永樂大典

卷一萬六千三百

四十四

永樂大典卷之一萬六千三百四十四　十翰

算　算法十五

少廣九章算經以御積冪方圓淳風等按一畝之田廣一步長二百四十
步今欲截取其從少以益其廣故曰少廣術曰置全步及分母子以最下
分母徧乘諸分子及全步淳風等按以分母乘全者通其分也以母乘子
者齊其子也各以其母除其子置之於左命通分者又以分母偏乘諸分
子及已通者皆通而同之并之為法淳風等按諸子悉通故可并之為法
亦宜用合分術列數尤多若用乘則算數至繁故別置此從省約置所求
步數以全步積分乘之為實置所求步數以全步積分乘之為實此以田
廣為法以畝積步為實置有分者當同其母齊其子以同乘法實而并齊
於法今以分母乘全步及子子如母而一並以并全法則法實俱長意亦
等也故其法而一得從步數實如法而一得從步[illegible]
經云田主論丈積主論尺評主論寸平方一尺者積一百寸立方一尺者
積一千寸也

九章算經今有田廣一步半求田一畝問從幾何
答曰一百六十步
術曰下有半是二分之一以一為二半為一并之得三為法置田二百
四十步亦以一為二乘之為實實如法得從步
今有田廣一步半三分步之一求田一畝問從幾何
答曰一百三十步一十一分步之一十
術曰下有三分以一為六半為三三分之一為二并之得一十一為法
置田二百四十步亦以一為六乘之為實實如法得從步
今有田廣一步半三分步之一四分步之一求田一畝問從幾何
答曰一百一十五步五分步之一
術曰下有四分以一為一十二半為六三分之一為四四分之一為三
并之得二十五以為法置田二百四十步亦以一為一十二乘之為實
實如法而一得從步
今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一求田一畝問從幾何
答曰一百五步一百三十七分步之一十五
術曰下有五分以一為六十半為三十三分之一為二十四分之一為

一十五五分之一為一十二并之得一百三十七以為法置田二百四十步亦以一為六十乘之為實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一求田一畝問從幾何

答曰九十七步四十九分步之四十七

術曰下有六分以一為一百二十半為六十三分之一為四十四分之一為三十五分之一為二十四六分之一為二十并之得二百九十四以為法置田二百四十步亦一為一百二十乘之為實實如法得從步

楊輝詳解今有田一畝廣一步半全步乃一分之一半步是二分步之一三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一問從數

答曰九十七步四十九分步之四十七

解題此問田一畝為主以廣求從但其中加分母分子位次頗多若用合分互乘之法豈不繁劇古人棄合分之術而以諸母自乘為全步之積分乘于却以諸母各除其子取其本積併之為廣而求闊特設少廣之問法曰列置全步及分母子而副置分母自乘分母自乘是求全步之積分也以乘全步及子各以本母除之併之為法齊子之意以代互

乘以全步積分乘畝步為實法既通分實亦合一體通分實如法而一為法除實也少廣李淳風等曰一畝之田廣一步長二百四十步今欲少以益廣故曰少廣古術曰置全步及分母子以最下分母遍乘諸分子及全步淳風等以分母乘全步者通其分也以母乘其子者齊其子也各以其母除其子置之於左命通分者又以母遍乘諸分子及已通者皆通而同之併之為法淳風等諸子悉通故可併之為法亦以宜用合分術列數尤多若用乘則算數宜繁故列置此術從省約置所求步數以全步積分乘之為實置所求步數以全步積分乘之為實此以田廣為法一畝積步為實法有分者當共其母齊其子以同乘法實而併齊於法今以分母乘全步及子子如母而一並以併全法則實從長意亦等也故如母而一實如法而一得從按古草曰本是三段古人舉文言之置全步及分母子一步二分之一三分之一四分之一五分之一六分之一以最下分母六遍乘諸分子及全步六位各六各以其母分母除其子置之於左全步得六二分之一得三三分之一得二四分之一得一餘四分之二五分之一得一餘五分之一六分之一得一命通分者用母除子則分子之內又有分子矣又以母遍乘諸分子

已通者皆通而同之。母即分子之母。當以四分與五分通乘諸子。內其全步。得一百二十。其六分之一得六十。其三分之一得四十。其四分之一得三十。其五分之一得二十四。其六分之一得二十。併之為法。併得二百九十四。置所求步數。二百四十。以全步積分一百二十乘之為實。二萬八千八百。此是第一段。合云實如法而一。法有分者。當同其母齊其子。今諸分母三字。以同乘法實。而併齊於法。下文合云實如法而一。置以田廣一步。二分步之一。三分步之一。求田一畝四步。三分步之一。問從為題。即法有分者。當同其母。齊其子之句。先以母二分。次以三分。並乘全步及子三位各得六。以各母除子。併得十一。法云以同乘法實者。謂法實皆有分子。用諸母同乘其實。一畝四步。三分步之一。以分母通為七百三十三。以分母六乘得四千三百九十八。仍以實母三同乘法得三十三。是併齊於法。下文便當云實如法而一。除得一百三十三步。十一分步之三。以分母大自乘。而三字乘全步及子。子如大各母而一。大併之為法。實如法而一。得從步。後草所編之術。草曰。列置全步及分母子。全步。即一分之一。以分母二。三。四。五。六。列右行。分子之一。一。一。一。一。列左行。而副置分母自乘。不動正位。別置分母自乘得

七百二十。以乘全步及分子。全步得七百二十。分子皆為七百二十。各以本母除子。全步得七百二十。其二分之一得三百六十。其三分之一得二百四十。其四分之一得一百八十。其五分之一得一百四十四。其六分之一得一百二十。併之得一千七百六十四。為法。以全步積分通畝步。通二百四十步為一十七萬二千八百分。為實。實如法而一。以一千七百六十四分為法除實。得九十七步。餘一千六百九十二。約之得四十九分步之四十七。

九章算經今有田廣一步半三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。求田一畝。問從幾何。

荅曰。九十二步一百二十一分步之六十八。

術曰。下有七分以一為四百二十。半為二百一十。三分之一為一百四十。四分之一為一百五。五分之一為八十四。六分之一為七十。七分之一為六十。并之得一千八十九以為法。置田二百四十步。亦以一為四百二十乘之為實。實如法得從步。

今有田廣一步半三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。求田一畝。問從幾何。

荅曰八十八步七百六十一分步之二百三十二
術曰下有八分以一為八百四十半為四百二十三分之一為二百八十四分之一為二百一十五分之一為一百六十八六分之一為一百四十七分之一為一百二十八分之一為一百五并之得二千二百八十三以為法置田二百四十步亦以一為八百四十乘之為實實如法得從步
今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一求田一畝問從幾何
荅曰八十四步七千一百二十九分步之五千九百六十四
術曰下有九分以一為二千五百二十半為一千二百六十三分之一為八百四十四分之一為六百三十五分之一為五百四六分之一為四百二十七分之一為三百六十八分之一為三百一十五九分之一為二百八十并之得七千一百二十九以為法置田二百四十步亦以一為二千五百二十乘之為實實如法得從步
今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一求田一畝問從幾何

荅曰八十一步七千三百八十一分步之六千九百三十九
術曰下有一十分以一為二千五百二十半為一千二百六十三分之一為八百四十四分之一為六百三十五分之一為五百四六分之一為四百二十七分之一為三百六十八分之一為三百一十五九分之一為二百八十十分之一為二百五十二并之得七千三百八十一以為法置田二百四十步亦以一為二千五百二十乘之為實實如法得從步
今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一十一分步之一求田一畝問從幾何
荅曰七十九步八萬三千七百一十一分步之三萬九千六百三十一
術曰下有一十一分以一為二萬七千七百二十半為一萬三千八百六十三分之一為九千二百四十四分之一為六千九百三十五分之一為五千五百四十四六分之一為四千六百二十七分之一為三千九百六十八分之一為三千四百六十五九分之一為三千八十十分之一為二千七百七十二十一分之一為二千五百二十并之得八

萬三千七百一十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬七千七百二十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一十一分步之一十二分步之一求田一畝問從幾何

