度而已、然橫軸上若置豎分環、則亦可用求曜之緯度、法備以徑約三尺之環、分三百六十度、每度又分至五分或二分之小截、每截可借副儀或顯微鏡再分至秒、後將備環、使儀之橫軸過其中心、則環面與本處子午面相合、環須不自動、惟隨遠鏡而轉、環外有顯微鏡數枚、定而不動、以便測環面之度分秒、

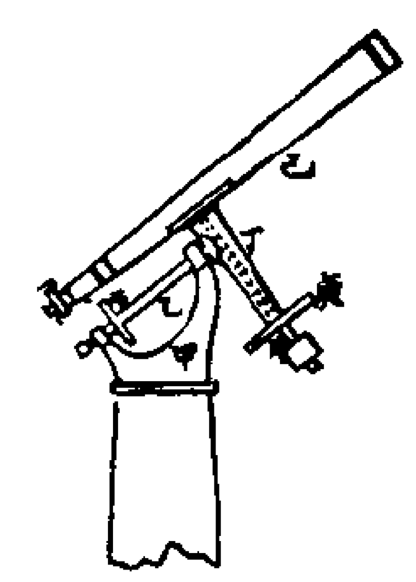
第七節 顯微鏡○上節所言之小顯微鏡、如第十六圖其筒內有三鏡、一在丁爲物鏡、其餘二鏡在甲與乙、共成一正目件、於物鏡與目件之公光心、有蛛絲分微尺、此尺乃一長方小匣如丙丙、其一端有螺絲如戊、可令其匣裏外移動、匣之中有細線二、如庚庚與子子、斜交於中、鏡如對準、可於二線下見髭環平分之小截、每小截約長五分、將戊螺絲轉五周、蛛絲之交點即過一截、於是每轉一周、蛛絲交點即過髭環之一分、於戊螺絲上定一銅環申、須勿令自動、其旁平分六十截、切其外旁有曲針丑、可指所轉一周之何分、假如轉戊螺絲一周六十分之一、則蛛絲交點於髭環上即行一秒矣、顯微鏡如此切髭環之邊共設六枚、其相距之遠近均同、



第十六圖

第八節 定髭環之赤道點○緯度既皆自赤道向南北度之、則髭環之要點、即赤道點也、求此點法令遠鏡髭起、物鏡下置一汞杯、則鏡內交線之像、由汞面返回、若遠鏡正上下、則像與物相合而不見、此時須將某顯微鏡下之中點記之、爲環之天底點、距一百八十度之點爲其天頂點、距九十度之點、即地平點、既有此二點、則按第五章九節其赤道點易求也、

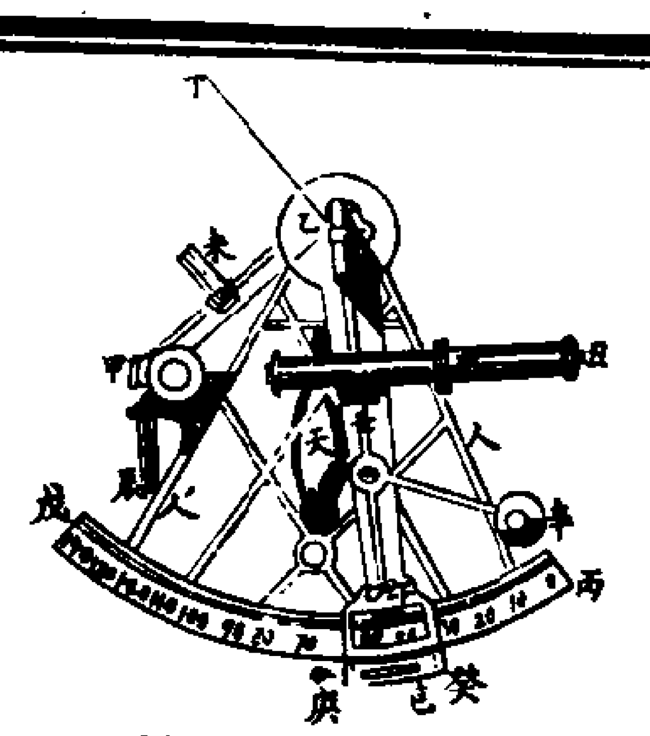
第九節 赤道儀○赤道儀之遠鏡、與他遠鏡無異、惟安置則不同耳、其式雖繁、而理則一、見第十七圖甲鐵架上置可轉之鐵軸乙、而此軸與地之南北軸平行、故其所套之分環丙、與赤道平行、因而有東西之正向、是謂經環、鐵軸此鐵軸名爲極軸之一端有鐵筒丁、內套可轉之橫軸戊、戊之一端有遠鏡己、近彼端有分環庚、其面與乙平行、因而有南北之正向、是謂緯環、其儀之下、則有機關、使極軸西轉之速率、與地東轉之速率相等、遠鏡亦可隨之、如是鏡指某星、歷時雖久、而仍指之、故以測天空之諸曜、此一便也、遠鏡既隨經緯二環而轉、即人不能見之星、其經緯若已知、則按二環之度數、可使遠鏡指天空同經同緯之點、而星即可見、此二便也、故今之大遠鏡、其安置皆循此法、



第十七圖

第十節 地平經儀○此即常用之經緯儀也、不過較大耳、此器除測定蒙氣差外、於天文學無甚大用、如用覩星、則其不便、因其所轉之圈、與地面平行、而星所行之道、與地面斜交、故欲令星常不離目件之視界、則無法轉繞焉、

第十一節 紀限儀○此器與時辰表、爲航海者所必需、即以測二曜之距度、或一曜之高度也、其造法、乃憑牛頓所悟光學之一題、即一光線若返照二次、其首末二向之交角、必倍二回光面之交角、如第十八圖丁乙爲一光線之原向、甲乙爲二回光鏡、甲申爲甲鏡所返照之回光線、將丁乙引長至申、又令甲乙二鏡之平面相遇於己、如是丁申甲角、即倍於乙己甲角矣、太小見第十八圖夫戊丙弧之每度、既倍於二物相距之度、則此弧雖爲一圈之六分之一、然可分爲一百二十度、每度又均分六小截、於○度之右、須多分數截爲餘弧、其人人爲二恆幅、天爲一木柄、壬爲活幅、可隨意轉動、於活幅之一端、有回光鏡乙、名指鏡、此鏡須在戊丙弧之中心、且正交活幅之平



第十八圖

面、活幅之下半、有顯微鏡辛、可轉至指針午之尖、指針之下有副儀、每小截、可分至十秒、活幅之下端、有切螺絲庚、可微移指針、使所測二物之小像、在鏡內相切、欲移幾度、須先開大螺絲癸甲處、又設一鏡、上半爲透光鏡、下半爲回光鏡、可返照乙鏡所射之光、此鏡亦必正交弧之平面、若將指針定於〇度、則甲乙二鏡之面必平行、於人恒輻上有銅環、內函遠鏡丑、其物鏡之光心、有平行線二、各距視軸等遠、於辰未有黑色鏡數枚、值視日時、可隨便轉至光道、而少減其光、使不耀目也、

第十二節

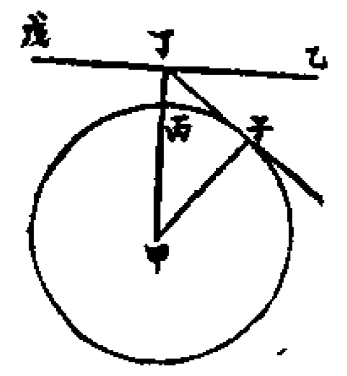
海面測日高度〇於海面測日之高度、可以右手持儀柄、令遠鏡直指天地平界、左手移活幅、令日下半截所作之小像、畧與天地平界相切、卽定螺絲癸、復轉切螺絲庚、至二像恰相切、遂視指針所指之度若干、後則減蒙氣差與地平降度、復加日之視半徑、所得之數、若無儀差、卽日中心之高度也、若於陸地測之、可用水銀一杯、木盤可承、爲借地平、令遠鏡視日在水銀內之小像、後按上法、令日與借地平二小像相切、視指針爲何度數、折半而減蒙氣差、卽日下半截之高度也、

第十三節

測二曜之距度〇假如欲測日月二曜相距之度、其法如下、可以左手持儀、令弧之平面過二曜、復令遠鏡正指月、而右手移活幅、至日照於指鏡、由指鏡返照於甲鏡、則日之小像、必入遠鏡之視界、後按前法、令日月之小像相切、則指針所指之度、卽二曜相距之度也、

第十四節

地平降度〇凡在海面測星之高度、必令天地平界、與某星二小像相切、然地旣圜形、則人於船上所見之天地平界線、非視地平與眞地平合一之大圈、乃切地面而入人目之線轉一周而成之圈也、如是則有地平降度、如十九圖、丙甲爲地半徑、丁丙爲人在海面上之尺數、戊丁乙爲過人目之平面、子爲天與海視相遇之一點、則乙丁子爲地平降度、卽等於丙甲子也、故依勾股形、丁子^2 = 丁甲^2 − 甲子^2 = (甲丙+丁丙)^2 − 甲丙^2、自此可知丁子爲若干里、既知丁子、可開比例、丁甲：未：：丁子：正弦子甲丁、卽正弦乙丁子、乃某處之地平降度也、然此數內、尚有蒙氣差、而蒙氣差常變、故此數亦常變、今之航海者、每以所得數之十分之一、至八分之一、爲減蒙氣差之大率也、



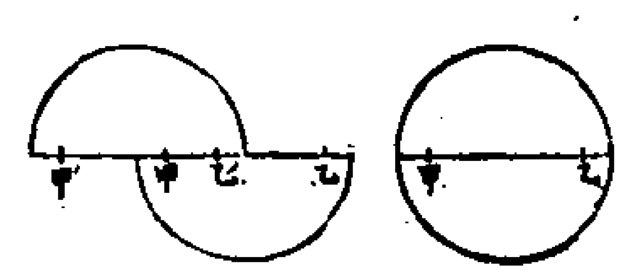
第十九圖

第十五節

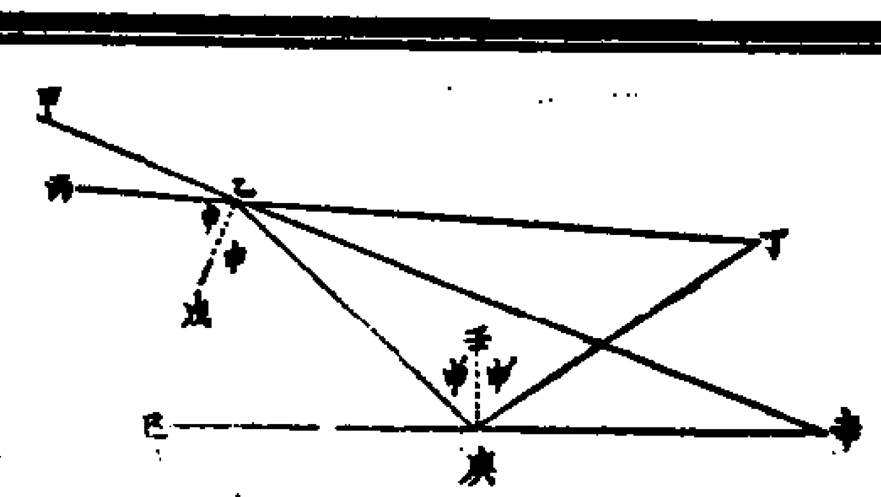
量日鏡〇初用此鏡、不過測日之視徑、故命曰量日鏡、而今之用廣矣、其鏡作法、卽將物鏡平分爲二半、遠鏡筒外加螺絲、使測者可隨意轉之、令二半鏡或合爲一鏡、或錯三四寸而爲二鏡、如是所測之物、二鏡合則爲一像、二鏡錯則爲二像、假如欲測甲乙二星之距度、先俾二半鏡合、再轉遠鏡筒、使甲乙所成之像、皆在物鏡平分線內、如圖、然後俾二半鏡錯、故各半鏡必各有所成之像、如圖、而甲與乙二像、因鏡漸錯而漸近、終必合一、如是知乙乙二像之距度、卽可知二星之距度、蓋預察螺絲每轉一周、鏡行幾分、後視螺絲共轉幾周、二像方合、則二星之距度可知矣、

地平降度表

目高數 英尺	降度
1	0′ 59″
2	1 23
3	1 42
4	1 58
5	2 11
6	2 24
7	2 36
8	2 46
9	2 56
10	3 06
11	3 15
12	3 24
13	3 32
14	3 40
15	3 48
16	3 55
17	4 02
18	4 09
19	4 16
20	4 23
21	4 29
22	4 36
23	4 42
24	4 48
25	4 54
26	5 00
27	5 06
28	5 11
29	5 17
30	5 22
35	5 48
40	6 12
45	6 36
50	6 56
55	7 16
60	7 35
65	7 54
70	8 12
75	8 29
80	8 46
85	9 02
90	9 18
95	9 33
100	9 48



第二十圖



第二十一圖

小解

昔牛頓所稱光學之一題、謂一光線若返照二次、其首末二向之交角、必加倍於二回光面之交角、如上圖之乙庚、爲二回光鏡、丙乙爲一光線、直射至乙鏡、又返至庚鏡、自庚鏡又返至丁、將丙乙光線引長、與庚丁光線、相遇於丁、又將乙庚二回光鏡引長、相遇於辛、題言丁角倍於辛角、其證如下、

丙丁庚角＝丙乙庚角－乙庚丁角(一)、但 丙乙庚角＝2申、 乙庚丁角＝2申′、 代於(一)式、卽 丙丁庚角＝2申－2申′＝2(申－申′)(二)、

又 乙辛己角＝己庚乙－庚乙辛(三)、 但己庚壬爲直角、故己庚乙＝90°－申、 戊乙辛亦爲直角、故庚乙辛＝90°－申′、 代於(三)式內、卽 乙辛己＝(90°－申)－(90°－申′)＝(90°－申－90°＋申′)卽＝申－申′(四)、

夫丙丁庚＝2(申－申′)而 乙辛己＝申－申′、 則丁角卽倍於辛角、與題合矣、

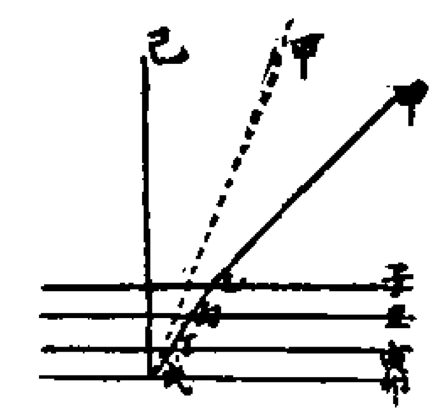
第一節

第三章　論蒙氣差

蒙氣差○蒙氣差者、乃光透過地球之氣殼、被折而生之差也、此氣去地面愈遠而愈稀、大抵自地面上升十二里、氣稀一半、再升十二里、又稀一半、每升十二里、每稀一半、由是上推至百五十里之高、則氣幾於盡、亦無庸計其差矣、

第二節

蒙氣差之理○按光學理、凡光線斜射、自輕入重、必近垂線而折、（如第二十二圖）如甲乙爲一光線、斜過子丑寅諸層氣、夫氣自上而下、既逐層漸厚、則甲乙光線入子層之乙點、必被折下彎、而有乙丙向、入丑層之丙點、又被折下彎、而有丙丁向、至入寅層之丁點、更被折下彎、及入目之時、必有戊丁向、準光學理、光線入目之方向、即目視原物之方向、故人見甲點、不在其眞處甲、反如在其視處甲矣○前云氣自上而下、逐層漸厚、然氣係散漫無跡、非顯有層次可分、乃以漸而厚也、故凡斜入之光線、不能成折線形、必成弧線形、然去地愈遠、氣既愈稀、則於氣之極稀處、光線畧爲直線、漸下必爲弧線形、愈下弧率愈大、然弧之兩端、皆在一豎面之內、故蒙氣差祇能令物之高度視之若增、而與地平經度無關、且光自天頂來者、既直射而不斜、則不被折、故當天頂則無此差、漸遠天頂則漸大、及至天地平界、則爲最大焉、



第二十二圖

第三節

算蒙氣差法○求蒙氣差、其法有二、一係憑算而求、一係憑測而求、先憑算者言之、夫蒙氣差之眞數、算之誠難、然某曜之高度、苟大於十度、即可定其所受之差、皆生於一層、既生於一層、則算其大小無難矣、（如第二十三圖）設丁等於星距天頂之視度、乙等其所受之蒙氣差、如是若無蒙氣差、則星之距天頂度、必等於(丁十乙)、按光學理、射角之正弦、必等於折光角之正弦乘丙、（丙乃折光指也）即

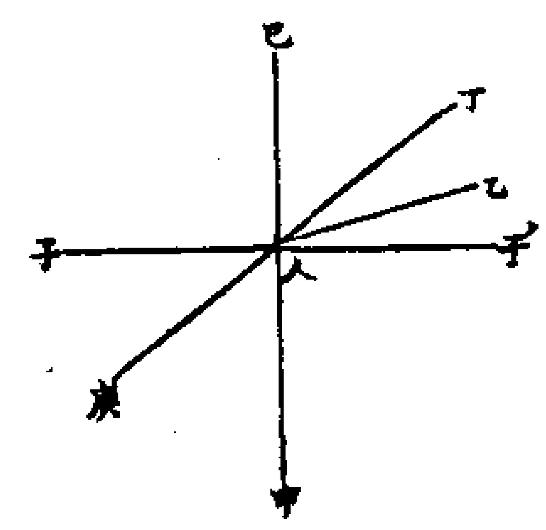
正弦(丁十乙)＝丙正弦丁　(一)

按八線理

正弦(丁十乙)＝正弦丁餘弦乙十餘弦丁正弦乙

故

正弦丁餘弦乙十餘弦丁正弦乙＝丙正弦丁　(二)



第二十三圖

假如星距天頂、小於八十度、其蒙氣差則不至六分、故可以正弦乙等於乙弧、而餘弦乙必等於半徑矣、代於(二)式、則

正弦丁十乙餘弦丁＝丙正弦丁、

復以餘弦丁除之、得

正切丁十乙＝丙正切丁、

即

乙＝(丙－1)正切丁　(三)

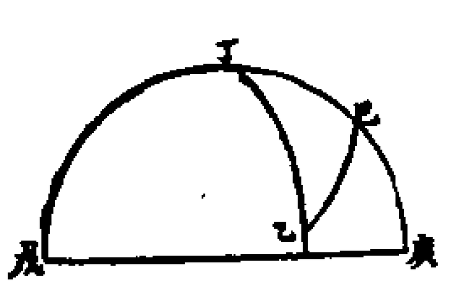
此式之下端、乃以半徑爲度、而與未同大之弦、有206265″、則欲知乙之秒數、必以206265″乘(丙－1)正切丁、若寒暑表至50°、而天氣之壓力等於29.96英寸、則天氣折光指、等於1.0002836、代於(三)式、則

乙＝0.0002836×206265″×正切丁＝58″.49×正切丁

故某高度之蒙氣差、即其餘視高度之正切、乘58″.49也○據此算之、若高度十二度、所差不過十秒、若自十度至天地平界、此法差大、即不合用矣、

第四節

測蒙氣差法○憑測而求蒙氣差法、先以地平尺、使得其平、以定本處之午線、後取一星、察其緯度若干、而測星過遠鏡之交點爲何時、即定遠鏡於此點、視其有何高度、自90°減之、即得此點距天頂之視度、再轉遠鏡至本處之午線、待星復過遠鏡之交點、視爲何時、二時之餘、即星之餘時角、（如第二十四圖）如己丁戊爲本處之午線、己爲北極、丁爲天頂、乙爲星所居之點、丁乙爲過星之豎圈、己乙爲過星之時圈、如是、丁己乙弧三角形、丁己爲本處之餘緯度、己乙爲星之距極度、丁己乙爲其餘時角、既知其二弧與所夾之角、則可算餘弧丁乙、即星在乙點時距天頂之眞度矣、此數與所測得之數相較之餘、即星在乙點所受之蒙氣差也、自星初現直至天頂、屢屢測之、則每高度之蒙氣差、皆可計算、即知天地平界之蒙氣差、約爲三十五分、在高十度處爲五分、在高二十五度處爲二分、在高四十五度處爲一分、在高六十二度處爲半分、而至天頂則無矣、



第二十四圖

顧天云　凡風雨表以三十寸爲中數、升則差角變大、降則差角變小、升降十分寸之一、差角變三百分之一、凡寒暑表以五十度爲中數、降則差角變大、升則差角變小、升降一度、差角變四百二十分之一、

第五節

蒙氣差何以變諸曜出入之時○諸曜之高度、既因蒙氣差而增、則必早出而晚入、蓋蒙氣差於天地平界、畧爲三十五分、而日月之視徑最大時、尚不及此數、故此二曜於將出

始入時，其實體雖在天地平界下，人視之反在天地平界上矣，

第六節

蒙氣差何以變日月之視形〇日近天地平界時，所受之蒙氣差，下半截既多於上半截，則日之豎徑必視之畧短，而橫徑仍如常，故人視日為橫橢形，如日之下半截正切天地平界時，人視之距天地平界三十五分，而上半截之真高度，必為三十二分，即日之視徑也，然此點之蒙氣差，乃二十七分五十秒，則其下半截因蒙氣差視上升三十五分，而上半截繼上升二十七分五十秒，故日之豎徑必減少七分十秒，然其橫徑仍為三十二分，故必成橢形，而下半更扁於上半焉，

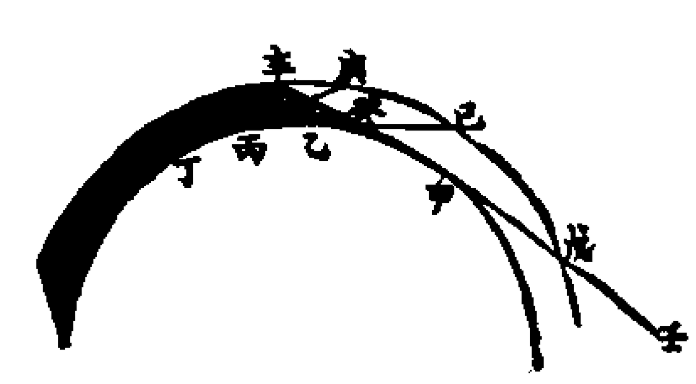
第七節

日月近天地平時見大之故〇日月近天地平界時，覺大於近天頂時，此非由蒙氣差，亦非由目誤，乃意會之誤也，若以合宜之器，測月之視徑，便知近天地平界時小，近天頂時大，盖月當天地平界時，距人尤遠故也，而日在天空，無論見於何處，其視徑皆畧同，以距地甚遠故也，然則日月於天地平界時，所以見大者，其故有二，一盖人視各物，而能定其大小者，乃隨物距我之遠近而定，設有二物，距人遠近不等，而其視角相等，即知遠者必

大，近者必小也，人視日月近天地平界時，有樹山房屋襯於其間，此諸物之大小，悉所素知，而日月較此諸物尤遠，故覺更大，而近天頂時，其間無物相襯，即覺日月似近，既以為近，故因以為小也，人視天頂點距人似近，而視天地平界之諸點距人似遠者，亦此故也，二人視遠物，而定其大小，不獨在距物之遠近，亦在乎物之明暗，比如有山二座，其視徑一，而明暗不一，按光學理，明暗與遠近，有反比例，可知明者必近，暗者必遠，但遠近與大小亦有正比例，如是則愈遠愈大，故人但見日在天地平界則暗，而在天頂則明，遂謂在天地平界愈遠，而體愈大也，

第八節

朦朧影〇日雖入於天地平界下，而其光仍照於天地平界上之諸層氣雲，由氣雲返照地面，即成朦朧影，而日愈下，所照界上之氣雲愈少，故其返照之光亦必少，及入界下十八度時，日光即不能照界上之氣雲等物，故成為夜也，（第二十五圖）甲乙丙丁為地面之一弧，外包天氣，戊己庚辛，自甲點視日將落，在天地平界下之壬點，而壬與辛連線，實為甲點之切線，是甲點不獨受日直射之光，且得其上繼天氣所返照之光，若丙點，則僅有辛庚午氣所返照之光，及至丁點，並返照之光亦無，而純為夜矣，



第二十五圖

問〇日當春秋二分點，赤道上朦朧影，長若干，

答一點鐘十二分

問〇北極每歲二次有朦朧影，每次其長若干，

答五十一天十六點鐘

問〇於北緯五十度之處，夏至時其純夜如何，

第四章　論日躔

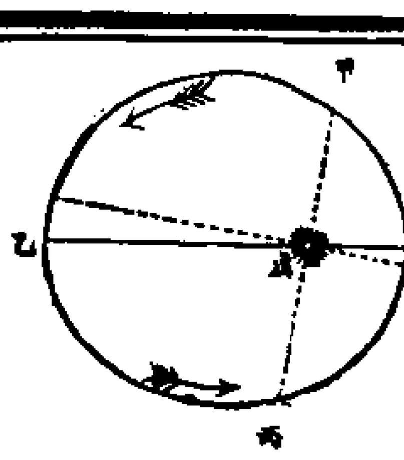
第一節 論日移經緯度○第一章已言日於恒星中所行之道爲黃道、夫黃道乃天空之一大圈也、與赤道斜交二十三度二十七分之角、既與赤道斜交、則日於每日非特移其經度、即其緯度亦移矣、欲求日移經度之速率、可以子午儀、逐日測其何時過午線、而定其經度若干、再將數日所得之數相比、便知日之經度、每日加增之平數、即三分五十六秒、一日爲一度、而其移日之緯度、即隨其居黃道何點之緯度、自○度至南北各二十三度廿七分不等、而其移緯度之速率無定數、愈近春秋二分點愈速、愈近冬夏二至點愈遲、

第二節 晝夜長短隨日之緯度而易○赤道既被各處之天地平界平分、則日過赤道時、其出沒之時即相等、而晝夜皆爲十二點鐘、日距赤道愈遠、晝夜之長短愈不均、迨日至夏至、則北半球之晝最長、夜最短、而南半球之夜最長、晝最短、日至冬至則皆相反、

第三節 何爲二分二至經圈○過春秋二分點之時圈、爲二分經圈、過冬夏二至點之時圈、爲二至經圈、然二至經圈、既過黃赤二大圈之每極、則必與此二大圈正交、且其四交點距春秋二分點各九十度、此二分二至經圈、及本處之子午圈、與哥爾尼城之子午圈、乃歷家常用之四大經圈也、

第四節 黃道帶○距黃道南北各八度之處作二圈、與黃道平行、此二圈內天球之大帶、名黃道帶、日月與諸行星之視道、皆在此帶之內、而此帶又分十二宮、自春分點起、南北各六、皆以星象名之、即雄羊、金牛、雙子、巨蟹、獅子、室女、天秤、天蝎、人馬、山羊、寶瓶、雙魚是也、如春分點、即雄羊之第一點、秋分點、即天秤之第一點、夏至點、即巨蟹之第一點、冬至點、即山羊之第一點也、

第五節 日向東行之故○人以日爲東行、蓋拘日自西向東繞地而轉之古語也、然今知日大於地百萬倍、則其說殊謬、夫日之所以向東行者、蓋地自西向東繞日而轉也、按重學理、地非繞日而轉、乃地與日皆繞其公重心而轉也、然此公重心幾恒居在日心、故歷家常云地繞日而轉也、地既如此繞日而轉、而人不覺、則必視日如繞地而東行、假如測者、能自日觀天、必視地爲諸行星之一、而地於天球所居之點、乃距日一百八十度之點也、見圖、如戊爲日、甲乙丙丁爲地繞日所行之道、設地在甲、必視日在丙、而適爲一百八十度、如是若視日在春分點、即知地在秋分點、視日居人馬、即知地居雙子、而日無論居天空之何處、即在地所居之對點也、

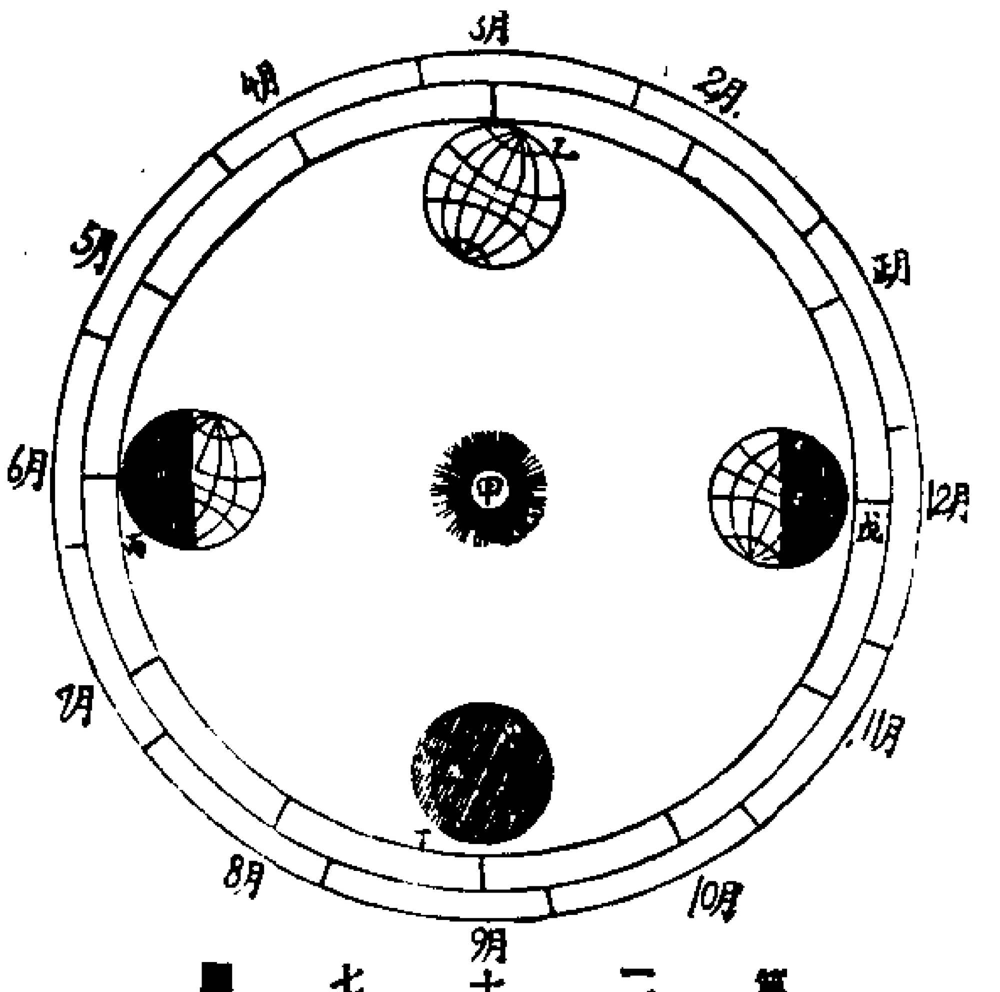


第二十六圖

第六節 地球分道之故○地球分爲五道者、不在冷熱之故、而在日光之如何照地面也、自赤道迤南迤北、各二十三度二十七分之大帶內、日於每年、必過其天頂二次、而成一道、名曰熱道、日在冬至、其光祇照球之北半、至北緯六十六度三十三分而止、故自二十三度二十七分、至六十六度三十三分、又成一道、名曰北溫道、而日所不照之處、即凡距北極不過二十三度二十七分之處、名曰北寒道、日在夏至、其光祇照球之南半、至南緯六十六度三十三分而止、故自二十三度二十七分至六十六度三十三分、又成一道、名曰南溫道、而日所不照之處、即凡距南極不過二十三度二十七分之處、名曰南寒道、

問　○日在夏至、北半球之何處、人影可向正南、

問　○日在夏至、北寒道以內、爲何不見日入、



第二十七圖

第七節 四時與晝夜常變之故○地既同時繞日、並繞其本軸而轉、且此軸與黃道斜交、而永不變其方向、故有四時與晝夜長短之二別也、見圖、如甲爲日、乙丙丁戊爲地於四時所過之四點、地之本軸、既常不變其方向、則地在乙、日必正照赤道、而南北二極、適在明半球之界、故統地面之晝夜平分、即爲春分、按圖二極在明球之界者、不甚適宜、因蒙氣差能令日之所照過於二極、故二極在明界上、謂晝夜平分者、亦不甚均平、因蒙氣差能令日早出晚入、故晝長於夜、地轉至丙、則北極必向日、而南極背日、故北半球受光多、而晝長、南半球

受光少而夜長、北半球受光既多、即熱亦多、爲夏至、地轉至丁、則與乙同、而爲秋分、轉至戊、則與丙一一相反、而爲冬至、觀於四時及晝夜長短之故、可知地球之本軸、若正交地道之平面、則黃赤二道、必合爲一、如是、則晝夜常平、四時亦不分矣、

問　○若地之黃赤二道斜交所作之角、大於二十三度二十七分、則四時與晝夜必何如、

問　○若赤道正交黃道、則四時與晝夜在北極如何、又於北溫道如何、

第八節

黃赤角之大小○黃赤角者、乃等於日至大之緯度也、欲求此角之大小、可當日過冬夏二至點、詳細測定其緯度若干、即此角之大小、於一千八百八十七年、爲二十三度二十七分十四秒、其每年變少之平數、畧爲半秒、

第九節

地道有何形式○凡物之視徑、既與其遠近有反比例、而日之視徑、逐日不同、則地距日之遠近、亦逐日而變、蓋地道非正圜、乃爲撱圜、日居其一心、日視徑最大之時、乃西曆正月初一日、即冬至後十一日 故知此爲地距日最近之時也、日視徑最小之時、乃西曆七月初一

日、即夏至後十日 故知此爲地距日最遠之時也、當此二時、地居黃道之點、一名近日點、一名遠日點、此二點即撱圜所謂最近點最遠點也 據此理、可算下問、

問　○當一千八百六十四年、正月初一日、日之視徑係三十二分三十六零十分秒之四、七月初一日、日之視徑係三十一分三十一零十分秒之八、設以七月初一日地距日之遠近爲一、則正月初一日爲其何分、

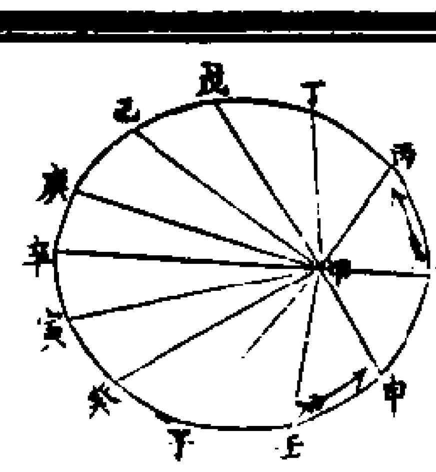
答十萬分之九萬六千六百九十八有奇

問　○四月初一日、日之視徑係三十二分三零十分秒之四、問其距地之遠近、爲七月初一日之何分、又問爲正月初一日之何分、

答十萬分之九萬八千三百五十七　一零十萬分之一千七百一十六

第十節

求地道之兩心差○凡撱圜之兩心差、即其一心與中心之距、以半長徑除之者也、欲求地道之兩心差、見圖 如乙戊辛子、爲地道、甲爲其一心、設　丑爲半長徑　卯爲兩心差、如是、地當近日點、即乙點 其距日之遠近＝丑(1一卯)(一)、當遠日點、即辛點 其距日之遠近＝丑(1十卯)(二)、令　(一)＝午、(二)＝亥、則亥／午＝(1十卯)／(1一卯)、化之即得　卯＝(亥一午)／(亥十午)＝(1一午／亥)／(1十午／亥)、但午／亥＝3 1′ 3 1″·8／3 2′ 3 6″·4＝0.96698、故　卯＝0.01678、畧爲1／60、即地道之兩心差也、此差在今變小之速率、每百年爲百萬分之四十二、倘兩心差若恒如此變、則地道必漸成平圜、然按力佛利亞所推、兩心差不能恒如此變、過二萬四千年、必至其最小之時、當爲萬分之三十三、彼時以後、始漸大云、

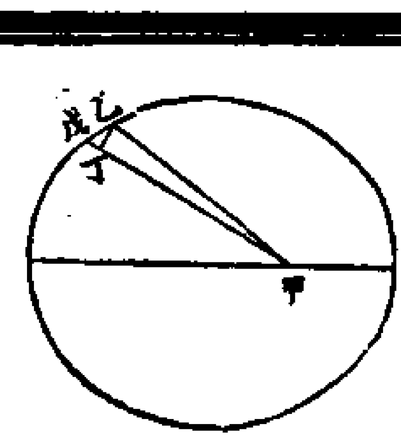


第二十八圖

第十一節

地繞日之速率○地道爲撱圜、日居其一心、則自日至地之連線、爲地道之帶徑、按地所行遲速之理、歷時同、帶徑所過之面積亦同、見圖 如甲爲日、乙戊爲地歷一天所行之弧、設　己＝乙甲戊角、　申＝帶徑所過之面積、　丙＝乙甲、　試作乙丁與甲戊正交、如是、　乙丁＝乙甲正弦乙甲戊＝丙正弦己、故　申＝$\frac{2}{1}$丙^{2}正弦己、然地一日所行之道若以度數論之既小、則可云己弧等於正弦己、　即　申＝$\frac{2}{1}$丙^{2}己、　假如申爲常數、丙亦必爲常數、然丙即日距地之遠近、必按反比例、隨日之視徑未而變、故可設$\frac{1}{未}$代丙

如是丙^{2}己＝$\frac{己}{未^2}$無疑矣、設　$\frac{己}{未^2}$　爲常數、則　己：己′：：未^2：未′^{2}、或謂日每日所行之弧、恒隨日視徑之平方而變、此乃天文家已測定者、如1864年自正月初一日午正、至初二日午正、日行黃道之弧、爲0°1′9′·9、而其視徑爲32′36″·4、又於七月初一日午正、至初二日午正所行之弧、爲57′1″·9、而視徑爲31′31″·8、將此數皆化爲秒、開比例、即　8669·9：3432·9：：1956·4：1891·8若於地道他處測驗、仍不外此公理、故$\frac{己}{未^2}$實爲常數、而丙^{2}己、亦必爲常數、從可知歷時同、帶徑所過之面積亦同矣、



第二十九圖

第十二節

每年最冷最熱之時○無論地球之何處、其每日受熱之多寡、皆依日過其午線時、爲何高度、及晝夜之長短而異也、日過午線時、高度愈大、其光愈濃、而正照地面、則地所受之熱愈多、如此熱帶北之人、將謂夏至之日、高度最大、白晝最長、宜爲最熱之時也、然而最熱之時、竟不在夏至、所以然者、蓋愈近夏至、地每晝所受之熱、較每夜所散之熱尤多、故

每日之熱必加增如許、而當夏至時、所加爲最、此後所加雖少、然晝有遞增、故一日仍熱於一日、迨至晝所受與夜所散適等之日、卽爲一年最熱之日也、是日約在夏至後月有半焉、[illegible] 因知最冷之日、所以不在冬至、而在冬至後月有半者、[illegible] 亦斯故耳、

第十三節　何爲太陽恒星二日〇自日過午線、至其再過、爲太陽日、自春分點過午線、至其再過、爲恒星日、恒星日、卽地繞本軸轉一周之時也、其長短雖約有差、然此差甚微、按今歷家考潮汐之理、於二千五百年之中、或至一秒之六十六分之一焉、

第十四節　太陽向東之速率〇夫日每年旣東行一周、欲求其每日所行之度、卽按比例、三百六十五日五點鐘四十八分四十七秒零十分秒之八比一日、等於三百六十度比五十九分八秒零十分秒之三、卽日每日視行之平數也、然日距地之遠近旣不同、則其每日視行之弧亦不等、日距地近時大、遠時小、故太陽日亦常變、而歷家因取其便、故皆論太陽平日、卽一年中諸太陽視日之平數也、

第十五節　太陽恒星二日之較〇太陽平日、長於恒星日者、因日每日向東行五十九分八秒零十分秒之三、故地繞本軸而轉、自某處午線過日、至其再過、必轉三百六十度五十九分八秒零十分秒之三、然自午線過某恒星、至其再過、地則只轉三百六十度、苟欲照恒星表、求太陽行此小弧所歷之時若干、卽三百六十度、比五十九分八秒零十分秒之三、等於一恒星日、比三分五十六零十分秒之五、而太陽表二十四點鐘、卽等於恒星表二十四點鐘三分五十六零十分秒之五也、苟欲照太陽表、求太陽行此小弧所歷之時若干、卽三百六十度五十九分八零十分秒之三、比五十九分八零十分秒之三、等於一太陽日、比三分五十五零十分秒之九、故恒星表二十四點鐘、卽等於太陽表二十三點鐘五十六分四零十分秒之一也、

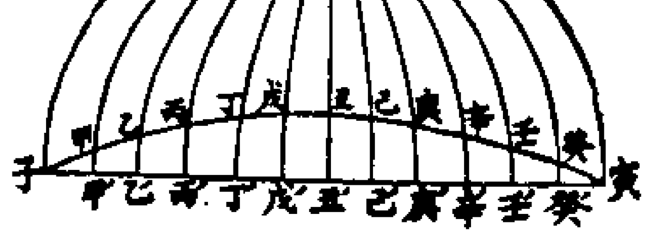
第十六節　歷家日與民間日之別〇歷家因便於用、皆以午正爲每日之初時、至明日午正爲一晝夜、共分爲二十四點鐘、而民間皆以子正爲每日之初時、至午正、及次子正、各分十二點鐘、自子正至次子正、爲一晝夜、故歷家日旣起於午正、而民間日起於子正、是歷家日、較民間日遲十二點鐘、如欲改民間日爲歷家日、有如民間七月初四日、午前九點鐘、乃爲

歷家七月初三日二十一點鐘是也、若時爲午後、則無須改焉、

第十七節　論視日與平日之別〇自日過午線、至其再過、爲太陽視日、然太陽視日之長短不均、有過於二十四點鐘者、有不足二十四點鐘者、而鐘表匠窮於遲速之變更、亦惟以二十四點爲鐘表每日之平數、故太陽之平日與視日時分有差也、二者之差、名時差、如三月二十三日、若論太陽平日、惟有二十四點、而論其視日、則有二十四點七分、此七分、卽爲此日之時差、而日當午線時、表針宜指二十四點鐘七分之點也、

第十八節　太陽日不等第一故〇地繞日轉之速率不均、則太陽日卽不等、蓋地繞日轉愈速、則人之視日、每日東行之弧愈大、故自本處午線過日心、至其再過、所歷之時愈長也、若地繞日轉愈遲、則人之視日、每日東行之弧愈小、故自本處午線過日心、至其再過、所歷之時愈短也、爲此之故、其長短之或正或負、可差八分二十四秒、而其最長時、卽冬至後數日也、最短時、卽夏至後數日也、

第十九節　太陽日不等第二故〇夫地繞日而轉之速率不均、固足令太陽日不等、卽使其均、而太陽日仍不等、蓋因赤黃二道斜交故也、[illegible] 如子丑′寅′爲赤道、子丑寅爲黃道之北半、試將黃道平分、如子甲、甲乙、乙丙、諸等弧、此諸等弧、乃日同時所過者也、再過甲乙丙丁諸



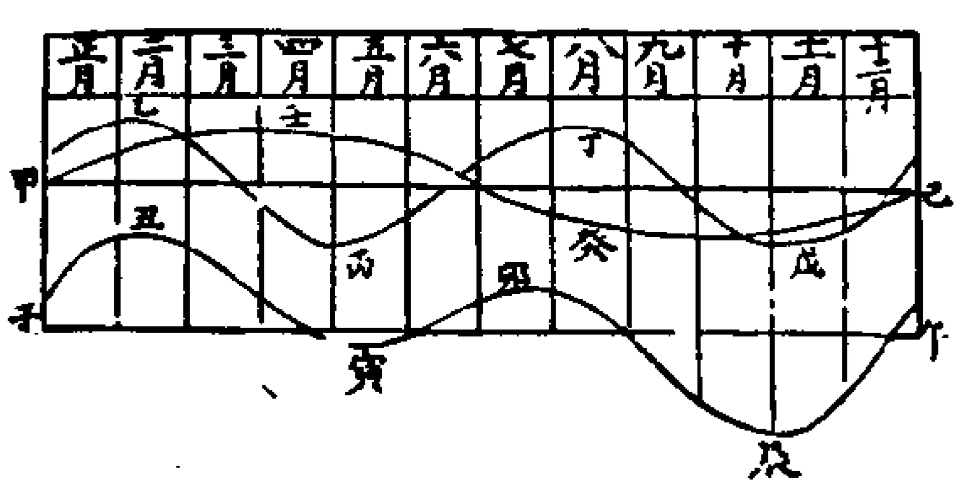
第三十圖

點、作各時圈、交赤道於甲′乙′丙′丁′諸點、凡二大圈相交、彼此必平分、則子丑′寅′、必等於子丑寅、卽子丑′、亦等於子丑矣、但子甲甲′爲正弧三角形、則子甲必大於子甲′、子乙大於子乙′、至戊戊′仿此、然子丑′等於子丑、則子甲′與甲′乙′諸小弧、不能相等、而子甲與子甲′雖不等、但甲與甲′必同時過午線、因二點皆在一時圈故也、設如天空有二日、一循赤道、每日東行五十九分八零十分秒之三、一循黃道、亦按此速率東行、若當春分時、兩日皆自子點起、翌日午正、黃道日已向甲點行五十九分八零十分秒之三、而以向正東數較之、則不足此數、故其過午線時、較赤道日必早、二日過第一象限、必恒如此、而其時差最大之點、卽黃日距子點四十五度之點也、離此點後、雖不正向東、然所差漸小、蓋日

第二十節

北緯已大，而其每日正向東者，較同緯度五十九分八零十分秒之三之小弧稍勝，故也。黃道爲大圈，而諸緯度圈皆爲小圈，故同度之二弧，得大圈者則大，得小圈者則小矣。至夏至，則二日一在丑，一在丑，皆距子點九十度，故必同時過午線，行第二象限，赤日過午線，較黃日常早，至秋分，則二日皆至寅點，又同時過午線，行第三象限，黃日過午線，較赤日常早，至冬至，則二日皆距丑丑二點一百八十度，亦同時過午線，行第四象限，赤日過午線，較黃日常早，至春分，則二日又同時過午線，如是，若太陽日之時差，祇有黃赤角之故，則必三月爲正，三月爲負，然因此欲求時差之大小，如下假如日自子點行四十五度，至丙點，則子丙丙正弧三角形，子丙爲四十五度，丙子丙角爲二十三度二十七分十四秒，可按八線理，求子丙邊，即　正切子丙＝餘弦丙子丙乘正切子丙，故　子丙＝四十二度三十一分五十七秒，是子丙與子丙相差二度二十八分三秒，化爲時辰，爲九分五十二零十分秒之二，即黃道斜度所生至大之時差也。

太陽時差恆變，以圖明之○太陽時差，因上二故，日日不同，繪圖於左，如甲己線爲一年，



第三十一圖

又平分十二節，每節爲一月，彎線甲壬癸己，其在甲己線以上諸點，距線之遠近，以明太陽因前第一故，當時之時差正若干，其在甲己線以下諸點，距線之遠近，以明太陽因前第一故，當時之時差負若干，再作彎線甲乙丙丁戊己，亦如此明太陽因前第二故，當時之時差正負若干，按代數法，將此二故所生之時差相加，得數即太陽之總時差也，欲明其理，可以與甲己平行之子午線爲準，而子丑卯午，乃甲乙丁己與甲壬癸己二彎線相加而成之彎線，其在子午線上下之諸點，所距此線之遠近，爲當日之時差，由此可知太陽時差，每年至大之時有四，二正二負，無時差之時亦有四，今將八點之日期與時差，分列於下，

二月十一日　正十四分三十二秒　四月十五日　無差

第二十節

五月十四日　負三分五十五秒　六月十四日　無差

七月二十六日正六分十二秒　九月初一日　無差

十一月初二日負十六分十八秒　十二月二十四日無差

太陽時差表，正負之數，及至大至小之期，逐年微差，故歷家每年各有其表，其差既甚小，則一年之表，民間即作多年之用亦可。見下卷末表

論通書○太陽年，乃泰西民間常用之年也，爲三百六十五日五點鐘四十八分四十七零百分秒之八，夫年中日數，尙帶點鐘分秒，誠有如許之不便，然不能恒以三百六十五日爲一年，蓋拘此推算，久之則春分必漸進至六月，而冬至必漸進至三月矣，又不能恒以三百六十六日爲一年，蓋拘此推算，久之則春分必漸退至臘月，而三月爲伏天矣，故依古以來，歷家皆苦心設法，欲令一年之日數爲整數，且令四時各有定期，然欲更正者雖多，而得其術者卒鮮，迨該撒猶流出，伊以三百六十五日，既不足一年，而三百六十六日又少過乎一年，遂酌定每四年中，其前三年，爲三百六十五日，後一年，爲三百六十六

日，按此所定，雖較前爲愈，然亦有差，因當時歷家皆以三百六十五日六點鐘爲一太陽年，故猶流所定之年，知名年猶流較太陽年長十一分十二秒，此差雖不甚大，然積四百年之久，已差三日有奇，當三百二十五年間，在小亞西亞尼士城，有大議會，准定此後教會俱遵猶利安通書，紀算爲耶穌降世之何年，而每以四可除盡者，爲三百六十六日，除不盡者，爲三百六十五日，彼年日過春分點，乃三月二十一日，至一千五百八十二年，日過春分點，乃三月十一日，二者相差十日，明徵通書不改，則春秋必更，故貴勾力第十三，刻意校正，立法有二，一、令日過春分點，仍在三月二十一日，此無他，即以一千五百八十二年八月初四之翌日，不爲初五，而爲十五也，二、欲免再有此差，亦不甚難，即將猶利安年，每四百年所加之三日，減之而已，如是，以四能除盡，而四百除不盡，帶兩幽之年，亦爲三百六十五日，如一千七百，一千八百，與一千九百，此三年，按猶利安通書，皆爲三百六十六日，然按貴勾力安通書，惟三百六十五日，此法雖不能無差，然差亦甚微，須三千餘年之久，方有一日之差，近來泰西諸國，除俄國外，皆遵貴勾力安通書，二書於今差十二日，故

第二十二節

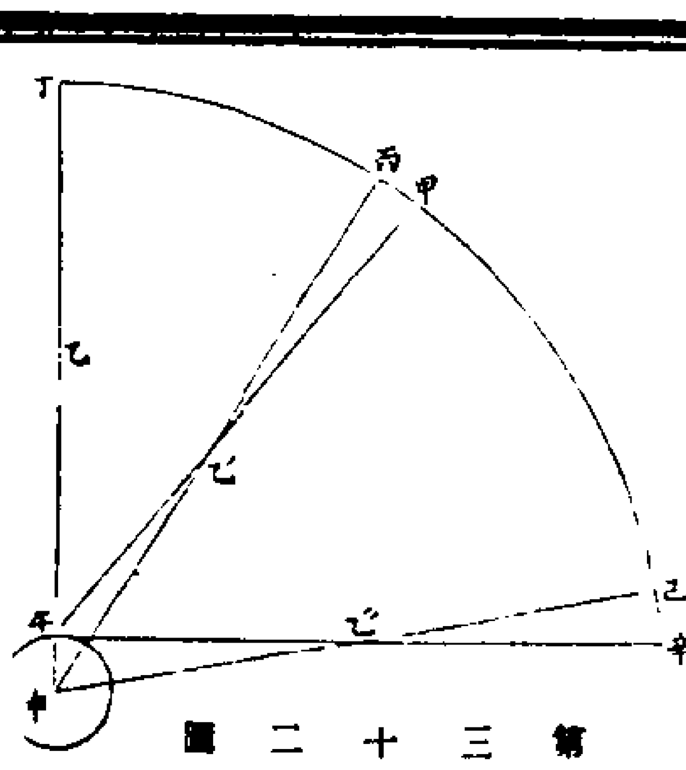
俄之一千八百八十六年二月初八日，即他國之一千八百八十六年二月二十日也。按西利安通書，至每四年之二月，必閏一日，此月在閏三年，俱係二十八日，至第四年，則二十九日也。

計算禮拜日期〇每三百六十五日之年，既有五十二禮拜零一日，其年之始末二日，按禮拜數之則同，如一千八百八十六年正月初一日為禮拜五，則十二月三十一日，亦必為禮拜五，若值其年之內有閏日，其除日較正朔，即下差一日，如一千八百八十八年正朔為禮拜，除日必為禮拜一，由此推之，微特知某年某月某日為禮拜幾，並知來年此月此日當為禮拜幾矣。

第五章　論視差

第一節

何為視差〇自地心視某曜之居所，為其真處，而自地面視之，則為其視處，此二處相距天空之小弧，名視差，亦名地半徑差，見圖　如丁甲辛為天空球之一弧，申為地心，測者在午，乙為月居天頂時，乙′為月已過天頂如許時，而乙″為月在天地平界時，夫月當天頂，無論自午自申視之，如在天頂丁點，因申與午乙，皆係一直線，故月過天頂時，無視差，若在乙′點，自午點視之，有午乙′甲向，自申點視之，有申乙′丙向，故自午視之，有視差角丙乙′甲，亦即午乙′申角也，由圖觀之，可知月距天頂愈遠，其視差角必愈大，而至乙″點，即距天頂九十度之點，其視差角為最大，名地平視差，即午乙″申角，乃自月視地半徑所乘之角也，查圖，可知視差角，常令月之距天頂度加增，而高度減少，故有月之視高度，必加其視差，方得其真



第三十二圖

高度，即日與諸行星，亦同此例，惟恒星則不然，距地甚遠故也。

第二節

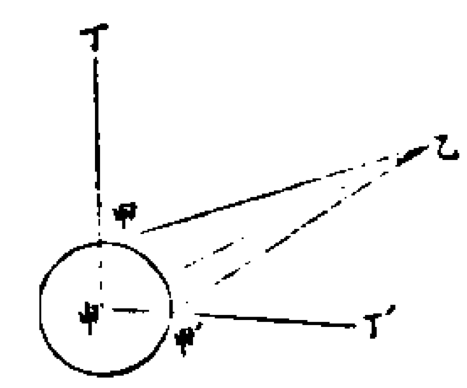
求任何高度之視差〇以月之地平視差，求其任何高度之視差，法如下　仍設乙′為月之某高度，申乙′午角，為其地平視差，依申午乙′三角形，申乙′:申午::正弦申午乙′即正弦乙乙′午:正弦申乙′午(一)　又依申午乙″三角形，申乙″:申午::一:正弦申乙″午(二)　去前二式之同率，則　一:正弦申乙′午::正弦乙′午乙″:正弦申乙″午，故　正弦申乙′午，係正弦申乙″午乘正弦乙′午乙，即月某高度視差之正弦，等於其地平視差之正弦，乘其距天頂視度之正弦也，然日與諸行星之視度既甚微，則可去差角之正弦，而為日或行星某高度之視差，等於其地平視差，乘其距天頂視度之正弦。

第三節

視差與遠近之涉〇視差與遠近，有反比例，如設庚代距天頂角乙午乙′，壬代地平視差，壬′代申乙′午角，己代月距地之遠近，己′代地半徑申午，如是　己:己′::正弦庚:正弦壬′，即　正弦壬′等於乙乙′正弦庚，去其視差角之正弦，則　壬′等於乙乙′正弦庚，是凡諸曜之視差，與其遠近，有反比例也，然若某曜距天頂九十度，則壬′變

爲壬而正弦庚等於一、故　正弦壬等己己、去其視差角之正弦、卽　壬等己己、

第四節　測月之地平視差○欲測月之地平視差、可於赤道之南北、各取經度相同之二處、如圖之甲甲´、乙爲月、申爲地心、設　己代申乙、己´代甲申、庚代丁甲乙角、卽自甲視月距天頂之度、庚´代乙甲´丁´角、卽自甲´視月距天頂之度、按前節、自甲視月之視差角甲乙申、卽　壬等於己己正弦庚、(一)
自甲´視月之視差角甲´乙申、卽　壬´等於己己´正弦庚´、(二)　則
壬加壬´等於己己(正弦庚加正弦庚´)(三)　但　壬加壬´等於甲乙甲´角、等於庚加庚´減丁申丁´角、而丁申丁´角、乃甲甲´二處之緯度丙丙´之和、故　壬加壬´等於庚加庚´減丙減丙´、此數



第三十三圖

代於(三)方程內、則庚加庚´減丙減丙´、等於己己(正弦庚加正弦庚´)　故　己己等於 $\frac{\text{庚}+\text{庚}'-\text{丙}-\text{丙}'}{\text{正弦庚}+\text{正弦庚}'}$ 卽月之地平視差也、

第五節　經度不同處測月之地平視差○甲甲´處經度若同、法固便矣、如其不同、則於甲處、每日

測月過午線時距天頂之度、而由航海通書、尋月易緯度之速率、知其速率與二處經度之較、則將月於甲點距天頂之度、化爲與甲´同經、與甲同緯處之月過午線時應爾之距天頂度、卽乙甲´丁´角矣、

第六節　測月地平視差所得之數○按上法、亞非利加好望角城、係南緯三十三度五十六分、英之哥爾尼城、係北緯五十一度二十八分、及歐洲他處觀星台之天文士、常測月過午線係何高度、而由所得之平數、推月之地平視差角、假若自赤道視之矣、然此差亦隨遠近而異、而月距地之遠近、既無時不變、故其地平視差亦然、自五十三分四十八秒、至六十一分三十二秒不等、折取其平數、爲五十七分二秒、按此法、推日之地平視差、畧爲九秒、地距日甚遠、其視差角甚小、故此法、尙未極精、又可算各行星之地平視差、然其距地至近者、視差不過三十二秒、而至遠者、視差恒不足一秒、故此法猶爲疎畧也、

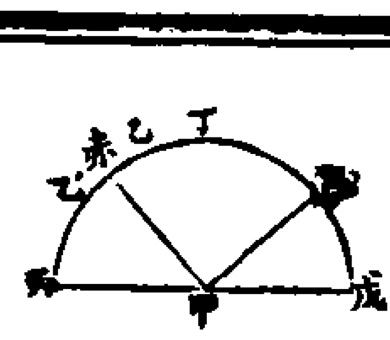
第七節　算某曜距地之遠近○倘已知地球之半徑、與某曜之地平視差、欲算某曜距地之遠近、如本章首圖、正弦申乙午：申午：：未：申乙、故　申乙等於 $\frac{\text{申午}}{\text{正弦申乙午}}$ 卽某曜之遠近、等其地平視差之正弦分之地半徑也、

第八節　視差隨地之半徑而異○夫月之地平視差、乃自月視地半徑所乘之角也、然地既非正球、則月之地平視差、必隨各處距地心之遠近而變、故自赤道視月之地平視差大、而自二極視之則小矣、如是、若欲推某處之視差、須先按撱圜理、推某處之地半徑爲若干里、而求其爲赤道半徑之何分、以此數乘自赤道視月之地平視差、卽得自某處視月之地平視差矣、如此所算各緯度之地平視差、既不能變、故歷家有月地平視差表、內載自赤道視月之地平視差、或爲五十三分、或爲五十七分、或爲六十一分、各緯度所宜減之秒數、誠便於推算日蝕月蝕及星被月掩等焉、見下卷第一表

天文用學

第九節　求某處緯度法○隨處欲求緯度、其法有二、一　取近北極之一星、測其上過午線、下過子線、二時之高度各若干、去其蒙氣差、餘者相加折半、卽北極之高度、亦卽本處之緯度也、
二　如圖丙丁戊爲某處之午線、己爲北極、丁爲天頂、赤甲爲赤道之平面、丙戊爲天地平

界、乙爲赤道北之一星、則赤乙爲此星之緯度、先測其視高度、減蒙氣差、餘數卽星之眞高度也、再減星之緯度、其得數卽赤道交午線點之高度、亦卽本處之餘緯度也、若星在赤道之南如乙´者、須加緯度、凡天空星之至明者、其緯度、歷家已皆詳測、而記於航海通書、故此法甚便於用焉、



第三十四圖

第十節　海面求緯度○其法須在午前半點鐘許、以紀限儀、測日下半截之高度、至日不復升爲止、去蒙氣差、加日之視半徑、卽日心過午線時之高度也、若日當時有南緯度、則加其緯度、若有北緯度、則減其緯度、得數卽赤道交午線點之高度、等於本處之餘緯度也、日每日之緯度及其半徑、皆記於航海通書

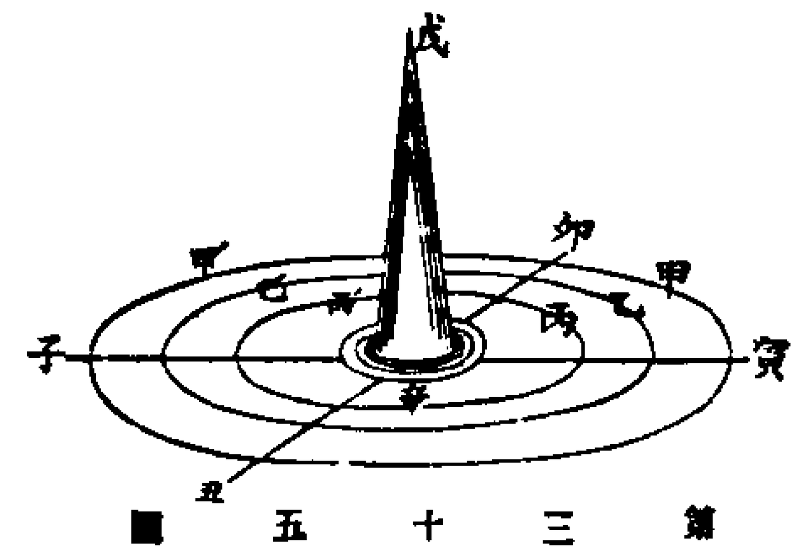
第十一節　以子午儀定某處之時○凡日過何處之午線、卽何處之視午正、如是若能測日何時過午線、卽知何時爲視午正也、再以時差改之、卽知何時爲平午正矣、測定日過午線法、莫若用子午儀、見二卷第[illegible]

第十二節

用地平尺法〇於午前定地平尺於某高度、待日下半截過遠鏡之交點、即記爲何時、遂定遠鏡之豎圈、而轉地平圈、至遠鏡向西、待日下半截復過交點、又記爲何時、將二時之餘折半、即日過午線之時也〇按此法不無小差、因日於二時間、其緯度少變也、

第十三節

問〇今於某處不知何時爲午正、祇知當日日之時差爲正十分、若按表視日、於東過交點係十點鐘、而於西過交點係四點鐘、問表針指在四點、此處之平時爲何、

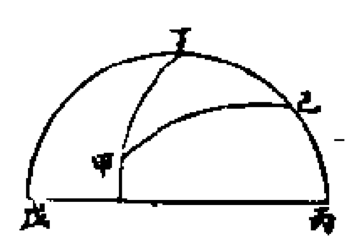


第三十五圖

午線法〇凡正交地平之物、於視午正、其影必向正北、或正南、與本處之午線相合、如圖用一木板子丑寅卯、令與地面平行、取一點爲中心、而晝甲甲′乙乙′丙丙′諸同心圈、復於中心立一鐵柱戊辛、與木板正交、於午前觀柱頂之影過每圈於何點、詳記之、如甲乙丙諸點是也、午後觀柱頂之影過每圈於何點、詳記之、如甲′乙′丙′諸點是也、後將甲甲′乙乙′丙丙′諸小弧平分之、而晝平分點之連線、此線即爲本處之午線、故影尖每過此線、即每日之視午正也、按此法不無小差、因柱影之分界線甚虛、其所差亦不過半分耳、

第十四節

用紀限儀法〇有日與某處之緯度、可隨時測日之高度、而求測時爲某點鐘、如圖己丁戊爲本處之午線、戊丙爲天地平界、己爲天北極、丁爲天頂、甲爲日、先測日距天頂之視度、而加蒙氣差、即日距天頂之眞度也、如是丁己甲爲弧三角、丁己爲某處之餘緯度、甲己爲日之距極度、甲丁爲日之距天頂度、按八線理、可求丁己甲角爲幾何度、復以十五除之、得數即日距視午正之點鐘也、此法有紀限儀斯可矣、故航海者常用之、

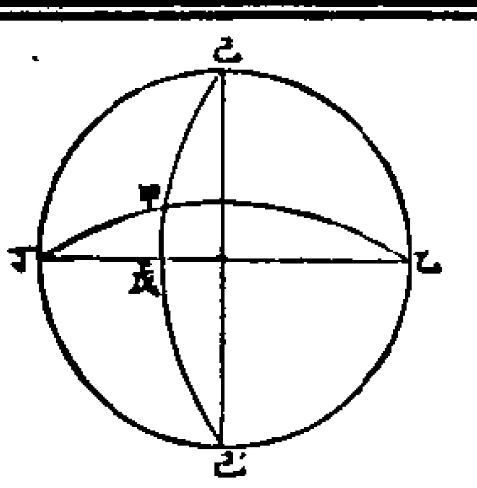


第三十六圖

第十五節

求日之赤黃經緯度〇日之黃經度、經度、緯度、此三者、如知其一、及黃赤角、則餘者即可求矣、如圖之丁己乙己′爲二分經圈、丁戊乙爲赤道、丁甲乙爲黃道、丁爲春分點、甲爲日、己甲己′爲過日之時圈、如是丁戊爲日之經度、甲戊爲日之緯度、丁甲爲日之黃經度、戊丁甲爲黃赤角、按納伯爾術、甲丁戊正弧三角形、即　未餘弦丁＝正切丁戊餘切丁甲、

設　丙＝黃赤角、　經＝經度、即　正切經＝正切黃經度餘弦丙、(一)即正切黃經度＝正切經、餘切丙(二)　又　未正弦丁戊＝正切戊甲餘切丁、即　正弦經＝正切緯度餘切丙、(三)即正切緯度＝正弦經正切丙、(四)　又　未正弦甲戊＝正弦丁正弦甲丁、即正弦緯度＝正弦丙正弦黃經度、(五)即正弦黃經度＝正弦緯度、正弦丙(六)　又　未餘弦丁甲＝餘弦丁戊餘弦甲戊、即　餘弦黃經度＝餘弦緯度餘弦經、(七)即餘弦經＝餘弦黃經度、餘弦緯度(八)



第三十七圖

一問〇一千八百六十四年六月初一日於哥爾尼午正、日之經度爲4點38分27.75秒其北緯爲22°75′5″.2求其黃經度若干

答71°10′35″.9

二問〇又於正月初一日、日之黃經度280°235′2″.3其南緯度23°2′52″.2求其經度若干

答18點45分14.70秒

三問〇又於五月二十日、日之黃經度59°40′1″.6黃赤角23°27′18″.5問日之經緯度各若干

答　經度3點49分52.62秒　北緯20°5′33″.9

四問〇又於十月二十七日、日之經度14點8分19.06秒黃赤角23°27′17″.8問黃經度與緯度各若干

答　黃經214°20′34″.7　南緯12°58′34″.4

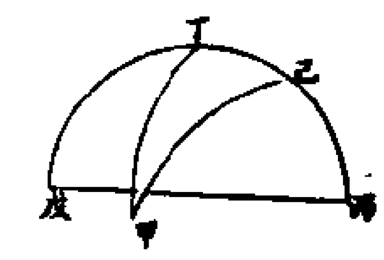
五問〇又於八月初八日、日之南緯16°05′6″.4黃赤角23°27′18″.2問經度與黃經度各若干

答　經度9點14分19.20秒　黃經136°7′6″.5

第十六節

加蒙氣差求日出入時〇蒙氣差、既增諸曜之高度、則必令諸曜早出晚入、是以日體之上半、正切天地平界時、日心尙在界下16′、且蒙氣差於天地平界爲34′、則日體上半

出入之時，日心必距天頂90°50′，故欲求日出上半之視時，如圖之己丁戊為測處之午線，己為天北極，丁為天頂，丙戊為天地平界，甲為日，於是丁己甲為弧三角形，丁己為測處之餘緯度，令等於乙，丁甲為日之距天頂度，令等於丑，己甲為日之距極度，令等於辛，則可求丁己甲角，即日距午線之餘時角，按八線理，



第三十八圖

故　正弦$\frac{1}{2}$丁己甲＝$\sqrt{\frac{正切(申一乙)正弦(申一辛)}{正切乙正弦辛}}$　2申＝(乙十丑十辛)

一問○五月初十日，日有北緯17°49′，問在紐約城，係北緯40°42′，日入於何視時，　答7點9分

二問○十月十五日，日有南緯8°47′，而時差為負14分，問在波斯頓城，係北緯42°21′，日出之平時為何，　答6點14分

第十七節

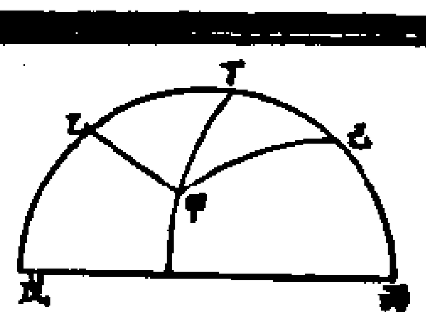
求朦朧影收放之時○平旦初放朦朧影時，日在天地平界下18°，黃昏既收朦朧影時亦然，是知日距天頂108°，欲求朦朧影初終之時，可准前節理，以丑代日之距天頂108°，餘皆相同，依式算之，即得，

一問○六月初一日，日有北緯22°10′，而時差為負2分，問在華盛頓城，係北緯38°53′，朦朧影何平時始放，　答2點41分

二問○二月十九日，日有南緯11°19′，而時差為正14分，問牛俄林斯城，係北緯29°57′，朦朧影何平時始收，　答7點12分

第十八節

測星之高度以求本處之緯度○既有星之緯度，與其時角及高度，可藉求本處之緯度，如圖丁為天頂，己為北極，甲為星，如是在丁己甲弧三角形，已有己甲與丁甲兩邊，及丁己甲角，可求丁己邊，自甲點畫甲乙線，為己丁邊引長之垂線，如是按納伯爾術，　未餘弦己＝正切己乙餘切己甲，(一)　又　餘弦己乙：餘弦丁乙：：餘弦己甲：餘弦丁甲，(二)　己乙一丁乙＝己丁，即本處之餘緯度也，



第三十九圖

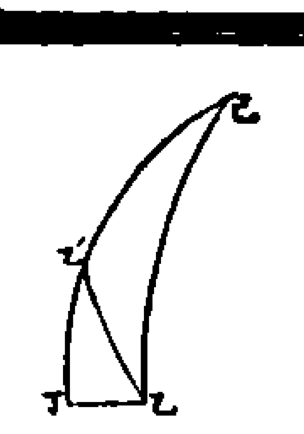
一問○日隔午線1點鐘14分11.6秒，其實高度＝33°40′35′.5，而其緯度為南515′28″，問本處之緯度若干，　答48°40′49″

二問○星之北緯，係16°12′26″，時角8點鐘25分40秒，其高為39°21′0″，問本處之緯度若干，　答42°34′56″

三問○大獅甲星，係北緯12°41′18″，隔午線3點鐘2分21秒，其高為41°52′0″，問本處之緯度若干，　答41°25′47″

第十九節

知二曜之經緯度，求其相距之度○(其法如圖)己為北極，乙乙′為二曜，如是己乙與己乙′為二曜之距極度，乙己乙′為其相差之經度，試作乙′丁線，與己乙引長之線正交，按八線理，　未餘弦乙己乙′＝正切己丁餘切己乙，即正切己丁＝餘弦乙己乙′正切己乙，　又有乙′丁＝己丁一己乙，則　餘弦己丁：餘弦乙′丁：：餘弦己乙：餘弦乙乙′，故　餘弦乙乙′＝$\frac{餘弦乙′丁餘弦己乙}{餘弦己丁}$



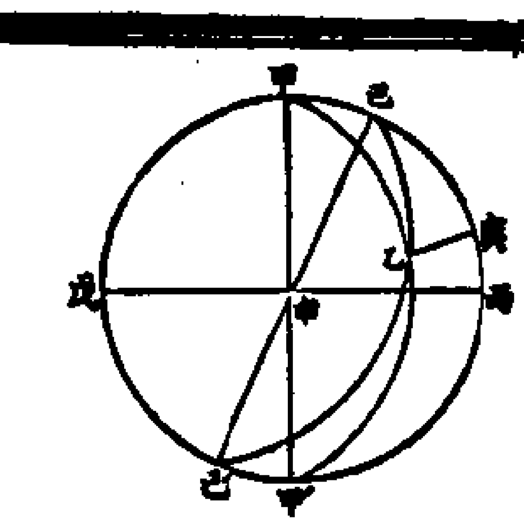
第四十圖

一問○自金牛甲星經度4點27分25.9秒，距北極73°47′33″，至天狼星經度6點38分37.6秒，距北極106°31′2″，問為若干度，　答46°0′44″

二問○自大獅甲星經度10點0分29.1秒，距北極77°18′41″，至天蝎甲星經度16點20分20.8秒，距北極116°55′55″，問為若干度，　答99°55′45″