荅曰七十七步八萬六千二十一分步之二萬九千一百八十三

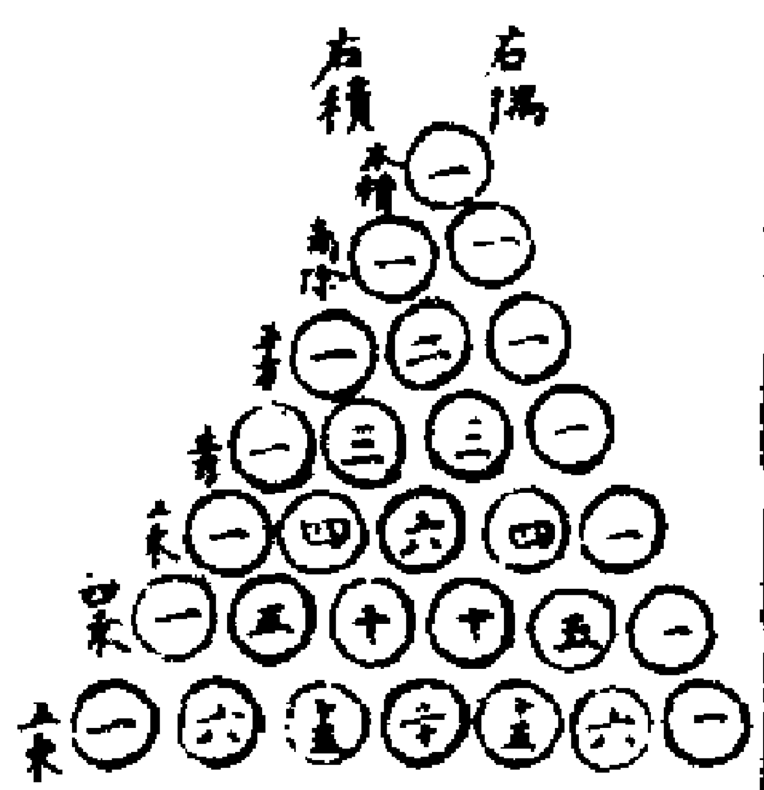
術曰下有一十二分以一爲八萬三千一百六十半爲四萬一千五百八十三分之一爲二萬七千七百二十四分之一爲二萬七百九十五分之一爲一萬六千六百三十二六分之一爲一萬三千八百六十七分之一爲一萬一千八百八十八分之一爲一萬三百九十五九分之一爲九千二百四十十分之一爲八千三百一十六十一分之一爲七千五百六十十二分之一爲六千九百三十併之得二十五萬八千六十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八萬三千一百六十乘之爲實實如法得從步淳風等按九爲術之意約省爲善宜云下有一十二分以一爲二萬七千七百二十半爲一萬三千八百六十三分之一爲九千二百四十四分之一爲六千九百三十五分之一爲五千五百

四十四六分之一爲四千六百二十七分之一爲三千九百六十八分之一爲三千四百六十五九分之一爲三千八十十分之一爲二千七百七十二十一分之一爲二千五百二十十二分之一爲二千三百一十并之得八萬六千二十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬七千七百二十乘之以爲實實如法得從步其術亦得知不繁也

開方楊輝摘奇算法校正辯古通源開方不盡之法開方除不盡之數命爲分子術曰倍隅數入廉一退平方二因立方三因併入下法一算總爲分母以命分子之數　再求積數還源術曰置方面全步以分母通之併入分子自乘於頭又以分子減分母餘以分子乘之得數併入頭位爲實商除還原無此一段以分母自乘爲法實如法而一　平方本積有分子即是原方面有之分術曰分母乘全步併入分子開方除得方面散分積數別置原分母開方除得方面分母以除前段散積乃得方面幾步幾分之幾

楊輝詳解開方作法本源出釋鎖并書賈憲用此術

原本空



左袤乃積數
右袤乃隅算
中藏者皆廉
以廉乘商方
命實而除之

增乘方求廉法草曰釋鎖求廉本源列所開方數如前五乘方列五位隅算在外以隅算一自下增入前位至首位而止首位得六第二位得五第三位得四第四位得三下一位得二復以隅算如前陞增遞低一位求之

求第二位

六舊數　五加十而止　四加六為十　三加三為六　二加一為三

求第三位

六　十五並舊數　十加十而止　六加四為十　三加一為四

求第四位

六　十五　二十並舊數　十加五而止　四加一為五

求第五位

六上廉　十五二廉　二十三廉　十五並舊四廉　五加一為六下廉

楊輝纂類賈憲立成釋鎖平方法曰置積為實別置一算名曰下法於實數之下自末位常超一位約實至首位盡而止實上商至第一位得數下法之上亦置上商名曰方法命上商除實二乘方法一退為廉下法再退於上商之次續商第二位得數於廉法之次照上商置隅以方廉二法皆命上商除實二乘隅法併入廉法一退下法再退商置第三位得數下法之上照上商置隅以廉隅二法皆命上商除實盡得平方一面之數積有分子者以分母乘其全入內子又以分母再二次自乘之積圓者以圓法十二乘之開平方求積如分母自乘而一　增乘開平方法曰第一位上商得數以乘下法為平方命上商除實上商得數以乘下法入平方一退為廉　第二位再商得數以乘下法為隅命上商除實訖以上商得數乘下法入隅皆名曰廉一退下法再退以求第三位商數　第三位如第二位用法求之

貫通。全能集開方以積使商除除得其間上置諸下另倍為方法數却將方倍減其餘得其次數上商續方下旁退也續數上下再將續除積積之數盡自明如若還不盡倍方次逐一將方位數除除見數來商又續只將此續取空虛

開方之法有三有平方有直方有立方其法最難取算然公私亦少用之但平方一法間自用之收算方田一面不可不載一法於其間也

丁巨算法方求圓。二十二乘七除圓求方七乘二十二除平面求周圍十二乘方四乘外圓求積圓物六乘十二除方物八乘十六除立圓求徑九乘十六除立方求圓十六乘九除見斜求方五乘七除見方求斜七乘五除