第二十節

已知某曜之赤經赤緯度求其黃經黃緯度○(其法如圖)以己為北極，甲為黃北極，申為春分點，己乙己′為過乙星之時圈，甲乙甲′為過此星之黃經圈，如是戊甲丙甲′為二至經圈，申己等於黃赤角，己乙為乙星之餘緯度，乙甲為其餘黃緯度，乙己丙為其經度之餘角，乙甲丙為其黃經度之餘角，試作乙庚線，正交己丙，復令　辛＝己庚，丁＝乙星之黃經度，丁′＝乙星之黃緯度，壬＝黃赤角，按納氏術，　未餘弦乙己庚＝正切己庚餘切己乙，即



第四十一圖

正弦經度＝正切辛正切緯、或正切辛＝正弦經餘切緯、又有 甲庚＝甲己＋己庚＝辛＋壬、則 正弦甲庚：正弦己庚∷正切乙己庚：正切乙甲庚、或作正弦(辛＋壬)∷正弦辛∷餘切經：餘切丁∷正切丁：正切經、所以正切丁＝$\frac{正切經\ 正弦(辛＋壬)}{正弦辛}$、(一) 又 未餘弦乙甲庚＝正切甲庚餘切甲乙、或作正切丁＝餘切(辛＋壬)正弦丁、(二)

一問〇1864年正月初一日、黃赤角爲23°27′19″.45、御夫甲星經度5點6分42.01秒、北緯45°51′20″.1、問其黃經黃緯度各若干、

答 黃經79°58′3″.5
黃緯22°51′48″.3

二問〇1864年正月初一日、黃赤角爲23°27′19″.45、大獅甲星經度10點1分9.34秒、北緯12°37′36″.8、問其黃經黃緯各若干、

答 黃經度147°56′48″.97
黃緯度27′36′.13

第二十一節

求星之赤經赤緯二度〇按上節之式、如知黃經黃緯二度、亦可求赤經赤緯二度、卽 未餘弦乙甲庚＝正切甲庚餘切甲乙、(一) 又 己庚＝甲庚－甲己、(二)且正弦己庚：正弦甲庚∷正切乙甲庚：正切乙己庚、(三) 若星之黃經度不及90°、則乙己庚爲其餘赤經度、若已過90°、則乙己庚＋90°、卽星之赤經度矣、餘可類推、 又 未餘弦乙己庚＝正切己庚餘切己乙、(四)而己乙乃星之餘赤緯度也、

問〇1851年、正月初一日、黃赤角爲23°27′25″.47、大獅甲星黃經度147°45′30″.3、黃緯北0°27′35″.3、問其經度緯度各若干、

答 經度10點鐘0分25.87秒
緯度北12°41′32″.7

第一節

第六章 論日

何爲日〇日者、恒星之一、乃自明自熱之大火球也、雖大於地百萬倍、然在諸恒星中、或列爲中等、諸行星得按時各循其軌道而不亂者、爲其有吸力也、且大有感應變化之能、動植各物、全賴以發生長養者、爲其光與熱也、

第二節

地距日之遠近〇假如知日之地平視差、及半徑、卽可算地距日之遠近矣、而日之地平視差、終難定準、惟按今之曆家所算、幾爲八零十分之八秒、地半徑乃一萬一千四百六十里、如是 正弦八零十分之八秒、比一萬一千四百六十、似未比地距日之遠近、卽二億六千八百六十二萬里、然此數中、尚有或大或小二十九萬里之差、至今無法確定、

第三節

地行其道之速率〇既知地道之半徑、卽知其全周爲十七億三千一百萬里、以一年之秒數除之、得五十五里、卽地每秒繞日所行之速率也、然地自轉赤道諸點、每分約向東行四十九里、故地繞日轉、比其赤道自轉約速六十六倍焉、

第四節

求日之半徑〇日視徑之平數乃三十二分零四秒、在日面一秒、既等於一千三百有二零百分里之二十六、則日之全徑爲二百五十萬五千四百里、卽地全徑之一百零九倍半也、夫兩球之體、與其全徑之三方、既有正比例、則日體比地體、有一百三十萬倍之大、設全徑二尺之球爲日、則地不過如一小豆、而距日約二百一十尺、按此理、又推至近之恒星、約距二萬三千里、月距地之平數、既不過六十九萬里、比如人在日心、欲向外行、行至月距地同遠處、不過有日半徑之半焉、（體或曰體積、實或曰體實、下凡遇用體實者處皆做此）

第五節

日之質何如〇日之質、約爲地質之三十三萬二千倍、欲求之、其法如下、可設甲爲日吸地之力、乙爲地之吸力、設 未爲地之半徑、未爲地距日之遠近、丙爲地之質、丁爲日之質、卽所欲求者是也、按吸力之理、 甲：乙∷$\frac{丁}{未^2}$：$\frac{丙}{未^2}$、或說丁＝丙$\left(\frac{甲}{乙}\right)\left(\frac{未}{未}\right)^2$(一) 夫未分之未＝23440、其方＝549433600、而乙爲386英寸、卽地之吸力宜令墜物每秒下落之寸數也、求甲之同數、可取重學甲＝$\frac{未}{戊^2}$之式(二)、戊乃地繞日行之速率也、卽每秒行18.495英里、代於(二)式內、得甲＝.2333英寸、如是 $\frac{甲}{乙}$＝.0006044、約爲$\frac{1}{1654}$、故 丁＝丙×$\frac{1}{1654}$×549433600、或說

丁＝３３２０００丙、與題合矣、　記旣爲地面向地心者、每秒墜落之尺數、則記必爲地向日每秒行之數也、卽英寸之千分之一百一十六、抵華寸千分之九十五有奇、故地繞日轉、每五十五里、其向日偏者、不過一寸之千分之九十五有奇耳、

第六節　日之密率〇夫各物之密率、既等於體分之質、則日之密率、爲地之 $\frac{332000}{1300000}$ ＝.２５５卽地密率之四分之一有奇也、地既比水多５.５８、則日之密率爲水之一又百分之四十一倍也、

第七節　日之形式〇日既自轉、則非爲正球、其赤道徑必長於南北軸、而爲撱形、夫凡天空之球、其撱率或大或小、有二例焉、一撱率之大小、與球自轉而生之離心力、有正比例、一撱率之大小、與球面諸點所受之吸力、有反比例、然日自轉之速率旣遲、其赤道諸點之離心力、較地赤道諸點之離心力、小約六倍、而日面諸點所受之吸力、比地面諸點所受之吸力、約大三十倍、據此算日之撱率、約爲地撱率之一百八十分之一、前第一章、言地之撱率、爲二百九十四分之一、故日之撱率、爲二百九十四分之一之一百八十分之一、等五

萬三千分之一、或云日之赤道徑、較南北軸所長者、卽南北軸之五萬三千分之一、爲曆家所不能測明者、故按理推日雖爲撱球、然以器測之、則仍爲正球焉、

第八節　日之吸力〇凡有實體之球、其吸力既皆歸於重心、球面每點所受之吸力、與本球之質、則有正比例、卽　日之吸力：地之吸力：：３３２０００：１、若外點與距中心之遠近、則有乘方反比例、卽　日之吸力：地之吸力：：1^2：$(109.5)^2$　故　日之吸力：地之吸力：：３３２０００：$(109.5)^2$：：２７.６：１、是地面一斤之物、倘移至日面、卽有２７.６斤、如某人在地面、稱重一百斤者、在日面可稱二千七百六十斤、故凡地面之物、自上墜落、於第一秒內、必落十五尺四寸、而在日面墜落、必落十五尺四寸乘二十七尺六寸、等四百三十七尺也、

第九節　日斑〇用精遠鏡測日面、有時可見無法形之黑斑、大小不等、名曰日斑、斑之現也、必始於日之東邊、漸向中心、約十四日、卽沒於日之西邊、約再十四日、復現於日之東邊、其視周時、約爲二十七日七點鐘、其斑大抵分三層、下也中也上也、或名內中外斑、內斑所發之光、既較日面他處尤小、故見甚黑、然非無光、試以甚明之火燄、移至目日之間、卽視如日斑焉、且近來涅累以妙法銷蝕日面他處之光、見內斑有本光、此內斑、爲中斑所圍、且時有中斑數帶、跨內斑之面、有若浮橋橫江、而分之爲數內斑焉、中斑較內斑畧有光、但以平常遠鏡測之、亦如無光、此中斑亦爲外斑所圍、且時爲外斑所發之光線、分爲數中斑、與內斑相同、外斑以遠鏡視之、不明不暗、以大利天文士隋其云、此外斑有明暗線相間、而各線皆向中斑之中心、總之日斑雖多分三層、亦有時僅有中層、而無上層下層、亦有時僅有上層、而無中層下層、茲不具論、

第十節　日斑變形〇日斑不第皆爲無法形、且皆爲無定形、初生時恒爲一小點、而長大甚速、有二十四點鐘時卽成者、後歷十日至五十日不等、卽稍變其形、再後、中斑爲外斑之光枝所分、而光枝左右多發小枝、以至中斑皆爲外斑所蔽、更有變形甚速者、一點鐘可漲縮三千里、自生至滅、歷時亦不同、甚有一日之內、旋生旋滅者、又有歷數月方滅者、且其大小又各不同、最小者甚精遠鏡、僅能見之、最大者日出入時、無須藉鏡、目力卽可見之、當

一千八百四十三年間、有大日斑、七日皆然、其視徑爲一百六十七秒、畧爲二十一萬七千里、約爲地全徑之十倍云、

第十一節　日面多生黑斑之二帶〇日斑之生於日面也、並非各處皆有、其近日赤道南北各八度之大帶內則甚稀、惟八度至二十度二大帶內、則最多、若三十度之外、則罕有之、而距日赤道各四十五度處、古今所見者惟三、卽南北二大帶內之斑、亦不同、屬北帶者、大而且多、屬南帶者、小而且寡、且北帶自十一度至十五度之一帶所生者、最大而久、至其所以生有多寡者、曆家尙未悉其故、惟當其最多時、視衆斑如欲成羣、然大抵每羣之大者、在其西邊、而諸羣自日之東邊、至日之西邊、恒列爲一道、畧與日之赤道平行云、

第十二節　黑斑爲日面之大坑〇昔時曆家、以日質爲一大球、而無本光、球面有高山窪地之別、惟球外之氣、甚熱而明、其下層厚如雲、包日之質體、厚氣有時開裂、則山頂高出氣面、而見如黑點焉、至一千七百六十九年、有名威勒孫者、明証黑點非日面之高山、反爲大坑、因見日斑於日之西邊、四圍等寬、至第二日、則見外層之東邊變窄、而西邊如故、至第三日、

則外斑之東邊不見，而西邊仍有，歷約半月，復見於日之東邊，然與前所見者則相反，蓋斑之東邊有外層，而西邊則無，次日西邊稍有外層，而窄於東邊，至斑過日心，外層則四圍等寬，由此可知日斑必爲大坑，始有此形無疑矣，後此之歷測者，咸證此說爲不謬，

第十三節

日多斑有定時○當一千八百二十六年時，有嘯史者，擬意逐日測日而數其斑，意謂苟知其多少之時，即可查斑之來歷，故自是年至一千八百六十八年，每年窺測日面約三百日，而記其斑數，與他天文士所測者皆符合，便知日斑之多寡有其定時，每十一年零百分之十一日斑較密，最多而每日皆有者，可有年餘，最少時有數月不得見者，然不敢謂其絕無也，楊氏云，日多生斑之周時，既畧同於木星繞日之周時，故前有擬意爲木星之吸力而生，果爾，則木星近日時斑宜多，遠日時斑宜少，細測之，有時木星近日而斑多，然有時木星遠日斑亦多，故知斑之多少與木星之周時無關焉，侯失勒約翰云，日斑之故，或因繞日之羣流星，約十一年一周，每近日時，即有如許落於日面，落處即現爲黑斑，誠如此說，日面之處，何有生多生少之分，近數年細測其時，知水金地三行星距日近時

斑則多，然每十一年即多之故，又不敢因是確定焉，

第十四節

日斑之自行○測日斑以定日自轉之周時，其數不同，小則二十六日六點鐘，大則二十七日七點鐘，日自轉之速率既均，則此差必因黑斑有自行之故，蓋近日赤道者行則速，遠日赤道者行則遲，第即近日赤道較距日赤道三十度者論之，每日可差五十分，日斑不特改其經度，亦改其緯度，有向日之赤道者，有背日之赤道者，此外更有螺環形者，如地面之旋風然，日斑倘能自轉，即宜生此式矣，

第十五節

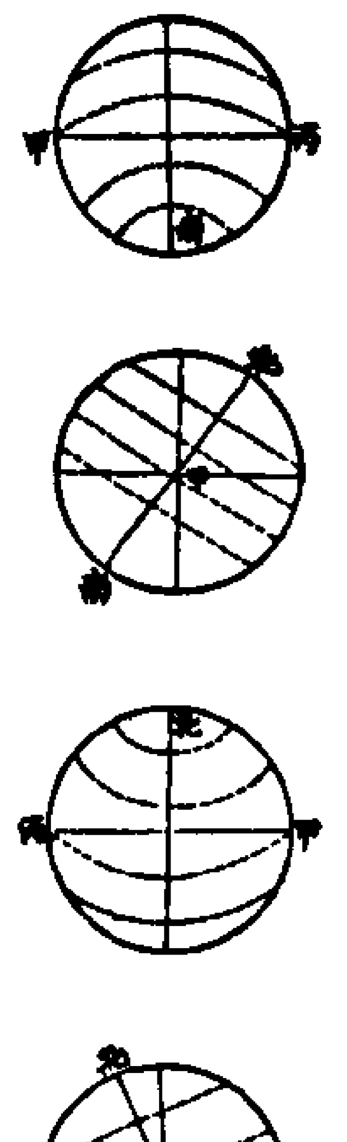
日斑爲氣質○日斑生滅既如此之速，意者所見之日光球（謂日之外體）非實體也，且日斑又如此速改形式，意者日光球亦非流質，而爲氣質所成也，至光球內其體之實否，無法考驗○以極精之寒暑表試日斑，見其外發之熱少於日面他處，然此亦不足證日斑之熱較少於日面他處，因日斑雖爲大坑，而非爲虛坑，其中必有最稀之氣，按熱學理，同熱之二體，氣體外發之熱，較少於實體，苟依此理，則最稀之氣，雖與日面他處等熱，其外發者必少，大抵日斑較日面他處爲更熱也，至斑之所以分內中外者，乃因內斑之光，雖與日面他處之光相等，而外射之時，須多歷氣一層，故視之如無光焉，中斑較內斑所歷之氣少，故視之畧明，而外斑較中斑所歷之氣尤少，故視之尤明也，

第十六節

日面發斑之故○日所以發斑，曆家之說不一，因未洞徹其理也，一 談天云，侯失勒考知日多發斑之時，正合於磁氣大搖之時，大地皆同，蓋考指南針搖動之時，及其久暫，與日面斑多及大之時，皆相符合，則必非偶然，二者之所以符合，誠爲格致之要事，但至今鮮有能解其理者，二 費氏云，日光球既純爲氣質，而自轉之速率不同，近日赤道者速，遠日赤道者遲，如此言之，有如中流之水，直趨而前，其旁流之遲者，則成爲漩窩，而赤道旁之彷彿漩窩者，即日斑也，日赤道之南北，所以各有生斑之二大帶者，於此益明矣，今按此式，其北半之斑形同螺圈者，宜如表針之順轉，而南半者必相逆矣，然其順逆則誠難知焉，三 隋其云，日光球時或崩裂，熱氣外出，及至上升則凉，凉則不明而縮，縮則返落日面，自成黑斑，果如其言，其氣下落，宜成爲圓形之斑，楊氏又有說焉，謂氣既上出，其下必空，而旁有下陷之處，自必現黑，因其所發之光，須多歷氣一層故也，四 見十三節末，

第十七節

日斑所行之道爲何改形○觀日斑所行之道，可知日之赤道與黃道不相合，反斜交七度之角，若相合，則無論何時，視黑點過日面，宜行直線，若相交，則一年中宜二次行直線，餘則不然，如圖 當三月時，日之南極向地，而其黃赤二道之交點甲丙適在日邊，則黑斑



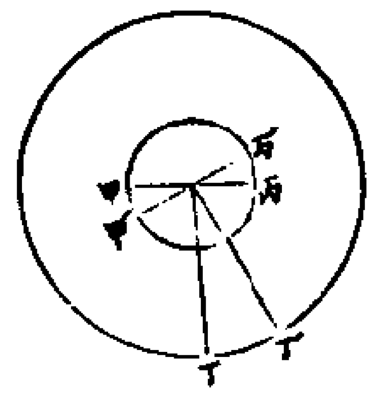
第十二圖

所行之道，宜向上彎，至六月甲點正在日心，而日之北極向右斜，故視黑斑之道爲斜而線，至九月，其北極向地，而甲丙二點與三月適相反，故視黑斑之道向下而彎，至十二月丙點正在日心，而北極向左斜，故視黑斑之道亦爲斜直線，

第十八節

以黑斑定日自轉之周時○黑斑既出於日之東邊，没於日之西邊，必因日自轉而然，然

地亦繞日而轉、故黑斑之視周時、非日之眞周時也、而可以之求日之眞周時、如第四十三圖、甲甲′丙丙′爲日、丁丁′爲地道、地在丁點、卽見日之半面甲丙、若地在丁點不動、則必視黑斑出於甲而沒於丙、然地亦繞日而轉、故地轉至丁′點時、必視黑斑出於甲′而沒於丙′、是黑斑之視周時、較眞周時多一甲甲′弧、若黑斑再轉一周、則又多一甲甲′弧、而一年中之諸甲甲′弧、等三百六十度、故一年中之視周時、少於眞周時一周、每視周、旣有二十七零百分天之二十五、則一年視周之次、必有十三零十分之四、然日每年中、不第轉十三次零十分之四、乃十四次零十分之四也、以此數除三百六十五零百分之二十五、等二十五零十分之三天、卽日繞本軸轉之周時也、〇按以黑斑定日自轉之周時、有甚難者二、一、斑之大小與形式常變、則量之不準、二、斑有自行、非屢次窺測、取其平數、不能得其眞周時也、



第十九節 日之火浪〇以大鏡於近日之邊、窺多斑之兩帶、時或有火浪可見、或曲或凹或發小枝、且恆改其形、曾有蕩斯者、於一千八百五十九年、先證爲日光氣、因見一大火浪於日之西邊、凸出如山、一千八百六十二年、矽里特、測大斑沒於日之西邊、此斑始沒、卽見沒處有摩隙、其兩邊光球高起、火浪旣如此高起、遂知生日斑時、相近之氣必大動盪、有若地面火山之奮發、故日面之光氣、卽見如波浪翻騰也、因知火浪亦不必藏因日斑而生、凡有能令日面大動者、想皆能生此浪也、

第二十節 日之光點〇日面不獨有火浪、且各處更有小光點、諸點係何所成、曆家未能明證、有謂日光球爲數層氣所成、氣之外層甚明、而向下逐層較暗、外層旣不甚厚、則常開裂而附於日外之氣中、如白雲羃同、卽成光點、浪累細測此點、又見每光點分爲最明數小點、謂此諸最明點、卽隋其所云外斑光線之外端也、

第二十一節 包日之氣〇日之光點光線、實係日光球之所成、然光球外、又有包日之氣、非日全蝕時不克見、此氣可分二層、近光球者、其色花紅、惟輕氣之發易成此色、名日赤殼、此層之氣、約厚一萬五千至二萬九千里之譜、而其厚薄亦不均、因係壁光絲與光線所成、而絲與

線、常有長短不等之別、遠光球者、名日榮圈、卽日全蝕時、圍月之光圈也、近月邊者、光甚明、目僅敢視、色白而絲、亦係光絲光線所成、似乎月邊所外射者、大抵近生日斑之二大帶、其線最長、而日之兩極、亦有可見者、諸線長之平數、約抵日之半徑、間有長至五六度者、以至少計之、約可二千六百萬里、圖之式、見圖自明、此圖、卽一千八百八十二年間、日全蝕之像也、圖右之小白線、卽當日全蝕時、近日而現之小彗星也、至榮圈究係何氣而成、至今尙未査明、因其光圈之明線、與別光圈不同、旣有明線、

第四十四圖 卽知榮圈爲自明氣所成也、旣爲自明氣所成、則非出於此地之天氣所成亦明矣、且榮光之分色、與虹不同、故知非日光切十月被折而成者、旣不成於地之天氣、亦不成於月、故知必爲包日之氣無疑矣、玆二氣雖名日天氣、實與地之天氣大相懸殊、因日體熱甚、而其質多化爲氣故也、此氣較地之天氣尤稀、因曾屢見彗星入此氣而過、然彗之速率、仍不以此而易、

第二十二節 赤殼外發之燄〇日全蝕時、近日之邊、間見花紅點二十餘處、以遠鏡視之、形如火燄、綺麗可觀、有時如雲浮遊於包日之氣、亦有時外射、如火山之崩裂、甚至燄尖離日千有一百萬里之遙、至速者、一秒約行七百里、此燄卽日不被蝕、以光圖鏡亦可見之、

第二十三節 計日所發之熱〇日所發之熱、實屬難言、惟可以地所受之熱、略推其多寡而已、然欲知日熱之多寡、必先知地球爲天球之何分、今已測知自日觀地之視徑、略爲十七秒零十分之六、而地距日之中里數、爲二億六千八百六十二萬里、則凡距日同此之諸點所受之熱、皆與地同、旣有如此大之空球、日居其心、其半徑等於地距日之里數、而地半球之面積、爲此球面積之二十二億分之一、可知地一日所受之熱、卽盡聚於一點、不過得日所發者二十二億分之一、設以徑三尺之凸鏡、聚日光於一點、卽離化如白金者、亦無不化矣、若以與地面等大之凸鏡、全聚日光於一點、其熱當何如也、

第二十四節 夫地每日所受之熱氣、旣爲日外發者二十二億分之一、則日每日所發者、自不可勝言、究之熱於何來、愈察愈難明矣、然確知非日體被燒而生、夫被燒生熱、與如炭、假如日體

純爲炭、且養氣無限、多則不過五千年、卽可燒歸無有、非生熱之常道也、又知日之熱並非天空返照之熱、若天空能將日外射之熱、返照於日面、夜間地球背日之一面、當受返照之熱、與白晝直射者無甚差池、何以晝夜懸殊乎、然則日之熱、旣非被燒而生、亦非返照而有、究係何來、噫知者鮮矣、昔格物家、則謂日之熱、由彗星隕石等物之擊力而生、蓋以其物天空極多、而日之吸力尤大、日行空中、遇與相近者、則吸之、日之吸力旣大、物之墜落必速、故擊力大而生熱多、但此說難信、蓋彗星等物固多、而墜於日面者、固必有所生之熱、如謂能令日生今時如許之熱、每百年中、則物之墜於日面者、必須等於地球之大小方可、且星石等物旣多、卽地球所吸者、亦應今多於昔、而其擊地面之力、必致地球亦熱矣、他說中有英人維廉斯云、日旣熱甚、則日面各物、必分爲原質、但分化之時、其所生之熱、適抵原物所隱之熱、此熱一生、必向外射、設日無復生之熱、久之必冷、而無外射之熱矣、但自古及今、日之熱未覺少減、何也、蓋日與諸恒星所已發之熱、幾皆散寄於天空、倘日能收諸熱、則日無冷期矣、假如日無自行、則再收之熱無從可解、然日實有自行、

惟其速率尚未考準、據斯得弗云、每日約行一百三十萬零五百里、據艾理云、宜較此數大五倍、日旣有自行、則在前所迎之天空氣、被燒發熱、與柴相似、在後所留之天空氣、熱已散盡、與灰相似、夫然而日斯永不滅沒矣、近今則有德人赫莫寺云、日所外發之熱、雖非被燒而生、仍爲本體所生、日之熱旣常外射、則本體必凉、凉則縮、而諸點皆向中心、如此按藍氏之理則必生熱、以致日發之熱、常與今等、日之體每年只須縮二百四十六尺此熱卽生矣、準此以推、九千年內、其全徑僅縮一秒、故九千年之差、亦僅可量度、故日之半徑、仍視之如故、然使日果有此縮、至五百萬年後、日體可減一半、久則不免滅沒矣、

黃道光〇每年二三四數月間、當日初入時、西方近日落處、每見天空有淡光若天漢、若彗尾然、八九十數月間、當日未出時、東方亦見此光、式如圓錐、其底在天地平界、其軸幾與黃道相合、當黃道與天地平界略作直角時、此光易見、凡與北京同緯度處、春分以前、約二十天、見之於西方最明、秋分以後、約二十天、見之於東方最明、其尖距日、自二十至九十餘度不等、底之寬、自八至三十度不等、愈近日愈明、愈遠日愈淡、錐尖距日、旣有長至九十餘度者、可知其尖至日較地至日尤遠矣、至論黃道光因何而成、曆家尚未深諳、大抵爲返光氣所成、亦間有彗星繞日所遺之餘氣、日旣有此黃道氣、侯失勒謂與雲星無異、宜列此等星內、

今有牛亥分之格物士懷氏、以光圖鏡測黃道光、其圖與被返之日光所成者無異、故知此光非發於自明之氣、意爲乃繞日轉之微物、質等所返之光也、夫此種微物、愈近日理應愈密、而水星道尙所未解之變、大抵由此而生也、見下卷十三章二十五節末

上二十一節、言包日之氣、其光圖中有數明線、與別光圖之明線不同、而英之欒嶷以嘛威國之一種奇石、分其原質、偶得化學士尚未識之氣、此氣之光圖中、亦有數明線、與日光圖之彼明線適合、故知其質同也、後德之化學士開嶷驗彼國南境之溫泉、所發之氣泡中、亦多含此氣、此氣西名希里恩、意卽日之氣也、

第一節

第七章　論諸曜之小動

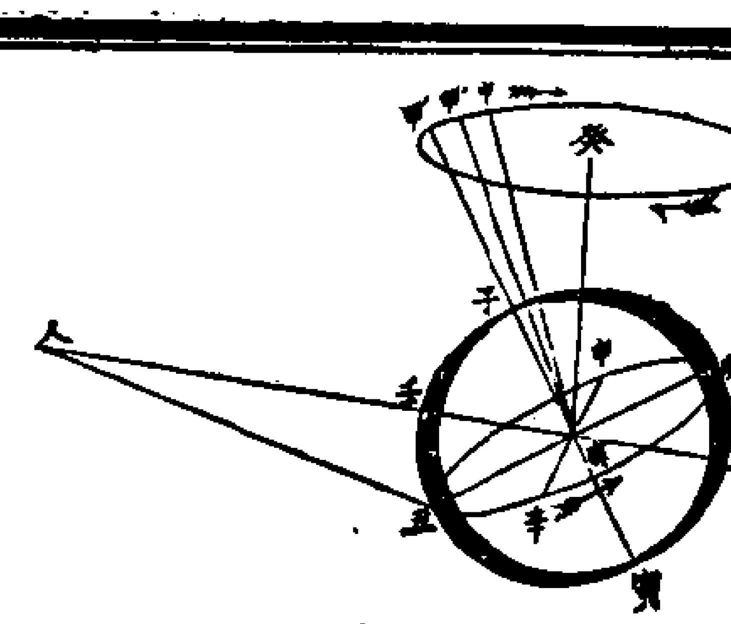
論歲差○歲差者，卽恒星之黃經度每歲所增之 5 0″·2 也。然恒星雖變其黃經度，其黃緯度則如故，因黃道自古及今幾於未變其所在故也。經度旣自春分點向東而計，則諸恒星之經度每年加增，其故必因天空之諸曜俱直向東行，或因春分點每年向西退。然若謂天空各曜無論大小遠近，皆依相等之角率向東而行，實與理不合。然則歲差之故，必因春分點之向西退也明矣。春分點旣爲黃赤二大圈之一交點，而黃道永不易位，則春分點向西退，必因赤道之向西轉也，又明矣。赤道向西轉，其北極亦必繞黃道之北極向西而轉焉。春分點旣每年向西退 5 0″·2，其轉一周，卽 3 6 0° ＝ 1 2 9 6 0 0 0″，以 5 0″·2 除之，等於 2 5 8 0 0 年。赤道旣如此而轉，則北極不能恒近一星。當耶穌前 1 4 5 0 年，北極距今之北極星約 1 2°，而今則相距不過 1° 1 8′。若再歷至耶穌後 2 0 9 5 年，相距將不過 2 6′ 3 0″，卽今北極星距極最近之時也。若自今歷 1 2 9 0 0 年，則北極必繞黃北極轉 1 8 0°，相去今之方位約 4 5°，相去織女星約 5° 矣。

天北極旣爲地北極所指之點，或誤會天北極旣易其位，地北極亦必然。果爾，則日久年遠，地面各緯度必常更改。但各緯度今仍如故，是地之北極未易位也明矣。夫天北極易位，地北極仍不易位者，蓋全球與之俱轉，如以鐵軸貫地球，其出地之兩端永無易位之時也。

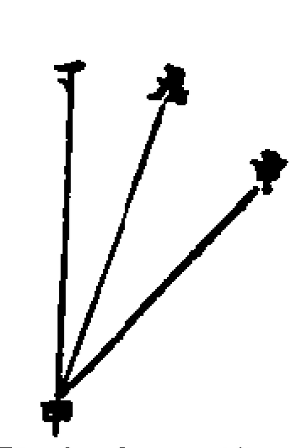
地北極旣繞黃北極而轉，可知四時必互爲變更。今者地之南北軸恒向圖之右邊（見第二十七圖），歷 6 4 0 0 年，則今日之四時必將後退一步，卽夏退至春，春退至冬，餘仿此。又歷 6 4 0 0 年，則恒向圖之左邊，而四時又後退一步，卽今之夏退爲冬，春退爲秋也。

第二節

歲差之故○假如地爲正球，其體質四圍均等，必無歲差。然實非正球，其赤道徑較南北軸長，形如圖之子丑寅卯圈。圈內之鼎帶近二極者愈薄，近赤道者愈厚，名爲赤道殼。但地雖有此形，而赤道若與黃道吻合，則其南北二半球受日之吸力相等，亦必無歲差。然黃赤二道旣斜交，除日在春秋二分點時外，黃道南北所受日之吸力卽不均。如圖，人爲日心，人庚爲黃道之平面，丑申卯辛爲赤道，壬點以下之象限質旣大，受吸力亦大，故日恒欲令丑點上行，迨至赤黃二道相合，則地之北極向右，而在地之彼邊，日吸地之力，適與上相反，乃欲令地之北極向左。夫丑點距日較卯點旣近，則北極向右之力，較向左者微勝，故苟無他力相阻，則地必繞申辛二點之連線（卽二分點之連線）而轉，至丑點與壬點相合也。然地非特繞申辛軸轉，亦有他力，令繞南北軸而轉，故旣同時受此二力，則必隨二力之合力而轉（如第四十六圖）。以甲丁爲地之本軸，其繞本軸轉之力爲壬，假如再加一力，令繞甲申而轉，其力爲壬′，則地不能同時繞甲丁與甲申二軸轉，必繞申丁甲申同面之甲戊而轉，定甲戊之比例，卽　正弦丁甲戊：正弦申甲戊∷壬′：壬。如是（見第四十五圖），子寅爲地之本軸，申辛爲二分線，地旣不能同時繞此二軸轉，卽必繞二軸之合軸甲′庚轉，此合軸必在甲′庚申平面內，而其與甲′庚及申庚所交二角之正弦，似地繞此二軸之速率反比。然地旣常受日之吸力，則甲′必時變其方位，至甲″甲‴等，而繞黃極之癸點而轉也。



第四十五圖



第四十六圖

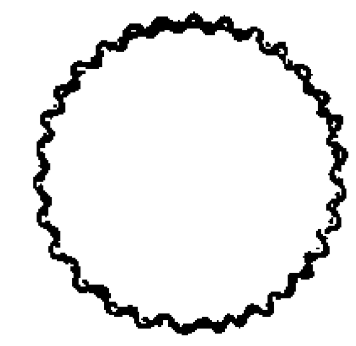
問　○春分點爲何不隨地自轉之方向而行，反向西退乎。

春分點退後如此之遲，因赤道殼之體質較其以內正球之體質尤小故也。赤道殼受日之吸力，固欲令地繞申辛軸轉，但亦必掣地之全球，故行之甚遲也（[illegible]）。（[illegible]）諸行星亦皆吸赤道殼，令生小差，適與日月所生者相反，乃令春分點每年向東行 1 6′，日與月旣每年公令春分點西退 5 0″·3 7，此二數之餘爲 5 0″·2 1，卽春分點每年西退之均數也。

第三節

論章動○日月二曜之赤緯度如永不改，不第歲差可爲恒數，卽黃赤角亦幾爲恒角，而赤極繞黃極轉之道亦必爲正圈。但二緯度無時不改，故歲差不均，且赤極隔黃極互著近遠，此差名曰章動差。按差之由來，可分爲二：一日章動差，因日每歲二次改其緯度，自〇度至二十七度半不等，其差至大等於一零十分之二秒；二月章動差，此差又分爲二，一

一爲月交點差。因月之升交點與春分點相合、月之緯度則至大、與秋分點相合、月之緯度則至少。且由至大後及至大、歷約十九年。其差至大等於九零十分之二秒。一爲三旬差。因月每繞地一周、半月在赤道北、半月在赤道南、此差與日章動差理同、而差甚少、不過一秒之十分之一。北極既依上二動、繞黃極行、則所行之圜非平圜、亦非橢圜、乃成漲紋之圖。如圖 欲求此圖之漲數、可將25800年、以十九除之、得數約爲1350、即月因易其交點所生之大漲也。每漲紋又分爲十九漲、即日所生之小漲、再將此十九漲各分十二漲紋、即月每年所生之小漲紋也。則地北極繞黃北極行之圖、因日月之章動差、宜有1350×19×12之漲紋也。



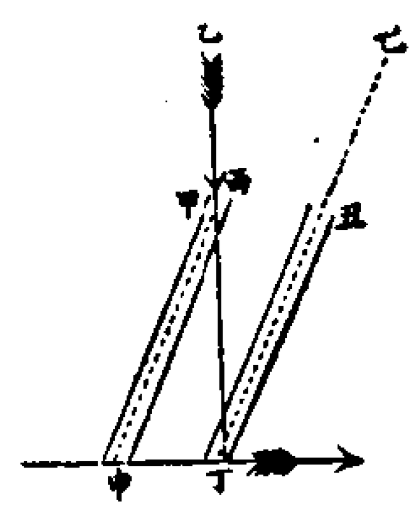
第四十七圖

第四節

太陽年比恆星年短之故○自日過春分點至其再過、爲一太陽年。自日過某恆星至其再過、爲一恆星年。春分點既每年後退50′·2、則日每一太陽年所行之弧、較一恆星年所行者少50′·2。而日向東行50′·2、乃用20分23秒。故太陽年既爲365日5點鐘48分48秒、則恆星年即爲365日6點鐘9分10秒也。

第五節

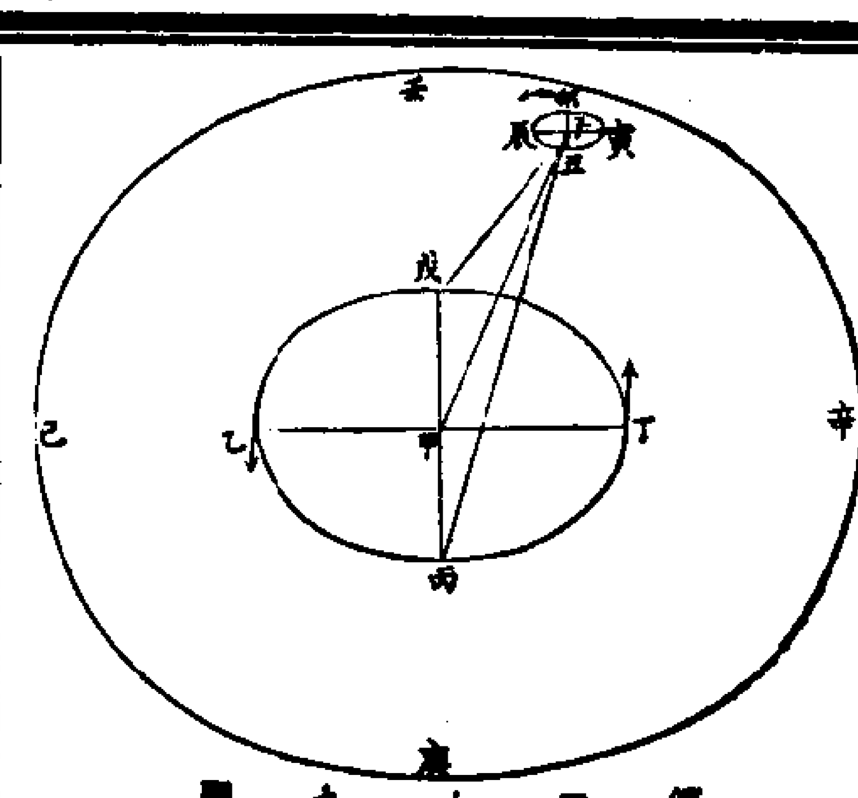
論光行差○諸曜又有光行差、因地繞日行甚速、而光行亦有所歷之時、故人視之、俱生微差。譬如無風時、人立雨中、雨俱直下、若直持一筒不動、則入筒之雨點、必直墜筒底、而不著筒邊。但人若前行、則必著筒邊、一若雨點斜入筒旁。如圖 設雨點自乙下墜、斜持甲申筒、若筒不動、則著甲邊。若雨點在丙時、筒向丑行、令筒底自申至丁、與雨點自甲至丁之速率適合、則必直墜筒底、故雨點雖直下、人視之一若隨甲申軸線而落也。按八線理、申丁＝甲丁×正切申甲丁、或曰筒之速率、等於雨點之速率乘雨點視差之正切。而光行差亦可按此理解之。如申至丁爲地繞日一秒中所行之小弧、乙爲某星、甲丁爲此星光一秒中所行之線、測者在申視星光在甲、而此時之地、已自申行至丁矣。光雖依甲丁線行、人必視之如依甲申線行、故在丁點、必見星不在乙而在乙′、即光行差



第四十八圖

第六節

也。今地繞日每秒行十八英里有半、而光每秒行十八萬六千三百三十英里。按此數[illegible]定又有二十五里之參差不等 欲求光行差之常數、如申甲丁三角形、正切申甲丁＝$\frac{申丁}{甲丁}$＝$\frac{18.5}{186330}$＝20′·4778、故凡距地道90°之星、其光行差恆爲20′·4778也○由上所論、地繞日行何方向、則諸曜因光行差、必視之偏此向少移。如圖之甲爲日、乙丙丁戊爲地道、己庚辛壬爲天黃道、子爲黃極。若星在子、地在乙、則必見星在丑、而其光行差爲子丑。地自乙行至丙、則必見星自丑行至寅、而其光行差爲子寅。地行至丁與戊、亦必如此見星行至卯與辰。但子丑與子寅、以及子卯子辰、皆爲20′·5。是以黃極之星、因光行差、必視之每年行全徑41′之小圜也○假如此星在黃道之平面、如辛點、而地在丁、則必現於辛點以上20′·5。因光道與地道正交故也。地在戊、則星光線與地當時行之道同向、故無光行差。地在乙、則星必現於辛點以下20′·5。地在丙、又無光行差。是以星若居黃道之平面、必向左右各行20′·5、而所行之道、與黃道相合○倘星不在黃極、亦不在黃道、而則必視行41′長徑之小橢圜、而其短徑等於41′乘星黃緯度之正弦。



第四十九圖

按前謂光行差者、乃地繞日所生之光行差也。然地球自轉、亦微生光行差、自赤道視之、等於一秒之百分之三十一。若自他緯度視之、等於一秒之百分三十一乘餘弦癸、癸乃測者之緯度也。其差之大小、隨星距午線之遠近而異、過午線時則至大。因此差、而星之赤經度微增、多所多者等於一秒之百分之三十一餘弦癸正割癸′、癸′乃星之緯度也。

地道長徑自轉之周時○地道之長徑、即地距日至近至遠二點之連線也。查其今昔之方向、知此線之方向常變、而其兩端每年向東行11′·8、故其經度常增。但春分點既每年後退50′·2、此兩端(即地距日至近至遠二點也)之經度、每年必增62′。如是地道之長徑轉一周

時、或言其恒星周時、爲10800年、而其春分周時、卽自過春分點至再過、爲20900年、

小註 按本章首末二節之理則北半球之春與夏必漸退而至近日點而南半球之秋及冬必漸退而至遠日點第與今相反耳然雖與今相反後亦必週而復始也

第八章、論月

第一節 求月距地之遠近○有月之地平視差、及地半徑、卽可推月距地之遠近、夫月之地平視差、其均數五十七分二零十分秒之三、故 正弦五十七分二零十分秒之三、比一萬一千四百六十、似一比六十九萬零六百三十、卽月距地之均里數也、然月之地平視差、並非恒數、最大爲六十一分三十二秒、最小爲五十三分四十八秒、據此二數、算月距地之里數、最近爲六十四萬八百二十里、最遠爲七十三萬一千五百里、

第二節 求月之眞半徑○有月之視半徑與遠近、卽可求其眞半徑矣、夫月之視徑、與其距地之遠近、有反比例、最大爲三十三分三十一零十分秒之一、最小爲二十九分二十一零十分秒之九、其均數卽三十一分七秒、如是 一比六十九萬六百三十、似正弦十五分三十三零十分秒之五、比三千一百二十六、卽月半徑之里數、倍之、去光學差六里、所餘者爲六千二百四十六里、卽月之全徑也○凡兩球之體、旣與其全徑之三方有正比例、則月之體、爲地體之四十九分之一、月之密率、旣爲地密率之千分之六百一十五、則其質卽爲地質之八十分之一、

第三節 月道之要點○月與日黃經度之相同點、爲其相合點、其相距一百八十度之點、爲其相衝點、月道距日九十度、與二百七十度之點、爲上下二象限點、月道交黃道之點、其自南而北者、爲升交點、自北而南者、爲降交點、月道最近最遠之二點、爲近地遠地二點、此二點之連線、卽月道之長徑也、

第四節 月繞地轉之周時○月繞地轉、乃自西向東、與地繞日同向、而較速十三倍、故約二十七日卽繞地一周、但月圍地轉所繞之中心、非地心、乃地月二球之公重心也、此處在地月二心之連線距地之心、約八千一百八十三里、月自某恒星、週而復始、爲其恒星周時、卽二十七零百分天之三十二、以此數除三百六十度、則知月每日行之均角率、爲十三度零萬分之一千七百六十四、畧等於十三度零六分度之一、月自日週而復始、爲其太陽周時、較恒星周時、多二日五點鐘零五十一秒、蓋因人視日、亦若常向東行、故月自日週而復始、必行三百六十餘度、而其太陽周時、或名一月 卽有二十九零百分天之五十三日、既

每月向東行約三十度、而望月必距日一百八十度、此卽望月之經度每月約增三十度卽黃道一宮之故也、

第五節

求月之太陽平周時法○日月東行之速率既不均、則月之太陽周時亦必不均、欲求其均周時、莫若取月蝕二、各測其中時、爲當日之何時、夫月蝕之中時、於二曜相衝時爲最近、既有其中時、卽不難求其相衝之時、復以兩月蝕相距之月數、除其相距之日數、所得者、卽月之太陽平周時也、此兩月蝕、相距愈久、所得之數愈精、故茍以迦勒底人當耶穌前七百二十年所測之月蝕爲第一、而任取今之一月蝕爲第二、縱得數有差、亦甚微矣、

第六節

求月之恒星周時法○既有月之太陽平周時、可借求其恒星周時、試設甲爲一恒星年、甲爲月之恒星周時、丁爲月之太陽周時、則　甲比丁、似三百六十度比甲分之三百六十度乘丁、卽日每月東行之弧也、故月每太陽周時、比每恒星周時所行之弧、多甲分之三百六十度乘丁則　三百六十度加甲分之三百六十度乘丁比三百六十度、似丁比甲、卽一加甲分之丁比一、似丁比甲、故　甲等甲加丁分之甲丁、等三百六十五零百分

之二十五加二十九零百分之五十三分之三百六十五零百分之二十五乘二十九零百分之五十三、等二十七零百分天之三十二、卽月之恒星周時也、

第七節

月道之方位與形勢○於每日月過午線時、測其赤經緯度各若干、卽可按五章二十節推其黃經緯度、觀所得之數、可知月道非與黃道相合、乃相與作五度八分四十八秒之角、又按四章九節十一節、求月道之式、可知月道亦爲橢圜式、而地居其一心、且知歷時同、月道橢徑所過之面積亦同、又測月視徑之最大最小、可按四章十節、推月道之兩心差、如一千八百六十二年十月、月之視徑最大、爲三十三分零十分秒之六、最小爲二十九分三十四秒、將此二數、依式算其當時月道之兩心差、卽　午分之亥、等十萬分之八萬九千五百六十九、將此式代於橢圜公式、卯等亥加午分之亥減午、則得卯等千分之五十五、卽月道之兩心差、約爲十八分之一也、

第八節

月過午線之時爲何常差○一太陰日、卽月自過午線、至其復始時也、歷二十四點鐘三十八分、至二十五點鐘六分不等、其平數卽二十四點五十一分、此差蓋因月每日向東行之速率不均、而太陰日故不等、所以不等之故、與太陽日同、見四十八節太陽太陰二平日、所以常差五十一分者、蓋因月每日所行之經度、多於日十二度十一分故也、故日與月若於某日同過午線、至翌日日過午線時、月尚偏居午線之東十二度十一分、而地自轉十二度十一分、則須五十一分時也、

第九節

月過午線之高度亦常差○此蓋因日於冬夏二至過午線之高度、相差四十六度五十四分、而月道又與黃道作五度九分之角、故月最大最小之二高度、差五十七度十二分也、凡與北京同緯諸處、月過午線之高度、最大爲七十八度四十二分、最小爲二十一度三十分、月過午線、其高度最大之時、卽月道升交點與春分點相合、且月距交點九十度之時、

問　○於本處月過午線之高度、其最大最小各若干、

第十節

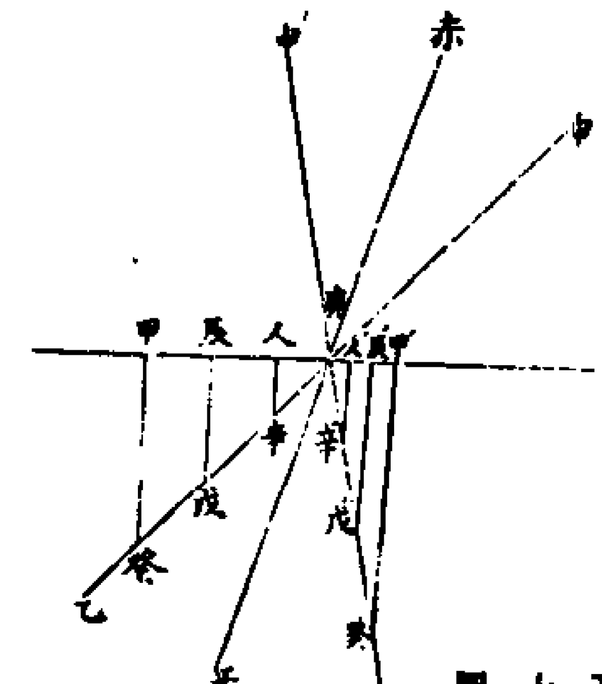
月之盈虧○月繞地轉一太陽周時、其明面有盈虧之別、而其光並非本有、乃借日光而返照於地面者也、夫月之明面、漸盈漸虧、因日恒照月之半面、而月向日之面、其明球分向地則不均、如初一月向日之面全背地、則不見其光、至初三四、月向日之面少向地、則

視如蛾眉、至初七八、月向日之面半向地、則視如半輪、至十五月向日之面全向地、則圜輪畢現、後又漸虧、理與上同○當朔後二三日、月之暗面亦能見之、蓋自月觀地、與日相衝、而地爲盈、故地所藉於日、而返照於月之光較多、則月之暗面、必得地光、如月盈之時、地得月光畧同、但月所得於地者多、因自月觀地之面積、比自地觀月之面積、約大十四倍○月之一面、既常向地、自其明面視地、永不隱、而自其暗面視地、永不見、如此自月明面之中心、必視地畧在其天頂、而盈虧互變、自月之北極視地、必恒在其赤道、或上或下約六度、自月之西邊視地、必恒在其天地平界之東、或上或下幾度、

第十一節

稽月○月過午線之平數、逐日遲五十一分、則其出入之時、亦必如此、而又不適差五十一分者何也、蓋月出入之時、亦隨月道與天地平界之交角而變、其交角愈斜、其出入之時愈相同、如圖甲甲爲天地平界、赤壬爲赤道、設以庚爲春分點、則黃道之方向爲申乙、月與黃道之交角既小、可姑置不論、而以月黃二道爲一、假如月於申乙道、每日按其平角率、行庚辛、辛戊、戊癸、各爲十三零十六分度之一之諸小弧、而於望日在庚、則翌晚必在

辛、至第三夜、必在戊、但此諸點所距天地平界之人辛與辰戊諸小弧、其遞次相差無幾、故月於每夜所出之時畧同、倘月行申乙道、則人辛與辰戊諸小弧、遞次相差甚多、故月於每夜所出之時更差、夫月每繞地一周、必過春秋二分點、故每月一次、其出入之時、必有如此之別、而望月若近春分點更易見之、月近此點而盈、每在秋分後四五日、數日間月出之時畧同、蓋當秋分與酉點合、春分與卯點合、黃道南半周、盡在天地平界上、北半周、盡在天地平界下、而黃道與天地平界之交角最小、月自南而北、則每日降在天地平界下之度最小、故日入月出、二時相差無幾、當斯時也、晝夜皆光、甚便於收穫、



第五十圖

西人名為穡月識、

第十二節

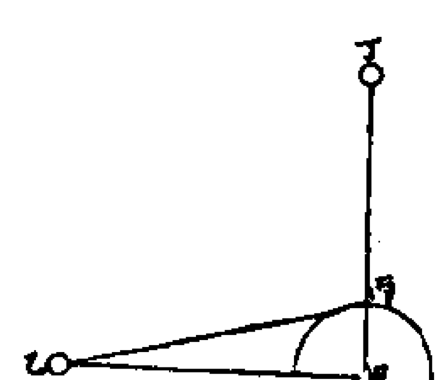
月自轉之周時〇月自轉之周時、與其繞地轉之周時適等、故月向地之面恆同、而其背面永不見、且月面諸點之方位亦畧不變、假如月自轉之速率、較小於繞地之速率、則每夜向地之面、必多見其東邊、倘自轉之速率、較大於繞地之速率、則每夜向地之面、必多見其西邊、然二周時適等、正自有故、韓森云、若二周時原畧等、則地之吸力、亦必令其適等、因月與地、在太古皆為氣球、而地之吸力、必令月面生氣浪、如月令海之生潮汐、然迨後月體漸冷、即成一實橢形、故地之吸力、必令月之長徑常向地也、此說是否、無法攷定、

第十三節

月之天平動〇月向地之面、雖可畧云相同、然細測之、亦微有變、其故有三、[一] 月自轉之速率雖均、而行於其道、則有遲速、故月向地之東西二邊、多見數度、[二] 月自轉之軸、不正交月道之平面、乃相與作八十三度半之角、故月之二極、遞次多向地六度半、[三] 地既自轉、而其半徑為月距地之六十分之一、或五十分之一、則月出入之時、所向地之面不盡同、倘出時多見其西邊半度、入時亦多見其東邊半度、有此三故、故月之面所見不同、其遞次歷現者、為其面積百分之十八、則其常隱常現者、各等於其面之百分之四十一、

第十四節

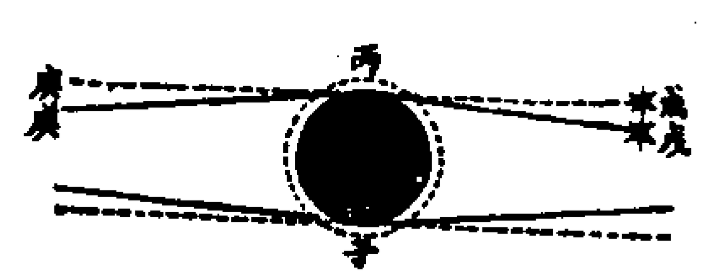
月於每夜之視徑為何常變〇蓋以月出入天地平界時、較其過午線時、距我畧遠、故其視徑畧小也、如圖甲為地心、丙為視處、乙為月出天地平界時、丁為月過午線時、作乙甲丁甲相等兩線、又作乙丙連線、即月出距丙處之遠近、與乙甲之距畧同、但月過午線時、其距丙即丁丙、而丁丙比乙甲少地之半徑、故月過午線時距之近、而視徑大也、



第五十一圖

第十五節

月有氣殼否〇月面無氣、即有亦必甚稀、其證有四、[一] 因月面無朦朧影、凡地面各處、自日落至日入天地平界下十八度、皆有朦朧影、故日光必以漸而沒、若自月觀地、可分為三、即光也、淡光也、暗也、然自地觀月之面、全無所生之淡光、故知月外無氣殼也、[二] 月體之外、苟有氣殼、則近月之小星、其光必被遮掩、然當月全蝕時、即適切月之第十等星、其光尚能見之、在他時不能見者、蓋被月光所奪、非因月外有氣殼也、[三] 如月外有氣殼、則星被月掩、必受月面之蒙氣差、如圖甲乙為月、丙丁為氣殼、戊為某恆星、庚為地面之一點、戊甲庚為星與地切月面之連線、夫月無氣、星將被月掩時、必見其附於月邊甲點、假令有氣、則星雖在月後戊點、而其光線出入月氣被折、必見於庚甲線上、即星出月時、亦與上同、是月有氣殼、則星被掩之時少、無氣殼、則星被掩之時多、然以星出入月後所歷之時、推得月之全徑、復以分微尺測得月之全徑、雖屢將二數推測、皆不覺有差、故知月外即有氣、必甚稀、所生之差、既不足一秒、則月氣之密率、不及地氣密率之一千九百八十分之一、譬如以最精抽氣筒、抽出罩內之氣、所餘者雖甚稀、然較月氣猶厚也、[四] 以光圈鏡測日、光圈中視有黑線、又測諸行星、較日之黑線尤多、而測月則與日之光圈無異、蓋諸行星之光、射至地面、較日光所歷之氣多、故黑線亦多、而日光如何射至月、仍如何返照於地、則無再歷之氣矣〇目所見月面畧淡之處、古人皆云月海、然以最精遠鏡測之、見有已滅之小火山、則非海也明矣、又月面不見有雲、亦必無水、可為月外無氣之證、蓋有水必有所化為氣者、而星被月掩所歷之時、比其當歷之時、則宜微少矣、



第五十二圖

第十六節

月中有活物否〇月之一晝夜、既等其一太陽周時、則自日出至日入抵半月時、然月外既無氣蓄熱、故雖當午正、較地之高山猶冷、蓋氣又稀故也、而其夜與晝等長、因無氣亦無雲、故其冷甚於地面之二極、冷既若是、則地面動植諸物、無一能生存其中者、且地面各物、須賴水與氣以生、而月則俱無、益知月中不能生地面之各活物矣、然不敢謂全智全能之主、不能特造合宜居月之活物也、縱或有之、其體其性、必與居地面者逈別也、

第十七節

月所返照之熱〇月向日之一面多受熱、然當望時、地面不覺其有返照之熱、何也、因曾有以過光鏡、映聚日光、於光心著白金一塊、即化爲氣、而映聚月光、光心著以極精寒暑表、尚不能令水銀上升一度之五百分之一、然此猶未足爲確証也、蓋月返照之熱既少、甫入地氣之上層時、熱已發散殆盡、及至地面、人不覺也、故欲試月有無返照之熱、須於高山之巔試之、昔有米撻尼士、於斐蘇斐俄火山、以徑三尺之透光鏡試之、僅見有返照之熱、又有司密者、於哦那利羣島之提尼利非山、高約島尺測得月所返照之熱、與常用之燭火離鏡十五尺熱之三分之一相同、此以知月雖有返照之熱、亦微甚也〇夫地自月所得之熱、恒謂爲月所返照者、究之此說不必盡合、蓋凡日之所照者、其外發之熱、有由返照者、有由積蓄而漸射者、斯二者多寡不等、乃隨質與毛色而異、按羅斯所試地自月所得之熱、其七分之一爲月所返照者、而由爲積蓄而射者七分之六、至由望月所受者、約爲日發至地之八萬分之一、

第十八節

日月之光相比〇天文格致二家、用精妙法、以日光爲準、而求月光之多寡如何、所得之數恒不同、而皆云日光較月大數十萬倍、又按最倫近今測得之數、應大六十一萬八千倍云、論說月之面較繪經望月之今而其返照之光不足望月之今者甚盛月之山影多所掩處而望月則無影故也

第十九節

月之面勢如何〇談天云、以遠鏡窺月面、見有山有谷、其對日方向山俱生影、影有長短之變、比例悉合、又光暗之界線、參差不齊、近此線、山影甚長、蓋此線上之地、見日或出或入故也、入光面漸深、則其地見日漸高、故影漸短、望時光面正向日、故不見有影、用分微尺測其影、可推諸山之高、近有比遇與梅特勒、以此法測得月山一千零九十五座、著其高於册、最高者約二萬二千五百尺、較中國崑崙山之最高處、尚多四千尺、月山近光界時、其頂先見小光點、亦如地面最高山、先得日光也、

月中多山、而南半尤多、幾盡山也、山形皆中窪若碗口、俱爲正圜、在月邊者、視若撱圜、而山之大者、內有小峯叠起、其狀酷肖地面火山、試觀斐蘇斐俄及提尼利非二火山圖、則自信矣、其不同者、山中之火坑甚深、較山之高恒二三倍、如月面最明之亞利他庫火山、高二百五十四丈、其坑口寬有八十一里、深有七百二十丈、以最精之遠鏡窺最明之火山、能分辨石之層次、且見石汁四面下流之跡、如用羅斯之同光鏡、能見亞伯得紐火山坑底之大石塊、又亞里斯略山之四周凸邊、俱有裂縫而向裡、又有一大平原、其壤皆類沙土、上有連山散列、無火山之可證矣、

月面多火山之坑、廣且深、遠勝於地面之火山、似乎奇異、但據已知月面之事而推之、則理無不合、蓋火山噴出之力、不依其球吸力之大小、而下墜之力、實依其吸力之大小、按六章八節、得月面每點之吸力、僅居地面每點吸力六分之一、則地月二球之火山、其噴吐之力若同、石塊於月面應散開尤遠、因其下墜之力較小、故其噴出之碎石等物、不再落於坑中、而散於坑外、又因月面無空氣、則噴出之物、不若地面有空氣之阻力也、

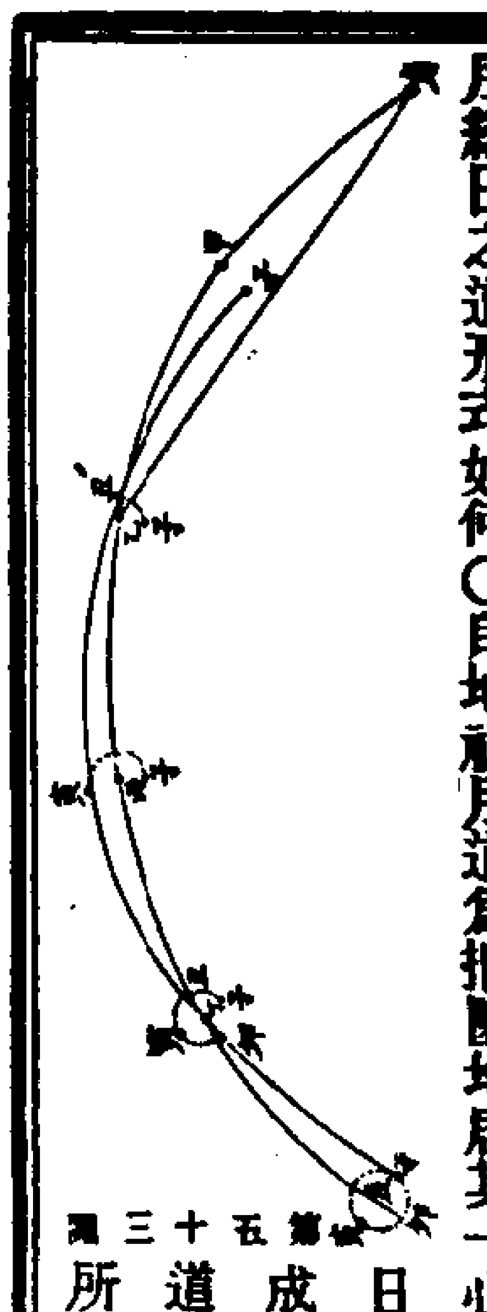
第二十節

月吸地氣〇月既吸海水而生潮汐、亦必吸地氣而生浪、但所生之浪甚小、如近赤道之新加坡、月過午線時、較其在天地平界時、風雨表高一寸之千分之六、於散蕪利那島、南緯十五度五十五分處、風雨表高一寸之千分之四、蓋距月道愈遠則差愈少也、

第二十一節

月與地面之陰晴何涉〇月望前後數日、當日落之時、雖有薄雲散布天空、迨月至午正、大抵必雲收天晴、意其熱能消之也、據風雨表每日所記之數可知、又月朔前後落雨之數、較月望前後微多、然所多者幾希、攷究多年、不敢確定爲月所生否、

第二十二節



第五十三圖

月繞日之道形式如何〇自地視月道爲撱圜、地居其一心、然月距地恒較近、且地恒繞日轉、故月之眞道非小撱圜、乃成浪紋之大撱圜也、遞次在地道之內外、如圖甲爲地當月朔所住之點、以子爲月、甲子即月

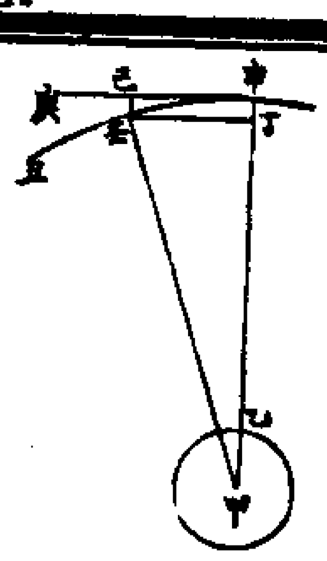
距地之遠近，略爲恆數，可以甲乙爲地自初一至初七所行之弧，如是自地看月，常時必繞地行四分之一周，即子丑虛線，然月距地既永不過子甲之遠，其所行之眞道，非子丑虛線，乃子丑實線也。月自初七至十五，十五至二十二，或至三十，所行之道，其理皆同。圖之虛線，乃其視道，而實線爲其眞道也。觀圖可知月半月常在地道內，即初一前後各七天也，半月常在地道外，即十五前後各七天也。月距地既不過爲地距日四百分之一，則所成之渦彎俱小，而在地道內者，自地球視之，雖似向日而凸，究之仍凹。試即本圖之上端證之，設角至乙爲地半月所行之弧，長六千九百四十萬里，試作一直線連角乙二點，則此通弦之中點距弧線之中點，約二百零二萬三千里，然月距地最遠之點，不過七十三萬一千里，則月道必在角乙弧弦之間，如子丑線，是故自日視之爲凹形也。

第二十三節

月章〇每一猶利安年，既爲三百六十五零四分天之一，而月之太陽平周時，爲二十九零千萬分天之五百三十萬五千八百八十七，則　二十九零千萬分天之五百三十萬五千八百八十七乘二百三十五，等六千九百三十九零千分天之六百八十八，又　三百六十五零四分天之一乘十九，等六千九百三十九零百分天之七十五，是　二百三十五月，與十九年，其中之日數所差不過幾刻，苟令某日爲望日，再待十九年，此日亦必爲望日，即不然，前後相差亦不過數點鐘而已。

第二十四節

月受地之吸力如何〇凡地面之物，其所受地之吸力，與其距地心之遠近，有乘方反比例，如有距地心與月同遠者，即可推其所受地之吸力如何矣。夫月距地之遠近，爲地半徑之五十九倍零千分之九百六十四，而凡物於赤道，自上墜落，於初秒內下落一百九十二英寸有半，其物若在月道，初秒下落之英寸數，即五十九零千分之九百六十四平方，比末方，似一百九十二有半，比萬分之五百三十五，是月受地之吸力，每秒必離其道之切線，向地彎萬分寸之五百三十五也。然此不過知其當然耳，欲知其果然，可按形學證之。如圖，甲爲地心，乙爲地面之某點，申丑爲月道之小弧，申壬爲月一秒之行程，假月於申不受地之吸力，必行申庚直線，試作壬丁，與庚申平行，壬己與甲申平行，則己壬或申丁，爲月因受地之吸力，一秒中所下落者，已知甲申即月道之半徑，復以月繞地一周



第五十四圖

所歷之秒數，除其一周之里數，則得申壬弧之長短，如是二申甲比申壬，似申壬比申丁，但　申壬弧，即等於其通弧，故　申丁等萬分英寸之五百三十四，此數與以上所推者，相差萬分寸之一，蓋因日之吸力，銷去地之吸力少許故也。

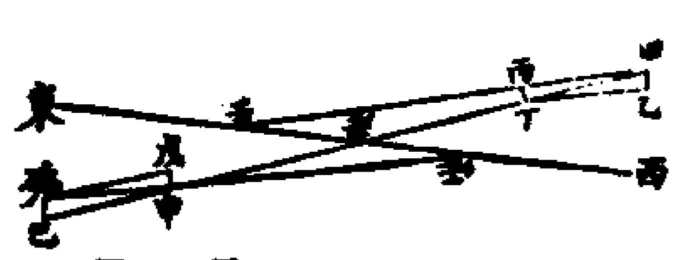
第二十五節

月受日之吸力如何〇按前節形學比例推之，可知地受日之吸力，每秒向日千分寸之一百一十九，而月距日與地距日之均數相同，故月向日之寸數，每秒亦略如是，然此數較月每秒向地之寸數，大二倍零五分之一，則月受日之吸力，較受地之吸力，多二倍零五分之一也。

第二十六節

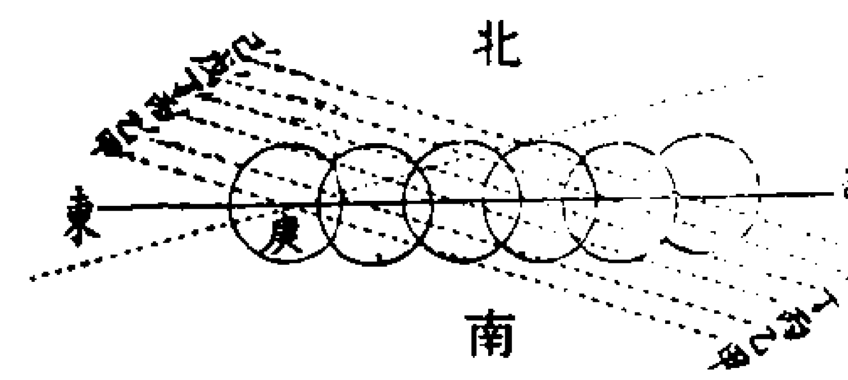
月道交點之退行〇月黃二道平面之交點，爲月道交點，若先測定二交點之黃經度若干，復將每月測得之數相比，便知月道之交點，恆向後退，每月一度二十六分三十一秒，而二交點之運線，每十八年二百二十四日轉一周，月之升降二交點，如此向西退，其故何也，蓋月道既與黃道作五度九分之角，且月道之平面，非恆過日心，而黃道之平面，常

過日心，則日之吸力，常欲令月改其道之平面，而過日心。如圖，東西爲黃道之一弧，甲壬爲月道，假如日無吸月之力，則月必自甲行至壬，而壬爲月之降交點，然日實有吸月之力，此力可分爲二，一　在黃道平面內，二　正交黃道，欲令月與黃道相合，第一力既欲令月向日行，則與月道交黃道點無關，姑置不論，試取甲丙爲月如不受日之吸力，一秒所行，而甲乙爲月第受日之吸力，正向黃道，一秒所行，如此月不得自甲行至丙，必遵二力之合力，行甲丁向，過黃道於壬，則交點退後，而月黃二道之交角略大，及過壬，即與上相反，如月在申，若無日之吸力，則一秒內行申己弧，而第受日之吸力，必向黃道行申戊弧，則月必遵二力之合力，行申癸線，而降交點退至壬，故月黃二道之交角又小，月道交點如此後退，約十九年，遍而復始，惟其速率不均，若二交點之運線過日心，則日無吸月之斜力，令改其道，此二交



第五十五圖

點，既每月約退一度半，則月黃相交之勢，可見第五十六圖，設東西爲黃道，庚爲升交點，甲甲爲



月於第一周所行之道、乙乙′為月於第二周所行之道、丙丙′丁丁′為月於第三四周所行之道、升交點每十八零三分之二年退後轉一周、則降交點亦必如是、迨至過九零三分之一年、則升交點所居之點、移為降交點所居之點矣、而月自南向北之處、移為自北向南之處矣、月黃二道之交角既不大、則甲甲′離乙乙′亦必不遠、其間不足容月之半徑、是以距黃道南北各五度九分大帶以內之星、每十九年、必屢為月所掩云、

第五十六圖

第九章　論月蝕

第一節

日月蝕之故○月繞地轉、至與日相合、且入地日之切線則必掩蔽日光、而有日蝕、月繞地轉、至與日相衝、且入地日引長之切線、則月必入地影內、而有月蝕、但月每與日相合、不必皆有日蝕、即每與日相衝、亦不必皆有月蝕、蓋月黃二道非相合、而月與日相合、必近其一交點、始有日蝕、月與日相衝、亦必近其一交點、始有月蝕、

第二節

地影之形勢○日與地體、既皆球形、而日大於地、故地之影必為圓錐形、見第五十七圖 甲乙為日、丙丁為地、壬為月、試作甲丙與乙丁、為日地之二公切線、引長必遇於戊、若己丙戊三角形、以己戊為軸、旋轉一周、則戊丙線所過之點、必為圓錐體之皮、此皮之內、日光皆被地掩、即為地影之內虛、

第三節

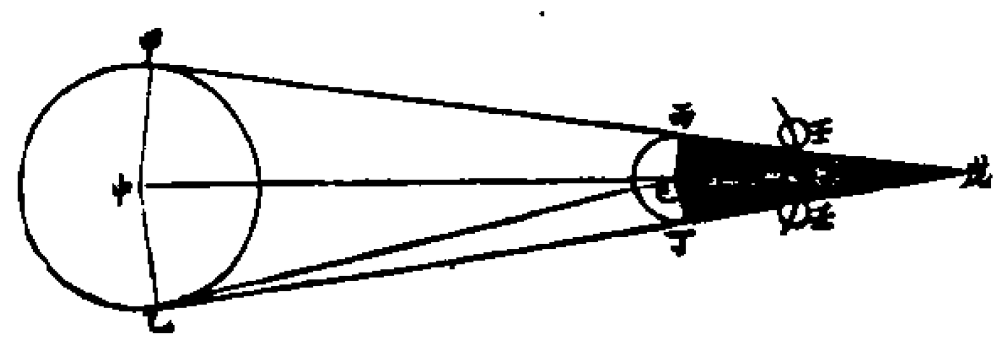
地影內虛之半角○此角等於日之視半徑、與日之地平視差相較之餘、見第五十七圖 內虛之半角、為丙戊己、或丁戊己、日之視半徑、為中己乙、令等於辛、日之地平視差、為己乙丁、令等於丑、則 辛＝丑＋丁戊己　故　丁戊己＝辛一丑、

第四節

地影之長短○夫地影之長短、乃隨地距日之遠近而變、其均數、為二百四十七萬六千里、即月距地之三倍有奇也、如上圖 丙己戊三角形、丙為正角、則 正弦丙戊己：丙己：：未：戊己、即 $戊己=\frac{丙己}{正弦丙戊己}=\frac{丙己}{正弦(辛一丑)}$ 日視半徑之平數、為16′1″.8、其地平視差、為8″.8、則 辛一丑＝15′53″、地半徑為1460里、則 地影長短之均數 $=\frac{1460}{正弦15′53″}=2476000$ 里、但月距地之均數、為690630里、故地影之尖距地、必較月距地、遠三倍有奇云、

第五節

地影內虛於月道之視徑○當月道之處、地影內虛之視徑、其均數略為月視徑均數之三倍、見上圖 壬壬′為月道之一弧、地影內虛、於月道之視半徑、為壬′己壬、但 己壬丁＝壬己戊＋壬戊己、則 壬己戊＝己壬丁一己戊丁、夫己壬丁、為月之地平視



第五十七圖

差令等於丑而己戊丁＝辛一丑、則　壬己壬＝丑十丑一辛、月地平視差之均數、爲57′2′·3卽丑、而辛一丑＝15′53′、則　丑十丑一辛＝41′9′·3、但　月視半徑之均數、爲15′39′·9故地影內虛、於月道之處、其視徑之均數、畧爲月視徑均數之三倍也、