九章算經今有積五萬五千二百二十五步問為方幾何

答曰二百三十五步

今有積二萬五千二百八十一步問為方幾何。

答曰。一百五十九步

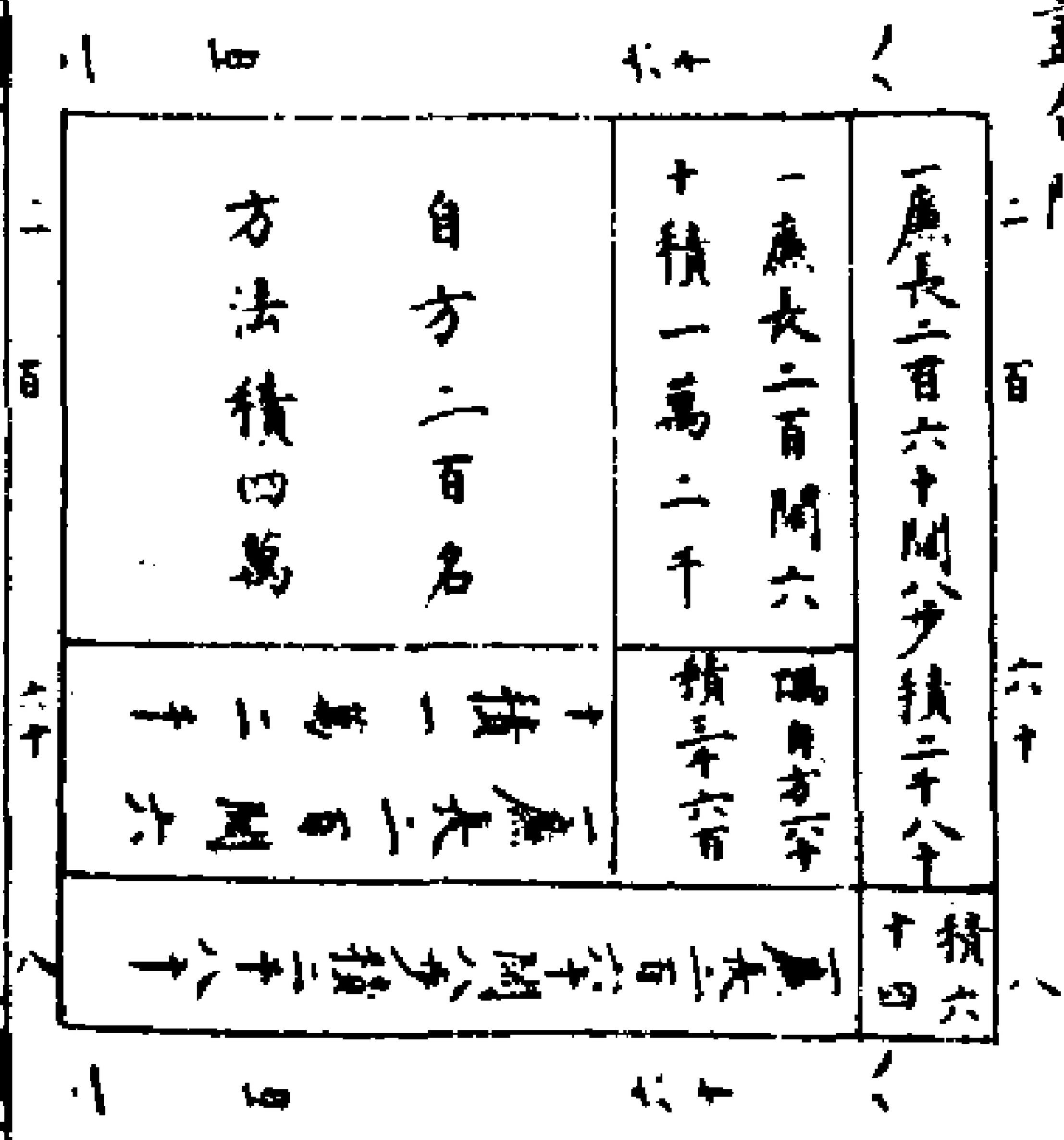
今有積七萬一千八百二十四步。問為方幾何。

答曰。二百六十八步。

揚輝詳解解題圓三象天。方四象地。圓居方四分之三。以積立形。求方開乘除之妙用。考究源流莫不由此。法曰。置積為實。別置一算名曰下法。原下之法。於實數之下。自末位常超一位。初乘時過一位。今超一位。約實至首位盡而止。一下定一。一百下定十。萬下定百。百萬下定千。於實上商置第一位得數。以方法一一。二二。三三。四四。五五。六六。七七。八八。九九之數為商。商本體實數。下法之上。亦置上商數。即原乘法數也名曰方法。於本積內。去其一方。命上商除實。法實相呼。以破積數。二乘方法一退為廉。一方帶兩直。以物其狀如象。故二乘退位。下法再退。下法即定位之算。再退畫定。於上商之次。續商第二位得數。與上意同。於廉法之次。照上商置隅。一方帶二廉。正隅一角。角即名隅。以方廉二法亦原乘之法也。皆命上商除實。二乘隅法併入廉法一退。倍隅入廉作一大方。以乘次位得數。下法再退。前意商置第三位得數。下法之上照上商置隅。以廉隅二法。皆命上商除實。第二位解意同。得平方一面之數。更有不盡之數。依第三位體面倍隅入廉退位商之。　草曰。置積為實。七萬一千八百二十四步。別置一算為下法。原下之法。從末常超一位約實。百下約十。萬下約百。實上商置第一位得數。二百。下法之上。亦

置上商二百名曰方法二百。乃命上商除實四萬餘三萬一千八百二十四二乘方法得四百步一退爲廉四百下法再退百下約古於上商之次續商第二位得數六十共爲二百六十廉法之次照上商置隅六十以廉隅二法皆命上商除實二萬七千六百餘四千二百二十四二乘隅法併於廉得五百二十一退五百二十下法再退。於末位下定一又於上商置第三位得數二百六十之次商置八下法之上亦置八爲隅除實適盡合問

平方圖

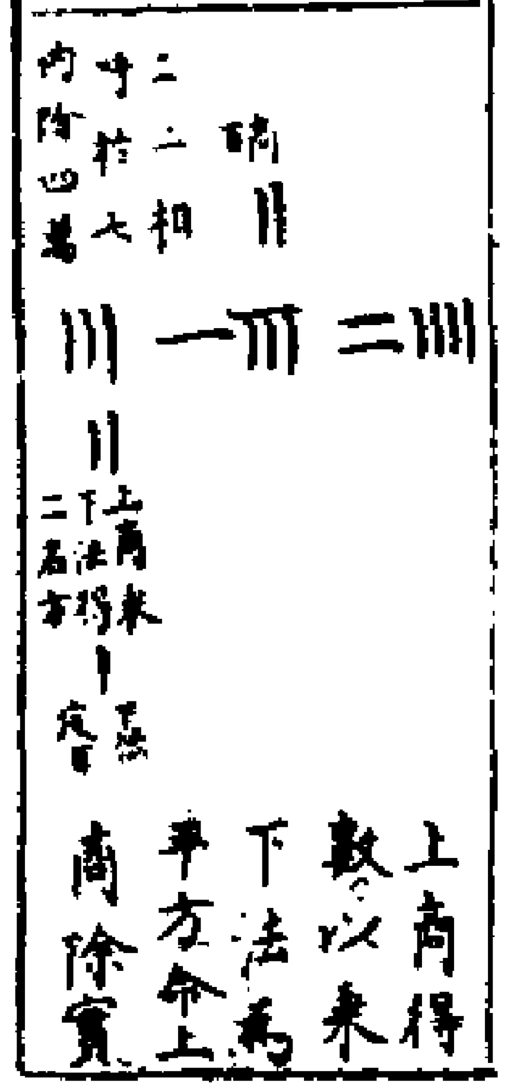


增乘開平方法以商數乘下法遞增求之。商第一位。上商得數以乘下法爲乘方命上商除實上商得數以乘下法入乘方。一退爲廉下法再退。商第二位商得數以乘下法爲隅命上商除實訖以上商得數乘下法入隅皆名曰廉。一退下法再退以求第三位商數。商第三位用法如第二位求之