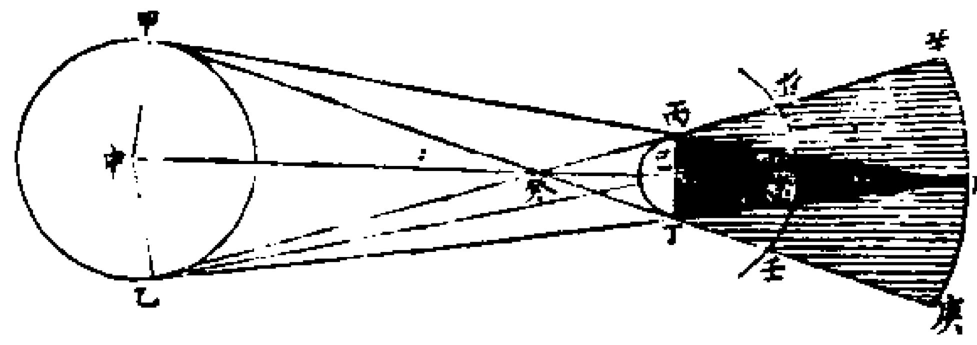
第六節 地影外虛○月入內虛前、約一點鐘、日照月之光、已被地消去少許、故見月光畧淡、見下■設甲丁庚、與乙丙辛、爲日地之二公切線、則辛癸庚、亦爲圓錐體形、於辛丙丁庚圓錐截體之內、日光減少、假如測者在庚壬線、任何點、皆可見日之全體、而入庚壬線之內、則不見日之上截、故光必少、愈向內、見日之體愈少、故光亦愈少、及入戊丁線、則日體全不得見、故自地觀月必被掩、而自月觀日、爲地所遮、及出內虛、其向外之事、與上同、總之地影分二、一名內虛、卽全不見日之處、一名外虛、卽少見日之處也、

第七節 地影外虛之半角○此角等於日之視半徑加日之地平視差、見■ 地影外虛之半角、辛癸戊＝中癸乙＝丙乙己十中己乙、但丙乙己十中己乙＝辛十丑、故　辛癸戊＝

辛十丑、

第八節 當月道之處、地影外虛之視半徑、等於日月之地平視差、加日之視半徑、見■ 卽壬己壬＝己癸壬十己壬癸、但　己癸壬＝己癸辛、而己癸辛＝辛十丑、　己壬丁爲月之地平視差、卽丑、故　壬己壬＝辛十丑十丑、

第九節 月蝕所歷之時、爲何長於所推之時○按本章十五節、可推月自壬行至壬所歷之時、但所得之數、較月入出外虛所歷之時畧小、因地有氣殼、日之光線切地面、或近地面、皆不能射過、卽距地面遠之光線、雖能射過、亦被消去少許、故外虛畧大、則月被蝕之時、必較所得之數大、月之入出外虛、日光既以漸而減、則其將入將出之眞時、自難測準、故月過外虛所歷之時、雖詳考之、曆家云、較推得之數、約多六十分之一焉、

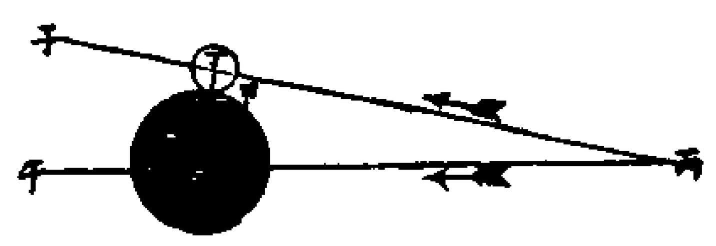


第五十八圖

第十節 月被蝕其光何如○月如全蝕而能見者、蓋地雖居日月之間、其中阻逆之光、仍有透地之氣殼、而射至月者、夫光之所以能至月、卽日光線過地之氣、皆向地影之中軸而折、故於月過地影之處、影內處處有光而微淡也、此時月之色、或淡紅、或若舊紅銅然、其所以紅者、乃日光透過地氣、卽被折分爲七色若虹、而七色惟紅難滅沒故也、當日落時、有紅雲蒙蔽、亦此理也、而月蝕之色更紅者、因光過之氣、加倍有奇故也、月蝕其面上見有發暗之處、視如斑然、楊氏云、此斑乃因包地之氣、有處雲多、而光幾全被阻、如是凡月面被地雲遮光之處、則視暗如斑、若月之被蝕、而全不見者、學者可以此理而推其故

第十一節 黃道之月蝕界○月須與日相衝、且必近其一交點、始有月蝕、欲測月蝕之有無、須於月望測日所居之點、距相近之交點幾何度、見■ 丙午爲黃道、丙子爲月道、丙爲其一交點、甲乙爲地影之視半徑、甲丁爲月之視半徑、若丁乙正等於甲丁與甲乙之和、則月必切地影而過、若丁乙小於甲丁與甲乙之和、則月必入地影而被蝕、丙乙卽地影之中點、爾時距近交點之度數矣、夫丙丁乙三角形之丁角、既爲直角、　則　未正弦丁乙＝正弦

乙丙乘正弦丙、　卽　正弦丙乙＝正弦丁乙/正弦丙、但　丁乙既隨月距地與地距日之遠近而變、且丙角因日之吸動力常變、故丙乙必隨丙角與丁乙而變、欲求丙乙最大之數、必用丙角最小、與丁乙最大之數、按上方程推之、丙角最小爲五度、丁乙最大爲一度二分三十二秒、則丙乙最大之數、爲十二度三分五十六秒、欲求丙乙最小之數、必用丙角最大、與丁乙最小之數、按上方程推之、丙角最大爲五度十七分、丁乙最小爲五十二分二十秒、則丙乙最小之數、爲九度三十分、故月望時、地影之中軸、距月之交點、如不足九度三十分、或日距彼交點不足九度三十分、則必有月蝕、然使日距彼交點、過於十二度三分五十六秒、卽無月蝕矣、至於日常月望距彼交點、雖過於九度三十分、而仍少於十二度三分五十六秒、其月蝕之有無、須按算月蝕法、細爲推詳、



第五十九圖

第十二節

月蝕之別○月切地影而過、爲月幾蝕、若月之一截入地影而過、爲月分蝕、全入地影、爲月全蝕、若月心過地影之軸、則不特爲全蝕、亦爲月中心蝕矣、

第十三節

每年月蝕二次○若月道之交點、不改其經度、則日自此交點、行至彼交點、必歷六月、而日既必近此交點、彼交點方有月蝕、則每年所有月蝕之兩月、必相距半年、假如月道交點之經度、第一爲五十四度、第二爲二百三十四度、苟月望時近第二交點、日則必近第一交點、若日距此點前後不過十二度、可有月蝕、斯時日之經度、必在四十二與六十六度之間、故時必在五月之內、苟月望時近第一交點、日則必近第二交點、若日距此點前後不過十二度、仍可有月蝕、斯時日之經度、必在二百二十二與二百四十六度之間、故蝕時必在十一月之內、當一千八百七十三年間、月道二交點之經度、與上所設略同、故是年之兩月蝕時、即在此兩月之內、月道之交點、既每年後退約十九度三十分、而日行十九度三十分時、須歷十有九日、故每年之月蝕、必早十有九日也、設表於左、

日與月之升交點相合	日與月之降交點相合
一千八百七十九年正月二十四日	一千八百七十九年七月　十七日
一千八百八十年　正月初六日	一千八百八十年　六月二十七日
一千八百八十年　十二月十八日	一千八百八十一年　六月初八日
一千八百八十一年十一月三十日	一千八百八十二年五月　二十日
一千八百八十二年十一月十二日	一千八百八十三年五月　初一日
一千八百八十三年十月二十五日	一千八百八十四年四月　十二日
一千八百八十四年十月　初八日	一千八百八十五年三月二十五日
一千八百八十五年九月　十八日	

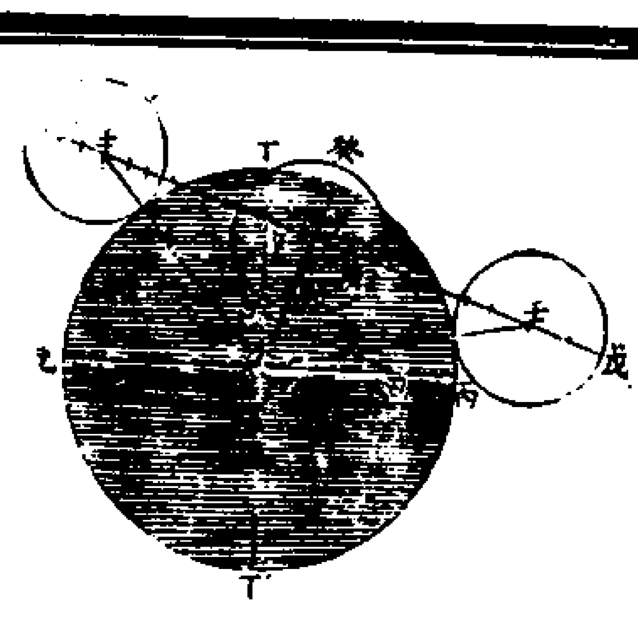
以上諸年之月蝕、相距表載之期、前後總不過十二日、此後推算、不論何年、皆從此例、

第十四節

推月蝕之大旨○航海通書、常紀日心每日之視經緯二度、從此可知地影中軸之經緯度、蓋日之經度、加一百八十度、即地影之經度、而日之緯度即地影之緯度、惟其南北號常相反、又紀月心每點之經緯二度、將月與地影之經緯二度相比、即知月心距地影中心幾何分、若月心距地影中軸之遠近、正等於月與內虛二視半徑之一、則月適切內虛、月心距中軸最近時、即月蝕之中秒也、而至月蝕方畢之時、月心距中軸之遠近、又等於月與內虛二半徑之和矣、

第十五節

畫月蝕圖○月蝕之根數、航海通書、一一載明、即日月赤經度相衡之時、二曜爾時之視半徑與地平視差、及赤緯度、並其移經緯二度之速率也、據此可畫月蝕圖、法如下、設甲爲地影之中心、作乙甲丙線、與赤道平行、復作丁甲丁線、即子午線與之正交、以比例尺、於甲丁線上截取甲辛、等於月心與影心二緯度之餘、若月心在影心之北、則自甲點向上截、在南則自甲點向下截、甲辛既爲月與地影二緯度之較、則乙丙即爲赤道與地影有圈緯度之弧、爲大圈故也、又自甲點向右、於甲丙線上截取甲丑、等於月較日每點鐘所加之經度、乘月緯度之餘弦、其所以乘月緯度之餘弦者、蓋月所加之經度乃小圈、又於甲丁線上、自甲點截取甲己、等於月每點鐘所多距地影之緯度、若月向北、則截於甲點之上、若月向南、則截於甲點之下、再作丑己二點之聯線、夫月既不能同時行甲己與甲丑二向、則必行此二線之合線丑己、即月每點鐘爲地不動所行者、過辛點、作戊辛戊線、與丑己平行、即月視行之道、再將丑己線、平分六十小截、既知月與日相衡之點、即辛點爲某點鐘某分、則將丑己線同分之點、著於辛點上、則丑所指之點、即月日相衡前之某點鐘、而己所指之點、即相衡後之某點鐘、復按上法、將戊戊線分爲點鐘分秒、如月與日相衡、爲某月十五日十二點鐘五十四分、即令丑己線上五十四分之點、與辛點相合、則己所指之點、爲十三點鐘、而丑所指之點、必爲十二點鐘也、



第六十圖

第十六節

定月前後切內虛之時○以地影之視半徑、即丑十丑一辛十（五十五一辛／60）爲半徑、甲爲心、畫乙丁丙丁圜、以明地影過月道之剖面、又加月之視半徑、作一圜、與地影同心、若此圜割戊戊線、則必有月蝕、否則無有月蝕、則壬與壬二交點、即前後切內虛之點、復自甲作戊戊之垂線甲申癸、則申點、即月蝕之中點也、又以月之半徑爲半徑、壬與申與壬爲心、

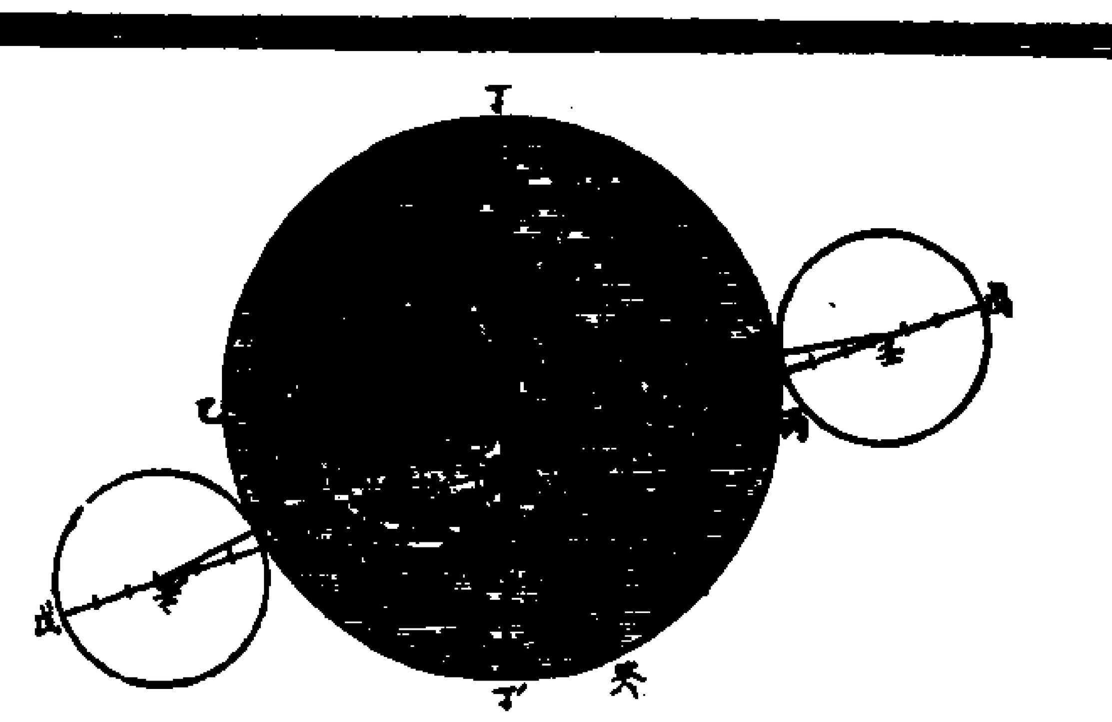
作三小圜，若申圜全在內虛，則爲月全蝕，若申圜不全在內虛，則爲月分蝕，至於月蝕之大小，乃依癸辰線與月徑之比爲準，癸辰線愈長，則月蝕愈大，欲於月之全蝕，求其甫入及將出內虛之時，則以地影半徑與月半徑之較爲半徑，甲爲心，畫一圜，則此圜交戊戌′線之子卯二點（見下圖）即月甫入及將出內虛之二點也，

第一問○自以下之根數，可推算1866年3月30日月蝕諸事，爲哥爾尼之何平時，

月與日相衝於哥爾尼平時	16點39分18.9秒
月緯度	南4°12′55″.5
日緯度	北4°3′42″.3
月之地平視差（據航海通書所載乃由赤道所算者下言劫此）	54′28″.1
日之地平視差	8″.6
月之視半徑	14′52″
日之視半徑	16′2″.2
月一點鐘移經度之速率	28′48″
日一點鐘移經度之速率	2′16″.4
月一點鐘移緯度之速率	南9′14″.1
日一點鐘移緯度之速率	北58″.1

地既非正球，各緯度之地平視差自不同，欲算月蝕，則必取其均數，乃45緯度之地平視差也，但45緯度，月之地平視差，較赤道月之地平視差少5″.4（見月地平視差表），故等於54′22″.7，夫地影之半徑甲丙＝丑十丑′一辛十$\frac{丑十丑′一辛}{60}$，以根數代之，即 甲丙＝54′22″.7＋8″.6－16′2″.2＋$\frac{54′22″.7+8″.6-16′2″.2}{60}$＝39′7″.6，再加月之視半徑，即得甲壬＝53′59″.6，以甲丙爲半徑，甲爲心，畫一平圜，爲地影，自地影與月之緯度，各減地影之緯度，則地影有圖緯度，惟月有南緯度9′13″.2，故自甲點以下，截取乙丙之垂線甲辛，即等於此數矣（辛點在甲點下者，因月心在影心之南故也），地影與月，既皆向東

行，則其經度每點鐘所差者，即其移經度速率之差，爲26′31″.6，以月緯度之餘弦乘之，等於1587″.3，令等於甲丑，由甲點作甲丑之垂線甲己，爲496″.6，即月心每點鐘距影心之緯度（己點在甲點下者，因月向南行故也），則丑己之連線，即月每點鐘所行者也，與丑己平行，畫戊申戌′線，即月視行之道，而自甲點畫月道之垂線甲申，則申點即月蝕之中點也，當16點39分18.9秒，月既行至辛點，欲求其16點時所經庚點之處，可開比例，即　丑己：辛庚::60分：39分18.9秒，於是自辛點向右，截辛庚弧＝39分18.9秒，可知庚點即月心16點所居之點也，再將丑己線之己點，著於庚點上，則丑爲月心1



第六十一圖

5點所居之點也，餘可類推，又將每點鐘勻作六十分，則知壬即月蝕之始，爲14點38分，申即月蝕之中，爲16點38分，壬即月蝕之畢，爲18點38分也，按此法推算月蝕，可知其在某點鐘之某分，而不能知在某秒，欲詳推之，其法如左，

觀本圖丑甲己正三角形，已知甲丑＝1587″.3，甲己＝496″.6，欲求丑己與甲己丑角，即　甲己：未::甲丑：正切甲己丑，則　甲己丑角＝72°38′49″，又　正弦甲己丑：未::甲丑：丑己，則　丑己＝1663″，於甲辛申直角三角形，甲辛申角＝甲己丑角，申爲直角，甲辛爲月心與影心二緯度之餘，即9′13″.2＝553″.2，既有甲辛申三角形之二角一邊，即可求其餘兩邊，即　未：甲辛::正弦甲辛申：甲申，則甲申＝528″，又　未：甲辛::餘弦甲辛申：辛申，則　辛申＝165″，月過丑己，既須一點鐘，即可按比例求月過辛申所須之時，乃　丑己：辛申::60分：5分57.2秒，　辛既爲月與日相衝之點，則自16點39分18.9秒減5分57.2秒＝16點33分21.7秒，即月蝕之中秒也，又　甲申壬三角形，已知甲壬＝

53′59″.6＝3239.6，甲申爲528″，則 申壬＝$\sqrt{(甲壬)^2-(甲申)^2}$＝$\sqrt{(甲壬十甲申)(甲壬一甲申)}$＝3196″.3，欲知月過壬申線所歷之時，即 1663′：3196″.3∷3600秒：6919.8秒＝1點鐘55分19.8秒，試以此數與月蝕之中秒相較，則得14點鐘38分2.4秒，即月前切內虛之時也，與月蝕之中秒相加，則得18點鐘28分4.1秒，即月後切內虛之時也○欲知月蝕之大小，可自地影之半徑甲癸減甲申，又加月之半徑申辰，得數即辰癸＝451″.6，以月全徑2944″除之，得1.52，即此月蝕之大小也，若辰癸不足月全徑之一倍，則必爲月分蝕矣○求月甫入內虛及將出之時，則以地影半徑與月半徑相較之餘爲半徑，甲爲心，作一圜，此圜必割戊戊線於子卯二點，月心過卯點，即月甫入內虛之時，過子點，即將出內虛之時，夫地影半徑爲3977″.6，月之視半徑爲1452″，此二數之餘即2415″.6＝1455″.6，故甲申卯正三角形，已知甲申＝528″，甲卯＝1455″.6，則申卯＝$\sqrt{(1455.6)^2-(528)^2}$＝1356″.5，欲求月行申卯線所歷之時，即1663′：1356′.5∷3600秒：2936.4秒＝48分56.4秒，自月過申點之時減之，二數之餘，爲15點鐘44分25.3秒，即月初入之時也，前二數之總，爲17點鐘22分18.1秒，即月將出之時也○求月前後切外虛之時，可將內虛之半徑，加日之全徑，即 3977″.6＋3224″.4＝7112″，若以乙丁丙丁爲地影外虛之剖面，不爲內虛之剖面，則甲壬＝7112″＋1452″＝8564″，故 甲申壬正三角形，已知甲壬＝5164″，甲申＝528″，則 甲壬＝$\sqrt{(5164)^2-(528)^2}$＝5136″.9，求月行申壬所歷之時，即按比例1663′：5136′.9∷3600′秒：11120.3秒＝3點鐘5分20.3秒，此數與16點鐘33分21.7秒相較，則得13點鐘28分1.4秒，即月前切外虛之時也，與16點鐘33分21.7秒相加，則得19點鐘38分42秒，即月後切外虛之時也，今將以上所得之數，臚列於左，

月前切外虛	13點鐘28分14秒
月前切內虛	14點鐘38分2.5秒
月甫入內虛	15點鐘44分25.3秒
月蝕之中秒	16點鐘33分21.7秒
月將出內虛	17點鐘22分18.1秒
月後切內虛	18點鐘28分40.9秒
月後切外虛	19點鐘38分42秒
月蝕之大小	月全徑1.52倍

以上各答，乃據哥爾尼之平時所推者也，欲推他處月蝕之數，須加減距哥爾尼城之經度，處在其城之東者，則加之，在西者，則減之，如欲將以上所得之數，推爲烟台之平時，而烟台既有東經度，8點鐘5分40秒，則加其經度而已，

試將自烟台所視各時分，臚列於左，

月前切外虛	8月30日21點鐘33分41秒
月前切內虛	22點鐘48分42秒
月甫入內虛	23點鐘50分53秒
月蝕之中秒	8月31日0點鐘39分17秒
月將出內虛	1點鐘27分58秒
月後切內虛	2點鐘34分20秒
月後切外虛	3點鐘44分22秒

第二問○自以下之根數，可推算1881年6月11日，月蝕諸事，爲紐約城西經度4點鐘56分20秒之何平時，

月與日相衝於哥爾尼平時	18點鐘54分23.3秒
月緯度	南2°52′52″.8
地影緯度	南23′10′26″.2
月之地平視差	60′33″.4

日之地平視差　8″.8
月之視半徑　16′31″.7
日之視半徑　15′46″.9
月一點鐘移經度之速率　40′20″.6
日一點鐘移經度之速率　2′35″.6
月一點鐘移緯度之速率　北1′0″.9
日一點鐘移緯度之速率　南9″.3

答
月前切外虛　紐約平時11點鐘18.8分
月前切內虛　12點鐘14.7分
月蝕之中秒　13點鐘57.4分
月後切內虛　15點鐘40.1分
月後切外虛　16點鐘36分

第三問○自以下之根數可推算一千八百八十五年三月三十日、月蝕諸事為烟台經度東8點鐘5分40秒之何平時、

月與日相衝於哥爾尼城平時　4點鐘15分49.1秒
月緯度　南3°29′20″
日緯度　北4°0′50″.8
月之地平視差　57′13″.4
日之地平視差　8″.9
月之視半徑　15′37″.1
日之視半徑　16′2″.3
月一點鐘移經度之速率　31′43″.7
日一點鐘移經度之速率　2′16″.4
月一點鐘移緯度之速率　南10′12″.5
日一點鐘移緯度之速率　北58″.1

答
月前切外虛　烟台平時3月30日9點鐘55分8秒
月前切內虛　11點鐘4分22秒
月蝕之中秒　12點鐘39分52秒
月後切內虛　14點鐘15分22秒
月後切外虛　15點鐘24分16秒
月蝕之大小　月全徑之88倍

第四問○自以下之根數可推算一千八百八十五年九月二十三日、月蝕諸事為哥爾尼之何平時、

月與日相衝於哥爾尼平時　19點鐘27分28.4秒
月緯度　南0°0′29″.7
日緯度　南0°33′19″.9

月之地平視差　56′11″.9
日之地平視差　8″.8
月之視半徑　15′20″.3
日之視半徑　15′59″.5
月一點鐘移經度之速率　30′30″.2
日一點鐘移經度之速率　2′15″
月一點鐘移緯度之速率　北10′1″.3
日一點鐘移緯度之速率　南58″.5

答
月前切外虛　9月23日17點鐘21分
月前切內虛　18點鐘15分
月蝕之中秒　19點鐘48.3分
月後切內虛　21點鐘21.6分

月後切外虛　22點鐘34.5分
月蝕之大小　月全徑之784倍

第五問○自以下之根數可推算一千八百五十五年十月二十四日月蝕諸事爲華盛頓之何平時

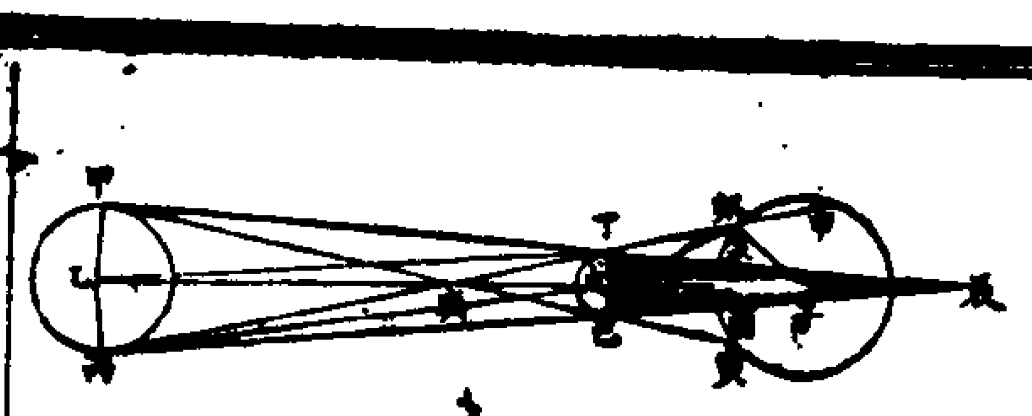
月與日相衝於華盛頓城平時　14點鐘10分29.6秒
月緯度　北11°42′26′.9
地影緯度　北11°56′48′
月之地平視差　59′45′.8
日之地平視差　8′.6
月之視半徑　16′19′.2
日之視半徑　16′7′.9
月一點鐘移經度之速率　33′22′.1
日一點鐘移經度之速率　2′23′.4
月一點鐘移緯度之速率　北15′39′.8
地影一點鐘移緯度之速率　北52′.1

答

月前切外虛　10月24日11點鐘37分58秒
月前切內虛　12點鐘36分11秒
月甫入內虛　13點鐘37分20秒
月蝕之中秒　14點鐘21分41秒
月將出內虛　15點鐘6分2秒
月後切內虛　16點鐘7分10秒
月後切外虛　17點鐘5分24秒
月蝕之大小　月全徑之1465倍

第十章　論日蝕

月影內虛之長短○月影之長短、畧與月距地之遠近相等、遞次畧長畧短、見圖　假如月在戊、即月道之一交點、而與日相合、則日地二心之連線、必過月心、故此連線即爲月影之中軸、可以甲乙丙爲日之一球分、卯子寅爲地之一球分、丁戊己爲月之一球分、甲丁與丙己爲日月之二公切線、引長必相遇於辰、故辰點爲月影內虛之頂、而丁己爲底、其影即圜錐體形、欲求內虛之長短、即戊辰線、必先求內虛之半角、即戊辰己角、夫乙戊丙角既等於戊丙己十戊辰己、則戊辰己等於乙戊丙減戊丙己、按形學理乙戊丙：乙子丙：：乙子：乙戊：：400：892、故乙戊丙＝$\frac{399}{400}$乙子丙、　又乙子丙既爲日之視半徑、即16′1′.8則乙戊丙＝16′4′.2、即自月看日之視半徑、可令丑′爲月之地平視差、丑爲日之地平視差、而辛爲月之視半徑、視差與遠近既有反比例、則丑：丑′：：乙子：戊子、以分理改之、則丑一丑′：丑′：：乙戊：戊子、然各物之視徑與其遠近亦有反比例、故乙戊：戊子：：辛：戊丙丁：：丑一丑′：辛、故戊丙丁、或戊丙己＝$\frac{辛(丑-丑')}{丑}$、而丑與丑′與辛皆爲已知者、代其數則得戊丙丁＝2′.3、即自日視月之半徑所交之角、如是戊辰己即月影內虛之半角、既等於乙戊丙減戊丙己、即16′4′.2一2′3＝16′1′.9、如是按正三角形式、正弦16′1′.9：戊己：：未：戊辰、戊己乃月之半徑等於3128里、則照式得戊辰＝669700里、即月影內虛長短之平數、影尖不至地面者、以尚不及月距地之平數也、一見第八章、然地若在近日點、則日之視半徑爲15′45′.5、而按上法推戊辰己角爲15′45′.6、故戊辰爲681200里、如蝕時月在其近地點、則月影之尖、必過地心約40400里、而凡在影內之處、必見日全蝕矣、



第六十二圖

正交地面之時月影內虛寬窄如何○月影中軸若正交地面、其過地面之道、至寬約有四百八十里、如前圖之未子辰三角形、未子：子辰：：正弦子辰未：正弦辰未子、其

第三節

月影最長之時，子辰＝40400里，子辰未角＝15′45″.6，則辰未子＝56′20″.9，但未子午＝未辰子＋子未辰＝56′20″.9＋15′45″.6＝1°12′6″.5＝未午弧，則 未酉弧，為2°24′13″，地面之一度，既畧為199里，2°24′13″，即為480里，與題相合，若不正在交點，而有日蝕，則中軸必斜交地面，而其道畧寬，

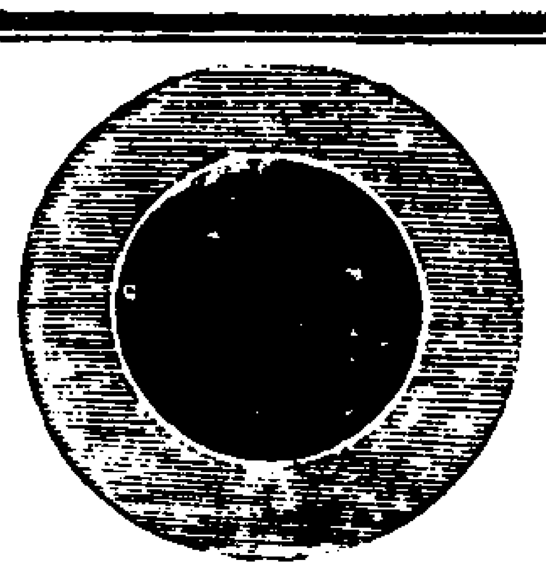
月影外虛之寬窄〇中軸正交地面，其外虛之道，約寬一萬三千九百里，見第六十二圖 甲己與丙丁為日月之公切線，引長至地，則凡在丁卯與丁未二線之內，及己寅與己酉二線之內者，皆可見日之一份，惟不能見其全體，愈近內虛者，得見日體愈少，離內虛外行者，以漸見多，故凡少見及不全見之處，皆在月影外虛之內，夫月外虛之半角，即 申庚辰＝乙丁丙＋丁乙戊，而乙丁丙為自月看日之視半徑，最大＝16′20″.2，丁乙戊為自日看月之視半徑，即2″.3，故申庚辰角＝16′22″.5，於庚卯戊三角形， 正弦丁庚戊：正弦丁卯戊：：卯戊：庚戊， 丁卯戊角最小時，既有14′41″，而卯戊邊最大時為720900里，則 庚戊＝6464000里，而 庚子＝1378760里， 又於庚子卯三角形，子卯：子庚：：正弦卯庚子：正弦庚卯子，則 庚卯子＝14°45′8″，而子卯申，為35°15′10″，夫 子卯申－子庚卯＝卯子庚＝34°45′28″，而卯寅弧＝69°30′56″，畧為13900里，與題合矣，

第四節

月影過地之速率〇月每點鐘，較日東行，約多30′，而月道之30′，畧等5980里，故月影若正交地面，每點鐘亦必東行5980里，若斜交地面，其速率則畧大，此乃地不自轉則然耳，然地實自轉，亦向東行，則月影過地面畧緩，而日蝕之時，即畧長也，然在二寒道內，月影若射過地極，其行向，與極之彼面諸點，所轉之向相反，故日蝕之時又畧短也，

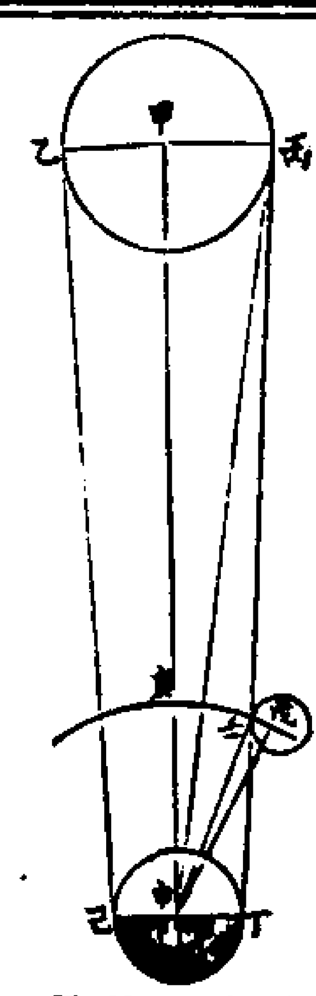
第五節

日蝕之別〇日蝕其分，而不蝕其全者，謂日分蝕，日面皆被月掩，而全不見者，謂日全蝕，日月二心引長之連線，所過之地，即見日蝕最長之地也，蓋諸地之連線，乃中心蝕線也，月之視徑，小於日之視徑，日即不全被掩，球外尚露光圈，謂之金錢食，見第六十三圖 月近地時，自地心看其視半徑＝1006″，而自地面看之，可增至1024″，即月視半徑最大之數也，日距地最遠之時，其視半徑不過945″，二數之餘為79″，然則日全蝕最長之時，即月心較日心多行158″所歷之時也，設地不自轉，赤道之日被蝕，只在五分，然地既自轉，全蝕可至七分五十八秒，在他處全蝕者，所歷之時，則隨緯度而變小，如在巴利城，最大為六分十秒是也〇又日最大之視半徑，既為978″，而月最小之視半徑為881″，若當日月二心正相合，金錢光圈，可寬至97″，故金錢蝕所歷之時，即月心較日心多行194″所歷之時也，設地不自轉，當赤道之金錢蝕，可至七分，地既自轉，可至十二分二十四秒，在他處視之，所歷之時，亦隨緯度而變少，夫月距地，既較近，其掩日面之多少，又隨地而異，故凡於立處視日月二心正相合，日則全蝕，則凡距立處約二百四十餘里之外者，必少見日體而為分蝕，愈遠則分蝕愈少，迨至極遠之地，而日之全體畢現，日蝕已無矣，月初出時，其視半徑既畧小，而近午宮時畧大，則日月二視徑，幾於相等，故於立處日初出，見為金錢蝕，東約九十度者，必視月近午宮而為全蝕矣，



第六十三圖

日蝕界〇當日月相合，而日距月道一交點，或前或後，不足15°25′，則必有日蝕，若過於18°20′，則無矣，見圖 以甲為日，戊為月，甲申為黃道，丙丁為地日之公切線，其二端齊繞地日二球，成圜錐之截體，月入此體，即有日蝕，夫月切日地之公切線丙丁時，月心距黃道之角戊申甲＝甲申丙＋丙申壬＋壬申戊，但 丙申壬＝申壬丁－申丙丁 故 戊申甲＝申壬丁－申丙丁＋丙申甲＋壬申戊，即等於丑－丑＋辛＋辛，即日月二地平視差之較，加日月二視半徑之和，取此四者最大最小之二數，而推得戊申庚角，即戊庚弧，最大為1°34′14″，最小為1°24′19″，即以此數作為第九章十一節之丁乙線，遵式以求丙乙，即得其大者為18°20′，小者為15°25′，日距月近交點，小於此數，即必有日蝕，若過於18°2



第六十四圖

0′、則不能有矣、夫日既必近月道之一交點、乃有日蝕、且月道之二交點、必相距180°故日近此交點、至其近彼交點、約歷五月有半、故每年日蝕之時、必相距約半年云、

第七節 日月蝕之總○每年之日月蝕多則有七、少則有二、若有七、乃五爲日蝕、二爲月蝕、若有二、則皆爲日蝕、日距月道之一交點、或前或後、不足15°25′、而與月相合、必有日蝕、故日之二蝕界各等於30°50′、月行一太陽時、(月成時三)一日可前行黃經度29°6′、且一月時、交點可退後1°31′、此二數之合、即30°37′、仍不足30°50′、故日在蝕界內所歷之時、必須月餘、則日與月至少必相合一次、而有月蝕、日至彼交點亦如是、而又有蝕、是月蝕每年必有二次矣、然日每近一交點、不必僅蝕一次、如日距一交點、不足15°25′、而與月相合、必有日蝕、及過十有四天、則月行至彼交點、且日必行至第一交點前幾分、而有月蝕、再過約十四天、日雖過第一交點、相距仍不足15°25′、故與月復合時、又有日蝕、是日近此交點時、日蝕有二次、月蝕有一次、近彼交點時、亦可如是、則此一年中、日蝕有四、月蝕有二矣、然日過第二交點蝕界後、猶待約五月有半、方至歲晚、而日於此五

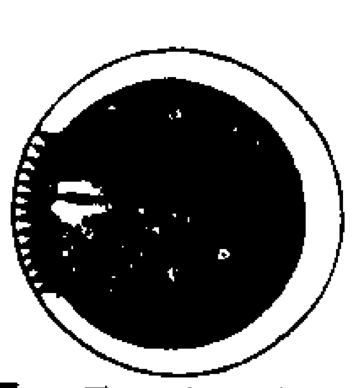
月半之內、又可還至第一交點蝕界內、與月合而日又蝕焉、此一年中、日蝕有五次、月蝕有二次矣○大抵每十八年內、日蝕四十一次、月蝕二十九次、則日之蝕比月之蝕若三比二、然普天下所見之月蝕、終多於日蝕、蓋月蝕、半地球皆可見、而日蝕、不過半地球之一份能見之耳、

第八節 日月蝕之周時○月行一太陽時、既歷29.53天、故223月有6585.32天、日自月道一交點、過而復始、既歷346.62天、則19次必須6585.78天、日於此若近一交點、或日或月、必有蝕者、再過223月＝18年10天、前所有之日月蝕、大都必復有之、此古人之所知、爲推考日蝕之約法也、

第九節 星被月掩○月常繞地而轉、則近月道之諸星、恒有爲月所掩者、與日蝕同理、然論星則不云被蝕、而云被掩、其所掩者、若自地心看之、乃每月居月道南北各十五分一帶之星、而自地面看之、非眞如是、因月有地平視差、故當赤道之地、雖見某星被月心所掩、其畧遠在赤道北者、必視月由星之南而過、其畧遠在赤道南者、必視月由星之北而過也、

第十節 日全蝕時天之幽明如何○日雖全蝕、而其光之旁散於空際者、即圓月之榮光、亦不能及、然置經緯度合宜、則五大行星及第一等恒星、俱可仰見、天空雖不甚暗、而人誤意較望月之夜光尤暗、其故何也、蓋自陽明之處、陡入幽暗、雖亦辨視一切、而心覺昏暗殊甚焉、且日全蝕時之暗、與夜間不同、而有非常之色、因此天空山林、與相近之人、亦皆有奇怪之象焉、

第十一節 貝利珠○金錢蝕、外圜初破時、或全蝕日之入出時、可測其邊有光珠、與黑隙迭相錯落、此光點名爲貝利珠、因有名貝利者、先明其理、故名之、細核光點之故、蓋以月面有高山深谷、故月掩日體、其邊如鋸齒、自深谷隙中、猶見日體、如是深谷所透之光、即光點也、凡星之正切月南北二邊而過者、其光迭忽隱顯亦此故耳、

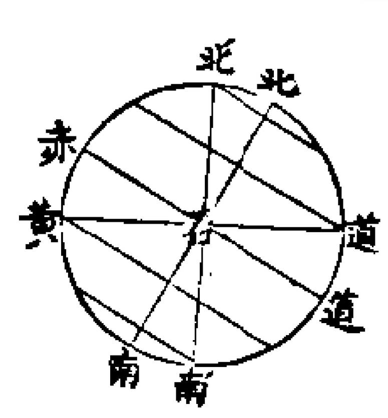


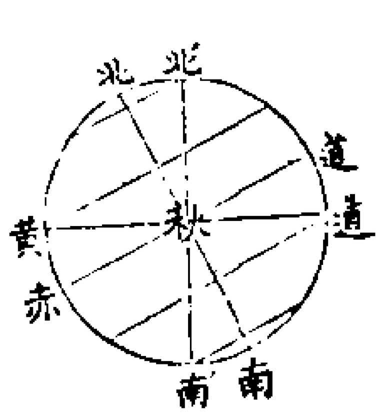
第六十五圖

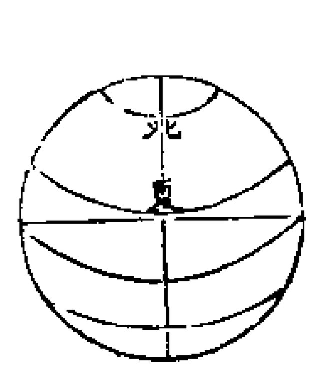
求日蝕法

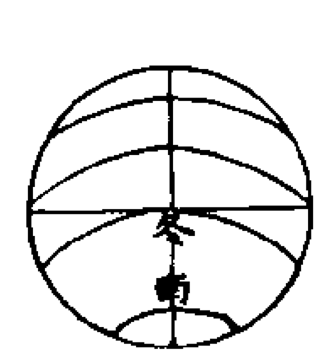
第十二節 自日看地有何形式○某處之所以有日蝕者、蓋因日與月合、而月

之影、經此處之地而過故也、然月影於地面所行之道、不但與月之緯有關、且隨季而異、蓋地向日之面、四季不盡同故也、(見第四章第四節)當春分之時、設有人自日望地、必視如平圓之面、其赤道之平而過日心、而與黃道交23°27′之角、故二極必在圓平面之兩邊、而地之式、有若左第一圖、當秋分時、二極仍在兩邊、而移向黃極之背面、有若左第二圖、當夏至時、北極正向日、故南極隱而不見、則視赤道向南彎下、而諸緯度圈、皆成橢形矣、有若右第三圖、若當冬至時、式如第四圖、與第三圖相反、



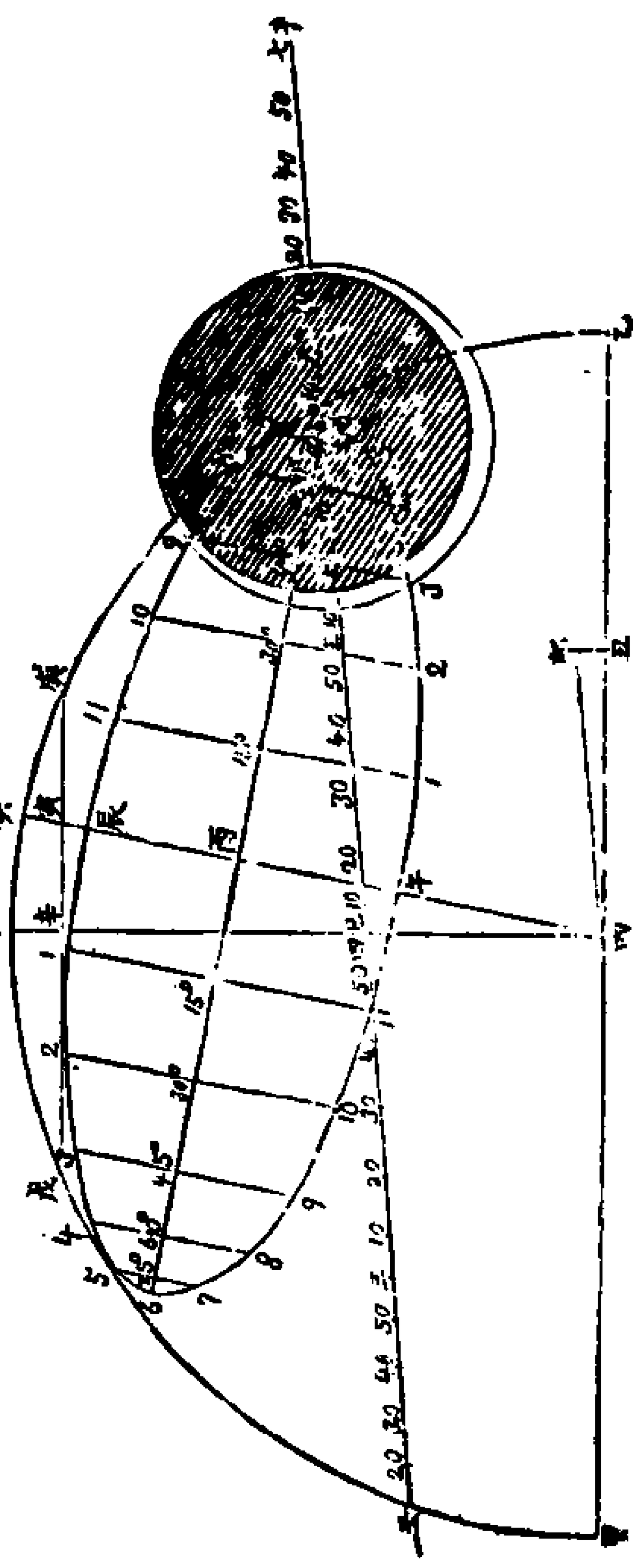






第十三節 以黃經黃緯求日蝕法○夫地向日之面、既隨季而異、欲知當日之蝕、某處能見之否、必

先推算自日視地之南北極爾時所住圖平面處，復作某處之緯度圈，而於圖上記此處因地自轉，每點鐘所到之點，再作月影過地面之道，而記其每點鐘所到之點，後以步弓求緯度圈與月道相近同時之二點，此時卽日蝕至大之時也，又將步弓開放至二尖相距之數，等於日月二半徑之合，又循影道與緯度圈，求同時之二點，在日蝕中前者，卽日蝕之初，在中後者，卽蝕畢之時也，詳看下問。



第六十七圖

問 波斯頓城係北緯42°21′28″西經4點44分14秒，當一千八百五十四年五月二十六日，按以下之根數推算此城何時可有日蝕

合朔	5月26日8點鐘47分6秒
時差正	3分15.4秒
日黃經度	65°12′32″
日赤緯度北	21°11′17″
月黃緯度北	21′30″＝1290″
月每點鐘移黃經度	1807″
日每點鐘移黃經度	144″
月每點鐘移黃緯度	167″
月之地平視差	54′32″.6
日之地平視差	8.5
月之視半徑	14′53″.5
日之視半徑	15′48″.9

地既擠形，除赤道及二極外，各處之垂線，皆不能直向地心，其與直向地心線之交角，名垂線差，波斯頓城之垂線差，(見赤緯註)約爲11′28″，故其地心緯度，卽42°21′28″－11′28″＝42°10′也，

夫月與日之地平視差，既爲同號，若以日爲不動，而以二地平視差之較，爲月之視差，二曜相距之度仍如故，月之地平視差，(卽白赤道與月之地平視差也)既爲54′32″.6，由波斯頓城視之，其地平視差，只等於54′27″.6(見地平視差表)故二地平視差之較，卽54′19″.1＝3259″.1，乃自月看地半徑所交之角也，自地看月之視半徑，既爲14′53″.5＝893″.5，如是無論月距地何遠，月之視半徑：地之視半徑::893″.5:3259″.1，復自比例尺取甲丙＝3259″作甲丁乙，爲地之北半球，卽自日看北半球之式也，又作甲乙之垂線丙丁，爲黃道軸，設甲丙爲半徑，以角心尺取23°27′之通弦，截丁庚丁戊相等

之二弧，(使角心尺若因便於用，無測可視其實弧)則戊庚連線，卽自日看北極，每歲繞黃極所視轉之環也，庚既爲春分時北極所居之點，其他日距庚點之遠近，必等於日黃經之正矢，而其距夏至辛點之遠近，必等於日黃經度之餘弦，故以戊辛爲半徑，而截90°－65°12′32″之正弦辛寅，寅爲爾時自日看地北極所居之點，丙寅連線，卽爲地軸，圖畫至此，卽明徵自日看地北半球，五月二十六日所當有之式也，

第二步，乃畫波斯頓城因地自轉，當日視行之圈也，波斯頓之緯度，若正等於日赤緯度，正午之日，必適在天頂，如是自日視波城，當在丙點，但城與日雖皆有北緯，而城之北緯，比日之緯多20°59′，故以甲丙爲半徑，由丙點之北，截取午丙，等於20°59′之正弦，則午點卽爲此處正午所到之點矣，假如地爲透光之物，當夜半時，自日看波城，必在丙癸線午點之北，而所距丙點之度，等於此處與日二緯度之合，蓋日丙之連線，已出地背面之點，必有南緯度，適等丙點之北緯度，然日與二點，既皆列一直線，則自日視之，二者爲一，故必視此處距此點63°21′也，以甲丙爲半徑，取63°21′之正弦，於丙點之北，

截丙辰線，則辰點即爲波城半夜所到之點矣。此處之緯度圈，既須自日斜視，則必視如撱圜，辰午爲其短徑，酉爲其中點，過酉點丙癸之垂線６６爲其長徑，而酉６既等於波城緯度圈之半徑，（[illegible]）故取４２１０′之餘弦，截取酉６、酉６平等二線，６６二點即爲此處午前午後６點鐘所在之點也。設欲求其城當日他點鐘所到之點，當以酉６爲半徑，取１５°即１點鐘之正弦，在酉點之左右截酉１５、酉１５二段，如此亦可裁取８０°、４５°、６０°、７５°諸度之正弦，過此諸點，各作一線，與丙癸平行，再以酉辰爲半徑，取７５°之正弦，而在１５°點之上下，各截１５至１１５至１１平等二線，如是自８０°、４５°、６０°、７５°諸點之上下，亦可截６０°、４５°、３０°、１５°諸度之正弦，如此所得１、２、３諸點，即此處一、二、三點鐘所到之處，諸點鐘之點，皆自午點向右而記，諸點之連線，即波城爲地自轉，一日所行之圈，此圈切甲丁乙半圈之二點，即日出沒之二點也。

第三步，乃晝月影過地面之道也，可由比例尺，取１２９０′（[illegible]）在丙點之北，截丙己線，己點所以在丙點之北者，因月有北黃緯度故也，再取１６６３′（[illegible]）在丙點之右，截取丙丑線，又取１６７′（[illegible]）在丑點之北，截丑卯，爲丙乙之垂線，卯點所以在丑點之北者，蓋月爾時北行故也，丙卯之連線，可指月每點鐘離日之秒數，再將此線分爲６０小截，每一截即月一分時離日所行之數也，與丙卯平行，作壬己子線，即月影過地面所行之道也，己點既爲合朔，故自波斯頓視月過此點時，即午後４點鐘６分視時也，以步弓由丙卯取五十四小截，從己點之右邊截己五弧，如是五即月影在午後五點鐘所過之點也，准此可將壬子線，分爲點鐘，再將每點分爲六十小截，一截即一分也，（小註）當日時差爲正８分１５秒

第四步，即求日蝕最大之時也，可以步弓尋月道，與波斯頓之緯度圈，相距最近同時之二點，此二點所記之點鐘，乃日蝕最大之時，即本圖５點鐘４４分之時也，（[illegible]）再以月道５點鐘４４分點爲中心，以月之視半徑８９８′.５爲半徑，作一圈，此圈即月當時之式也，又以波城緯度圈，５點鐘４４分點爲中心，以日之視半徑９４８′.９，爲半徑作一圈，此圈即爲日之式，二圈若畧同心，而月之視半徑較大，必爲全蝕，若畧同心，而日之視半徑較大，必爲金錢蝕，若二圈之心，相隔畧遠，必爲分蝕矣，自地仰視日月，始相切時，即日蝕之初，其末相切時，即日蝕之畢，故以步弓取１８４２′.４即二曜視半徑之合，用步弓之一尖，循月道在中蝕點之左，其一尖循波城之緯度，二尖前後齊移，至於二尖所指之點，爲同時之二點，此二點所記之時，即日蝕之初，再准此法在中蝕之右，二尖所指之點，即日蝕之畢也，細晝上圖，所得以上之三數，縱不敢謂無差，即有差，亦不過一二分時，試將所得之三數，開列於下，

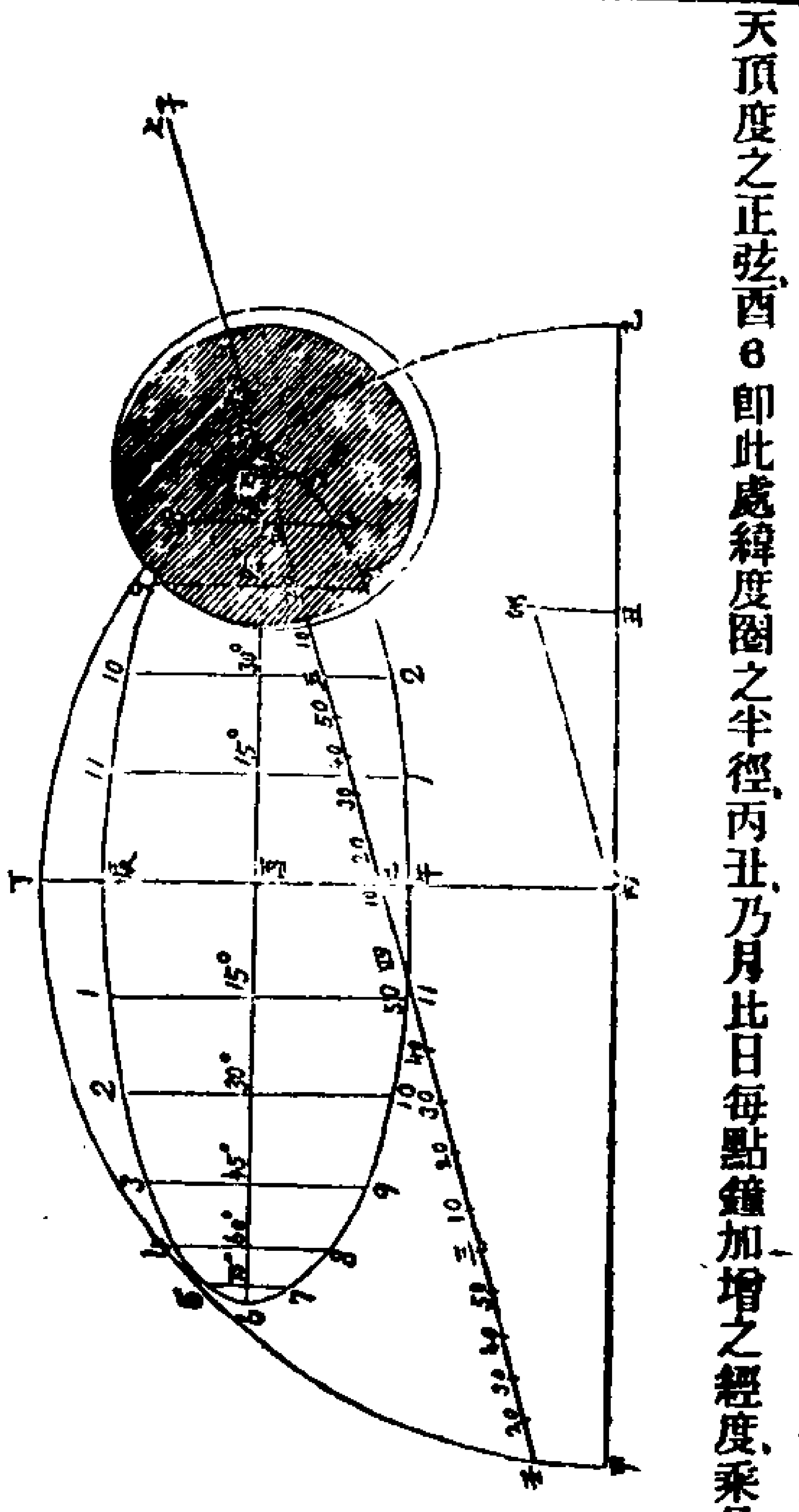
日蝕初　午後四點鐘三十分

日蝕中　午後五點鐘四十四分

日蝕畢　午後六點五十一分

右三數以時差改之，一變爲四點鐘二十七分，一變爲五點鐘四十一分，一變爲六點鐘四十八分，

以赤經赤緯求日蝕法○上節之法，乃以月之黃經黃緯求日蝕法也，然用赤經赤緯算之亦可，（如下圖）甲丙仍爲日月二地平視差之較，丙丁爲赤經圈，６午６辰，即波斯頓緯度圈，壬己子爲月道，於日月赤經度同時，丙己即爲二曜赤緯度之較，丙午即午正日距天頂度之正弦，酉６即此處緯度圈之半徑，丙丑乃月比日每點鐘加增之經度，乘月緯



第六十八圖

度之餘弦、（見九章十五節）丑卯乃月每點鐘所加之緯度、如是若日為不動者、丙卯即月每點鐘離日所行之分數、欲明此法、可由以下之根數、推五月二十六日之日蝕矣、

日月赤經度相合哥爾尼平時26日8點鐘55分48.2秒或謂波斯頓城平時4點鐘11分29秒以時差改之其視時為4點鐘14分44秒矣

月每點鐘所移之經度	31′18″·9
日每點鐘所移之經度	2′31″·8
圈之半徑（見上文）	3259′·1
日之赤緯度北	21°11′17″
月之赤緯度北	21°33′32″
月每點鐘離日之緯度	461′·4
月在日之北	1335′
日月二視半徑之合	1842′·4
日月二視半徑之較	55′·4

可以比例尺取甲丙＝3259′為半徑、作甲丁乙半圈即為地之北半球也、又作甲乙之垂線丁丙為地軸、以甲丙為半徑由角心尺取20°59′之正弦、在丙丁線上、截丙午線、則午點為波斯頓日午所到之點、如是又取63°21′之正弦、截丙辰線、則辰點即為波城半夜所到之點、可於酉點平分辰午線、而過酉點畫丙丁之垂線6酉6、仍以甲丙為半徑、由角心尺取42°10′之餘弦截酉6、酉6、平等二線、則66、即為此處午前後各六點鐘所到之點、故此可按上法、畫此處爾時所行之圈、如無角心尺、可現算丙午、丙辰、與酉6等線之秒數、而由比例尺中取之、即

丙午＝末正弦（某處之緯度減日之緯度）＝3259′·1正弦20°58′43″＝1167′

丙辰＝末正弦（某處之緯度加日之緯度）＝3259′·1正弦63°21′17″＝2913′

酉6＝末餘弦某處之緯度＝3259′·1餘弦42°10′＝2416′、餘可類推

可取1885′、即日月二緯度之較、在丙點之北、截丙丁線之丙己節、（[illegible]）再以丙丑＝1606′、即每點移經度之較、乘月緯度之餘弦、在丙點之右、截丙丑線、與丙丑正交、可作丑卯線＝461′、即月每點鐘離日緯度之秒數也、如是丙卯之連線、即月每點鐘離日之分數也、與丙卯平行、作壬己子線、即月影過地之道、而赤經度相合時、月影中點、必在己處、以步弓由比例尺、求丙卯之秒數、則比例、60分：1671″::14.7分：409″以比例尺取409″、截取己四、再取丙卯、由四點、循月道左右、分為點鐘數、再將每點鐘、分為十分小節、以步弓由比例尺、取日月二視半徑之合＝1842″·4令步弓左腿循月道、右腿循緯度圈、前後齊移、至兩腿尖皆住於同點鐘之空、將月道此空、分至一分之小節、將緯度圈、每點鐘之空、分至五分之小節、便知同時之二點乃4點鐘29分40秒、即日蝕之初也、再令右腿循月道、左腿循緯度圈、求得同時之點、乃6點鐘50分85秒、即日蝕之畢也、又以小三角形、令一邊循月道、向前推移、至前邊

所指月道緯度圈之二點、為同時之二點、此乃日月二心最近之時、即本問5點鐘44分10秒、二點相距乃47″、即日月二心相距之遠近也、但日之視半徑、較月之視半徑、多55″·4、故自彼城視日為金錢蝕疑、求此日蝕最大之式、其法可由比例尺、取893″為半徑、以月道5點鐘44分10秒之點為心、作一圈以表月面、再以949″為半徑、以攝圈道同時點為心、又作一圈、以表日面、則月圈掩日圈之多少、即當日日蝕最大之式矣、

附註　求垂線差法○設甲為地球赤道徑、乙為地球南北徑、丙為某處緯度、丙′為其處地心緯度、如是正切丙′＝$\frac{乙^2}{甲^2}$正切丙、按$\frac{乙^2}{甲^2}$彼士勒已推得為0.99832554、其對數為9.99709164、假如欲求北緯或南緯42°22′48″.6處有地心緯度、及垂線差若干、算式如左、

$\frac{乙}{甲}$ 對 ＝ 9·99709164
正切 $42°22'48''.6$ 對 ＝ 9·96022854
正切 $42°11'21''.05$ 對 ＝ 9·95732018
$11'27''.55$

如是、可知此處地心緯度、爲 $42°11'21''.05$、垂線差爲 $11'27''.55$、

第十一章　論各地之經度

第一節 求經度之大旨〇凡地面各處之經線、與哥爾尼之經線、於北極所交之角、卽各處之經度也、定此角之大小、實航海者之要事、因觀某曜過午線之高度、卽可知緯度、然不知二經線於北極之交角、則不能知是處在緯度圈之何點、定此角之法雖不一、而其大旨則一焉、蓋地自轉一周、既須二十四點鐘、如是每點必轉十五度、假如二處之時、相差一點、卽可知二午線於北極之交角爲十五度、故苟知日過此處午線、至過彼處午線所歷之時、卽知二處相差之經度矣、測日過本處午線之時、（見前第五章）而求本處之時爲彼處之何時、則有數法焉、

第二節 一　度時表法〇以度時表、於哥爾尼城對準、則每至午正、此表必適指十二點、移至他處、與他處之表相較、所指之餘數、卽此處距哥爾尼之經度也、若原表所指之時少、則知其處在哥爾尼之東、若原表所指之時多、則知其處在哥爾尼之西、（見前論表之日差第二章）〇按此法不無微差、因表位置不動之日差、與攜行之日差、稍有不同、但舟中所用最高之表、雖有此微差、亦無庸論、因各大海口之經度、俱已確知、故船至各口、可復對其表、若於某處之經度、尙未確知、而欲推求其數、須攜度時表數枚、往反數次、而取其中數爲準、卽可知此處之經度矣、此爲航海者常用之一法也、

第三節 二　月蝕法〇月入地影、自地心視之、本有一定之時、而自地面各處視之、時則不同、然以本處之平時、與通書所記月入地影哥爾尼之平時相較、卽得本處之經度、此法欠精、實無他法者始用之、因月入地影、本自外虛漸入內虛、故難測定月入內影之眞時也、

第四節 三　木星之月蝕法〇此法之理、與月蝕法同、因木星之月、入出木星影、亦有定時、而自地面各處觀之、則其時不同、然其在哥爾尼之平時、已記於航海通書、故以其本處之時、與在哥爾尼之時相比、卽知本處之經度矣、按此法、較第二法差勝、然亦非詳備、因月之出入非偶、乃以漸而差、且遠鏡與目力各別也、欲用此法、莫如視其第一月之入出、次則第二月、因二者之速率稍大也、

第五節 四　月過午線法〇以子午儀、測月之明邊、過午線於何時、設甲代之、遂將航海通書所記

近月道之一二星、測其過午線於何時、則此星之經度、即恒星表之時也、即知本表何時等於星之經度、則明邊之經度易推、後查通書、載哥爾尼平時月之明邊、何時有此經度、設乙代之甲乙之較、即本處之經度也、此法之所以不便者、因月變經度之速率不均、苟有一秒之差、則所得之經度、以表記之、可差至三十秒矣、

第六節

五 大曜距月之法〇航海通書、又記自地心觀月、每天每點鐘、距日與數星之度數、所記之點鐘、即哥爾尼之平時也、航海者、以紀限儀測月、距上所言數曜之一幾何度、自所得之數、棄去蒙氣差與地平視差、餘者即此曜自地心視距月之度數、既得此度數、復查通書、記哥爾尼之何時月距此曜相同之度數、以哥爾尼之時、與本處測望之時相較、即得本處之經度、此法雖亦不無少差、然仔細用之、所差者不過鐘表之二十秒也〇按此法、凡有紀限儀者、斯為得之、故航海者苟多日不至口岸、可以之對準其度時表焉、

第七節

六 日蝕法〇日蝕之始末二時、乃隨地而異、然若自某處測日蝕之始末二時、可推日月二心正相合之時、即自地心看二曜同黃經之時、為本處之何時也、在他處如此測之、亦

可知二曜相合之時、為他處之何時也、二時之較、即二處相差之經度也、星被月掩之法、亦與此法同理、按此法用之雖難、而於測望二曜以定經度之法、莫善於此矣、

第八節

七 電報法〇以上六法、雖各具其妙、究不如此法為尤妙、因電氣行之極速也、如有二處、先以電線連之、於此處以手按電鑰、並記時分秒各若干、彼處一聞電筆之音、即觀其表指於何時、再將二處所記之時相較、即得二處相差之經度、用此一次、其經度之差、多者一秒、欲詳核之、須如此數次、而取其均數、如尤欲綦詳、須按第二章五節、將電線二端各連一表、如是於某曜過午線時、遂以手按電鑰、而各表即記各處之時、其二時之較、即二處相差之經度也、

第十二章　論潮汐

第一節

何為潮汐〇潮汐者、乃海面之水、每經一太陰日、二次迭為起落者也、取其均數而言之、自水高至再高時、歷十二點鐘二十五分二十四秒、惟近朔望二日、潮則最大、而二潮相距之時則最小、即十二點十九分也、近二弦之日、潮則最小、而相距之時則最大、即十二點三十分也、二潮之高低不同、乃隨地而異、如在紐約、則二潮之當朔望者、比弦時之高、有若5·4尺比3·4尺云、

第二節

各海口潮汐之時〇各處海口、各有其滿潮之時、即在月過午線、或子線後之某點鐘也、而航海者、每自朔望月過午線、至潮滿所歷之時為準、如在紐約、自月過午線至潮滿、其平時為八點鐘十三分、而一月內潮最高時、較此數或疾或徐、不過約刻半耳、

第三節

潮汐與月遠近相關之理〇潮汐之高低、不第與月之朔望有關、且隨月距地之遠近而變、近則高、遠則低、朔望之潮固高、如爾時月距地近、則更高、至弦時之潮固低、如爾時月距地遠、則更低矣、潮之高低、亦關乎風之順逆、如在廣州、潮適至、又値東北順風、則潮必大、若遇西南逆風、則又小矣、又與天氣之壓力有關、大抵風雨表之

水銀、下降一寸、則潮上升一尺、

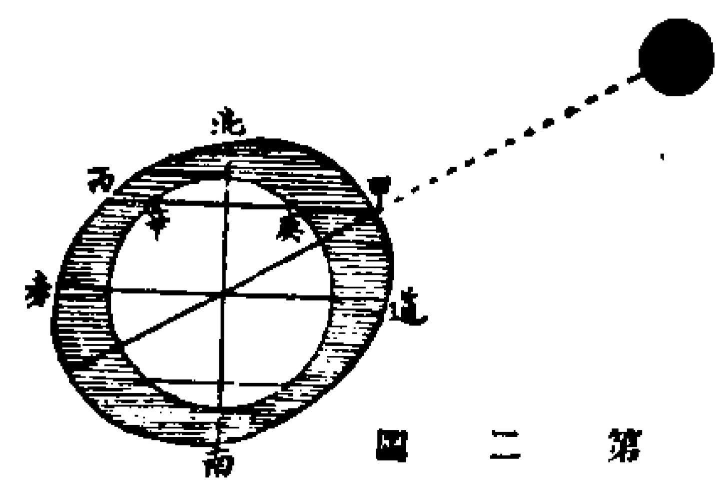
第四節

生潮汐之故〇由上所言、知潮汐固因月吸海水而生、然細究其故、非因月吸海水、乃因海面受月之吸力有大小不同而生也、見第一圖甲丙戊庚為裹地之水、子為月、吸力與遠近、既有乘方反比之理、則月吸甲點之力、比吸乙辛之力自大、而比丙庚尤大、至戊點、其所受之吸力更小、海面之癸點、距月既近、其所受之吸力、必大於地體所受者、故水必在癸點凸起、即為潮滿、惟此凸起之水、自丙庚處而來、故丙庚二處之水最低焉、若壬戊之水、既比地實體距月遠、其所受之吸力、自必小於地體所受者、故戊點比壬點、多向月行、而壬點之水、見似高起、亦為潮滿、於是統海而觀、必為橢圜式、而其長徑常向月焉、夫日既吸地、亦必有所生之潮汐、然日之吸力雖大、而生潮汐之力則小、蓋地之向日背日、二面受日之吸力畧同故耳、然仍有所差、故日亦有所生之

第一圖

第五節

潮當朔望時潮之所以大者、因日月生潮之力相助故也、當二弦時、潮之所以小者因日月生潮之力相敵故也、



第二圖

潮汐與月緯度其關何如〇各處潮汐之高低、亦隨月之緯度而變、若月有圈緯度、則赤道諸地潮汐最大、迤南迤北、則漸小矣、且各處每日之潮汐高低宜同、若月有北緯度、見第二圖則北半球凡與月同緯度諸處、每日必有一大潮、即當月近午線者也、若當月近子線者則小矣、北半球如是、南半球則相反、二潮高低之差、名曰潮之日差、

第六節

潮汐爲何不循當然之理〇地之全球、若俱爲水所裹、則潮汐之理、自當如上文所言、顯而易明、而究之不能盡循其當然之理者何也、其故有二、一水居球面、不過四分之三、且洋海之水、深淺不等、深不及三里者不鮮、二球之陸地有二大洲、自近北極處向南、一至南緯五十餘度、一至南緯三十餘度、故水

分有二大洋、若大西洋之水、自北流於太平洋、必經比令海腰而過、但此腰不過百零四里之寬、故所過之潮汛不足論、若自南流於太平洋、必經南亞美利加、與南極洲中間之海股而過、此股不過千五百里之寬、潮汛過此、恒自西徂東、又與常例相逆、故不能循其當然之理也、

第七節

同潮線〇潮汛既如此被阻、不能循其當然之理、故欲推潮汛之來源、必先於各處、測潮汐之來時與高低、復將同時有潮之處、綰一連線、名同潮線、下圖乃全地之同潮線、各線相距三點鐘時、如將其圖展大、按線細推、可知潮之原點、起於南亞美利加西之太平洋、距洲約三千里、此處有潮約在月過午線後兩點鐘時、蓋水有動靜不自移之理、而月之吸力不能遽勝其靜力、故潮頭必在月過午線之後、

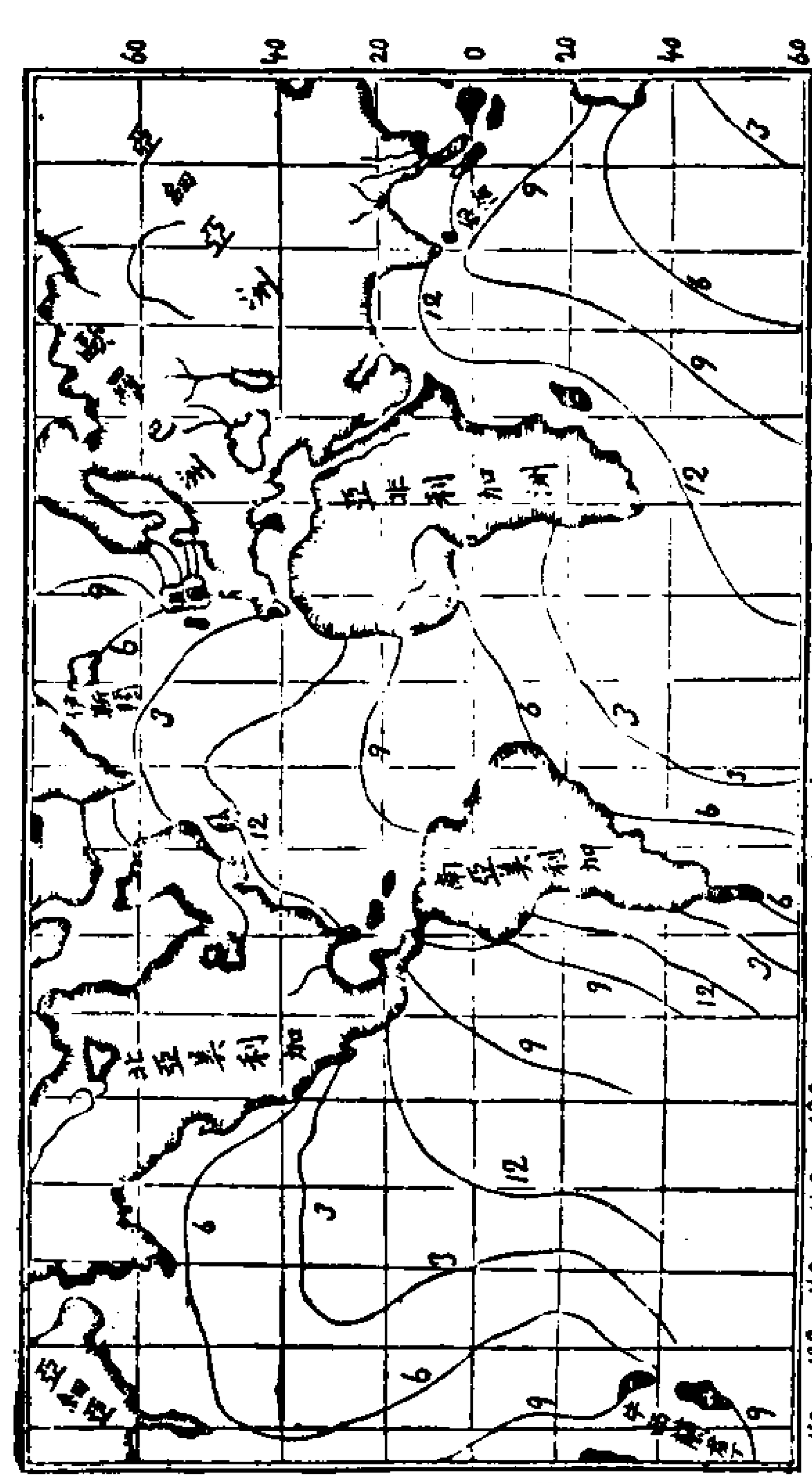
第八節

潮行之速率〇月在赤道時、潮之每點鐘約西行一千英里、以理而論、則汛之速當亦如是、但洋海多有水淺之處、汛遂不能如此速矣、自原點向西北、過太平洋之深水、每點鐘行八百五十英里、歷十點鐘、方行至千乍德嘎土股、向西南、水既畧淺、每點鐘祇行四百

英里、歷十二點鐘、方行至牛西蘭羣島、又歷十七點鐘、至好望角、至大西洋、水既畧深、每點鐘約行七百英里、故又歷十一點鐘、始至美之東界焉、

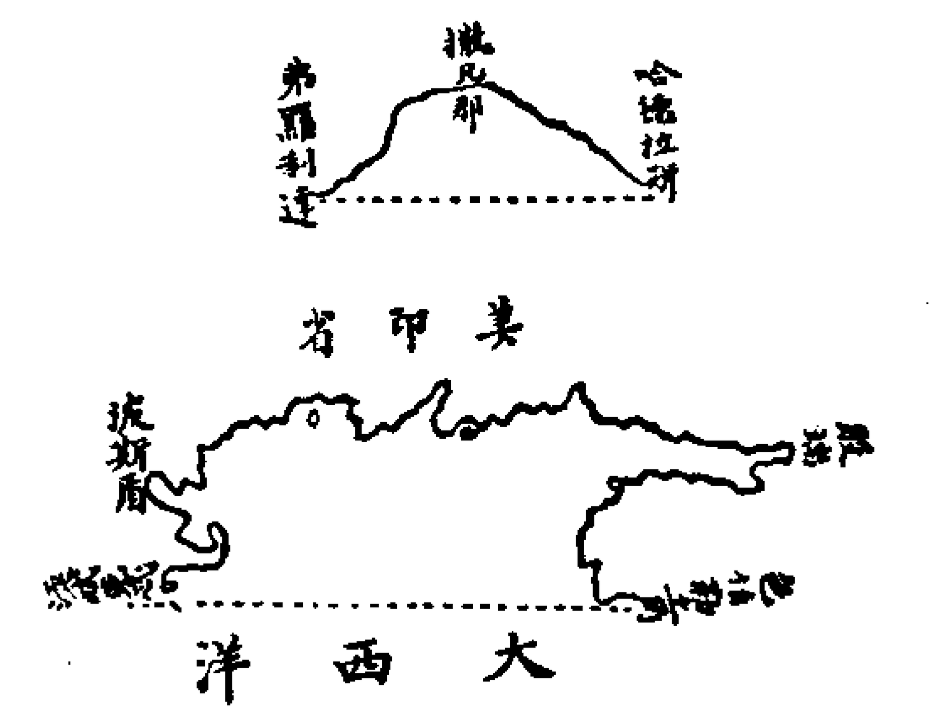
第九節

汛有自行被逐之別〇據理而論、潮汐之汛、俱宜隨月自東向西、繞地直轉、但惟因水深則汛行疾、水淺則汛行徐、且海中深淺之區、又無定所、汛不直西行之故、此其一也、又海之傍岸、有灣股之異、形式各別、自東至西、自南至北、無式不有、而汛必沾沾然以隨海之式耶、汛不直西行之故、又其一也、除此二故、無論汛之巨細、仍自東向西、惟潮汐原點處不然、蓋其處之汛、無分於東西南北、各向俱有、如投石於水、而有周出之汛環然、若月之吸力、忽然間斷、海汛前行之速率、祇隨水之深淺、此等汛爲自行汛、然月每點鐘、既西行約一千英里、而吸力絡繹不絕、水之正當月下者、必踴躍有欲生汛之勢、此等汛向西之速率、既隨月之吸力、而不隨水之淺深、可謂之變汛、欲知潮汐汛究係何等、可就大西洋潮汛之速率推之、此洋自赤道至北緯五十度、汛之速率既畧均、每點鐘約六百四十英里、然以大西洋水深淺之平數、推自行汛之速率、每點鐘宜行者、約四百三十英里、於是



第三圖

潮汐既不足一千英里、又過於四百三十英里、可知非盡為自行、亦非盡為變者、乃半為自行浪、半為變浪也、



第四圖

大洲沿海形勢、與潮之高低、亦有相關、海邊多有海股、而股口寬者、則潮亦寬而不高、然潮已進股口、則前者阻於岸、後者迫於勢、後浪擁前浪、擁則必奮躍而躍起、此增高之一故也、且股愈窄、水必夾岸激湍、浪尤聳起、此增高之二故也、如自哈德拉斯角、至弗羅利達、南畫一直線、向西海股最寬處、約五百八十里、潮在哈德拉斯與弗羅利達、高不過二尺、至撒凡那、即股頂、高有七尺、又如自色伯勒土角、至澳忒克忒島、畫一線、線之西北有海股、其潮為最奇者、潮在澳忒克忒、高止二尺、至股端、則七十尺、若股口有島則不然、如美希哥海股、因股口有古巴、及巴哈瑪羣島、沮滯浪勢、故股內之潮、處處皆小、至江河之潮汐、亦可以同理推之、浪初入河口、原力尚存、故浪勢猶峙、至漸以入內、河道漸狹、河水漸淺、浪力亦漸殺、以至浪平無踪、其故蓋以河岸阻力、河底磨力、而潮力漸盡矣、

第十節

每日有四潮處此何以故〇每日二潮、此海之常例、然有不止二潮者、如蘇格蘭以東之海沿、有每日四潮之處、其故非他、地勢使然也、北海每日之兩潮、各自西南而來、先至愛爾蘭、遂分為二、一由蘇格蘭北入此海、一由英格蘭海峽入此海、故蘇格蘭之東、有二潮齊到之時、此同與常例無異、又有一早一晚、相差兩三點鐘之處、是一潮分為二潮矣、一潮既分為二潮、故一日有四潮焉、

第十一節

南太平洋潮小之故〇於太平洋近梭饗伊第羣島、經度自一百四十至一百七十度、南緯度自十三至十八度之處、其潮俱小於洋海他處、平日之高、不足一尺、朔望之高、不過十二寸、弦時之高、不過二寸半、其故蓋以月過其午線、約六點鐘時、潮浪初至其處、而水之高起者、月即欲令之低平、故所來之潮、除能補月所徹者、而所餘無幾耳、即論他處之潮、亦不能依舊如原來之潮、誠以一路奔騰、多受日月之變更故也、

第十二節

湖海之潮汐〇凡不甚通大洋之湖海、其潮雖與大洋不同、而其理則同、蓋其潮之高低、較大洋潮之高低、猶海之長短、較地之全徑、即如地中海、其長約為地全徑之三分之一、而其潮之高低、約為大洋高之三分之一、又如米西干湖之平數、約為大洋潮之二十三分之一、而其湖之長短、約為地全徑之二十三分之一也、

第十三章　論行星

第一節 何爲行星〇凡體具球形而畧循正圜繞日轉之諸曜，即行星也，行星之顯而易見者有五，自日遞次名之，即水金火木土五星，此外又有天王海王二星，爲近百年前初尋得者，金火之間有地球，亦宜列於此等星內，即常謂之八大行星也，此外當木火二星軌道之間，有類小行星，至今已測得者共有四百零一也，水金二星，既距日較地尤近，故名曰內行星，餘既距日較地尤遠，故名曰外行星，

第二節 行星之月〇除小行星與內行星外，餘則各有其月，即內行星，亦不敢確言其無小月，以人既視而不見，故云無月耳，至於有月者，則地球有一，火星有二，木星有五，土星有八，天王有四，海王有一，此外亦或復有，然難論定，

第三節 行星之軌道〇其道皆爲撱圜，日居其一心，而其道之撱率，大抵甚小，如用長徑二尺，作一與行星道撱率相等之撱圜，非仔細量度，不能辨其撱否，因兩心差甚小故也，

第四節 至卑至高二點〇行星之軌道最近日處，前名最卑點，其最遠日處，前名最高點，今可改

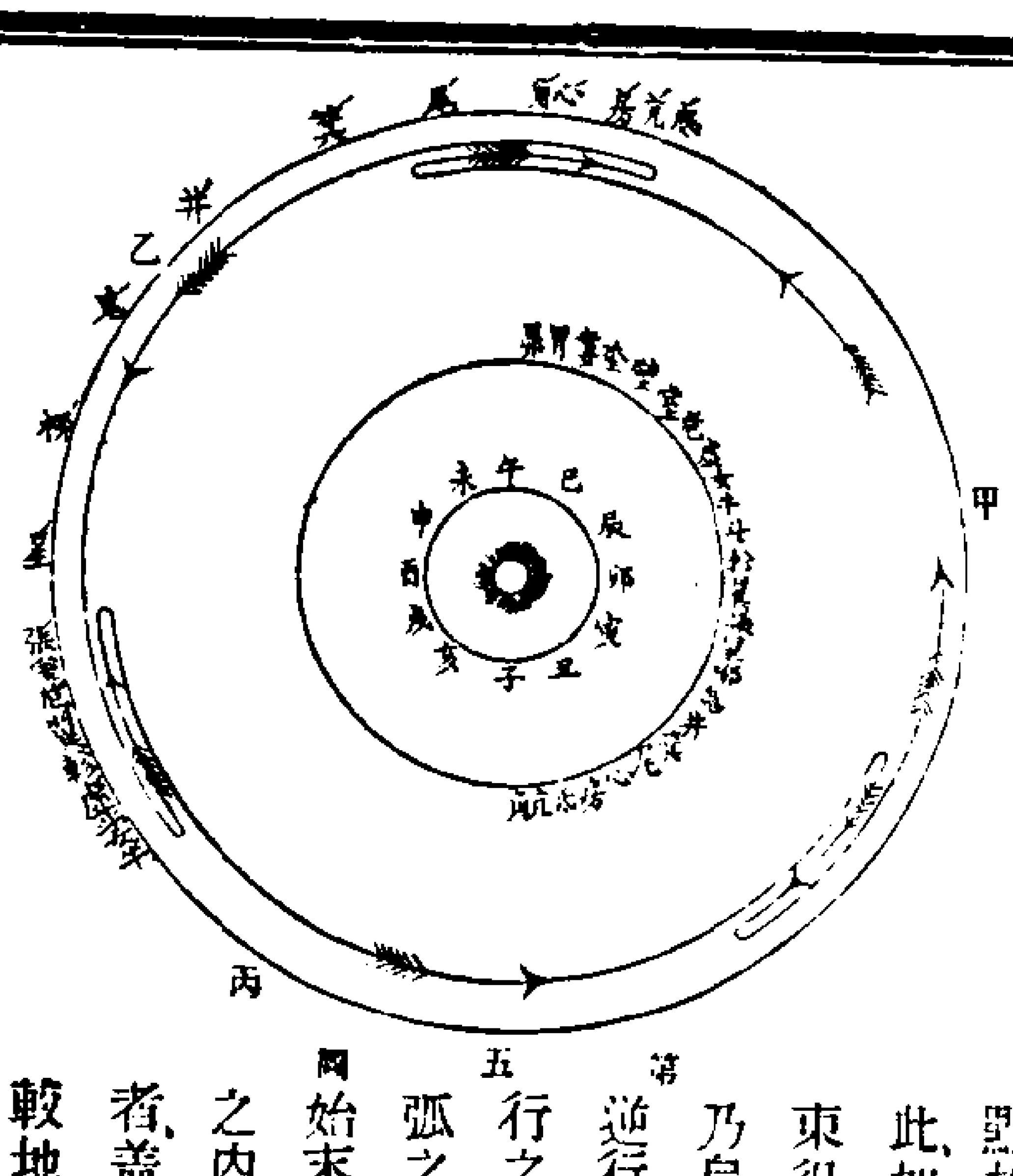
爲近日遠日二點，蓋地繞日之道，前所謂最卑最高者，以在北半球視日最近時，即日過午線最卑時也，而日最遠時，即日過午線最高時也，然當熱帶及南半球全地視之，則俱不然，故易之，地道然，餘行星亦然，因俱易之，

第五節 地心日心各位之別〇自日視行星所居之經緯度，爲日心經緯度，而自日觀其行向，爲眞行向，自地視行星所居之經緯度，爲地心經緯度，而自地觀其行向，爲視行向，所以名視位者，以吾人所居之地，非諸行星所繞之中心也，所以名視向者，以地有自行故也，然有某行星之地心經緯度，即可推日心經緯度，而得其眞處矣，

第六節 行星之長度與相合相衝之點〇行星之長度，即以地爲中心，自地作二線，一至日，一至行星，此二線在地所交之角，即爲星之長度，若行星在日東，爲東長度，在日西，爲西長度，內行星長度之最大者，即金星，不過四十七度，外行星之長度，可至一百八十度，行星與日，其黃經度相同之點，名爲星日相合點，內行星之道，既在地道以內，其相合點則有二，一日在星地之間，名上相合點，一星在日地之間，名下相合點，外行星之道，既在地道以外，則只有一相合點，即日在星地之間也，行星與日其黃經度相差一百八十度之點，爲相衝點，即自日視星與地同黃經度之點也，惟此相衝相合二點，亦無定所，因地亦常繞日轉，而與星之速率不同故也，

第七節 行星繞日之速率〇自日視行星，皆自西而東轉，惟其速率各異，近日則速，遠日則遲，其軌道彼此之交角俱小，因行星皆畧在黃道平面內，但自地觀諸行星之行向與速率，則不然，其故有二，一 因地不在行星軌道之中心，故各行星距地之遠近，日日不同，而其速率亦然，二 因地球亦繞日轉，即使行星不轉，自地視之，仍如轉然，

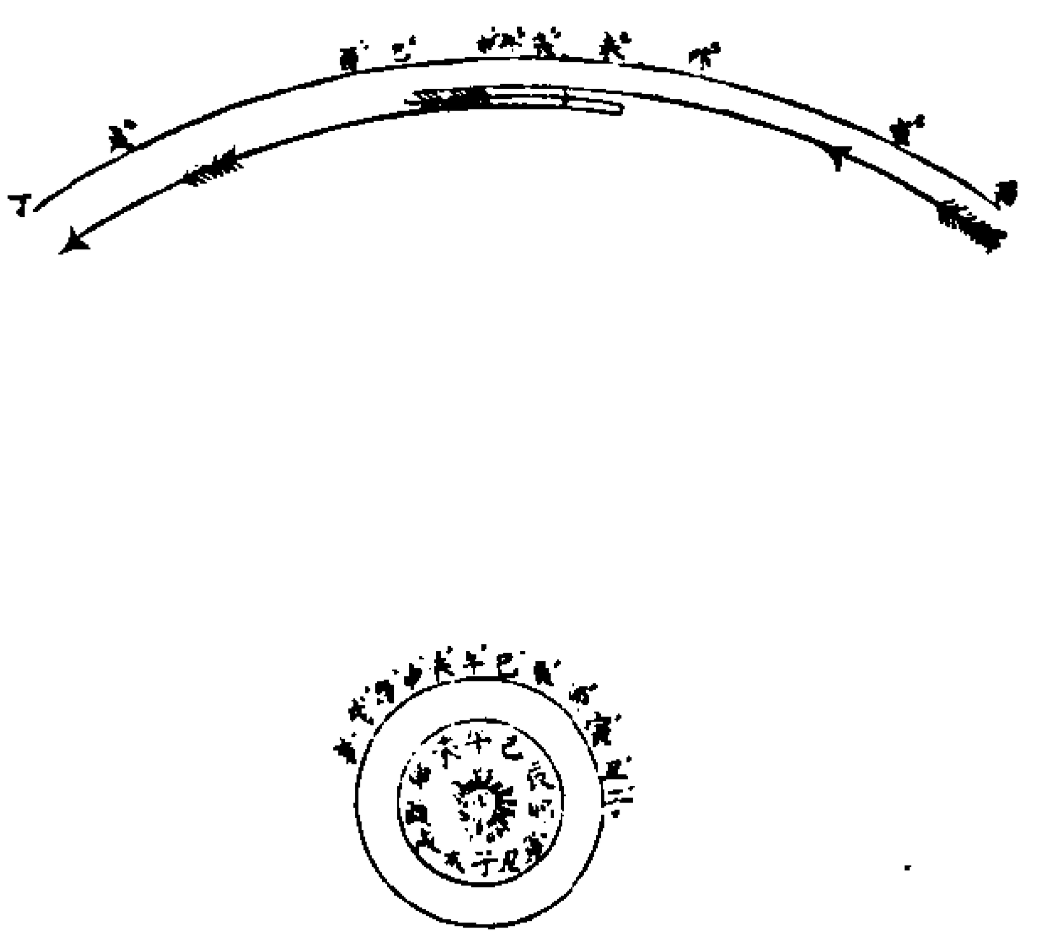
第八節 內行星視行之理〇欲以內行星之眞行，推其視行，可以圖明之，甲乙丙爲天空之大圜，畧在黃道平面內，角亢氐等爲地道，子丑寅等爲水星道，水星繞日一周，既須八十八天，將水星道平分十二弧，則水星行一弧，必須七零三分天之一，可以角至亢，亢至氐，氐至房，爲地每七零三分天之一繞日所行之諸弧，若地在角點，而水星在子點，即其下相合點，於是自地看水星，必現於天空角點，過七零三分天之一，水星行至丑點，而地行至亢



第五圖

點，故水星必現於天空之亢點，餘皆倣此，如此看，由角至氐，水星之視行，乃自東徂西，故名曰逆行，自氐至牛，其視行乃自西徂東，故名曰順行，自牛至室，又逆行，若觀水星繞日轉數次，可知其視行之道，如圖之箭，旋順旋逆，而其逆行弧之中點，即星之下相合點，逆行弧之始末二端，既視之不動，故名曰駐點，總之內行星在其下相合時，所以有逆行者，蓋爾時自地看星眞有西行，而速率較地尤速也，

第九節 外行星之視行〇欲以外行星之眞行，



第六圖

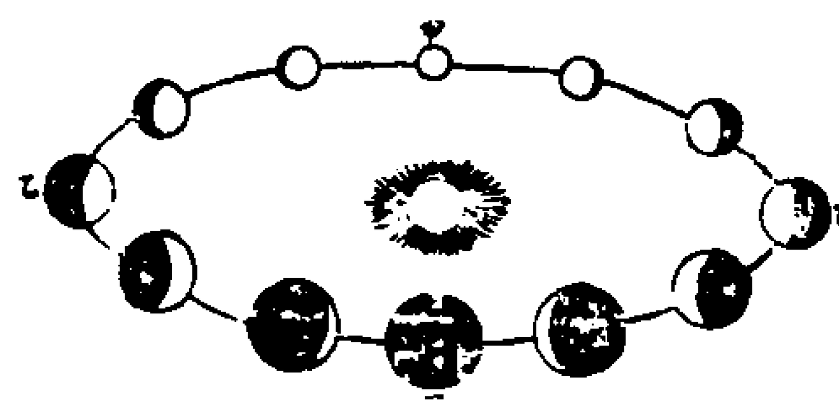
推其視行、試看本圖自明、以甲爲日、子丑寅卯爲地道、子′丑′寅′卯′爲火星之軌道、丙丁爲天空之一弧、地繞日一周既須一年、若將地道分十二弧、則地行一弧必歷一月、可以子至丑、丑′至寅′諸弧、爲火星每月所行之弧、故地若在子點、而火星在子′點、人必視火星有子子′向、地行至寅點、火星則至寅′點、人必視在天空之寅″點、地至卯點、火星必現於卯″點、如此可知地行子巳弧時、火星必有順行、而地行巳未弧時、火星必自巳″至未″而逆

行、地自未前行、火星再順行、至其又至相衝點、則又逆行、由上二節推之、可知內行星之逆行、乃眞行、外行星之逆行、乃視行也、

第十節　刻白爾之三例○諸行星所以繞日轉之故、因其受日之吸力、不然必外行直線、吸力之旨、至牛頓始明、而牛頓之先、有名刻白爾者、細測行星之軌道、而定此三例、一 諸行星皆行撱圜、日居其一心、二 歷時同、帶徑所過之面積亦同、三 凡二行星周時之平方相比、若二星距日之立方相比、如地繞日一周時、爲365.2564天、而火星轉一周時、爲686.9796天、設1代地距日之遠近、則按比例 $(365.2564)^2:(686.9796)^2::(1)^3:(1.52369)^3$、故若地距日268620000里、則 $1.52369\times268620000=409300000$ 里、即火星距日之中里數也、

第十一節　行星可見之時○海王星、因距日遠甚、故其光式微、如第八九等星、然非遠鏡不得見、天王星、適與日相衝時、當澄淸無月之夜、不須遠鏡、目力可見、木金二星最明時、雖日尚未落、亦可見之、大抵行星之長度、不過三十者、須以遠鏡始能見之、內行星長度最大者、既

不過四十七度、則惟黃昏在西、黎明在東、二時可見、於深夜終不能見之、若有東長度者、星必隨日而落、則惟昏見、若有西長度者、日必隨星而出、則惟晨見、外行星與日相衝之時、既昏出晨沒、故徹夜可見焉、



第七圖

第十二節　行星之弦望○行星之光、本非固有、乃爲返照之日光、故近日者、若居上相合點、如圖之甲、必見如圓圖、蓋向日之面全向地也、若居其長度最大之點、如圖之乙、則見爲半圓、蓋向日之面半向地也、若居下相合點、如圖之丙、則星不見、蓋向日之面幾全背地也、查其弦望之式、與太陰無異、餘者除火星外、皆較地距日遠甚、其所向日之面、亦常向地、故不見有盈虧之式焉、

第十三節　求行星之眞周時○此有二法、一 每行星之軌道、既被黃道平分、則每繞日一周、必過黃道二次、一自南而北、名升交點、

一自北而南、名降交點、如是自某行星過一交點、至其再過、爲一眞周時、如欲求之、可於星近交點時、每日測其赤經赤緯二度、即按五章二十節、求其黃緯度、再循其度每日變小之速率、推其無黃緯度之日、即星過交點之日也、待星再過此交點、復測之、於是二時之較、即其眞周時矣、然此法之不便有二、一 蓋星道與黃道皆交小角、而所測之緯度若有小差、則得數之所差、必尤大矣、二 因距日遠之行星、其周時甚長、若天王須歷八十四年、至海王須歷一百六十四年、故此法不便焉、

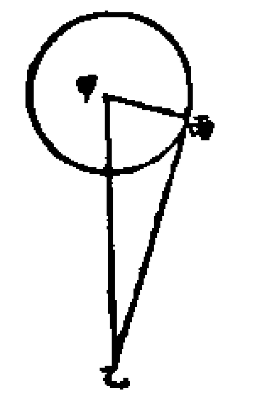
二 以視周時求眞周時、夫行星之視周時、即自相合或相衝、至其再合再衝爲定、可以丁代之、以甲代眞周時、以乙代地球之一周時、一周既爲三百六十度、則外行星每日必行 $\frac{360^\circ}{甲}$、然地較外行星行更速、故其每日多行之度數、即 $\frac{360^\circ}{乙}-\frac{360^\circ}{甲}$、然自其相衝至再相衝、地較星必多行 360°、故其每日多行 $\frac{360^\circ}{丁}$、於是 $\frac{360^\circ}{乙}-\frac{360^\circ}{甲}=\frac{360^\circ}{丁}$、或云、$丁甲-乙丁=乙甲$、則 $甲=\frac{乙丁}{丁-乙}$、以此法推內行星之周時、則 $甲=\frac{乙丁}{丁+乙}$、

第十四節　求視周之均時○地與各行星自行之角率既不均、則星之視周時、自必有長短之別、欲

求其均數，可細測其何時與日相衝，待數視周後，再測其相衝之時，而以視周之次數除其相差之天數，所得者，卽視周之中數矣。

第十五節

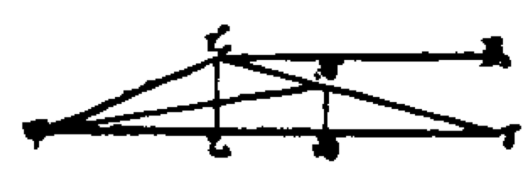
以內行星之長度，求其距日之遠近〇如知內行星之周時，可按刻白爾之第三例，求星距日之遠近，然苟不用其周時，而惟測其至大之長度，亦可求距日之遠近焉。如第八圖 設甲爲日，乙爲地，丙爲行星長度至大之點，如是甲乙丙三角形，丙爲直角，蓋丙乙爲星道之切線，甲乙丙爲其長度角，如是按比例， 甲乙：甲丙：：末：正弦甲乙丙，故 甲丙＝甲乙正弦甲乙丙，若行星道爲正圜，遵此以求，卽得行星距日之里數，但其道既皆橢圜，則其至大之長度，必有大小之不齊，故須屢測內行星至大之長度，取其平數而按上比例，求星距日之平里數，如金星長度至大之平數爲四十六度二十分，則其距日之遠近，爲地距日之萬分之七千二百三十三矣。



第八圖

第十六節

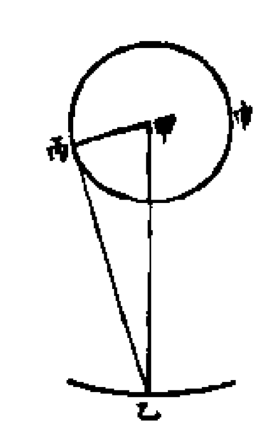
以外行星之周時求其距日之遠近〇如第九圖 設甲爲日，乙爲地，丙爲火星與日相衝，則日地星皆在一直線，當相衝之翌日，可測其逆行之角若干，等於戊乙丁，可以丙丙′爲火星相衝翌日所行之弧，乙乙′爲地當日所行之弧，則丙甲丙′與乙甲乙′二角易知，再作乙′丙′之連線，引長至丁，又作乙戊線，與乙′丁平行，則戊乙′丁等乙′丁甲角，然甲乙′丙′三角形之丙′角，等內二角之合，又有乙′甲丙′角，等乙′甲乙與丙甲丙′二角之較，而其甲乙′邊，卽地距日之遠近，既知其一邊二角，便可求其餘甲丙′邊，卽火星距日之遠近矣，以上之戊乙′丁角之平數，爲2°1′25′′7，若以地距日之遠近爲一，而從行星表，取地與火星每日之平角率，代丙甲丙′與乙甲乙′二角，則火星距日之均數爲 正弦 8.0134 對數 6.2524，等於地距日之1.52369倍。



第九圖

第十七節

內行星至大之長度〇水金二星，既比地距日尤近，故其距日之視度，長度云 不能至九十度，如第十圖 可令甲爲日，丙爲內行星，如水星是也，乙爲地，作乙丙線，爲地水之連線，水星每視日轉一周，乙丙必切星道二次，一在日之東，一在日之西，二時距日之視度，卽丙乙甲角，爲水星長度至大之角也，而此角之正弦，等於甲乙分之甲丙，然乙甲與丙甲，卽水與地距日之遠近，既不時更移，則其最大之長度，亦常有差，若地在其近日點，而水在其遠日點，其長度可至二十八度二十分，若地在其遠日點，而水在其近日點，則其長度不過十七度五十一分，按圜算金星最大之長度，則自四十五度二十分至四十七度十七分不等。



第十圖

第十八節

水星〇行星距日之最近者，水星是也，眞周時約八十八天，視周時，一百十有六天，其距日之中里數，約一億零四百一十萬里，然其軌道之兩心差既大，其距日之遠近，可差四千三百三十萬里，卽其軌道長徑五分之一也，其在下合點，距地較近，而視徑爲十二秒有奇，在上合點，距地較遠，視徑不過五秒，其最明時，不在其下合點，以向地之明面最少，亦不在其上合點，以距地最遠，而反在其近長度最大之時也，黃昏間，則在長度最大之前數日最明，黎明時，則在長度最大之後數日最明焉〇論其全徑約八千七百里，故其體爲地三十七分之二矣，此星既無月，其質則難求，大抵爲地八分之一，故其密率，比地多二零四分之一倍，卽行星之最密者也，星面明暗之界，時或不齊，故疑有凹凸之別，然至今不能以其不平，並明暗之點，定其自轉之周時，水星有天氣否，亦未測定，縱或有之，較金星亦薄而稀矣。

第十九節

水星易見之時〇自地仰視水星，既常距日較近，故其光每被日光所掩，因而難見，而其可見之時，莫若當長度最大之時，此時星若居其遠日點，且適當冬季，則易見，而其北黃緯度愈大，則愈易見，因自日沒至星沒，歷時較久也，水星之遠見者，亦因其返光力少，不過爲金星四分之一有奇耳。

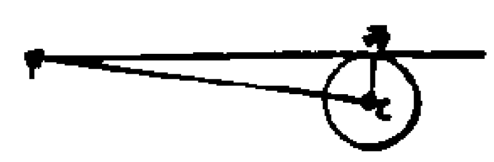
第二十節

論金星〇距地最近之星，卽金星也，而其最近地點之均里數，爲七千五百萬里，其眞周時，爲七月半，視周時，爲五百八十四天，軌道之兩心差，較他行星甚小，不足千分之七，故距日之遠近，常在一億九千四百三十萬里之譜，距地遠近之比，若六之與一，而其視徑亦然，自十一秒至六十七秒不等，其全徑在二萬二千三百里之譜，故其體爲地百分之九十二，然其質則祇有地百分之七十八，因其密率，僅有地百分之八十六也，前之曆家

云曾見金星之月、然今用極精之遠鏡、屢次尋查、終未得見其最明時、與水星同理、而其明暗之界線、亦常不齊、故疑亦有凹凸之別、當百年前、有曆家某、窺其暗點來往之次、謂其自轉一周、須二十三點鐘二十一分有奇、然其暗點難致、以金星之面甚明故也、而今之天文士、用大遠鏡細測、皆未核定其自轉之周時、至星外有氣括之、則有三據焉、[一]當弦時觀之、近其面之明暗界、其色略淡、故知有氣焉、[二]當過日面時、非特似一黑點、外周尚有明圈、蓋日光透其周圍之氣、向直線而彎、故聚成明圈焉、[三]日光圈之黑線、有因本質而生者、亦有因包地之天氣而生者、復測金星之光圈、與日相同、惟氣所生之線尤黑、故知其有天氣包之也、

第二十一節

金水二星過日面○金水二內行星、居下合點時、其距黃道之分數、不及日之視半徑者、必經日面而過、爾時內行星既有逆行、而暗面向地、故現一黑點、向西而過本星之下合點、不與星黃二道交點相近、其距黃道之分數、大於日之視半徑者、必由日之上或下而過、（如第二十一圖）甲乙為黃道、乙為日、甲丙為星道、乙甲丙角、即星黃二道之交角、夫日之視半徑、既為十六分、而水黃二道之交角為七度、故丙甲若不足二度十一分、水星必過日面矣、又金黃二道之交角、為三零三分之一度、若金星距交點之弧、不過四度半、星亦必由日面而過焉、



第十一圖

第二十二節

水星過日面之次數○水星二十二周之天數、既約等於地球七周之天數、四十一周之天數、與地十三周之天數、所差尤小、而一百四十五周之天數、幾與地四十六周之天數適等、故水星於每交點、若歷七年、而不過日面、歷十三年、大抵必過之、而歷四十六年、則無不過之矣、此水星過日面次數之大旨也、

第二十三節

金星過日面之次數○金星之降交點、有黃經七十五度、升交點有二百五十五度、日行至此二點、約在六月初五、十二月初七、故金星若過日面、必在此二日前後數日之間、今將距今前後數百年、金星過日面之表、分列於下、

一千七百六十九年	六月	初三日
一千八百七十四年	十二月	初八日
一千八百八十二年	十二月	初六日
二千零四年	六月	初七日
二千零十二年	六月	初五日

金星於一交點過日面、至由此再過、或八年、或二百三十五年難定、因地繞日轉八周之天數、與金星轉十三周之天數、幾於相等、地轉二百三十五周、與金星轉三百八十二周之天數、則幾適相等、（如下）

$$365.256 \times 8 = 2922.05$$

$$224.701 \times 13 = 2921.11$$

又

$$365.256 \times 235 = 85835.3$$

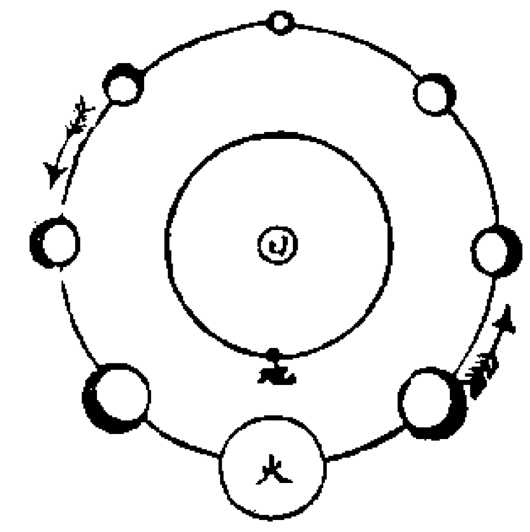
$$224.701 \times 382 = 85835.7$$

若金星過日面時、亦過面心、則每二百三十五年中、必於其升降二交點、各過日面一次、但今所過之式、（如第二十二圖）故於每交點、每二百三十五年中、必過二次、而二次之間、相距八年云、

第十二圖

第二十四節

火星○火星距日之均里數、略等於四億零九百二十萬里、但其軌道之兩心差既大、此數可差十分之一、火星距日、既如此之遠、其所受之光與熱、不抵地所受之半、火地繞日之軌道、既皆橢圓、故火距地之遠近亦不同、至近為一億零二百六十五萬里、至遠可增七倍、故其視徑亦常變、自三零二分之一秒、至二十四秒不等、其年有六百八十七天、其視周時、有七百八十天、軌道交黃道之角、為一度五十一分、其全徑略等於一萬二千一百里、則其體等地體七分之一、但其密率、既為地密率百分之七十三、則其質亦祇為地四十七分之五耳、火星與日、或合或衝、其向日之面、俱正向地、故類望月、（如第二十三圖）在他點、其向日之面、非全向地、故視之略虧、而其所虧之明面、多不過九分之一、近地時以精遠鏡測之、見有紅碧二色相參、意者紅為其陸地、而碧為其海、屢測之而方位不變、愈足徵紅為陸而碧為海矣、



第十三圖

星之南北極、各一白斑、原擬爲積雪、後測其向日久則小、背日久則大、其爲積雪也明矣、又測紅碧諸點來往之次數、可知火星每天之時、有二十四點鐘三十七分焉、星之南北軸、與其軌道之平面、交角爲二十九度、夫如是其晝夜四時、當與地約同、在昔一千八百七十七年、當火星相衝之時、有哈里者、於華盛頓城、始尋有二月、遠者名代某、距火星約四萬二千二百里、其周時爲三十點鐘十八分、近者名否布、距火星不過一萬六千八百里、其周時爲七點鐘三十九分、此月繞本星一周、所歷之時、既少於本星自轉之周時、故必常出於西而沒於東、按其周時推算、火星之一天、抵其三月有奇、此二月極小、即分微尺亦無法量度、而其返光之力、僅與本星相同、且與本星相交、則大者之全徑、約爲二十里、而其小者、不過爲十六里云、

第二十五節

論小行星〇昔一千七百七十二年、有德之天文士波德揣行星距日、必有定例、如用4爲準、即水星距日之遠、於是4＋3爲金星距日之數、4＋(3×2)爲地距日之數、4＋(6×2)爲火星距日之數、4＋(12×2)與4＋(24×2)爲餘行星挨次距日之遠近、按此例推火木二星之間、必有一行星、後有天文士二十四位、會同商酌、於黃道之十二宮、各測半宮、至一千八百零一年、意大利有裴阿石者、果於二星之間、先得一小行星、名隋李氏、明年歐勒白斯本欲尋測隋李氏、不期又覓一小行星、至一千八百零七年、共測得四星、伊見四星之軌道、距日里數畧同、遂疑爲一大行星崩碎而成者、自一千八百零七年、至一千八百四十五年、諸曆家未得尋測之法、故一無所得、彼時有希尼客者、又測得一星、因此曆家咸喜、精心細察、遂得甚夥、至千八百九十五年、共得四百零一顆也、此等行星皆甚小、其大者之全徑、大抵不過九百里、其小者、惟當與日相衝時、以最大遠鏡始能見之、目力及見者、惟有一焉、倘離相衝點、仍不能見、諸小行星距日最遠者、名土李、距日之平數爲十一億五千六百六十萬里、距日最近者名米度沙、距日之平數爲五億六千三百五十萬里、則知米度沙距日不過土李距日之半耳、

第二十六節

觀諸小行星所吸火星之力、力佛利亞計其總質、可爲地四分之一、由是言之、小行星必有數千、蓋其大者之質、不過爲地球之$\frac{1}{1500}$也、今之論諸小行星者、則有二說、一按本書之末節、原擬各行星爲繞日轉之大氣團式、如土星之圜、此圜距木星既近、而木星尤大、故多受其吸力、而不得成一大行星、反爲木星所吸散、而成如許之小行星矣、二諸小行星、原爲一大行星崩碎所成、然非一崩而成、苟一崩而成、則諸小行星之軌道、必有一公交點、如謂係大行星陸續崩碎而成、則理無不合矣、二說之是否、究屬難定、水星之行、既有無可解者、力佛利亞意其軌道之內、或有一大行星、其質與水星相似者、或有羣小行星、總質與水星畧等者吸之、據此二說、則以次爲愈、蓋水星軌道之內、苟有一大行星、則當日全蝕時、宜能見之、既無所見、想必爲羣小星也、見第六章末小注

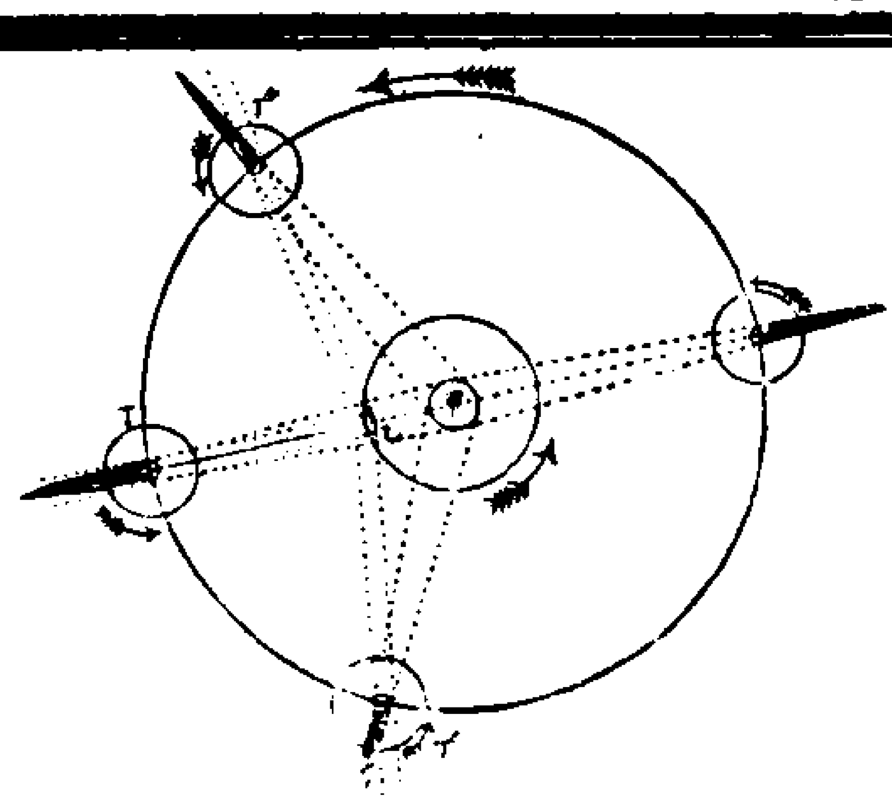
第二十七節

論木星〇行星之大者、莫大於木星、其全徑約二十五萬里、可大於地十一倍、故全體較地大有一千三百倍、然考其密率、不過爲地百分之二十四、是其質只有地之三百十六倍矣、其餘行星若皆彙爲一體、不過抵木星五分之二、此可知木星之大若何也、至其距日之均數、爲十四億、但其軌道兩心差約爲二十分之一、故其近日遠日二點、可差一億二千萬、繞日一周、或謂一年、即地之十一零八分之七年、視周時爲三百九十九天、其視徑、隨遠近而變、自三十秒至四十八秒不等、當相衝時、其光微次於金星、據其暗處出沒之時、可知木星自轉之周時、爲九點五十五分半、其黃赤二道之交角最小、則晝夜之長短畧同、而四時亦畧無分矣、其赤道徑比南北徑、似十七比十六、此式乃流質之球、約十點自轉一周所宜成之橢圜式也、所言四時不過以理而然若細推之與地等體其所受日之光熱僅爲地所受二十七分之一則雖有四時之分亦無幾矣木星之灰色帶〇木星之面色之淡黃者過半、復有灰帶數條、與其赤道平行、最晰者有二、在其赤道之南北各一、中隔一黃帶、離赤道以漸而模糊、非精遠鏡不能辨明、諸帶之形亦常變、一日之內、所差無幾、數月之後、則大相懸殊、有時一帶如斷、可藉測木星自轉之周時、又見灰帶之上、有數黃點、如雲之漸過、天文士因帶漸變、故以黃者爲雲、灰者或爲近木星微有返光之雲、又或爲星之本體也、灰帶所以與赤道平行者、蓋意其爲木星自轉所生之氣流、如地之貿易風然、但木星尤大、自轉亦速、故所生之氣流、較地之貿易

第二十八節

風廣且久焉、論木星之距日、較地遠五倍有餘、所受之熱、不過爲地所受之二十七分之一、熱少則生雲亦少、地尙不能偏體皆雲、木星何以多雲哉、其所以多者、或謂木星非僅受日之熱、且有自生之熱、生熱之故、因太初行星之質皆熱、後則漸冷、而體之大者冷則緩、故木星之熱、至今猶存焉、再觀木星之光既大、意其不第有返照之日光、且有本光、然視其光圖、與日之光圖無異、而且其月被蝕時、全不得見、故知木星卽有本光、亦最少焉、木星之月○木星之月有四、皆繞本星自西徂東而轉、與地之月相同、此四月、幾居本星赤道之平面、而按其距本星之遠近、以次名之曰第一、第二、第三、第四、其距本星之遠近、與其周時、各見下第二表、按此四月、俱爲嘎利利漚初造遠鏡所尋得者、以小遠鏡視之、如六七等之星、最遠者、距本星不過爲本星全徑之十三倍、是諸月皆在小目力之遠鏡視界內也、第一月之全徑約爲六千九百里、第二與地之月約等、第四與水星畧等、大者卽第三、其全徑一萬零四百里、設無本星、此四月人目及見之所以不能見者、因光被奪於木星也、若在高峯、間能見其第四焉、四月軌道、畧爲正圜、且幾在本星軌道平面內、故

視之似皆行一直線、自西徂東、自東徂西、循環不止、自西徂東、乃在本星之後、自東徂西、則在本星之前、其所返之光各異、而第四尤小、因過本星之面、屢視如黑點也、卽各月之本光、亦有濃淡之異、意其面上各地、返光之力有別、與吾月頗相似云、見本章末



第十四圖

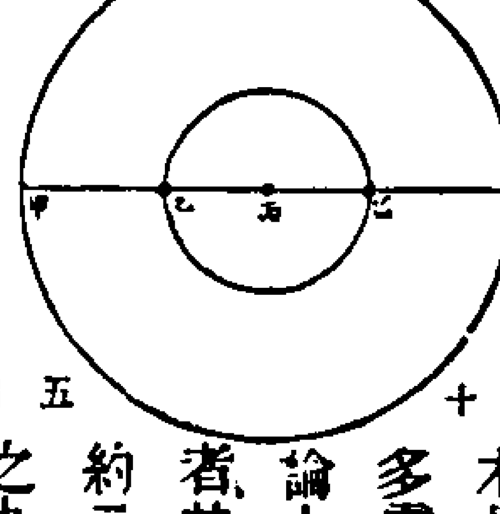
第二十九節

木星之月被掩被蝕○木星之影、畧有十五千萬里之長、而四月之軌道、皆與黃道之交角無幾、故屢被蝕掩、如第十四圖 中甲點爲日、此外第一圜爲地道、第二圜爲木星道、道中之四小圜、爲木星四月之道、月道旁之小箭、明各月行之方向、夫日旣大於木星、則日木之二公切線、必相交於木星之後、而影之徑、必小於星之徑矣、木星旣大於地、則地木之二公切線、不能相交於木星之後、則星所掩處、其徑必大於木星、設地在其道之乙點、木在丁點、卽與日相衝之點也、此時其月之被掩者能見、被蝕者不能見、但第四月、旣與黃道交角畧大、則有時由星之上或下而過、故不被掩焉、若木星於相衝點前幾日、如丁點是、則自地視所掩之處畧偏東、自日視所掩之處畧偏西、如此自地視之、必見木星之影在其西邊、而其月自西徂東、必先蝕後掩、若外二月、則被蝕被掩之間、少時能見、若內二月、祇能見其被蝕之初、及被掩之末而已、木星相衝後、如在丁點、則其月先被掩後被蝕、外二月、在被掩被蝕之間、仍少時能見、內二月、祇能見其入掩出蝕而已、

第三十節

藉木星月蝕求光之速率也○夫木星月蝕、所以急爲講明者、爲可藉以求光之速率也、當一千六百七十五年間、有丹之劉麻者、以遠鏡測木星之四月、見第一月、繞本星一周、歷時四十二點二十八分三十六秒、且每繞一周、必被蝕一次、遂作一表、預推其被蝕之時、正與日相衝點、所推與所測無差、漸離漸差、差至極處、卽與日相合點、計十六分四十二秒、由此以推、知光行必有所需之時也、欲知每秒之速率、可將地道之全徑、以千零二秒除之、卽得其數、畧爲十八萬六千三百英里、如第十五圖 甲爲木星、乙爲地、丙爲日、地如在乙、距

木星最近、在乙距木星最遠、月被掩所遲之時、卽光行地道全徑多需之時、故可以多需之時、約地道之全徑、卽得光之速率矣、

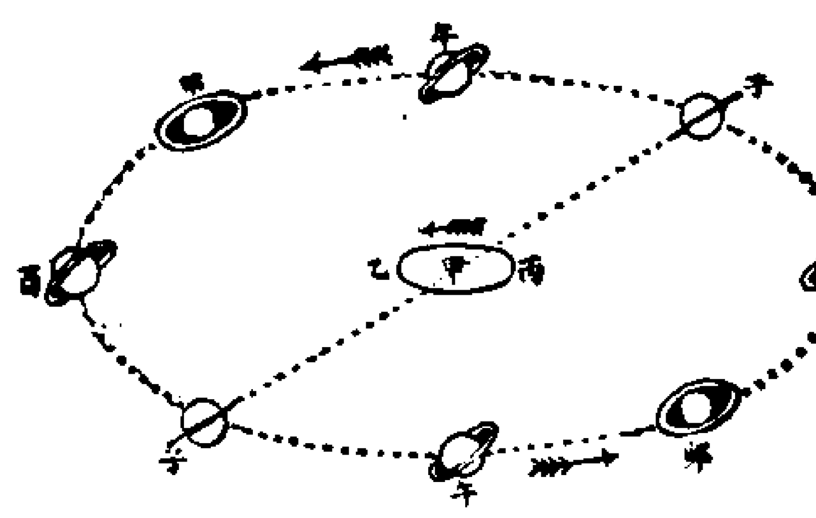


第十五圖

第三十一節

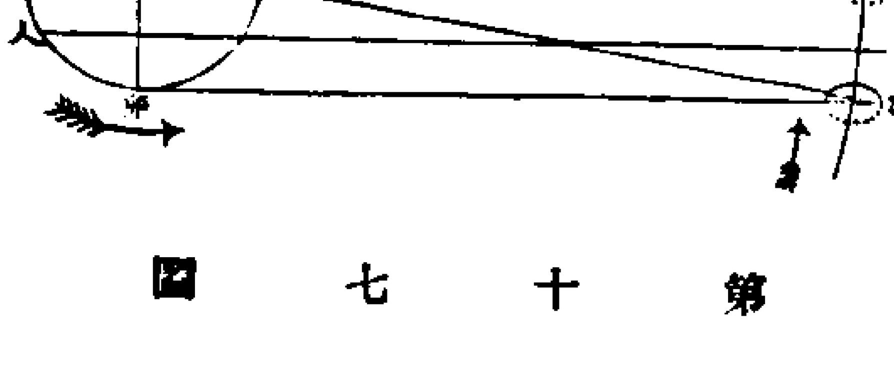
論土星○諸行星之最奇者、莫如土星、除木星之外、亦無大於此者、其視徑之中數、爲十七秒、實徑不同、因攜率大故也、取其均數、約二十一萬里、故其體爲地之七百六十倍、若論其質、則祇爲地之九十五倍、因其密率、僅有地八分之一、如輕木然、至其距日之均里數、乃二十五億六千萬里、然此數約有一億四千五百萬里之差池、因兩心差大故也、土星之一年、抵地二十九年半、而其每日、僅十點十四分、視周時、三百七十八天、其黃赤二道之交角、爲二十八度、故土星亦有四時與晝夜長短之別焉、論其月則有八、按其距本星之遠近、名曰第一、第二、以至第八、其距本星之遠近與周時、見下第二表、最大者爲第六、其體畧與水星同、其中最奇者、卽第八是也、其光現於本星之西、比現於本星之東者、較明一倍、意者其兩面返光之力、大小適異、故此地月之返光所差尤甚也、

土星有灰帶、其赤道亦有明黃帶、與木星同、惟微模糊耳、二極又有頗綠之暗斑、體外有光環、其狀美妙莫可名、以小遠鏡視如一環、與本星之赤道相平、且畧與同心、以大遠鏡視之、分爲三、皆係一平面、內環距本星約二萬七千里、名透光環、又名暗環、以返光之力小故也、內中二環相連、界線無定、中外二環、間離四千六百里之隙、論諸環之寬、莫寬於中環、約有四萬八千里、內外二環、各畧二萬九千里、而外環之全徑約四十八萬六千里、此三環無不繞本星而轉、然其周時、難以核定、光環既居本星赤道之平面、則星每繞日一周、其環之平面、必過地道二次、倘能見之、必視如一直光線、內環雖寬而甚薄、大抵不過一百五十至三百里之譜、及環離交地道之點前行、環面以漸而見寬、撱率先大、離交點漸遠而漸小、歷至七年有半、環之短視徑畧爲長徑之半、而撱率最小、由此前行、撱率又漸大、及行至環面復過地道、又視如直線矣、環式之變、下圖明之、甲爲日、乙丙爲地道、子午卯酉諸點、爲土星之道、設土星至子點、環之平面必過地道、至午點則見如撱環、至卯點撱圜之短徑、等於長徑之半、當星近弦時、間見體之影顯於環上、且環之影間見於體上、故知體與環之光、非本光、乃其返照之日光也、



第十六圖

詳論此環、所以不見之故有三、一 環面過日心、日不能照其兩旁、祇能照環之外邊、邊既甚窄、非最精遠鏡、不能見焉、二 環面過地、其向地者、惟環之外邊、非最精遠鏡仍不能見焉、三 光面斜界於地日之間、則映日之面背地、故環不得見焉、其故雖有三、然環被隱之期、不過一年、即環面交地道之年也、第十七圖 甲爲日、子午卯酉爲地道、乙丁爲土星道之一弧、環平而過日之時、可以丙爲土星所居之點、與甲丙平行、再以丁子與乙卯、爲地道之二平切線、環之方向、既永不改、土星必在乙丁弧內、環方不見、夫甲乙即土星距日之遠近、比甲卯、似九零百分之五十四比一、於是甲乙卯、或乙甲丙角、等於六度一分、倍之即得乙甲丁角、等於十二度二分、土星一周、既須一萬零七百五十九天、如是行十二度二分、必用三百五十九天半、即一年少六天也、其環被隱之期、必在此一年之內、而此年被隱之次、與每次所歷之時、惟視地於土星至乙時居於何處、地如在子、而土方行至乙、則地必在午卯弧內、如人點、環之平面方過地心、而環不見、地前行至卯、環仍不見、因映日之面背地故也、待環面過日心後、則可再見、因向日之面亦向地也、地自卯行至子、環之平面已自丙行至丁而過子、較地早六天、故其環只一次不見、所歷之時、約二月也、若地在辛、而土星方至乙、則地行人卯弧時、必過環之平面、而環自隱、直至面過日後、始得再現、然環之平面、猶未至子、地又追及、故環面再隱、是不見有二次矣、若地與環平面、同時過酉、則環約隱八月、學者可推其所以然、若地在午、而土星方至乙、則祇有一次



第十七圖

不見、且此時星與日合、即星亦不得見矣、

環面過地、或過日心時、以最精遠鏡測之、見其有厚薄之不同、有處薄甚、至於絕無、則知諸環之二面、高低不平、移時再測、或於外環見一黑線、然此線不久、故知環非一體所成、意爲衆小體所湊合而成者歟、一千八百九十五年、美之天文士祁勒以光圖鏡測諸環、便知環距本星遠之諸點、比其近之諸點、繞本星之速率恆小、即如行星繞日之速率、距日遠者小於距日近者同理、故知諸環實非環體、乃衆小體湊合聯絡而成者、

第三十二節

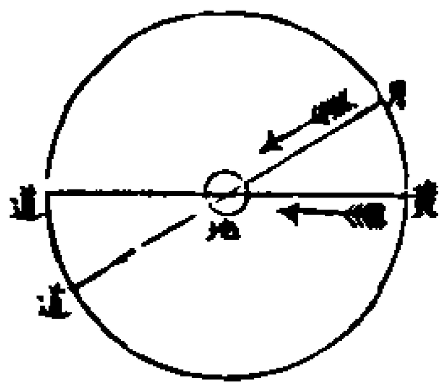
土星之環何以不落於其體〇土星之環、繞本星轉、依然如地月之繞地、一月如此、月月無不如此、設有二月、繞土共行一道、衝之吸之、無不悉合、推而至於十百千萬、亦皆合理、極而至於無數、理亦然焉、

第三十三節

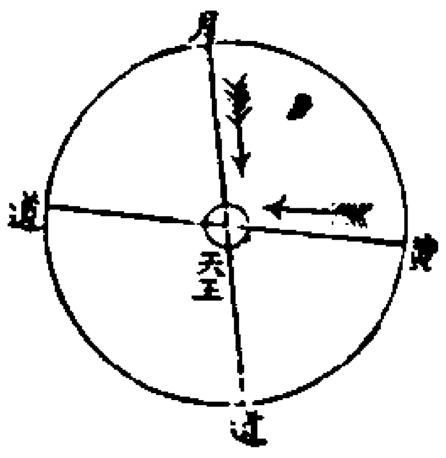
天王星〇當一千七百八十一年間、有侯失勒維廉者、以大遠鏡細窺雙子星座之小星、偶見一星、爲恒星表所未載者、復以力大之目件窺之、見有視體、知非恒星、越數日再測、則易其居所、始疑爲彗星、後推其軌道、方信爲行星、當侯氏以前、此星已見十九次、因彼

時遠鏡未精、故每誤列於恒星之數也、天王距日之均數五十一億五千三百萬里、其兩心差、不及二十分之一、繞周時、八十四年、視周時、三百七十天、以中等遠鏡、惟見一小圓光面、以大遠鏡、僅見面有暗帶、其自轉之周時、尚未核準、或謂其一天之時、自九點至十點不等、視徑四秒、實徑約九萬二千二百里、故其體大於地體六十六倍、然考其密率、僅抵地百分之二十二、則其質約為地之十四倍半、至其諸月、非大力遠鏡不克見、侯氏初尋之時、疑其必有六月、然今以至精遠鏡只見有四焉、

天王海王之諸月、大異於他星者、為其行法不同也、其繞本星、皆自東而西、非若他星月之自西而東、故曰有逆行、即天王月道之平面、與黃道交九十七度五十一分之角、下第一圖明地月繞地之軌道、其與黃道之交角既小、則月有順行矣、可看圖中之二小箭然使此角大至九十度、則月行不分順逆、如過九十度、順行即變為逆行、見第十九圖天王之月蝕、用極精遠鏡、亦不能見、因諸月距本星畧為半分、月光即為星光所奪、未切本星、已隱而不見矣、此四月之周時、與距本星之遠近、載下第二表、



第十八圖



第十九圖

海王星〇尋得天王星後四十年、有卜法特者、特備天王星表、以便尋其所在、表始作、甚為合用、歷數年表已差、歷至二十三年、星與表差至二分、此非作表者之推算失當、亦非測者之誤、天文家云、日雖按例吸相近之行星、至於天王、則不能全以牛頓之例概之、或云天王星外、必別有行星吸之矣、於是法之力佛利亞、英之亞但史、皆以數理、按天王所受之吸力、推此星之經緯二度、力佛利亞以所推者、致伯璘星台官嘉勒、彼依所推之處、以遠鏡測之、並核以星圖、果得一行星、距力氏所定之經度、不滿一度、名之曰海王、時在一千八百四十六年、九月二十三日也、

海王星距日之均數、八十億七千三百萬里、繞周時、一百六十四年、視徑二秒半、自地視

之、如第八等恒星然、實徑約十萬里、密率為地五分之一、而其質為地之十七倍、星面既無可見之斑、故不知其自轉之周時、以光圖鏡、測天海二王、意其皆有本光、光圖中亦有甚黑之帶數條、明徵二星各被厚氣所包也、海王確有一月、距本星之遠近、如地之月距地畧同、此月之周時、為五日二十一點鐘、其繞本星亦有逆行、與天王之四月同、月道與黃道交一百四十五度七分之角、其光如第十四等恒星同、自海王視諸行星、皆為內行星、長度之大者、天王也、可至四十度、次則土星、可至十八度、再次則木星、可至十度、其餘行星、無所能見者、自海王觀日之視徑、如自地觀金星於最明之時、然其所受之日光、約為地所受之九百分之一、以比望月之光、約多六百八十七倍云、

論星距日之例〇本章二十五節、謂諸行星距日有定例者、乃波德之言也、此後凡尋小行星者、莫不咸遵此例、及尋得海王、推其距日之遠近、方知波德之例有誤、如下表首行、以地距日之遠近為十、而按刻白爾之例、推各行星距日之遠近、第二行、仍以地距日為十、而按波德之例、推各行星距日之遠近、第三行、即上二行之較數也、

水星	金星	地	火星	小行星	木星	土星	天王	海王
3·87	7·23	10·	15·24	27·39	52·03	95·39	191·82	300·37
4	7	10	16	28	52	100	196	388
·13	·28		·76	·61	·03	4·61	4·18	87·63

謹按此表、可証波德之誤、蓋論距日近之行星、無甚大差、至於土與天王、所差已大、及至海王、則差甚大矣、

行星總論〇諸行星可分二等、一為近日者、一為遠日者、凡在小行星軌道之內者、皆為近日者、如水金地火是也、凡在小行星軌道之外者、皆為遠日者、如木土天王海王是也、諸小行星亦可另分一等、其總體比諸近日者之小、較近日者比遠日者猶小、又近日者

自轉之周時畧同，皆約爲二十四點鐘，遠日者之木星土星，已知其自轉之周時，較此數畧速一倍，疑天王海王亦然，論其密率，諸近日者，與地畧同，諸遠日者，不過地球四分之一，而木星天王，則與太陽畧同也，

談天云，欲顯繞日諸星之大小及相距之率，當擇一極平地面，置一球徑二尺爲日，距球一百六十二尺，置一芥子爲水星，距球二百八十尺，置一豌豆爲金星，距球四百二十四尺，又置一豌豆爲地，距球六百四十五尺，置一關針頂爲火星，距球九百九十尺至一千一百八十尺，置四百餘沙粒，爲諸小行星，距球一里半，置一橘爲木星，距球二里半，置一小橘爲土星，距球四里半，置一小李爲天王，距球七里餘，置一尋常之李爲海王，據此例推最近之恒星，其距日約二萬三千里云，

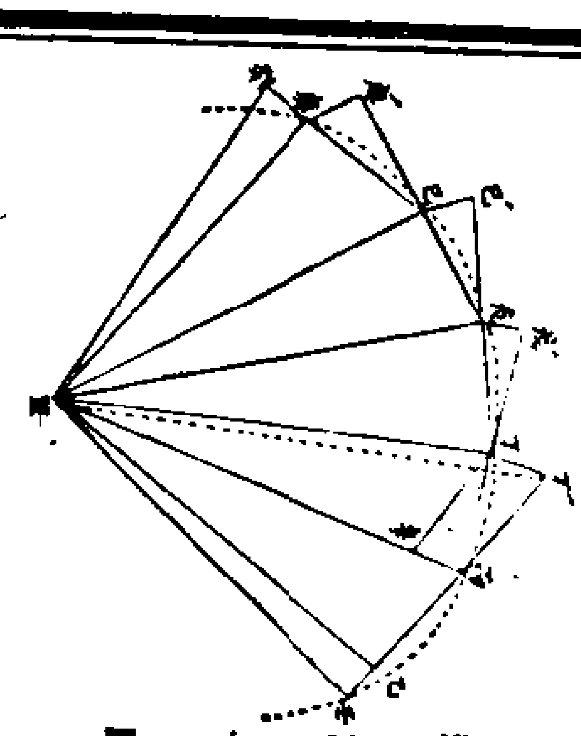
今於一千八百九十二年九月間，有美之天文士巴那得者，曾以李克遠鏡，又尋得木星之一月，距本星約有三十二萬六千里，全徑約有三百里，而繞本星之周時，約爲十二點鐘云，照例前所謂一二三四諸月，改名二三四五，然新得者極小，非超等遠鏡不得見，而且航海通書，仍遵故說，故此書亦遵之矣，

附註　本章所記外行星體與密率，難免無差，比如測金星，其視徑若差十分之一秒，則全徑之里數，所差尚不及三十八里，而其體與密率差亦甚微，然測海王之視徑若差十分之一秒，則全徑之里數，約差三千九百里，即體與密率差之亦然，

第十四章　論𣅀中力與日之地平視差

第一節　論物行曲線之理○凡物靜而受動力，苟無他力阻之，則必依動力之原向，平速行直線，理固然也，而行曲線者，必因恆受改其原向之力而然，是知物行曲線，皆憑二力之合力也，一爲原力，即使物恆行直線者，二爲斜力，即使物恆離直線者，物行曲線，列數例於下，

第二節　第一例○凡物受恆點吸力而行曲線者，若以物與力心卽甲點下仿此之聯線爲半徑，則半徑所過諸圜心角形，皆在一平面內，且與所歷之時，有正比例，



第二十圖

證，設甲爲力心，將所歷之時，平分諸小時，乙丙線爲本物第一點鐘所行者，若無他力使之改其道，則第二點鐘所行者，亦必準乙丙向，行至丁，且乙丙與丙丁等，然物至丙點時，𣅀中力卽向心力下仿此忽吸之，則不得獨隨原力或𣅀中力而行，故必隨合力行丙丁線矣，復自丁點作丁丁，爲甲丙平行線，如是第二點鐘畢，本物必至甲乙丙同平面內丁點，又作聯線甲丁，夫甲丙既與丁丁平行，則甲丙丁，甲丙丁，兩三角形即等，且各與甲乙丙三角形等，若令𣅀中力，仿此每點鐘畢，即忽吸本物，則物每過丁戊巳諸點，必改而行丁戊，戊巳，諸直線，且諸直線同在一平面內，甲丁戊，甲戊巳諸形，各與甲乙丙形等，又爲半徑等時所過，故多邊形甲乙丙丁戊，比多邊形甲乙丙丁戊己庚等，乙戊之歷時，比乙庚之歷時，如是將每點鐘分至無窮，則乙丙，丁戊，巳庚諸直線，即可爲曲線，夫𣅀中力既恆吸本物，故甲乙戊圜心角形，比甲乙庚圜心角形，等乙戊之歷時，比乙庚之歷時，與刻白爾第二例同，

第三節　第二例○凡物受𣅀中力，而行曲線者，其速率與正交切線而過力心之直線，有反比例，證，夫乙巳二點之速率比，自如乙丙與己庚二線比，蓋以其爲本物等時所過也，復作甲壬甲癸爲二線之垂線，故甲壬乘乙丙，等甲癸乘己庚，見上卷第六圖第四亦即乙點之速率，比己點之速率，等甲癸比甲壬，按前節變多邊形，爲圜心角形，則曲線之速率，即本物之速

率，而乙壬與癸庚，又爲乙庚二點之垂線，

第四節

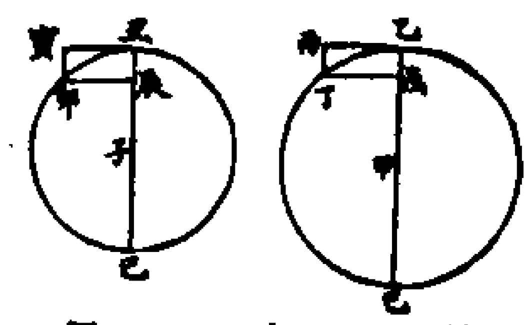
第三例〇凡物若不離原面，而繞恆點行曲線，且其半徑歷時同，所過之面積亦同者，皆因受向恆點之力者也，

證，行曲線者，既因受斜力，一節見第 故行乙丙丁戊己庚多邊形之物，若等時所過之甲乙丙、甲丙丁諸形等，必因於丙丁諸點，受向甲點之力而然，蓋乙丙引長之丙丁′，既等乙丙，故乙甲丙與丙甲丁′二形必等，但按題乙甲丙與丙甲丁二形，原設之等，故丙甲丁與丙甲丁′形亦等，而丁丁′與甲丙平行，則丙丁即丙丁′與丁丁′之合力，而丁丁′既與甲丙平行，故斜力即爲向恆點之力，行多邊形者既如此，行曲線者亦然，行星既同繞日轉，且歷時同，帶徑所過之面積亦同，從可知所受之斜力，亦即向日心力也，

第五節

第四例〇以平速行不等圜之二球，其所受𢇁中力相比，若半徑分之速率方相比，

證，設乙丁與丑卯，爲二球等時所行之弧，自乙點作乙丙切線，自丁作其丙丁垂線，丁戊平行線，乙丁對角線，仿此於丑卯弧，作丑寅、寅卯、卯辰、卯丑諸線，如是丙丁或乙戊，與寅卯或丑辰，爲二球因受𢇁中力離原向所偏者，如是乙戊比乙丁，等乙丁比乙己，二十三題見形學四卷 故乙戊等 $\frac{乙丁^2}{2甲乙}$，又丑辰等 $\frac{丑卯^2}{2丑子}$，苟使乙丁丑卯二弧，小至無窮，則乙點𢇁中力比丑點𢇁中力，等 $\frac{乙丁弧^2}{乙甲}$ 比 $\frac{丑卯弧^2}{子丑}$，但二弧爲等時所歷者，故與速率有正比例，如是設力爲圜之𢇁中力，速爲速率，未爲半徑，則力比力′，等未分之速方比未′分之速′方，是力隨未分之速方而變也，



第二十一圖

第六節

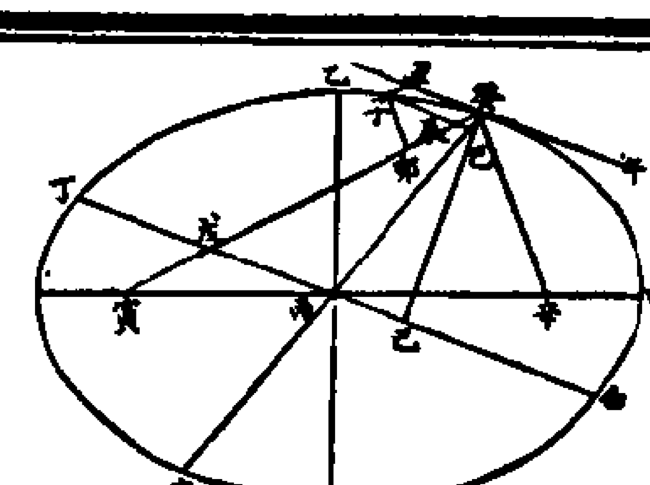
第五例〇以平速行不等圜之二球，其𢇁中力相比，若其周時方分之半徑相比，

證，按圜周等二𠘧未，設時代周時，則二𠘧未等速乘時，故速等 $\frac{2𠘧未}{時}$，按第五節，力隨 $\frac{速^2}{未}$，以速之同數代之，則力隨 $\frac{4𠘧^2未^2}{時^2未}$ 而變，惟 時²：未 爲變數，故只隨 $\frac{未}{時^2}$ 而變，如是力比力′等 $\frac{未}{時^2}$ 比 $\frac{未'}{時'^2}$，

第七節

第六例〇若𢇁中力能使物行撱圜者，則此力與物距力心方，有反比例，

解，設甲癸乙爲地道，寅爲日所在撱圜之一心，癸子弧爲地每秒所行者，設時代一秒，如



是作丁壬、癸庚，二屬徑，作子巳縱線，與癸點之切線平行，作寅癸帶徑，交丁壬子巳二線於戊於辰，又自子作癸辰平行線子丑，帶二徑之垂線子卯，則2癸辰：2癸辰∷寅癸：寅癸，

第二十二圖

證，癸子弧原甚小，雖非直線，亦可視爲直線，即地每秒內因受向二丑點之離中力，與向寅點之𢇁中力所行者，則癸辰爲地只受𢇁中力每秒所行者，設力代𢇁中力，按重學癸辰等 $\frac{力時^2}{2}$，設時爲一，則力等2癸辰，按相似三角形，癸辰比癸巳，等癸戊比癸丙，又按第八題，甲丙等癸戊，如是自二比例，得庚巳乘癸辰比子巳，等癸丙乘甲丙比丙丁，然癸子弧既甚小，則子巳與子辰畧等，庚巳與2癸丙亦畧等，故子辰等 $\frac{庚巳\times癸辰\times丙丁}{癸丙\times甲丙}$ 等 $\frac{2癸辰\times丙丁}{甲丙}$ (1)又按相似三角形，子辰比子卯，等癸戊或甲丙比癸己，按撱圜第十八題，丙丁乘癸己等丙甲乘丙乙，或設甲丙比癸己等丙丁比丙乙，如是子辰比子卯等丙丁比丙乙，故 $\frac{子卯}{丙乙}$ 等 $\frac{子卯\times丙丁}{丙乙}$(2)又自(1)(2)式得 $\frac{2癸辰\times丙丁}{甲丙}$ 等 $\frac{子卯\times丙丁}{丙乙}$，設申代長半徑，酉代短半徑，如是2癸辰等 $\frac{子卯^2\times申}{酉^2}$(3)設亥代撱圜心角形寅癸子之面積，則亥等$\frac{1}{2}$(寅癸×子卯)，故子卯等 $\frac{2亥}{寅癸}$ 代於(3)式，得力等2癸辰等$\left(\frac{4亥^2}{寅癸^2}\times\frac{申}{酉^2}\right)$，若設力爲地在軌道他點所受之𢇁中力，按前式，得力等$\left(\frac{4亥^2}{寅癸'^2}\times\frac{申}{酉^2}\right)$，按刻白爾第二例，亥爲恆數，故力比力′等 $\frac{1}{寅癸^2}$ 比 $\frac{1}{寅癸'^2}$，故知地所受之吸力，與距日遠之方，有反比例矣，他行星之軌道，亦與地之軌道相似，則所受之𢇁中力，皆可同理推之，

第八節

第七例〇行星繞日行撱圜之力，與星日距方既有反比例，則行星周時方，與長徑三方，有正比例，

證，設時爲行星周時，亥爲帶徑每秒所過之面積，如是撱圜面積等時乘亥，按撱圜廿三題，面等𠘧申酉之合數，故亥等 $\frac{𠘧申酉}{時}$，設未爲星日距，按第七節，力等$\left(\frac{4亥^2}{未^2}\times\frac{申}{酉^2}\right)$ 等 $\frac{4𠘧^2申^3}{時^2未^2}$，若星距日之遠近爲一，且設力代其所受之𢇁中力，如是按第七節，力比力′等 $\frac{1}{未^2}$ 比 $\frac{1}{未'^2}$，故力等 $\frac{力'}{未^2}$，而 $\frac{力'}{未^2}$ 等 $\frac{4𠘧^2申^3}{時^2未^2}$，如是時等 $\frac{4𠘧^2申^3}{力'}$，故時等 $\frac{2𠘧申}{力'}$ 復取一行星，設時代