增乘開平方圖以圖求法取用可知。

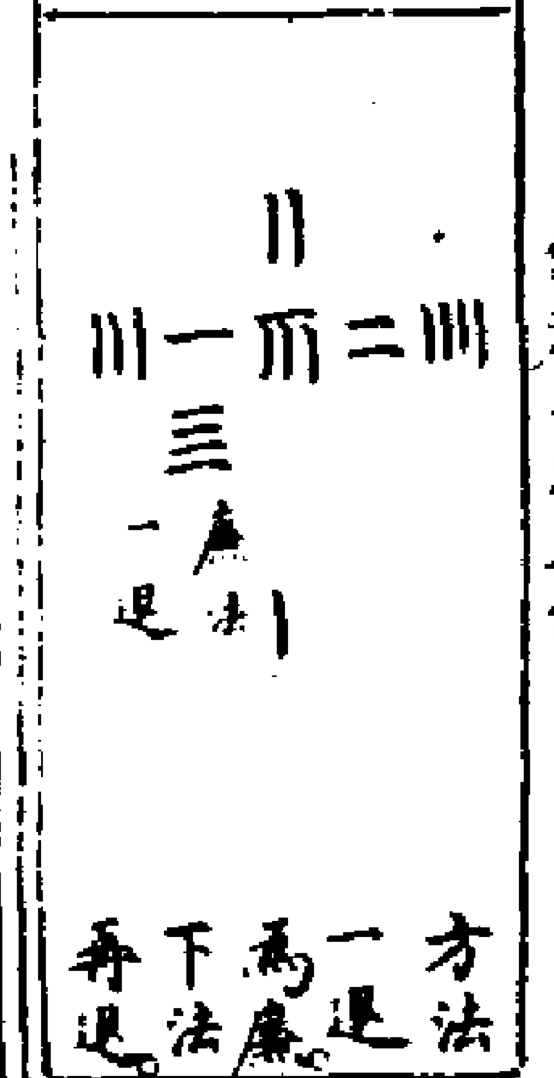
布位定位

商第一位

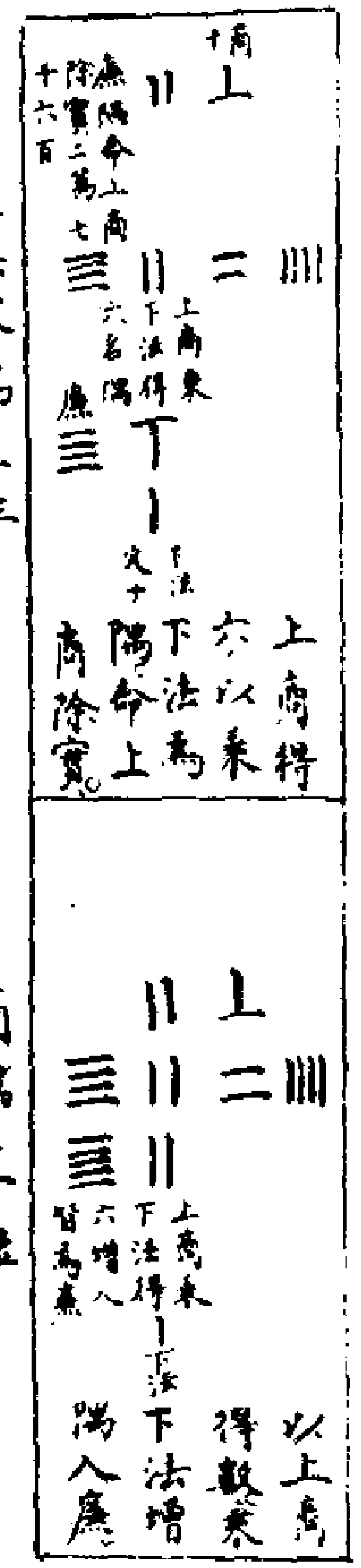


作法求第二位

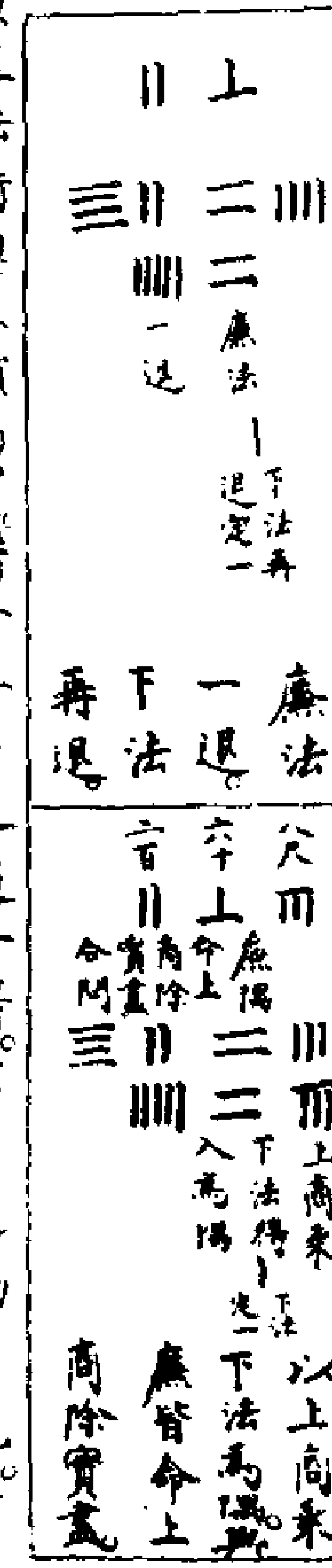
作法求第二位



商第二位　作法求第三位



作法求第三位　商第三位



嚴恭通原算法術曰置積為實借一算步之超一等。言百之面十也。言萬之面百也。上商二百乘下隅為廉二百呼除本積二二除去四萬。餘積三萬一千八百二十四步為實倍廉為方法得四百。續上商六十乘下隅為廉六十。於四百之下與上商六十呼除本積。四六除去二萬四千。六六除去三千六百。餘積四千二百二十四步為實。又倍廉六十得一百二十。併入方法共五百二十。續上商八步乘下隅為廉八步。於五百二十之下與上商八步呼除本積五八除去四千。二八除去一百六十。八八除去六十四步適盡得方面二百六十八步合前問。

九章算經又有積五十六萬四千七百五十二步。四分步之一。問為方幾何。

答曰七百五十一步半。

嚴恭通原算法術曰列積步以四分通之納子。又以四分再自乘得六十四。乘之為實以開方法除之得一萬二千二十四分。卻以四分自乘之得一十六為法除之即得。

今有積三十九億七千二百一十五萬六百二十五步。問為方幾何

答曰六萬三千二十五步

開方求方冪之一面也術曰置積為實借一算步之超一等言百之面十也言萬之面百也議所得以一乘所借一算為法而以除先得黃甲之面上下相命是自乘而除也除已倍法為定法倍之者豫張兩面朱冪定袤以待復除故曰定法其復除折法而下欲除朱冪者本當副置所得乘方倍之為定法以折議來而以除如是當復步之而止乃得相命故使紀上折下復置借算步之如初以復議一乘之欲除朱冪之角黃乙之冪其意如初之所得也所得副以加定法以除以所得副從定

法再以黃乙之面加定法者是則張兩青冪之袤復除折下如前若開之不盡者為不可開當以面命之術或有以借其加定法而命分者雖粗相近不可用也凡開積為方方之自乘當還復有積分令不加借算而命分則常微少其加借算而命分則又微多其數不可得而定故惟以面命之為不失耳譬猶以三除十以其餘為三分之一而復其數可以舉不以面命之加定法如前求其微數微數無名者以為分子其一退以十為母其再退以百為母退之彌下其分彌細則朱冪雖有所棄之數不足言之也若實有分者通分內子為定實乃開之訖開其母報除淳風等按分母可開者並通之積先合二母既開之後一母尚存故開分母求一母為法以報除也若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一淳風等按分母不可開者本一母也又以母乘之乃合二母既開之後亦一母存焉故令一母而一得全面也又按此術開方者求方冪之面也借一算者假借一算空有列位之名而無除積之實方隅得面是故借算列之於下步之超一等者方十自乘其積有百方百自乘其積有萬故超位至百而言十至萬而言百議所得以一乘所借算為法而以除者以得黃甲之面而以方為積者兩相乘故開方除

之適令兩面上下相命是自乘而除之除已倍法為定法者實積未盡當復更除故豫張兩面朱冪袤以待復除故曰定法其復除折法而下者欲除朱冪本當副置所得成方倍之為定法以折議乘之而以除如法是當次步之而此乃得相命故使就上折之而下復置借算步之如初以復議一乘之所得副以加定法以定法除者欲除朱冪之角黃乙之冪以所得副從定法者再以黃乙之冪加定法者則張兩青冪之袤故如前開之即合所問

孫子算經今有積二十三萬四千五百六十七步問為方幾何

答曰四百八十四步九百六十八分步之三百一十一

術曰置積二十三萬四千五百六十七步為實次借一算為下法步之超一位至百而止商置四百於實之上副置四萬於實之下下法之上名為方法命上商四百除實除訖倍方法一退下法再退復置上商八十以次前商副置八百於方法之下下法之上名為廉法方廉各命上商八十以除訖倍廉法上從方法一退方法下法再退復置上商四以次前副置四於方法之下下法之上名曰隅法方廉隅各命上商四除實除訖上商得四百八十四下法得九百六十八不盡三百一十一是

爲方四百八十四步九百六十八分步之三百一十一。
夏侯陽筭經今有田二十一頃七十八畝一百八十步問爲方幾何。
荅曰七百二十三步奇百七十一步。
術曰先置頃畝於上以二百四十步乘之得五十二萬二千七百二十
步內零一百八十步以開方除之借一筭爲下法步之超一位至百止。
萬上置上商七百下亦置七萬於實位之下下法之上命上商除實訖。
倍方爲一十四萬方法一退下法再退又置上商二十於前商後又置
二百於方法之下下法之上名曰隅法以方隅二法皆命上商以除實
訖倍隅法爲四百從上方法一退下法再退又置上商三於前商二十
之後又置三步於方法之下下法之上名曰隅法以方隅二法皆命上
商除實訖倍隅法得六從上方法得一千四百四十六即是上方得七
百二十三步奇一百七十一步。
五經筭術論語千乘之國法　子曰道千乘之國注云司馬法六尺爲步
步百爲畝畝百爲夫夫三爲屋屋三爲井井十爲通通十爲成成出革車
一乘然千乘之賦其地千乘也　今有千乘之國其地千成計積九十億
步問爲方幾何

荅曰三百一十六里六十八步一十八萬九千七百三十七分步之
六萬二千五百七十六。
術曰置積步爲實開方除之即得按千乘之國其地千成方十里置一
城地十里以三百步乘之得三千步重張相乘得九百萬步又以千成
乘之得積九十億步以開方除之即得方數也開方法曰借一筭爲下法
步之常超一位至萬而止置上商九萬於實之上又置九億於實之下
下法之上名曰方法命上商九萬以除實畢倍方法九億得十八億乃
折之方法一折下法再折又置上商四千於上以次前商之後又置四
百萬於方法之下下法之上名曰隅法方隅皆命上商四千以除實畢
倍隅法得八百萬上從方法得一億八千八百萬乃折之方法一折下
法再折又置上商八百於上以次前商之後又置八萬於方法之下下
法之上名曰隅法方隅皆命上商八百以除實畢倍隅法得十六萬上
從方法得一千八百九十六萬乃折之方法一折下法再折又置上商
六十於上以次前商之後又置六百於方法之下下法之上名曰隅法
方隅皆命上商六十以除實畢倍隅法得一千二百上從方法得一百
八十九萬七千二百乃折之方法一折下法再折又置上商八於上以

次前商之後又置八於方法之下下法之上名曰隅法方隅皆命上商
八以除實畢倍隅法得一十六上從方法下法一亦從之得一十八萬
九千七百三十七分步之六萬二千五百七十六以里法三百步除之
得三百一十六里不盡六十八步即得方三百一十六里六十八步一
十八萬九千七百三十七分步之六萬二千五百七十六也

楊輝摘奇筭法積一千三百尺問平方一面幾尺

荅曰三十六尺七十三分尺之四

開方草曰置積爲實一千三百別置下法一筭從常超一位約實百下定十上商方面三十以乘下法爲方法三十命上商除實九百餘實四百以二因方法六十退爲廉六十下法再退定本上又商第二位方面六尺以乘下法爲隅六尺以廉隅二法六十六尺命上商除實三百九十六尺餘實四尺即開方不盡之數二因隅法併入廉法共七十二添入下法一筭共七十三命爲分母所餘四尺命爲分子合問 還源求廉積草曰置方面三十六尺七十三分尺之四以分母通全尺併入分子共二千六百三十二自乘於上得六百九十二萬七千四百二十四別置分子減分母餘分子四減分母七十三餘六十九以乘分子六十九乘子四得二百七十六併之爲實得六百九十二萬七千七百以分母自乘爲法得五千三百二十九以法除之得原積一千三百尺

今有積一千五百九十尺六十四分尺之一問平方面幾何

荅曰三十九尺八分尺之七

原積有分子開平方術曰以分母六十四通積尺一千五百九十分子一併之爲實一十萬一千七百六十一開平方得方面分子積數三百一十九置原分母開方六十四開平方得八爲方面分母以除方面分積三百一十九得方面尺數三十九尺餘八分尺之七

透簾細草今有平方積五萬五千六百九十六尺問一面方多少

荅曰二百三十六尺

法曰平方開之 草曰置積爲實借一筭子爲約法常超一位遅二度合商百乃上商二百尺二因常隅又名下法又名約法得二萬爲方法命商除實四萬了倍方法一退得四十約法二退於百之下續商三百尺三因隅法得三百尺併入方法得四千三百命商三十除實餘有二十七百九十六在方法內又添隅法三百一退得四百六十隅法二退爲二尺上續商六尺又於方法內添隅法六尺一步得四百六十六尺

乃命商六尺除實恰盡丁巨筭法術曰置積在地商二二如四除了四萬另於上退二位置二合商百并於下置二爲方倍之得四將四問得四三一十二又除一萬二千於上續商三下方亦續三又將上下三爲三三如九又除九百實有二千七百九十六又將方三倍爲六共得四六卻以四商得四六二十四又除二千四百續商六以六除盡

丁巨筭法今有平方積六十二萬二千五百二十一尺問一面幾何

荅曰七百八十九尺

置積尺以一筭於一尺之下爲隅常超一位至二萬尺之下上商七呼一七生方七即於隅法之上布七作方法呼七七四十九去積四十九萬尺倍方法爲一十四方法一退隅法二退上商八呼一八生方八於方法之後對上商八之下布方法八呼一八如八去積八萬尺餘積五萬二千五百二十一尺呼四八三十二去積三萬二千尺又呼八八六十四去積六千四百尺倍方法八得方法一百五十六方法一退隅法二退上商九呼一九生方九即於生法之後對上商九之下布方法九呼一九如九去積九千尺呼五九四十五去積四千五百尺呼六九五十四去積五百四十尺九九八十一去積八十一尺適盡此平方之法

頗難通故復二例。若有積九千六百零四尺。開平方一面幾何然九十八尺。置積在地如上除也。

貫通全脈集今有方田六畝零四步問一方面該步幾何

荅曰議方三十八步

法曰置畝爲步荅入零步開平方除之合問 開平本法置總法在地用商三三如九另於上退二位置三合商十下亦另置三爲方法在地止有五百四十四卻以方法三倍之得六又以六商除六八四十八續上商八在地止有六十四方下亦置八以八八呼除六十四恰盡商得三十八步爲一方面其餘開方皆做此

嚴恭通原筭法今有積八萬步問爲方若干

荅曰二百八十二步五百六十五分之四百七十六

術曰置積爲實借一筭步之超一等上商二百乘下隅爲廉二百呼除本積二二除去四萬餘積四萬步爲實倍廉爲方法得四百續上商八十乘下隅爲廉八十於四百之下與上商八十呼除本積四八除去三萬二千八八除去六千四百餘積一千六百步爲實又倍廉八十得一百六十併入方法共五百六十積上商二步乘下隅爲廉二步於五百

六十之下與商二步呼除本積二五除去一千二六除去一百二十二
除去四步餘積四百七十六步又倍廉二步得四併入方法并借一
隅算共得五百六十五是得方面二百八十二步五百六十五分之四
百七十六合前問

今有積一百二十一步問為方若干
答曰一十一步

今有積三百六十一步問為方若干
答曰一十九步

今有積七百步問為方若干
答曰二十六步五十三分步之二十四

今有積一千步問為方若干
答曰三十一步六十三分步之三十九
術曰俱以前開方除之即得

九章筭經今有積一千五百一十八步四分步之三問為圓周幾何
答曰一百三十五步於徽術當周一百三十八步一十分步之一
淳風等按此依密率為周一百三十八步五十分步之九

楊輝詳解解題以方改圓驗方圓相通也圓居四分之三法曰分母乘
全步入內子以圓法十二乘之又以分母再自乘乘之開平方求積以
分母自乘為法除之以分母自乘為法除實得周 草曰分母四乘全
步一千五百一十八步入內子三得六千七十五以圓法十二乘之得
七萬二千九百又以分母四再自乘為六十四乘之為實四百六十六
萬五千六百開平方別置一筭為下法原下之法從末常超一位約實
百下約十萬下約百百萬下約千實上商置第一位得數二千下法之
上亦置上商二千名曰方法乃命上商除實四百萬二乘方法一退為
廉乘作四十退為四十下法再退百下定十於上商之次續商第二位
得數一百共為二千一百廉法之次上商置隅一百以廉隅二法皆命
上商除實除四十一萬餘二十五萬五千六百二乘隅法併為廉一退
得四千二百下法再退於末位百下定十又以上商置第三位得數六
十下法之上亦置隅六十除實適盡得二千一百六十以分母自乘為
法除之 穀恭道原筭法術曰列積步以四分通之納子十二乘之又以
四分再自乘得六十四乘之為實以開方除之得二千一百六十分部
以四分自乘得一十六為法除之即得

今有積三百步問爲圓周幾何
荅曰六十步於徽術當周六十一步五十分步之十九淳風等按依密率爲周六十一步一百分步之四十一
術曰置積步數以十二乘之以開方除之即得周此術以周三徑一爲率與舊圓田術相返覆也於徽術以三百一十四乘積如二十五而一所得開方除之即周也開方除之即徑是爲據見冪以求周猶失之於微少其以二百乘積一百五十七而一開方除之即徑猶失之於徽多淳風等按此注於徽術求周之法其中不用開方除之即徑六字今本有者衍賸也依密率八十八乘之七而一按周三徑一之率假令周六徑二半周半徑相乘得冪三周六自乘得三十六俱以等數除冪得一周之數十二也其積本周自乘合以一乘之十二而一得積三也術爲一乘不長故以十二而一得此積今還原置此積三以十二乘之者復其本周自乘之數凡物自乘開方除之復其本數故開方除之即周
孫子算經今有積三萬五千步問爲圓幾何
荅曰六百四十八步一千二百九十七分步之九十六
術曰置積三萬五千步以一十二乘之得四十二萬爲實次借一算爲

下法步之超一位至百而止上商置六百餘於實之上副置六萬於實之下下法之上名爲方法命上商六百除實除訖倍方法方法一退下法再退復置上商四十以次前商副置四百於方法之下下法之上名爲廉法方廉各命上商以除實除訖倍廉法從方法方法一退下法再退復置上商八次前商副置八於方法之下下法之上名爲隅法方廉隅各命上商八以除實除訖倍隅法從方法上商六百四十八下法得一千二百九十七不盡九十六是爲方六百四十八步一千二百九十七分步之九十六
嚴恭通原算法今有積一千二百步欲爲圓問徑若干
荅曰四十步
術曰列積步以四乘三除得一千六百步以開方除之即得
五經算術禮記投壺法壺頸修七寸腹修五寸口徑二寸半容斗五升注云修長也腹容斗五升三分益一則爲二斗得圜囷之象積三百二十四寸以腹修五寸約之所得求其圓周二尺七寸有奇是爲腹徑九寸有餘
甄鸞按斛法一尺六寸二分上千之得一千六百二十寸爲一斛積寸下退一等得一百六十二寸爲一斗積寸倍之得三百二十四寸爲二斗

積寸以腹脩五寸約之得六十四寸八分乃以十二乘之得積七百七十七寸六分又以開方除之得圓周二十七寸餘四十八寸六分倍二十七從方法得五十四下法一亦從方法得五十五以三除二十七寸得九寸又以三除不盡四十八寸六分得一十六寸二分與法俱上十之是爲壹腹徑九寸五百五十分寸之一百六十二母與子亦可俱半之爲二百七十五分寸之八十一淳風等按其問置云今有壹腹脩五寸容斗五升三分益一則爲二斗得圓囷之象問積寸之與周徑各幾何曰積三百二十四寸周二尺七寸二百七十五分寸之二百四十三徑九寸二百七十五分寸之八十一術置云置二斗以斗法乘之得積寸以腹脩五寸除之所得以十二乘之開方除之得周數三約之即得徑數