第九節

其周時、申代半長徑、按前式、時等$\frac{2}{力}$申^{3}、故時比時等申比申、或時比時等申比申、與刻
白爾第三例同、

刻白爾第三例有微差之故○若行星比日小至無窮、卽合此例、否則有差、蓋非徒日吸
星、星亦吸日、按自理木星吸日之力、比日吸木星之力、等木星質比日質、使日與木星隨
彼此之吸力而行、則每日所近者、卽二曜所行之和、設日不動、則二曜所行之和、比木星
所行、等二曜質之和、比日之質、欲按比例理計二星之軌道、須以望中力爲日星之總吸
力、如是設一爲日之質、午爲第一行星之質、午爲第二行星之質、則時比時等$\frac{一十申}{十午}$比
$\frac{一十申}{十午}$、如此則無差矣、

第十節

論動力○按牛頓所論、吸力與質有正比例、與距方有反比例、如是設質代日質、設未代
星與日之距、星受日之吸力、卽爲$\frac{質}{未}$、各行星吸其月亦然、但不惟日吸各行星、卽諸行星
亦彼此互吸、且不惟本星吸其月、卽日與他行星亦同吸之、故行星及其月之軌道、原雖
橢圜、而既受如此動力、故行如許小㴲之橢圜矣、

習問

第一問○設一爲地日距、小行星之第十位、距日爲三零十萬分之一萬四千九百二十
七、問其周時幾何、

答2041.4天

第二問○小行星第八位、其周時爲一千一百九十三天、問其距日、比地距日幾何、

答遠2.2013倍

第三問○設距地心三萬里、復有一月、繞地而轉、問其周時幾何、

第四問○若地球有一月、每年繞地轉一周、問距地心若干里、

第十一節

求日之質○按第八章、第二十五節、日吸地之力、比地吸月之力、多二零五分之一倍、因
日距地、比地距月、遠四百倍也、故日之距地、若與月距地等遠、則日吸地之力、比地吸月
之力、多四百之方數乘二零五分之　等三十五萬二千倍、卽日質比地質所多者也、

第十二節

求行星之質○凡有月之行星、可按第十一節求其質、若已知本星與日之距、及其周時、
並知其月與本星距、及其周時、則前法未若本節之法尤簡、設質代日質、未代星日距、時
代周時、按第六節、毘中力等$\frac{4\pi^2未}{時^2}$、按第十節、毘中力等$\frac{質}{未^2}$、故$\frac{4\pi^2未}{時^2}$等$\frac{質}{未^2}$、如是質等
$\frac{4\pi^2未^3}{時^2}$、

(1)設質代某行星之質、未代其月與本星距、時代其月之周時、按式得質等$\frac{4\pi^2未^3}{時^2}$、

(2)將(1)(2)式相比、得質比質等$\frac{未^3}{時^2}$比$\frac{未^3}{時^2}$、或曰日質比星質、等其軌道半徑三方、比其月軌
道半徑三方、又日質比星質、等其月周時方、比星周時方、

前言日比月距地遠四百倍、乃舉整數也、其確數不足四百倍、該處數細核、日質比地質、不過多三十三萬一千一百倍耳、

習問

第一問○地軌道半徑、其平數爲九千二百八十九萬七千英里、其周時爲三百六十五
零千分之二百五十六天、月軌道半徑、其平數爲二十三萬八千八百四十英
里、其周時爲二十七零千分之三百二十一天、問日質比地質多幾倍、

第二問○木星距日、其平數爲四億八千三百三十萬英里、其周時爲十萬零三千九百
八十二點鐘、其第四月距本星十一萬六千七百英里、其周時爲四百零百分
之五十三點鐘、問日質比木星質多幾倍、

第三問○地質必加幾倍、方可使月距地遠一倍、而其周時不改、

第四問○地質多幾倍、卽可使月之周時變爲一日、

第五問○使地質多三十五萬倍、月距地不變、其周時幾何、

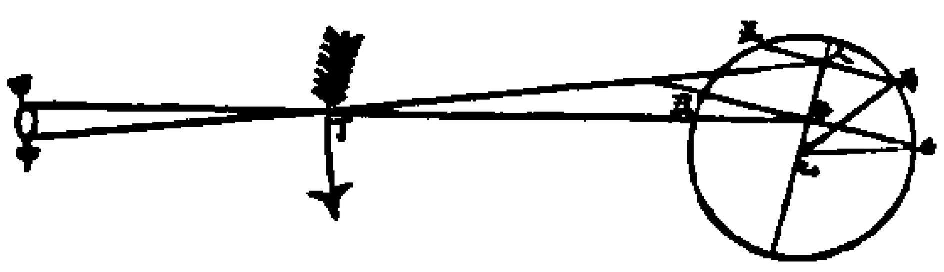
第六問○設月質爲地質之八十分之一、而距月心五千英里、復有小月繞之而轉、問其
周時幾何、

第七問○木星自轉之周時、比今速幾倍、其赤道之物、方失其重、

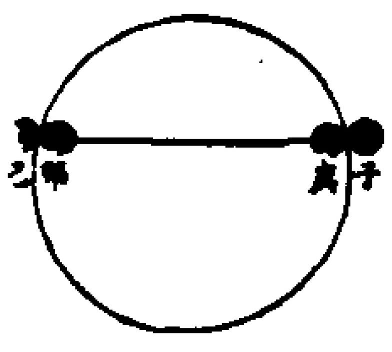
論日之地平視差

第十三節 日之地平視差爲至要〇日之地平視差、已見第五章第二節、即自日視地半徑之角度也、求此角度、爲天文家至要之一事、蓋知此角、即可取地半徑爲底綫、求地距日之里數、更可以地距日之里數、求各行星距日之里數、並其月距本星之里數、苟不知此角、則所言諸事、無從可測、其求法既多、不能盡述、不過舉其要耳、

第十四節 求日之地平視差第一法〇前之歷家、所以以金星過日面爲要務者、爲其可以推地及各行星與日之距也、既知金星及地繞日之周時、可按刻白爾第三例、求金星與地距日之比、即千之七百二十三比一也、如是以金星過日面時、其與地之距、比其與日之距、像二百七十七比七百二十三、設戊丑壬丙爲日、甲申爲地、丁爲金星、行向以箭明之、甲申爲地黃道之二極、若地不自轉、則自申點視金星過日面、必行戊人丙弧、而自甲點視之、則必行丑辛壬弧、由是推之地平視差、其第一要、即測算人辛之里數也、夫甲申正交黃道平面、而人乙與黃道軸之交角甚微、故以人辛與甲申爲平行、如是按比例、人辛比甲申、像辛丁比丁甲、像七百二十三比二百七十七、像二零百之六十一比一、故人辛之里數、等於地全徑二零百之六十一倍也、其第二要、即推求人辛之秒數、此綫之秒數、可即金星過日面之歷時推之、如測者在申、可測金星何時在己點、外切日面、何時在卯點、內切日面、至庚子二點、亦可如是測之、由所測四數、可知金星中點入出日邊之時、即可知金星過日面所歷之時、既知日與金星二曜之速率、即易推戊丙弧之秒數、亦可推丑壬弧之秒數、各半之、即得辛壬與人丙二弧之秒數、乙壬爲日視半徑、如是按三角形理、可推人乙與辛乙之秒數、夫人乙減辛乙等辛人、即以辛人之秒數、除辛人之里數、故知自地視日面、每秒約爲一千三百零二里也、而地半徑、既有一萬一千四百六十里、則必等八零十之八秒、即日之地平視差也、既知日之地平視差、按六章第一節、可求地與日之距、而此不過舉其大要、因地自運所生之差未去、且測者亦不能適在二極、然其緯度相距苟遠、則可推知若於極測之、必當何如也、

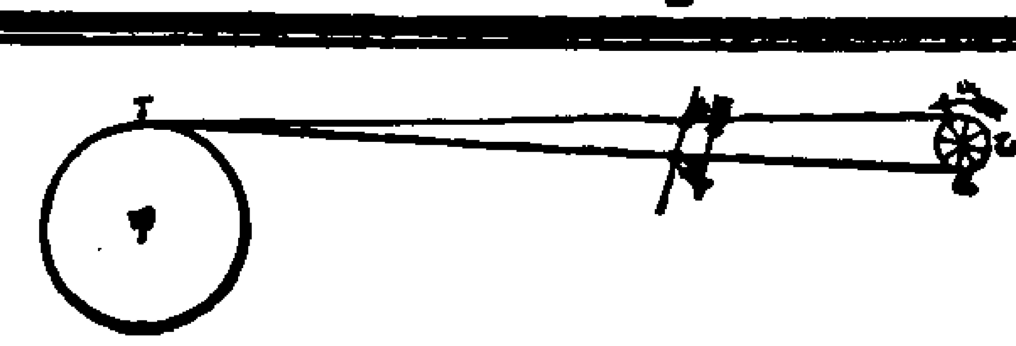


第二十三圖

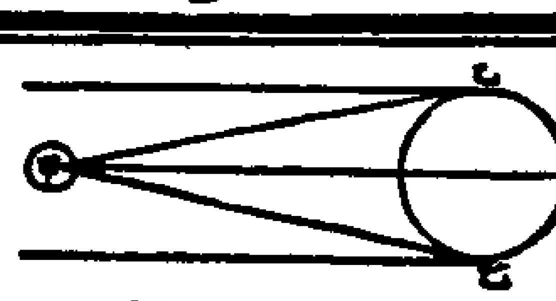


第二十四圖

第十五節 第二法〇按第一法、二測者所在之緯度相距愈遠、其法愈精、故宜取二極、惟其地道險而難至、此一不便也、又須測金星於日面之出入、然自入至出、爲時甚久、約七八點鐘、其間難必天無他虞、苟有陰雲、一向所備、皆屬徒勞、此二不便也、故一千八百七十四年、與一千八百八十二年、被派諸士、多以下法、如圖甲爲日、丙爲金星、乙爲地、畧於地赤道、擇戊己二處、使戊己之聯綫、約與金道平行、復細測戊己二處、各居何經度、圖中箭明金行向、如在戊測者、先視金何時內切日邊、在己測者、嗣視金何時內切日邊、然後按戊己之經度、可變二測時、爲哥爾尼城之平時、二時之較、爲金行丙丙弧所用之時、夫金視周時、爲五百八十四日、則丙丙視行時、當爲十二分、且此弧約爲十八秒、與戊己弧同乘丁角、而丁角即自日視地全徑所交之角、亦即日之倍地平視差也、此法測金星過日、單測其入或出之內切外切即可、故較便也、按本圖戊己二處、相距一百八十度、然不可拘泥、即不足一百八十度、亦無不可求者、



第二十五圖



第二十六圖

第十六節 第三法〇求火星之地平視差、以推日之地平視差〇按第十三章十六節、於火衝時、可求其距地較距日幾何、復測火之地平視差、而推其距地幾何、則日之地平視差、即易知矣、此法有一人於一處測之即可、故尤便也、如圖甲爲火衝時所居之點、設火初出時、測者在乙、及入時、則測者必緣地轉在乙、而乙乙相距、即地球全徑、夫火初出時、其經度因地平視差即增、入時又因地平視差即損、故用量日鏡、測火星出入二時、所距同緯某小恆星幾何、將出入二距度相較半之、即爲火之地平視差、此不過畧言之耳、欲用之、必乘去火及地自行差方可、且火出入二時、未必適居緯之圈度、即小恆星、亦未必適在火之東西、然此微差、皆有法免、

於一千八百七十七年、纂勒按此法、以所近之數恆星、測其出入七百次、取中數推之、知日之地平視差、爲八零千之七百八十三秒、或增減千之十五秒、

第十七節 第四法、借光之速率推日之地平視差〇鰲徑以富告得法、推光速率每秒行十八萬六千三百三十英里、或增損二十五英里、復測木星月蝕、知光行地道半徑、需時四百九十九秒、或增損二秒、欲知地道半徑、即以速乘時、復以約地球半徑、即得八零百之七十六秒、或增損百之二秒、亦即日之地平視差也、

第十八節 第五法、以光行差推日之地平視差〇近今所用諸法、大都此法最美、若設甲代地繞日行之速率、乙代光行之速率、子代光之行差、如是按第七章五節、正切子等[甲乙]、夫甲原等年分之地道全周、或謂甲等[日月未時]代之、則正切子等[日月未乙時]故未等[日月正切子乙時]甲既等二十零千之四百九十二秒、乙既等一十八萬六千三百三十英里、則未等九千二百九十七萬五千五百英里、是知日之地平視差、爲八零千之七百九十三秒也〇楊氏云若列一百爲完法、按此計之、則第一法可爲四十、第二法畧爲五十、第三法畧爲九十、第四法畧爲八十、第五法畧爲九十、

第十五章　論彗星

第一節 何爲彗星〇彗星者、即繞日轉之星氣也、所行之道、或爲橢圜、或爲拋物線、及雙曲線不等、而其兩心差、比行星軌道之兩心差尤大、行星軌道兩心差之最大者、即第一百三十二位小行星、爲百分之三十八、而彗星軌道兩心差之最小者、即費氏彗其兩心差、爲千分之五百五十六、兩心差既大、且返回之光又小、是彗距日如遠、必隱而不見、

第二節 彗之多少〇彗星之數、難以核定、大率不止幾千也、自耶穌後至今、所見而記於史者、計六百有奇、而近今五十年之間、新測者計有八十、故路密司云、自耶穌降世至今、彗之入於火星軌道內者、宜有四千餘云、

第三節 彗之軌道與方位〇夫彗星之道已推測而知者、共有二百五十、其道爲拋物線、或橢率尤大、而與拋物線無異者、計二百有五、其道爲雙曲線者有五、其道能見爲橢圜形者有四十、而其道交黃道之角、自圈度至九十度不等、故彗星不似行星祇見於黃道帶內、即

近天空之二極、亦可見之、其行向之順逆亦無定、可見之時、或數日、或年半不等、二三月者其常耳、蓋出現之久暫、乃隨其密率與遠近及長度而變也、

第四節 彗形之大旨〇彗之大而明者、可分三端、曰彗頭、曰彗尾、曰巾體、向日之一端、畧爲圓形、名彗頭、背日之一端、似一道長光、名彗尾、近頭之中心、大抵密率之大者、現一明點、名中體、中體之全徑、罕有過一千四百里者、而大至十倍者、亦止一二顆耳、此中體想非實體、殆彗質之較密處也、即如杜乃底之彗、距日最遠時、中體之全徑約一萬四千里、漸近日則漸縮、若至最近、全徑不足其十分之一矣、至於彗頭之全徑、大抵不足二十八萬里、加倍者罕見、然如一千八百十一年之大彗、頭之全徑抵其十倍者、亦或有之、當近日時、彗頭則恒縮、遠日時則漲者、蓋受日之冷熱不等故耳、近日則熱、外層自漲、而稀若空氣、光即有透而無返、故見小、至稍遠日則冷而縮、體即加密、而光有透亦有返、故見大矣、

第五節 明點變彗形亦變〇中體最明、及尾光最大之彗、近日時怪變無常、中體漸更明、而其向日之面、發光數枝、此光枝亦速變形向、即前後二夜、亦無一時相同者、光初發處、其枝屈

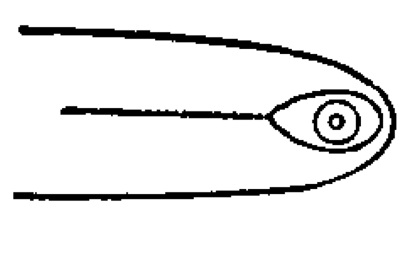
第六節

明、遞外漸暗、其先光枝向日外發、其後成背日之光道、勢如脫孔之烟、遇逆風然、迨諸光枝之杪末凑合、遂成包中體之明層、此層漸漲、即遠離中體、迨數日後、中體又發光枝、如前而成一胞、二胞之間、有暗帶間之、再後所生之胞、亦俱如此、若杜乃底之彗有七胞、每二胞之連界、皆間以暗帶是矣、

彗尾○彗尾者、即中體外之光胞、引長而成者也、光枝初發、皆向日、其所以向日者、必因有他力、與彗頭之吸力相反、而尤勝者爲之驅焉、不然氣必不離彗頭矣、此力爲彗頭驅力、其驅彗質之力、有若電合之驅物然、氣既被驅、遂出頭外、則宜直向日、而又爲日所阻、故漸以曲而改向、至與原向正反而背日矣、其所以背日向後之理、實難論斷、或意日必有阻力、勝於發光枝之驅力、而使退後也、論此阻力、談天業有成說、茲不贅、若彗之吸力、不大於一切萬物之吸力、尾必離彗而去、竊意尾離彗中體如是之遠、中體如是之小、其力必不能吸定、然則彗每近日一次、必稍減體中成尾之質、久之能令洩出之氣漸少、而其狀漸似行星、且尾既外發甚遠、必散於天空、未必能收回本體、故彗過近日點、必失去

若干質、而其全質、若不爲太陽所吸、而爲太陽所推、則其所減之餘質、受太陽之吸力必更大、與質之多少爲正比例、其道若爲橢圜、則每次比前次之周時、必然減少、直至太陽所推之質、盡失而後止、

第七節



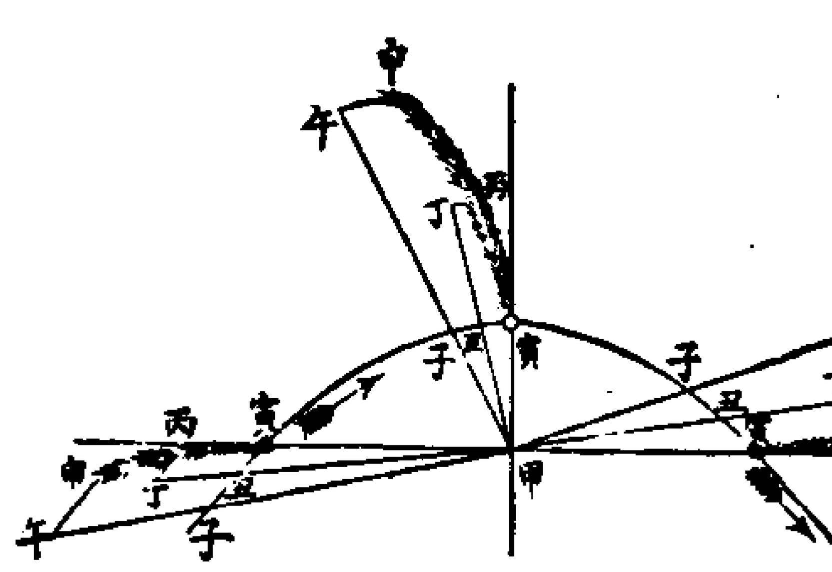
第二十七圖

尾之濃淡○彗尾之大小、並光之濃淡、悉依諸胞之大小光明而異、背日一面、原爲光枝、故尾之中間有暗帶、如仿上圖、試作一紗袋、其曲式合於拋物線、頭在底、人於地面斜望其袋、愈近袋邊、其光愈濃、近袋中、則光愈淡、故其尾中有暗帶、亦有中非暗帶、反爲明帶者、此殆受日之力小、而彗頭又吸之、因向尾軸而成明帶歟、

第八節

尾之長短○彗當初現、其尾或絕無、或僅有、迨後中體發出外胞、始漸成尾、彗愈近日、成尾愈速、至最近、則倏忽可成、如杜乃底彗之尾、每日增長五百八十萬里、當一千八百十一年之大彗尾、每日增長二千六百萬里、劇長時、有二億八千九百萬里、寬有四千三百四十萬里、當一千八百四十三年之彗尾、劇長時、有二億四千七百萬里、較地距日之里數猶多、人視彗尾之長短、不但據其眞度數、亦隨尾軸之方向、及距地之遠近、大率過近日點之後數日、視尾最長、亦最明、久則漸短、亦漸淡、漸至不見矣、

第九節



第二十八圖

尾之形如何○尾近中體成直線、而正背日、若離中體、則爲曲線、向前則凸、向後則凹、而與彗道之帶徑、作十至二十度不等之角、夫尾之爲曲形者、非偶然也、其理如圖、甲爲日、子丑寅爲彗道之一弧、行向如箭、彗在子、日之阻力如甲子午、而成尾之質必隨之、尾之質、亦有彗繞日之原力、故彗由子行至寅時、成尾之質、必隨二力之合、而自子行至申矣、自地視尾末、若行午申弧、與子寅畧等、但午申爲外圈之弧、故

二弧之里數約同、而度數則不同、是以人視申點之質、畧偏於寅後、寅申間各處之質、皆爲彗自子行至寅所發而成者、早發者近申、後發者近寅、各點於尾內所住之處、與偏後之度率、皆依發時之早晚而定、故彗尾所趨之向、必凸而成曲線焉、

第十節

數尾彗○彗有不止一尾者、如一千七百四十四年之彗、有六尾、其理蓋以彗頭之氣、受日之阻力不均、受多者、疾行彗後而成尾、幾正背日、受小者、徐行彗後、而與帶徑作角愈大、故又成一尾、

第十一節

無尾彗○凡彗須遠鏡始見者、則少有可見之尾、不過值近日時、向日之徑偏長、畧帶橢式、而其最明點、亦稍離中心、大抵無尾者非眞無尾、乃彗最微、光最淡、而不能見、至於屢繞日輪、而不見有尾者、或因成尾之質、已被日驅盡故也、

第十二節

彗體其稀○彗體雖大、其質則甚稀而輕、有三證焉、一 時或彗近行星、或近行星之一月、而受其吸力、彗星之道、因而被改、行星與其月之道、仍未改焉、二 全徑自十四萬至二十九萬里之彗、屢行至最小恒星與地之間、恒星之光猶然、故知彗體甚稀也、三 彗星既入

地道而繞日轉，則宜與金星有盈虧之別，然終無見者，故知彗如薄雲，日光能透之，而彗之內外諸點，皆有返回之光，故不見盈虧焉。

第十三節 好里彗〇前二百五十餘年，好里擇奈端所悟之理，推得數彗軌道之根數，後將得數相比，即知一千五百三十一年、一千六百零七年、一千六百八十二年，此三年之彗所行之道畧同，因擬三彗爲一彗繞日轉之周時約七十六年，故好里謂一千七百五十八年，此彗當再見，但於一千六百零七年與一千六百八十二年之間，彗近木星，爲所吸動，因此復回之日遲也，將及宜見之時，法之該漏與拉藍意見相同，以行星當吸動此彗之力，計彗過其最近日點，當在一千七百五十九年四月十三日，惟該漏言此難適合，故彗過此點之時，或早或晚，可差一月，其後竟過於三月十二日，該漏之訛，非數理不精，乃因當時曆家，皆以土星之質過大，若按今時曆家所算之質推之，則該漏所算，亦祇差十三天耳，此彗復見於一千八百三十五年，當未見以前，有數天文士推其過近日點之時，當在十一月十四日，後竟過於是月十六日，好里彗距日之平數，爲地道半徑之十八倍，與天王畧同，惟兩心差大，故遠日點較海王距日尤遠。

第十四節 因格彗〇周時最小者，即因格彗，不過一千二百零七天耳，其近日點在水星軌道之內，遠日點距日，爲木星距日五分之四，此彗已見於一千七百八十六、一千七百九十五、一千八百零五、三年間，未知仍爲一彗否，至一千八百十九年，因格測其周時與軌道，可証三年之彗爲一也，自一千八百十九年至今，此彗按時過近日點，然不能適當不差，因每周約早三點鐘，此非因行星之吸力，乃因其軌道縮小故也，因格細論此故，謂天空必有薄氣阻之，氣之稠密，與距日之遠近有乘方反比，故彗若在金星軌道外，氣即不足阻其速率矣，夫此氣既阻彗，而彗之周時，何以減少而不加多乎，蓋氣所阻者，乃彗之離心力，而與日之吸力無干，故彗必向日，而道以小，道既小，所歷之時亦必少，或謂在他彗何以未見如此，因格辯之曰，他彗之周時，改小與否，今未考定，須於一彗過近日點，測其三次，始知其周時改否，如此則已測者，惟好里、因格與費三彗而已，而算好里彗之周時，未嘗去行星之吸動力，故不知其外受阻力否，至費彗之近日點，在火星軌道外，而所受之阻力甚小，又無法測度，故獨謂因格彗改其周時也，若因格之說是，則代遠年深，凡繞日轉之諸等星，將終必落日而滅矣。

第十五節 比乙拉彗〇澳之武弁比乙拉於一千八百二十六年，新查一彗，後人推其軌道，而知此彗與一千七百七十二年、一千八百零五年所見兩彗之道同，周時爲六零三分年之二，後於一千八百三十二年、一千八百四十六年、一千八百五十二年，其彗又各出現，但自一千八百五十二年，至今未嘗再見，彗地二道，相隔最近點，不足地與彗二半徑之合，而地每年於十一月三十日，必過此點，若彗與地同時過此點，必相衝撞，而彗雖不大，人第見其與地畧同向，即慮有險要，後於一千八百三十二年過此點，而安然無事者，因比地早過一月故也。

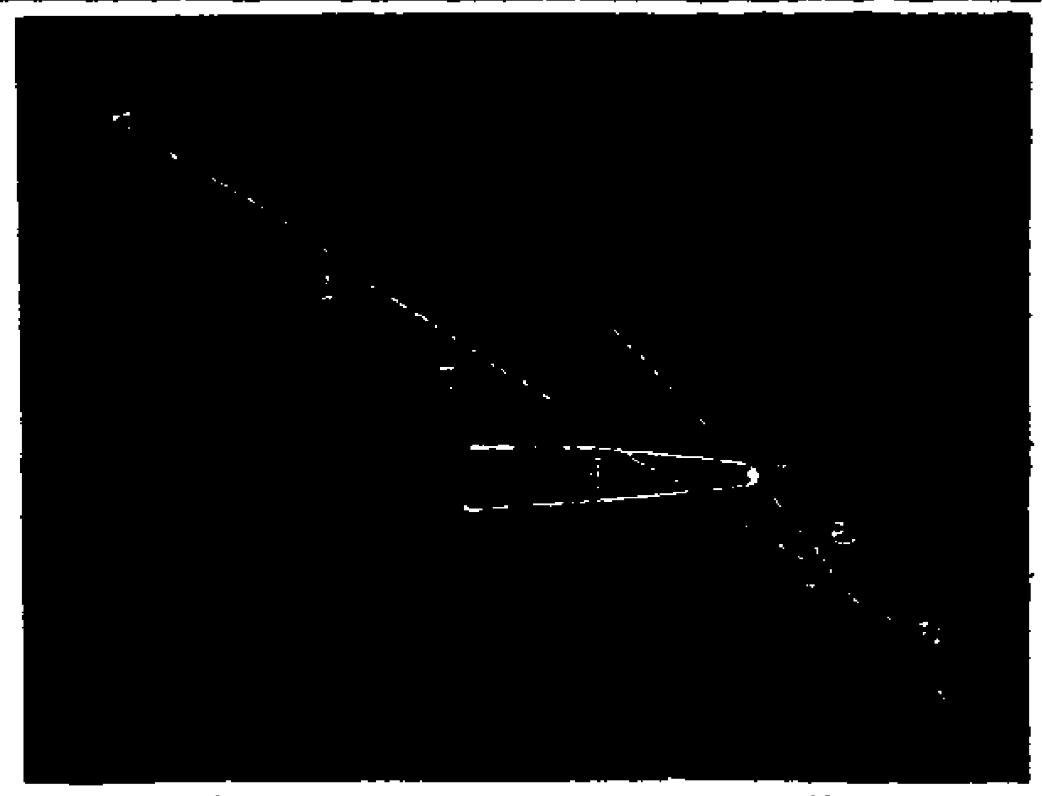
夫此彗又爲彗中之最奇者，因於一千八百四十六年間，已見爲二，彼此相距，畧遠於月之距地，却仍有關，因其光常互爲濃淡，後於一千八百五十二年又見，兩分之間，較月距地殆有六倍有奇，先是一明一暗，後則暗者變明，較前之明者尤勝，過數日又漸暗，因其於一千八百四十五年，適過十一月之流星羣，曆家遂謂彗之所以分爲二者，職此故也，自一千八百五十二年至今，此彗不再見，或當一千八百五十九年，又遇此羣，衝滅亡有乎，除此三彗之外，記於史者約五十，按時繞日而轉，然無所擇取，故不必盡言，以下所記數彗，第即近五十年之二大彗言之而已。

第十六節 杜乃底之彗〇第一彗，即一千八百五十八年之彗，又名杜乃底彗，初尋得時，彗最小，須遠鏡始見之，兩月後始見有尾，其長甚速，約至一億四千萬里，此彗大而且明，（見第五圖）其周時難稽，至少一千六百年，大率在二千年云。

第十七節 一千八百八十二年之彗〇第二彗，即光緒八年之大彗也，形甚壯觀，實無可解，其光之濃，即當近太陽時，手映日光，目力可見，如用帶暗玻之小遠鏡，雖正切日邊，仍可見之，其光殆與日面畧同，若當過日面時，則不得見，意者其質甚稀，不得日光也，近日時，相距不過八十六萬七千里，入於日之槃環，仍行極速，一秒可行八百七十里，故知成槃環之氣，其稀何如也，初見時，中體與他彗相仿，後則變擴，久而長窄，漸成一光線，線中有六七較

密處、若如星然、先是尾中有暗帶如甲、後變明帶、頭之外有圓柱體形之胞如乙、胞探於前約三四度、距彗四五度處、或見二三小彗、意者爲彗尾所遺之氣、亦或爲彗頭近日時所驅之氣、均未可定也、

第十八圖



第二十九節

彗能遇地否〇彗之道既無定向、即難免不與地相遇、如一千七百七十年之彗、其道距地道、不過四百萬里、又如一千八百六十四年之第一彗、其道距地道、約有月距地之三倍、若比乙拉彗、其道距地道、不足地與彗二半徑之合、由此而論、彗與地亦能相遇矣、相遇之事如何、必視彗之體質與密率如何、大抵彗之中心、若無實體者、地之天氣必能阻之、使其不得行至地面也、

第十六章 論流星

第一節

何爲流星〇流星、或名奔星、即澄明之夜、所見天空流行之星也、其大小不等、有甚微者、有全徑自一百至二百尺者、更有全徑自一千至五千或六千尺者、惟行極迅速、難以細測其全徑、而所得之全徑、非實徑、乃光球徑也、既難定其全徑之榮差幾大、則實徑不可得而知也、至其輕重、〔釐徑〕謂在一釐之譜、大者不過百釐、其明者、多半皆色白而微紅、亦有或綠或紫者、而尾皆甚明、考其有尾之故、有係流星之遺質、因有時見其如風之擺動也、有係流星迅速之極、人遂視光線一道而疑之也、凡流星俱行於太虛、而近地道者、被地吸引、即入於地氣、而相摩生熱、熱甚或有迸裂者、或於迸裂之處、烟直冲出、數分許始滅者、初見時、距地約在百二十與三百里之間、及滅時、距地約在九十與二百四十里之間、自地視之、每秒之速率、約爲八十四里云、

第二節

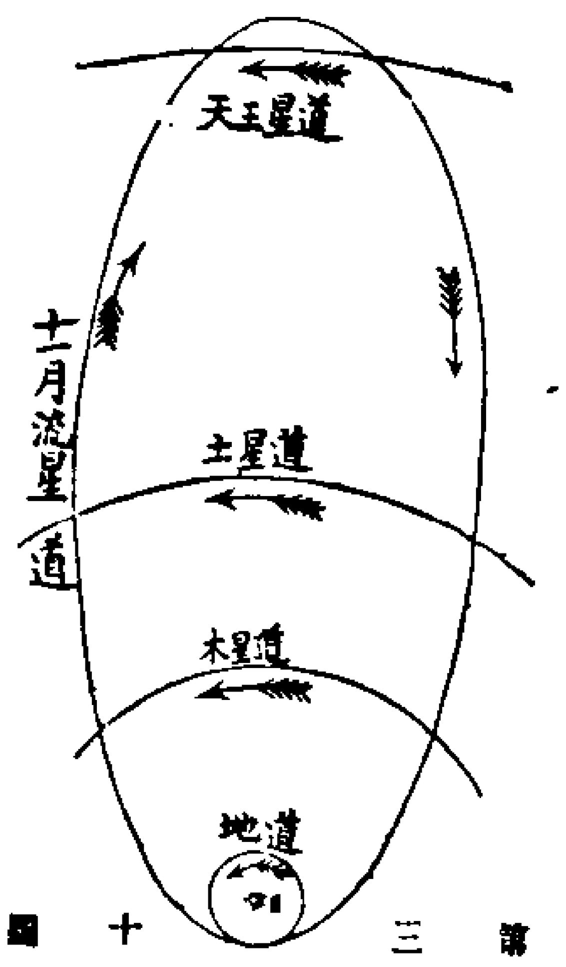
流星之數〇夜間所見流星之數、逐時不同、大抵自黃昏漸增、至昧旦、約多於黃昏之三倍、因當黃昏時、若論地道、吾儕在地之背後、故所見之流星、亦惟隨地順行而速率尤大者、適追及地也、至昧旦所見者、不獨地所追及者、亦多有與地逆行、而爲地所遇者、一日之中、入於地氣內者、約八百萬顆、蓋一人於一處、每點鐘所見之流星、其平數約七、但一人所見、僅爲一處所可見者六分之一、設無日月雲霧之礙、每日於一處所見、應有千顆、而於一處所見地面之大圈、約爲全球七千七百二十八分之一、若合全地各處之所見者、應有一千與七千七百二十八相乘之數、即畧等於八百萬、此皆目所可見距地近之流星也、以帕皮與魏尼客所窺測之數爲準、則知以小遠鏡所見者、約多四十倍、若更窺以大遠鏡、所見自必尤多矣、夫地行一日之弧、所見距近之流星、平數尚如此之多、則全太虛之流星、眞有不可臆度者矣、而每年最多之時、即十一月十三前後數日、其次則在八月初十前後數日也、

第三節

十一月之流星羣〇由古史查知、自耶穌後九百零二年、每三十三年、於十一月所見之流星、多簇聚而密於他時者、名曰流星羣、當一千八百六十六年、十一月十四日晚、於哥

第四節　第五節

蘇尼城，自一點至兩點時，曾見流星四千八百六十顆，其至密之數，每分時百有二十，至一千八百六十七年，是日晚，自美所見者，其數畧同，地繞日轉，每三十三年，入此羣內，則知此羣每三十三年，亦繞日轉一周，自地視之，若俱從一公點發出，此公點在大獅座內，從此發出，皆爲逆行，其道之撱率極大，其羣甚長，故每至與日相近，必有弧線形，曆家已得此羣軌道之長徑與周時，則可推其一年中所行之里數，再自與地相會，待地繞日一周，猶能見之，近期前後之二三年，至是月日，較平時所見猶多，故知此羣之長，至少約二



第十三圖

十九億里，既知地每點鐘繞日之里數，而地過此羣，約歷兩三點鐘方過，可知其厚畧爲十四萬里，此羣甚大，而較別羣甚密，然究實甚稀，因其至密之處，每二星相距，亦約百有十里，故雖與地相會，亦無關地之速率，其流星羣之道，如第十三圖

八月之流星羣○於八月初六日，又見一流星羣，至十三日始過畢，此羣較在十一月者少，亦每年遇之，而每百有八年，或見加多，可知此羣乃成一大環，繞日而轉者，環上流星分布，有疎有密，故所見不同，地每遇此羣，視之似皆來自英仙星座內之一點也，此羣亦係逆行，其厚約爲三千二百萬里，較冬月所見者，約多二百二十倍，而其密率，較少約三倍，二羣以外，尚有五羣，亦各有原點，茲不具論，凡此七羣，人所以能見者，因其繞日之道，與地相遇故也，其繞日而不與地道遇者，何勝計哉，

雷流星○尋常流星，祇見有迸裂者，未聞有迸裂之聲，而有大流星於迸裂之後，聞之如放巨炮連鎗之聲，名雷流星，於一千八百五十九年，美之牛遮西省南鄙，見一大流星，近天頂，儼若閃電，雖日出巳兩點鐘有奇，而相距三百餘里之處，猶見其光，傾刻即聞如千尊巨炮相繼而放，聲息之後，見有濃烟濺發，長有數里，厚約千尺，此等雷流星，載於史者，已有八百有奇，其平速率，每秒約五十五里，速率極大，故皆忽現而忽隱，致之雷流星，與他流星本無異，不過其密率與體積，較大於他流星耳，

第六節　第七節

隕石與隕鐵○雖流星之中，間有迸裂而向地墜者，而地上每不見所墜之實體若何，蓋因尚未墜至地面，其體已化爲氣故也，然亦有落至地面者，其體若半爲石，即名爲隕石，若半爲鐵，即名爲隕鐵，於一千八百六十年，俄海俄省東，見一大隕石，尚在高處，聞如連放巨炮，多尊近地面時，則聞如沉雷之聲，合其碎塊而稱之，重約五百五十斤，又一千八百四十七年，波希米亞之包惱城，忽聞兩聲甚大，如爆葯驟轟，遂見二火柱，下墜於地面，赴於其處，見有坑三尺餘深，坑底有鐵一塊，重四十斤，其熱過六點鐘後，方可以手摩試，今存於奧斯馬加之博物院內，又尋得彼塊重三十斤，自屋頂透墜至地，此二塊內，約百分之九十二爲鐵，百分之五爲鎳，餘爲銅砒，但統計全地所隕之石鐵，知者有限，不知者甚多，蓋隕於江海曠野等處，或白晝深夜，人不及見之時，皆不得知其多寡也，大抵每年內，隕石應有六百塊，而地球因此，每年宜加重十八噸，一千六百斤爲噸　此外尚有無數小如塵沙者，更尋得數塊，觀其形體，與他鐵甚殊，而與隕鐵相似，是雖未見其隕，諒亦前所隕者也，其中有重至數噸者，如墨希哥之杜蘭荷城，尋得一塊，重約三萬五千斤，又一千七百八十四年，於阿根第納尋得者，重約三萬三千五百斤，

隕石之原質○化學家屢分隕石之原質，知與地面之原質無異，惟少而已，蓋隕石所分者，只有二十四五種，然諸原質，非每隕石俱備，有鐵居百分之九十六，或不足百分之一者，亦有鎳居百分之十八，或不足百分之一者，更有多爲磶或鎂或鏴者，其密率亦迥不相同，有不過爲一零百分之七十者，又有爲七零百分之八十者，此各原質，雖與地面原質無異，然其化合之法則不同，一每隕鐵中各含鎳百分之八，或百分之一，並鑛銅錫與銅，此六原質相合而成者，更有鎳鐵硫，三原質相合而成者，地面皆無如此之物，二尋常之鐵，非經煆煉，幾不適用，而隕鐵則無事煆煉，自可製作器用，一千六百二十年，隕鐵於印度之斜林特其君，以之製成寶劍是也，三將隕鐵一塊，磨之極平，加熱至粉黃色，待冷時，即見其面有諸平行線，錯縱相交，而成六十度之角，故有無數三角形，或磨平不加熱，而置於硝强水中，其面亦顯此狀，而尋常之鐵，則無此事，惟有火成石煉出之鐵，按上法試之，亦有現此狀者，[illegible]

第八節

隕石之由來〇隕石隕鐵之由來、固難知之、故其說亦不一、一 有以隕石、係由包地之空氣凝結而成、如雹相似、然果天氣中、有成隕石之原質、則隕石結成之後、何不正向下行、而多斜行乎、二 昔人云、隕石係地面火山噴出者、然火山噴出之物、不過每秒上升六里、且其噴出時、宜爲直升亦宜直落、然隕石多斜行、有一秒中行三十里或五十里者、故此說亦不通、三 有云、隕石係月中火山噴出者、後行至地吸力、較月吸力大之處、卽向地而行、然月中火山今已熄矣、安有噴出之物、且前謂每年隕地之石、有六百塊、依此算之、則月每年宜噴出隕石六億塊、按今時地與月之火山、雖不能噴此隕石、而謂爲古昔所噴出者亦逌、蓋太初時、地與月之火力甚大、則火山噴吐之力亦大也、至隕鐵、或謂由日與恆星所噴出者、如將其鐵設法置吸空罩內、熱之、則鐵卽放輕與炭養諸氣、夫鐵之所以具有此氣、蓋其原屬流質、浮於輕炭養諸氣之間、當其凝時、諸氣爲其所收故也、總之隕石何以結成、何以行動、人皆不得詳知、惟知天空既有無數之流星鐵石、則雖慣爲天空、而實非眞空也、

天文揭要　下卷　第十六章　四十二

天文揭要

第十七章　論恆星

第一節

何爲恆星〇天空除行星彗星流星之外、日月不在此列 尙有無數大小明暗不等之星、而據其相距之度攷之、約百年間、皆不易其方位、故名曰恆星、然以遠鏡細測之、大抵亦微有自行、於每年行一秒者、現已知約有一百五十顆、餘者大抵不過數年行一秒而已、

第二節

恆星之等次及多少〇天文家察恆星之明暗、分爲數等、光最大者爲第一等、其次爲第二等、又次爲第三第四等、又次爲第五第六等、至第六等、星光已甚微、惟淸朗之夜、目始能見、遞而至第十七等、非遠鏡皆不可見矣、所測定之等、數各不同、大抵第一等星約二十、二等約三十四、三等約一百四十一、四等約三百二十七、五等約九百五十九、六等約四千四百二十四、此爲常人目所能見者、約在六千至七千之間、然一時所見、不過天球之半、且第六等星、非天朗氣淸之夜不能見、又近天地平界之小星、亦不能見、故一時能見者、不過二千至三千之間、七等約一萬三千、八等約四萬、九等約十四萬二千、總計自一等至九等、共約二十萬、以李克三尺徑之透光鏡測之、約見一億、遠鏡之力愈大、所見之星愈多、故今所能見者、較往時不啻倍蓰、況繼此而能見者、豈僅十七等已哉、

天文揭要　下卷　第十七章　四十三

第三節

恆星之光不同〇諸等恆星所發之光、固不相同、卽每等中所發之光、亦甚懸殊、如第一等星內之天狼星、較其餘諸星之光、大至五或十倍、較第六等星折中之光、大至三百餘倍、然若取第六等星折中之光爲一、與各等星折中之光相比、則五等爲二、四等爲六、三等爲十二、二等爲二十五、一等爲一百、

第四節

何以定恆星之等次〇諸恆星之等次、實以其明暗而定、而其明暗之故有三、一 因其體之大小不同、二 因其光之濃淡不同、三 因其距地之遠近不同、然取其大概而論、大抵近者爲第一等、其次爲第二等、愈遠者、則所發之光、至地愈少、故至第七等星、距地更遠、其光雖射入目中、亦不及覺、以下諸等尤然、而亦有不盡然者、如天鵝第六十一星、雖約爲北半天球距地最近者、却不列於第一等之內、而列於第五等是也、

第五節

恆星之眞體不得見〇用遠鏡測行星、皆有視徑可量、且遠鏡之力愈加、行星亦愈大、而

測恆星則不然、不惟無視徑可量、且鏡力愈加、星反愈小、以是知吾儕所見恆星之體、非眞體乃視體也、其據有二、一恆星不隨遠鏡之力變大、二恆星被月掩時、其光倏滅、若爲眞體、何不若行星光之以漸而滅也、

第六節

恆星既無視徑如何可見○地面之物所以能見者、以其有視徑可量、或曰因其兩端所發之光線入目、相交成角而然、而恆星雖用極大遠鏡、加目力六千倍測之、仍無可量之視徑、可知其視徑較人所能量之角率、小至六千餘倍、何爲亦能見乎、蓋非以其兩邊所發之光線入目作角、乃以所發之光濃故也、夫光之濃淡、旣與其遠近有乘方反比例、則恆星之最遠者、其光雖射至目、然不及覺、故視而不見、必欲見之、可設法使其光多聚於目、卽遠鏡之理也、欲明遠鏡聚光之力、須以遠鏡之徑、與目瞳之徑相比、又以其同光透光之力、與目力相比、卽得遠鏡之力矣、星屬何等、旣以其光入目之多少而定、而遠鏡又使星光多聚於目、則以遠鏡視第六等星、其光可與第一等相同、卽目所不能見者、以遠鏡視之、亦可與尋常能見者之光相同矣、

第七節

星有時閃爍何故○星之所以閃爍、蓋因諸層空氣、稠稀常更、光經之則被折故也、其說有二、一光之被折、聚散不同、聚而入目則光濃、散而入目則光淡、濃淡相間、故覺閃爍、二光旣被折、則諸光浪所行之路卽不等、或有時而相順、或有時而相逆、順逆無常、光之濃淡亦無常、故亦覺閃爍、而大行星、其面內諸點所發之光、因被折或聚散、或順逆、彼此畧敵、故稍見其閃爍也、大抵星近天地平界、則閃爍愈甚、或於高山、視天地平界十五度以上諸星、則不閃爍、從可知星之閃爍、實因空氣而生也、

第八節

星座○天球之星、分爲諸座、非出於自然之界限、乃古人隨意指示、便於記憶耳、疇昔所分者甚繁、近今歷家漸簡而約之、如天球北半之大而要者、卽仙女、天龍、仙王、天琴、飛馬、大熊、小熊、御夫、仙后、英仙、牧夫、獵犬、北冕、武仙、天鵝等是也、自北緯約三十八度、所見天球南半之大而要者、卽巨蛇、持蛇夫、大犬、小犬、鯨魚、獵戶、波江、南魚、半人馬是也、在黃道帶者有十二宿、卽雄羊、（本名卽叉）金牛、雙子、（本名蟹卽）巨蟹、獅子、室女、天秤、天蠍、人馬、山羊、寶瓶、雙魚是也、黃道帶所分之十二宮、亦同此名、蓋始分之時、宮與宿皆自春分點起、且皆相合、如雄羊宿、與雄羊宮相合、金牛宿、與金牛宮相合、而春分點、每年後退五十零十之二秒、至今退後約三十度、惟宮與之俱退、而宿如故、故今雄羊宮、與雙魚宿相合、而金牛宮、反與雄羊宿相合矣、

第九節

名恆星之諸法○每星座之星、旣係甚多、而欲指明其中之一、則有數法焉、一明明者、以名命之、如天狼、織女是也、然其名又隨地而異、故此法歷家難通、二以希利尼之字母號之、無論何星座之最明者、卽爲此座之阿拉法星、其次爲彼塔星、遞至第二十四星爲俄每嘎星、然字母之數、旣不足用、故復以亞拉伯數目字記之、而任用無窮、究之此法亦不甚宜、因其星之明暗、有變更之時、如天龍之阿拉法星、先爲其座中之首一明者、至今之明、爲其座之第三矣、今乃以天干地支等字名之、爲其不足、又加角亢二字、如天龍之阿拉法以甲名之是也、三不論星座、第自春分點起、按各星之經緯度、定其所在、卽作大星表所用者也、

第十節

變星○循其周時、而易濃淡光之諸恆星、名曰變星、最奇者、卽鯨魚之辰星也、此星最明之時、約有半月、其光與第二等星相似、後則漸暗、逾兩月、目力卽不能見、至最暗時、與第九等星同、再逾六七月、復得見之、由此漸明、歷兩月復如初、由最明再至最明、共歷三百三十有二天、其色白、而近最暗時、則變爲深紅矣、次則英仙之乙星、其最明時、如第二等星相似、約歷六十一點鐘、忽而漸暗、約三點半鐘時、其暗若第四等星、然約歷二十分時、乃漸明、又歷三點半鐘、復如初、自暗至再暗時、爲兩日二十點四十八分五十五秒也○諸恆星中之變星、約有一百八十、其明暗之周時不同、有僅二十點鐘一周者、猶有數十年始一周者、如天鵝之第三十四星、約歷十八年、自第三等星、變作第六等星、尤有歷百年始一周者、此外又有自古迄今漸明者、如御夫之甲星是也、亦有自古迄今漸暗者、如天狼是也、玆二者果爲變星否、尙未深知焉、

第十一節

變星之故○變星之光、所以明暗互更、未能深知、故其說不一、一或謂此等恆星外、別有無本光之體者、繞之而轉、類如月之繞地、暗體每逢行至星地之間、星之光卽漸暗矣、二或謂此等星外、別有大星氣、繞之而轉、有時蔽變星之光、如上說同、三或謂此等星、非係

球形乃係扁圓形其自轉向地之面有寬窄之別而其光遂因之而變其多少焉或謂
此類星皆爲球形而其面有明暗之別則此星自轉自地視之卽成變星若自遠處視太
陽亦或可列於此等星之內因每十一年有奇日之黑斑最多故自遠處視太陽其光畧
小亦有似乎變星焉

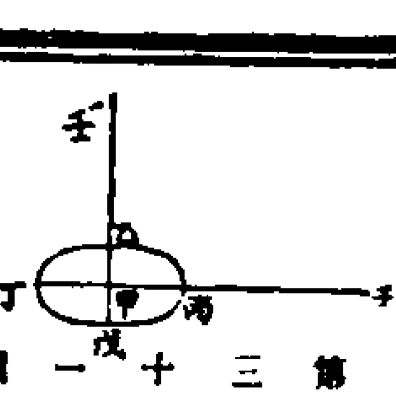
第十二節 客星○忽現而速滅之星謂之客星總亦變星之屬也惟現時甚暫而隱時甚久此古今
所測僅一見而無復再見者故其時未克知也耶穌前一百三十四年有客星晝現後三
百八十九年近牽牛星又有客星忽現光似金星越三旬始隱又後一千五百七十二年
復有客星現於仙后及英仙二星座之間初現時光與天狼相等漸久漸明及明之至雖
午正亦可見之歷一月光漸變小逾十六月而隱侯氏意此星亦爲變星約三百一十二
年一周一千六百零四年於持蛇夫星座間忽現大客星光較木星尤大歷二年始隱近
今一千八百四十八年於此星座內現一客星光與第四等星同約月餘乃變暗今則與
第十二等星同非以精緻遠鏡不能見之

第十三節 恆星距地之遠近○恆星距地甚遠明矣蓋地道全徑雖爲五億里而自地道長徑之二
端視恆星其方位毫不更移由是可知自恆星視地道其全徑不過爲天空之小點耳

第十四節 歲視差○自某恆星作二直線一至日一至地此二線於恆星所交之角卽某星之歲視
差也星距地既遠甚故此角甚小至大者尚不及一秒尤爲難定因歲視差與測望諸差
雜之而諸差猶有無定數者故歲視差尤難測定欲測之其法有二

第十五節 測歲視差第一法○地既繞日而行恆星又定而不動故必有視行差且其視行與地繞
日行之向相逆假如星居黃極每歲必視行一小圈與地道平行若居黃道則地日星同
在一平面內而星每歲必往反視行一小直線外此二處每歲必視行一小橢圜其橢率
之大小視星之黃緯而異蓋愈遠則橢率愈小也星既如此行倘於每歲中可見之諸日
測其經緯度幾何並棄其光行章動自行及歲之諸差然後將其衆餘數相比卽得歲視
差矣然詳測諸恆星雖有數千而可用此法者惟半人馬之甲星而已其歲視差爲百之
九十二秒今測知爲百之七十五秒既知其歲視差若干可按比例求其距地幾何卽正弦百之九
十二秒比一像二億六千八百六十萬里比五十九兆里夫星距地既如此之遠而光每
秒中行五十三萬八千七百五十里則此星之光必歷三年半始可至地倘半人馬之甲
星今已忽滅亦必需三年有半人方可知也

第十六節 測歲視差第二法○如圖甲爲所測之星丁戊丙乙爲此星視行之小橢圜壬與壬′爲無
歲視差之二小星各居橢圜引長之一徑內而三星皆在一目件視界之
內甲星距壬星最近爲丙壬最遠爲丁壬距壬′星最近爲乙壬′最遠爲戊
壬′用分微尺或量日鏡常測甲星距壬壬′二星之遠近卽可定此橢圜之
長短二徑而知其歲視差此法之所以便用者爲其不須顧歲與光行等
差也蓋甲壬壬′三星所受之等差同向且同大故耳若壬壬′二星自有歲



第三十一圖

視差則所測甲星之歲視差較當有之歲視差卽必小故按此法推所得之數不必慮其
太過只可慮其不及其所以必取二最小恆星者誠以恆星之小者大抵距地尤遠無可
量之歲視差也然不盡然蓋有小恆星之歲視差或浮於所測者之歲視差其得數卽爲
負也復按此法測天鵝第六十一星而定其歲視差取其平數爲百之四十五秒故此星

距地爲一百三十兆里而其光須七零四之一年方能至地此星每年自行約五秒大率
較他星每年之自行畧大意其距地必較近也故歷家特取此星而測其歲視差歟

第十七節 他恆星之歲視差○他恆星之歲視差只有一過半秒者餘者皆小如獵夫之甲
星爲百之三十三秒半人馬之乙星爲十之五秒此外猶有六小星其歲視差皆不過百
之二十五秒再餘者尤小故知其距地尤遠距地較近者猶如此之遠而以巨且精之遠
鏡所僅能見者其距地又當何如乎吾儕所見之恆星其光殊小非遂發而立現者必於
多年前已發是光今始至地甚至有數千年前卽發之光若是則一經滅沒必待數千年
之久吾地之人始能知之耳

第十八節 恆星之光較日如何○恆星之光非假於日乃固有者也所發之光間有比日更大者如
天狼星按最倫爾推此星至地之光比日至地之光僅居七十億之一然其距地極遠則
其至地之光比其自具之光有不可同年語者矣若設光代其自具之光光代其至地之

光。遠代其與地之距，如是光等遞乘光。近來測天狼星之歲視差，僅爲百之三十八秒。故其距地，比地距日，遠五十四萬二千倍。代公式中，光等七十億分之五十四萬二千方，亦即等四十二。是知天狼星光，比日光大四十二倍也。復按式，推北極星光爲九十三倍，織女星光爲六十九倍。半人馬甲星光，爲一零十之九倍。持蛇夫第七十星光，爲一倍。天鵝弟六十一星光，爲十八分之一倍。拉藍底表中，第二萬一千二百五十八星光，爲一百十三分之一倍。此星疑爲北半天球距地最近者

第十九節

恆星自行〇前十四節所言諸小差，既皆可測而棄之，則某星每日所居之點，應可預定，而及測時，有不然者，蓋因恆星亦有自行故也。其自行最速者，即大熊中之一小星，每年行七秒。其次又有每年行六零十之九秒者。自行最速者之首八星，雖皆在五九等之間，然統其每等自行之平數計之，仍推第一等星爲最。如第一等星每歲自行之平數，爲四之一秒，而第六等星每歲自行之平數，爲二十五分之一秒是也。故知第一等星，較他等星距地近耳。諸恆星之方位，不因其視行而改，乃因其自行而改。蓋視行一周，仍復原位，而自行，其速率與方向，各自不同故也。雖每年中所差無幾，而代遠年湮，亦判然矣。由前二千年至今，知大角星已移其方位一度，天狼星已移其方位半度。

第二十節

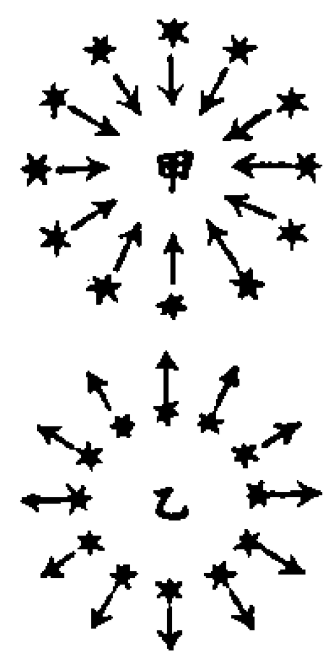
恆星爲何自行〇恆星自行之故，或以日不動，而恆星皆有自行，或以日有自行，因視恆星一若皆有自行。然細測天球諸星，便知二說皆合。蓋日自行，故恆星皆有因日自行所生之小差，而恆星中之差，亦有非日所生者，故知恆星之自行，有因日所生者，其非日所生者，即其眞自行也。

第二十一節

因日自行，遂視恆星爲自行〇蓋日率諸行星，運於天空，而吾人視之，不見其行，反見諸恆星皆有行。

第二十二節

譬如人過樹林，回首視所離之處，林木漸密，向前視之，林木漸稀。如圖甲爲日所離之處，則後之諸曜，皆若向此點而聚。乙爲日所向之處，則前之諸曜，皆若離此點而散。總之恆星固有此行，惟速率不一，距地近者則速，遠者則遲耳。日自行之向〇一千七百八十三年，侯失勒維廉依

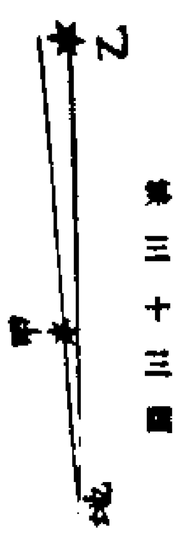


第三十二圖

上理，測諸恆星視行之方向，謂太陽若有自行，而所向之點，近武仙座之午星，則恆星之自行，可解者過半。近今歷家，將此點之經緯度，屢爲詳測，所得之數，與侯氏畧同。斯得弗推得日自行之速率，約每秒中行五英里，較地繞日行之速率，居其四之一。然依艾里所推，每秒中約二十七英里，是日之自行，較地畧速一半也。日自行之方向，雖今者如是，而未必恆如是，因尚未知日之軌道何如式耳。

第十八章　論雙星星團星氣

第一節　何爲雙星〇天空諸星、凡以巨而精之遠鏡視爲二、而以目與小遠鏡仍視爲一者、則爲雙星、當侯失勒維廉之前、僅知有四、侯氏出、測知五百有餘、至今所知者、共有萬餘、此類而分之、則有二、一爲視雙星、卽二星距地之遠近不同、而地與二星幾並一線、由是自地視之、則爲雙星、如圖之甲乙二星、雖相隔遠甚、然自地視之若合爲一、若此者不可多見、



第三十三圖

因自第一至第七等星、共約有一萬九千顆、如將一萬九千顆散布天空、按當不當之比、推其相距不過四秒者、則九千星之間、不過該有一雙星而已、二爲眞雙星、又名連星、卽其二曜相距不遠、而皆環繞一公重心、如半人馬之甲星是也、迄今測知眞爲雙星者、約有一百五十之多、云、此外約有二百五十、疑大半亦爲眞雙星

第二節　雙星分等次〇斯得弗分雙星之等次、云、二星之相距、自未足一秒、至足一秒者、爲第一等、自一秒至二秒爲第二等、自二秒至四秒爲第三等、自四秒至八秒爲第四等、自八秒

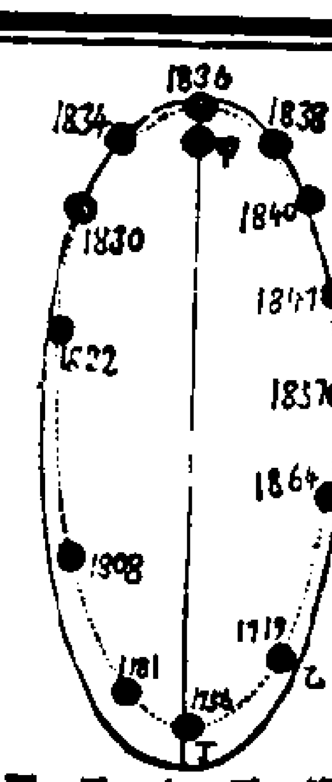
至十二秒、爲第五等、自十二秒至十六秒爲第六等、自十六秒至二十四秒爲第七等、自二十四秒至三十二秒爲第八等、其相距踰三十二秒者、卽不爲雙星矣〇雙星之中、二曜畧平等者、約有三之一、如雙子甲星、其二曜皆屬第三等是也、餘者多非平等、乃一正一副、如天狼星、正者屬第一等、副者屬第九等、其光之差池懸殊、非超等遠鏡不能窺測、蓋以副星之光、爲正星所奪也、

第三節　雙星之色〇雙星二曜之色、不同者居多、正星如何色、副星則易顯其餘色、如天鵝之乙星是也、正爲黃、而副則藍矣、然亦不盡如此、蓋二曜畧等者、則色相同、如雙子甲星、二曜皆白是也、卽不等者、間有色異而不爲餘色者、

第四節　雙星中有連星〇當侯失勒維廉時、人皆以雙星爲視雙星、而伊思雙星之二曜、相距之秒數有限、而其距地之遠近甚殊、則地繞日一周、必視雙星二曜、相距之秒數差池不等、由此可推星之歲視差、法加求法論之第二注詳迨測之日久、始知雙星彼此相距之秒數、果然差池不等、却與地繞日無關、侯失勒測二十年之久、始信此等星、眞爲雙星、而其二曜之轉

法、與行星繞日同式、非二星彼此繞轉、乃皆繞公重心而轉也、雙星循此綫公重心而轉其副星所行之眞軌道但不能盡知所可知者乃視行軌道之長徑而視行之軌道亦不同以其行之斜視正橢之則也如下三圖其虛線爲斜視之道其實線爲正視之道其正視道之長徑較眞軌之長徑所多者即正視線其公重心所行軌道之長徑也

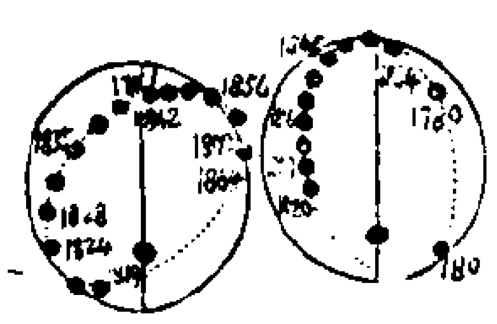
第五節　侯氏所測之星、茲舉其四、爲欲明其軌道之形式與速率、第一圖、卽室女之丙星、一曜所行之道、諸黑點、卽副星於諸年所歷之點、實線乃星之正視道、虛線乃星之斜視道也、兩



第三十四圖

曜相距最遠時約七秒、最近時約半秒、二曜皆循七秒長徑之橢圜、每百八十有五年、繞公重心而轉一周〇第二圖、卽持蛇夫第七十星所行之道、其二曜、一爲第四等星、一爲第七等星、副星循八秒長徑之橢圜、繞正星而轉、周時約九十二年、自初測時、至今轉一周有奇、圖之虛線爲副星斜視道、實線爲正視道〇第三圖、卽大熊之卯星所行軌道、二曜一爲第四等星、一爲第五等星、副星循五秒長徑之橢圜、繞正星而轉、周時爲六十一年、自初測時、至今已轉一周有

半、虛實二線、亦明其斜正之視道〇武仙己星之二曜、一爲第三等星、一爲第六等星、非精遠鏡不能辨其爲雙星否、因副星所行之道、其長徑僅二秒半耳、周時爲三十六年、自初測時至今、約已轉三周、毎繞正星一周、卽有二次不見、一因轉至正曜之後、一因轉至正曜之前、二曜相合、故不見也、



第三十五圖

第六節　雙星軌道之長徑〇若已知雙星之視差、卽可計其距地之遠近、已知其距地之遠近、卽可按比例計其軌道之大小、如未比星與日之距、像正切視半長徑、比星軌道之半長徑也、如半人馬之甲星、其距地之遠近、爲地道半徑之二十三萬三千倍、而視其軌道半長徑、爲十七零十之五秒、則未比二十三萬三千像正切十七零十之五秒、比十九零十之一、故知其軌道之半長徑、等地道半長徑之十九倍也、畧如天王星與日之距、據侯氏謂爲233倍

雙星之質〇求雙星之總質、爲太陽質之何分、其法如下　可設質爲雙星之質、質爲太陽之質、未爲雙星軌道之半徑、未爲地道之半徑、時爲雙星之周時、時爲地繞日之周時、一四

則按比例、質比質、像比像、質等乘質、若論半人馬甲星、則未等二十三零十之三、時等七十七年、如是則質等、$\left(\frac{23^3}{77^2}\right)$乘質約之質等二零百之十四乘質、即半人馬甲星二曜之總質、爲太陽質之二零百之十四也、天鵝第六十一星、據此法推知其二曜之總質、爲太陽質之百之二十三、天狼星之總質、爲太陽質之五零十之八、雙子甲星爲太陽質之千之五十四、仙后庚星爲太陽質之九、（此質未必盡合、因其視差未能準對也、）

第七節　三合星〇天空中非特有二曜之連星、復有三曜之連星、最奇者爲巨蟹己星、此星之三曜、一爲第六等星、餘二者爲第九等星、近正曜之副曜、繞公重心之周時、爲五十八年、所行之橢圜長徑爲二秒、餘一副曜歷六十二年所行之弧如圖、故知其周時須數百年也、

第三十六圖

〇天秤第五十一星、亦爲三曜之連星、一爲第七等星、餘二者爲第五等星、一曜約居中心、近之者周時爲一百零五年、遠之者須歷六七百年、始轉一周、

第八節　四合星及六合星〇當織女星之東北、有一小星目視爲一、以小遠鏡視之爲二、以精遠鏡視之、又各分爲二、竟成雙雙連星、以今之速率推之、其每雙星繞其公重心之周時、約爲數百年、四合星繞其公重心之周時、須數萬年焉〇獵戶之辛星爲六合星、大抵亦連星之類也、然自初見時、至今尙未準知其易位否、故亦未敢必其爲眞連星也、

第九節　星團〇空際有星簇積甚密、欲數之更僕莫及、亦有密布顆粒、無法分晰者、謂之星團、其不須遠鏡卽能見者、如昴宿星團、目力可覩六星、小力遠鏡可覩一百八十餘星、巨蟹星座內、有一星團、朗澈之夜、極目可見、窺以小力遠鏡、則顆粒可分、英仙及仙后二星座之間、有星團二、極爲美觀、小遠鏡不能辨其顆粒、惟大遠鏡始能之、北半球之星團、明而壯觀者、居於武仙之星座、經度十六點鐘三十七分、北緯三十六度四十一分、最清之夜、僅能見之、大遠鏡雖能微分其顆粒、然欲逐一分清、卽至大遠鏡亦不能焉、其外胞光淡、漸近中心則漸明、侯失勒維廉謂此團至少有萬有四千星云、星團之大而且明者、卽南半球之半人馬亢星、目視之爲第四等星、然實爲無數星相合而成者、視其面積、約爲月三

之二焉、四五月間、日落後、於三十七緯度處、卽可見之、但必乘時以觀、因暫出卽沒、此團之星既如此密邇、意必有彼此相吸之力、皆繞其公重心而運轉、有若行星之繞日然、行星繞日、尙有光耀可觀、而彼星團、乃衆日繞一日而轉、其光耀又何如哉、

第十節　星氣〇以遠鏡細窺天空時、或現可見之氣、明如白雲、而不易其位、名曰星氣、其式多爲圜形、亦或橢形、而光皆愈近中心愈明、以小遠鏡窺之、狀若彗星、當星氣表未創之先、常渾迹彗星焉、夫星氣之布於天空、亦非平勻、有處甚稀、至於絕無、其甚稀之處、約居天河之二極、有處甚密、至於接眸、其甚密之處、在室女大獅大熊三星座內、大抵諸星氣皆爲距地最遠之星團、以精遠鏡、猶能窺其星粒焉、亦有雖不能分其星粒者、亦見其面有小明點、此亦不過距地更遠之星團耳、尤有卽以大而精之遠鏡窺之、仍似白雲、若此者不知其果爲星氣耶、抑爲距地尤遠之星團耶、測其光圖、則可分二類、一圖與恆星之圖相同者、雖不能分爲星、仍知其爲恆星聚合而成也、一圖與燃氣之圖相同者、則知其眞爲星氣也、以今所測明之星氣、列於表者、核之數約八千、試將北京所能見之大而奇者、臚列於下、

第十一節　仙女之大星氣〇　夫星氣於澄清之夜、目力可見者惟此、故未諳天文者、見此星氣、卽謂之爲彗焉、式爲長橢圓、光如燭發之在角罩、然以大遠鏡窺之、長約一度半、闊約十五分（斜角凡月大[illegible]）與長徑平行有二黑帶、此實星氣之無可解處、此星氣雖以極精遠鏡、亦不能辨明顆粒、惟近中心處、見面上有明點、小若米粒、而其光圖與恆星之光圖同、與各氣之光圖異、從可知亦爲距地甚遠之星團耳、一千八百八十五年、於氣中見一小星、光與第九等星同、越數日、卽變其光與第七等星同、越二月有半、則滅沒不見矣、歷家謂此小星或爲客星、又或爲暗星、因過星氣、假其光而暫成明星歟、

第十二節　獵戶之大星氣〇　此星氣爲海亘史於一千六百五十九年初尋而得者、以尋常遠鏡窺之、係數片白雲、相連而成、難以明狀、視其面積、較月大二倍有奇、論其形式、談天云、星雲之最明處、若猛獸之頭、張口呀呀、厥鼻如野猪、面上有諸小星散列、與雲不相連、察其光圖、不類恆星、而類星氣、至其式有無變易、亦難確定、因百年前歷家所繪之圖、與近今

所繪之圖雖有不同，然未必爲星氣之故，抑或爲遠鏡之力有不齊耳，七節所言之六合星乎適當此獸口，但與星氣不連耳，

第十三節　巨蟹星氣〇　此星氣距金牛星座之己星不遠，常見爲擕圓形，以羅斯六尺寬之遠鏡窺之，亦爲星團，而自團之中體現數小星，與蟹之腿角相彷，此卽命名之義也，

第十四節　螺卷星氣〇　此等星之大且明者，列於獵犬星座內，近大熊之尾末，以尋常遠鏡視之，爲雙星氣，二氣不等，相距約五分，以大遠鏡視之，正星氣現螺形，光道與副星氣相連，星氣不能全分爲星，然亦有可分處，且光圈亦與恆星同，故意此星氣亦爲星團云，

第十五節　雙球星氣〇　於天河內有小星座名狐狸，其北端有星氣，式如二球，中有光帶相連，長徑約八分，光甚美觀，以遠鏡視之，面上有小星，然與星氣無涉，大抵爲天河之小星耳，且此星氣之光圈，與恆星迥異，互金史云，與育氣光圈略同，意者此星氣不過爲育氣所成，大而且明之一片薄雲耳，

第十六節　圜形星氣〇　此等星氣皆少而小，其中之大而明者，去織女星不遠，經度十八點四十

九分，北緯三十二度五十三分，或爲擕圓形，二徑之比，若四比五，圜間空處，非絕無光，惟微而淡耳，此星氣雖視之甚微，然其距地，若與天鵝第六十一星距地之半等，則其徑約五百八十億里，而距地遠甚，其全徑當必尤大也，

第十七節　行星氣〇　觀此等星氣之面，狀若行星，故名爲行星氣，其光通體平勻，惟邊界稍形模糊，如霧夜之視行星然，此星氣不多見，統天球不過廿餘，以大遠鏡窺之，有帶卷形，暨他星氣之式者，行星氣之最大，傍近大熊乙星，全徑二分四十秒，若距地之遠，亦如天鵝第六十一星相等，則全徑之里數，較海王星軌道約大七倍，此等星氣，亦非爲距地甚遠之星團，蓋星團近中心則明，非若此星氣之光，統面無異，意其形式，或爲空球，或爲平面，若平面，其乘線必向地所居之處矣，

第十八節　雲星〇　恆星與星氣相連，卽爲雲星，氣多圓形，而恆星多裹其中，氣之最大者，全徑不過數分而已，近外界有清晰者，有漸暗而模糊者，其中之星，與他星無異，而所連之氣，至今未能分爲星焉，

第十九節　變星氣〇　星氣之光，有前明而後暗者，亦有前暗而後明者，如金牛星座之一星氣，於始見之時，以精遠鏡卽能見之，迨至十年後，用較前尤精之遠鏡，反不能見之，近此星氣之一小恆星，亦與俱變暗，又有一星氣，近昴宿星座，於一千八百五十九年，用三寸徑之遠鏡，卽能見之，越三年，雖極大遠鏡，亦止僅見而已，此外猶有五六星氣，亦若是，其故尚未攷定，意與變星相同耳，

第二十節　恆星與星氣之光圈〇　用光圈鏡測恆星，共分四類，第一類，卽天空之色白諸星，如天狼織女是也，其光圈有細黑之線甚多，又有深黑帶四，此四帶旣抵輕氣光圈之四明帶，可知此等星外裹輕氣一層矣，第二類，其光圈與太陽之光圈相彷，如御夫之甲星，雙子之乙星是也，四類中所已測者，統爲八分，首二類則有其七，第三類，卽紅黃之諸星，如獵戶之甲星是也，其光圈向紅漸明，內多黑帶，有八九十層之別，且諸黑帶又非一黑線所成，乃數平行密排之細黑線所成也，第四類，卽小紅星，光圈恆爲三明帶，向紫漸明，爲恆星之光圈，旣有如此之別，當其成也，雖與太陽相似，然其原質不能皆同，所測之星氣，其光