楊輝摘奇算法九章立方積內原有分母開方術曰置全積通分併分子爲實開立方除得面積於上別置積內原分母如立方而一爲法以除求出面積即得所答方面全步幾分之幾　楊輝纂類貫憑立成釋鎖立方法曰置積爲實別置一算名曰下法於實數之下自末至首常超二位上商置第一位得數下法之上亦置上商又乘置平方命上商除實訖取用第二位法三因平方一退亦三因從方面二退爲廉下法三

退續商第二位得數下法之上亦置上商爲隅以上商數乘廉隅命上商除實訖求第三位即如求第二位取用

九章算經今有積一百八十六萬八百六十七尺此尺謂立方尺也凡物有高深而言積者曰立方問爲立方幾何

答曰一百二十三尺

楊輝詳解今問積中第一位是一立方自方百尺第二位有三平方各方一百尺高二十尺其三廉各長一百尺方二十尺其一隅立方二十尺第三位積有三平方各方一百二十尺高三尺及三廉各長一百一十尺方三尺其一隅立方三尺解題方自乘名爲平方又以方乘平方名曰立方狀如骰子取用句深故隨之算　立方法曰實憲細草編爲活法置積爲實別置一算名曰下法廉下之法於實數之下自末至首常超二位約實原乘之法過二位今還源故超二位一下定一十下定十百爲下定百上商置第一位得數以方數爲主自乘求商不欲疊註詳見細草下法之上亦置上商即平方面又乘爲平方命上商除實訖除去一立方也三因平方一退亦三因從方面二退爲廉第一位得數乃立方其第二位有三箇廉一小隅爲助三面方廉退方一廉二者益

其數有等第也下法三退原超二位今退三位以定上商續商第二位得數下法之上亦置上商爲隅第二位中隅見在解以上商數乘廉隅以平乘高命上商除實訖第二位取用如此求第三位即依第二位取用以上商乘廉三因隅法併入爲方又以方法之下復置上商三因爲廉其方法一退廉法再退下法三退續商第三位得數下法之上亦置上商爲隅三因廉法隅自乘之皆命上商除實見第二位解適盡合問

草曰置積一百八十六萬八百六十七尺爲實別置一筭名曰下法於實數之下自末位常超二位約實一下定一千下定十百萬下定百上商置第一位得數實數一百爲上商置一百原定百也下法之上亦置上商一百乘爲平方一百乘一百得一萬尺乃命上商一百除實一百萬尺三因平方一退爲三萬尺亦三因從方二退爲廉三百尺下法三退定十續商置第二位得數二十下法之上亦置上商爲隅二十以上商乘廉得六千隅得四百命上商除實訖餘一十三萬二千八百六十七尺以上商二十乘廉得一萬二千尺三因隅法得一千二百尺併入方一退共四萬三千三百尺方法之下復置上商一百二十三因爲廉三百六十廉法二退下法三退續商置第三位得數三尺下法之上

亦置上商爲隅三尺以上商乘廉一千八十隅九尺皆命上商除實適盡合問

增乘方法立方原是乘而又乘至數今以增乘爲除求源草曰實上商置第一位得數一百以上商乘下法置廉一百乘廉爲方一萬除實訖後以上商一百乘下法入廉共二百乘廉入方共三萬又乘下法入廉共三百其方一廉二下三退定十再於第一位商數之次復商第二位得數二十以乘下法入廉共三百二十乘廉入方共三萬六千四百命上商除實訖餘一十三萬二千八百六十七後以次商二十乘下法入廉共三百四十乘廉入方共四萬三千二百尺又乘下法入廉共三百六十其方一廉二下三退如前上商第三位得數三尺乘下法入廉共三百六十三乘廉入方共四萬四千二百八十九命上商三尺除實適盡得立方一面之數

九章筭經又有積一千九百五十三尺八分尺之一問爲立方幾何

答曰一十二尺半

今有積六萬三千四百一尺五百一十二分尺之四百四十七問爲立方幾何

答曰三十九尺八分尺之七

楊煇詳解解題此是帶子立方分母子立方法曰置積以分母通其全
加內子爲實通分之意開立方除之前術得積多分母子一段。本可使
先方面則置分母如立方而一爲法母先曾乘而又乘。故如立方而一
除積還源得立方一面之數。草曰置積以分母五百十二通全六萬
三千四百一尺加內子四百四十七爲實得三千二百四十六萬一千
七百五十九開立方除之爲積得三百一十九別置分母五百十二如
開立方而一爲法得八除積三百十九得立方一面之數。前答嚴恭通
原算法術曰置積以分母相乘納子三千二百四十六萬一千七百五
十九分爲積實開立方除借一算爲下隅常超二位約實。上商三百乘
下隅得三百爲廉法以上商三百與廉三百乘得九萬爲方法與上商
三百呼除本積三九除去二千七百萬餘積實存五百四十六萬一千
七百五十九分爲實。三因廉得九百。三因方得二十七萬續上商一十
乘下隅得一十。却乘廉九百得九千。併入方法。又以上商一十乘下隅
一十得一百。亦併入方法共二十七萬九千一百分爲方法與上商一
十呼除本積一二除去二百萬。再呼一七除去七十萬。一九除去九萬
一一除去一千。餘積存二百六十七萬七百五十九分爲實以於方法

內更加原廉九千。又倍商乘隅得二百併入方法次以上商三百一十
三因得九百三十爲廉法續上商九分乘下隅得九分却乘廉得八千
三百七十併入方法。又上商九分乘下隅九分得八十一分亦併入方
法共二十九萬六千七百五十一分爲方法與上商九分呼除本積二
九除去一百八十萬再呼九九除去八十一萬六九除去五萬四千。七
九除去六千三百五九除去四百五十。一九除去九分適盡得三百一
十九分爲實次置分母五百一十二。亦以開立方除之得八爲法實如
法而一合前問。
今有積一百九十三萬七千五百四十一尺二十七分尺之一十七。問爲
立方幾何。
答曰一百二十四尺太半尺
開立方立方適等求其一面也術曰置積爲實借一算步之超二等。言
千之面十言百萬之面百議所得以再乘所借一算爲法而除之再乘
者亦求爲方幕以上議命而除之則立方等也。除已。三之爲定法。爲當
復除故豫張三面以定方幕爲定法也。復除折而下復除者。三面方幕
以皆自乘之數須得折議定其厚薄爾開平幕者方百之面十。開立幕

者方千之面十據定法也有成方之冪故後除當以千為百折下一等也以三乘所得數置中行設三廉之定長復借一算置下行欲以為隅者立方等未有定數且置一算定其位步之中超一下超二位上方法長自乘而折中廉法但有長故降一等下隅法無面長故又降一等也復置議以一乘中為三廉備冪也再乘下令隅自乘為方冪也皆副以加定法以定除三面三廉二隅皆已有冪以上議命之而除去三表之厚也除已借下并中從定法凡再以中三以下加定法者三廉各當以兩面之冪連於三廉之端以待後除也言不盡意解此要當以恭乃得明耳後除折下如前開之不盡者亦為不可開術亦有以定法命分者不如故冪開方以微數為分也若積有分者通分內子為定實定實乃開之訖開其母以報除淳風等按分母可開者並通之積先合三母既開之後一母尚存故開分母求一母為法以報除也若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一淳風等按分母不可開者本一母也又以母再乘之令合三母既開之後一母猶存故令一母而一得全面也按開立方知立方適等求其一面之數借一算步之超二位者但立方求積方再自乘就積開之故超二位言千之面十言百萬之面

百議所以再乘所借算為法而以除知求為方冪以議命之而除則立方等也除已三之定法為積未盡當復更除故豫張三面已定方冪為定法復折除而下如三面方冪皆以有自乘之數須得折議定其厚薄將開平方百之面十其開立方即千之面十而定法已有成方之冪故後除之者當以千為百折下一等以三乘所得數置中行者設三廉之定長復借一算置下行者欲以為隅方立方等未有數且置一算定其位也步之中超一下二者上方法長自乘而一折中廉法但有長故降一等下隅法無面長故又降一等復置議以一乘中者為三廉備冪再乘下當令隅自乘為方冪皆副以加定法以定法除者三面三廉一隅皆已有冪以上議命之而除去三表之厚除已借下併中從定法者三廉各當以兩面之冪連於兩方之面一隅連於三廉之端以待復除其開之不盡者折下如前開方即合所問有分者通分納子開之訖開其母以報除可開者以通之積先合三母既開之後一母尚存故開分母者求一母為法以報除若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一分母不可開者本一母又以母再乘令合三母既開之後亦一母尚存故令如母而一得全面也

透簾細草今有立方積四千九百八十三萬六千三十二尺問立方一面
多少
答曰三百六十八尺
法曰開立方除之舊草冗繁今以透簾開之　草曰列積為實借一算
子名立隅又名約法常超二位約實兩度進上合商三百三因立隅得
三百萬別置為廉法又三因得九百萬為方法只以方法命商除實二
千七百萬三因方法為二千七百萬一退三因廉得九百萬二退立隅
法三退續商六十寸廉法內添隅添立隅六千共九萬六千六因加入
方法得三百二十七萬六千命續商除實餘有三百一十八萬三十二
在廉法內更添隅法六千得十萬二千六因加入方法得三百八十八
萬八千一退廉法內又添六千共十萬八千二退下法三退續商八寸
廉法內添隅法八寸共一千八十八乃八因加入方法得三十九萬七
千五百四寸命商八寸除實恰盡　嚴恭通原算法術曰置本積為實借
一算為下隅常超二位約實上商二百尺乘下隅得三百尺為廉法以
上商三百尺與廉三百尺相乘得九萬尺為方法與上商呼除本積三
九除去二千七百萬餘積上存二千二百八十三萬六千三十二尺為

實三因廉得九百尺三因方得二十七萬尺續上商六十尺乘下隅得
六十尺卻乘廉得五萬四千尺併入方法又上商六十尺與下隅六十
尺相乘得三千六百尺亦併入方法共三十二萬七千六百尺為方法
與上商六十尺呼除本積三六除去一千八百萬再呼二六除去一百
二十萬再呼六七除去四十二萬再呼六六除去三萬六千尺餘存三
百一十八萬三十二尺再於方法內更加原廉五萬四千尺又倍商隅
三千六百得七千二百尺亦併入方法共三十八萬八千八百尺次以
上商三百六十三因得一千八十為廉法續上商八尺乘下隅得八尺
卻乘廉得八千六百四十又上商八尺與下隅八相乘得六十四尺亦
併入方法共三十九萬七千五百四尺為方法與上商八尺呼除本積
三八除去二百四十萬再呼八九除去七十二萬再呼七八除去五萬
六千再呼五八除去四千尺再呼四八除去三十二尺適盡得立方面
三百六十八尺合前問
丁巨算法今有積一萬五千六百二十五尺問為立方一面幾何
答二十五尺
置積尺以一算於五尺之下常超二位至位之下上商二呼一二生廉

二二二生方四呼二四如八去積八千尺餘七千六百二十五尺呼一二添廉二二四添方八又呼一二添廉二方法一退廉法二退下法三退上商五呼五六生方三十五五生方二十五命商除積一五如五去積五十尺五五二十五去積二千五百尺二五一十去積一百尺五五二十五去積二十五尺適盡

嚴恭通原筭法今有積四萬六千六百五十六尺問立方面若干

荅曰三十六尺

術曰置本積為實借一筭為下隅常超二位約實上商三十尺乘下隅得三十尺為廉法以上商三十尺與廉三十尺相乘得九百尺為方法與上商呼除本積三九除去二萬七千尺餘積實存一萬九千六百五十六尺為實再以三因廉得九十尺三因方得二千七百尺續上商六尺乘下隅得六又卻乘廉得五百四十尺併入方法又上商六尺與下隅六尺相乘得三十六尺亦併入方法共三千二百七十六尺為方法與上商六尺呼除本積三六除去一萬八千再呼二六除去一千二百再呼六七除去四百二十再呼六六除去三十六尺適盡合前問

今有積七億尺問立方面若干

荅曰八百八十七尺二百三十六萬二千九百六十九分尺之二百一十三萬五千八百九十七

術曰置本積為實借一筭為下隅常超二位約實上商八百尺乘下隅得八百尺為廉法以上商八百尺與廉八百尺相乘得六十四萬尺為方法與上商呼除本積六八除去四億八千萬再呼四八除去三千二百萬餘積實存一億八千八百萬尺為實三因廉法得二千四百尺三因方得一百九十二萬續上商八十尺乘下隅得八十尺卻乘廉得一十九萬二千併入方法又上商八十尺與下隅八十尺相乘得六千四百尺亦併入方法共二百一十一萬八千四百尺為方法與上商八十呼除本積二八除去一億六千萬再呼一八除去八百萬再呼一八除去八十萬再呼八八除去六十四萬再呼四八除去三萬二千餘積實存一千八百五十二萬八千尺為實次於方法內更加原廉一十九萬二千又倍商乘隅得一萬二千八百亦併入方法共二百三十二萬三千二百次以上商八百八十三因得二千六百四十為廉法續上商七尺乘下隅得七尺卻乘廉得一萬八千四百八十併入方法又上商七尺與下隅七尺相乘得四十九尺亦併入方法共二百三十四萬一千

七百二十九尺為方法。與上商七尺呼除本積。二七除去一千四百萬
三七除去二百一十萬。四七除去二十八萬。二七除去七千。七七除去
四千九百。二七除去一百四十。七九除去六十三尺。餘積存二百一十
三萬五千八百九十七尺。又於方法內更加原廉一萬八千四百八十。
又倍商乘隅得九十八尺。亦併入方法。次又以上商八百八十七尺。三
因得二千六百六十一尺。更加原借一隅算。亦併入方法。是得方面八
百八十七尺。二百三十六萬二千九百六十九分尺之二百一十三萬
五千八百九十七。合前問。

今有積七億二千一百七十三萬四千二百七十三尺。問立方面若干。
答曰。八百九十七尺。

今有積七十億尺。問立方若干。
答曰。一千九百一十二尺。一千九十七萬二千九百六十九分尺之
一千二十一萬七千四百七十二。

今有積八十億尺。問立方面若干。
答曰。二千尺。
術曰。俱以前開立方除之即得。

楊輝纂類開立圓者。先以方法十六乘積。如圓法九而一。開立方除之。積
有分母子者。通母內子 立圓用十六乘九除。 開立方除之得積。別置分母
如立方而一為法除積求之。增乘方法曰。實上商置第一位得數。以上商
乘下法置廉乘廉為方除實訖。復以上商乘下法入廉。乘廉入方。又乘下
法入廉其方一廉二下三退。再於第一位商數之次。復商第二位得數以
乘下法入廉乘廉入方命上商除實訖。復以次商乘下法入廉。乘廉入方
又乘下法入廉其方一廉二下三退。如前上商第三位得數。乘下法入廉
乘廉入方命上商除實適盡得立方一面之數。

九章算經今有積四千五百尺 亦謂立方之尺也。 問為立圓徑幾何。
答曰二十尺 依密率立圓徑二十尺。計積四千一百九十尺。二十一
分尺之一十

今有積一萬六千四百四十八億六千六百四十三萬七千五百尺。問為
立圓徑幾何。
答曰一萬四千三百尺 依密率為徑一萬四千六百四十三尺。四分
尺之三
術曰置積尺數以十六乘之九而一所得開立方除之即丸徑 立圓即

丸也為術者蓋依周三徑一之率令圓冪居方冪四分之三圓囷居立
方亦四分之三更令圓囷為方率十二為丸率九丸居圓囷又四分之
三也置四分自乘得十六三分自乘得九故丸居立方十六分之九也
故以十六乘積九而一得立方之積丸徑與立方等故開立方而除得
徑也然此意非也何以驗之取立方棊八枚皆令立方一寸積之為立
方二寸規之為圓囷徑二寸高二寸又復橫因之則其形有似牟合方
蓋矣八棊皆然似陽馬圓然也按合蓋者方率也丸居其中即圓率也
推此言之謂夫圓囷為方率豈不闕哉以周三徑一為圓率則圓冪傷
少令圓囷為方率則丸積傷多互相通補是以丸與十六之率偶與實
相近而丸猶傷多耳觀立方之內合蓋之外雖衰殺有漸而多少不掩
判合總結方圓相纏濃纖詭互不可等正欲陋形措意懼失正理敢不
闕疑以俟能言者 黃金方寸重十六兩金丸徑寸重九兩率生於此
未曾驗也周官考工記㮚氏為量改煎金錫則不耗不耗然後權之權
之然後準之準之然後量之言鍊金使極精而後分之則可以為率也
令丸徑自乘三而一開方除之即丸中之立方也假令丸中立方五尺
五尺為勾勾自乘冪二十五尺倍之得五十尺以為股冪謂平面方五