圈與恆星圈同者，約三之二，已知其非實星氣，乃距地甚遠之星團也，其三之一，光圈惟數明線外無他事，與輕養等氣之光圈相似，已知其非爲實體，乃一片煙氣而已，

第二十一節　天河〇　明夜無月時，仰觀天空，見有南北白光一帶，交攢簇聚於天，名曰天河，又名銀漢，此帶爲天空球之大圈，與赤道相交，作六十三度之角，核天河之實，乃爲無數小星簇聚而成，因距地遠極，故不能一一顯分，星之疏密不勻，最密處星若撒豆，以遠鏡窺之，閱二度，一點鐘所過之星約五萬，最暗處人目僅見一二小星而已，如天鵝天蝎持蛇夫三星座內，各有其暗處是也，惟因甚暗，人易誤視爲雲也，

第二十二節　星之排列有定序否〇　侯失勒維廉與其子約翰，欲知星之羅列如何，故以遠鏡審視天空各方諸曜，而記其數於表，一觀此表，則知愈近天河，星愈密，愈近天河之二極，星愈稀，其北極係赤經度十二點鐘四十七分，北緯廿七度，卽在后髮星座內，南極係赤經度〇點鐘四十七分，南緯二十七度，卽在鯨魚星座內，天河二極之星，比天河之星僅一比二十九等十之四，思諸恆星旣如此排列，則可知者有六，一　吾人所見之恆星，總爲一大羣，

第二十四節

形若揣球、其長徑即在天河平面、其短徑與之正交、二徑之比、若一與八或十之比。[二] 羣內諸星疎密不同者、乃因大羣為諸小羣所成、各小羣外星畧稀耳。[三] 天河之形、或果係揣圓、或為圓圈所成、未能必定、約言之、似應為圓圈。[四] 太陽及行星、約在大羣之中心、而畧偏南、故天河南半、較北半微明也。[五] 第一所言大羣為一揣球、非言星羣之形、乃指其所占天空之形也、星羣之形、約如暴風揚塵、無形可名。[六] 近羣之二極、星愈少而星氣愈多。○羣內星之最遠者、其光約用一萬年或十萬年方可至地、而羣外或復有他羣、及伶仃散處者、否實有不可臆度者矣、

日與諸行星之來由○按以上諸理、試揣日共行星之勢、為肇造時即如此耶、抑或為既造後、按公理而漸變至此耶、細推前數章、可知日與諸行星、皆一理貫之、其據有八、[一] 行星已知有四百餘顆、皆自西向東繞日而轉、且其軌道、皆畧在一平面內、即日之赤道平面也、[二] 日自轉之向、與諸行星繞日而轉之向相同、[三] 凡所見繞本軸自轉之行星、亦皆自西向東、與繞日之向相同、[四] 凡所見繞本軸自轉之行星、其所具之月、亦皆自西向東轉、[五] 凡大行星、並其月諸軌道之兩心差、皆甚微、小行星軌道兩心差、過四之一者、惟有小行星七、[六] 大抵行星愈近日、其密率愈大、[七] 凡彗星之軌道、大抵兩心差俱甚大、而與黃道之交角、為自圈度至九十度不等、[八] 於今見太陽頗為一大火球、且觀地球之數層、可知地球於太初時亦甚熱、即窺月之山谷、亦知必係火所成者、即以光圈鏡測天王海王二星、知尚畧有熱、以上所云之諸曜、既皆如此、而其餘之行星、亦可例知、諸行星於其初時、既如此之熱、諒彼時其原質為此熱化散、而與日之原質、相合成為一大星氣、且諸行星之軌道、既皆畧在黃道平面內、則是大星氣、亦必在此平面內、諸行星既皆繞日自西向東而轉、則星氣亦必繞本軸自西向東而轉、且星氣之熱、必漸發散、熱散則涼、涼則氣必較先時而稠、稠則縮小、小則自轉之速率必大、速率既大、則星氣近外層之諸點、其離心力漸勝其向中力、故必離大星氣、而成繞本星之一大氣圈、或為一小星氣、此後大星氣仍必漸涼、而又如是分之、若所分出之氣、果為圈形、則其熱亦必發散而漸涼、涼則必縮、而為愈密之小星氣、此各小星氣之速率既不同、則速者必追及遲者而相合、如此

日久即漸成為行星、諸行星既如是而成、即不但繞大星氣之重心而轉、且自繞本軸而轉、由是而論、諸行星於始成之時、並非實體、乃為氣體、且諸行星當熱初散之時、亦必分出小氣圈、或小星氣、與大星氣同、而亦漸縮小為諸行星之月、如大氣圈漸成為大星氣之行星相同、然小氣圈雖皆成為行星之月、尚有成圈繞本星者、如土星之圈是也、若大星氣圈之一圈、不相聚而成一大行星、反分散為衆多小行星、則木星火星間之數百小行星之來由、從可知矣、然則諸行星為大星氣所成、既有明徵、則大星氣之餘者、漸縮而成一大火球、即日是也、距日近之大行星、雖皆繞本軸自西向東而轉、距日遠者、則不必然、但各行星之月、繞其本軸而轉之向、必與本軸自轉之向同、夫諸行星之月、多自西向東轉、惟天王與海王之月、係自東向西轉、今尚不知天王與海王自轉之向如何、若後之歷家、能測其向西而轉、則與此說無不合矣、至彗星於初時、意必不屬大星氣、大抵為日與諸行星行於空中所吸之小星氣、因此其軌道與黃道之交角、大小不定、而其道之兩心差、不必類大星氣所成之諸曜、皆有小兩心差之軌道矣、若日與諸行星、果其原為星氣、則日縮至與地道等大時、其自轉之速率、宜與地今繞日之速率相同、縮至與金星軌道等大時、其自轉之速率、宜與金星今繞日轉之速率相同、餘可類推、至於諸行星所具之月、亦宜同此例、而數學家就日之速率推而廣之、所得之數、亦幾與上同、即按今時、日之速率計日、儻其全徑與金星軌道之全徑等大、則日自轉之速率、必等於今時之金星繞日之速率、如此則日與諸行星原為大星氣、更可信矣、

雜問

第一問〇廣東省城、在北緯23°7′10″、當冬至日、日出何時、

第二問〇寧波府城、在北緯29°55′、一年中太陽之最高度與最低度各若干、

第三問〇當夏至之日、赤道迤北、何緯度、一夜始全爲朦朧影、

第四問〇五月初十日、下值此日設西曆日居北緯17°45′、北京適當北緯39°54′36″、問日甫昇時、其地平經度若干、

第五問〇八月初十日、日居北緯15°26′登州城適當北緯37°50′、問日心於東西過卯酉圈各在何時、

第六問〇正月二十一日、日居南緯20′、上海城在北緯31°10′、問其夜間朦朧影當長幾何、

第七問〇南北兩半球各有一緯度圈、看日心百日不落、問此二圈之緯度幾何、

第八問〇五月初一日、日居北緯15°14′、庫倫城在北緯48°20′、若其中有一塔、值

午時影長五十五尺、問此塔高幾何、

第九問〇五月二十日、日居北緯20°、盛京城在北緯41°50′30″、問人影何時、方可長身一倍、

第十問〇廈門城在北緯24°40′、當春分時、午前九點鐘、日有何高度、

第十一問〇於北緯45°、值夏至日、日出何時、

第十二問〇今有一處、晝最長時、有十六點鐘、此處緯度幾何、

第十三問〇若已知日與某地之緯度幾何、問午後六點鐘、日有何高度、

第十四問〇若已知日與某地之緯度幾何、問日心過卯酉圈時、日有何高度、

第十五問〇設某處午前六點鐘、日高14°、及日過卯酉圈、高23°、問此處緯度幾何、

第十六問〇於北緯65°處、見日沒於西南點、問日居何緯度、

第十七問〇日居北緯20°、有一處見日出於東北點、問此處緯度幾何、

第十八問〇日過午線、在天地平界以上66°、過子線在天地平界以下30′、問日及此處緯度各若干、

第十九問〇一千八百六十四年、正月初一日、天狼星、居黃經101°11′10″、若歲差每年有50″.2、問當基督降生時、其黃經應有何度、

第二十問〇一千八百八十年、二月有聖日五、問須再歷年若干、於二月再有五聖日、

第二十一問〇問地球自轉、較今須快幾許倍、始能俾赤道之物減重一半、

第二十二問〇又問地球須速幾許、甫能俾赤道之物全失其重、

第二十三問〇設某處、其冬至與夏至二日、相差六點鐘十二分、問此處緯度幾何、

第二十四問〇某處值夏至日、午後十點鐘、日始沒、又有一處、值冬至日、午後三點鐘日即沒、此二處緯度各若干、

第二十五問〇金牛甲星、居北緯16°14′、自經卯至經酉時、須歷九點鐘二十分、問視處緯度幾何、

第二十六問〇某處值夏至日、太陽出自東北偏北點、問此處緯度若干、

第二十七問〇日居北緯20°、於北緯38°處、以羅鏡視之、出於東偏北點、問磁針之差幾分、

第二十八問〇在天地平界之蒙氣差、爲34′54″、問盛京城、於夏至日、太陽因此差宜早出幾分時、

第二十九問〇當夏至日、在庫倫城、必須上昇若干尺、方可於子正見太陽、

第三十問〇金牛甲星、居經度67°2′、北緯16°14′、天狼星、居經度99°47′、南緯16°32′、於北緯35°處、有時可見二星同在一豎面內、問此二星之地平經度若干、

第三十一問〇又問人在何緯度、方可見此二星同落、

第三十二問〇太陽居北緯15°、於某處見日高20′、歷一點鐘後、其高31°、問此處緯度若干、

第三十三問〇若量此夜、係三比二、且日過午線之高度、比過子線之負高度、係二比一、

問此處當有何緯度。
第三十四問○太陽之質如增九倍而諸行星與日之距如故問行星之周時如何。
第三十五問○假有某行星之質較地多四倍而其月距本星比太陰距地遠十六倍問其月繞本星之周時幾何。

太陽太陰及行星表解

第一表上半第三行道半長徑諸數乃設地軌道半長徑爲一與各行星軌道之半長徑相比之數也。
第四行距日里數卽各行星距日之若干萬英里也如水星距日三千六百萬英里者是也。
第五行周日天數卽各行星繞日一周所歷之天數也。
第六行周日年數卽各行星繞日一周所歷之年數也。
第七行繞日每秒速率卽各行星繞日每秒時所行之若干里也。
第八行兩心差卽其軌道之兩心距被其長徑約得之數也。
第九行黃道角卽各行星道與黃道之交角也。
第十二行黃經度卽一千八百五十年正月元日各行星之黃經度也。

第一表下半
第三行視徑卽各曜之視徑也太陽與太陰爲其平視徑餘者爲其極大極小之視徑。
第四行實徑其里數卽各曜全徑之英里數也其較數爲設地全徑爲一與他行星全徑相比所得之數也。
第六行質卽各曜之質設地質爲一或日質爲一與之相比所出之數也。
第七行體卽諸曜之體各爲地體之若干倍也。
第八行密率卽各曜之密率爲地球或爲水之密率幾何倍也。
第十行實赤角卽各行星之赤道與其軌道卽其黃道所交之角也諸表中有此?號者皆指明所考之數疑而未準也。
第十二行面吸力卽各曜之面受本曜之吸力爲地面物受地吸力之何分也。
第十三行返光力卽各曜返回之光爲其所受者之何分也。

諸行星之月表解

第三行、軌道與本星半徑之比數、卽各月距本行星、爲本星半徑之若干倍也、

第四行、距本星之里數、卽其各月距本行星之英里數也、

第五行、恆星周時、卽其月繞本行星一周所用之時也、

第六行、太陽周時、卽其月自離太陽至復繞回所用之時也、

第七行、黃道角、卽各月道交黃道之角也、

第八行、兩心差、卽各月軌道之兩心距、被其半長徑所約之數也、

第九行、眞徑、卽各月全徑之英里數也、

第十行、質與本星質之比、卽各月之質、爲其本行星質之何分也、

星座諸星、凡大而明者、泰西皆用希臘字母名之、因於中國學者不便、故是書按其原次、以天干地支等字代之、其不足者以角亢補之、如下

α=甲　β=乙　γ=丙　δ=丁　ϵ=戊　ζ=己　η=庚　ϑ=辛　ι=壬　κ=癸　λ=子　μ=丑

ν=寅　ξ=卯　o=辰　π=巳　ρ=午　σ=未　τ=申　υ=酉　φ=戌　χ=亥　ψ=角　ω=亢

蒙氣差表

視高度		蒙氣差		十分較數
°	′	′	″	″
0	0	34	54.1	194.9
	10	33	49.9	116.9
	20	30	52.3	108.8
	30	29	3.5	100.8
	40	27	22.7	92.9
	50	25	49.6	85.2
1	0	24	24.6	77.9
	10	23	6.7	71.1
	20	21	55.6	64.7
	30	20	50.9	59.0
	40	19	51.9	53.9
	50	18	58.0	48.4
2	0	18	8.6	45.0
	10	17	23.0	42.3
	20	16	40.7	39.8
	30	16	0.9	37.6
	40	15	23.4	35.0
	50	14	47.8	33.2
3	0	14	14.6	30.9
	10	13	43.7	28.7
	20	13	15.0	26.7
	30	12	48.3	24.0
	40	12	23.7	22.0
	50	12	0.7	21.8
4	0	11	38.9	20.6
	10	11	18.3	19.7
	20	10	58.6	19.0
	30	10	39.6	18.4
	40	10	21.2	17.9
	50	10	3.3	16.8
5	0	9	46.5	15.6
	10	9	30.9	14.9
	20	9	16.0	14.1
	30	9	1.9	13.5
	40	8	48.4	12.8
	50	8	35.6	12.3
6	0	8	23.3	11.7
	10	8	11.6	11.3
	20	8	0.3	10.8
	30	7	49.6	10.3
	40	7	39.2	10.0
	50	7	29.2	9.5
7	0	7	19.7	9.2
	10	7	10.6	8.8
	20	7	1.7	8.4
	30	6	53.3	8.2
	40	6	45.1	7.9
	50	6	37.2	7.6
8	0	6	29.6	7.3
	10	6	22.3	7.1
	20	6	15.2	6.8
	30	6	8.4	6.6
	40	6	1.8	6.4
	50	5	55.4	6.1
9	0	5	49.3	
	10	5	43.3	6.0
	20	5	37.6	5.7
	30	5	32.0	5.6
	40	5	26.6	5.5
	50	5	21.3	5.2
10	0	5	16.2	5.1
	10	5	11.2	5.0
	20	5	6.4	4.8
	30	5	1.7	4.7
	40	4	57.2	4.5
	50	4	52.8	4.4
11	0	4	48.5	4.3
	10	4	44.3	4.2
	20	4	40.2	4.1
	30	4	36.3	3.9
	40	4	32.4	3.9
	50	4	28.7	3.7
12	0	4	25.0	3.7
	10	4	21.4	3.6
	20	4	18.0	3.4
	30	4	14.6	3.4
	40	4	11.3	3.3
	50	4	8.0	3.3
13	0	4	4.9	3.1
	10	4	1.8	3.1
	20	3	58.8	3.0
	30	3	55.9	2.9
	40	3	53.0	2.9
	50	3	50.2	2.8
14	0	3	47.4	2.8
	10	3	44.7	2.7
	20	3	42.1	2.6
	30	3	39.5	2.6
	40	3	37.0	2.5
	50	3	34.5	2.5
15	0	3	32.1	2.4
16		3	18.6	13.5
17		3	6.6	12.0
18		2	55.8	10.8
19		2	46.1	9.7
20		2	37.3	8.8
21		2	29.3	8.0
22		2	21.9	7.4
23		2	15.2	6.7
24		2	8.9	6.2
25		2	3.2	5.7
26		1	57.8	5.4
27		1	52.8	5.0
28		1	48.2	4.6
29		1	43.8	4.4
30		1	39.7	4.1
31		1	35.8	3.9
32		1	32.1	3.7

視高度	蒙氣差		一度較數
°	′	″	″
33	1	28.7	3.4
34	1	25.4	3.3
35	1	22.1	3.1
36	1	19.1	3.0
37	1	16.3	2.8
38	1	13.6	2.7
39	1	11.0	2.6
40	1	8.7	2.5
41	1	6.3	2.4
42	1	4.0	2.3
43	1	1.8	2.2
44	0	59.7	2.1
45		57.7	2.0
46		55.7	2.0
47		53.8	1.9
48		51.9	1.9
49		50.2	1.7
50		48.4	1.8
51		46.7	1.7
52		45.1	1.6
53		43.5	1.6
54		41.9	1.6
55		40.4	1.5
56		38.9	1.5
57		37.5	1.4
58		36.1	1.4
59		34.7	1.4
60		33.3	1.4
61		32.0	1.3
62		30.7	1.3
63		29.4	1.3
64		28.2	1.2
65		26.9	1.3
66		25.7	1.2
67		24.5	1.2
68		23.3	1.2
69		22.2	1.1
70		21.0	1.2
71		19.9	1.1
72		18.8	1.1
73		17.7	1.1
74		16.6	1.1
75		15.5	1.1
80		10.2	5.3
85		5.1	5.1
90		0.0	5.1

月地平視差表

緯度	月赤道地平視差 53′	月赤道地平視差 57′	月赤道地平視差 61′
	″	″	″
2	0.0	0.0	0.0
4	0.1	0.1	0.1
6	0.1	0.1	0.1
8	0.2	0.2	0.2
10	0.3	0.3	0.4
12	0.5	0.5	0.5
14	0.6	0.7	0.7
16	0.8	0.9	0.9
18	1.0	1.1	1.2
20	1.2	1.3	1.4
22	1.5	1.6	1.7
24	1.7	1.9	2.0
26	2.0	2.2	2.3
28	2.3	2.5	2.7
30	2.6	2.8	3.0
32	3.0	3.2	3.4
34	3.3	3.6	3.8
36	3.6	3.9	4.2
38	4.0	4.3	4.6
40	4.4	4.7	5.0
42	4.7	5.1	5.4
44	5.1	5.5	5.9
46	5.5	5.9	6.3
48	5.8	6.3	6.7
50	6.2	6.7	7.1
52	6.6	7.1	7.6
54	6.9	7.5	8.0
56	7.3	7.8	8.4
58	7.6	8.2	8.8
60	8.0	8.6	9.2
62	8.3	8.9	9.5
64	8.6	9.2	9.9
66	8.9	9.5	10.2
68	9.1	9.8	10.6
70	9.4	10.1	10.8
72	9.6	10.3	11.1
74	9.8	10.6	11.3
76	10.0	10.8	11.5
78	10.2	10.9	11.7
80	10.3	11.1	11.9
82	10.4	11.2	12.0
84	10.5	11.3	12.1
86	10.6	11.4	12.2
88	10.6	11.4	12.2
90	10.6	11.4	12.2

月中高山

名山	尺數	
[illegible]山	23500	尺
[illegible]山	22000	尺
[illegible]山	20800	尺
[illegible]山	20100	尺
[illegible]山	18800	尺
[illegible]山	18100	尺
[illegible]山	18000	尺
[illegible]山	17700	尺
[illegible]山	17700	尺
[illegible]山	17500	尺
[illegible]山	17300	尺
[illegible]山	16000	尺
[illegible]山	16500	尺
[illegible]山	16400	尺
[illegible]山	16200	尺
[illegible]山	15700	尺

太陽太陰及行星表

名	號	道半長徑	距日里數	周日天數	周日年數	每日繞行道率	差心率	黃道角	升交點黃經度	近日點黃經度	黃經度
水	☿	0.387099	3600萬	87.96926	0.24	23至35里	.20560	7° 00' 8"	46° 33' 9"	75° 7' 14"	327° 15' 20"
金	♀	0.723332	6720	224.70060	0.62	21.9	.00684	3 23 35	75 19 52	129 27 15	245 33 15
地	⊕	1.000000	9290	365.2564	1.00	18.5	.01677	0 00 00	0 00 00	100 21 22	100 46 44
火	♂	1.523691	14150	686.9505	1.88	15.0	.09326	1 51 2	48 23 53	333 17 54	103 25 3
馬寧爾	ⓘ	2.767265	25710	1681.4140	4.60	11.1	.07631	10 37 10	80 46 39	149 37 49	83 40 31
木	♃	5.202800	48330	4332.58	11.86	8.1	.04825	1 18 41	98 56 17	11 54 58	160 1 10
土	♄	9.538861	88600	10759.22	29.46	6.0	.05607	2 29 40	112 20 53	90 6 38	14 52 28
天王	♅	19.18329	178190	30686.82	84.02	4.2	.04634	0 46 20	73 13 54	170 50 7	29 17 51
海王	♆	30.05508	279160	60181.11	164.78	3.4	.00896	1 47 2	130 6 25	45 59 43	334 23 20

名	號	視徑	徑		質		體	密率		自轉周時	黃赤角	扁率	面重力	反光力
			里數	1等地	1等日	1等地	1等地	1等地	1等水					
太陽	⊙	32' 04"	866400	109.4	1.00000	331100	1310000	0.25	1.30	25天7點48分	7° 15'	?	27.65	
太陰	☾	31' 05"	2163	0.273	[illegible]	[illegible]	0.020	0.61	3.40	27 7 43	6° 23'	?	[illegible]	0.17
水	☿	5"至13	3030	0.382	[illegible]	[illegible]	0.056	2.23 ?	12.44 ?	?	?	?	0.85	0.13
金	♀	11"至67"	7700	0.972	[illegible]	0.78	0.920	0.86	4.85	23點21分23秒	?	?	0.83	0.50
地	⊕		7918	1.000	[illegible]	1.00	1.000	1.00	5.58	23 56 4.09	23° 27' 12"	[illegible]	1.00	0.20
火	♂	3.6"至24.6"	4230	0.534	[illegible]	[illegible]	0.159	0.72	4.01	24 37 22.67	24° 50' 00"	[illegible]	0.38	0.26
木	♃	32"至50"	86500	10.920	[illegible]	316.0	1300.	0.24	1.33	9 55	3° 05'	[illegible]	2.65	0.62
土	♄	14"至20"	73000	9.170	[illegible]	94.9	700.	0.13	0.72	10 14 24	26° 49'	[illegible]	1.18	0.52
天王	♅	3.6"至4.1"	31900	4.060	[illegible]	14.7	65.	0.22	1.22	?	?	[illegible]	0.91	0.64
海王	♆	2.7"至2.9"	34800	4.300	[illegible]	17.1	85.	0.20	1.11	?	?	?	0.88	0.46

諸行星之月表

行星	數	距本行星半徑之比數	距本星之英里數	恆星周時	太陽周時	黃距角	差心率	徑數	質與本行星之比數
地	1	60.27035	238840	27天 7點 43分 11.5秒	29天 12點 44分 2.7秒	5° 08' 40"	0.05491	2162	[illegible]
火	1	2.771	5850	7 39 15.1	...	26 17.2'	0	7?	?
	2	6.921	14650	1 6 17 54.0	...	25 47.2	0	5?	?
木	1	5.933	261000	1 18 27 33.5	1天 18點 28分 35.9秒	2 08 3	0	2500	.00001688
	2	9.439	415000	3 13 13 42.1	3 13 17 53.7	1 38 57	0	2100	.00002323
	3	15.057	661000	7 3 42 33.4	7 3 59 35.9	1 59 53	.0013	3550	.00008844
	4	26.486	1167000	16 16 32 11.2	16 18 5 6.9	1 57 00	.0072	2960	.00004248
土	1	3.11	117000	22 37 5.7	...	28 10 10	0	600?	?
	2	3.98	157000	1 8 53 6.9	...	"	0	800?	?
	3	4.93	186000	1 21 18 25.6	...	"	0	1100?	?
	4	6.34	238000	2 17 41 9.3	...	"	0	1200?	?
	5	8.85	332000	4 12 25 11.6	...	"	0	1500?	?
	6	20.48	771000	15 22 41 23.2	...	27° 38' 49"	.0299	3500?	[illegible]
	7	25.07	934000	21 6 39 27.0	...	27 4.8	.1189	500?	?
	8	59.58	2225000	79 7 54 17.1	...	18 31.5	.0296	2000?	?
天王	1	7.59	120000	2 12 29 21.1	...	97 51	0	500?	?
	2	10.40	167000	4 3 27 37.2	...	"	0	400?	?
	3	17.12	273000	8 16 56 29.5	...	"	0	1000?	?
	4	22.90	365000	13 11 7 6.4	...	"	0	800?	?
海王	1	12.92	225000	5 21 2 44.2	...	145° 12'	0	2000?	?

連星表

星名	時周	視中距遠數	差心率	等級
1 小馬丁星	10至12年	0".30	?	4.6 5.1
2 后髮第四十二星	25.71	0.657	0.480	6 6
3 武仙己星	34.411	1.294	0.463	3 5.5
4 北冕庚星	41.578	0.897	0.263	6 6.5
5 天狼星	44.0	8.43	0.591	1 9
6 武仙丑星	54.26	1.40	0.302	9.5 10.5
7 巨蟹宮己星	60.327	0.853	0.301	5.5 6.2
8 大熊卯星	60.80	2.58	0.416	4 5
9 半人馬甲星	77.42	17.50	0.526	1 4
10 持蛇夫第七十星	94.44	4.79	0.467	4.5 6
11 北冕丙星	95.50	0.70	0.350	4 7
12 大獅宮[illegible]星	110.82	0.80	0.536	6 7
13 牧夫卯星	127.35	4.86	0.706	4.5 6.5
14 寶瓶宮第四星	129.84	0.717	0.461	6 7
15 室女宮丙星	185.01	3.97	0.896	3 3.2
16 仙后庚星	195.24	8.639	0.624	4 7.3
17 仙女第三十六星	349.10	1.54	0.634	6 7
18 大獅宮丙星	407.04	1.98	0.733	2 3.5
19 北冕未星	845.86	5.83	0.752	5.5 6.5
20 雙子宮甲星	996.85	7.536	0.344	2.5 3

此表之用法即按第五章十一節至十二節內任何法先求得視午正即時將表針合適第十二點復於時差表尋其時差幾分若遇加幾分則將表針撥前幾分若遇減幾分則將表針撥後幾分即可得其平午正之時時差表載左邊頁

一千八百九十七年所推者（此表雖為一千八百九十七年之表然每年可作多年之用其時差之數甚少故也）

時差表

正月

時差

初一日加四分
初二日加四分半
初三日加五分
初四日加五分半
初五日加六分
初六日加六分
初七日加六分半
初八日加七分
初九日加七分半
初十日加八分
十一日加八分半
十二日加八分半
十三日加九分
十四日加九分半
十五日加十分
十六日加十分
十七日加十分半
十八日加十一分
十九日加十一分
二十日加十一分半
二十一加十一分半
二十二加十二分
二十三加十二分
二十四加十二分半
二十五加十二分半
二十六加十三分
二十七加十三分
二十八加十三分
二十九加十三分半
三十日加十三分半
三十一加十三分半

二月

時差

初一日加十四分
初二日加十四分
初三日加十四分
初四日加十四分
初五日加十四分
初六日加十四分半
初七日加十四分半
初八日加十四分半
初九日加十四分半
初十日加十四分半
十一日加十四分半
十二日加十四分半
十三日加十四分半
十四日加十四分半
十五日加十四分
十六日加十四分
十七日加十四分
十八日加十四分
十九日加十四分
二十日加十四分
二十一加十三分半
二十二加十三分半
二十三加十三分半
二十四加十三分半
二十五加十三分
二十六加十三分
二十七加十三分
二十八加十二分半

三月

時差

初一日加十二分半
初二日加十二分
初三日加十二分
初四日加十二分
初五日加十一分半
初六日加十一分半
初七日加十一分
初八日加十一分
初九日加十分半
初十日加十分半
十一日加十分
十二日加十分
十三日加九分半
十四日加九分
十五日加九分
十六日加八分半
十七日加八分半
十八日加八分
十九日加八分

時差表

二十日加七分半
二十一加七分
二十二加七分
二十三加六分半
二十四加六分
二十五加六分
二十六加五分半
二十七加五分半
二十八加五分
二十九加四分半
三十日加四分半
三十一加四分

時差

四月

初一日加四分
初二日加三分半
初三日加三分
初四日加三分
初五日加二分半
初六日加二分半
初七日加二分
初八日加二分
初九日加一分半
初十日加一分
十一日加一分
十二日加半分
十三日加半分
十四日 ○
十五日 ○
十六日減半分
十七日減半分
十八日減一分
十九日減一分
二十日減一分
二十一減一分半
二十二減一分半
二十三減二分
二十四減二分
二十五減二分
二十六減二分半
二十七減二分半
二十八減二分半
二十九減三分
三十日減三分

時差

五月

初一日減三分
初二日減三分
初三日減三分半
初四日減三分半
初五日減三分半
初六日減三分半
初七日減三分半
初八日減三分半
初九日減三分半
初十日減四分
十一日減四分
十二日減四分
十三日減四分
十四日減四分
十五日減四分
十六日減四分
十七日減四分
十八日減四分
十九日減三分半
二十日減三分半
二十一減三分半
二十二減三分半
二十三減三分半
二十四減三分半
二十五減三分半
二十六減三分
二十七減三分
二十八減三分
二十九減三分
三十日減二分半
三十一減二分半

時差

六月

初一日減二分半
初二日減二分
初三日減二分
初四日減二分
初五日減一分半
初六日減一分半
初七日減一分半
初八日減一分
初九日減一分
初十日減一分
十一日減半分
十二日減半分
十三日 ○
十四日 ○
十五日加半分
十六日加半分
十七日加一分
十八日加一分
十九日加一分
二十日加一分半
二十一加一分半
二十二加二分
二十三加二分
二十四加二分
二十五加二分半
二十六加二分半
二十七加三分
二十八加三分
二十九加三分
三十日加三分半

時差

七月

初一日加三分半
初二日加四分
初三日加四分
初四日加四分
初五日加四分半
初六日加四分半
初七日加四分半
初八日加五分
初九日加五分
初十日加五分
十一日加五分半
十二日加五分半
十三日加五分半

時差表

十四日加五分半
十五日加五分半
十六日加六分
十七日加六分
十八日加六分
十九日加六分
二十日加六分
二十一加六分
二十二加六分
二十三加六分
二十四加六分
二十五加六分
二十六加六分
二十七加六分
二十八加六分
二十九加六分
三十日加六分
三十一加六分

時差

八月

初一日加六分
初二日加六分
初三日加六分
初四日加六分
初五日加六分
初六日加五分半
初七日加五分半
初八日加五分半
初九日加五分
初十日加五分
十一日加五分
十二日加五分
十三日加四分半
十四日加四分半
十五日加四分
十六日加四分
十七日加四分
十八日加三分半
十九日加三分半
二十日加三分
二十一加三分
二十二加二分半
二十三加二分半
二十四加二分
二十五加二分
二十六加一分半
二十七加一分半
二十八加一分
二十九加一分
三十日加半分
三十一 ○

時差

九月

初一日減○
初二日減半分
初三日減一分
初四日減一分
初五日減一分半
初六日減二分
初七日減二分
初八日減二分半
初九日減三分
初十日減三分
十一日減三分半
十二日減四分
十三日減四分
十四日減四分半
十五日減五分
十六日減五分半
十七日減五分半
十八日減六分
十九日減六分半
二十日減七分
二十一減七分
二十二減七分半
二十三減八分
二十四減八分
二十五減八分半
二十六減九分
二十七減九分
二十八減九分半
二十九減十分
三十日減十分

時差

十月

初一日減十分半
初二日減十一分
初三日減十一分
初四日減十一分半
初五日減十一分半
初六日減十二分
初七日減十二分
初八日減十二分半
初九日減十三分
初十日減十三分
十一日減十三分半
十二日減十三分半
十三日減十四分
十四日減十四分
十五日減十四分
十六日減十四分半
十七日減十四分半
十八日減十五分
十九日減十五分
二十日減十五分
二十一減十五分半
二十二減十五分半
二十三減十五分半
二十四減十五分半
二十五減十六分
二十六減十六分
二十七減十六分
二十八減十六分
二十九減十六分
三十日減十六分
三十一減十六分

時差

十一月

初一日減十六分半
初二日減十六分半
初三日減十六分半
初四日減十六分半
初五日減十六分半
初六日減十六分

時差表

初五日減十六分半
初六日減十六分
初七日減十六分
初八日減十六分
初九日減十六分
初十日減十六分
十一日減十六分
十二日減十五分半
十三日減十五分半
十四日減十五分半
十五日減十五分
十六日減十五分
十七日減十五分
十八日減十四分半
十九日減十四分半
二十日減十四分
二十一減十四分
二十二減十三分半
二十三減十三分半
二十四減十三分
二十五減十二分半
二十六減十二分半
二十七減十二分
二十八減十一分半
二十九減十一分半
三十日減十一分

時差

十二月

初一日減十分半
初二日減十分
初三日減十分
初四日減九分半
初五日減九分
初六日減八分半
初七日減八分
初八日減七分半
初九日減七分
初十日減六分半
十一日減六分半
十二日減六分
十三日減五分半
十四日減五分
十五日減四分半
十六日減四分
十七日減三分半
十八日減三分
十九日減二分半
二十日減二分
二十一減一分半
二十二減一分
二十三減半分
二十四 無差
二十五加半分
二十六加一分
二十七加一分半
二十八加二分
二十九加二分半
三十日加三分
三十一加三分半

冶金録

〔美〕阿發滿撰
〔英〕傅蘭雅譯
趙元益述

據華東師範大學圖書館藏清末江南製造總局刻本影印原書版框高一八九毫米寬二七四毫米

冶金錄

儀徵諸炳星書

江南製造總局鋟板

冶金錄卷上

美國阿發滿譔　英國傅蘭雅口譯　新陽趙元益筆述

此卷論範模造法

冶人之事創於古昔後人精益求精法既備而器亦愈多世間利用之器陳設之器工細之器大半皆由金類鎔鑄而成造範模者實為工藝中巧妙之事而甚有益於民生日用者也西國有極大之器具重三十餘噸者又有古功臣之遺像及今名人之像以及最細最巧之銅鐵等器如鐘表中機件之類皆能顯出造範模者之心思與手法也

範模之事其要有二一為作模二為作樣模者所以受已鎔之金類而使成其形體者也樣者所以成模者也凡鎔鑄金類無論何種所作之範模理法均屬相同即如鑄鐵或紅銅黃銅錫鉛等金類所作之模其中所用之材料并鎔鑄之法不同之處甚少凡作範模所用之材料最要者為各種砂子生泥熟泥石膏黑料并各種金類詳論如左

砂　範模所須之材料最適於用者砂也較別種材料用之甚廣因砂質各粒間有極細之孔可以通水與氣而其形不致改變又遇已化鎔之金類雖極熱而能不為其所

鎔亦不爲其所爇此砂之所以適於用也　砂之類作模最宜者有數種以化學之法化分之得其原質彼此相同惟顆粒之形與色或有不同耳每重一百分中有砂九十三分至九十六分泥三分至六分又鐵鏽少許　凡砂內含鈣養或鎂養者乃養氣與金類化合之料不合於作模之用若鑄銅鐵之器尤不可用也蓋砂內含鈣養鎂養等其質嫩密其形易改且不適空氣有化鎔之金類傾入其中則沸而噴出所以不合於用也總之用各種金類鑄成各種之器所用之砂又各不同有如鑄成此種物件所用之砂須鬆而有粘力者又鑄成他種物件所用之砂須極

細而有大粘力者作極細之範模所用之砂其中不可有粗大之顆粒若有之則所鑄之形不能清楚所以作各種範模以各種合用之砂爲定例

作範模所最合用之砂常在大河之邊得之高山之巔亦偶有之若從山內之河所得之砂其粒太粗其性甚軟爲不合用出最好砂子之處常在最古之火成石（即鎔結石）之相近處因此種石之山有水從其中流出而經過其傍之熱變石或泥石等其水即洗其石成沙而積於下流之河邊也如砂內所含之鐵不過多即爲作範模之最好者　凡出碟之地常有好砂因其河邊之平地大半爲此砂積成

但用此種砂作模而鑄重大之器苟遇金類化鎔之大熱有時亦能自鎔必加以枯碟粉或硬碟粉調勻之則可用矣　第三層土石現出之處（詳地學中）或在海邊必出好砂惟灰石與火山之處好砂最爲難得　凡砂內所含之鐵或石灰或雲母石無粘合之性又能收水太多此種之砂用以作模鑄成之物其面必粗矣　試生砂可用之法必擇其暗黃色者以手搏之易於成形則爲可用若以手搏之而其質竟能不粘於掌中且有手紋印於其上則爲極細之砂矣如其色或爲白色或爲灰色其性必甚硬或甚軟爲不可用

作生砂範模尋常用有孔之鬆砂其與砂調

和之泥不可似乾模之多否則此種模不能鑄極細之件也　作乾模所用之砂必用最細而最結實者若鑄重大之器亦可用粗而有粘力之砂

作模心砂　此種之砂極不易得必擇其質粗而鬆而又有大粘力者常於火成石之山邊取之或於其頂上取之此等石初爛之時其中所含之泥可使之粘合而砂上從未生過花草所以無動物植物之形迹此爲石爛時所成之砂最合於用如不能得則取水中大石碎下之砂或取於大河之邊或取於海邊或以別種之粗砂與細而結實之砂和合之間有以泥調和者而所用之泥必不可多又

有取鎔鐵爐中所出之渣滓磨碎而添泥或酵或豆粉或馬糞調勻用之然用豆粉與馬糞切不可多因此物熱時能發多氣而氣可使傾入之金類噴出也　凡作模心之砂祗能用一次已用一次則爲舊砂不可用矣燒過之砂與煤粉調和之砂亦不可用

生泥　砂中之用泥使砂之性有粘力也無論何種之砂皆可用之常用者爲白色含鋁之泥或含鋁之土或最細之泥用法將此種泥置於水中化之將此水傾入砂中調和之或將此種泥曬乾磨粉用細絹篩篩之與砂調和最好之法將砂子與泥水調和溼而磨之　凡用泥砂之

和數依砂之性并泥之粘力及模心之大小粗細而定大約作模心之砂用砂九分泥一分若大而繁形之模心所用之砂較之小模心所用之砂應更堅固

熟泥　熟泥即生泥所作尋常爲做磚之泥其含鐵或含鈣養或鎂養或磷類者不可用也因有此種質能令泥軟而容傾入化鎔之金類與之相遇易爲其所鎔而金類亦即時噴出也　如鑄重大之鐵器熱度過大尤易化鎔所以作模之人無上好熟泥祗可照前法用砂與生泥調和之　凡熟泥作模必以木屑或毛或切細之草磨成細粉調和之如此則有粘力而又能通氣也

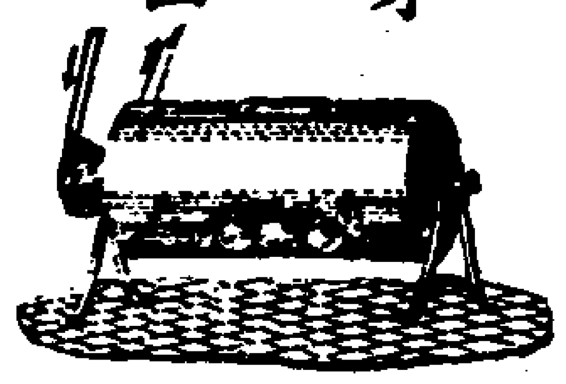
黑料　煤粉硬煤粉筆鉛皆爲黑料與砂或泥調和塗於模面其色甚黑　常有數種砂遇已鎔之金類受其大熱而壞者若砂質甚粗已鎔之金類遇之能入砂粒間空隙之處鑄成之物其面必粗而不平加黑料一層於模之外面則遇已鎔之金類受其大熱不致燒鎔所成之器外面必平滑此黑料之所以有益也　最好之黑料爲筆鉛但用之太多則塡塞砂中之孔不能通氣所鑄之物必不佳其次則爲硬煤粉但用之太多則砂不堅固磨之太細則易塞砂中之孔而氣又不通　煙煤粉用之能令砂軟不過取其鬆而使氣易散耳且用之有數弊所成之物雖面

甚平滑而物之邊角花紋不能顯出一也用此粉於鑄鐵之模中能改變鐵之性情紋粗而質軟二也令鐵色變爲灰色三也如所鑄之鐵爲二號猪鐵尚爲合宜　大器之模或火爐板之模用枯煤粉與砂調和爲最好因枯煤粉能令砂鬆而不減其堅固也但用此粉作模之外層則所鑄之物面不能平滑耳　硬木燒炭磨成細粉亦可用之如用此粉一分砂九分調和之鋪於模面鑄小件甚佳若所鑄之物爲極細之件其內不可有煤粉或炭粉必用細而結實之砂否則所成之物其面不能清楚最小之模用黑料之法或以燭火所發之煙或以油松木之煙

礬石粉　礬石粉亦爲有用之物砂面用之能令砂不燒壞如所鑄之件甚薄或火爐之板或空心之器用之最宜成器之面甚平滑而邊角花紋甚是清楚然此種材料不可多用因令砂質之軟與煤粉用多之弊相同不過煤粉能從砂中燒出礬石粉內含鎂養竟不能燒如此分別耳要之用礬石粉與煤粉取其易於通氣若久用之砂必易軟也

磨筒　黑料磨爲細粉易於飛散必特設一種磨筒常用之磨筒以鐵爲之將黑料置於其中使其轉動筒中置生鐵球數箇能加多愈妙筒轉動時球在內大轉則黑料易

第一圖



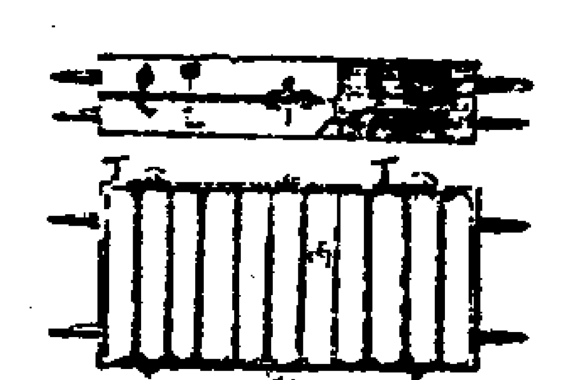
於成粉筒之形如第一圖徑二尺至三尺長一尺至五尺一分時動二十轉至三十轉重二十五磅至五十磅動之之法用皮帶與滑輪或用齒輪亦可　西國大城之內鎔鑄之廠甚多有人專以黑料磨成細粉發售爲業者鄉間僻地黑料隨作隨用不發售於人

用諸物成模法

作模之人所用之物多而價昂或用生砂作模或用乾砂作模模成於箱內所用之箱或以木或以鐵爲之　作泥模用鐵板與心軸熟鐵桿熟鐵箍鐵絲等物

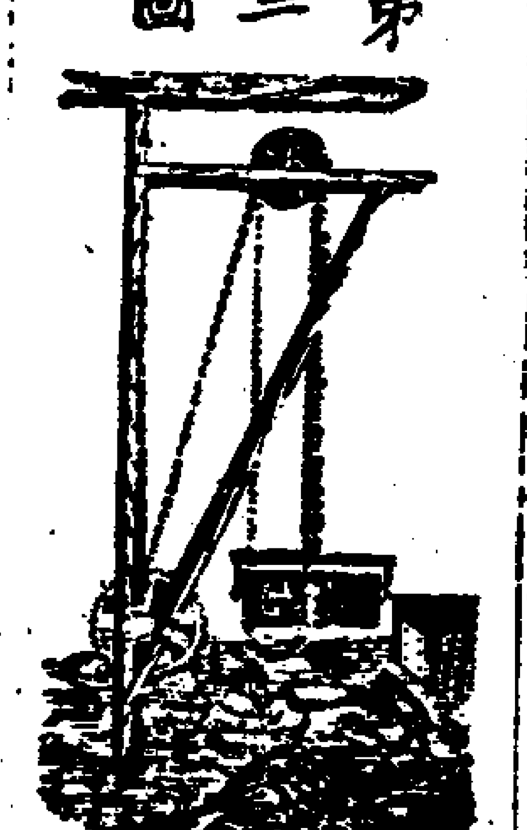
箱　作模而用箱者所以包已成之模於中不使散開也箱分上下兩爿如第二圖甲爲上箱乙爲下箱丙爲箱面箱內有隔板上箱之板常寬於下箱之板無論木箱與鐵

第二圖



箱隔板總以木者爲佳且活動而可任意置之與所鑄之物相近丁丁丁爲三箇鐵釘一端尖而細一端圓而粗令箱之兩爿可使漸相切合如模有高突者釘之長與箱之高略等箱邊之兩鉤有相配之眼箱之上下兩爿可鉤之使相連此鉤須結實而不過重若鉤之眼通過木而轉脚使固如爲鐵箱則做成

第三圖



之時眼已在箱上矣箱必有四柄可令其移動極大之箱與極小之箱祇用兩柄任於箱之兩短邊最要之事柄必牢固砂裝滿於箱中以柄起箱可無斷裂之險箱柄必對準重心用起重器掛之可以轉動如第三圖爲起重車起箱之法所以試箱之堅固與否若不能任砂與鐵之重則箱易彎而模裂砂落爲不可用矣　凡大箱應以鐵爲之模圓而箱亦圓箱之形常合於模之形也然尋常諸箱皆欲其形合於所鑄之物則每換一新件須換一箱豈不費

事所以常用之箱皆作方形任作何件之模皆可便用也箱之四角常多空處填滿砂則箱太重所以上下兩箱之四角或用木塊鋪滿或用鐵夾板分開令空然有時不必移動下箱則四角填砂亦屬無妨若下箱必定移動或必須反轉則方箱之四角可任用上兩法爲之　方箱而容圓件必有過重之弊設有便用起重車則多起數磅亦不妨無論箱用何種箱面與模面之相距極近須二寸用木箱者相距之尺寸更大也設箱與模太近則砂薄而模易漏也

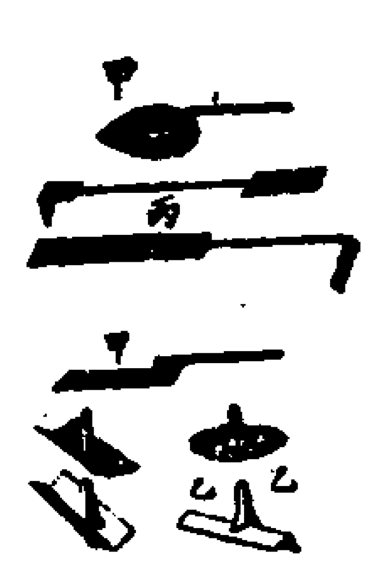
容模之箱內面切不可平滑砂在箱內不致分散者一因砂有粘力一因箱之內面粗毛也然大箱之內面雖粗毛而砂之粘力不敷尙易分散可於箱之內面周圍通過數長釘有阻砂之力不使分散　生鐵箱鑄成時釘已預備在內因鑄箱時在砂模之面鑿成多孔如此則箱之內面可以托住　用釘之法砂仍不能緊密尙爲不便設砂之各處鬆緊不勻則太鬆之處不能當鎔料之大壓力而砂必分散所鑄之件不能合式所以又設一法能使砂之粘力甚大其法於箱之內面密置夾板先拭泥水於箱與夾板之內能使箱內之砂有粘力

容模之箱應以生鐵者爲佳如用木者雖稍便宜然久之

則須更換新箱其費亦大且木者易被鎔料燒壞致漏所鑄之件不能合式又上下之釘不能配而易彎凡空心器與各種花紋之器必用鐵箱否則不能成因鐵箱雖重而能有穩當之益也

小器具　作模所用之小器具其形各處不同此言其常用者如第四圖甲甲爲研鏟大小不同其最小者長一寸半寬半寸用此鏟能研平砂面撤去餘砂又能研平黑料補好模面受傷之處鏟與柄皆以金類爲之乙乙爲研器

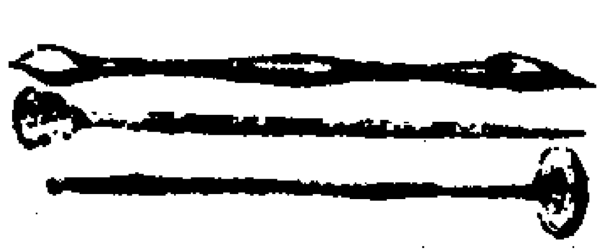
第四圖



其面或如圓柱形或如球形丙爲陰面鏟若模中有陰面不能用平面鏟者此鏟可及之以上各器常以黃銅爲之不致生鏽器之面必須光滑而形亦須極準也

杵之形象各不同如第五圖用木與生鐵爲之木杵上車牀令圓壓砂於箱內與箱之四角皆用之鐵杵頭徑二寸至四寸長二尺至四尺其末甚尖能刺入砂中

第五圖



以上各器之外另有數種器具如鐵鏟可運砂于箱內使

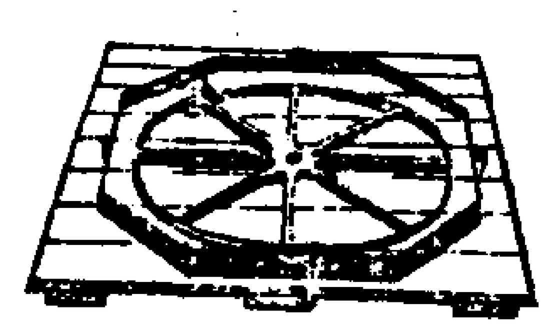
之調勻大小粗細之篩可以篩砂小風箱可噴出乾鬆之砂於模上又能吹去所餘之黑料鐵鍋爲盛分砂之用噴壺爲噴水之用細蔴布袋爲裝黑料煤粉筆鉛豆粉之用大刷帚爲刷物與上油之用鐵針紅銅針徑八分寸之一至四分寸之一長六寸至二尺或多尺自頭至末皆尖殺

分砂　上下兩箱分開處所用之砂爲之分砂或用河砂或用海砂或用火爐所出之渣滓磨細之或用鑄成之器所刮下之砂所用之豆粉亦可用別種穀粉代之然用豆粉爲最宜又有瑣屑之器如方圓楕圓長方等形之釘刺砂路使鎔料通氣又有大小螺絲鐵錐木鎚鐵桿火鉗拔釘之鉗等物皆須預備

生砂模

模有三種一爲生砂模一爲乾砂模一爲泥模生砂模鑄輕鐵器者常用之如輪機內無甚要緊之小件火爐之板爐柵嚗彈輪轂引水之鐵管引煤氣之管等　用生砂之法作小件之模或鐵輪之模法用極平之板置於兩箇櫈上或置於裝滿之箱上將木樣置於板上平面在下如木樣分兩爿則將一半置於板上而上下接住之處如第六圖爲平視形板用松木大者厚二寸小者厚一寸木樣置于板上之後使之平穩與板不切合之處鋪砂于板將箱

第六圖



之下半爿倒覆于木樣之上有人於倒置之前鋪一寸厚之細砂于木樣之上而後倒覆之則箱與樣不甚震動而成模甚準此一寸厚之砂用細篩篩上必爲新砂第一層厚八分寸之一至四分寸之一再加數層至有模面上之細砂共厚一寸或一寸有餘　凡砂有粗粒不可與木樣相切設木樣爲甚繁之式切面之砂必用手壓緊模面已成之後用粗篩篩粗砂于箱內令與箱面平用木鎚將砂搗緊每搗緊一次再加砂而搗之如此箱內裝滿之砂各處鬆密甚勻其餘砂以木片刮去若

箱內有隔板則箱內之砂各處鬆密極難平勻所以平常之模下半箱不用隔板則箱與底板反轉之後前之爲底者今變而爲面矣木樣大而箱重者則必以箱之上下兩板用法緊連於箱之邊則箱反轉時板不移動箱內有隔板而箱無底者反轉之後必置於極平之地面上箱內無橫隔板者反轉之後必置於木板上底木板連於木樣者如輕而有花紋之桿輕而有花紋之火爐等器則反轉之後用木鎚或鐵鎚打木板之背使砂與木樣相離不傷模之面　箱內有長釘與下半箱相連而直通至箱底則收拾箱內之模有此長釘楔緊木樣在砂內不致移動也平

常用釘不過在上半箱內有時木樣不置於極平木板上而將上半箱倒置裝砂搗緊而刮平之將木樣置於砂面嵌入於砂中再將下半箱覆於其上其餘各事如前然用此法作模極遲且木樣常壓虛而失其眞形所鑄之件不能合式也撤去底板之後分砂之上半面用刀壓平餘砂撤去木樣與砂與箱之面皆極平此面名曰分面分面之上用手布分砂一層愈薄愈佳令上下兩井砂模不相粘合為度布此分砂之後木樣之面亦必有之所以必用小風箱吹去木樣面之砂若不吹去所鑄之件面不平滑模之下半已成必將木樣之餘件置於上面上半箱覆於下

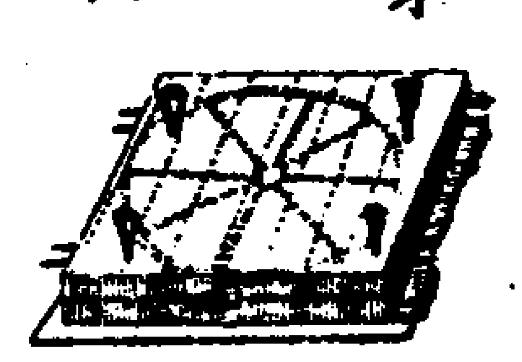
半箱之上鈎入於眼極為緊切先布一層細砂於模面再用粗砂木鎚打緊如下半箱之法遇木樣平面而式簡者上半箱內之隔板易於配成與木樣相距半寸為度如木樣之面不平而又凸入上半箱內則隔板與之相切處必鋸去而讓之所以前言隔板以木者為佳也　凡箱之小於二尺者可不用隔板矣

進鎔料路　上半箱面鋪平之後未去木樣之前預作鎔料之進路作路之法用木釘數箇略如喇叭之形通入上箱之內排列此各釘最難合法若木樣甚薄而鎔料為鐵則作模之人必須留意鑄成器之好壞在此路之合法與否若木樣為厚重之形其厚或有半寸餘而面積不大則一路已足用矣反之則必再加多路平常作路在木樣之旁倘作此路而箱之大尚嫌不足則不用此法亦可鑄極薄之板其路徑至板者則路必極長而窄凡鑄圜器具如輪與滑車等物其路必在外凡作模無論各路在內在外必另備一氣路徑通至木樣如所鑄之物最輕最薄而有花紋者則定各路之方位為最難必熟悉此事之人方能一見即定其方位也作路之公法令已鎔之金類行最近之路而滿於模中則金類雖行過模中窄路之後而稍變冷與寬處仍易相連如一路不敷則用兩路或多路皆依

模之形而定其數已鎔之金類行過各路必在同時如此模可速滿而各路所進之鎔料易於連合也

鑄鐵輪之模已成之後其外形如第七圖木樣與路皆顯見其方位上半箱裝滿砂而刮平之後則拔去其鈎用一人或兩人將上半箱取起或用起重車起之更好上半箱起時靠住一邊立直將作路之木釘取出路之內面必堅而平滑鎔料易進而砂不致帶入也

第七圖



上半箱已成後即預備取出下半箱之木樣未取之前用一小刷帶水中浸溼在木樣邊之砂面運之則水有少許

至砂中然後用手指壓砂之邊而知砂漬水與否如覺太鬆則取出木樣之時或傾入鎔料之時砂必移動則必添砂壓緊用刀刮平至各處妥貼之後以刀研平全砂之面始可取出木樣然其事甚難因常有砂粘在木樣之面而帶出也再簡之法用起重螺絲旋入木樣之面用木鎚輕敲木樣之上面待起至數分或敲木樣之邊或敲其角或敲起重之螺絲或特意預備數釘而敲之皆臨時之手法也

起重螺絲末尖而綫粗為起木樣而設若用金類為樣則此樣預作螺絲孔與起重之螺絲相配凡花紋多之樣及最繁形之樣起時難免不傷砂模補之之法將刷帚灑水于傷痕依傷痕之大小以定其所加砂之多少模內所有凸起之處亦須稍加以水將已取出之樣用乾刷拭淨輕置於前模內再用螺絲起之此為第二次手法若非繁形之樣不必如此也

上黑料法　模面上黑料之法用細蔴布袋內盛黑料或木炭粉手持此袋向模上搖動之則模面得極薄而平之黑料一層設模之面為新砂則黑料可粘於砂面即將木樣拭乾置於模中則模之內面極平滑再將此木樣外之砂用刀壓平一次若模面非新砂則黑料不粘此法為不

便所以必加穀粉或豆粉一層然後上一層黑料將此木樣放入用黑料與豆粉不過太多如太多鑄成之件面不清楚若模面為新砂而黑料為極薄一層鑄成之件可以平滑好手作模即不用豆粉黑料亦可將木樣置於模中分面內必劃出鎔料之進路前作路時所用木釘之形已在下半箱砂內此各路與木樣相遇處必有槽深或四分寸之一內窄而外寬件已鑄成易將此餘件斷去設一槽不足則一路可分兩槽而略寬之則已鎔之金類更易進也又可拭水使溼則已鎔金類更難衝壞以上工夫已成之後取出木樣將上半箱輕置於上連固有鈎可用金類傾鑄成形矣

若木樣凸入上半箱內或木樣分上下兩爿則上半箱與下半箱同此一式而為之取出路釘之後用板一塊置於箱上將此箱反之則樣可向上矣起樣之工夫略與下箱同更須謹慎耳補模之傷痕手法不到則反置之時所補之砂必脫下也

設木樣釘於木板必先取起而後將上半箱裝砂則上半箱必安置平滑之板用刀研之甚光滑如此徑置於上如用此法則用豬鐵壓緊上箱而不用鈎此種法極易而不費時不過極斜極低之樣更好用耳

生砂模應用之砂　用生砂模鑄器似易而實難作此種模必須極好方無差誤最要之事在乎用砂之得宜作極小極薄之模必用有大粘力之砂然不可太溼因此種砂質收水甚多外面不覺其溼俟鑄器時方知其弊也能於火中燒一次或多用之則亦可用矣或少加木炭粉枯煤粉或硬煤粉最妙　若作大模則不可用堅固之砂模愈大則所用之砂宜愈鬆而愈粗即木炭粉亦不可用矣若用溼砂則化鎔金類傾入模中必發水氣與炭氣此各氣必有能出之路用粗鬆之砂則此氣易出也　模心之砂宜更粗不可與作模之砂調和若廠中多作模心無論其

大小必另擇房外之空處取出模心留砂於此不致與屋內常用之砂混和也　凡鑄廠中應多預備舊砂每日加新砂於內因砂愈舊而愈軟也作模之砂每用一次後必加水令溼則有粘力所加之水無一定之數須隨時酌之　每過七日將所有之砂通篩一次棄去木屑鐵塊及成塊之砂則臨用之時可不必再篩矣　鑄重大之件用生砂而椎築太實氣不能通則模易碎若鑄小件砂內用釘刺孔可以通氣大約鑄重大之件此法又不能用也總之刺孔之法求砂之鬆耳若鬆之過甚則化鎔金類從模之凸處衝動而各處不平矣　各種之砂與各器之形其用

法不同如砂鬆而黑料用之甚多所鑄之器面粗而不清如砂細而結實則有氣入鎔料必致噴出或模散開雖能鑄成中必有多孔以上各事之弊不第在砂質與模形也即金類之性情天時之冷熱空氣之燥溼皆與鎔鑄之事有相關管理此事者經營盡善調劑有方可免去一切之弊而所鑄之器必能合式

作生砂模有專司　作生砂模之法極難講究應依所售之各器分門別類每人管理一門之事祇預備一種材料如此則因才而使各顯其能主人必獲利也　美國有一人在鑄廠中八年專鑄一種平底之鍋甚是合式人爭購

之以饋遠以後獲利甚多令他人仿製萬不能及而利亦不能得其半也令此人鑄別種器具亦不能合式此即分門管理之實據也

不用箱作模法　用此法作模雖省去用箱之煩而所鑄之件外面甚粗然有時鑄粗鐵器不屑用箱作模而用此法如鑄廠內各模之鐵板並爐柵等是也其模作於屋中地下之砂內法從地面挖去泥深二尺寬廣合於所作極大之模或大於模形亦可挖成之後先鋪小礫石厚半寸上鋪一層粗木炭粉或枯煤粉或硬煤粉再用篩篩上一層極粗之土或河砂再篩一層平常做模之砂用直木條

兩根一置此邊一置彼邊成平行線而用酒準置其上使之極平再用直木條靠兩木條概去砂面之凸處補平其四處使砂面極平倘未能光再用極細之砂篩於面上將直長之梘軸（此梘軸以木爲之圓徑六寸至八寸）在兩木條之內運轉數次來往極平木條上如有砂泥亦須撤去如此則砂之上面極光若嫌其鬆加極細之砂如前法運轉數次以砂之疎密能當鎔料之壓力爲度然後將兩邊之木條撤去以木樣置於平面上如木樣有凸形則以凸處向下然木樣大半置於砂面者居多設樣爲板形必須置於砂之外面用手法將四面之砂擁而圍之其厚與高以能當鎔料之壓

力爲度取出木樣之後此模宛似矮牆之形作一路以引鎔料流入模中設所作之模有模心者必用鐵塊壓住否則遇已鎔之金類必致上浮傾入鎔料之後篩砂於上面成極薄一層則熱不傳散屋內不致甚熱也

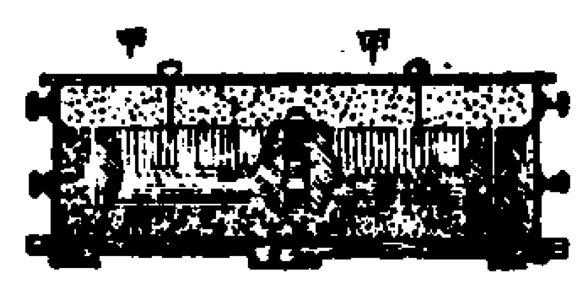
用一箱作模法　凡照平滑之式鑄器而不必求其極準者將木樣壓於地面之砂內令平用箱蓋上凡鑄廠地面之砂應深二尺餘法在砂內劃一溝或挖一孔其大小與樣同如砂太乾少加以水如砂太溼則加乾砂少許於面上令所鑄之件不過溼砂爲度再以前法使砂面極平將木樣置於砂之平面上而壓入砂中模之四邊用砂圍住其厚與高以能當鎔料之壓力爲度如此則不用下半箱而以上半箱置於上面四邊用椑靠箱打入地中不使移動上箱之做法與用兩箱之法同其稍異者箱必用重物之壓力方能當鎔料之壓力耳設木樣甚大或樣之上面甚平而鑄廠中無起重車則可用生鐵架代上箱作此生鐵架之法有對角縱橫條極多其形如網置於平砂面之上而其面上蓋一層粗泥令乾用此法亦可鑄件但不及兩箱之妙也若所鑄之件不求其甚佳不得已而用此法亦可勉强成事耳　凡大鑄廠中必多預備木鐵箱合於各種之用其資本必大而房屋亦必寬如此可獲大利因

各種工夫預備各種之箱則成事易而速鑄成之件可爲上等之物故也

作齒輪模法　凡用生砂模鑄齒輪小者易而大者難今試言鑄大齒輪之法凡齒輪之樣分爲輻與周二事此法勝於別法能甚準也若輪輻與輪周并而鑄之則冷時輻之尺寸能縮小所以周不能得正圓之象此書論鑄有輻之輪而輻之分處則成橫剖面形

如第八圖爲鑄輪之模與箱預備起上半箱時之直剖面形圖內之砂上箱之色淡下箱之色深輪之面甚平輪之邊可斜輪輻不能從下箱取出所以分輻樣爲上下兩片

第八圖



輻樣之上半用螺絲釘甲甲連於上箱之上而通過砂子連住箱上之板此兩箇螺絲必旋緊至不能移動起下半樣之法必各處同時向上而起如齒輪甚大必用十人或多人方能成事起時其人手持螺絲釘旋於木樣中一面起樣一面拍樣之面不令砂起然未起樣之前必用溼砂與刀補好起上半箱時所損傷之砂設砂不甚鬆恐不能通氣則必刺多孔放氣出去刺孔之法依砂之好壞鬆密而定密細之砂刺孔必多粗鬆之砂刺孔必少若下箱之樣甚平滑而面已上漆則可多澆水

於模中設木樣鬆粗而未上漆則用水必少而木樣必速起之凡做模之工夫愈速愈佳因木樣必從砂中取出恐其得水而漲大也卽金類之樣亦不可久留於砂中夜間更不可也

作齒輪之模雖免模無傷痕且有齒之處最易傷損則必補之其法必另預備輪齒數齒相並模內傷痕易於補好且易於取出也補之之法用溼砂與刀及壓平器作輪模此摩光之壓平器最為便用補好後模面須壓平再篩黑料一薄層而壓平之

下半箱已成之後則將上半箱反置而木樣向上或此箱極重或以起重車起後而無法令其反置卽以起重車懸之箱面向下用木柱墊穩因人在箱下作工恐猝然墜下而受傷也一人在底補其傷痕一人在上面旋開螺絲釘預備將木樣放下若轉鬆螺絲釘時砂有欲墜之勢卽撥轉螺絲而於其所欲墜之處灑水壓緊然後木樣可以放下矣有人用細銅絲作鈎用泥水沾溼而圍住木樣之邊不使墜下砂內傷痕收拾之後模之各處壓平上半箱已成不可用碟粉與黑料加於上半箱模內所以鑄成之件上面必不能平滑凡木樣必分為上下兩爿則上半箱應反轉因從下面做上半箱之模極難而不甚準上半箱欲

反轉者箱之兩邊各鑄一柄對準重心而箱亦須結實也起箱時必留意各處平勻豎立如起時已歪則砂落而模壞箱料太薄則易彎而砂亦易漏上下兩箱之模已成必作進金類之路而上下兩箱可以相合大箱不必用鈎可置極重之物或用螺絲壓緊常法用木板置於箱上板上加猪鐵等重物有此壓力亦平勻矣凡齒輪模之進金類之路應在兩輻中徑與周應有二三槽從各路至輻與周如大輪應多設進金類之路此路闊二寸外口大而內口小從各路引金類進模之小槽應比路之內口更小傾入金類時路中必滿材料如有渣滓和於已鎔金類中則不

能徑入模中矣

凡鑄大器往往有差卽諳練此事者亦不能預保其不差也然有幾種要法可免之卽如作生砂大模切不可用細而結實之砂因此砂不能通氣能使鎔金類內生多孔多加碟粉則太軟不能當金類之壓力又不能受取起木樣之工夫用粗重之砂做大器之模則鑄成之件外面必粗毛有數法能免此病不可用碟粉與粗砂調勻因太軟而發氣太多可用粗鬆之砂做模模面用細砂一層厚四分寸之一或其厚以能抵鎔料之壓力爲度此細砂外上罩料一層而壓平之則所鑄之件面甚平滑加碟粉於砂內必被已鎔金類燒壞而所鑄之面必甚粗總之大器之模加碟於砂中已鎔之金類仍要通過砂之粒間如模面無碟則面內更無用也

作模常用兩箱　凡作模所用之箱常以二層爲則雖樣式甚繁而可另設變法祇用兩箱設木樣難於分開而竟無別法可以用模心之法如第九圖爲鑄滑輪之模之箱

第九圖

圖內虛線卽模之分處下半箱裝滿砂而反轉之後則砂爲滑輪之周者必割去之上面壓平散分砂於面而吹去在模上之分砂然後置樣之上半而用新砂壓進滑輪之槽卽爲模心如圖此模心爲與樣同高而對箱之邊再以面壓平而散一層分砂然後置上半箱於上而加砂成模兩箱之砂已滿箱之上面置一板將板與全箱反轉而以下半箱取起撤去樣之下半再將兩層箱合之如前反轉則取起上半箱撤去餘半木樣當箱反轉之時而撤去木樣生砂模心雖無粘力因有外邊扶之不致斷裂依此法做繁式之模只須用模心之法卽成矣若不能用生砂模心必用乾砂模心而樣內必留容模心之處此事在下數處詳言之

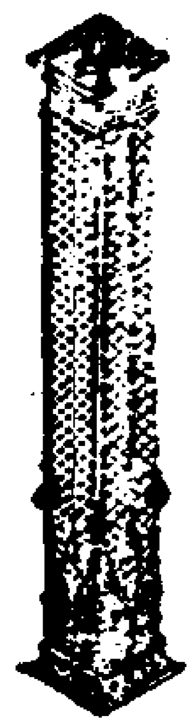
鑄小齒輪法　小鐵器結實爲上平滑次之此器之樣與模非巧手不能爲卽如紡紗織布器內之各小件必平滑結實而能受鎚打之力方佳一物內得許多佳處最難所用之砂與添碟粉之數必須合於一定之法做樣之人亦須知各樣皆有巧法卽如小齒輪之樣此各齒極難平行必用鉛鑄于樣齒輪之外成環形內面有齒與樣齒輪之空處相錯有此鉛環則作小齒輪模不甚難矣欲在砂中取出輪樣之時將鉛環置於輪周外之砂面以其內齒對準樣輪之齒凹則鉛之重能壓砂不上樣輪可自鉛環之內取出否則輪齒間之砂必隨齒輪而上矣

作花紋物件之模　作各種花紋物件之模欲其可觀而

合用如花紋鐵闌干是也如闌干一面平一面有花紋能在鑄廠中作模而不必用箱此法雖可省工而不及用箱之結實也粗闌干之模常用鬆砂內添碟粉數分然必知凡用碟粉做模所鑄之件花紋不能清楚如樣有雕刻之紋非但砂內不可多添碟粉即做黑料亦不可多用碟粉也凡有花紋之器清楚爲上堅固次之所以砂內之碟粉愈少愈好而豆粉與穀粉切不可用也模之面用一層新細之砂厚約十二分寸之一外加硬木炭細粉極薄一層凡花紋之樣必常令花紋有斜面易與模相離如爲金類之樣而磨之光滑者可多次置於模內而補模之傷痕以

分毫不差爲度模之面加黑料一層爲最後之工夫平常之闌干一面有花紋可在木箱內爲之若兩面有花紋則必用鐵箱茲將作生砂花紋模之法詳述之如第十圖爲闌干各節之間所用花紋之空心柱如第十一圖爲橫剖

第十圖



第十一圖

面形樣分四面爲四塊作模之法將樣之一塊置於板上而下層之箱放在上面盛滿砂而反轉之鋪平砂面加上甲甲兩塊必用數塊小方板置於其間其尺寸等於

樣內面之乙方令不移動分砂已布之後中箱可置於上兩邊能分開而用鈎使相連每邊可獨自撤去甲甲與乙之間鋪滿砂而壓緊樣與箱面爲極平再將樣之第四塊蓋於上面而布分砂將上層箱覆其上盛以砂而壓緊作進金類之路用木釘自上箱而通過中箱至下箱而止鐵柱厚半寸餘者必有四路更薄者必有六路柱之兩端在上半箱各作一門各箱裝滿用板蓋於上箱之面將全箱翻轉取起下層之箱依法去其木樣木樣之四塊皆必用螺絲通過砂模而相連于箱模之下半必結實而不必再加修飾因模已合定不便再修飾也後來將模心乙間之

諸小方板取出加砂補其空下面工夫成功之後下層箱仍可合上反轉全箱取出作路之釘將上層箱取開并木樣撤去置於一處將中箱之兩邊取開亦各取去木樣其所連中箱與下箱之釘不可太緊因中箱之兩邊須斜而向內放下不可直放下也取去中箱與下箱內之木樣工夫甚易不必贅言此種模砂應用鬆細之砂用枯碟粉調和如砂密而實則模易裂開用此法能作許多花紋之樣必留意將樣依法分之得數塊欲其不錯最爲難事

作空心器模法　空心器具雖形象不同而做模之法略同此種工夫爲做模之最妙者也一人祇能講究一門之

事如鍋水壺茶壺火爐爐柵鎖絞鏈等件爲尋常日用之物工藝家謂之空心器此種器具花紋不可差應平之處須平厚薄亦不可差大約以輕者爲妙所用之細砂可多加煤粉調和亦可用黑料與硬煤粉上一薄層於模面美國所鑄之火爐能省煤而好看此火爐之模甚簡便所以此書不必詳細言之　小空心器具極薄者多所以砂不能粘於金類之面祇須做合式之樣易於鑄成好件省費之法絞鏈鎖刀等小器可以十箇或二十箇置於一箱用一條通路引鐵汁從此路而分入模中一箱內能容幾模依模之大小而定又依一次能鎔之金類而定各模之形相似者更便也

作水壺模法　常鑄之水壺如第十二圖亦空心器也其底略小便於入火爐之圓孔而與火切近也又有一種水壺其底不縮小而有三短足或多短足此種木樣與水壺之形相同不過嘴或爲空心或爲實心皆可箱必用三層中箱分作兩爿而其分處適當口之中所以兩箱撤去之時嘴管可以取出依此法木樣之上半爿必在中箱分開之處而分之非第不好看木樣亦易受傷最妙之法將中箱整塊獨成在甲甲與乙乙分之嘴管之處上層箱之砂下入

第十二圖

中層箱內至嘴管之口爲止而順嘴管之彎處分砂中箱與下箱在壺口之邊而止而此處之模心亦分開觀圖中深淡之處甚明木樣祇能在甲甲線過嘴管分之做水壺下半之模將壺底半箇木樣合於板上再以本圖之上箱覆其上裝砂壓緊將箱反轉而加樣之餘半置中箱於上箱之上而相連兩箱若能相連後而併入砂壓緊亦甚便捷在木樣外中箱中鋪滿多砂最後壺中壓滿砂下箱與中箱分開之面依圖而爲之下箱砂已裝滿此時箱已倒置而壺底在下即將下層箱取開次將中箱取起而取去其木樣之上半再將中箱與下箱置上以全箱反轉則水

壺之方位如本圖然後取起上層箱撤去樣之下半而裝其嘴管此嘴管之模心另在一模心箱內爲之取出進金類之路釘此釘形甚扁一邊薄而斜一邊寬三四寸口闊四分寸之一再以上層箱置於上則模之各事已備

凡空心器之木樣必極準否則模之差更大於樣之差此樣或以木或以泥或以黃銅爲之而必用車牀等器令其無分毫之差再加磨工令平滑用法分爲若干塊如器之足與柄以及一切凸處皆另爲之不與此大樣相連尋常之空心器其口向下而鑄之若爲罩蓋等之用則口向上若模心有一甚窄之頸而權鎔料令模心浮起用薄鐵作

十字形之桿豎入模心中而連於箱底可也所用黑料筆鉛為最佳若砑甚平滑則所鑄之物外面亦必平滑也

作空心器之模常用鐵箱如所用之鐵箱甚是講究所鑄之件合式而甚準久之所省實多如用木箱或用鐵箱而不佳則往往誤事此將鑄鐵箱之要事詳言之如做模之人要照此一式而作二十箇鐵箱之模設此一箱作之不差而可相配互換則第一箇箱之模做好之後不必再用板其第一箇成模之上箱即為下箱而相配之上層箱之砂須搗之結實上層箱分而做好之後則做第二箇下層箱之模木樣必常留於下層箱內依此法第一箱之上層

做第二箱之下層其餘各箱依此類推各箱之兩層箱作模相連有時最後之數箱內有一箱與初起之箱內之一箱不相配然所鑄之件亦不見甚差也依此法做模必須巧手為之否則難免無差

以上各件之外用生砂模之法尚有數件此書不必詳言即如鑄房屋內所用之生鐵物件與門戶之鍵門戶之架柱與闌干等其模作之亦甚易也

鏇砂之模　有一種模其外面用生砂內面用乾砂之模心作此種模者必熟悉此模心所用之材料與其作法前所言者祇講明何等之砂可用耳此須考求作模心之法并何種模心當用何種之砂凡模心必謹慎為之如式樣不準則所鑄之件必不能成或成其形而中不結實也

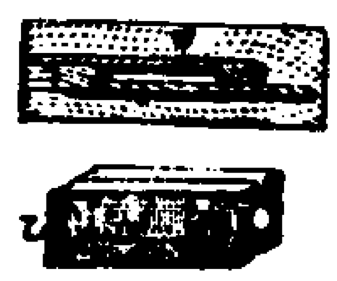
模心　用模心之法所以鑄空心之器而木樣不能做成欲鑄之件之式模心之式各不相同尋常之模心如用鬆砂其中不含動物植物與煤砂內含泥又不過多成後依法令乾則其工亦無甚難然有一事必不可差凡生砂模必待臨傾鎔料之時安置模心所有鎔料蓋住模心之處其砂必更堅固凡模心外多有鎔料蓋住祇有一二箇小孔放出空氣如小管之模心是也故其砂必加新砂調和之砂內所含之泥或含有粘力之質必適足以成模心乾

時不致散開砂粒之角甚多者如磨粉之石則較之火砂或海砂更好因海砂與火砂之角常多磨沒也有時泥水之外亦用酵水或豆粉水加於模心之砂令其更堅固但此各種水應謹慎用之因其能發多氣則模內之孔為氣所塞也最好之模心砂不須另加材料所以凡作模之人必考求鄰近地方所出合用之砂也凡模心或為長或為薄則必用鐵絲或小鐵桿泥水塗之藏於模心內作骨令其堅固模心用完之後可將鐵骨拔出後仍可用設模心甚長或砂甚堅固則必另用長鐵絲刺通內面然必留意不可刺穿外面也設模心或為彎曲之形不便刺通可用

繩一二根順模心之鐵絲平排則模心乾時抽去此繩可留空於內如模心甚長不能受金類之壓力不能任自己之本重則必用鉤或釘托住之所用之釘其式平頭而稍寬凸處之分寸同於模與模心之相距即物之厚也所用之鉤爲鐵皮摺轉如匚形或爲兩塊鐵皮用帽釘釘於大釘之上其相距等於所鑄材料之厚凡模心外面上黑料一層此亦緊要之事因模心所成器具之空處極難著手故模心之砂易與鐵面相離亦是要事模心所加之黑料水與泥模所加之黑料水同閱後作泥模之法則知作黑料水之方矣模心做成之後取出即上黑料水而曬乾

作常式小模心所用模心之箱如第十三圖甲爲兩塊板其兩端有凸方形兩塊板可任便移動另置於一塊平板上用砂盛滿其中空處即成模心模心之橫剖面形不同者

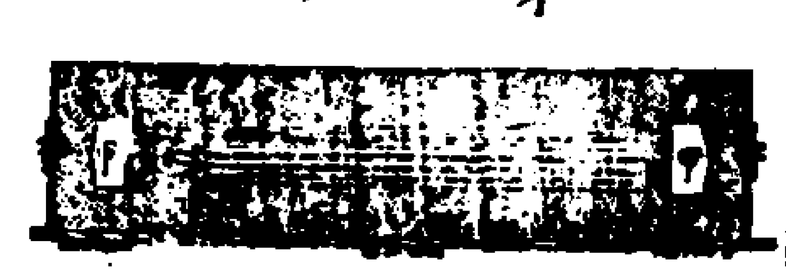
第十三圖



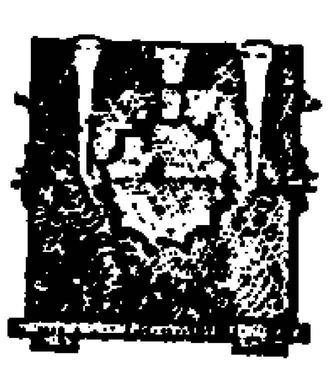
則箱亦必不同模心剖面形相同而長短不同則可在一箱內爲之作圓模心所用之箱如本圖之乙是也作球之模心必在球心之空處作之各形之模心亦然然尋常鑄器模心非必不可少之物不過用模心能省作木樣與模之時又能令所鑄之件更無錯誤耳

作花紋鐵柱之模　作花紋鐵柱模之法必詳細言之用此法能鑄數種鐵柱亦能鑄數種鐵管

第十四圖



第十五圖



如第十四圖爲柱之木樣已在砂中成模而預備取出木樣之式甲甲爲模心之外端取出木樣之後其內有空處再將模心之兩端拔出仍置於箱內可用通過模心之桿扶之然柱之上端花紋甚多則用生砂模難與柱相連鑄成若分鑄之恐不牢固所以本圖爲相連而鑄之之法柱之木樣之上其初不用上段花紋之木樣但用六邊形或八邊形

之木塊代上段花紋之樣如第十五圖之虛線爲六邊形之塊之橫剖面式木樣從上至下有數凹處而平分兩爿分處遇對面兩凹之中設兩爿分處在凸處花紋之中則花紋不能清楚設凹處有傷痕不甚妨害木塊非但分兩爿各爿再分三分或多分而各分用木螺絲令木塊相連其螺絲與木塊一分取出之後則木塊可逐分取出然一塊之模必先補成然後可將第二分木塊取出上段花紋副模做法如下六塊之花紋或相同不過刻出一塊花紋木樣即可做成此木樣之外作一副模箱此箱內所作之副模必能恰滿模內六邊形之一分此種副模正與模相

配而此一分空處一面有上段作花紋之模二面切近本模之砂兩旁面又與兩分副模相連所屬於上半箱之副模可用鐵絲或鐵桿通過其中與箱相連各模安排之後則模心亦置好兩層箱可以相合其餘各事如前　置模心之時必留意不使有隙如有隙則鎔料能通至模心之底而噴出所以見有小裂紋必用生砂補好若恐模心不穩必用鐵絲箍之甚固箱之兩端必留一小孔能通模心放氣之孔此各孔與模之內面不相通所以不致有鎔料從此路而出也所進金類之路依常法而爲之設此路能斜立而鑄者必從箱之下段另用小箱其空之高等於大

箱路口之高而箱上之孔應爲箱之最高點傾入金類之路必令材料充滿則各種異質不能隨鐵而至模內此柱鑄成之後或傾入熱金類之後必燃火於柱之兩端則柱心內所勝各種氣自能燒盡若不以火燃此氣則自能生火而撐裂其模

凡引水引碟氣等鐵管其法略與柱同所有分別不過在模形耳凡鐵管模心之形必同於管之內面如第十六圖爲作引水管與碟氣管模心箱之直剖面式此種箱亦有用木爲之然木者易彎所成之模心常不能直所以必用鐵者爲佳其模心之箱常爲圓形者厚約半寸底有兩方

第十六圖

足此足外有鐵彎條用時可連上下兩片緊合此模心箱之內膛必最準而圓箱兩半相連處不甚尖銳必作一鈍角之邊如此箱可平置而作模心然做模心之箱平置者必須大本領之人方能用之所以用此法者甚少尋常之法將箱豎立或斜之而裝滿砂此三法內斜之爲最便也將砂搗緊之法用極長之鐵桿如模心極薄其徑爲一寸半者此模心之心即爲鐵桿而桿之傍有鐵絲兩物在一處壓進模心未去箱之前其鐵絲抽去留下一孔可以放氣如更厚之模心徑三寸或多寸者

其中之桿或爲熟鐵管或爲生鐵管而管之內面作多孔不有此孔氣則無路可出矣凡重模心用泥爲者在後詳述之管之兩端較之模心長數寸則此模心曬乾之時可藉以轉動即上黑料之時將模心轉動亦必用此二三寸之長以爲樞也

用鐵板成模法　作模之法有時必先撤去模之一塊而後取出木樣則必用生鐵板板上有柄可以取出即如斜齒輪輻中之砂并齒輪面等物至一切木樣之形太深斷不能取出木樣而不傷此模如汽機之底架或車牀之架或頂住房屋之板并一切所有模砂三面遇鎔料者必用

此法爲之然此各種器所取出之砂模必曬乾而如作模心之法用鐵板之法作斜齒輪模其法如下如第十七圖

第十七圖

在鑄廠之地面內作斜齒輪模之剖面式砂面令平而所有與木樣相遇之砂必篩之令細模之分面在甲甲線輪輻之間置生鐵板乙乙板上有熟鐵柄此板非用箱所成厚半寸至四分寸之三各板之形必合於所置之處如斜齒輪必是三角形比所置之孔周圍小於二寸此板置於分模之處或壓入砂內深四分寸之一後用小鐵桿或鐵絲蓋於上面或用木

桿浸入泥水中然後置之桿之四面皆透出板外差與木樣相切板上高處之砂可壓住桿之不透出之一段桿已置之合式則各輻中間之空處將砂鋪滿與木樣相平此亦爲模之分面木樣蓋住之後撤去木樣上面之箱則以鐵板上之柄丙取起各輻間之砂如太重則必用兩柄所取起之各塊亦如安置模心之法上黑料而曬乾待木樣撤去之後而模之別處皆預備則用板所做之模心換進再以上箱蓋之可傾鎔料於模中依此法作模各處用之甚多因其便捷而省時也

乾砂模　作此模之工夫最有趣味大半鑄成銅器具或花紋鐵器皆用此法因乾砂模鑄器質紋平勻而堅固幾與泥模同鑄成之件較之泥模所鑄者更屬合式因泥模常有縮小之弊所鑄之形往往不準也　作乾砂模之質有二種一爲輪機之軸或管子并一切堅固而美觀之器之模皆用新砂與用過之泥調勻作此模之手法同於生砂模而略易之總不用煤粉與砂調和所以砂模更覺堅固一用新砂爲模亦甚易易成後加黑料水置於乾爐內十二小時至二十四小時砂內一切之水化氣而乾加黑料之法亦用拭帚必留意不可傷損模之邊角花紋諳於此事者能以砂調勻堅固而鬆所鑄之件更能清楚　凡

作乾砂模必用堅固之鐵箱因木箱不可入於乾爐內恐爲火爇而壞也所用橫隔板亦以鐵爲之鑄長大之輪軸必有極堅固之箱因鑄時大半豎立或斜立箱內所受之壓力極大可用雙曲鐵桿鉤住而使不動鐵桿直時之長必長於箱之高六寸將其二端折成方角如匚形二曲之相距稍大於箱之高用此鉤於箱外可緊合箱之各層此壓緊之法用小桿插入箱上漸壓之甚緊可不傷模此事以下言之甚詳　凡乾砂模之箱兩端必有旋動之柄以箱挂起易於旋轉因上黑料水并曬乾之時必須轉動也

作各種堅固之模必用乾砂模之法而用極堅固之箱

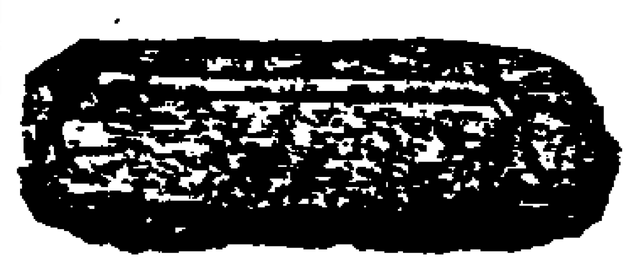
鑄時必令模豎立或斜至三十度至四十度則各種氣易放出而模心不受傷凡管子等器平置鑄之一邊必壞所以管之上面常鬆而不堅上薄下厚也且有一病有鎔金類使模心浮起無論用何法治之亦難免此病

作大管之模　乾砂模與生砂模之別不過砂內所加之物與上黑料水及曬乾之三事耳所以生砂模法既已詳言之今亦不必詳解乾砂模之法而祇言夫引水管之模不第表明乾砂模之法又可引出作泥模之法矣凡引水之管徑大於十二寸者應用乾砂作模而以泥作模心引水管平常八尺至九尺長爲一節小管子長五尺至六尺

爲一節木樣做成管之外面兩端有包住模心塊長或六寸木樣可將一塊之實心木而爲之或可用木板釘合而爲之更清楚而邊角分兩爿用常法做模已成則上黑料水再用鐵路所行之小車或用起重車送入乾爐中設鑄廠內無乾爐或因箱太重無法移至乾爐內可將數箱獄置一處用磚圍如牆形上用鐵皮蓋之內面用枯礫或用木炭硬礫在牆內生火亦可烘乾然此法不甚便捷祇可暫爲之耳　泥模心易於作之只須模心內之管并泥板上泥所用之板故謂之泥板與泥皆準而無差即可成矣模心之管不可用木宜用生鐵面有多孔管小於模心三寸其外繞粗

草繩繩外加泥其厚以合於模心爲度用草之意令模心易通各氣此模心內管之兩端有生鐵樞外圓內方方孔之內可用方頭曲柄令其轉動用螺絲與管相連中空之處可容所放之氣愈多愈佳如第十八圖爲模心內管置

第十八圖



於鐵架上預備上草繩與泥所用之架長三尺至四尺面有缺口如數峯排立形可容大小之樞做草繩所用之稻草宜稍溼而軟易於繞住做繩之法如第十九圖甲爲小曲柄用鐵條徑四分寸之一者曲成之曲之前套小木管以便執持作草繩之事常令小童閒

時爲之以備用上草繩之法令模心管之樞靠於鐵磴上如第十八圖以繩之端縛于管端甚緊以曲柄轉動繩緊

第十九圖

而密設繞之太鬆則鑄管之時被鎔鐵壓小而失其形則鑄成之管亦受傷而無用如第十九圖乙爲模心之橫剖面鐵管鐵樞草繩泥皆可顯見所加之泥極薄一層所以護蔽草繩面之粗毛泥乾之後再置於架上而用泥板上泥板之兩端必靠於二架而切近於模心距模心中心之尺寸等於模心之半徑此板之形甚直再連正交之板以作模

心之端本圖模心所用之板如丙寬八寸至十寸板邊之形必與模心爲平行直線略薄而凹能成管套徑大之處板壓定之後令模心轉動而加溼泥則泥必粘於模心因模心轉動板可刮去餘泥補其所缺則模心已成可以曬乾而置於一處做模之人以手醮水壓於模心之面並令轉動甚速如此則面甚平滑而置於火爐中烘乾再上黑料水而烘乾之以待用設模心甚長而易彎則必留意用托住之法此法前已言之甚詳

模心草繩外泥層之厚與泥質之鬆密金類之厚薄受金類壓力之大小時之長久有相關尋常引水之管如斜鑄而用鬆泥應厚一寸如豎鑄草繩之外應厚一寸半若模心泥厚之數大於四分寸之三則泥必加二層或多層一層乾後再上一層做模心之泥以鬆者爲佳可將尋常之泥加舊砂或新河砂調和之泥板之面不爲正平其斜面與圓周之切線成四十五度之角否則泥不能平滑也

模心曬乾上黑料後可放於模中有法托住模心不使其離中心則模可合之但極大之箱必用堅固之板置於箱之上面則箱之上下兩片有板砂不能壓出有人作此模箱成六角形則不能用雙曲鐵桿祇可用重鐵鎚壓定上箱箱之兩端必有出氣孔免模心生許多易燒之氣而致開裂也

鑄廠內作此種鐵管工夫多但鑄廠內在一時內做生砂模與乾砂模則甚不便於鑄鐵管再便之事作泥模之廠爲之管之形有多種設是直形則做模甚易無論乾砂模與生砂模皆可爲之設是彎形則模心作之甚難此甚難之理在後言之甚詳

不用模心鑄鐵管法　數年之前有人造一種輪機可不用模心而鑄成管子其法用內面極光滑之鐵管爲模平臥繞其軸而轉之一端傾入鎔料則必流動於模中而成管各處平勻但未知所成之管究可合用否從未有人言

及此事設能想法免此種鐵管而比較其優劣則凡鑄廠中皆有裨益也

作細巧花紋之模

以上所論作模之法大半爲粗重鐵器之模茲將最細花紋之器或佩帶之器之模詳論之凡鑄鐵之模與鑄銅之模大致相同其分別不過在器之厚薄耳蓋有花紋之銅器須極薄者方能清楚鐵則無論厚薄皆能清楚也鑄細巧之器擇作模之砂爲最要之事所用之砂淨細爲佳其中另加泥類之物愈少愈妙煤粉等物切不可加此種砂加水雖少而有粘力以手搏之則手紋印於砂上將鋒利

之刀可以切成極薄之片如有異質可用細篩篩之若用極細之賽砂較之別種砂更好

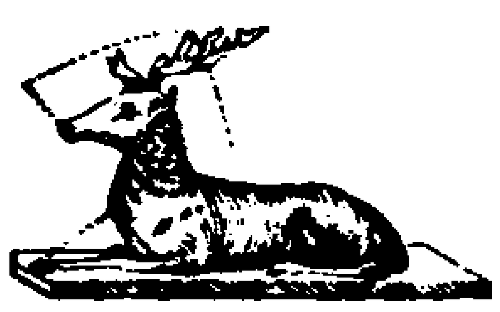
鑄極細銅鐵器之模其法將砂盛於小鐵箱內打甚緊密模已做好砂已曬乾如為鑄銅之用則每作模一次必用最細之絹篩篩一層極細之新砂如砂之厚不過十二分寸之一或八分寸之一不用黑料則鑄成之件甚是清楚如鑄鐵之模模成之後上以黑料不用木炭與筆鉛因太粗也宜將箱覆轉模面向下薰以燭火之黑煙或以松節燒煙受極薄之黑煙一層為度設受煙過厚則鑄成之件必壞矣如欲鑄成形式甚簡之物工夫甚易若形式甚繁

不能用螺絲令其相連各小塊必將全塊鑄成也如為人像或柱等物工夫最難然此種工夫甚有趣味只須說鑄幾種物件之法表明其大略即可矣

作鹿模法

作鹿模之法如第二十圖一望而知鹿之身與其角不能用一模而鑄之必另作一模用螺絲連於其身與其頭板與身可在一模中鑄之設分開鑄之然後用螺絲連之更便作身模之法必將木樣分為兩爿其分面順背脊至胸木樣一半

第二十圖



之模已成所有不能取起之砂圍住木樣之半即割去之

此為上下兩箱分做之法分面磨光加些分砂後來將木樣之半加於下半箱之上則上半箱不能取起之處必預備模心即如兩前足之間必依圖之虛線作一模心自鼻至耳亦須模心自耳至背亦必作模心各模心必用新砂為之因用舊砂極難移動搬運也有人作小模心之內骨用細生紙或極薄之油紙為之但此模如太大其中必裝鐵絲可以堅固上半箱鋪滿砂模心已成而分砂鋪好則上半箱取起撤去木樣之一半將箱關閉再將全箱反轉而取起下半箱撤去餘半之木樣如是則模已成如做槽面滑車之模手法無異用此法作模不撤去模心然此法

不過木樣是輕者故能分開用之設樣為金類所作則重而難分而取起上面之箱之後模心必移過其移動之數以能取起金類之樣為度大模心祇能用鐵絲於中而用分砂使其分開極小之模心可以靠紙而為之如拉紙模心可以隨之而出樣從砂中取出之後則模心置於一處箱移近火爐令乾模心置於應置之方位或用最細鐵絲鉤至穩便之處甚妙用釘將模心釘於模上甚屬牢固箱移動之時模不致有受傷之患曬乾此模費一日之工即將上下兩爿相連用雙曲鐵桿或用螺絲連得甚緊可傾鎔金類如所鑄之件用銅則模不上黑料水如用鐵則必

照前法上黑料水如鹿角之模與鹿所伏之板此工夫甚
易精於此事者能做兩箇鬆模心一在上一在下平時將
模之一分並相配之模心曬乾而後將別模心加上爲最
妙尋常細件之模內各小砂模心極細極脆厚或八分寸
之一而面積不過半寸

作多花紋模法　凡欲鑄成多花紋之物或分做各件而
用螺絲連之或爲細巧玩弄之物用銲金連之或用帽釘
連之如細而有鋼光之鐵器所用之銲金用銀與金相和
爲之而用吹火筒銲之凡銅件而外面欲鍍金者用同類
之銲金尋常鑄件所用銲金或以銅或以錫爲之

細巧之玩物以黃銅鑄者空心者較多不第能省料而花
紋更能清楚又能省鑿去餘金類之工夫然此種模不能
用碟粉砂易被金類燒壞能令金類速冷爲最妙如能速
冷面可平滑作此種模心工夫甚難如形式甚繁則必分
多塊各塊相連即成模心如以鐵鑄成小件即如小於六
寸或八寸者不用空心之法若大於六寸或八寸之小件
可用空心之法因鎔流之鐵抵力稍大可以燒壞砂也

凡用鐵鑄極小之物件其模用最好之細砂所鑄之小件
花紋最細而清楚如髮與細棉線亦可用鐵依其形式而
鑄成極能清楚如蠅之翼其面上之毛與紋亦可用鐵鑄
成以顯微鏡看之歷歷可辨樹葉爲樣亦可成模所鑄成
之鐵葉其形與原形不爽毫釐也

泥模　用泥成模最爲堅固做此種泥模之人自已作樣
有時將木樣納入泥中而成模作泥模者易於作樣亦不
能有他法可得便宜也任何形之樣皆可用泥模鑄之然
用泥模其費大於用砂模不能用別法者始用泥模也器
之形式簡便而其體重大者用泥模之費大約與砂模相
等

凡泥模必分數塊而做成空架與造房屋之法無異所以
凡要緊之泥模必先定其作法與各事前後之次序而畫

其大小尺寸之圖各事已定然後爲之不明此事者不知
預定其做法率意動手及做至一半工程方知不能用此
法而成則必毀之而重爲徒費工夫矣凡做泥模之泥質
爲第一要事做模之人必須謹慎管理此事因泥質必與
所鑄之件相配一種模合用之泥別種模不可用也無論
做何種模其泥必細而鬆乾時縮小之度必爲極小者且
模乾之時結力甚大否則熱金類之壓力必能壓壞此模
也或成細膩之粉鑄成之物必壞如泥質緊密氣不得通
則熱金類所生之各種氣能令金類中有泡而所鑄之件
有許多空處或氣甚多則自能生火而轟裂令鎔金類四

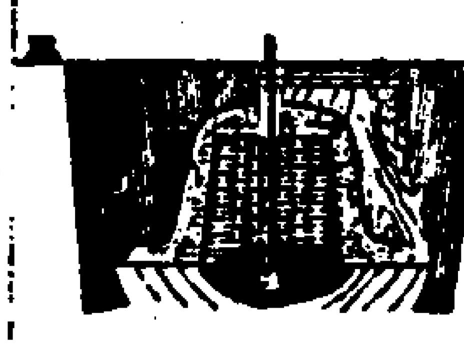
而噴散必致傷人設泥模乾時縮小太甚則必有小裂紋或模面有數處不平正則傾入熱金類之時面上頗覺粗毛泥之性情最宜考究若能通氣而不通鎔金類則爲可用之泥也

尋常泥模所用之材料即爲做磚之泥而添成顆粒之砂或用過之粗砂或用過模心之砂亦可然若干泥添若干砂其數不能預定因各處之砂與各處之泥皆不同也即鑄各種之器具所應用之泥砂亦不相同必熟悉此事之人留心用之厚重之器并薄小之件其作模之泥必更堅固有人用熟皮廠內所刮去牛馬之毛與泥調和令能通

氣或用木屑馬糞稻草等切碎用之泥內無論加何種材料必調攪極勻爲度泥模各處所用之泥各處不同即如模面須用一種泥而模之內體更須一種極堅固之泥尋常之模更軟多加稻草或馬糞俱可凡模與木樣相切之處即是熱金類相切之處必於火內燒紅爲度非第燒去其中所含之水又減去所能生各種氣之與質又減去一切動物植物之質凡泥模內所生各種氣質爲水氣炭養氣炭養氣或淡輕氣用火燒之則得藍色而煙火之內能見綠黃色之細點

作筒式圓形之模　凡圓形之物件或全球形或截球形或橢圓形或圓柱形等其作模之法用泥板與鐵軸相連令板繞軸轉動即能刮成模之圓形凡泥模欲分數塊而爲之者必在起重車之傍便於取起也或在地坑中做之

第二十一圖



亦可如第二十一圖爲地坑中鑄燒皮皂之大鍋之形此種之鍋旁作圓柱形底爲圓球形而邊甚寬邊上有豎圈爲托住所置之木板之用凡作鍋模並鑄鍋皆覆之設鍋能向上豎立而鑄之則緊要之處可甚堅固然欲依定法而做模心不得已必覆而鑄之如本圖之法不用起重車即在鑄廠中挖一深坑深以足容模體爲

度寬以足容作模之人周圍行動爲度第一事做成圓鐵圈以爲基板厚四分寸之一至一寸其內徑小於樣之內徑十二寸大徑大於樣之大徑八寸至十二寸此板置於坑面以極平爲度用磚砌於其底其高六寸至八寸鐵圈之中立一圓生鐵柱或生鐵塊徑打至地坑中用砂包護不令於烘乾時燒壞此柱上有一圓孔可以接住方軸之下尖此熟鐵方軸徑一寸半至二寸上端爲圓樞下端爲圓錐形入於所打至地內之柱上段圓樞入於一塊木板木板二端以重物壓之不致移動此鐵軸必合於垂線不可稍斜其下端必在圓圈之心軸旁橫連一活桿此桿即

爲二根鐵條相夾而成又鑽多孔用螺絲連於軸上活桿與軸相連處接住方軸之兩面用螺絲相連桿不能鬆動泥板厚一寸用松木之無節者爲之以螺絲連於活桿上先用泥板作鍋內面之形并其口與邊之形令板靠住此軸而轉動則所成之形必與鍋內而尺寸相同起手作模之工夫在地下之鐵圈用磚砌四寸厚之圓牆牆與泥板相距二寸高六寸鋪一寸半厚之鐵板此板上又有各鐵板縱橫置之各鐵板之長必通於所作磚牆而爲模之頂各磚靠於各鐵條設鍋之底爲半球形則不用鐵條而用磚砌成一弧面形亦可尋常之磚足受熱金類之壓力但

鐵軸之周圍處必留小孔則其中所欲生之火可從孔而出氣此第一箇用磚砌牆在模之下用硬礫或木炭火烘乾砌牆所用之灰必用泥爲之必易於通各種氣質又必能堅固尋常加馬糞於內此泥大半用砂爲之每層厚半寸至一寸所用之磚爲燒成硬而青色者而未燒鎔至極硬也所用之磚祇用半塊磚牆尚未成而在烘乾之時可加泥一層於外面時値閒暇可先將磚烘乾而後加一層泥於外面後來加泥至離開泥板四分寸之一爲度其中火不可熄必令模心漸乾第一層泥將乾之時再上泥一層此末層泥必更細而更堅其中不可有馬糞或乾草等

物不過加牛毛少許外面加一層極細之溼泥而以泥板轉動可極平勻外面漸乾之時將木炭粉與泥水調和用毛刷上一層於其面此層爲模心與鎔金類材料之分面

換準板　以上工夫已成之後即取去所用之泥板而換一塊稍大之板此板與初用板之相較數即以定材料之厚薄故名曰準板此板之邊轉動時所成之面即爲鍋之外面此板與初用板之邊皆下至鍋邊之下模心之外加一層含砂甚多之鬆泥將準板繞軸轉動令其外面平滑則所得之一層泥其形與鍋之形甚準待乾時上黑料水一層烘至極乾爲度然後取出鐵軸不須再用在模心下

之圓圈上（即基板）再置一塊圓圈板其內徑稍大於模心下之最寬處此板上加一層泥蓋住模心周圍厚二寸用手法拍平其面而不必磨平因泥甚軟必用鐵條彎加模之外形徑至底下之鐵板而兩端鉤住板邊此種鐵條必有二三條從此邊至彼邊包住模之外面其餘可用短者伸入模之一面此各鐵條置於泥之外面模子緩緩烘乾將乾之時用鐵箍套於模之外而用小釘以箍與鐵條相連模與鐵條鐵箍之外加泥一層此泥中可加切細之稻草與馬糞依此法用泥用鐵而作外模必能堅固模心內之火切不可熄以模全乾爲度模之外加火烘乾亦可模心

內空所以加熱不必如實模心須加甚多之熱若爲實模心則必加熱至紅然此空模心烘乾則鑄鍋亦甚穩當也

烘至二十四小時可將模分開

分模之事應用起重車倘無起重車可用滑車令人將繩拉起第一事用一鋒利平口之鐵鏟將模之鐵底板離開模心之鐵底板稍鬆爲度後來可將模用起重車起於坑上令其靠住兩木樑或置於乾燥而穩便之處取起模之後模心外所加之一層泥即代材料之厚須刮去之而模心頂上之孔用磚一塊塞住外用泥補平後將外模之頂孔亦補好留孔徑二寸模上一切傷損之處亦須補好已

乾之後將模上黑料水一層而烘乾之

黑料 所用之黑料水大半爲木炭粉與泥在手中調和者分開模之時黑料已去其大半以後再上滑泥水一層則其餘黑料亦不可見矣 凡鑄廠之中常預備現成之黑料用此水有二事一能令模之各件易於分開一爲做成模之面能令平滑此第二事之做法用最細之筆鉛其中加木炭粉少許而添入漸過馬糞之水有人添豆粉或牛皮膠然用此二物不及用馬糞水之妙而此水不可太淡也

上黑料水之後所用之滑泥水必留意上之不可令模之邊角受傷設能不用上滑泥水之法更妙即如用完泥板之後而不加別種手工下論作氣筒之事亦以此法作之

若模之各件烘乾之後則於模邊作一二寸徑之孔爲傾入金類之門後來模子加於模心之上模必準合前置之方位而其底與模心之底相切甚準再將一管斜入模心之底徑至模心之中能引模心中之氣向外而至地面此管或爲鐵或爲乾泥或爲砂留一孔而爲做管之用亦可第用砂中之孔不及用鐵管之穩也因砂中之孔易塞而氣不能通在其中可以轟散 坑內模外用砂鋪滿須用壓緊之法令三人用鐵杵齊搗之則不覺震動而模不受

傷但鋪滿砂時必留一進金類之門有人以此門作於模上第不如在模底之爲穩也作路之法或用木樣或用木釘與作生砂模無異然此法亦不足恃因所作之路必甚長而拔出釘時砂易塞孔或鎔金類傾入時可以帶其餘砂徑入模內鑄成之件必不結實最好之法先用泥作長管用火燒硬則管之每塊小段可以接於別管之大段如此則路可任作若干長而模外鋪滿砂時用杵搗緊不致壓壞其管也模之頂上亦作一路或用燒硬之泥管爲之或於砂中作之第用硬泥管爲最穩固之法也模上之砂面必加多豬鐵塊或別種重物或將鐵桿用螺絲徑通至

模底板如此傾入金類時模不移動亦不傷損也傾入金類之前模以上之路必用一乾泥塞塞之而熱金類從下而至上已至路口則將泥塞拔去傾出熱金類之時通入模心內之管口上必用乾木花或乾草著火燒之

凡鑄成大件則模上必有出金類之門初傾入金類之時不可拔去此出金類之門在最高之點即金類中所有之異質必能浮至其處熱金類中既有異質浮出所鑄之器必合式而堅固因材料甚淨也所以出金類之口更寬大於進金類之口用泥塞住出金類之路必俟金類已出然後拔去亦爲要事因出金類之門若不關住則模中所有

熱氣必上浮而至路口極爲猛烈且模中容積愈大則傾入金類之體積亦愈大而所出之各種熱氣愈多愈猛易令模之泥或砂破裂設塞住此口則氣不能從路而出必通至模內從砂泥顆粒之空隙處而出能免裂開之病所鑄之件可以更佳設模祇有進金類之路而無出金類之路則必令鎔金類恆滿於進金類之路空氣不能通過若傾入金類之時忽然停止則空氣自此路而入模中令金類變冷令砂子鬆裂塞住此路或將模撐開凡鑄件之時往往誤事大半因此故也如用一箇進金類之路則路口必寬大若一小池然即從小池內鐵汁之面取起浮於面上之異質凡作空心器之進金類之路必爲扁形一端甚細一可令鑄成之器與路之材料相連處易於截斷又可令傾入金類之時易於充滿也

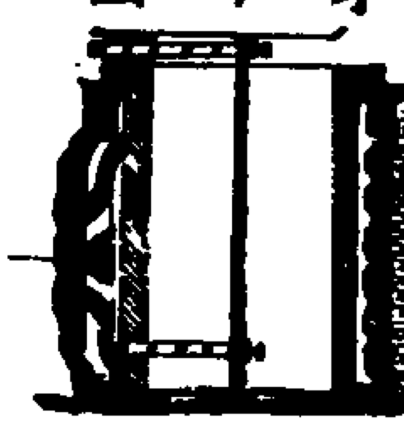
作模心內通氣管　凡鑄重大之物件通至模心之管必以鐵爲之作此管之工夫亦爲要事設管子閉塞模必轟裂模心空處所包住之空氣并砂粒中之空氣并模中之動植物所生之炭養氣發出最爲危險無論何種模皆能毀壞也此通氣管之口可用木花著火燒於口上先將鐵絲布罩於其口則木花或泥不致落下而塞住但模中未傾入金類之前而管中有火則氣必轟裂也

撤去模心法　鎔金類傾入之後已結而未冷之時必挖去其模而撤去模心之一分凡內圓之物件如模心甚硬而堅固因金類冷時必縮小而有模心在內不能縮小則必裂開所以模心大半以砂爲之所用之泥不過令其有粘力不致散開耳用磚所作之模心較之專用泥作模心更好必用砂灰做節而每層之砂甚厚因磚本堅固則傾入金類之時可以阻住模心不致散開金類冷時縮小因磚相連極鬆可以讓之凡鐵管作模因冷時不肯讓其縮小則所鑄之件必致裂開所以用鐵模心外面必有草繩或砂一厚層則縮小之時能讓之凡鑄物之後撤去模心

愈早愈妙如不能全去即撤去一分而讓其縮小亦可以免裂開之弊

內外模分做法　不論鑄成物件之厚薄而作泥模為最便之法無論何種鐵筒或為汽筩或為空氣筩或為尋常之筩工夫略同此將作汽筩之模詳論之因其工夫較之他種之模更煩也如鑄窄小汽筩作定模心而模能移動最妙設模欲分開則此法用之甚便然模本不應分開如欲分之則難準合如第二十二圖模心與模合於一處而

第二十二圖



第二十三圖

做之模定而不能移動如移動之則有裂紋故必於地坑中為之其法與前論作皮皂鍋之法無異如第二十二圖為短汽筩之模近時螺輪船常用之其汽路與平面之木樣為實心者如第二十三圖此圖為上視與旁視之圖此木塊之長為汽筩二箇折邊之長如折邊內有橫於汽孔之物件必在此木樣內做其式其三箇模心外端伸出而靠住于外模中模心之內端自出汽管之孔伸出靠住如第二十三圖木樣之內面與汽筩之外面相配合於泥板旋轉之軌作模之法先置鐵底板而豎立之鐵軸再以泥板用螺絲連於軸之桿上泥板略似折邊之板而上下有二箇彎處中或有凸能成圓住汽筩之凸圈用磚砌外模必留二寸或二寸半之空可以加泥汽孔之木樣嵌於砌磚之內正與泥板旋動之時相切木樣與磚相切之間上一層泥磚砌之牆將乾之時上一層泥其泥與乾草調勻必作之甚堅固因所受之壓力甚大而泥不能抵住汽筩必壞也此一層泥外面已乾之後再上一層與牛馬毛調和之泥此層必遇著泥板則末層為泥水極薄一層則此工夫已成依此法做之模之面甚平滑與已車平之汽筩無異如所用泥有縮小之弊或所加末層之泥太厚則模之面必極粗毛設上末層泥水之時模之面尚未乾亦有

此病設所作之模甚好則面甚平滑邊線角皆能清楚已上工夫已成即上黑料水而上黑料水之工夫必更加謹慎乾之時用一大圓面之板與汽筩之外周相配而用此物磨平模面上黑料水之前必作進汽路與平面之模凡與木樣相切之而用和牛毛之泥塗之而模心之外端入於此模所留下之孔內而易入之其泥分二三層塗之約共厚二寸徑遇磚牆其木樣為方而所連出汽管之樣為圓圖在泥內可將模割成槽則木樣始可自模內取出此汽路與平面之模外面抱以彎鐵條汽筩模外面亦抱以彎鐵條此各鐵條之端在二模分節處相遇其端成鈎用

鐵絲與泥收在應當之處設模作之甚堅則依此法用鐵條連之甚便設模欲靠住鐵條而作之太軟以上之連法不妙所鑄之件易壞也第用鐵條連模其費甚大能不用鐵更好即如本圖汽筩不必用鐵條相連其汽路之木樣撤去之後預備合模如用磚合之其磚從底下逐層砌成做磚工夫之間用鐵絲繞住汽筩而縛定汽孔之模則砌磚之工夫已成之後從外加火烘乾或內外並加火烘乾皆可。

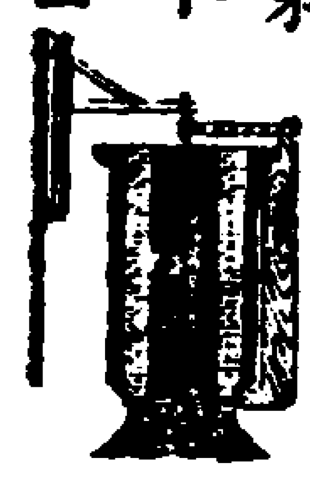
汽路模心　汽路之模心應堅固而鬆本長必等於汽路另加兩外端此種模心在尋常之模心箱內爲之然此法

不佳因木能彎壞如過一邊結實一邊爲熱則更能彎壞作模心最好之法如用作模心箱之木樣徑在鑄廠地坑內作模而鑄成模心箱用此種鐵箱不必多費工夫可以成好而準之模心如汽路模心用結實之泥爲之其模心內有多鐵桿用四分寸之一或半寸方之鐵條而照此模心成彎形此模心內之鐵桿或鐵條先醮濃泥水然後置於模心中

模心鐵桿之外可用蔴繩或棉繩或稻草等物皆可置於模心中則烘乾模心之時可以燒盡留下空處能通風氣此種繩可多用之第必爲細者設有鐵漏至模心之內則可以阻塞之作模心所用之泥其中可添牛毛然此事必依泥之好壞而定模心在箱內做成之後可用煤生火而模心置於火中加熱至紅且必四面能遇空氣騰上在模心中之動植物水炭等皆可燒盡燒完之後則上一層黑料此黑料爲筆鉛與泥調和者所用之泥以少爲貴此模心置於模中爲最後之一層工夫也

汽筩模心　作汽筩外模之時另有人在相近處作筩內之模心法與前同如第二十四圖作模心之處必用起重車能移模心而至模中模心靠一塊鐵板此板之徑比外模

第二十四圖



之內徑小六寸能靠住外模之底鐵板此模心用磚砌成外加泥一層再加黑料水磨光預備置於模中此模心有二箇切面一在上一在下皆成四十五度之角此兩切面之用令模心不離其方位設所用之鐵甚鬆如硬煤所鍊成之鐵或用木炭所鍊成之鐵則汽筩模內空處必引長至折邊之上如前第二十二圖使鐵中所有之渣質浮於上面而汽筩鑄成之後可截去之設生鐵之質甚密其中不生多孔而無異質浮於上面者則不必用上法爲之出鎔金類之門必在引長之處作之設無引長之處則作於汽筩邊之上出金類之門至少必有二箇或三箇如汽筩

之徑甚大而鐵疑其不合用則出金類之門必再加數箇模心置於其處之前挖成二箇容汽路模心之孔汽路模心僅以此兩端靠住而掛起則模心易於豎起所以模心所靠之孔必作之甚深必有鐵桿過其中而收牢於應當之處汽筩之模心置之甚準而相連甚牢靠住外模之板上而用鐵劈連於模心之鐵板上必鐵底板未相切而模之切而已能相切二板間之空處可用鐵劈或零碎鐵塊補滿之汽路之模心先置於汽路外模中相連甚牢後將此模置於應置之處將模心之外餘段入於所留下之空處而相連之用逕泥補平然後曬乾有時模心通過此模之外餘段用鐵板蓋住板外上泥一層模心內之鐵條連於此板上然平時不必用此法可用乾磚連於凸模心第相連之法大半依其尺寸與其形像并模心之形像也

坑內作模搗緊泥砂法

此法與別模同第模底之空處必鋪滿砂甚屬堅固否則底下切面或不密合熱金類可從模心之底而進設疑模心不堅固則將模心之中將砂鋪滿然此法能不用最妙或模心之底稍加砂子亦可模心之上孔用一鐵板蓋之鐵板中作一小孔各種氣從此孔放出上用一塊鐵絲布蓋之再用木花或乾砂於其上面燒之全模與模心板上置許多鐵塊或用螺絲相連甚

緊則傾入金類之時模與模心皆不移動設模稍動汽筩必壞也進熱金類之路在汽筩底之旁已傾入之金類必從底而速上也

汽路之模心其形甚繁者不易相連於應置之方位其中之出氣孔極難爲之然如本圖所定作汽筩之法無甚大難因有二箇模心之外端甚屬堅固且因汽箱小則模心不能大若汽箱之兩邊能露模心之外端則亦無甚大難因模心能靠住三點而作之頗能穩當也若其餘兩箇模心其堅固祇能容二箇堅固模心鐵在內則爲尤便若無此種便法而恐模心向上離其方位則必用帽釘置於汽路之模心與模子之間如此模心能相連結實如汽筩之模心則無別法與汽筩相連也

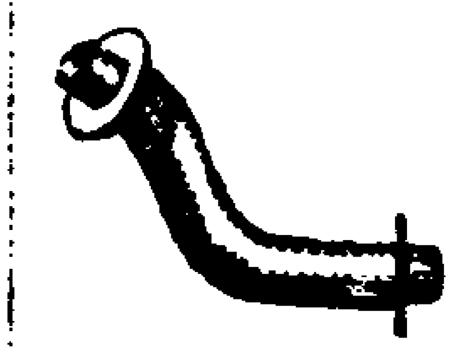
汽路內用帽釘之法不佳苟能不用最妙所用之帽釘必最堅固而爲上等熟鐵所作者用之否則熱金類能鎔之則較之無此釘之時更不妙也因作模之人以釘爲可恃之物而不知釘竟不足恃也且容鐵愈多則熱度愈大而帽釘愈易鎔設帽釘之鐵不甚淨中有渣滓則所含之養氣必與生鐵之炭化合成炭養氣此氣不能散開因在鑄成之器之中不能放進而此氣未升起之前遇模子之鐵已凝結矣

作泥模餘論

凡作泥模最宜謹慎者汽筩之模也因汽筩之外面必須平滑其中材料必須結實而無孔玆將作汽筩必當謹慎之事詳述之所用之泥必堅固而鬆所上之各層泥必烘之甚乾上黑料之前其泥面必已平滑汽路之模心必燒之極熱而硬模心之放氣孔必甚小置之之法能令熱鐵入於其內托住模心帽釘用之愈少愈妙苟能不用最妙模之各處必烘之甚乾以上皆爲緊要之事坑中砂已鋪滿用杵將砂搗緊此種工夫各種之模大致相同

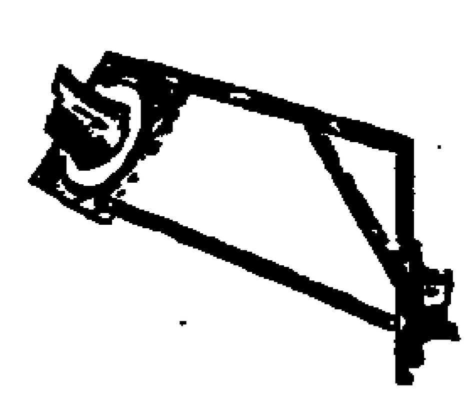
設汽筩不合於尋常汽筩之形或有一箇折邊或有二箇折邊而成方形或另加汽路或有花紋則必用木或金類作樣作模之時置於應留之處模未成之前必取出之作無法之形模　設所作之模其中不能用一軸則必用手作一泥板或在木樣之上作泥板有幾種模心並用此二法如第二十五圖爲彎管其模心必以泥爲之一箇模心祇可用一次其外模或用砂或用泥皆可因管甚彎大約不能在砂中用木樣作模第一步將一塊板依所定管之尺寸而畫一圖又畫兩三箇剖面形而其長必足容模心外之兩端將此畫板付與鐵匠又付與鐵條二三

第二十五圖



根令鐵匠彎此鐵條如模心之形相連而作模心內鐵條設管之長過於八寸則各鐵條必以小鐵圈圍而連之即成模心之內鐵管此鐵條依常法用草繩圍之後來用手加泥一層必依所畫之圖不差爲要最後之一層泥必甚薄而磨甚平滑然後可上黑料水第管端之折邊必留意得其相距之角不可有差　此種管常爲兩管相連之用

第二十六圖



必兩端有折邊用二板爲其樣板與相配之管之折邊相同用木板作架先於所有接管之處取一板釘之如第二十六圖各板用木條與釘相連成架而靠其折邊之

外畫一線此架之外再用板作一架與管之向內之尺寸相同管每長一尺必加八分寸之一爲縮小之地步管之內徑在第二箇架先畫好而後相合將前所作之模心置於此架上其方位爲橫管與所連之兩管之方位相同則模心與架相連之後再加泥一層於模心之外其形必與所作之管形相同其折邊必連於其上此泥曬乾之後則從架取去烘乾上黑料水而後加泥成管之外形之模此模必用鐵連之尤必留意於模之分開處不可加鐵條如管甚細而輕者則可用鐵絲每根鐵絲相距若干而圍住此模此模之分開處依尋常之法作之即順此管作兩槽

其方向能令模分成兩分而各分必從模心易於取出如取去模之時其折邊之泥樣傷而落下模心不受傷亦無妨也模面必依尋常之法成之合模之兩爿後周圍照常法加砂用手打緊但不用帽釘則無別法可托住管之模心所以模心與模之間必多置帽釘傾鑄金類之事其法與別種之模同

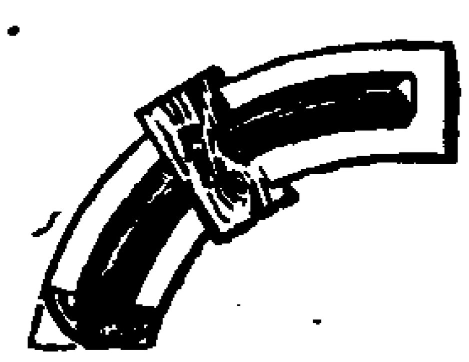
如所鑄之器其形更繁則作模之人必依其形而定作模之法常有甚繁之形尋常之人觀之必以爲無法可作模熟悉此事之人仔細觀其木樣思慮久之可得其便法而工夫易成設木樣分二塊尚不能作則必分三塊或四塊

或多塊爲之不過所分塊數愈少愈妙凡模必留意預備令各種氣有放出之路若鑄器之模必欲多用數箇鐵底板而模可更加堅固者多用亦無妨也

作橢圓形模法　凡作橢圓形或直線形或三角形體之模必先作配其形之底板因不能用立軸之法也如作橢圓形之浴盆而不用木樣則先作一橢圓形之板或圍其形必與浴盆之上邊相配如第二十七圖甲爲泥板與底鐵板相切甚準手持泥板圍住底鐵板而移動則模易準設有凸處或不合眞形之處必另用手工爲之凡直線形之體作模之法亦同如第二十八圖爲彎管之模心亦靠

第二十七圖

第二十八圖



住鐵底板而作之甲爲泥板祇能作模之平面處或鐘形之口亦可作之設有折邊必另作一木樣依此法作模心一次祇得其半以後可將模心之兩爿用逕泥與鐵絲相連此種物件尋常先作木樣而用砂爲模因不用砂作模心則必以泥爲之凡不用木樣而作方體之模與前言橢圓等形之法同然此種模比橢圓等形之模必更堅固因平面任鎔流之金類之壓力大於圓面所以不堅固之模則模與模心易於壓開作模之

人必謹愼管理此事也

作繁形模法　凡作極繁形體之模最妙之法先作其木樣即使不用此木樣作模而有此實體之樣較之看平面圖易於明晰凡鑄繁形之器如大汽機之架座等物必用泥作其模則工夫易成即如大輪船之汽機之架座一物而用四十餘噸之鐵在一時內傾鑄若用砂作模即使極其謹愼必被鎔鐵壓壞也此種繁形之模幾分恃圖而爲之幾分恃金類與木樣而爲之茲將作螺輪模之法詳細言之如第二十九圖螺輪或用鐵或用紅銅黃銅或

第二十九圖

銅等鑄之無論何種金類其法皆同木樣有四翼而彎如乙此種螺輪翼先做其木樣爲最妙在乙圖虛線分成兩爿第作模之人大半不肯用木樣而喜自用手法作模尋常之法將木樣藏於泥內模已乾而取出用此法作模之工夫極易祇用一鐵板爲底而上面作其一爿之模翼中所有空處內用磚外用泥補滿其中空處四箇木樣之翼用木螺絲連於輪轂依此法木樣可分數塊而取出木樣上爿分面分象限形之板而作其分面向下則每四分之一靠象限之鐵板四塊皆留於模之下半但此四翼邊尋常作之甚銳而欲其厚薄不差亦非易事最妙之法用手作其模分上下兩爿如前法則模之面更容易準而鬆密皆極平勻又有一法在輪轂處分開木樣之各翼另做一模轂亦另做一模則以各模相連而成然第一法比此更穩輪亦平滑而準也

作各種銅人物之模　太古時之人所作之銅人像甚佳近時所作之銅人像不能及也如希臘國在亞立山太之時所作銅像極大處處有之如羅馬國侵入希臘國之時在雅典城內得銅人像三千箇路德城內亦得銅人像三千箇路德城內又有銅人像高一百三十尺鑄成後五十六年因地震傾裂九百年之後有本處國王將剩下之銅塊賣去共重三百六十噸數百年以前禮拜堂之大門并城門皆用銅爲之即如夫路倫次禮拜堂之門極細而佳後有名士見而美之曰仿彿閶闔洞開矣可見當時製造之精巧也

凡用金類鑄成名臣之像皆欲令後人不忘其平生之功業耳古人所鑄之各種銅像或於紅銅中添和他種金類其重若干無一定之數或有甚堅固者皆偶然而得之也

作像模法　作大銅像之模或爲全像或爲半像古人未列於大工藝之中亦未有人著書詳論此事希臘國滅後數百年泰西無人以此事爲業者然希臘國時所鑄之像

其形甚準而甚巧其作模之法用軟泥爲樣而此樣即爲模心乘泥溼時爲之與人形無異近今之人用泥爲樣而從樣作模模已成時燒乾將模分開模心與模燒紅則模心縮小若干所鑄之像亦縮小若干無妨也依此法作模必大本領之人方能爲之因此種模祇可用一次如或不成則前功盡棄矣

法國作像模法　西歷紀歲一千六百至一千八百年之間用一穩便之法作像之模不過費用甚大耳作大像之模用石膏代泥因成大塊之泥烘乾之後縮小太多此石膏加於鐵架之外而成像之樣或已有膏像則在像外加

一層石膏未上石膏之時必用法定石膏成若干塊後來可以分開灑油一層於石膏之面然後另將蜜蠟六分白色柏油一分加牛油或尋常之油少許調和而煖之用毛刷拭上第一層於各塊模之面其餘各層任意爲之而蠟厚若干即爲鑄成像之材料之厚若干再用大小鐵條并鐵絲鐵絲布作模心之架其形略同於鑄成之像再將所得蜜蠟之殼一層從各塊石膏模取出連於模心之架上仍將石膏模套於蠟面之外而預備作模心之材料用石膏二分細磚粉一分與水調勻成漿傾入模中所傾入之處在模中愈高愈好此材料凝結甚速撤去外石膏模蠟

之傷痕須補平之刺小孔數箇爲鎔流之銅放氣之用路以蠟爲之厚半寸至一寸著於樣上必爲不關緊要處用細鐵絲扶持路之應當處不令其動以上工夫已成則必作其眞模此模依尋常之法用泥與砂與牛毛或馬糞調勻於蠟面必先上膠一層此膠爲極細磚粉與雞卵白調勻或與牛皮膠調勻皆可用毛刷上膠於蠟面之各處再加一層與牛毛調和之泥外面再加一層與馬糞調和之泥泥外用鐵條綁起外面再加磚一層磚外亦加鐵條此模之底與四周預備火爐內外平勻加熱至紅爲度下置一器收其已鎔之蠟而知蠟有若干體積則所鎔之銅亦

須若干體積此種作模之法不可謂不繁不過最穩而不致有差耳石膏之模可任用多次而不壞其益處較之希臘國之法尤大也

設做像之人爲巧手可想法省去前所言之工夫即如做石膏模之後其中置鐵架用模心之材料傾入模中令滿則石膏之模撤去從模心刮去一層其厚若干必爲所鑄之銅之厚再將模心置於石膏模中傾蠟令滿蠟之外面作泥模如前法

近時之人造銅像無一定之法各用其心思手法而奏其能有先作模心其外面之泥用手加之入爐燒紅外加蜜

蠟刻成樣蠟外加泥模加熱鎔去蜜蠟依常法將金類傾入模中第用此法其樣祇能用一次有以前法作模心後於石膏模中傾蠟成一蠟殼其餘各事如前者此法與前法之分別在乎作模心之工夫耳

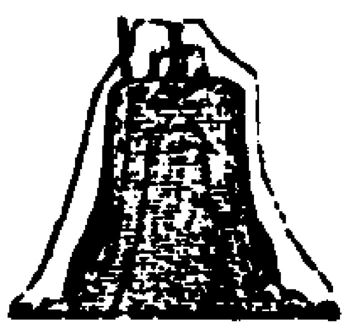
鐵像　造鐵像所用之材料較之銅像更多其模必燒之甚硬其法先作模心模心上雕刻人物各有其樣樣外加一層泥代材料之厚模必分開如常法則撤去代材料之厚之泥極謹愼將模之各塊合好此種樣祇能用一次如不能合式必重作之設有現成之樣則可從其樣作模不過模心必用手法爲之凡模心與模必多預備鐵條與帽

釘又必烘乾若謹愼爲之所鑄之像不致有悞也

平面陽紋　平面之陽紋或爲人物或爲花草其法用鐵箱與乾新砂作其模設樣爲繁形而不能從模中取出則必多用副模而模面用極堅固之細砂而全用副模爲之聚爲一塊副模之上必加尋常作模之砂同時曬乾副模與砂之分處用尋常之分砂爲之第欲省去分模之工夫則於木樣上擇其最便當之方向割開而成容易取出之塊此種作模之法較之他法爲便宜凡尋常器具之模皆用此法爲之

作鐘模法　尋常用砂成模其樣或爲金類或爲木而砂模用火爐烘乾如前法鑄小鐘重一百磅至二百磅之模其法甚易茲特將作大鐘之樣詳論之凡鑄鐘一事最緊要者定鐘之形并定銅之體用何原質而配成如第三十圖爲鐘之模已置於地坑中預備傾入鎔流之銅作鐘模之法與前所言肥皂鍋模之法大略相同模心之底用鐵板加磚砌成模心之形外面加一層牛毛調和之泥厚四分寸之三至一寸外面再加一層泥與磚粉加馬糞水調和者其中另加腦砂少許模心上之一層泥砂與砂代鐘之材料之厚外面再用極細泥水令其面平滑凡鐘

第三十圖

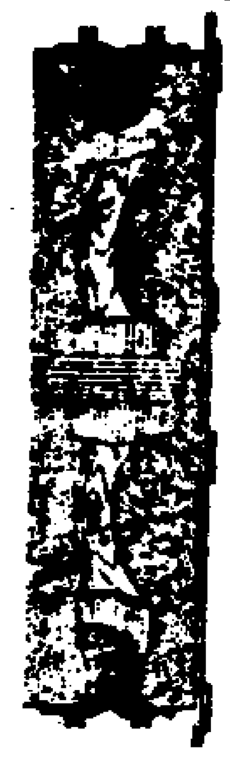


外面所有之花紋或文字則用蠟或用木或用金類作其樣或用膠或用蠟或用灰令其相連若花紋或文字必隨模取出而後取去否則模不能分開花紋文字用牛油與蠟調和者可連於代材料一層厚之模上少加熱則油蠟鎔去而花紋文字印於模上做模之法將代材料厚之一層磨甚平滑因不可用碟粉則用木灰一薄層如模心與代材料厚之一層其分處亦加木灰先用毛刷上漿一層其漿爲泥與磚粉與馬糞水調和者此一層必極薄極細外面上泥一層此泥與牛毛調和者又於外面上一層泥此泥與切細乾草調和者

鐘頂用木樣成模在豎軸取出之後而爲之再作懸鐘之追其圈或鐵或銅此圈之根必入鎔質之內則鐘鑄成之後其圈相連甚固取起模時其面已合式不必再費手工設有小疵不必理會鐘成之後而有凸處可鑿去之模面祇可上木灰一層模乾之時可置於模心上預備傾入鎔流之銅也模心之內或將砂鋪滿或空之亦可因鑄鐘之銅不生多氣無轟裂之危險模心外用鐵條包之但模之堅固在乎坑內之砂打壓甚緊也傾入材料之路在鐘之頂設鐘頂有花紋或文字則路設於其旁出材料之路鑄鐘一事不必用之因材料未至模中之時必已令其極淨

且銅之異質本不多不致浮於面上而閉塞此路也
用泥或砂并用鐵板作模　鐵路車之小鐵輪或馬車輪之轂或開金礦所用之車輪其輪轂處空心依鐵柱或鋼柱作一模心此柱少尖則輪成之後因其有小段則能取出取出此模心須乘其已凝結而極熱之時爲之但作模心之時不可令其鬆動也

第三十一圖



作火輪車速冷輪模法　作此種輪亦用鐵爲模鐵路常用之火輪車之輪模用生砂與鐵爲之如第三十一圖爲作速冷之輪之模此模用三

箱爲之下層箱爲尋常之箱祇能容砂而托住中模心與中箱上層箱亦然中層箱爲極堅固之生鐵圈或灰色鐵或雜色鐵皆可用之用車牀將內面車平爲輪邊之陰紋中層箱之重若干不可少於所鑄之輪之重若干設中層箱加重三倍亦可其各層箱依尋常之法而用耳與釘相連相連之件須配合不可太緊鑄此種輪之最難者令輪縮小之時各處牽力平匀設不平匀其輪易碎凡有輻之輪易犯此弊所以輪轂應分二塊或三塊未連至車軸時先用熟鐵圈套於上甚牢近時作此輪之常法不用輪輻第用摺紋之圓板以代輻則其輪轂可以一次爲之所以鑄成之輪材料縮小之牽力較之用輻之輪更能平勻此種輪盤其轂與輪邊之中無空處其材料厚四分寸之三至一寸依此法而鑄此種輪其邊之外面必當硬如鋼然其輪邊之中應爲軟而灰色如令輪邊速冷則外面之硬極易得之然冷之太速則內面變爲甚硬此種輪成後之高下皆在乎材料之好壞耳此種輪已鑄之後少傾必當開其模而取出其中之砂令其速冷用此法所鑄之輪不致易壞不第車輪當如此也即別物亦然因冷時內外平匀爲鑄物中最要之事所鑄成之器其薄處之冷自速於厚處之冷則必斷裂設能用法令各處之冷甚屬平勻則

無此病矣

作外面速冷軋輪模法　用鐵與砂并之而作模各種工夫內最緊要者作速冷之軋輪如美國之皮次白格地方有大鑄廠所鑄速冷之軋輪甚佳玆特言其作輪之公法

第三十二圖

模分三塊而成如第三十二圖下層箱或用鐵或用木爲之其中滿盛新砂或泥與砂調勻此箱之內置一箇木樣爲輪之軸與頸模之中層箱爲速冷之軋輪用一箇極重空心鐵柱其內面用車牀車之甚平滑模之上半亦用一箱較之下層箱更高因欲能容

餘料凡鐵內所有之異質皆在此中上下兩層箱之砂必烘之甚乾鑄廠中有時以輪之兩端之模用泥為之徑與軋輪相連如此則軋輪兩端之軸心必在一直線內設用前法而鑄之令箱之耳與釘相配甚準則亦可無差然軋輪壓而鐵模之重必多於輪重為三倍而外面必加熟鐵圈不使散開因鐵模非堅固之生鐵為之必有開裂之弊鑄此種輪模之鐵必最堅固而顆粒最細者而灰色之鐵亦不可用因傾入鎔鐵於其中亦與之同鎔也凡能鑄上好軋輪之鐵亦可鑄上好軋輪之模模之面上黑料一層與削模同不過上黑料必較之他模更須堅固則能受鎔鐵之磨力所用之黑料為最細之筆鉛并最細之泥調和者所上之黑料一層必極薄如不薄自能成片落下反生諸弊也鑄軋輪最要之事有二鑄之之法與材料之好壞第軋輪或為速冷之軋輪或為別種軋輪總須令鐵從底入模若從上而入模者無用也各種鐵又各有其最好鑄法能得最好之軋輪如第三十三圖為常用之法下層箱上邊之式甲為進鐵之路與槽從上觀之而引至軋輪之下頸而其槽繞頸若干遠則與模相切而成切線之方向則鎔鐵進路之後必周繞軋輪之頸而轉動所有重而淨之鐵必向

第三十三圖

模之內面而成輪之外面所有壞鐵與異質聚於中間然鎔鐵不可徑衝鐵模設徑衝鐵模則鐵模必鎔成一孔與鑄鐵相連不能分開所以進鐵之路必在下層箱之砂模中或泥模中但進鐵之路之形必依鐵之性情而定因鐵汁甚濃或有速冷之性進模之時令其轉動甚速設鐵汁稀而熱則必動之甚緩否則必能令模亦鎔其軋輪留於模中以冷為度若將模外之砂挖起則其冷甚速

鑄鋼鐵相連之器　近時各處鑄生鐵之器與鋼相連如老虎鉗等物因能得便宜之法故不多用熟鐵鑄之如鋼之性非甚硬者則鋼與生鐵易於黏合然日耳曼國之鋼與泡面鋼等類極難黏合有用生鐵屑與硼砂為黏合之材料但生鐵與鋼黏合之件之鑄法余不知其詳祇能言其大略而已所有生鐵相連之鑄鋼板厚半寸至八分寸之五寬必合於所欲鑄成之面一面或磨或挫得白色之平面面上有一層燒過之硼砂加熱於其板至硼砂已鎔則鋼面上得硼砂一層明如玻璃乘板之熱時置於模中模用乾而堅固之砂為之鐵從其中傾入因鋼板在模之底可以得極熱之鐵第傾入鐵汁之熱度與鋼之等次有相關如硬鋼所用生鐵之熱度必大於鑄鋼所用生鐵之熱度所用之生鐵必堅固而為灰色者若用深灰色之

鐵則鐵與鋼不能黏合甚牢然白色之鐵又不可用因所鑄之器太軟且以鋼淬火時其鐵易於裂開耳淬火之工夫必加稍大之熱而所用之水必從四尺之高或多尺之高墜下也

鉛錫等器之模　用泥砂與鐵作模之外有全用鐵或紅銅或黃銅或礮銅爲模者此種模可鑄錫鉛白銅鋅印書之字鉛等黃銅模較之鐵模更佳因不易生鏽且磨之更能光亮不致粗糙做此種模之理與砂模無異如將金類之模分爲二箇或多箇則各分必加一柄其長以不令模之熱傳至人手爲度模之各分必配之極準或用耳與釘

連之或用劈連之未傾入金類之時模必加熱甚足加熱之故因有時用此種模鑄物少傳其熱於模則金類未成物形而已凝結也此種模每用一次必揩磨甚光用油布揩一次則模之面得極薄之油一層又有幾種金類可以用散達拉格粉（即芸香也詳論於化學中）與雞卵白調和以代油鑄擺金類之物皆用之如鑄純金類之物則用油爲妙也

銅器之模　作此種模不必詳論祇言其大略如欲作鑄紅銅片之模用生鐵之箱鐵厚半寸至二寸然此箱必易開若紅銅極熱能與鐵面黏合而難分模之面必極淨而有光否則紅銅必生許多小孔雖成片而不可用矣鑄黃

銅片之法與紅銅無異不過黃銅片可以用兩塊平面石相合鑄之爲最便之法所用之石或爲花鋼石或爲細石英而用鐵條作箍包其邊石之兩面其相距等於頂住鐵柱之厚此種模必須起重車起其上面之石也

印書鉛字板　凡以易鎔之金類而鑄物件其模必皆用石膏爲之印書之字板常用此法鉛字之上傾入最細之石膏一層已有此一薄層再加粗石膏一厚層然後置於火爐內用微火烘乾爲度再置於鎔鉛鍋內模已冷則撤去石膏所得之板可謂印書之用用此法字板之好壞在乎做手之高下

又有一法將刻圖之木板或擺好之鉛字板待金類臨結之時壓於面上用此法者必須巧手方能爲之所得之字板比近時常用之法更能清楚用此法印圖極細而可觀即如法蘭西國京都之圖以及著名之圖其圖板皆依此法而作也做模所用之金類爲鉛中加錫少許預備硬紙之箱其尺寸合於所欲得鉛板尺寸則傾出之鉛厚不過八分寸之一而靠於平面桌上而冷時極爲平勻另有人預備木板之圖或擺好之鉛字待鉛凝結之時壓於面上如做此事之人果屬巧手則所得之板必較近時所用石膏之板更覺清楚第一次所得之板爲陰紋之模若欲得

陽紋之板所用之材料與鉛字之材料無異或用更易鎔之材料亦可其法仍用一紙箱將已鎔材料傾入其中待臨結之時全模壓於面上則所得之板爲陽紋之正板矣紙箱之外加一塊薄鐵板可免做模之熱金類四散而傷人板之外面因與養氣化合而成鏽一層故兩種金類不能相連曾有人設立器具而作此等字板工夫甚易即非大本領之人依法而做亦可成也所用之金類能鎔之熱度從全鎔之熱度起至能在熱水中鎔之熱度爲止金類在熱水中化鎔之方詳於本書下卷

壓成或鑄成各小件　凡陽紋或陰紋之小件可以就其

樣而作模而從此模鑄物其多少可任意爲之所用之材料或爲蠟或爲紙或爲鯨魚之鰓或爲牛角或爲玻璃或爲硫磺皆可用之而其工夫爲細而巧妙者即如鑄各種金銀銅之錢或鑄器皿或鑄金類之板第紅銅板黃銅板銀板所鑄之陽紋有用木做小模用模壓花紋於面者如模之陽紋不同陰紋能同此種工夫必擇其幾種論之凡鑄小件易而大件難且愈大則愈難用此法能得壓而成模之法即如有軟物不能徑得其模必先壓得其形而從其形而爲模

壓蠟成形　蠟爲便用之材料而黃蠟爲尤佳未用之前先令其煖然後用手搏之令其質平勻而堅固且遇他物不致相黏然用蠟之病因不甚堅固所以祗爲軟物花紋極細極清而不能受熱與水者則用蠟竟不傷損另用石膏得其模預備此石膏之樣可再用砂作其模

饅首碎屑成模　凡硫磺或石膏等物欲得其模可將饅頭碎屑用手搏之極勻壓於其面即得其模雖乾而不裂也

火漆成模　物有因化汽之熱而受傷者可用火漆爲模所用之火漆必爲上等者而置於小金類鍋中下點一燈令其漸鎔已鎔之後其結甚速可以物壓於火漆中而成

火漆之模或用泥或用石膏做成物件若火漆在小金類之鍋中可以做一箇砂模然火漆不可有泡在內而所用之樣必爲最淨者

硫磺成物形　硫磺爲最好之材料不過成之甚難耳其法有二如硫磺加熱至將沸之熱度則成有黏力之膏速傾於熱水中仍有軟膏之性所傾出之大小各塊可相連而搏成一塊用此膏壓於物面上則有極細之花紋而得極清楚之形過數日後則復其硫磺之原性矣又有一法更覺便捷將硫磺加熱至能鎔後再加熱得清流質久之變櫻色而成韌性至末燒至有藍色之火速傾於板上漸

冷而變爲流質再冷忽結臨結之時將樣壓於其面則所得之形甚是清楚

玻璃成物形　玻璃成形極能耐用不過作之甚難凡錢或牌等物欲以玻璃作其模用一箇鐵圈高半寸或四分寸之三其徑稍大於樣之徑置於樣上再將枯石粉（此粉出於考大地方）加水令稍溼不用別種枯石粉者因其中所含之質不合用也模之面必爲此粉之最細者而用細篩篩於其上圈內粉已滿如作砂模法壓緊取去樣之後令模漸乾然後緩緩加熱至燒去一切水與溼氣爲止模上置一塊易鎔之玻璃稍大於其樣用爐火加熱則玻璃鎔而滿於

模中然枯石粉不能同鎔也如欲玻璃有各種顏色先鎔有色之玻璃至於所欲得樣之處然後再加別種玻璃融洽於其上然此法必用兩模而功夫亦分兩次第一箇模祗得一有色之玻璃必將其背面磨平則第二層可融洽於其上凡此種工夫所用之玻璃即作假寶石之玻璃也

泥成物形　泥爲最易成形之材料不過易縮小而裂開此大病也如做陽紋花紋之瓷器可將白泥放入銅模用刀壓平背面如欲加各顏色其顏色必須耐火者則將未燒生瓷器壓於其背自能黏合然泥有縮小之病有一法可變爲益處設樣太大而欲變小則屢次做模得其新形乾後再做一箇新形如此每次形變小其大略不差但不及原式之清楚耳

假木花紋　將膠五分魚膠二分以水消化之與細軟之木屑調和成膠則無論金類硫磺石膏木之模外面加油極薄一層將此膠用手壓入模中第所成之件不能清楚有時可以代木上所刻之花紋此種假木花紋外面可以加漆或金箔不過此種物件不可受熱膠內加火石細粉或枯石粉或細砂等少許則所成之件更能清楚膠內不可加泥因泥性必消化於水也

用別種材料於金類之外做成物件不過便於作模之樣

耳

石膏　作模與樣之材料石膏爲最要之物其法用石膏塊磨成細粉火爐加熱燒去其中所含之水設加熱太大則其質必壞設加熱太少則以後調成膏凝結慢而蝕水太少如石膏久遇空氣則加水之後不能凝結所以必再入鐵鍋燒之而後成膏能蝕水凝結凡用石膏之人必熟悉此事者方能無差以下將用石膏之法詳論之

用石膏之第一要事必周知其性即如所用石膏爲新買者則置於鍋中加熱至紅屢次調之則以後用時無所疑慮如各種石膏變得極韌其用水之數各不相同必試後

方知用水太少所成之物必硬如所得之膏爲極濃用之最難清楚如用煖水則所成之物更韌石膏漿必時時調攪無片刻之停否則所成之物其內必有許多空處最妙之法先鋪一層極細石膏漿於模面乘其未乾之前用濃膏加之則所成之件清楚而堅固石膏中不可有異質因能減其堅固也如石膏祇爲做樣之用可加熟石灰三分之二則石膏凝結甚慢如未結之前尚欲改形則甚便設有淨石膏其中加些石灰做模用之甚好即如鑄金類之模亦可用之以石膏作模而鑄金類最好加最細浮石粉三分之一又加泥少許凡用石膏所成之物最爲堅固所