尺之弦也以此弦冪為股亦以五尺為勾并勾股冪得七十五尺是為
大弦冪開方除之則大弦可知也大弦則中立方之長邪邪即丸徑故
中立方自乘之冪於丸徑自乘之冪三分之一也令大弦還乘其冪即
丸外立方之積也大弦冪開之不盡令冪七十五再自乘之為面令
得外立方積四十二萬一千八百七十五尺之面又令中立方五尺自
乘又以方乘之得積一百二十五尺一百二十五尺自乘為面與得積
一萬五千六百二十五尺之面皆以六百二十五約之外立方積六百
七十五尺之面中立方積二十五尺之面也 張衡算又謂立方為質
立圓為渾衡言質之與中外之渾六百七十五尺之面開方除之不足
一謂外質積二十六也內渾二十五之面謂積五尺也令徽令質言中
渾渾又言質則二質相與之率猶衡二渾相與之率也衡蓋亦先二質
之率推以言渾之率也衡又言質六十四之面渾二十五之面質復言
渾謂居質八分之五也又云方八之面圓圓渾相推知其復以圓囷為
方率渾為圓率也失之遠矣衡說之自然欲協其陰陽奇偶之說而不
顧疎密矣雖有文辭斯亂道破義病也置外質積二十六以丸乘之十
六而一得積十四尺八分之五即質中之渾也以分母乘全內子得一

百一十七。又置內質積五，以分母乘之，得四十。是謂質居渾一百一十
七分之四十，而渾率猶為傷多也。假令方二尺，方四面并得八尺也，謂
之方周。其中令圓徑與方等，亦二尺也。凡半徑以乘圓周之半，即圓羃
也。半方以乘方周之半，即方羃也。然則方周知方羃之率也，圓周知圓
羃之率也。按如衡術，方周率八之面，圓周率五之面也。令方周六十四
尺之面，即圓周四十尺之面也。又令徑二尺自乘，得徑四尺之面，是為
圓周率十二之面，而徑率一之面也。衡亦以周三徑一之率為非，是故
更著此法，然增周太多，過其實矣。　淳風等按：祖暅之謂劉徽、張衡二
人皆以圓囷為方率，丸為圓率，乃設新法。祖暅之開立圓術曰：以二乘
積，開立方除之，即立圓徑。其意何也？取立方棊一枚，令立樞於左後之
下隅，從規去其右上之廉；又合而橫規之，去其前上之廉。於是立方之
棊分而為四：規內棊一，謂之內棊；規外棊三，謂之外棊。更合四棊，復
橫斷之。以句股言之，令餘高為句，內棊斷上方為股，本方之數其弦。句
股之法：以句羃減弦羃，則餘為股羃。若令餘高自乘，減本方之羃，餘即
內棊斷上方之羃也。本方之羃，即外四棊之斷上羃。然則餘高自乘，
即外三棊之斷上羃矣。不問高卑，勢皆然也。然固有所歸同而途殊者

爾，而乃控遠以演類，借況以析微。按陽馬方高數參等者，列而立之，橫
截去上，則高自乘與斷上羃數亦等焉。夫疊棊成立積，緣羃勢既同，則
積不容異。由此觀之，規之外三棊旁蹙為一，即一陽馬也。三分立方，則
陽馬居一，內棊居二可知矣。合八小方成一大方，合八內棊成一合蓋。
內棊居小方三分之二，則合蓋居立方亦三分之二，較然驗矣。置三分
之二，以圓羃率三乘之，如方羃率四而一，約而定之，以為丸率。故曰丸
居立方三分之一也。等數既密，心亦昭晰。張衡放舊，貽哂於後；劉徽循
故，未暇校新。夫豈難哉？抑未之思也。依率立此圓積，本以圓徑再自乘，
十一乘之，二十一而一，約此積。今欲求其本積，故二十一乘之，十一而
一。凡物再自乘，開立方除之，復其本數，故立方除之，即丸徑也。

楊輝詳解積一百六十四萬四千八百六十六尺四寸三分七釐五毫。問
為立圓徑幾何。

答：一百四十三尺。

解題：立圓其狀如毬，居立方十六分之九。立圓法曰：以方法十六乘積，
如圓法九而一為實。平圓居平方四分之三，更添一乘為立圓。立圓其
立圓居立方十六分之九，取以為法，十六乘九而一，即立棋之意。開增

乘立方除之前注　草曰。置積題數以方法十六乘之以九除之為實。
得二百九十二萬四千二百七尺　開增乘立方除之立草在九章卷
首布置圖內
透簾細草今有立方圓積九百二十七寸問徑多少。
答曰一尺二寸
法曰置積寸以十六乘之九而一得一千七百二十八寸為實開立方
除之即得合問　草曰十六乘之九除者添入角積也改立圓為立方
是以開立方見一面數翻。。丨隅法三進在千之下置廉一千方一
千除實一千方三因一為三千一退廉三因得三千二退下位三退續
商二寸廉法內添隅法二寸得三十二寸二因添入隅法得三百六十
四。命商除實盡也
今有立方圓平方各一所共計積二十二萬九千六百七尺只云立方面
多如立圓徑七尺其平方面如立圓徑三分之二問三事各多少
答曰立方面五十五尺。立圓徑四十八尺。平方面三十二尺。
法曰以立方開之　草曰置共積二十二萬九千六百七尺在地於頭
位以多七尺自乘得數又以七尺再乘之得三百四十三尺減於頭位

共積餘有二十二萬九千二百六十四又以一百四十四為分母乘之
頭位共得三千三百一萬四千一十六尺為實置於頭位又多數七尺
自乘得數以四百三十二乘之得二萬一千一百六十八尺為從法又
多七尺乘四百三十二得三千二十四又添入六十四共得三千八十
八為廉常以二百二十五為隅立方開之計積為實三千三百一萬四
千一十六於頭位從法二萬一千一百六十八於下位廉法三千八十
八於從法下隅法二百二十五於廉之下從法一進廉法二進隅法三
進上商四共隅法相呼四因廉法得一百二十萬八千八百廉法相呼
生於從法得五百四萬六千八百八十命商除之餘有一千二百八十
二萬六千四百九十六又四因隅法生於廉法得二百一十萬八千八
百又生於從法得一千三百四十八萬二千八十又四因於廉法得三
百萬八千八百又八因隅法一退於廉得三百一十八萬八千八百從
法一退廉法二退隅法三退上商八生於廉法得三萬一千八百八十
八又八生於從法得一百六十萬三千三百一十二命商除之恰盡得
立圓徑內加七尺為立方面二因三除為平方面也合問
今有圓毬一隻徑一尺二寸問計積寸多少

荅曰九百七十二寸
法曰徑再自相乘得一千七百二十八寸又以九之如十六而一得積
寸合問 草曰徑再自相乘為立方比立圓毬子多四角積主一十六分
之九立圓積是十六分之九先九因而後十六除者恐有不盡先通分也
服恭通原算法今有積二十六萬六千九百三十五尺半欲為立圓問徑若干
荅曰七十八尺
術曰置本積以十六乘之得四百二十七萬九百六十八尺九除之得
四十七萬四千五百五十二尺為實以開立方除借一算為下隅常超
二位約實上商七十尺乘下隅得七十尺為廉法以七十尺與上商七
十尺相乘得四千九百尺為方法與上商七十尺呼除本積四七除去
二十八萬七九除去六萬三千餘積實存一十三萬一千五百五十二
尺為實三因廉得二百一十尺三因方得一萬四千七百尺續上商八
尺乘下隅得八尺卻乘廉得一千六百八十尺併入方法以上商八尺
乘下隅得六十四尺亦併入方法共一萬六千四百四十四尺為方法
與上商八尺呼除本積一八除去八萬六八除去四萬八千四八除去
三千二百四八除去三百二十四八除去三十二適盡得圓徑七十八

尺合前問
今有積七百三十五萬七千五百尺欲為立圓問周若干
荅曰七百六尺一百四十九萬七千四百二十七分尺之一百二十
六萬四千一百八十四
術曰置積以一百四十四乘得一十億五千九百四十八萬又三除之
得三億五千三百一十六萬尺為實以前開立方除之即得
揚輝詳解積一百三十三萬六千三百三十六尺問為三乘方幾何
荅曰三十四尺
解題三度相乘其狀居直遁增三乘開方法草曰上商得數下法增為
立方除實即原乘意置積為實別置一算名曰下法於實末常超三位
約實一乘超一位三乘超三位為下定實上商得數三十以乘下法生下
廉三十乘下廉生上廉九百乘上廉生立方二萬七千命上商除實餘
五十二萬六千三百三十六作法商第二位得數以上商乘下法入下
廉共六十乘下廉入上廉共二千七百乘上廉入方共一十萬八千又
乘下法入下廉共九十乘下廉入上廉共五千四百又乘下法入下廉
共一百二十方一上廉二下廉三下法四退方一十萬八千上廉五千

四百下廉一百二十，下法定一又於上商之次續商置得數第二位四，
以乘下法入廉一百二十四乘下廉入上廉共五十八百九十六，乘上
廉併爲立方一十三萬一千五百八十四命上商除實盡得三乘方一
面之數，如三位立方，依第二位取用　又術曰兩度開平方開第一次
平方得一千一百五十六，
開第二次平方得三十四，

永樂大典卷之一萬六千三百四十四