燒新買之石膏不可過稀凡樣能不漏水則外面易做石膏之模所以有樣而欲做石膏之模者必先上不通水之漆可不通氣凡樣面上漆必薄而平勻則樣不致改變其形而細孔不致塡塞即如木上所刻之圖等物欲做石膏之模即於樣面上一層油或肥皂水置於一平板上或平面桌上外面用上過漆之厚紙或錫板等輕而能彎之物圍於樣外必甚緊切其高等於所欲做石膏模之厚設更高亦不妨再將石膏置於尋常之小缸內加多水調和停片時則石膏之粗者沉於水底細者浮於水中尚未沉下則將此水緩傾於樣上而屢次輕擊之則石膏可至樣之最細之孔中而樣面所生之細泡可以浮上缸底之粗石膏可以棄去或留燒一次亦可過五分至十分時石膏已沉盡積於樣面成一薄層將清水傾出再將濃石膏置於此一薄層上第一次所加之石膏必極薄如太厚則軟而鬆易通水不可用也此兩層石膏相連甚屬堅固外面甚是清楚此種模烘乾而燒去一切水氣之後可用鑄易鎔之金類以成物件即蠟硫磺等皆可爲之如欲將此模即做石膏之物件必先上一層漆所用之漆名曰含來克膠或將此模醮鎔蜜蠟亦可但上漆較好於上蠟也第一層石膏可用駱駝毛所作之軟筆拭上之第此法甚難從模

中取出無一定之時太早則所成之物甚軟而易碎太遲則黏合於模面而不能分開如做小物件而石膏極濃大約十分時至十五分時已足如做大物件必一刻時至四刻時可從模中取出其樣面必加油一層照前所言之法然上油工夫不可草率如最清之油亦可塡塞樣面最細花紋之處則石膏不能入其中又有一病所成之件油入於其中必常軟而不能乾硬所以已成之件雖清楚而一遇別物則有傷痕樣面加一層白肥皂水較好於油然爲木樣則不平滑或有漆則所成之件難與模面分開尋常之用可用最濃之肥皂水加油少許爲最妙之法如用油

則已成之件必有油色不能極白若用白肥皂水則所成之件其色甚白

石膏作模　此種工夫本無甚趣味若詳言之亦無益於製造之事然人苟能明其法則各種人像可如其造法故此書言其大略也繁式之像有三法第一法將模與所成之件先分多塊而爲之以後各塊用螺絲相連然此種法極笨而不足恃所成之物其形必不能甚準一人作模一人分做各塊一人相連各塊三人之工夫極難無差如金類之像各塊必用螺絲相連而石膏連接之處要磨平且此種像不甚堅固而相連之處亦必顯出也

第二法鋪石膏一薄層於樣上厚四分寸之一至半寸外面上黑料一薄層其黑料爲細木炭粉與膠水調和者外面再加石膏一層厚二三寸或多寸其厚必依樣之大小爲度此石膏用泥刀上勻待外層將乾用黑石粉作線而分外口爲若干塊其分處欲便於任取模之一塊也第樣不顯露於外作模之人必熟悉其中之樣之若何方可下手否則無從畫此黑線也有人於樣之不著緊要處露出一塊可容易畫分模之黑線所露出之處後來再以石膏補之而得其模分開之法或用鑿或用鋸徑分至黑料一層則知將及內樣此法極易而便捷模亦甚準然各塊相切之而其邊易於磨去則造成之件面必粗毛如做石膏像此法尚不爲精妙用過數次後模已壞矣用此模鑄物之時用繩帶圍模之各塊而使之相連

第三法工夫甚遲而做法繁重不過最穩當而最準如用模謹愼用過六十餘次尚不失其形此種模之做法與鑄金類模之做法大略相同將其樣之外面用鉛筆畫線分其面得若干塊所畫之分線必爲便於取模之計必於樣之外面擇其最便之處用最細之泥圍住一塊若築小牆然其牆必少向外斜於此小圍之內鋪滿石膏漿待石膏凝結之後將所成一塊之模取出用刀切平外邊其外邊

必向外斜可便於與別塊相合也各塊相連若橘面石塊相合然模之各塊相配中空而不致傾塌也各塊之二箇對邊彼此凹凸相配甚屬堅固第一塊做好之後擱於一處再用泥圍住第二塊之三面或多面而第一塊模之邊爲第二塊之一面須有凹凸相切之形再傾入石膏漿而待其乾則爲模之第二塊已成依此法樣之各處做模之各塊如模大而繁者分至五十餘塊末塊自可不用泥圍住因周圍有各塊圍住又可不用凹凸面先取去此塊則別塊易於取出矣樣已盡好則模之外面切平切平之後則外面又作第二層之模第二層之模不過分二分或三

分第一層模之各塊必在第二層模之中配之甚準如防模側轉而第一層之各塊落下則塊上用鐵絲圈而用繩捆之極緊此繩徑通過第二層之模而在外面縛緊第二層之模亦可以做凹處與第一層模之凸處相配尋常之模不用此凹凸法亦可其全模仍用帶圍繞之而令其相連

石膏作大像　石膏可做空心之大像先作細石膏漿傾入模內將模搖動之則模之全面得一薄層石膏再加一層粗石膏漿亦可平勻於模面依材料厚若干而多加幾層如欲得更堅固之處或用手或用泥刀多上石膏尋常

像模不必作進材料之路因像底空處甚大材料可從此進也

凡尋常做石膏像等物樣與模上一層油或上一層肥皂如有極貴重之像欲以此像爲樣而做其模而像面用油或肥皂則像已壞則必用錫箔貼於其面然錫箔之接處不可顯露必用一毛刷輕輕打入像面花紋或凹凸之彎面

加欲作人像則將石膏傅於其面因所欲得之模不過面上各部位之界限故將逕布周繞於面旁則石膏不致污於別處鬚髮與眉必用紙貼錫箔於其上已用二管塞於鼻孔中則石膏在面仍可通氣若爲死尸而欲作其像更易爲也石膏漿須厚薄適中取去之時用其外面作樣其與頭髮等做像之人觀而爲之

硫磺鑄成物件　用硫磺鑄成物件極能清楚不過其質甚脆僅可爲小物以金類等材料作模者不必加油可以鑄之如將洋錢外面用紙圈圍住傾入已鎔硫磺硫磺不極熱紙不燒壞凡鎔硫磺鑄物其熱不可過大硫磺加熱之時變成明流質此爲最好之時若再加熱則變爲膏而不能傾出尤必留意不令硫磺焚燒如焚燒則變爲昏暗之灰色硫磺又可與別物調和而加其堅固如石膏一分

硫磺兩分同鎔之可不甚脆而能鑄最細之花紋又西班牙國所出之樓色粉或火石粉或泥粉皆可與硫磺調和又銀一分硫磺三分同鎔調和可鑄成極精楚而堅固之物件

用蠟鑄物　用蠟與別物調和易鑄成物件然所成之物易於縮小且蠟鎔而鑄之時不可甚熱或甚冷如甚熱則面上細紋必壞甚冷則不清楚蠟可與筆鉛或銀硃或白鉛粉或石膏等物調和而用之如所用模之材料能收水則必須極冷或極溼時用之否則鑄物不能成也模之面已有蠟一薄層凝結其餘之蠟傾入鍋中鑄成之物蠟薄

則縮小甚少蠟厚則縮小甚多

火漆膠等鑄物　火漆魚膠牛皮膠亦可爲鑄物之用常用做小件但有一種材料能作凹凸之模茲特詳細論之其法將牛皮膠八分糖漿（其色黑者）四分調勻令沸再緩緩添熱胡麻油一分傾於樣上已結之時容易取起此種模可作石膏之物件因其有凹凸力可口甚小而內容甚大形之花紋此種模只能用六次至八次已壞但作模容易雖易壞亦不妨也石膏物件用此法殊便

白礬鑄物　白礬亦可以鑄成物件不過鎔時不可加甚大之熱而致燒成顆粒之水也傾入小模中可以成物之

形如白礬每三十分加硝一分更妙鑄成之件色白而不透明如礬石五分鹽一分并和鎔之則鑄成之物極能透明硝亦可用熱金類之模鑄成物件極細而色白如玉也

作動植物模法　萬物之內已成形者無不可以作其模如禽鳥蟲魚以及枝葉花果等是也茲將作蠟模之法論之其法用已死之蠅其足置於一蠟圈上則足與身之各件易置於所欲得之式此蠟圈又爲入鎔金類之路再將此物用細而軟之毛刷用極薄之舍來克膠消化於醕灑於其上極薄一層曬乾之後置於小紙匣中用細金類絲扶持於便當之處模成之後取去金類絲處即爲通空氣之路再擇極好之處用尖木釘刺紙匣成進材料之孔將極細石膏三分極細磚粉一分調勻再將水若干添白礬少許并腦砂少許於水中調勻將此水與前料調勻成稀漿傾於紙匣內如模不甚細微可將紙匣動搖如爲極細之樣可先用軟小之駱駝毛刷上稀漿一薄層然後將餘漿傾於其上凝結之後則撤去紙盒而漸加熱至極乾水乾之後仍漸加熱至紅如血色爲度則動物之質盡行燒滅如專用石膏而不加磚粉則不能當此大熱也添腦砂者可令動物植物之體燒滅甚速燒紅之模不可驟冷必須緩冷與前之緩熱無異否則自能裂開冷後傾入水銀

於模內以模搖動再加水銀至滿則物質之餘灰可以浮出如此屢次洗滌則各種異質皆能去之用此種模之時必先加熱但所加之熱依模之大小金類之性情而定如樣極細而極薄又用凝結甚速之金類則所用之模應更熱於用厚樣與緩凝結之金類此種模鑄成小物用銀最佳鑄字鉛或銲錫之銲金并易鎔之各金類皆可鑄成之後如模與金類能甚熱則所鑄之物能顯出樣之極細花紋收藏此物可作以後鑄物之樣如有大物件亦可照此法爲之然非巧手恐不能成也

陽湖趙宏繪圖

冶金錄卷中

美國阿發滿譔　英國 傅蘭雅
新陽 趙元益

此卷論鎔鑄各事

鐵之性情不同

各處出售之豬鐵其類不同所以鐵質之精粗不能以一處之名號而定之即所出之鐵爲同礦者亦不能屢次得之而無同異也同一鎔鐵爐所出之鐵第一次可謂第一號稍遲幾日所出之鐵即稍次可謂第二號或第三號但豬鐵之高下可以試驗而知或用何種鐵礦或用何種煤

炭或用何等煉法以比較而分其高下者以下姑不一一分言之先論用何種形性之鐵則有如何得益之處而分爲第一號第二號第三號等鐵以爲公論也

第一號鐵

第一號之豬鐵即是深灰色者凡鑄物用之最多此種鐵以硬煤或炭燒鎔之則凝結之後質紋甚粗人粗看之以爲斷處能見顆粒及折而細觀知其質紋如薄片聚成不能見其顆粒也鐵中所含之炭結成極細之顆粒其形亦難猝見大約質點緊密未易分別耳　枯煤所燒之豬鐵并第一號之硬煤鐵與熱風鐵其顆粒更細即如本司非利阿所出第一號之硬煤豬鐵與皮次白格所出第一號鐵在外面觀之粗而色黑美國之東邊各部與美立蘭阿利減宜河阿稀阿河得納西乾都格等處所出第一號木炭燒成之熱風鐵比上所言之鐵更細又如蘇格蘭所出之豬鐵其斷處質紋極細

此種豬鐵尚嫌稍軟而美國所出之鐵堅固者多鎔時易於流動變冷又甚緩所以鎔鑄物件最爲省便灰色之鐵可化鎔一次或二次但質紋最細之鐵或炭火鎔煉之時遇空氣太多則變爲第二號鐵

第二號鐵

此種鐵內所含之炭較之第一號略少其灰色亦更深顆粒更細如其顏色與第一號之鐵無甚分別則比第一號鐵更爲堅固而鑄物最便用之若其色爲更深之灰色則不合於鑄小器之用而最合於乾模中鑄大器化鎔時易於流入模中而令模之曲折處皆滿也所有浮於鐵面之異質較之第一號更少而不致有燒壞範模之弊此號鐵牽力極大可銼可刨可車可磨質紋細密較之第一號鐵質更清

第三號鐵

第三號爲白色豬鐵如將第一號鐵或第二號鐵化鎔之

時令其多遇空氣則變爲第三號鐵若斷之則其斷面頗明顆粒能辨此種鐵不合於鑄物之用也

美國東部所出之猪鐵其種類甚多大半合用所鑄之物任何式樣皆可以成以下特將最有用之猪鐵論其形性以便採擇

深灰色鐵

深灰色之猪鐵如見其中有筆鉛片者用以鑄大器則不能堅固祇可鑄各種小件與空心之器但鑄極細之物斷不可用粗而有顆粒之猪鐵因有粗顆粒則不能流入模之細微處已成之後必不淸楚也猪鐵之中若含燐少許

則其色略爲白色其顆粒必不粗亦可以鑄物如空心器或火爐之類 灰色猪鐵鑄成鍋類之器而鐵中所含之炭或筆鉛太多則經火熱而黑質化出烹煮之物必受其黑色而不可食矣若用含燐之鐵斷無此弊

黑色鐵

此鐵不可鑄任大力之器因其質太鬆故也

鐵有熱風冷風之別

尋常鍊鐵之坊熱風鐵與冷風鐵出售時竟無分別即有記號亦不足爲憑彼此互名欺人圖利間有誠實之坊另刻記號於其上令購者一望可知但欲實知其熱風與冷風亦無確據有人言得一分別之法熱風鐵之質紋較冷風鐵之質紋更細但此說爲二號鐵燒鎔時之手法同所用木炭若干同而礦亦相同若用鐵者必依此法試驗又極難而有差又有人言得一分別之法將二號鐵折之而看其顏色若礦同炭同煉法同熱風鐵之折面其色必更暗而舊冷風鐵之折面其色必更明而新且有時能看見熱風鐵之折面細顆粒之中而有暗色粗顆粒間之此看色之法較之看質紋之法有把握辨鐵者若將以上二法同試之必更無差誤也 凡鐵以軟硬兩種煤燒鎔者祇有一號即爲熱風鐵若以木炭燒鎔者則有二號一爲熱

風鐵一爲冷風鐵鑄廠所用之鐵或爲熱風或爲冷風不甚分別不過熱風鐵之質紋細而勻密鎔時易流入模中耳若冷風鐵與熱風鐵其斷處顏色無異則冷風鐵所含之炭與異質更少若以此二號鐵相和鑄結實堅固之器最爲合宜則鑄器者究以能分別爲有益也

調和各鐵試驗法

調和各種鐵爲最要之事如有花紋之物與玩好之物美觀爲上堅固次之若任重之器利用之器堅固爲上美觀次之所以鑄廠中應細心試驗所用之材料何者最爲堅固試驗之法用木條長二尺厚一寸闊二寸爲樣作模而

鑄同式之鐵條以試驗各種鐵質所用之模與砂大小斜平乾溼粗細均要相等然後以各種欲試之鐵盛於罐內或在空氣冶爐燒鎔之傾入模中鑄成各鐵條待其冷後將板之一端用老虎鉗鉗之一端懸以重物漸加之以折斷爲度加重之時必量得其曲線若干度以之比較而得各種鐵之凹凸力則可知調和之鐵何種爲佳凡用鐵之廠各以此法試驗最穩當而大有裨益也

凡以多種鐵調和鎔化而比較之必屢次試驗而各得其任折力之中數方爲確據如熱風鐵之質紋比冷風鐵更屬平勻所含炭質亦更緊密所以能將熱風鐵數種調和

鎔化所得之鐵比冷風鐵更爲堅固但以上所言必須礦同料同煉法同所鑄之鐵方合比例否則總無一定之法可以知何種猪鐵調和而得最堅固之質也此事能顯管理鑄廠者本領之高下如煉鐵礦之爐其式已無一定即所得之礦與用各種之煤及燒煉之法亦未有一定猪鐵刻明何等字號亦不足信管理鑄廠者於其所不能預知之事而細心分別之方能用之各當而無棄材也

猪鐵之色爲極深之灰色或其質太鬆可以少加第三號之鐵或舊生鐵之碎塊若其色爲黑灰色則每百分中加第三號鐵三十分或加碎塊鐵三十分亦可若鐵中所含之炭太少可以加第一號鐵至合用爲度凡鑄廠中所用之好鐵必從各處鐵礦所出之鐵并各式冶爐所燒鎔之鐵調和而得之即如沙格喇硬煤所燒之猪鐵如少加蘇格蘭之猪鐵調和鑄物則甚堅固如少加牛雅格或巴題馬兒木炭所燒之鐵更能堅固總之將一類鐵之第一號與別類鐵之第二第三號或零碎塊調和必出好鐵又冷風鐵當與熱風鐵調和此種鎔鐵法有藉此而得鐵之堅固者俟後詳論之

鑄廠所用之鐵不但考驗其堅固必須考驗用何種鐵最能合式而省費所謂省費者謂常以此種鐵鑄物不致誤

事也又鑄成之後必無零碎小塊所以最好用之鐵必是軟密之灰色鐵

凡調和各種鐵以所鑄之器爲主如鑄鐵梁并鑄鐵軋軸所合用之鐵不能用以鑄空而有花紋之物又如鑄細小之器能得其最清之花紋則不可以鑄重大之件若用第二號之硬煤鐵或第一號之硬煤鐵與第三號之木炭鐵調和鎔鑄大件最爲合宜但所用之硬煤鐵必擇其佳者因其質頗有高下也 美國亨庚鹿刻所出之猪鐵爲泰西著名之鐵設有人以此種鐵試得其堅固之數而定其與他種鐵相較之比例豈非有利於製造之事乎

有一種易鎔而速凝之灰色鐵可以鑄小而有花紋之器但其色之過淡者鑄成之物不能淸楚鐵內含燐少許者鑄此種物最爲合宜若鑄極小之物尙不可用必取水鐵礦煉出之鐵用之取其含燐多也　闌干等有花紋之物不可用含燐之鐵必擇最細顆紋之淨鐵而鑄之欲其能任猝加之重力也車軸與車輪鑄成之時欲其速冷而凝結者必用最堅固之第二號鐵若用第二號鐵再加第一號鐵或第三號之木炭鐵或零碎鐵塊與之調鎔爲最宜鑄極硬之車軸鐵內含燐少許亦無大害若鑄車輪切不可用水鐵礦煉出之鐵

用模之法

凡欲器之堅固非第考究鐵之性情而已也即所用之模亦必知其各有所宜如輪機之架及鐵梁車軸并一切任重之器必在乾砂模或泥模鑄之用生砂模者速冷而凝鑄成之物必極硬而無韌性　所鑄之物面須平滑者則宜用生砂模而模面加黑料一層必甚平滑輕而薄者較之重而厚者其面更能平滑即冷凝甚速之驗也凡所鑄之物欲其堅固結實者必直立其模而鑄之或斜其模而鑄之其進金類之路在下出金類之路在上

鐵礦徑從冶爐鑄器法

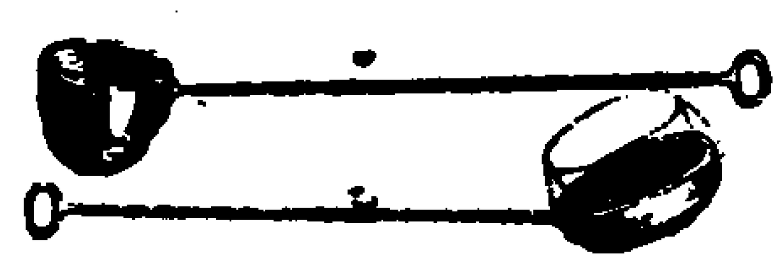
鐵礦煉之即成生鐵若煉鐵礦之時乘其鎔化傾入模中亦可鑄物但此事不常爲之美國用此法者亦甚少大約從鐵礦煉出之鐵徑鑄物件不能定佳倘不合意必毀鎔之而與別種鐵調和方可再鑄豈不費事然得易鎔之鐵礦而用木炭從小冶鑪鎔之亦可鑄成物件也　凡水鐵礦煉成之鐵冷則易斷必須以礦徑從冶爐鎔鑄成器此種鐵其中含炭極微已煉之後不便再鎔所以一切製造之廠鑄堅固任重之器者皆不可用有人用此鐵礦以鑄空心器如火爐之類鑄成之後細而淸楚又用此鑄炊飯之鍋不污不鏽爲別種鐵所不能及常見一種飯鍋燒成

磁油或薄錫一層以防鏽沒得此鐵而鑄之功用略同矣

鐵礦徑從冶爐鎔鑄之常法用一鐵架做一泥塞與火爐之底孔相配能直通至鐵中則能去火爐中之渣滓并鐵汁面之渣滓但火爐所加之風必停止則鐵汁面之渣滓取去之後爲可鑄之鐵若泥塞甚厚而不拔去則燒鎔既久鐵亦可淨起鐵之器用鐵瓢盛之鐵已盡而物亦成將泥塞拔出而底板後之渣滓可以盡運於火爐之面再鼓風熾火鎔之最好之法在進風之兩口上弧形之處作一井此井不必極大祇須能容鐵瓢爲度所吹之風與井無關即管理火爐之人在其對面亦與井無涉井之用法

從後邊之石鑿成一孔火爐近底之邊亦鑿一孔兩孔相接之間用火磚作一圓圈而圍之外加鐵鏈條四面固固以防其裂此井與火爐相通之孔其高下之度必酌量井中常有鐵汁爲佳初用井之時必以燒紅之木炭置於其中以極熱爲度俟爐中之鐵已鎔則從底孔漸流至井至兩面相平則不流矣鑄物時可以任便取之如第三十四圖甲爲生鐵瓢乙爲熟鐵瓢熟鐵者最佳不易燒鎔也若用生鐵瓢外面加極薄泥一層用熟鐵瓢以泥搏之甚熟加於

第三十四圖

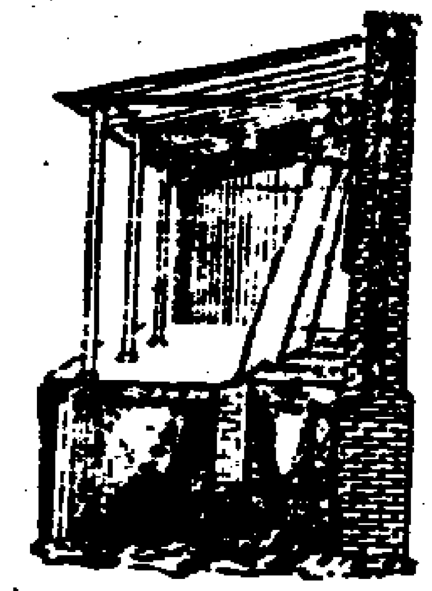


瓢之邊以鐵瓢爲其底其泥口之高低大小可以任意爲之熟泥必日換新者或每鑄一物即換新泥亦可泥鐵瓢必烘之甚乾然後加於化鎔之鐵井中否則爆裂而致傷人矣

礶中鎔鐵

礶中鎔鐵靜而不沸其熱亦不至燒壞砂模古時常用之近時因礶中鎔鐵人工煤礶費用已多不樂用之然亦有幾種特用者如工匠需用之小鐵器以及最細之玩物必在礶中鎔鑄之又鐵與別種金類調和爲他法所不能成者用此法則成者較多　造礶之法用上好筆鉛易得大塊價亦不貴每鍋能用十次至十二次每次燒鐵二十餘磅所用之火爐與鎔礦銅紅銅之爐大致相同如第三十五圖觀圖即知其意火爐在地坑中煙通之內邊用火磚砌成爐內之周圍亦然爐之上面用生鐵板蓋之板上有重物壓定以鏈條與

第三十五圖



滑車掛起可任意上下或有別法令蓋上下亦可爐柵用一寸方之鐵條生熟皆可排之平勻活動可以取出爲盛煤收拾之便礶底墊火磚一塊置於爐柵之上若用破碎舊礶之底合墊之比火磚更妙礶底必高於爐柵三寸至

六寸依用何等燒料而定如用木炭礶底必極高若用枯煤可以稍底硬煤可更低矣爐內作方形爲便四角可以添煤如爲圓形必甚寬展能添煤也礶置於爐中必已極乾如少有水氣必壞所用之金類亦必先加熱而後入礶所用之燒料亦必乾而熱者可以圍於礶外而排列之用礶之法先置爐柵再以火磚或破碎之礶底置於爐柵上再將礶置於鐵板之上火力甚猛礶與金類皆得極熱待爐中紅熱之時燒料已及其墊物則將空礶先置爐中以金類漸加至滿待鎔幾分之後鍋面略空可再添金類而上面放碎玻璃數塊玻璃已鎔浮於金類之面可以遮

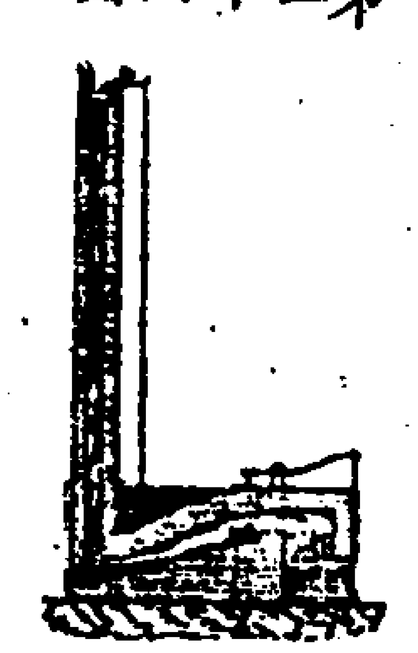
蔽空氣如用活動之泥蓋蓋於鐵面亦可以代玻璃然不及玻璃之便用也燒一刻之久可添金類燒至三刻之久金類皆鎔而添燒料之末一次設金類未盡欲作第二次化鎔者則亦必添滿燒料與罐同高則以後加煤可以接續也 金類已鎔而預備鑄物爐中之火不必過猛用結實鐵條製成一鉗長四尺至六尺鉗嘴方四分寸之三或八分寸之七用起重車與鐵鏈掛起或在屋梁上掛起起鍋之法即將此鉗夾緊鍋邊而扯起最要之事鍋從爐起裝一鐵柄以便傾倒鎔金類於模中鐵柄必先加熱否則罐熱而柄冷必致開裂以上之事派兩人爲之罐中金類

旣已傾盡速置於爐中再加金類鎔鑄如前事畢後必將罐倒合於爐中令其漸冷若熱罐置於地上或置別處亦須倒合因罐底熱而遇冷物必致裂而無用也 凡數箇火爐可以排列一處共用一煙通所燒之料木炭稍次枯煤硬煤最佳但硬煤之火力甚猛往往損罐而誤事必留意防之

倒焰爐鎔鐵

鎔鑄多鐵之爐最好者爲倒焰爐凡鑄廠中常用者不過爲柱形爐有時鑄堅固之器則必用倒焰爐矣倒焰爐所鎔之鐵雖次於罐中所鎔之鐵而勝於柱形爐所鎔之鐵所以鑄鐵之人皆言用同號之生鐵一分置於倒焰爐鎔之二分置於柱形爐鎔之以所鑄之物兩相比較則倒焰

第三十六圖



爐之鐵堅固也如第三十六圖爲倒焰爐之直剖面形內面皆以火磚砌成外面上河泥灰一層爐之全面必用生鐵板圍之亦有以常用之磚圍之而以鐵條橫箍者煙通之高四十尺或多尺有時高至八十尺但四十尺已得風力甚足爐柵面之長三尺有半寬五尺至六尺同於爐之內面爐之底長五尺至八尺寬亦如之向下稍斜與煙通相接爲爐底之最低

處作一深窩以受鎔鐵傍有門通出火爐之一邊或在煙通之後可放鎔鐵以溼砂塞之或以泥與煤粉調和塞之阻截火爐之煤作一火壩從爐底起高十寸至十五寸依火爐之容積而定爐之一邊有大鐵閘門在爐底最高處與火壩相近爲添鐵與收拾爐底之用煙通之上口有一鐵蓋可自下啟閉管理火爐之風力此種爐之外牆須厚厚則不至傳熱於外鐵已盛滿塞門與火磚之接處不可有罅隙如有小孔速即塞住外以溼泥封之否則空氣直至火爐之底炭質由孔中散出鑄成之物必硬而脆爐柵亦必留意依時添煤不可太高太高則空氣難通又不可

多留空處使空氣未熱而直進爐中煤之渣滓亦宜取出不可令其塡滿爐柵　各國所用之倒焰爐式有多種本圖爲常用者有一種倒焰爐其內式爲雙弓形火壩處之鎔鐵依弓背流下聚於低處即爐底之心也又有一種倒焰爐深窩在爐底之中而冷猪鐵即在此中添進此二法均不及本圖之善也本圖之爐猪鐵在火壩後添進鎔後流入窩中而鐵內所有不淨之質如砂與煤皆留於火壩之後鐵鎔時無異質攙入之弊爐中之熱度近煙通處爲最大鐵得爐中極大之熱則易鎔未鑄之前五六小時爐中熾火加熱不熄過三四小時爐中極熱已變白色即開

大鐵閘門將猪鐵納進所進猪鐵必酌量一次需用若干磅數因爐鐵將鎔不可再添冷鐵也如欲添鐵必須深窩內放盡鐵汁而後可爐中之鐵盡鎔則用鐵椎打開塞門以鐵桶受之或以乾砂作槽直引鐵汁至模中亦可

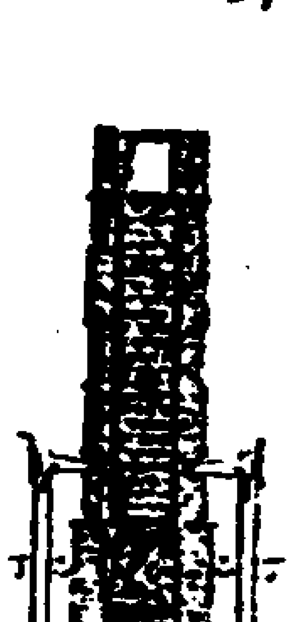
倒焰爐不獨爲鎔鐵之用即多鎔紅銅礮銅錫鉛調和各種金類亦用之凡鑄重大之器如大鐘大像幷輪機之架均用倒焰爐所出之金類鑄成　倒焰爐所用燒料最好爲軟煤設近處無產煤之地用木炭代之燒硬煤與枯煤其弊甚多最大之病生極細之灰自爐柵過火壩而至鐵汁之中浮於鐵汁之面而令鐵少受所傳之熱也用硬煤者其弊尤大各種木柴亦不可燒於倒焰爐中也　近時製廠用倒焰爐者甚少因鎔鑄大器用柱形爐其費較省設一切建造橋梁房屋之人皆購買倒焰爐所鑄之器則用之大有裨益也

柱形爐鎔鐵

柱形爐更爲便用因一爐能鎔鐵自五十磅至五六噸費時少而用煤亦不多也凡鑄小件如空心之器農事之器房屋內花紋物件等不求其甚堅用柱形爐鎔鑄之甚妙爐之形有數種無甚奇異如第三十七圖爲常用之柱形爐甲爲爐中之剖面形其爐用生鐵板圍住徑三尺至六

尺爐靠於兩旁之磚牆乙乙外蓋方鐵板有一箇圓孔其形同於爐之內面丙爲鐵門用爐之時緊閉此門用鐵桿

第三十七圖



頂住不令動搖爐內之鐵汁放空而將停時開此門使其中所有之渣滓與餘燼從中落出以便將爐修整爐之內面以火磚砌成其厚極少九寸用河泥與河砂調和以有粘力爲度壓緊而漸令其乾或用馬路之泥亦可但含鐵之泥與夾雜之泥則不可用必爲火石與硬砂石所鋪之地可用之　柱形爐有高四尺者有高八尺至九尺者余以爲五尺太高因火力太猛亦無益

也如爐高不過三尺則所燒之煤較之更高之爐少柱形爐之容積各處不同有徑十八寸者有徑四尺者如燒木炭則爐徑爲十八寸有一箇進風口已足鎔鐵若燒枯煤爐徑必爲二十四寸并二箇進風口燒硬煤者爐徑須三十寸也平常柱形爐高頂作一煙通甚寬能引熱氣過房屋之上或用鐵皮管引之亦可　丁丁爲進風管其內口圓徑三寸至五寸通連於爐牆之內高於爐底十五寸如爐甚小用一進風管在爐之後邊已足敷用更大之火爐必有兩進風管極大之硬煤爐進風管儘可多添也爐徑愈大則進風管愈多令爐內之熱各處平勻若鎔鐵甚多

則作進風管數層如所鎔之鐵已高於第一層則用河泥塞第一層之管而從第二層之管進風所鎔之鐵高於第二層則塞住第二層之管而從第三層之管進風至爐中鎔鐵足用而止各層之管相距六寸而以鐵皮爲之　總進風管之埋於地內者其圓徑應大於內口爲一倍或其橫剖面積大於內口之橫剖面積爲四倍亦可爐之進風管甚多者可用一方管圍於爐外管內有孔緊接進風之口

柱形爐用法

燒鎔猪鐵第一要事緊閉鐵門多添砂於爐之底若鎔鐵不多即用作模之砂若鎔鐵甚多則用能受大熱之砂生火之法在爐底置木柴數塊上置燒料或從塞門之孔而熱之孔徑六寸至八寸發火之後塞門之孔可以不關而進空氣火力更猛爐中燒料已足過二三小時燒料之上皆有火力爐內之熱度甚大開進風之管口輪扇轉動而進風力但未進風之時必先用砂塞住塞門之孔或用難鎔之砂與泥調和而塞之更妙底留一小孔以放鐵汁其徑一寸半至二寸作孔之法用一圓鐵桿置於孔之處而周圍以砂搗緊後以圓鐵桿拔出則進風時火從爐上透出又從此放鐵之小孔透出得此透出之火可以令泥與

砂燒之甚乾而化成玻璃形則更結實塞子進出之時不易壞也爐內之火亦能令爐之內面化鎔而生一層玻璃大約火爐每用一次必有傷損用火泥補好後當此火大之時又可結實也若鎔多鐵必用鐵板蓋住塞門孔之砂令其緊切祇露出小孔初次噴出之火爲淡藍色熱度漸大則爲白色可添猪鐵於爐中添鐵之後過十分時小孔中有鐵漏出用泥摶成柱形戴于木桿端圓鐵板外雙手執木桿用力對孔塞入則圓鐵板將泥塞入孔中而塞始堅固矣　鎔鐵一次極少須二百磅平常至四五百磅打斷猪鐵每塊長十寸至十五寸可以納入爐中合式之爐

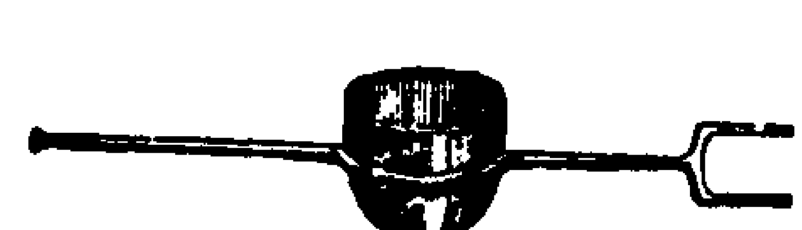
每鎔鐵百磅用燒料十二磅如爐小而進風緩者燒料尚多也 添鐵與煤在二十磅至百磅之間必另加灰石或蛤殼每鐵百分中加灰石與蛤殼二分至五分若過多或太少鐵色變白失去所含之炭幾分鐵質必硬而脆也 爐內進風之時各料必添至滿先添鐵次添煤次灰石層層相間皆依次第不可錯亂也已經添足不可再加鼓風熾火至鐵盡放出爲止爐中之砂底有高低之斜度此斜度依爐之大小而定大徑之爐其斜度小於小徑之爐則一切之鎔鐵不致流入磚內皆能放出用此法造柱形爐每一小時能鎔鐵一噸大者可三噸小者可半噸也平常之爐底寬於頂則熱度大而

更能耐用 化鎔之鐵有數種則各層之中各要鋪一層燒料則最下之一層鐵可以全鎔而放出而第二層之鐵亦可全鎔而出最好之法先鎔灰色鐵而後鎔白色之鐵也 若鎔料已足可鑄數件則用鋼尖之桿刺通放鐵孔之泥塞令鐵汁流入鐵桶而傾於模中或於砂地內作斜溝徑引鐵汁至模中亦可每放鐵汁之後必塞住其孔俟鐵再鎔而放之 設鑄件一次所須之鐵甚多而爐不能容則先放鐵汁若干以鐵桶受之陸續添鐵隨鎔隨放用此法小冶鑪可鑄五十餘噸之器

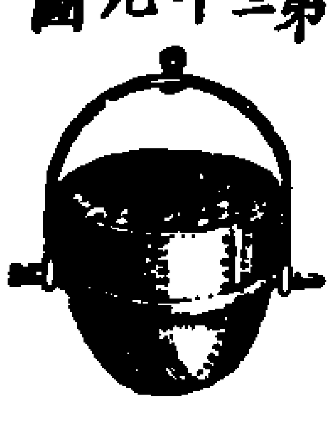
鐵桶

爐鐵已鎔必用鐵桶盛之而傾入模中如第三十八圖能容鐵二百磅至三百磅或用兩人或用多人扛之桿之一端如叉形者便於緩緩傾倒也如第三十九圖盛鐵之桶用起重車起之而傾於模中用此種桶火爐與範模應在

第三十八圖



第三十九圖



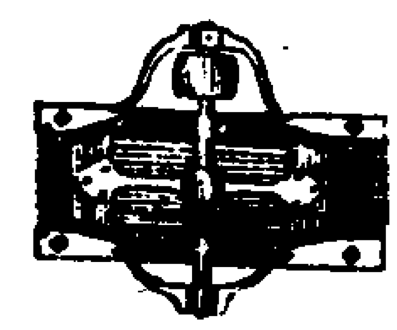
起重車之旁桶有數種有能盛鐵五百磅者有能盛鐵至兩噸以外者桶外二邊各釘連半環環中有樞用鐵料可

挂起樞中有一方孔可用丫叉入孔內而向一邊傾鐵也此種桶皆用煱爐板爲之生鐵者危險不可用也每用一次上一層極濃之泥水在內面則遇熱鐵不致生鏽

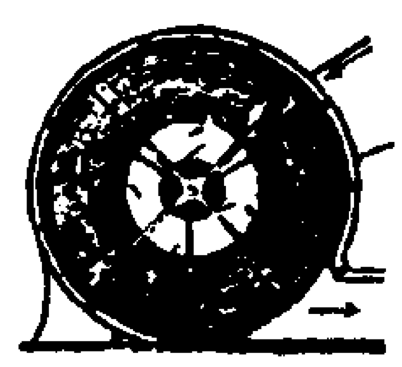
輪扇

昔時柱形爐之進風器用箱與鞲鞴爲之近時亦有用箱與鞲鞴之法因用此法者以爲此器進風所鎔之鐵較之別種進風器所鎔之鐵更堅固但以余論之此種器所進之風固勝於水壓空氣之風而不能勝於輪扇所進之風已有多人試驗輪扇進風甚屬便宜可省燒料且風力足而火生大熱與鐵無害也如第四十第四十一兩圖爲常

第四十圖



第四十一圖



用之輪扇形外有鐵箱生鐵為其兩邊其間有熟鐵圈連之中心有平軸軸上四箇扇翼轉動極速則軸心兩邊吸進空氣令空氣向外周而行此輪扇能令空氣之質點有離心之大力質點壓住內周外周有孔則氣必從孔中放出其放出之遲速與壓力有比例輪扇各種大小尺寸及各種之形不能預定蓋翼之闊以所須風力之數而定平常長十寸至二十四寸闊八寸大約三尺之徑為最宜有時徑斜之若干度有時作

一曲線形但各形之風力略同不過出線形者發出之風聲稍低於直翼之聲也　輪扇能發極大之風力外殼必當堅固不可以木為之軸與扇以輕為佳扇用鐵片或銅片為之軸用鋼為之兩端必更硬軸枕或用黃銅或用鋼輻用生鐵各翼之相距尺寸須同各輻亦必等重否則轉動之時必震動而易壞不但軸與翼須配準即軸外之各件亦必配準也輪扇之圓徑為三尺吸風孔之圓徑須一尺如孔過大則空氣速進輪扇不能受其壓力也

輪扇極難造須令扇之外邊與殼之外邊處處切近而無不平之處極費工夫置軸於殼之心點亦非易事轉動極速之時扇與殼不相切近易見所失之壓力在扇與殼之間近有人所作輪扇用兩箇同心圈其形似拱璧緊切於扇之兩邊扇輪心吸空氣之時此兩圈隨輪轉動與殼近切而平行如此則所失之壓力甚小而風力更大所用之動力亦可減少所以鑄廠中常樂用之　風力之大小不盡在乎扇形之廣狹而在於轉動之遲速與進風口之大小所以欲其風力極大不必用大扇也即如各扇之面積比進風口之面積大半倍風力已足設進風之口甚多則與各口面積之總數大半倍進風管內之各口必各設一門若緊閉此門則此口不能進風而與彼口無涉也輪扇轉動

之數每分時七百轉至一千二百轉動之之法用皮帶與滑輪加於軸之一邊一小時內化鐵一噸則每分時必吹空氣體積七百立方尺如有三尺徑之輪扇兩箇三寸徑之進風口每分時轉動之數必有一千八百而動此輪扇之力須六馬力也

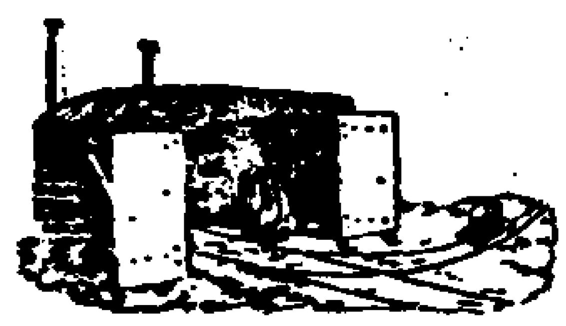
進熱風

近有人試驗進熱風之法無甚益處廢而不用若用柱形爐鎔生鐵固可稍省燒料然出豬鐵之地方燒料甚賤而進熱風之器常須收拾所以仍廢而不用也

烘模之爐

此種爐形大約如磚砌之小屋空其一面用大鐵門兩扇以司啟閉而進範模其餘三面用磚砌牆厚九寸至十二寸如第四十二圖爲常用之爐形高七尺四邊各十二尺生火之處在其一邊可從外而加燒料而有一鐵門關爐甚緊煙通在爐之對面離地甚近與大煙通相連上面用

第四十二圖



磚砌成弧面牆內之上邊有鐵隔板小模心與箱可置於板上烘乾鐵路近於起重車之旁而直通至爐中如有極重之模用起重車起模置於四輪小鐵車上推入爐中而模不必從

車上取下關門生火以烘乾爲度

修理新鑄之器

鑄成小件過數分時已冷若重大之件或數時或數日方冷即如汽椎重五噸者在生砂模中必一晝夜方冷在乾模中必二晝夜方冷大輪船汽機架之底板重三十五噸者須七晝夜方冷也凡鑄成之件已冷可移動而拆模去砂如重大之件用鏈與起重車起之或極重之件則必多用起重車爲之極小之器用鐵鉗從模中鉗出移於一處令冷所有分砂與模心接縫處恆有凸邊必乘未冷而折之即如進金類之路亦在此時折斷但折斷而得平面此事甚難如鑄廠之中不能折斷則移於外廠寬閒處鑿斷之如重模心與硬模心必須在鑄廠內乘其未冷時取出也

粗重之器下等工人皆可爲之第一要事須用椎鑿去其凸處其粗而不平之處必用舊銼銼平之　細而貴重之器如人像之面與有花紋之件必用好手爲之此種工夫甚難少有傷損則全功廢棄矣此事另有專書詳之茲不具論

鑄器之時

範模已成而鎔鑄各物常在申時爲一日之末功蓋鑄器

以後砂甚熱而不便再作別模也鑄器之後各箱移於一處預備明日之用砂內稍加以水此事須各人理會自己所用之砂做過幾次後易知此砂應添水若干調和成一尖堆過一宿後砂已冷而所含之水勻淨得中適可用矣

鎔鑄之費

作各種模與鑄器之費用未可預定大約生砂模之費爲最廉乾砂模次之泥模又次之黃銅礮銅等金類鑄各種器具之費用亦難預定　每用一柱形爐必有二人管理一爲添煤與金類之人一爲出金類之人倒焰爐亦須二人管理每鐵百磅必用燒料七十五磅至百磅但此說爲

大爐之原熱在內若無原熱則另加燒料五十磅也礶中鎔鐵其價最貴每鐵百磅費煤一百五十至二百磅且必常買新礶上好之礶每個銀錢兩枚即極謹慎而用之不過用十二次每次鎔鐵五十磅則一礶共鎔之鐵爲六百磅也常用之礶共鎔之鐵祇能得三百磅耳

鎔鐵無論何法必有耗折百分之五至百分之六用倒焰爐耗折更多所以每鑄一器預備之材料必多於原器之重否則不敷且又有進鐵之路與槽以及模內相連之縫亦須計及鑄成之小件所有必去之鐵屑依比例而算之多於大器所以鑄小件之零碎鐵更多而費更大有時鑄

極小之件其零碎鐵較之各種空心器更多若將此零碎鐵再鎔而鑄別物又須耗折若干分

別種金類鎔鑄之費較少於鐵因其易鎔耳如紅銅之料極淨則所虧耗甚少礮銅稍有耗折極易化散之金類如錫與鋅有一法能令其銷鎔極速而不致化散其法用鉀養鈉養等分與木炭粉調和蓋於上面則不能化散矣礮銅等之攙銅鎔於倒焰爐必先鎔紅銅然後有舊攙銅并零碎塊可添入爐中後來添錫於爐底與銅相和若加鋅與銻則必於末次添入之未出金類之前必調攪極勻面上已生白皮必加鉀養與鈉養每金類一噸必共加二磅

雜論

鑄極堅結之銅器如大鐘之類則鎔後須加燒六小時至十小時質點更勻顆粒更小此種銅欲加鋅則可加黃銅爲最便即必推算其黃銅含若干鋅紅銅若干則可知應加若干

凡鎔雜質之銅鎔時極易改變往往不能堅固因鋅與錫易於化散所以臨鑄之時先取少許試其化散與否如已化散須再加之

看雜銅而知其一定之成色最難之事試之之法用一小鐵勺倒少許銅汁於內待冷結後折斷之而看其斷面顆

粒之形又試其能任之牽力則可略知其成色

黃銅必在礶中鎔之鉛錫與銻能用倒焰爐鎔之有人將紅銅先鎔而後加若干鋅則成黃銅又有更便之法將碎塊紅銅與鋅礦與木炭粉調和化鎔之但所成之黃銅必再鎔一次因第一次之黃銅有雜質而不堅結也

陽湖趙宏繪圖

元和江衡校字

冶金錄卷下

美國阿發滿譔　英國　傅蘭雅　口譯
新陽　趙元益　筆述

此卷論各金類之雜質

鐵之雜質

凡以金類加於鐵中令其易鎔所加之質或為金類或為非金類皆可用之昔時所鑄各物鐵與他質相合者不常用之近時又多變法能將鐵器鍍金銀并上玻璃磁油將來鐵器必多用雜質為之故詳述如左

硫

鐵中含硫則易鎔較之淨鐵更易生鏽鐵含硫少許亦無妨但每鐵百分含硫多於一分則冷時鐵性甚脆即熱時亦能脆也

炭

生鐵所含之炭為百分之二或至百分之六因能易鎔含炭過多則鐵變脆含炭太少則硬而脆凡極硬生鐵能磨光如硬鋼

燐

鐵含燐冷時性脆若鐵不和別質而含燐其色光而白且甚硬也但易生鏽耳凡鐵二百分之內含燐一分則鐵之性情大改變矣

矽

矽為生鐵常含者熱風鐵含矽多於冷風鐵鎔鐵所燒之煤或鐵礦內有硫或燐則熱風鐵含此二物較之冷風鐵稍多凡鐵含矽則硬而脆其性情與含燐者同

鉮

鐵含鉮其色白而質亦脆

鉻

鐵含鉻則其質之硬幾似金剛石但令鐵與鉻相合非易事也

黃金

黃金與鐵化合最易可為玩弄小鐵器之銲金

銀

鐵含銀少許則硬而脆又易生鏽

銅

銅與鐵相合則熱時甚脆冷則更堅結但鐵含銅不可多於四百分之一多則冷時亦脆

錫

錫與鐵相合其質硬而最佳如錫與鐵相和各半其色最白堅光如鋼

鉛

鉛與鐵相合其數不能過多其質爲軟而韌

貴金類之雜質

此種雜質衹可略言之　美國鑄金錢每百分重用黃金九十分銀二·五分紅銅七·五分玩好之物每百分重用黃金七十五分紅銅二十五分或用銀少許黃金與鐵相和之銲金每百分重用黃金六六·六分銀一六·七分紅銅一六·七分最細之銀器用銀九十五分紅銅五分銀之銲金用銀六六·六分紅銅三〇·四分黃銅三·四分

銅之雜質

凡金類雜質內紅銅之雜質最多用處亦甚廣茲擇其最要者述之如左

鐘銅又名響銅

有人言最好之鐘銅用紅銅七十二分錫二十六分半鐵一分半但鐵與錫與銅分開而調和之則不易合若將零碎馬口鐵塊置於鍋中與錫同鎔則錫與馬口鐵已相合加於化鎔之銅內則三物易於相合

平常之鐘銅用紅銅一百分錫三十分至四十分但此方稍損於前又有一方用紅銅七十八分錫二十二分造此方者言甚妙也又有一方用紅銅八十分錫一〇·二分鋅五·六分鉛四·三分此方最佳鐘聲甚響模中潮溼亦無所害法國處安地名所鑄鐘銅用紅銅八十分錫十分鋅六分鉛四分其響略如銀器之聲若用錫太多則鐘銅甚脆有人言鐘銅中加銀少許則更佳然余意度之亦無甚益處

韌銅能任大牽力故爲之韌銅

此種雜質用紅銅九分至十一分錫一分如鑄成大塊則二物自能分開雖少亦能分之質內有數處或含錫或含銅比他處更多錫多之處在上面錫少之處在下面此材料堅固而韌最難磨銼久在空氣中生鏽極細古人不知用鋼一切兵器皆用雜銅爲之另加燐少許如將雜銅焠

火則更鬆而韌能以錐打薄之有幾種銅之雜質其性不同有大小之別鑄鐘之模須極乾而無溼氣否則聲音不能響亮如上所言有大牽力之銅退火後牽力愈大鐘銅退火減其堅固三分之一如用紅銅八十分錫二十分則最好退火最能加其堅固即如中國所鑄鑼鐃鈸之方用紅銅八十分錫二十分鑄成之後再加熱至極紅而焠火則竟無聲再退火數次而令其漸冷久之其聲甚大

造像之銅

造像之銅各人用料頗有分別亦有用鐘銅亦有用淨紅銅金類之像用紅銅八十分錫二十分爲之用金類鑄最

好之像做法不佳所以不便立方如一千八百年以後數年法國所造之像甚不講究此時所造高柱形之銅牌有用紅銅九十四分錫六分所以柱形不佳生許多凸處槃下此凸處有數十噸重也法國君第十四盧儀之像較前者清楚而講究此像之料用紅銅九十一·三分錫一分至二分鋅五分至六分鉛一分至一·五分如第十五盧儀之像用銅八十二·四分鋅一〇·三分錫四分鉛三·二分

古時希臘國鑄銅

平常用錫與銅鑄物有時另加金銀鉛鋅鉀且不第將此料鑄像又鑄鼎兵器鏟釘鍋與外科刀針等器蓋古人能

用各種銅之雜質或令其韌或令其堅變化從心雖不知用鋼而器用不乏設令今人代爲之謀舍用鋼之法將何以鑄成乎

古時墨西哥鑄銅

鑄銅之人名呵斯得刻能將各種銅鑄刀劍等器極爲精妙凡鑄小件加碎塊馬口鐵少許甚佳若鑄大件而加馬口鐵最易成顆粒而不堅固也

鏡銅

鏡銅用紅銅六十六分又三分之一錫三十三分又三分之二色白而明磨之有光有人得古鏡而化分之得紅銅六十二分錫三十二分鉛六分法國之鏡銅用紅銅二分錫一分二物分鎔鑄鏡時調和之此方如另加鉀百分之一或百分之三則質堅而密且更有光不過遇空氣易生銹耳　西人鹿斯伯所鑄遠鏡之回光鏡用紅銅一百二十六四分用錫五十八九分此種雜質色白而有光與水較重八八一一硬如鋼而脆如廣漆鏡徑六尺厚五寸又四分寸之一重三噸鑄此鏡之工夫最難已試過多法而未成後用一箇熟鐵圈爲模之底其中裝滿鐵籠此鐵籠層層密排祇能通空氣而不能通金類將此底在車牀中車成凸形與鏡之凹形相配置於平地而用砂圍之而上

不用蓋此金類在生鐵罐中鎔之如用熟鐵罐與泥罐鎔之金類必壞傾入模時即乘其極熱而速置於退火之爐此爐本已燒紅鏡留在爐中一百十二日令其冷

牌銅

此銅含錫者少有人設一方用紅銅一百分錫四·一七分成之但其性甚硬不能用鋼模打成牌形必鎔而鑄之若用紅銅九十二分錫八分加鋅少許即加黃銅少許可從鋼模打成牌形不必鎔鑄

假金銅

此銅顏色略如黃金故謂之假金銅用紅銅九十五分錫

六五分鋅三分

鍍金銅

此種銅必須易鎔而模必有極細之花紋最好之鍍金銅用紅銅錫鋅鉛其方與造像者同有人設立一方言鍍金最佳用紅銅八二·二五分鋅一七·四八分錫二·三分鉛〇·二分凡鍍金銅其質點須淨而密否則黃金走入其中而費料必多

黃銅

平常之黃銅爲紅銅與鋅所合成其方用紅銅二分鋅一分或紅銅六十三分半鋅三十二·三分其銲金用黃銅二分鋅一分另加錫少許若欲令其韌如爲管與水壺後來須打薄者則用黃銅二分錫三分之二

鈕銅

鈕銅用黃銅八分鋅五分

赤銅

赤銅用紅銅八分至十分鋅一分日耳曼國之方用紅銅十一分鋅二分

白銅（又名日耳曼銀）

此爲銅雜質之最佳者耐用如銀　日耳曼國白銅方用紅銅六十分鋅二十五分鎳十五分又方用紅銅五十分鋅二十五分鎳二十五分此爲最好之方　中國之白銅化分而得其方用紅銅五十五分鋅十七分鎳二十三分鐵三分　又有一種白銅其聲甚響牽力亦大能打能軋其色如銀其方用紅銅四〇·四分鋅二五·四分鎳三一·五分鐵二·六分　又有一種白銅最易用電氣鍍銀可鍍銀百分之一至百分之二其質密而堅價亦甚廉其方用紅銅六十二分鋅十九分鎳十三分鈷與鐵四分至五分　又有一種能任極大牽力之白銅用紅銅五七·四分鋅二十五分鎳十三分鐵九分此物可以代鋼鋼易生鏽而此物不鏽也　最細之白銅用紅銅八分鎳四分鋅三五分

日耳曼國銀銲金將其本質一分加鋅四分而搗成粗粉

雜質餘論

以上銅雜質外又有數雜質亦詳述之　布令使（人名）銅細密陸銅奴那八格銅馬漢了銅其方各不同有用紅銅三分鋅一分至紅銅二分鋅一分此各質分鎔而攪之久之則勻　紅銅含鉛百分之一至百分之二較之平常之紅銅更易車半不過更脆耳　可打銅箔之雜銅用紅銅七十分鋅三十分　黃銅退火質更韌而密如令其忽然變冷則甚硬如加鋅少許則銅微紅而如深黃金色加鋅甚

多則變爲綠黃色如加鋅大半則變爲藍灰色　造船用之銅釘用紅銅十分鋅八分鐵一分　輪機之軸與軸襯所含之鋅視尋常之黃銅少黃銅內加鐘銅而鑄軸襯則更佳　有人言一方紅銅十六分鋅一分鉑七分則其各性與黃金竟難分別　亦銅鎔時用鐵桿或鋼桿調之則能得其鐵或得其鋼而銅質更韌　紅銅和銀無甚好方不過加鉮少許則色更白而如銀　銻少加紅銅則其色如玫瑰花多加紅銅其色更深銅與銻等重則爲茄花色再加紅銅則其色爲深茄花色而質皆甚脆　將紅銅九十分銻五分鋅五分合鎔之可爲大軸枕又可爲鐵軸兩

邊之限　紅銅含燐則硬如鋼可鑄兵器但易生鏽　淨紅銅新磨光之面頃刻生綠黑色之鏽古人所用之兵器皆有綠黑色意想其鑄兵器時加燐令硬也　銅與鉮相合其色白而光可以爲蠟臺或鈕扣或日晷面或鐘面等物切不可以鑄炊飯之鍋因其性甚毒也鑄法將碎塊紅銅與鉮養三即砒霜置於鍋中鎔化而上加一層鹽蓋之色如青銀但易生鏽

鉛之雜質

鉛之雜質其用甚廣因各雜質硬於鉛之本質也鉛加鉮少許則難鎔而甚硬可爲鳥槍之細彈子作細彈每鉛千磅加鉮三磅粗彈加鉮八磅如此作之將鉛先鎔加以砒霜則砒霜之半化合於鉛內矣　鉛五分銻一分和鎔可爲印書鉛字之料有時少加鋅與鉍在內　法國印書鉛字方用鉛二分銻一分紅銅一分　平常印書鉛字方用鉛八十分銻二十分更易化鎔者用鉛七十七分銻十五分鉍八分　作鉛板之人另加錫如加之太多則其質甚軟而易鎔鑄成鉛板極細而清楚又有一方甚佳用鉛九分銻二分鉍一分其鎔鑄法先以鉛鎔之然後加其餘之金類　鉛之雜質易化鎔者有數種其化鎔之熱度有大小之別即加熱至二百〇三度能鎔者用鉛三十一分錫

十九分鉍五十分有熱至一百四十九度而鎔者用鉛二八五分鉍四五五分錫十七分汞九分此物常用之而塡滿牙齒蛀孔有一方加熱至二百十二度即水沸之度而鎔者用鉍八分鉛五分錫三分　如鉛加鉍而鉍之數未過於鉛之數則鉛爲之更硬又鉛三分加鉍二分則較之鉛之堅固勝十倍又因鉍與鉛耐用略同則用其雜質作各種管與絲爲最佳

錫之雜質

錫之雜質其用亦廣如錫與鉛可任意配合鎔之無不相合平常所用錫器內必有鉛如軟銲金用錫三十三分鉛

六十七分起至錫六十七分鉛三十三分止兩類等重則爲尋常軟銲金。盛食物所用之錫器用錫八十九分鉍二分銻七分紅銅二分。又有一種器用錫七十五分鉛九分鉍八分銻八分又方用錫八十九分紅銅二分銻六分黃銅二分鐵一分。日耳曼國錫用錫四分鉛一分器皿之錫雜質用錫百分銻八分鉍二分紅銅二分此方最佳。樂器用錫八十分銻二十分。假銀箔用錫五十分鋅五十分未曾磨銼之錫用鉛銻錫紅銅其數未定。大風琴之管用錫九分鉛一分此爲略數非定方也。又用錫二十九分鉛十九分可爲假金剛石及光明之寶石其

法將玻璃條一端磨成寶石各面之形此兩金類鎔後用厚紙拖去上面結成之皮則將磨成之玻璃一端醮入金類中取起之時有一薄層金類粘於玻璃上取出之玻璃條之一端其光亮同於金剛石但必用玻璃罩覆之因遇空氣生鏽易暗此種金類又可爲鏡如將圓底玻璃瓶醮在鎔金類中取出剝去所粘之一層皮則成凹形之鏡又一方用錫一分鉛一分鉍二分汞十分同鎔調和用雙層玻璃管將此料傾入少許而搖動之待金類已遍於內面各處則其光彩如銀而其色恆不改變也。淨質錫箔作鏡所用尋常之錫箔爲鉛與錫或錫與鋅與鉛相合各人

用法不同無一定之方作錫箔之法或打或軋薄或鑄成其鑄法用一架架之面上糊棉布或麻布一層而成斜面傾錫於斜面自能流下而成錫箔但此法非巧手不能爲之。

鋅之雜質

鋅之雜質大半在別種金類之雜質內言之用鋅之淨質所鑄之件花紋甚清但不甚堅固祇能作玩弄之物耳鉛與鋅調和可爲模樣然其質軟而易彎用之幾次樣已改變所以鑄廠中不恆用之

新鑄之物有古銅色法

黃銅等之雜質久遇空氣則外面變成深綠色可用法將新鑄之件亦得此種顏色其方用銅綠二分硇砂一分醋酸消化之令沸漏去其渣滓然後添水甚多令淡將新銅器置於其內或用刷帚醮水刷之亦可待其顏色已合意則可取出其色如古銅又有一法用硇砂一分鉀養二果酸三分鹽六分用熱水十二分調和化盡另將銅養淡養水八分調入其中將其水在溼處上之用此方能令銅之顏色綠色中少帶紅色。銅之雜質可以令其得各種深淺之古銅色從深紅色起至淡黃色止又從深綠色起至淡綠色止將銅器浸於鹽强水中一刻則變紅色浸在淡

輕養內則所得之色比本色更白將磠砂與鉀養草酸等分在多水內消化而在煖室或太陽光內用刷帚上之則得最光明之淡綠色如上時用一毛刷擦之則其色更佳如欲其略深而爲黑色可以將上方之水上於器面必先預備鉀硫消化於水而放於大盆內則發輕硫氣此銅器遇所發之輕硫氣則得平勻之黑櫻色此種顏色已合意則將銅器用清水洗之晒乾或烘乾而乘其未冷用毛刷擦蜜蠟一層於其面擦時必留意熱之多少不可燒壞蜜蠟爲要

又有一法能令各種鑄成之物有古銅色即如上古銅色

油生鐵可以浸於銅養硫養淡水中或浸於銅養綠養水中鐵從此水內得銅一薄層則洗之而上油漆一層依此法所有變爲古銅色之物可任意先上一顏色或爲淡綠或爲深綠或爲藍綠上油色之後即上最淨之漆一層將乾之時用金類之細粉包於布袋中撲於其面常用之金類粉即錫硫也其色深淡皆有頗能悅目或用紅銅之細粉或用金箔銀箔等或用乾油色此種器所上之金類粉必在陽紋之處并用時常磨擦之處不知造作之事者必爲眞骨董矣以上各物之外須上酒漆一層則工夫已成

銅雜質鍍金

其法有二一爲用汞之法二爲用電氣之法用汞之法先將器之面磨甚平滑不拘明暗將金葉一分放於罐中熱至將紅傾入汞八分則二物自能化合傾於冷水中將其餘汞壓出再將所得之稠質放於軟皮袋或布袋內再壓一次則其稠質所含金一分汞二分以之擦於所要鍍金之物件若先將其銅器上一層淡汞養淡養水并硝強水調和則其稠質易於粘合置於不發煙之爐平勻加熱水銀飛散所賸下之金在於器之面矣　電氣鍍金之法另有專書詳之故不贅焉

鐵鍍金

將鐵器磨甚光亮再將金粉浸於硫以脫內消化之用刷拭上又用砑光之法但用此法鍍金不能耐用

紅銅黃銅鍍錫

將銅器之外面用極淡之硫強水洗之而以清水洗之再以細砂擦之錫必先鎔又必將銅器加熱至錫鎔之熱度而再擦松香一層將布或蘇絲浸於水中令溼則以布蘸已鎔之錫擦於器面即成　生鐵亦可用此法鍍錫其面必須挫平而無鏽方可鍍之如未鍍錫之前將錫養綠養與磠砂等分與水調和而上於鐵之面則鍍錫更易又有更便之法將鐵器放入大熱度之錫與鉀養水中作此水

之法將錫養消化於鉀養水再添薄錫片於內如紅銅黃銅器數分時即成

紅銅黃銅鍍鋅

將鋅加熱至變霧質將銅器沾其霧質有時令其面之數處有黃金色其法可任意護其他處而露其數處沾此霧質即成黃金色又有鍍鋅法將其物磨之甚淨醮鋅綠水此水內必另加幾塊鋅作此鋅綠水之法將鋅浸入鹽强水中消化漸加至不消化爲度或將鋅用硇砂消化之亦可

金類之器上玻璃與磁油

鐵器之面上白磁油可爲炊飯之鍋其法先用强水洗其面極淨而用細砂擦之再將白磁油與水調和鋪一層於其面後加熱與作磁器之法同此法美國不多用之因費大而器不能耐用也近來英國設立新法在鐵器之面上一層白玻璃或各種顏色之玻璃但此法恐不能耐用且不及磁器之便宜而觀美也

生鐵器面上黑漆

將筆鉛與醋或松香油調和用毛刷擦之以乾而有光爲度如其器稍煖則工夫更易西國屋內火爐有黑色即用此法細花紋之生鐵器先加熱而得藍色上以哥招辣漆一層其鐵須常有此熱至漆乾而後可冷至冷時漆光必已暗可將煙炱或印書之墨或燒骨成炭磨爲極細之粉擦之若粗大之件用平常之粗黑色漆　又有一法能得極好之鉛顏色將蜜陀僧之細粉置於鐵盆中而加熱熱時用硫磺粉少許散於其面而時時調和則蜜陀僧粉變爲鉛硫色如新鉛甚屬美觀在空氣中亦不改變此物與油漆調和可上於鐵器之面

磨平生鐵面

用大石令轉動極速此生鐵之外面常硬而有砂若挫平之多費時日壞銼亦不少凡鑄成機器之各件或刨平或

用車牀車平

能打之生鐵

馬車與馬鞍馬蹬皆用能打之生鐵爲之此即爲第二號木炭燒之豬鐵或鑄廠中有零碎好鐵塊更屬可用如將第二號鐵與第三號鐵調和亦可用之凡能做好鐵條之豬鐵亦可爲能打之鐵此種大半從柱形爐中鑄之鑄成之後置於鐵箱退火其法加新而細之河砂或極細之鐵礦粉或黑錳養粉或用以上三物調和亦可鐵箱盛滿材料以物件插入其中將鐵箱加熱十二時至十八時如鐵質本是極硬亦能少受捶打也從鐵箱中取起置於能轉

動之鐵筩內其中另加細砂旋轉久之則自相磨擦更覺光明而淨此種鐵最合於鍍錫與紅銅與銀

鐵鍍銀

此法必用電氣而成之鐵器須極淨而無油穢再將鉀衰與新成之銀絲加水攪動至消化為度所用之銀絲應有餘若不能全消化加少許鉀衰必能消盡再將此水漏過得其明亮之水置於玻璃杯內以鐵器浸於水中用銅絲連於金類電氣箱之鋅板又有銀片亦用銅絲連於金類電氣之銅板二物相離稍遠過數分時雖面積極大之鐵器亦能鍍銀

元和江衡校字

生鐵管每長一尺重之磅數表

內徑寸數	鐵管厚之寸數 八分之三	二分之一	八分之五	四分之三	八分之七	一	一又八分之一	一又四分之一
二	八·八	一二·三	一六·一	二〇·二				
二½	一〇·六	一四·七	一九·二	二三·八				
三	一二·四	一七·二	二二·二	二七·六	三三·三	三九·三	四五·六	
三½	一四·二	一九·六	二五·三	三一·三	三七·六	四四·二	五一·一	
四	一六·一	二二·一	二八·四	三五·〇	四一·九	四九·一	五六·六	六四·四
四½	一八·〇	二四·五	三一·四	三八·七	四六·二	五四·〇	六二·一	七〇·六
五	一九·八	二七·〇	三四·五	四二·三	五〇·五	五八·九	六七·七	七六·七
五½	二一·六	二九·五	三七·六	四六·〇	五四·八	六三·八	七三·二	八二·八
六	二三·五	三一·九	四〇·七	四九·七	五九·一	六八·七	七八·七	八八·八
六½	二五·三	三四·四	四三·七	五三·四	六三·三	七三·六	八四·二	九五·一
七	二七·三	三六·八	四六·八	五七·一	六七·六	七八·五	八九·七	一〇一·二
七½	二九·〇	三九·一	四九·九	六〇·七	七一·九	八三·四	九五·三	一〇七·四
八	三〇·八	四一·七	五二·九	六四·四	七六·二	八八·四	一〇〇·八	一一三·五
八½	三二·九	四四·四	五六·〇	六八·一	八〇·五	九三·三	一〇六·三	一一九·六
九	三四·五	四六·六	五九·一	七一·八	八四·八	九八·二	一一一·八	一二五·八
九½	三六·三	四九·一	六二·一	七五·五	八九·一	一〇三·一	一一七·四	一三一·九
一〇	三八·二	五一·五	六五·二	七九·一	九三·四	一〇八·〇	一二二·九	一三八·一
一〇½		五四·〇	六八·三	八二·八	九七·七	一一二·九	一二八·四	一四四·二
一一		五六·四	七一·三	八六·五	一〇二·〇	一一七·八	一三三·九	一五〇·三
一一½		五八·九	七四·四	九〇·二	一〇六·三	一二二·七	一三九·四	一五六·五
一二		六一·五	七七·四	九三·九	一一〇·六	一二七·六	一四五·〇	一六二·六
一三			八三·七	一〇一·二	一一九·二	一三七·四	一五六·〇	一七五·〇
一四			八九·七	一〇八·六	一二七·八	一四七·三	一六七·一	一八七·一
一五			九五·九	一一五·九	一三六·四	一五七·一	一七八·一	一九九·四
一六				一二三·三	一四五·〇	一六六·九	一八九·二	二一一·七
一七				一三〇·二	一五三·六	一七六·七	二〇〇·二	二二四·〇
一八				一三七·〇	一六二·二	一八六·五	二一一·三	二三六·二
一九					一七〇·八	一九六·四	二二二·三	二四八·五
二〇					一七九·三	二〇六·二	二三三·四	二六〇·八

凡一管之兩折邊之重等於長一尺之重

鑄生鐵柱能任重力之表

徑之寸數	高之尺數 四	六	八	一〇	一二	一四	一六	一八	二〇	二二	二四	[illegible]
二	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
三	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
四	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
五	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
六	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	
七	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	

以上各數爲實心之柱若爲空心之柱必以其內外兩徑之較數用三分之二乘之因空心生鐵柱與實心生鐵柱其堅固有此比例也

各金類與雜金能受牽力擠力扭力之表

各金類與雜金	一平方寸剖面料之牽力	擠力	扭力
	磅	磅	
生鐵	一五〇〇〇至三〇〇〇〇	八六〇〇〇至一〇〇〇〇〇	九·〇
熟紅銅	三三〇〇〇		四·三
錘打之鐵	五六〇〇〇至七〇〇〇〇		一〇·〇
鉛	一八二四		一·〇
鋼	一二〇〇〇〇至一五〇〇〇〇	二〇〇〇〇〇至三〇〇〇〇〇	一六·一
錫	五〇〇〇		一·四
鋅	九〇〇〇		
黃銅	一七九〇〇	一〇三〇〇〇	四·六
[illegible]銅六分與錫一分	六四〇〇〇		五·〇
[illegible]紅銅六分與錫一分	六〇〇〇〇		
平常錫塊四分鉛一分鋅一分	一三〇〇〇		
平常錫塊三分鉛一分	一〇二〇〇		
平常錫塊三分鋅一分	一〇〇〇〇		
鉛一分鋅一分	四五〇〇		

各金類與雜金與水較重以水爲一千之表

各金類與雜金	與水較重	一立方寸重之磅數	一磅重之立方寸數	一立方尺重之磅數	化鎔熱度
鉑	一九·五〇〇			一二〇八	
黃金	一九·二五八		一·四三五	一二〇三	二〇一六
汞	一三·五〇〇		二·〇三八	八四三	
鉛	一一·三五二	·四一〇	二·四三五	七〇八	六一二
銀	一〇·四七四		二·六三八	六五五	一八七三
鉍	九·八二三		二·八一四	六一三	四七六
[illegible]銅	八·七八八	·三一八	三·一四六	五五〇	一九九六
[illegible]紅銅	八·六一〇	·三二二	三·一〇三	五五五	
生鐵	七·二六四	·二六三〇	三·八〇六	四五〇	二七八六
鋼	七·八一六		三·五三〇	四八九	
錫	七·二九一	·二六三	三·七九〇	四五六	四四二
鋅	七·一九〇	·二六〇	三·八四[illegible]	四四九	七七三
黃金九十分銀二五分紅銅七五分	一七·四〇				
黃金六十六六分銀十六七分紅銅十六七分即號金之雜金	一二·四〇				
錫四分鉛六十六六分紅銅二十三四分即錫之雜金	九·八四				
[illegible]銅	八·四〇八至八·九四			五三七	
日耳曼銀	八·四〇八至八·五七				
黃銅	八·四〇至八·五		三·三五	五三七	一九〇〇
鉛字料	九·八五四			六一五	
軟銲金	九·三五				
樂銅	七·一一				
水	一·〇〇〇			六二·五	